

L'INFLUENZA DEI FENOMENI LENTI NELLA COSTRUZIONE E NELL'ESERCIZIO DEI PONTI IN C.A.P.

PARTE II: PONTI A SCHEMA VARIATO

Marcello Arici^{*}, Michele F. Granata^{*} e Piercarlo Margiotta^{*}

^{*} Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Aerospaziale e Geotecnica (DISAG)
Università di Palermo
Viale delle Scienze, 90128 Palermo, Italy
e-mail: arici@unipa.it, granata@unipa.it, piercarlo.margiotta@unipa.it

(Ricevuto 20/12/2009, Accettato 28/12/2009)

Key words: Bridges, Creep, Prestressing, Balanced cantilever, Staged construction.

Parole chiave: Ponti, Viscosità, Precompressione, Sbalzi successivi, Costruzione per fasi.

Abstract. *Time-dependent phenomena as shrinkage and creep in concrete or relaxation in steel, deeply influence stress and strain patterns of prestressed concrete bridges. It is more relevant for staged-constructed bridges, in which a change of static scheme occurs by the addition of restraints to the initial scheme. In this second paper, subsequent to a first one already published, the influence of creep on the structural behaviour for sustained loads and prestressing is examined in structures with variable scheme, taking into account also prestressing losses due to shrinkage and steel relaxation. Expressions of stress and strain histories in time are shown, in order to evaluate the safety degree during construction and service life (service limit state). A numerical application on a bridge, built by the cantilever method, is presented.*

Sommario. *I fenomeni lenti nel calcestruzzo, ritiro e viscosità, ed il rilassamento dell'acciaio di precompressione influenzano fortemente lo stato di sollecitazione e di deformazione dei ponti in cemento armato precompresso. Ciò assume una rilevanza ancora maggiore quando durante la costruzione per fasi si modificano i vincoli e quindi lo schema statico varia. In questa seconda nota, successiva alla parte prima già pubblicata, viene esaminata l'influenza della viscosità nella struttura per carichi applicati e precompressione in strutture a schema variato, tenendo conto delle cadute di tensione anche per ritiro e rilassamento. Vengono fornite le espressioni delle storie di sollecitazione e deformazione nel tempo per la valutazione della sicurezza dell'opera in costruzione e in esercizio (stato limite di servizio). Viene presentata un'applicazione numerica su un ponte costruito a sbalzo.*

1 INTRODUZIONE

Questo studio presenta l'analisi del comportamento a lungo termine, prevalentemente dovuto agli effetti della viscosità, di ponti in cemento armato precompresso che vengono costruiti per fasi successive. Le metodologie di costruzione dei ponti in c.a.p. sono molto

diversificate e generalmente presentano complesse sequenze costruttive (*staged construction*), durante le quali lo schema statico ed i carichi applicati possono variare fino al raggiungimento della configurazione finale di servizio [1]. Gli elementi in calcestruzzo che costituiscono l'impalcato di questi ponti possono essere gettati in situ o prefabbricati e successivamente assemblati e ciò risulta fondamentale ai fini della determinazione delle deformazioni viscoso. La costruzione dei ponti per sbalzi successivi (*balanced cantilever method*), quella attraverso centina mobile (*launching gantry*) e quella per spinte successive (*incrementally launched bridges*) sono tra le tecniche maggiormente usate per l'efficienza e la velocità di costruzione degli impalcati a travata in cemento armato precompresso. In essi la successione di schemi statici risulta rilevante ai fini della determinazione delle deformazioni differite. Un esempio molto significativo è quello dei ponti a trave continua, costruiti per sbalzi successivi. In essi il principio è quello di avanzare attraverso la costruzione di conci di impalcato a partire dalle pile procedendo da un lato e dall'altro della pila e connettendo i conci successivi ai precedenti tramite precompressione. Nella prima fase i cavi di precompressione sono sempre posti superiormente per compensare il momento flettente negativo dovuto al peso proprio dei conci stessi. Successivamente le due mensole che costituiscono le semicampate vengono unite in mezzzeria; la continuità dell'impalcato viene ottenuta inserendo ulteriori cavi di precompressione nella zona inferiore (cavi di continuità), raggiungendo così lo schema di trave continua su più appoggi (le pile) o di telaio a più campate nel caso in cui si mantenga la connessione rigida con le pile.

Sulla base delle relazioni fondamentali e dei principi teorici illustrati in una prima parte dello studio, precedentemente pubblicata [2], in questa seconda parte ci si pone come obiettivo l'analisi dell'influenza delle deformazioni differite sul comportamento di ponti con schemi statici che variano durante la costruzione. Viene analizzato l'effetto dei carichi permanenti e della precompressione nelle varie fasi, sulla base della teoria della viscoelasticità lineare con invecchiamento e vengono fornite alcune relazioni approssimate per una valutazione rapida ed affidabile, utile nelle fasi di *conceptual design* di questa tipologia di ponti, con particolare riferimento alla costruzione per sbalzi successivi.

Viene proposto l'utilizzo del metodo AAEM per la soluzione di casi concreti, con lo scopo di fornire un utile e semplice strumento di analisi degli effetti viscosi nei primi stadi progettuali. Inoltre si presenta un'applicazione numerica su un esempio di ponte con schema finale a trave continua, realizzato per sbalzi successivi, approfondendo gli effetti delle deformazioni differite nel tempo per il cambiamento di schema statico dovuto ad aggiunta di vincoli posticipati all'applicazione dei carichi permanenti e della precompressione. Ciò al fine di dare alcune indicazioni, utili in progetto, circa il comportamento in esercizio di questi ponti, con particolare riferimento alle cadute dello sforzo di precompressione ed alla redistribuzione delle sollecitazioni per cambiamento dello schema statico.

2 RICHIAMI DI TEORIA DELLA VISCOELASTICITÀ LINEARE

L'analisi delle strutture a vincoli rigidi, viscosamente omogenee, a coefficiente di Poisson costante nel tempo e con schema statico invariabile nel tempo, si basa sui primi due teoremi fondamentali della viscoelasticità lineare, già visti nella prima parte di questo studio [2] e qui richiamati per comodità.

Il *primo teorema della viscoelasticità lineare* stabilisce che se ad una struttura in calcestruzzo, omogeneamente viscosa ed a vincoli rigidi invariabili nel tempo, viene applicato al tempo t_0 un carico permanente, lo stato tensionale da questo provocato si mantiene costante

nel tempo, mentre la deformata iniziale cresce con la *funzione di viscosità* $J(t, t_0)$, operatore di viscosità monoassiale.

Se, successivamente all'applicazione del primo carico, se ne aggiungono altri che permangono nel tempo, la storia tensionale prevede incrementi dipendenti da tali carichi. In tal caso, al generico tempo t si può utilizzare il principio di sovrapposizione degli effetti sommando i vari contributi, in cui le deformazioni conseguenti ad ogni carico applicato, proseguono nel tempo con una diversa funzione di viscosità. La formulazione integrale che fornisce la legge delle deformazioni ed esprime matematicamente quanto asserito dal primo teorema è:

$$\varepsilon_{\sigma}(t) = \sigma_c(t_0)J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) d\sigma_c(\tau) \quad (1)$$

in cui $\sigma_c(t_0)$ è la tensione indotta nel calcestruzzo al tempo di applicazione del carico t_0 ; $\varepsilon_{\sigma}(t)$ è la deformazione dipendente dallo stato tensionale al generico tempo t successivo a t_0 ; $d\sigma_c$ rappresenta l'incremento di tensione dipendente da carichi applicati successivamente a t_0 .

Reciprocamente il *secondo teorema della viscoelasticità lineare* stabilisce che se alla struttura viene applicata una deformazione costante impressa al tempo t_0 , (ad esempio si impone un cedimento anelastico ad un appoggio di una struttura iperstatica) la deformata indotta inizialmente permane nel tempo, mentre lo stato di tensione che insorge nella struttura per la distorsione impressa decresce con la *funzione di rilassamento* $R(t, t_0)$. La formulazione integrale del secondo teorema, che tiene conto di ulteriori incrementi di deformazione $d\varepsilon_{\sigma}$ indotti da successive distorsioni applicate alla struttura, è data dalla relazione:

$$\sigma_c(t) = \varepsilon_{\sigma}(t_0)R(t, t_0) + \int_{t_0}^t R(t, \tau) d\varepsilon_{\sigma}(\tau) \quad (2)$$

in cui $\varepsilon_{\sigma}(t_0)$ è la deformazione elastica iniziale dovuta alla distorsione, che rimane costante nel tempo ed induce lo stato tensionale iniziale.

La funzione $J(t, t_0)$ viene fornita dal modello di viscosità prescelto mediante il *coefficiente di viscosità* $\varphi(t, t_0)$, attraverso l'espressione

$$J(t, t_0) = \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} = \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \right] \quad (3)$$

nella quale $E_c(t_0)$ è il modulo elastico del calcestruzzo al tempo di applicazione del carico; $\varphi_{28}(t, t_0)$ è il coefficiente di viscosità riferito al modulo elastico convenzionale del calcestruzzo a 28 giorni di maturazione E_{c28} . Diversi codici adottati dalle normative internazionali, forniscono differenti modelli di viscosità per il calcestruzzo, espressi tramite il coefficiente di viscosità ottenuto per elaborazione statistica da una grande quantità di risultati sperimentali ma che tuttavia mostrano differenze quantitative di una certa importanza.

La funzione di rilassamento $R(t, t_0)$, invece, non potendo essere ricavata direttamente, si ottiene indirettamente per integrazione numerica di una equazione integrale, a partire dalla funzione di viscosità [2].

Il problema delle strutture di materiale viscoelastico omogeneo in presenza di vincoli elastici è stato trattato in [3] introducendo le funzioni di rilassamento ridotte $R^*(t, t_0)$ che consentono di calcolare le reazioni dei vincoli elastici nel tempo quando la struttura è assoggettata, al tempo t_0 , a carichi applicati costanti ed a deformazioni impresse costanti. Le strutture in calcestruzzo che presentino disomogeneità dovute alla presenza di parti in acciaio

puramente elastiche o con armature metalliche possono essere riguardate come strutture viscoelastiche omogenee con vincoli elastici interni alla struttura in calcestruzzo. Nel caso della precompressione, la fase di tiro dei cavi scorrevoli può essere assimilata ad una deformazione relativa impressa costante, di carattere elastico, tra il cavo risultante d'acciaio ed il calcestruzzo. Lo sforzo nel cavo rappresenta la reazione del vincolo elastico che decresce nel tempo per effetto delle deformazioni differite. Nel caso di un solo vincolo elastico, infatti, imponendo a questo vincolo una distorsione anelastica al tempo t_0 , la legge di variazione delle sollecitazioni nel tempo segue la funzione di rilassamento ridotta $R^*(t, t_0)$, al posto della funzione di rilassamento $R(t, t_0)$, in modo analogo a quanto affermato nel secondo teorema fondamentale della viscoelasticità lineare per strutture viscoelastiche omogenee a vincoli rigidi.

2.1 Cambiamenti di schema statico per aggiunta di vincoli posticipati

Fin qui sono stati illustrati i due teoremi fondamentali della viscoelasticità lineare per il caso di vincoli invariabili nel tempo. Il *terzo teorema* (detto anche principio della parziale acquisizione dello schema statico modificato) si occupa invece di quelle strutture viscosamente omogenee in cui, successivamente all'applicazione del carico, vengono aggiunti ulteriori vincoli. Questi ultimi risultano quindi posticipati rispetto al tempo di applicazione del carico e la struttura si dice "a schema variato". Tale teorema afferma che in una struttura a vincoli rigidi, se al tempo t_1 , successivo al tempo t_0 di applicazione del carico, viene aggiunto un qualunque vincolo, interno od esterno, lo stato di tensione precedente all'applicazione del vincolo si modifica avvicinandosi, a tempo infinito, a quello che sarebbe nato nella struttura, sottoposta allo stesso carico, ma considerata con il vincolo aggiunto fin dall'inizio.

Quando si applica un carico permanente sulla struttura, per il primo teorema le deformazioni aumentano nel tempo a tensione costante. Ma se si aggiunge successivamente un vincolo in un punto della struttura, l'incremento di deformazione viscosa risulta impedito in quel punto vincolato, mentre nel resto della struttura l'incremento procede liberamente. A sua volta il vincolo aggiunto, impedendo le ulteriori deformazioni viscosi che sarebbero nate in sua assenza, causa la nascita di una reazione nella struttura che modifica lo stato tensionale. Ne segue che sia le sollecitazioni che le deformazioni variano nel tempo e nella struttura appare una redistribuzione nello stato tensionale. La reazione del vincolo posticipato aumenta nel tempo, partendo dal valore nullo a t_1 e avvicinandosi a quello dello schema elastico finale a tempo infinito, per il continuo impedimento dell'incremento della deformazione viscosa imposto nella sezione vincolata.

Per trovare le sollecitazioni nella struttura in cui è in atto la redistribuzione degli sforzi, si può operare mediante una combinazione lineare delle sollecitazioni nello schema elastico iniziale e in quello finale, cioè prima e dopo l'aggiunta del vincolo posticipato. I coefficienti di questa combinazione sono i valori della *funzione di redistribuzione* $\xi(t, t_0, t_1)$: essi esprimono, ad ogni tempo t , la percentuale di acquisizione delle sollecitazioni dello schema statico modificato (per $\xi=0$ non c'è redistribuzione mentre per $\xi=1$ l'acquisizione dello schema modificato è totale). La funzione di redistribuzione può essere determinata attraverso il seguente integrale

$$\xi(t, t_0, t_1) = \int_{t_1}^t R(t, \tau) dJ(\tau, t_0) \quad (4)$$

In esso è necessario però conoscere a priori le funzioni $R(t, t_0)$ ricavate a partire dalle funzioni $J(t, t_0)$ fornite dai codici, attraverso l'integrazione numerica di un'equazione integrale di

Volterra.

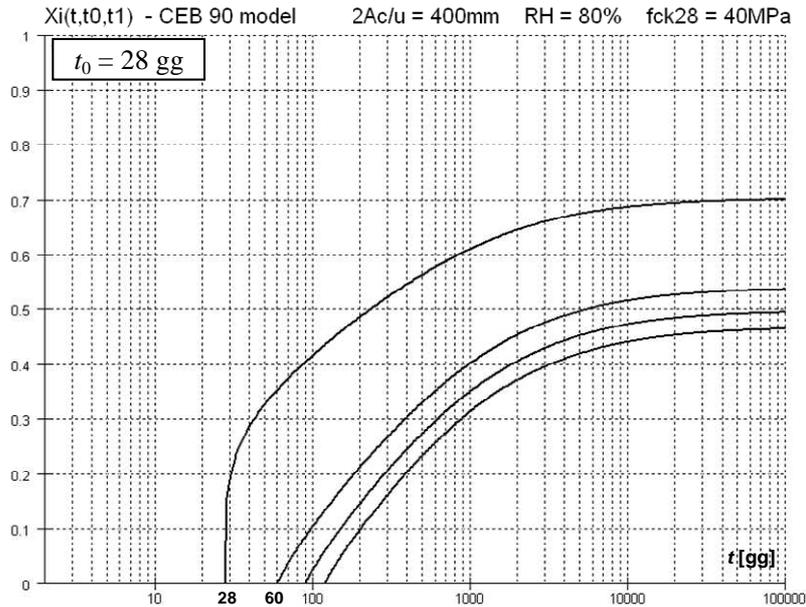


Figura 1: Esempio di funzioni di redistribuzione $\xi(t, t_0, t_1)$ del CEB Model Code 90. $RH=80\%$, $2A_c/u = 400$ mm, $f_{ck} = 40$ MPa per tempo di applicazione del carico $t_0 = 28$ gg. Tempi $t_i = 28, 60, 90, 120$ gg.

Naturalmente, quanto più ritardato è il tempo t_1 di inserimento del vincolo aggiuntivo, tanto più si riduce il valore della funzione ξ ed il regime statico risulta poco influenzato dalla variazione di schema. L'aggiunta del vincolo produce invece il massimo effetto quanto più t_1 è prossimo a t_0 . Per $t_1 = t_0^+$ (cioè per un tempo appena successivo all'applicazione del carico) risulta

$$\xi(t, t_0, t_0^+) = \int_{t_0}^t R(t, \tau) dJ(\tau, t_0) = 1 - \frac{R(t, t_0)}{E_c(t_0)} \quad (5)$$

il cui valore a tempo infinito, per calcestruzzi giovani al tempo di applicazione del carico, si approssima all'unità, cioè al caso di redistribuzione totale. In figura 1 sono mostrate alcune curve di esempio della funzione di redistribuzione per fissato tempo di applicazione del carico t_0 e a diversi valori del tempo t_1 di apposizione del vincolo posticipato, in base a valori fissati dell'umidità relativa $RH\%$, della sezione (attraverso il rapporto tra area e semiperimetro esposto $2A_c/u$) e della resistenza cilindrica del calcestruzzo f_{ck} . La curva definita dalla (5) è illustrata in figura 1 per $t_0 = 28$ gg. Nel capitolo successivo vengono riportate le espressioni delle sollecitazioni e delle deformazioni per aggiunta di uno o più vincoli posticipati.

Per ogni cambiamento di schema statico con aggiunta di uno o più vincoli al tempo t_1 , la funzione di redistribuzione può essere anche determinata, più direttamente, attraverso la soluzione numerica dell'equazione integrale di Volterra [4]:

$$J(t, t_0) - J(t_1, t_0) = \int_{t_1}^t J(t, \tau) d\xi(\tau, t_0, t_1) \quad (6)$$

la quale, pur essendo equivalente alla (4), evita la preventiva determinazione delle funzioni di rilassamento.

Il principio della parziale acquisizione dello schema statico modificato per materiali

viscoelastici è valido strettamente solo per strutture che possono essere considerate omogenee e a vincoli rigidi. Le strutture ordinarie possono in realtà essere considerate omogeneamente viscoso solo trascurando le eterogeneità locali dovute a limitate variazioni delle caratteristiche del calcestruzzo e trascurando la presenza di armature. In particolare per quanto riguarda l'armatura ordinaria e di precompressione nel c.a.p., quando la sua presenza nelle sezioni può essere considerata di poche unità per mille rispetto all'area di calcestruzzo, l'influenza della disomogeneità introdotta dalle armature risulta piccola e può essere trascurata. L'assunto di materiale viscosamente omogeneo può essere accettato quando l'analisi riguarda il comportamento globale a lungo termine della struttura sia per la determinazione delle caratteristiche di sollecitazione che della deformata ad un certo tempo. Viceversa quando si voglia descrivere il campo delle tensioni e delle deformazioni all'interno della sezione, risulta necessaria un'analisi maggiormente accurata e complessa, poiché in quel caso è necessario tenere conto dell'eterogeneità della sezione per la presenza di armature di acciaio o di parti che la costituiscono dovute a getti operati in tempi diversi.

Il terzo teorema della viscoelasticità lineare si generalizza nel quarto teorema per successive aggiunte in tempi diversi di vincoli posticipati all'applicazione del carico, tramite l'introduzione di un valore della funzione di redistribuzione per ogni tempo di applicazione di un vincolo o di un gruppo di vincoli.

Per il caso di cambiamento dello schema statico, attraverso il metodo dell'Age Adjusted Effective Modulus (AAEM) è possibile approssimare l'espressione della funzione di redistribuzione, precedentemente definita attraverso l'equazione integrale (6), ottenendo la seguente relazione, ricavata da Bažant e successivamente riportata e discussa da Chiorino [5]:

$$\xi(t, t_0, t_1) \cong \left(\frac{\varphi(t, t_0) - \varphi(t_1, t_0)}{1 + \chi(t, t_1)\varphi(t, t_1)} \right) \frac{E_c(t_1)}{E_c(t_0)} \quad (7)$$

in cui $\chi(t, t_1)$ è il coefficiente di invecchiamento, il quale può essere approssimato ad un valore pressoché costante e pari a circa 0,8. Il metodo AAEM evita la risoluzione numerica delle equazioni integrali di Volterra permettendo di riscrivere tutte le relazioni fondamentali delle leggi della viscoelasticità lineare tramite espressioni algebriche di più semplice utilizzo per le applicazioni progettuali [2]. Inoltre il metodo algebrico fondato sull'AAEM è risultato molto efficace in presenza di disomogeneità e queste sono connesse alla presenza di parti elastiche collaboranti con parti viscoelastiche omogenee. Numerose applicazioni a casi reali, insieme a numerose simulazioni numeriche [6,7] hanno testato la bontà del metodo.

Un problema differente ma strettamente legato all'introduzione dei vincoli posticipati è quello del cambiamento di schema statico per rimozione di vincoli temporanei. E' ciò che accade quando durante le fasi di costruzione, vengono rimossi puntelli provvisori. Se questo avviene successivamente ad un precedente cambiamento di schema per aggiunta di un vincolo posticipato, la redistribuzione in atto nella struttura, valutata attraverso la funzione $\xi(t, t_0, t_1)$, deve essere opportunamente modificata a causa della rimozione del vincolo temporaneo. Tali casi vengono discussi da Arici e Granata in [8], sia per azioni statiche applicate (carichi permanenti), che per azioni geometriche (distorsioni imposte), sempre attraverso combinazioni lineari di sollecitazioni e deformazioni valutate negli schemi elastici precedenti e seguenti le variazioni di schema statico per aggiunta e rimozione di vincoli.

3 STATI DI SOLLECITAZIONE E DEFORMAZIONE PER CAMBIAMENTO DI SCHEMA STATICO IN PRESENZA DI DEFORMAZIONI DIFFERITE

Si consideri una struttura k volte iperstatica (per $k=0$ la struttura è isostatica). Si applichi al tempo t_0 un'azione permanente, sia essa un carico q dovuto ad esempio al peso proprio, sia essa l'applicazione della precompressione p . In ambedue i casi nascono delle sollecitazioni e delle deformazioni. Se i vincoli sono invariabili nel tempo, per effetto della viscosità, le deformazioni variano. Mentre per i carichi permanenti le sollecitazioni rimangono costanti, per la precompressione esse variano riducendosi nel tempo. Infatti la precompressione a cavi post-tesi, come detto in precedenza, può essere vista come una distorsione applicata in una struttura omogeneamente viscosa con un vincolo elastico interno (il cavo o i cavi di precompressione). Di conseguenza nasce una riduzione delle sollecitazioni nel tempo, che segue la funzione di rilassamento ridotta e che è la causa delle cadute di tensione per effetto dei fenomeni lenti [2].

Nella nota precedente sono stati esaminati e discussi gli effetti prodotti sulle strutture da carichi permanenti e precompressione, valutando gli stati di sollecitazione e deformazione in presenza di deformazioni differite nel caso di vincoli invariabili, cioè di schemi statici che si mantengono invariati. Se invece i vincoli variano per cambiamento di schema statico, la redistribuzione delle sollecitazioni prodotta dai vincoli aggiunti è assai diversa per la precompressione applicata al tempo t_0 , rispetto al caso dei carichi permanenti applicati allo stesso tempo.

Nel seguito verranno esaminati ambedue i casi separatamente e verranno fornite le corrispondenti storie di sollecitazione e deformazione nel tempo, quando si ha variazione dello schema statico per aggiunta di vincoli posticipati.

3.1 Effetti del cambiamento di schema statico sui carichi permanenti

Nel caso di vincoli invariabili nel tempo, la legge che fornisce le sollecitazioni per l'applicazione del carico permanente q , segue il primo teorema, per cui le sollecitazioni rimangono costanti e pari a quelle elastiche iniziali:

$$S^q(t) = S_0^{el,q} \quad (8)$$

essendo $S_0^{el,q}$ la sollecitazione nello schema elastico di riferimento con il carico applicato. La storia delle deformazioni segue invece la funzione di viscosità ed è data dalla relazione:

$$D^q(t) = D_0^{el,q} E_c(t_0) J(t, t_0) \quad (9)$$

Se successivamente all'applicazione del carico q lo schema statico viene modificato aggiungendo alla struttura un ulteriore vincolo, o gruppo di vincoli, posticipato al tempo t_1 , per il terzo teorema si ha una redistribuzione delle sollecitazioni oltre alla modifica dello stato di deformazione. La redistribuzione viene espressa attraverso i valori della funzione $\xi(t, t_0, t_1)$, per cui la storia della generica sollecitazione diventa una combinazione di sollecitazioni elastiche:

$$S^q(t) = S_0^{el,q} + (S_1^{el,q} - S_0^{el,q}) \xi(t, t_0, t_1) \quad (10)$$

in cui $S_1^{el,q}$ è la sollecitazione nello schema elastico modificato con il vincolo aggiunto e con il carico q applicato.

Per il caso di successive aggiunte di r gruppi di vincoli posticipati, attraverso il principio di sovrapposizione degli effetti si può generalizzare la (10):

$$S^q(t) = S_0^{el,q} + \sum_{i=1}^r (S_i^{el,q} - S_{i-1}^{el,q}) \xi(t, t_0, t_i) \quad (11)$$

nella quale è sufficiente conoscere le sollecitazioni in tutti gli schemi elastici i -esimi di riferimento (con l' i -esimo vincolo o gruppo di vincoli aggiunto allo schema precedente ed il carico applicato) nonché i valori della funzione di redistribuzione riferita a tutti i tempi t_i di successiva modifica dello schema statico.

Per quanto riguarda le deformazioni, nel caso di singola aggiunta al tempo t_1 , si ha, per ogni tempo $t > t_1$, le due espressioni equivalenti:

$$\begin{aligned} D^q(t) &= D_0^{el,q} E_c(t_0) J(t_1, t_0) + D_1^{el,q} E_c(t_0) [J(t, t_0) - J(t_1, t_0)] = \\ &= D_0^{el,q} E_c(t_0) J(t, t_0) + (D_1^{el,q} - D_0^{el,q}) E_c(t_0) [J(t, t_0) - J(t_1, t_0)] \end{aligned} \quad (12a,b)$$

Il primo termine della (12a) mostra che, con la modifica dello schema statico, il progresso proporzionale delle deformazioni differite a partire dallo schema iniziale si arresta poiché nel punto vincolato non sono più consentiti gli incrementi di deformazione viscosa. Il secondo termine mostra invece che lo stato di deformazione procede, a partire dal tempo t_1 di aggiunta del vincolo, con riferimento allo schema variato.

Per successive modifiche dello schema statico, anche la (12b) può essere generalizzata nella forma:

$$D^q(t) = D_0^{el,q} E_c(t_0) J(t, t_0) + \sum_{i=1}^r (D_i^{el,q} - D_{i-1}^{el,q}) E_c(t_0) [J(t, t_0) - J(t_i, t_0)] \quad (13)$$

Inoltre, introducendo l'espressione approssimata (7) del metodo AAEM al posto della funzione di redistribuzione ed il coefficiente di viscosità definito attraverso la (3) al posto della funzione $J(t, t_0)$, per la storia delle sollecitazioni (10) si ottiene:

$$S^q(t) = S_0^{el,q} + (S_1^{el,q} - S_0^{el,q}) \left(\frac{\varphi(t, t_0) - \varphi(t_1, t_0)}{1 + \chi(t, t_1) \varphi(t, t_1)} \right) \frac{E_c(t_1)}{E_c(t_0)} \quad (14)$$

con riferimento ad una sola variazione di schema statico al tempo t_1 . Per la storia delle deformazioni (12) si ottiene invece:

$$D^q(t) = D_0^{el,q} [1 + \varphi(t_1, t_0)] + D_1^{el,q} [\varphi(t, t_0) - \varphi(t_1, t_0)] \quad (15)$$

3.2 Effetti del cambiamento di schema statico sulla precompressione

Per quanto riguarda la precompressione, nella parte I di questo studio è stata fornita l'espressione delle cadute di sforzo per effetto della sola viscosità e degli ulteriori fenomeni lenti dovuti al ritiro del calcestruzzo ed al rilassamento dell'acciaio preteso. Considerando il coefficiente maggiorativo α_p che tiene conto di tutti i fenomeni lenti e della contemporanea presenza del momento dovuto al peso proprio ed all'eventuale iperstatica di precompressione, la relazione che fornisce la storia delle sollecitazioni, nel caso di vincoli invariabili nel tempo [2], si può scrivere nella forma:

$$S^p(t) = S_0^{el,p} - S_0^{el,p} \alpha_p \left[1 - \frac{R^*(t, t_0)}{E_c(t_0)} \right] \quad (16)$$

in cui $S_0^{el,p}$ è la sollecitazione nello schema elastico di riferimento con la precompressione applicata, il secondo termine rappresenta l'effetto delle cadute di tensione dovute ai fenomeni lenti e $R^*(t, t_0)$ è la funzione di rilassamento ridotta [3]. Il coefficiente $\alpha_p > 1$, introdotto nella (16) e costante nel tempo, esprime la maggiorazione delle cadute di sforzo, rispetto a quelle per sola viscosità, dovuta ai contributi di ritiro, rilassamento, peso proprio e momento iperstatico di precompressione. Esso è eguale all'unità ($\alpha_p=1$) solo nel caso in cui si consideri la caduta di sforzo per sola viscosità e l'azione della sola precompressione. La definizione di α_p è:

$$\alpha_p = \left[1 + \left(\frac{M_d}{P_0 \cdot e} + \frac{M_p}{P_0 \cdot e} \right) (k_p - 1) + \frac{\varepsilon_{sh}(\infty)}{\varphi(\infty, t_0)} \frac{E_c A_c}{P_0} + \frac{f'_{re}(\infty)}{\varphi(\infty, t_0)} \frac{A_c}{n_0 P_0} \right] \frac{1}{k_p} \quad (17)$$

in cui $n_0 = E_p/E_c(t_0)$ è il rapporto tra i moduli elastici dell'acciaio e del calcestruzzo; $\rho_p = A_p/A_c$ è il rapporto tra le aree di acciaio e di calcestruzzo nella sezione; $k_p = 1 + e^2/r_c^2$ è il contributo dovuto all'eccentricità e del cavo rispetto al baricentro della sezione, essendo r_c il raggio d'inerzia della sezione di calcestruzzo; M_d è il momento flettente per peso proprio e carichi permanenti contemporaneamente agenti ed antagonisti alla precompressione; M_p è il momento flettente iperstatico della precompressione (per il caso isostatico $M_p = P_0 \cdot e$); $\varepsilon_{sh}(\infty)$ è la deformazione da ritiro della fibra di calcestruzzo a tempo infinito; $f'_{re}(\infty)$ è la variazione di tensione nell'armatura di precompressione per il rilassamento ridotto, a tempo infinito.

Mola [9] fornisce una relazione analoga alla (16) a partire dagli stessi concetti illustrati precedentemente, in cui il cavo è considerato un vincolo elastico interno alla struttura, discutendo il ruolo del momento flettente dovuto al peso proprio. Viene invece valutato in maniera differente il contributo del rilassamento dell'acciaio preteso, assumendo il valore $f'_{re}(\infty)$ come una perdita istantanea che si esaurisce all'atto della pretensione dei cavi. Ciò può risultare utile per disaccoppiare i fenomeni lenti nel calcestruzzo (ritiro e viscosità) da quelli nell'acciaio, in quanto essi presentano un'interazione di carattere non lineare.

L'espressione che fornisce la storia delle deformazioni (in particolare per la valutazione degli spostamenti verticali), nel caso di vincoli invariabili nel tempo, è data dalla (ved. la relazione (36) di [2]):

$$D^p(t) = D_0^{el,p} E_c(t_0) J(t, t_0) + D_0^{el,p} \alpha_p \left\{ 1 - E_c(t_0) J(t, t_0) + \frac{1}{n_0 \rho_p k_p} \left[1 - \frac{R^*(t, t_0)}{E_c(t_0)} \right] \right\} \quad (18)$$

in cui il primo termine a secondo membro fornisce la variazione delle deformazioni per il carico equivalente alla precompressione mentre il secondo termine è il contributo delle cadute di tensione.

Nel caso in cui intervenga, dopo l'applicazione della precompressione a t_0 , un cambiamento di schema statico al tempo t_1 per aggiunta di un vincolo posticipato, inizia anche in questo caso una redistribuzione delle sollecitazioni, le quali variavano prima dell'introduzione del vincolo solo per effetto delle cadute. L'entità di tale redistribuzione si può valutare scrivendo l'incremento di deformazione viscosa che ci sarebbe stato nel punto vincolato, se il vincolo posticipato non fosse stato inserito nella struttura. La deformazione impedita origina delle forze interne che sono responsabili della redistribuzione, analogamente

a quanto accade nella struttura omogenea per un carico applicato, secondo il terzo teorema della viscoelasticità lineare. L'unica differenza in questo caso è che precedentemente all'apposizione del vincolo ed anche nei tempi successivi, intervengono le cadute di tensione.

Attraverso la (18) si può valutare la variazione di deformazione viscosa, impedita nel punto vincolato, a partire dal tempo t_1 di apposizione del vincolo e che si riferisce alla sola parte delle cadute di tensione. Tale variazione di deformazione viscosa è espressa dalla relazione:

$$D^p(t) - D^p(t_1) = -D_0^{el,p} \alpha_p E_c(t_0) [J(t, t_0) - J(t_1, t_0)] - \frac{D_0^{el,p} \alpha_p}{n_0 \rho_p k_p} \left[\frac{R^*(t, t_0)}{E_c(t_0)} - \frac{R^*(t_1, t_0)}{E_c(t_0)} \right] \quad (19)$$

Nella (19) il primo termine a secondo membro dà origine alla funzione di redistribuzione $\xi^*(t, t_0, t_1)$ definita dalla (6) e amplificata attraverso il coefficiente α_p , $\xi^*(t, t_0, t_1) = \alpha_p \xi(t, t_0, t_1)$, mentre il secondo termine dà origine ad un ulteriore coefficiente di redistribuzione $\vartheta^*(t, t_0, t_1)$ che modifica la funzione di redistribuzione valida per carichi costanti nel tempo. Il coefficiente di redistribuzione $\vartheta^*(t, t_0, t_1)$ è definito dalla relazione integrale:

$$\frac{1}{n_0 \rho_p k_p} \left[\left(1 - \frac{R^*(t, t_0)}{E_c(t_0)} \right) - \left(1 - \frac{R^*(t_1, t_0)}{E_c(t_0)} \right) \right] = \int_{t_1}^t J(t, \tau) d\vartheta^*(\tau, t_0, t_1) \quad (20)$$

e la sua espressione viene fornita dalla relazione

$$\vartheta^*(t, t_0, t_1) = - \frac{1}{n_0 \rho_p k_p} \frac{\frac{R^*(t, t_0)}{E_c(t_0)} - \frac{R^*(t_1, t_0)}{E_c(t_0)}}{1 + \chi(t, t_1) \Phi(t, t_1)} \frac{E_c(t_1)}{E_c(t_0)} \quad (21)$$

La (21) dipende dai valori della funzione di rilassamento ridotta, la quale deve essere valutata sia al tempo di applicazione del vincolo posticipato t_1 che al tempo desiderato t in cui si voglia conoscere la percentuale di redistribuzione delle sollecitazioni. Ciò implica una procedura di integrazione numerica per la determinazione della funzione di rilassamento ridotta, secondo quanto illustrato nella Parte I. E' però possibile fare ricorso all'espressione algebrica della funzione di rilassamento ridotta tramite il metodo AAEM (ved. relazione (25) di [2]):

$$1 - \frac{R^*(t, t_0)}{E_c(t_0)} = \frac{n_0 \rho_p k_p \Phi(t, t_0)}{1 + n_0 \rho_p k_p [1 + \chi(t, t_0) \Phi(t, t_0)]} \quad (22)$$

ottenendo una formulazione approssimata di grande utilità per le pratiche applicazioni:

$$\vartheta^*(t, t_0, t_1) = \frac{E_c(t_1)/E_c(t_0)}{1 + \chi(t, t_1) \Phi(t, t_1)} \left[\frac{\Phi(t, t_0)}{1 + n_0 \rho_p k_p [1 + \chi(t, t_0) \Phi(t, t_0)]} - \frac{\Phi(t_1, t_0)}{1 + n_0 \rho_p k_p [1 + \chi(t_1, t_0) \Phi(t_1, t_0)]} \right] \quad (23)$$

La legge delle sollecitazioni, dopo il cambiamento di schema statico, diventa quindi:

$$S^p(t) = S_0^{el,p} \left[1 - \alpha_p \left(1 - \frac{R^*(t_1, t_0)}{E_c(t_0)} \right) \right] + (S_1^{el,p} - S_0^{el,p}) \left[(1 - \alpha_p) \xi(t, t_0, t_1) + \alpha_p \vartheta^*(t, t_0, t_1) \right] \quad (24)$$

in cui il primo termine rappresenta le sollecitazioni indotte dalla precompressione prima del cambiamento di schema statico mentre il secondo termine fornisce la variazione delle sollecitazioni per effetto del vincolo posticipato; l'ultimo termine dipende quindi sia dallo

schema elastico iniziale che da quello modificato.

A seguito dell'introduzione del vincolo posticipato, la legge delle deformazioni indotte dalla precompressione diventa:

$$\begin{aligned}
 D^p(t) = & D_0^{el,p} \left[\alpha_p + (1 - \alpha_p) E_c(t_0) J(t, t_0) + \frac{\alpha_p}{n_0 \rho_p k_p} \left(1 - \frac{R^*(t, t_0)}{E_c(t_0)} \right) \right] + \\
 & + (D_1^{el,p} - D_0^{el,p}) \left[(1 - \alpha_p) E_c(t_0) (J(t, t_0) - J(t_1, t_0)) - \frac{\alpha_p}{n_0 \rho_p k_p} \left(\frac{R^*(t, t_0)}{E_c(t_0)} - \frac{R^*(t_1, t_0)}{E_c(t_0)} \right) \right]
 \end{aligned} \quad (25)$$

Le relazioni (24) e (25) forniscono dunque le storie di sollecitazione e deformazione nel tempo per la precompressione e tengono conto sia dello sforzo di precompressione iniziale che delle successive cadute per fenomeni lenti nel tempo. Tali relazioni, possono essere riscritte in forma algebrica utilizzando il metodo AAEM, attraverso le espressioni (3), (7) e (22). Di conseguenza, la relazione (24) che fornisce la storia di sollecitazione, diventa:

$$\begin{aligned}
 S^p(t) = & S_0^{el,p} \left[1 - \frac{\alpha_p n_0 \rho_p k_p \varphi(t, t_0)}{1 + n_0 \rho_p k_p [1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)]} \right] + (S_1^{el,p} - S_0^{el,p}) \left[(1 - \alpha_p) \left(\frac{\varphi(t, t_0) - \varphi(t_1, t_0)}{1 + \chi(t, t_1) \varphi(t, t_1)} \right) \frac{E_c(t_1)}{E_c(t_0)} \right] + \\
 & + (S_1^{el,p} - S_0^{el,p}) \frac{\alpha_p E_c(t_1) / E_c(t_0)}{1 + \chi(t, t_1) \varphi(t, t_1)} \left[\frac{\varphi(t, t_0)}{1 + n_0 \rho_p k_p [1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)]} - \frac{\varphi(t_1, t_0)}{1 + n_0 \rho_p k_p [1 + \chi(t_1, t_0) \varphi(t_1, t_0)]} \right]
 \end{aligned} \quad (26)$$

mentre la relazione (25) che fornisce la storia di deformazione diventa:

$$\begin{aligned}
 D^p(t) = & D_0^{el,p} + D_0^{el,p} \left[(1 - \alpha_p) + \frac{\alpha_p}{1 + n_0 \rho_p k_p [1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)]} \right] \varphi(t, t_0) + \\
 & + (D_1^{el,p} - D_0^{el,p}) \left[(1 - \alpha_p) (\varphi(t, t_0) - \varphi(t_1, t_0)) \right] + \\
 & + (D_1^{el,p} - D_0^{el,p}) \left[\alpha_p \left(\frac{\varphi(t, t_0)}{1 + n_0 \rho_p k_p [1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)]} - \frac{\varphi(t_1, t_0)}{1 + n_0 \rho_p k_p [1 + \chi(t_1, t_0) \varphi(t_1, t_0)]} \right) \right]
 \end{aligned} \quad (27)$$

Il valore dei momenti M_d per peso proprio che è stato introdotto nella (17) per la valutazione del coefficiente correttivo α_p , influenza notevolmente le cadute di precompressione. In realtà tale valore di momento può variare durante la vita della struttura, ad esempio per effetto di carichi permanenti applicati ad un tempo successivo alla messa in tensione dei cavi. E' il caso dei carichi permanenti aggiuntivi dovuti alla pavimentazione ed alle finiture del ponte. Tadros e Ghali tengono conto di questo ulteriore contributo valutando le cadute di precompressione prima e dopo l'applicazione dei carichi permanenti aggiuntivi, attraverso le medesime relazioni in cui viene però introdotto un diverso valore di momento M_d [10]. Per quanto visto sopra ciò equivale alla modifica del coefficiente correttivo α_p a seguito dell'applicazione dei nuovi carichi permanenti, tenendo conto del nuovo valore di momento flettente per il totale dei carichi applicati. E' dunque possibile determinare le cadute fino al tempo di applicazione dei carichi permanenti aggiuntivi con un valore del coefficiente α_p . Successivamente si modifica α_p in relazione al nuovo valore di momento M_d e si valutano le ulteriori cadute; la somma dei due contributi fornisce il valore totale di cadute che tiene conto correttamente della variazione di momento per carichi permanenti associato alla precompressione.

Un problema diverso è invece dovuto all'introduzione di ulteriore precompressione successiva a quella di prima fase. E' il caso dei ponti a trave continua costruiti per sbalzi successivi, in cui la precompressione di prima fase è quella superiore, antagonista del momento negativo, mentre quella di seconda fase è la precompressione di continuità in zona inferiore al centro della campata. In tal caso le cadute della precompressione di seconda fase vanno valutate con un diverso coefficiente α_p che dipende dal tempo di introduzione della precompressione aggiuntiva sullo schema finale. La precompressione di continuità può essere trattata esattamente come la precompressione di prima fase, valutando le cadute ad essa associata in maniera analoga a quanto fatto in precedenza, tenendo presente soltanto che essa interviene in un momento successivo, con un diverso valore delle funzioni di viscosità, della quantità di armatura pretesa e conseguentemente di un coefficiente α_p appropriato. Le sollecitazioni e le deformazioni associate alla precompressione di continuità nei ponti costruiti a sbalzo, possono essere trovate semplicemente attraverso le relazioni (16), (17) e (18), in quanto si riferiscono a sforzi di precompressione indotti successivamente al cambiamento di schema statico. Naturalmente in questo caso il tempo di applicazione dell'azione di precompressione sarà diverso dal precedente valore di t_0 associato alla precompressione di prima fase ed al peso proprio, in quanto la precompressione di continuità viene applicata successivamente al tempo t_1 di aggiunta del vincolo posticipato. La sovrapposizione delle sollecitazioni e delle deformazioni indotte da peso proprio e precompressione di prima fase (modificate attraverso la funzione di redistribuzione) con quelle indotte da carichi permanenti aggiuntivi e precompressione di continuità (valutate direttamente sullo schema statico modificato), forniscono la soluzione del problema relativo alle deformazioni differite nella vita di servizio della struttura.

Il momento dovuto alla precompressione di continuità influenza il valore delle cadute della precompressione iniziale di prima fase, modificandole. Si tratta di un meccanismo di interazione tra le sollecitazioni applicate in tempi diversi ma rimane sempre valida la possibilità di tenerne conto attraverso un'eventuale modifica iterativa dei coefficienti α_p .

Quanto fin qui esposto mostra una differenza sostanziale nel considerare l'effetto delle deformazioni differite su sollecitazioni e deformazioni della struttura per la precompressione rispetto a quanto visto per il peso proprio, in particolare per il ruolo giocato dalle cadute nel cambio di schema statico e quindi nella redistribuzione delle sollecitazioni. Generalmente nel progetto si tende a considerare peso proprio e precompressione semplicemente come carichi che hanno sulla struttura effetti opposti, per cui si pensa che un bilanciamento dei carichi verticali permanenti tramite la precompressione sia sufficiente a ridurre al minimo gli effetti viscosi. Quando non si hanno variazioni di schema statico e si tiene conto correttamente delle cadute, tale affermazione risulta sufficientemente adeguata. Quando invece si ha una variazione di schema statico per aggiunta di un vincolo posticipato, la differente redistribuzione dei carichi permanenti rispetto alla precompressione per effetto delle cadute di tensione, genera uno stato di sollecitazione maggiormente complesso. In tale situazione generalmente i momenti di peso proprio recuperano maggiormente il valore dello schema statico modificato rispetto alla precompressione. Ciò implica per esempio un incremento di spostamento verso il basso nella mezzeria della campata di un ponte a travata e quindi la preponderanza delle deformazioni lente indotte dal peso proprio rispetto a quelle indotte dalla precompressione. Questa circostanza risulta importante per la prevenzione di frecce eccessive a lungo termine e per la determinazione delle monte di costruzione da assegnare ai vari elementi strutturali.

In alcuni ponti costruiti per sbalzi successivi, l'incremento di spostamenti verticali verso il

basso è risultata molto evidente, come ad esempio nel ponte sul rio Sinigo e nel ponte di Palau [11,12], i quali presentavano cerniera in mezzeria e quindi erano privi della precompressione inferiore di continuità. In tal caso la deformazione verso il basso per peso proprio aumenta e la precompressione non è in grado di contrastare efficacemente l'incremento di deformazione viscosa. Nei ponti con incastro interno (concio di sutura) tale effetto è invece ridotto dalla precompressione inferiore introdotta dopo la chiusura in mezzeria e quindi successivamente alla variazione di schema statico. Essa induce spostamenti verso l'alto che risultano efficaci per limitare l'incremento di spostamenti verso il basso dovuti ai carichi permanenti. Mola [9] discute l'effetto dei carichi permanenti sulle cadute di precompressione in base al rapporto tra momento flettente dei pesi e momento di precompressione. Si vede come un bilanciamento perfetto tra i due valori riduca gli effetti viscosi sulla struttura, in assenza della variazione di schema statico. A tal proposito vengono riportate anche alcune valutazioni in funzione del grado di precompressione introdotto nella struttura, nonché del rapporto tra carichi permanenti e carichi variabili, in quanto la precompressione viene normalmente dimensionata sul valore di tensione massima introdotta dai carichi totali nelle sezioni maggiormente sollecitate.

Un ulteriore effetto che bisogna considerare poi è l'influenza della posizione dei cavi sull'incremento di deformazione. Nelle grandi strutture costruite a sbalzo, i cavi disposti superiormente nelle zone intermedie tra gli appoggi e la mezzeria della campata, possono influenzare il campo di spostamenti inducendo un incremento delle frecce in mezzeria. Una idonea ottimizzazione della posizione degli ancoraggi dei cavi di precompressione superiore, come dimostrato da Kristek [13], è in grado di ridurre fortemente tale effetto negativo per ponti a campate molto lunghe.

Un'altra problematica che può indurre incrementi di freccia considerevoli nei ponti a cassone di maggiori luci viene inoltre attribuito da alcuni studiosi al creep non uniforme che si presenta all'interno delle sezioni quando essa è costituita da elementi in calcestruzzo con spessori molto differenti (soletta superiore e inferiore, anime) e con forti variazioni dimensionali lungo lo sviluppo longitudinale dell'impalcato [11,14]. In tal caso si è visto che lo sviluppo iniziale delle deformazioni differite presenta un incremento limitato delle frecce, ma i successivi fenomeni di non linearità inducono nel tempo un incremento sempre maggiore degli spostamenti, per effetto di un significativo fenomeno di migrazione delle tensioni nelle sezioni di impalcato.

Alcune valutazioni utili in fase di progetto, riguardanti i ponti a travata continua con variazione di schema statico, sono riportate da Mola [9] e da Corres [15].

4 APPLICAZIONE NUMERICA

Allo scopo di illustrare l'influenza della viscosità nel caso reale di un ponte costruito per sbalzi successivi e quindi con modifica di schema statico, si applicano nel seguito le relazioni sopra viste per carichi permanenti e precompressione.

Si consideri un ponte in cemento armato precompresso, la cui geometria è illustrata in figura 2 insieme alla distribuzione dei cavi di precompressione. L'impalcato è costituito da un numero elevato di campate di uguale luce ($L=76$ m) che viene costruito per sbalzi successivi. Al fine di operare un confronto con dati di letteratura, il ponte è uguale a quello presentato da Hedjazi et al. [16]. Nello studio citato sono state proposte alcune soluzioni rapide ed affidabili per la valutazione degli stati di sollecitazione e di deformazione nei ponti in c.a.p. costruiti a sbalzo. Le relazioni proposte sono basate sul metodo AAEM e vengono confrontate con

accurate analisi eseguite utilizzando il metodo degli elementi finiti. Ogni semicampata è costituita da dieci conci prefabbricati di uguale lunghezza. Il concio di chiusura è lungo 3 m e viene gettato in situ. L'altezza della sezione è costante lungo tutto il ponte ma la legge di variazione dello spessore della soletta inferiore è lineare con minimo di 23 cm in campata e massimo di 76 cm in corrispondenza della pila. La percentuale media di acciaio di precompressione superiore e inferiore è $\rho_p^{\text{sup}} = A_p^{\text{sup}}/A_c = 0.006$, $\rho_p^{\text{inf}} = A_p^{\text{inf}}/A_c = 0.0004$. La sezione media rispetto alla quale è stata valutata la caduta media di tensione ha area $A_c = 10.23 \text{ m}^2$ e momento d'inerzia rispetto al baricentro $I_c = 18.9 \text{ m}^4$, con eccentricità media superiore $e_s = 1.326 \text{ m}$. I carichi agenti considerati nell'analisi sono il peso proprio e la precompressione superiore prima della chiusura, la precompressione inferiore dopo la chiusura. Le caratteristiche di sollecitazione e gli spostamenti verticali sono stati valutati attraverso le relazioni viste precedentemente.

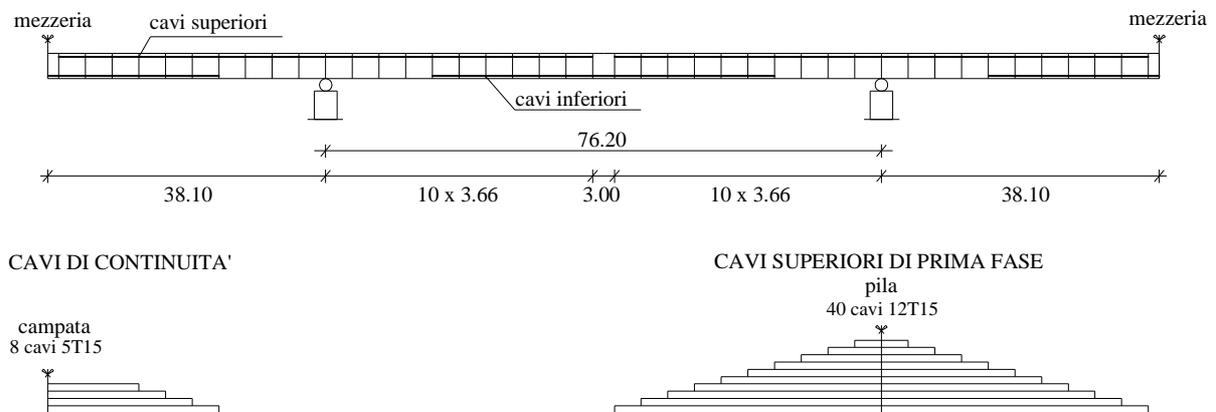


Figura 2: Geometria del ponte di esempio. Tratto da [16].

Le fasi di costruzione considerate ed i relativi tempi sono:

- costruzione per sbalzi successivi: da 20 a 40 giorni a partire dalla data di getto; il tempo medio di riferimento per le due stampelle, costruite contemporaneamente ed omogenee, è dunque $t_0 = 30 \text{ gg}$;
- chiusura in mezzeria: getto del concio di sutura in chiave e maturazione di 7 gg. Cambiamento di schema statico a $t_1 = 45 \text{ gg}$. Contemporanea messa in tensione dei cavi di continuità.

Le analisi numeriche sono state effettuate con tre modelli di viscosità (ACI209-92, CEB Model Code 90, B3) con i seguenti parametri: $RH = 80\%$, $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$, $h = 2A_c/u = 600$.

In figura 3 vengono riportati i diagrammi dei momenti flettenti di peso proprio e precompressione superiore per una stampella simmetrica rispetto alla pila. Lo schema iniziale elastico (schema 0) è quello isostatico della stampella completata, mentre lo schema elastico modificato (schema 1) è quello di trave continua con vincolo di incastro interno nella mezzeria della campata. Le leggi delle sollecitazioni nel tempo sono date dalla (14) per il peso proprio e dalla (26) per la precompressione superiore. Per semplicità e al fine di mettere in evidenza gli effetti del solo cambiamento di schema statico su peso proprio e precompressione, vengono presentati di seguito soltanto i risultati relativi a queste due azioni.

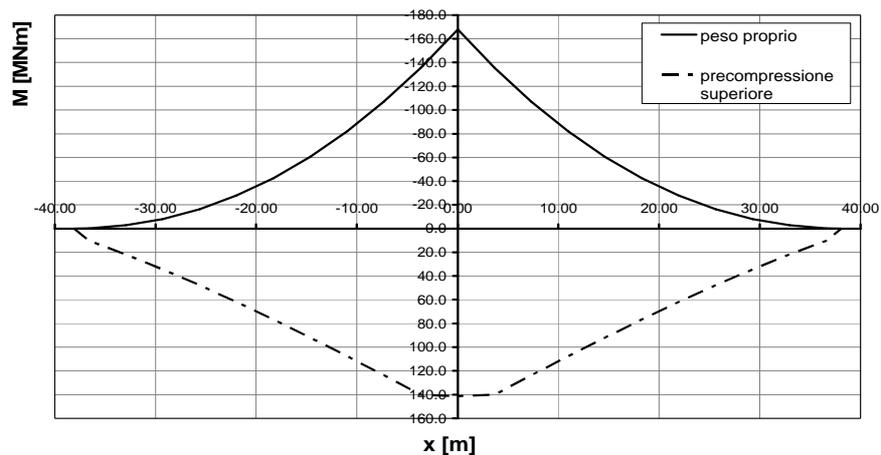


Figura 3: Diagrammi dei momenti flettenti per peso proprio e precompressione superiore a stampella completata.

Il valore di $t = \infty$ corrisponde, per questo studio, a $t = 30$ anni. I valori dei parametri necessari per la valutazione di sollecitazioni e spostamenti sono:

ACI209-92:

$$J(\infty, t_0) = 0.000129887, J(t_1, t_0) = 0.000067211$$

$$R^*(\infty, t_0)/E_c(t_0) = 0.852, R^*(t_1, t_0)/E_c(t_0) = 0.978$$

$$\alpha_p = 1.774, \xi(\infty, t_0, t_1) = 0.56, \vartheta^*(\infty, t_0, t_1) = 0.44$$

CEB MC90:

$$J(\infty, t_0) = 0.000069991, J(t_1, t_0) = 0.000039324$$

$$R^*(\infty, t_0)/E_c(t_0) = 0.921, R^*(t_1, t_0)/E_c(t_0) = 0.967$$

$$\alpha_p = 2.004, \xi(\infty, t_0, t_1) = 0.52, \vartheta^*(\infty, t_0, t_1) = 0.45$$

Modello B3:

$$J(\infty, t_0) = 0.000095340, J(t_1, t_0) = 0.000043179$$

$$R^*(\infty, t_0)/E_c(t_0) = 0.871, R^*(t_1, t_0)/E_c(t_0) = 0.944$$

$$\alpha_p = 1.529, \xi(\infty, t_0, t_1) = 0.67, \vartheta^*(\infty, t_0, t_1) = 0.55$$

Come si vede, i valori dei parametri nei vari modelli sono differenti, specialmente per quanto riguarda la funzione di viscosità, la funzione di redistribuzione ed il coefficiente correttivo delle cadute di tensione.

La figura 4 riporta il diagramma dei momenti flettenti per peso proprio + precompressione superiore, a $t = 30$ anni, per i tre diversi modelli di viscosità adottati. Essi tengono conto della redistribuzione delle sollecitazioni per cambiamento di schema statico sia per il peso proprio con la relazione (14), che per la precompressione, comprese le cadute per viscosità, ritiro e rilassamento, con la relazione (26).

Dal confronto dei diagrammi ottenuti tramite le relazioni proposte in questo studio con la soluzione data dalle relazioni fornite in [16] da Hedjazi, si possono notare variazioni significative di momento flettente solo sulle sezioni di testa pila e, in minor misura, di mezzaria.

Ciò può risultare importante per la valutazione delle tensioni di esercizio e della precompressione inferiore. Si tenga conto comunque che la precompressione inferiore viene

dimensionata prevalentemente sul valore di momento flettente in campata dovuto ai carichi mobili, che è in genere il più penalizzante per la trave continua in esercizio.

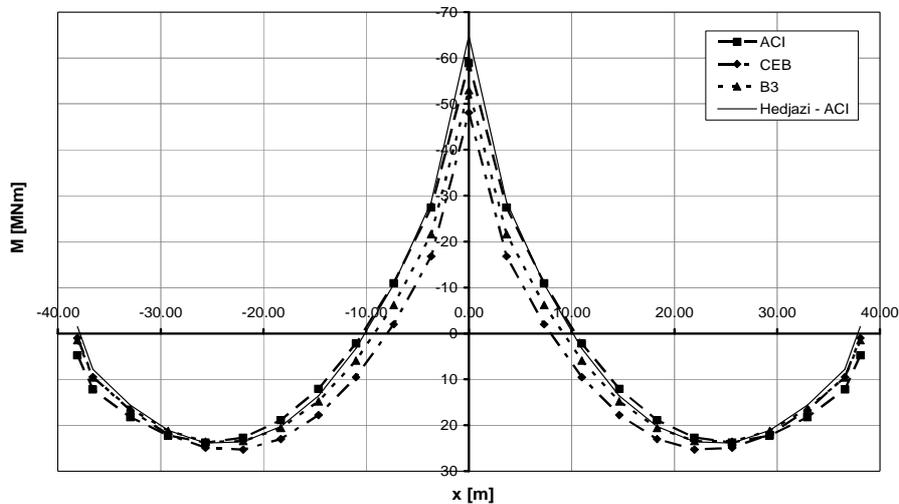


Figura 4: Diagrammi dei momenti flettenti di peso proprio e precompressione per diversi modelli di viscosità, a $t=30$ anni.

In figura 5 è mostrata la deformata a $t = 30$ anni per i tre modelli di viscosità adottati, utilizzando la relazione (15) per il peso proprio e la relazione (27) per la precompressione. Si può notare come lo scostamento tra le soluzioni fornite dai diversi modelli sia importante, allontanandosi, in alcuni casi anche di molto, dalla soluzione fornita da Hedjazi.

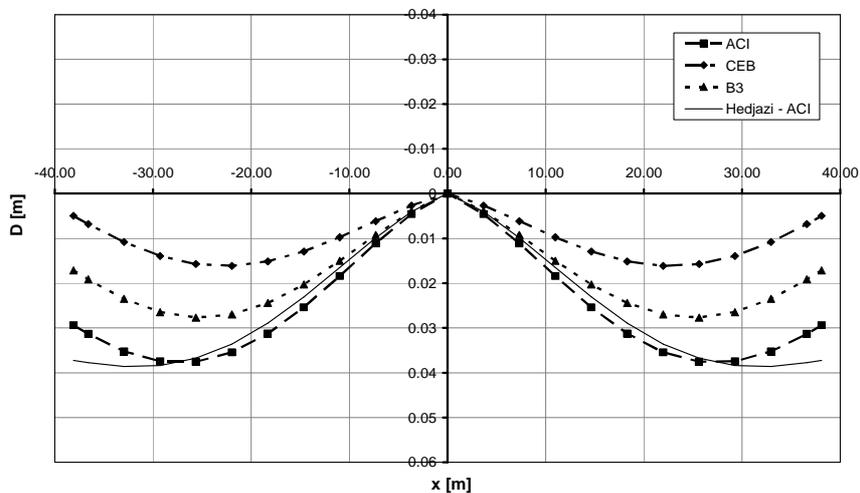


Figura 5: Deformate per peso proprio + precompressione, per diversi modelli di viscosità a $t=30$ anni.

Naturalmente questa va considerata come la deformata base a $t=30$ anni, risultato dell'evoluzione degli spostamenti a partire dalla fine costruzione, considerato il cambiamento di schema statico. A questa va sommato successivamente il contributo, in riduzione, degli spostamenti verticali dovuti alla precompressione inferiore ed il contributo, in aumento, per effetto dei carichi permanenti aggiuntivi, nonché le frecce per i carichi variabili. E' quindi necessario considerare sempre il caso più sfavorevole tra quelli illustrati in figura 5, per la

valutazione delle monte di costruzione, al fine di ottenere in esercizio a tempo infinito, la configurazione geometrica desiderata.

5 CONCLUSIONI

E' stato presentato uno studio sugli effetti della viscosità nei ponti in cemento armato precompresso costruiti per fasi successive, in cui intervengano cambiamenti di schema statico. E' stato considerato sia il contributo dei carichi permanenti che della precompressione ed è stata valutata l'influenza delle cadute dello sforzo di precompressione per fenomeni lenti, includendo anche il ritiro del calcestruzzo ed il rilassamento dell'acciaio. Sono state fornite le leggi di variazione nel tempo delle sollecitazioni e degli spostamenti, sulla base dei principi della viscoelasticità lineare con invecchiamento, utilizzando anche il metodo approssimato AAEM. E' stata discussa inoltre la differente influenza dei fenomeni differiti nel caso di carichi permanenti applicati alla struttura e nel caso di precompressione, in presenza di variazione dello schema statico per aggiunta di vincoli posticipati. I concetti illustrati sono stati applicati al caso-studio della costruzione per sbalzi successivi di un ponte a trave continua e sono stati confrontati con dati di letteratura.

BIBLIOGRAFIA

- [1] M. Arici, M.F. Granata, "Valutazione della sicurezza in esercizio di un ponte ad arco-portale costruito per conci", *Industrie manufatti cementizi*, **1**, 40-57 (2008).
- [2] M. Arici, M.F. Granata, P. Margiotta, "L'influenza dei fenomeni lenti nella costruzione e nell'esercizio dei ponti in c.a.p. Parte I: Basi teoriche.", *Meccanica dei Materiali e delle Strutture*, **1**(1), 36-54 (2009).
- [3] M.A. Chiorino, G. Creazza, F. Mola, P. Napoli, "Analysis of Aging Viscoelastic Structures with n-Redundant Elastic Restraints", *Fourth RILEM International Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete: Mathematical Modelling*, Z.P. Bažant ed., Northwestern University, Evanston, 623-644 (1986)
- [4] M.A. Chiorino, "A Rational Approach to the Analysis of Creep Structural Effects" in: *Shrinkage and Creep of Concrete*, Gardner & Weiss ed., ACI SP-227, 107-141 (2005)
- [5] M.A. Chiorino, M. Sassone, "Stress Redistributions in Concrete Structures after hanges in the Static Scheme: A Comparison Between Theoretical and Approximate Solutions", *Proceedings of the 2nd fib International Congress held in Naples, Italy*, Vol. 1, pp. 286-287 e CD. (2006)
- [6] Z.P. Bažant, L.J.Najjar, "Comparison of Approximate Linear Methods for Concrete Creep", *Journal of the Structural Division ASCE*, **99**, ST9, 1851-1874, (1973)
- [7] W.H. Dilger, "Methods of Structural Creep Analysis, Creep and Shrinkage" in *Concrete Structures*, Z.P. Bažant e F.Wittman ed., John Wiley e Sons, New York (1982)
- [8] M. Arici, M.F. Granata, "Removal of temporary supports and creep effects in the sequential construction of bridges" in Chiorino-Gardner, *Structural Implication of Shrinkage and Creep of Concrete*, ACI SP246-3, 37-51 (2007)
- [9] F. Mola, "Gli effetti della viscosità nei ponti a travata continua. Evoluzione degli schemi strutturali", in *Ponti e Viadotti: concezione, progetto, analisi e gestione*, Pitagora Editrice, Bologna (2000)
- [10] A. Ghali, M.K. Tadros, "Partially prestressed concrete structures", *J. Struct. Eng. ASCE*, **111**, 8, 1846-1865 (1985).
- [11] Z.P. Bažant, Guang-Ha Li, Qiang Yu, "Prediction of creep and shrinkage and their effects in concrete structures: Critical appraisal", *Creep, shrinkage and durability mechanics of concrete and concrete structures*, Tanabe ed., Taylor & Francis, London, 1275-1289 (2008)

- [12] Z.P. Bažant, Guang-Ha Li, Qiang Yu, “Explanation of excessive long-time deflections of collapsed record-span box girder bridge in Palau”, Preliminary Report n. 08-09/A222e, 8th *International Conference on Creep and Shrinkage of Concrete CONCREEP-8*, Ise Shima, Japan (2008)
- [13] V. Kristek, L. Vrablik, “Optimisation of tendon layout to avoid excessive deflections of long-span prestressed concrete bridges”, *Concrete engineering*, **11** (1), 30-33 (2007)
- [14] V. Kristek, Z.P. Bažant, M. Zich, A. Kohoutkova, “Why is the initial trend of deflections of box girder bridges deceptive?”, 7th *International Conference CONCREEP-7*, Nantes, France, G. Pijaudier- Cabot ed., 293-298 (2005)
- [15] A. Perez, H. Corres, “Influence of construction sequence in prestressed concrete bridges”, 5th *Int. RILEM Symp. on Creep and Shrinkage of Concrete*, Barcelona (1993).
- [16] S. Hedjazi, A. Rahai, K. Sennah, “Evaluation of creep effects on the time-dependent deflections and stresses in prestressed concrete bridges”, *Bridge Structures*, **3** (2), 119-132 (2007)