SOCIETÀ ITALIANA DI STORIA DELLE MATEMATICHE

L'analisi reale in Italia dall'unità ai primi del 900

La risoluzione delle equazioni algebriche di grado superiore al quarto

Modena 7 - 9 Novembre 2019

Dipartimento di Scienze Fisiche, Informatiche e Matematiche

Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia

SUNTI DELLE CONFERENZE

Algorithms and the emergence of mathematical structures from Galois to Artin

MASSIMO GALUZZI

Università degli Studi di Milano

massimo.galuzzi@unimi.it

In his famous *Discours Préliminaire*, Galois gives this judgement[1]:

Si maintenant vous me donnez une équation que vous aurez choisie à votre gré, [et que vous désiriez connaitre si elle est ou non résoluble par radicaux], je n'aurai rien à y faire que de vous indiquer le moyen de répondre à votre question, sans vouloir charger ni moi ni persenne de le faire. En un mot les calculs sont impraticables.

But this does not prevent us from obtaining important results. So he writes also

[...] la plupart du temps, dans les applications de l'Analyse Algébrique, on est conduit à des équations dont on connait d'avance toutes les propriétés: propriétés au moyen desquelles il sera toujours aisé de répondre à la question par les regles que nous exposerons. Il existe en effet pour ces sortes de questions un certain ordre de considerations Métaphisiques qui planent sur tous les calculs, e qui souvent les rendent inutiles.

In fact it is certainly not necessary to perform many tricky calculations to obtain the Galois Group of the equation

$$x^4 - 10x^2 + 1 = 0.$$

A simple look at its roots

$$\sqrt{3}+\sqrt{2},\quad -\sqrt{3}+\sqrt{2},\quad \sqrt{3}-\sqrt{2},\quad -\sqrt{3}-\sqrt{2}.$$

is sufficient to realize that we have here the Klein Four-Group.

The same can be said for the example given by Galois himself of the equation[2]

$$\frac{x^n-1}{x-1}$$

with n an arbitrary prime, whose group is cyclic of order $n-1$.

The importance of the results obtained by Galois, beyond the difficulties of calculation, and in particular the *algebraic structures* contained, in a more or less explicit way in his work, have played a fundamental role in

[1] See [16, pp. 226-228]. See also [10, pp. 38-41].

[2] See [16, pp. 115-119].

paving the way to modern algebra[3].
If we consider more precisely only the *Galois Theory* in its own peculiar contents, it reaches an almost final stage with the work of Emil Artin[4]. The Galois Group Gal(L/F) is there simply defined for a *finite extension* $F \subset L$, as the group of automorphims which fix F[5].
The judgments expressed by Poisson on the work of Galois have often been severely judged. Certainly the following quotation shows an inadequate evaluation of Galois' work about the solvability of an equation.

> La condition de résolubilité, si elle existe, devrait être un caractère extérieur que l'on pût vérifier à l'inspection des coefficients d'une équation donnée, ou, tout au plus, en résolvent d'autre équations d'un degré moins élevé que celui de la proposée[6].

However, in the case of the fifth degree equation at least, many contributions of distinguished mathematicians have gone in this direction, trying to obtain (by means of a function invariant on the permutations of the the metacyclic group) a sixth degree resolvent, having its coefficients expressed as functions of the coefficients of the proposed equation.
In my presentation, after having exposed in its (algorithmic) original terms the way in which Galois associates his group to an equation, I will consider the example of Cayley's essay [6], and its new analysis given in [15] and the essay by Runge [18], and its accurate re-proposal given in [5].
I will end with a brief analysis of an article by Emmy Noether[7] where a Galois Resolvent is still used to obtain an interesting system of invariants.

Bibliografia

[1] E. Artin, *Galois Theory*, Notre Dame Lectures, University of Notre Dame Press, 1942.
[2] E. Artin, *Galois Theory*, Notre Dame Lectures, University of Notre Dame Press, 1944. Second revised edition.
[3] E. Artin, *Galoissche Theorie*, Verlag Harri Deutsch, Thun, 1988. German translation by V. Ziegler.
[4] E. Artin, *Galois Theory*, Dover, New York, 1998. Unabridged and unaltered republication of [2].
[5] L. Bianchi, *Lezioni sulla teoria dei gruppi di sostituzioni e delle equazioni algebriche secondo Galois*, Enrico Spoerri, Pisa, 1900.
[6] A. Cayley, On a new auxiliary equation in the theory of equation of the fifth order, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1861, pp. 134-137.
[7] D. A. Cox, *Galois Theory*, Wiley, second edition, 2012.
[8] D. A. Cox, J. Little, and D. O'Shea, *Ideals, varieties and algorithms*, Springer, fourth edition, 2015.
[9] R. Franci and L. Toti Rigatelli, Gianfrancesco Malfatti e la teoria delle equazioni algebriche, in *Gianfrancesco Malfatti nella cultura del suo tempo. Atti del Convegno. Ferrara, 23-24 ottobre 1981*, Università degli Studi di Ferrara, 1982, pp. 179-203.
[10] E. Galois, *Écrits et mémoires mathématiques d'Évariste Galois*, Gauthier-Villars, Paris, 1976. Publiés par R. Bourgne et J. P. Azra. Préface de J. Dieudonné. Deuxième édition revue et augmentée. Réimpression autorisée, Editions J. Gabay, 1997.
[11] E. Giusti, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*, Bollati Boringhieri, Torino, 1999.
[12] J. Gray, *A History of Abstract Algebra*, Springer, 2018.
[13] F. Klein, *Lectures on the icosahedron and the solution of the fifth degree*, Cosimo Classics, New York, 2007. G. G. Morrice translator.
[14] O. A. Laudal and R. Piene, editors, *The Legacy of Niels Heinrich Abel*, Springer, Berlin, 2002.

[3] There is a huge amount of essays and books describing this story. I will just mention [12], a recent text that, in addition to accurately describing this evolution, also provides many bibliographic information.
[4] See [1]. Two years later a new edition, [2] (re-proposed unaltered in [4]), corrected several misprints and improved some details. The clearest exposition is given in the German edition [3] in which some proofs are modified.
[5] See for example [7, p. 125], a nice text also enriched by many historical notes.
[6] See [16, p. 147].
[7] See [17].

[15] D. Lazard, Solving Quintics by Radicals, in [14], 2002, pp. 207-225.
[16] P. Neumann, *The mathematical writings of Évariste Galois*, The European Mathematical Society, 2011.
[17] E. Noether, Der Endlichkeitssatz der Invarianten endlicher Gruppen, *Mathematische Annalen*, 77, 1916, pp. 89-92.
[18] C. Runge, Über die Auflösbaren Gleichungen von der Form $x^5 + ux + v = 0$, *Acta Mathematica*, 7, 1885, pp. 173-186.
[19] B. L. van der Waerden. *A History of Algebra. From Al-Khwārizmī to Emmy Noether*, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1985.
[20] H. Weber, Die allgemeinen Grundlagen der Galois'schen Gleichungstheorie, *Mathematische Annalen*, 43, 1893, pp. 521-549.

Charles Hermite's programme on algebraic equations

CATHERINE GOLDSTEIN

CNRS, Institut de mathématiques de Jussieu-Paris Gauche

catherine.goldstein@imj-prg.fr

Charles Hermite's most famous work on algebraic equations is his solution of the quintic using elliptic functions. This work displays Hermite's mastery over both concrete versions of Galois theory and complex analysis. However, this was only a part of a much larger programme that linked forms, invariant theory, Sturm's theorem and the theory of complex functions. The talk will survey this programme, its relation with Hermite's general views on mathematical practices, as well as Hermite's achievements and failures while working on this programme over more than a decade.

Sugli scambi tra Gösta Mittag-Leffler e Vito Volterra (1888-1927)

LAURENT MAZLIAK

Sorbonne Université

laurent.mazliak@upmc.fr

In questa conferenza presento il volume recentemente pubblicato dalla European Mathematical Society che contiene la voluminosa corrispondenza scambiata durante 40 anni tra Vito Volterra e il matematico svedese Gösta Mittag-Leffler. Questi documenti eccezionali consentono di seguire, a volte giorno per giorno, i progressi del giovane Volterra per l'elaborazione delle sue opere matematiche. La differenza di età con il suo collega svedese gli ha dato un ruolo centrale nel far conoscere Volterra al mondo accademico e soprattutto ai matematici tedeschi come Cantor e Weierstrass. Pertanto, lo studio di queste lettere permette di avere una visione panoramica impressionante degli sviluppi abbaglianti dell'analisi a cavallo tra il XIX e il XX secolo, nonché le reti di socialità che vagavano per l'Europa matematica di quel tempo.

Giuseppe Vitali, produzioni matematiche e vita accademica

LUIGI PEPE

Università degli Studi di Ferrara
pep@unife.it

La pubblicazione nella collana dei grandi Matematici delle opere di Giuseppe Vitali:

G. VITALI, *Opere sull'analisi reale e complessa. Carteggio*, Cremonese, 1984.

ha consentito l'esame diretto dei suoi fondamentali risultati sulla teoria dell'integrazione e delle serie di non sempre facile accesso (in particolare dell'esempio di un insieme non misurabile secondo Lebesgue, che usando l'assioma della scelta, non fu accettato da nessuna rivista):

G. VITALI, Sull'integrabilità delle funzioni, *Rend. Ist. Lombardo*, 37, 1904, pp. 69–73.
G. VITALI, Sulle funzioni integrali, *Atti R. Acad. Sci.* Torino, 40, 1904-1905, pp. 1021–1034.
G. VITALI, *Sul problema della misura dei gruppi di punti di una retta*, Tip. Gamberini e Parmeggiani, Bologna, 1905.
G. VITALI, Un contributo all'analisi delle funzioni, *Atti Acad. Naz.* Lincei, 14, 1905, pp. 365–368.
G. VITALI, Una proprietà delle funzioni misurabili, *Rend. Ist. Lombardo*, 38, 1905, pp. 599–603.
G. VITALI, Sull'integrazione per serie, *Rend. Circ. Mat. Palermo*, 23, 1907, pp. 137–155.
G. VITALI, Sui gruppi dei punti e sulle funzioni di variabili reali, *Atti Acad. Sci. Torino*, 43, pp. 1907-1908, pp. 229–246.

Nel volume delle *Opere* si possono anche trovare numerose lettere inedite che chiariscono in particolare i rapporti tra Vitali e Lebesgue e quelli di Vitali con Guido Fubini.
Siamo oggi in grado di chiarire anche le vicende accademiche di Vitali, solo tardivamente giunto alla docenza universitaria, che si intrecciano con il secondo concorso vinto da Beppo Levi. Emergono chiare responsabilità da parte di Salvatore Pincherle e i buoni uffici da parte di Vito Volterra, Tullio Levi Civita, Guido Fubini. Come è noto Vitali iniziò il suo insegnamento universitario nella cattedra ottenuta presso l'Università di Modena, poi soppressa in esecuzione della riforma Gentile.

SUNTI DELLE COMUNICAZIONI

Insegnare la matematica antica: la lingua e il pensiero

MARGHERITA BARILE
(Università degli Studi di Bari "Aldo Moro")
margherita.barile@uniba.it

Prima del suo inquadramento in rigidi schematismi simbolico-sintattici, il linguaggio della matematica era aperto al mondo, al suo spessore culturale, alle sue sfumature estetiche e filosofiche, facendosi portatore, anche nella forma, della sostanza vivente del pensiero. Uno studio delle fonti risalenti a civiltà antiche può dare origine ad un percorso *venatorio* [2] (un *metodo*, secondo l'etimo del termine) che, attraverso un'indagine filologica, si mette all'inseguimento di singole idee, rincorse da un testo all'altro, ed emergenti come centrali nella visione matematica. Sono spesso concetti che vengono da lontano, e risultano radicati nelle attività umane primarie, nelle pratiche comunicative, nella relazione fra il soggetto agente e l'oggetto che esso interviene consapevolmente a trasformare. La loro onnipresenza è, oltre che indice di continuità spazio-temporale, uno spunto di approfondimento per una disciplina che condivide con l'intero campo del sapere la caratteristica fondamentale che ne consente l'analisi e ne determina l'evoluzione: si tratta, precisamente, di quella "corporeità" che racchiude una naturale composizione di estensione, limitatezza ed organicità. La troviamo incarnata nella materialità ideale della geometria, i cui costituenti sono parti mobili del tutto, e servono a costruire, oltre che a rappresentare: sono gli elementi di quella grammatica che è la logica – a volte lineare e coerente, a volte ludico-mistica [6] o paradossale [5] – dell'esistente, con i suoi misteri e il suo divenire. Ne fa parte anche l'ambiguità del lessico naturale, che del problema scientifico in senso stretto ripropone per intero lo spirito: in entrambi i casi al lettore/osservatore si presenta un enigma da decifrare, che lo invita ad una sfida interpretativa. L'unica differenza, nel campo linguistico, è costituita dal carattere aperto dell'argomentazione, che, lungi dal concludersi con il conseguimento di una certezza, non incontra mai una soluzione definitiva, e continua ad alimentarsi con il confronto dialettico, con la ricerca di nuove evidenze documentali, anche al di fuori dell'ambito matematico. L'interdisciplinarità, più che un discorso multisettoriale, corrisponde allora ad una riflessione senza confini, dai contorni sfumati, che trascende le classificazioni tematiche per assecondare, sulla scia della sensibilità e dell'immaginazione, la nostra innata tendenza a cercare le ragioni e stabilire collegamenti. Questa indagine semantica, complementare al nostro primordiale istinto di simbolizzazione [4] è, del resto, anche l'indispensabile requisito per una corretta comprensione dei testi matematici originali, la cui semplice traduzione in termini numerici e procedurali non è in grado di restituirne appieno l'articolata essenza intellettuale [1], [3].
La comunicazione intende illustrare le precedenti considerazioni mediante alcuni esempi, tratti da brani di fonti mesopotamiche e cinesi, esaminati in aula durante un corso universitario di storia e fondamenti della matematica.

Bibliografia

[1] K. Chemla, S. Guo, *Les neuf chapitres*: *le Classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires*, Dunod, Paris, 2004.
[2] C. Ginzburg, *Spie. Radici di un paradigma indiziario*, in C. Ginzburg, Miti, emblemi, spie. Morfologia e storia, Einaudi, Torino, 1986, pp. 158-193.
[3] J. Høyrup, *Lengths, Widths, Surfaces. A Portrait of Old Babylonian Algebra and Its Kin*, Springer, New York, 2002.
[4] S. K. Langer, *Philosophy in a New Key*: *A Study in the Symbolism of Reason, Rite and Art*, Harvard University Press, 1957.
[5] Y. P. Mei, The Kung-sun Lung Tzu With a Translation into English, *Harvard Journal of Asiatic Studies*, 16, 3-4, 1953, pp. 404-437.

[6] M. Roaf, A. Zgoll, Assyrian Astroglyphs: Lord Aberdeen's Black Stone and the Prisms of Esarhaddon, *Zeitschrift für Assyriologie*, 91, 2001, pp. 264-295.

La corrispondenza inedita Klein–Brioschi 1876–1888

MARIA TERESA BORGATO

(Università degli Studi di Ferrara)

bor@unife.it

La corrispondenza inedita tra Klein e Brioschi consta di 16 lettere di Klein e 10 di Brioschi, altre cinque lettere (due di Klein e tre di Brioschi) sono pubblicate.
Il rapporto epistolare inizia nel 1875-76, quando il giovane Klein aveva pubblicato il primo lungo lavoro sulle forme binarie in cui inizia a collegare la ricerca sugli invarianti e principalmente quelli dell'icosaedro alla irresolubilità per radicali della equazione generale di quinto grado. Brioschi, dopo un periodo di pieno coinvolgimento nella costruzione dello stato unitario, aveva ripreso le ricerche sulla risoluzione delle equazioni algebriche, con una trattazione più ampia delle risolventi jacobiane, nella direzione di affrontare le equazioni di settimo grado.
La corrispondenza Klein-Brioschi è assai interessante per ricostruire le ricerche che portarono all'opera fondamentale di Klein del 1884: *Vorlesungen über das Ikosaeder und die Auflösung der Gleichungen vom fünften Grade*. Non si tratta solo di una relazione in cui due matematici si informano delle rispettive ricerche su temi più o meno affini, ma di una effettiva collaborazione assai puntuale sulle questioni che intervengono nei diversi passaggi che vanno da una quintica generale irriducibile ad una espressione delle sue radici, in termini di radicali e di funzioni ellittiche o di serie ipergeometriche. Essa consente anche di distribuire più correttamente i meriti di alcuni risultati, confermando il contributo di Brioschi, peraltro ampiamente riconosciuto da Klein nella sua opera, ridimensionando il contributo di Kiepert, mettendo in luce le connessioni con le ricerche contemporanee sulle funzioni ellittiche e sulle curve algebriche.

Bibliografia

M.T. Borgato, I. Nagliati, *The renewal of mathematical research in Italy: the correspondences between Brioschi-Betti (1857-1890) and Brioschi-Tardy (1853-1893)*, in M.T. Borgato, E. Neuenschwander, I. Passeron (eds.), Mathematical Correspondences and Critical Editions, Birkhäuser, 2018, pp. 215-245.
F. Brioschi, *Opere matematiche di Francesco Brioschi* (5 vol.). Milano, U. Hoepli, 1901-1909.
B. King, *Beyond the Quartic Equation*, Birkhäuser, 2009 Reprint of the 1996 Edition.
F. Klein, *Vorlesungen über das Ikosaeder und die Auflösung der Gleichungen vom fünften Grade*, Leipzig, B. G. Teubner, 1884.
O. Nash, On Klein's Icosahedral Solution of the Quintic, *Expositiones* Mathematicae, 32 n. 2, 2014, pp. 99-120.
J. Shurman, *Geometry of the quantic*, John Wiley & Son, New York, 1997.
G. Zappa, *Francesco Brioschi e la risoluzione delle equazioni di quinto grado*, in Francesco Brioschi (1824-1897). Convegno di Studi matematici. Milano, Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 1999, pp. 95-108.

Archimede, nel suo Arenario, critica Aristarco ed invera l'infinito potenziale di Aristotele? Astronomia, matematica e filosofia tra il V, IV e III secolo a. C. nel mondo greco.

GIUSEPPE BOSCARINO

(Sortino - SR)

gpp.bos@libero.it

Il motivo del mio contributo sul piano storico è quello di poter rimuovere, da una parte, un pregiudizio di natura storico-epistemologica, sul significato di una presunta critica di Archimede ad Aristarco, nel suo *Arenario*, nel momento in cui Archimede ci consegna una interessante testimonianza, sulla presenza nel pensiero greco antico, di un sistema eliocentrico, dall'altra parte, un pregiudizio di natura storico-filosofica, di una presunta ascendenza del pensiero platonico-aristotelico, sulla natura del numero e dell'infinito potenziale su Archimede, astronomo, matematico e filosofo.

Bibliografia

Archimede, *Opere*, a cura di Attilio Frajese, Utet, Torino, 1974.
Aristotele, *Opere*, *Fisica*, *Del cielo*, Laterza, Bari, 1973.
G. Boscarino, *Un mondo di sabbia. L'Arenario di Archimede e la tradizione di pensiero italica della scienza*, Altro Mondo editore, Padova, 2010.
G. Boscarino, Archimedes' Psammites and the Tradition of Italic Thought of Science, *Advances in Historical Studies*, Vol. 4, No.1, March 30, 2015, pp. 8-16.
G. Boscarino, *Tradizioni di pensiero. La tradizione filosofica italica della scienza e della realtà*, Aracne, Roma, 2016.
G. Boscarino, The Italic School in Astronomy: From Pythagoras to Archimedes, *Journal of Physical Science and Application*, 4 (6), 2014, pp. 385-392.
P. Delsedine, L'infini numérique dans l'Arénaire d'Archimède, *Archive for History of Exact Sciences*, Vol. I, n. 5, 1970, pp. 345-359.
Dijkstesterhuis, *Archimedes*, Copenhagen, 1956.
E. Dreyer, *History of the Planetary System from Thales to Kepler*, Feltrinelli, Milan, 1970, pp. 34-35.
Les oeuvres complètes d'Archimède, par Paul Ver Eecke, *L'Arénaire*, 1917.
L. Russo, *La rivoluzione dimenticata. Il pensiero scientifico greco e la scienza moderna*, Feltrinelli, Milano, 2001.
G.V. Schiapparelli, *Scritti sulla storia della astronomia antica parte*, tomo I, II, in e-book.

Marguerite e Émile Borel e la Revue du Mois

ALDO BRIGAGLIA

(Università degli Studi di Palermo)
aldo.brigaglia@gmail.com

Émile Borel (1871 – 1956) è stato un prominente matematico francese, particolarmente importante per I suoi lavori in teoria delle funzioni (in particolare teoria della misura) e in probabilità. Marguerite (1883 – 1969), figlia del matematico Paul Appell (1855 – 1930), è stata una nota romanziera (con lo pseudonimo di Camille Marbo) e, nel 1913, ha vinto il prestigioso premio Femina. Essi hanno fondato il mensile, *La Revue du Mois*, nel 1906, quando Émile Borel era già un matematico famoso, professore allì'Ecole Normale Superieure e presidente della Societé Mathématique de France. Gli scopi de *La Revue* sono ben espressi nell'*avant-propos* del giornale che pone il metodo scientifico al centro di una visione delle diverse questioni culturali. Nella mia conferenza esaminerò la vita del gruppo di intellettuali che hanno dato vita alla rivista.
Nell'anno 1905, Émile Borel aveva vinto il *prix Petit-d'Ormoy* dell'*Academie des Sciences* (insieme a Louis De Broglie). Lui e sua moglie decisero di usare il denaro del premio in una nuova rivista, *La Revue du Mois*. La fondazione del nuovo giornale coincide con alcuni importanti sviluppi degli interessi di Émile e di sua moglie. Borel aveva sviluppato un crescente interesse nei confronti della probabilità, mostrando come la sua teoria della misura poteva essere applicata a questa disciplina; Marguerite aveva appena scritto il suo primo romanzo, *Christine Rodis*, con lo pseudonimo di Marbo. Nelle sue memorie, [3], Marguerite parla dell'ambiente culturalmente vivace in cui nacque l'idea della *Revue*. Tra i loro amici intimi si trovano i fisici Jean Perrin (1870 – 1942, premio Nobel 1926) e Paul Langevin (1872 – 1946),entrambi membri del *Comité de Redaction* della rivista, i matematici Jules Drach (1871 – 1949, anche lui membro *Comité de Redaction*), Henri Lebesgue (1875 – 1941) and Paul Montel (1876 – 1975),

ma anche i filosofi Pierre Boutroux (1880 – 1922) e Jacques Maritain (1882 – 1973), il botanico Noel Bernard (1874 – 1911), il chimico Georges Urbain (1872 – 1938), lo psicologo Georges Dumas (1866 – 1946). Probabilmente l'intellettuale più importante amico dei Borel fu, qualche anno dopo, il poeta Paul Valery, la cui amicizia con Émile è ben nota.
Nell'*avant-propos* i curatori della rivista scrivono: *Le nombre et l'importance des questions que peuvent être traitées par la méthode scientifique s'accroissent chaque jour. Il nous a semblé qu'on pourrait une publication dont cette méthode serait le principe, publication n'ayant rien de spécialement technique et prenant comme but essentiel de contribuer au développement des idées générales par l'exposition et l'étude critique des progrès réalisés dans la connaissance des faits et des mouvements d'idées qui en sont la conséquence*. Come afferma la redazione alla fine del primo anno, la *Revue du Mois* è stata concepita come una rivista generalista, ma guidata dal metodo scientifico. Questa sembra essere la stessa idea che, negli stessi anni, era sviluppata in Italia, soprattutto da Vito Volterra e, con un diverso approccio, da Federigo Enriques. Mi riferisco alla (ri)fondazione della *Società Italiana per il progresso delle Scienze* da parte di Volterra e alla pubblicazione della rivista *Scientia* da parte di Enriques, entrambe intraprese nel 1907. In entrambi i casi, lo scopo principale era quello di superare l'idea della scienza (e soprattutto della matematica) come qualcosa di chiuso in sé, e presentare essa e i suoi metodi come il centro reale per un approccio multidisciplinare ai vari aspetti della cultura.
Non è quindi per caso che il primo articolo del primo numero della *Revue* sia stato la traduzione (con qualche aggiunta) del suo famoso discorso inaugurale, *Les mathématiques dans les sciences biologiques et sociales*, il vero manifesto delle idee che saranno sviluppate dalla rivista negli anni seguenti. Gli stretti legami d'amicizia tra Borel e Volterra sono testimoniati dalla ricca corrispondenza e anche dai ricordi di Marguerite in [3]. Borel ha anche contribuito alla rivista *Scientia*.
Nel mio intervento, cercherò di dare uno sguardo ai contributi principali dei primi numeri della rivista.

Bibliografia

[1] H. Gispert, La théorie des ensembles en France avant la crise de 1905 : Baire, Borel, Lebesgue ... et tous les autres, *Revue d'histoire des mathématiques*, 1, 1995, pp. 39-81.
[2] P. Guiraldenq, *Émile Borel*, Blanchard, 1999.
[3] C. Marbo, *A travers deux siècles*, Grasset, 1965.
[4] L. Mazliak, Borel, probability, and La revue du mois, *Electronic Journ@l for History of Probabiity and Statistics*, v. 3, n. 1, June 2007.
[5] L. Mazliak, La graphologie d'Alfred Binet, terrain d'entraînement d'Emile Borel, statisticien en devenir, *Recherches & Educations*, n°6, juin 2012, pp. 241-253, [en ligne], http://rechercheseducations.revues.org/1145 (consulté le 8 December 2018).
[6] M. Pinault, *Émile Borel, une carrière intellectuelle sous la III République*, L'Harmattan, 2017.

Guido Stampacchia e l'internalizzazione della ricerca matematica in Italia

LUCIANO CARBONE
(Università degli Studi di Napoli "Federico II)
carboluc@unina.it

MARIA ROSARIA ENEA
(Università degli Studi della Basilicata)
maria.enea@unibas.it

NICLA PALLADINO
(Università degli Studi di Perugia)
nicla.palladino@unina.it

A cavallo tra la fine dell'Ottocento e l'inizio del Novecento, come è noto, si ebbe uno sviluppo notevolissimo delle relazioni scientifiche internazionali e fare scienza divenne quasi sinonimo di

interazione sovrannazionale. Naturalmente anche la matematica fu coinvolta in questo fenomeno, che si manifestò attraverso vari strumenti quali riviste, convegni, soggiorni di studio.
Questa internazionalizzazione subì una battuta di arresto con lo scoppio del primo conflitto mondiale e nel ventennio tra le due guerre si accentuarono un po' dappertutto elementi nazionalistici che determinarono spesso situazioni di parziale isolamento.
Con la conclusione del secondo conflitto mondiale, sia pure inizialmente in un mondo diviso a blocchi e dunque soprattutto all'interno dei singoli blocchi, lo sviluppo delle relazioni internazionali riprese ampio vigore. Gli anni Cinquanta e Sessanta del Novecento furono gli anni nei quali furono forgiati gli strumenti adatti a sostenere questo movimento.
Un ruolo importante in questo contesto fu svolto dal matematico Guido Stampacchia (Napoli 1922-1978) il quale si trovò a dirigere, proprio alla fine degli anni Sessanta, due importanti organismi: l'Unione Matematica Italiana (UMI) e l'Istituto per le Applicazioni del Calcolo (IAC) del Consiglio nazionale delle ricerche (CNR). Egli fu, inoltre, Direttore della scuola superiore di Analisi matematica al Centro internazionale di cultura scientifica Ettore Maiorana, ad Erice, e membro del comitato direttivo del Centro internazionale matematico estivo (CIME).
Vogliamo qui illustrare il ruolo di Stampacchia in tale quadro, così come nitidamente emerge anche alla luce dei materiali presenti nel fondo omonimo donato recentemente dalla famiglia al Dipartimento di Matematica e Applicazioni "Renato Caccioppoli" dell'Università di Napoli "Federico II".

Bibliografia

E. De Giorgi, Guido Stampacchia, *Rendiconti Accademia Nazionale dei Lincei*, s. 8, v. 68, 1980, pp. 619-625.
J.L. Lions, The work of G. Stampacchia in variational inequalities, *Bollettino UMI*, v. 15-A, n. 3, 1978, pp. 736-753.
E. Magenes, Pubblicazioni scientifiche di Guido Stampacchia, *Bollettino UMI*, v.15-A, 1978, pp. 753-756 (ripubblicato in Stampacchia G., *Opere scelte*, Cremonese, 1996-97, Firenze).
S. Mazzone, *Guido Stampacchia*, in F. Giannessi, A. Maugeri (eds), Variational analysis and applications, Springer, 2005, pp. 47-77.

La pubblicazione delle opere di Ruffini nella corrispondenza Bortolotti-Guccia

CINZIA CERRONI
(Università degli Studi di Palermo)
cinzia.cerroni@unipa.it

Negli Archivi del Circolo è conservata un'ampia corrispondenza inedita tra Ettore Bortolotti e Giovan Battista Guccia corrispondenza che testimonia lo sforzo del direttore dei Rendiconti di fare del Circolo una vera associazione matematica e di non limitarsi alla pubblicazione dei Rendiconti. D'altra parte si tratta, a parte della pubblicazione delle Opere di Galileo e dei suoi allievi del primo sforzo nella direzione della pubblicazione di Opere complete di matematici dei secoli passati compiuto dalla comunità matematica italiana. Per questo sembra interessante poterne ripercorrere le scelte.
Giovanni Battista Guccia nel fondare il Circolo Matematico di Palermo impiantò nel 1893 la Sua "Tipografia Matematica di Palermo", che diventò una delle più valenti tipografie di opere matematiche, tra le quali naturalmente i Rendiconti, ma anche le opere di Brioschi e di Beltrami. In questo ambito, il Circolo assunse la ristampa, fatta, dopo un primo rifiuto da parte di Giovanni Vailati, a cura del Prof. Ettore Bortolotti della R. Università di Modena, delle Opere Matematiche di Paolo Ruffini, il cui primo volume fu pubblicato nel 1915. L'iniziativa di questa ristampa fu suggerita al Guccia dalla lettura di alcune pubblicazioni del Prof. Bortolotti sul Ruffini nonché dall'articolo di Burkhardt apparso nel 1892. L'intenzione di Guccia era quella di pubblicare le opere complete di Ruffini. Il secondo volume delle opere di Ruffini curato sempre da Bortolotti, doveva essere pubblicato dal Circolo ma andò distrutto nella guerra del 1940-45 durante un bombardamento aereo della città di Palermo; la riproduzione anastatica del volume distrutto, venne fatta fare dall'Unione Matematica Italiana, con il contributo del

Consiglio Nazionale delle Ricerche nel 1953. Anche il terzo volume, che contiene i carteggi di Ruffini con i principali matematici dell'epoca, venne pubblicato sempre dall'Unione Matematica Italiana nel 1954. I primi due volumi delle opere di Ruffini contengono i lavori dell'autore e da un'analisi emerge chiaramente che Ruffini ha gettato le basi e contiene i primi germi della teoria delle sostituzioni e dei gruppi d'ordine finito. Le opere sono corredate dalla riduzione nel linguaggio moderno della teoria dei gruppi dei ragionamenti e dei risultati del Ruffini fatta nelle note esplicative da Bortolotti.
Nel carteggio tra Bortolotti e Guccia è descritto il progetto della pubblicazione delle opere e emerge la cura quasi maniacale del fondatore del Circolo nella stesura delle pubblicazioni. In particolare, emergono alcune scelte editoriali importanti fatte da Guccia e Bortolotti. Innanzitutto, quella di avere una riproduzione fotografica integrale dell'intero carteggio disponibile, cosa tutt'altro che usuale per l'epoca. D'altra parte, anche la scelta dell'integrazione con il carteggio della pubblicazione delle opere matematiche è da ritenere una scelta d'avanguardia che riprende quella compiuta da Favaro per quanto riguarda gli allievi di Galileo. Un'ulteriore attenzione, da ritenersi sotto vari punti di vista un'esagerazione maniacale, venne dedicata da Guccia a preservare il carattere internazionale del Circolo. Egli infatti aveva paura che l'impresa venisse interpretata all'estero come una rivendicazione di tipo nazionalistico e pertanto richiese l'approvazione dell'intero comitato direttivo prima di ufficializzare la decisione. Come si diceva, un'attenzione maniacale (ma coerente con il carattere di Guccia), ma, guardando alle date in cui la pubblicazione avveniva, forse non del tutto irragionevole.

Bibliografia

B. Borgiorno, G. Curbera, *Giovanni Battista Guccia*, Springer, 2018.
E. Bortolotti, *Opere matematiche di Paolo Ruffini*, Tomo I, a cura del Circolo Matematico di Palermo, 1915.
E. Bortolotti, *Opere matematiche di Paolo Ruffini*, Tomo II, a cura dell'Unione Mat. Italiana, Roma, Ed. Cremonese, 1943 (rist. anastatica, 1953).
E. Bortolotti, *Opere matematiche di Paolo Ruffini*, Tomo III, a cura dell'Unione Mat. Italiana, Roma, Ed. Cremonese, 1954.
A. Brigaglia, G, Masotto, *Il Circolo Matematico di Palermo,* Dedalo, Bari, 1982.
H. Burkhardt, *Die Anfänge der Gruppentheorie und Paolo Ruffini*, *Zeitschrift fur Matematik und Physik*, 1892, (trad. it. E. Pascal, *Annali di matematica pura e applicata*, 1894, 22, pp. 175-212).
C. Ciliberto, E.S. Del Colombo, Giovan Battista Guccia e il Circolo Matematico di Palermo, *Lettera Matematica Pristem*, 94, 2015, pp. 33-44.

Spunti di originalità nella matematica di R.G. Boscovich

ALESSANDRA FIOCCA

(Università degli Studi di Ferrara)
fio@unife.it

R.G. Boscovich (1711-1787) fu uno dei primi scienziati italiani a dedicarsi alla divulgazione dell'ottica newtoniana ed inoltre, partendo da spunti teorici offerti da Newton, si avventurò in un'impresa ambiziosa, ricondurre a un principio o "unica legge" l'infinita varietà delle forze operanti in natura. L'influenza di Newton si riconosce anche nella metodologia seguita in ambito matematico, in particolare nello sviluppo della teoria delle sezioni coniche, in cui Boscovich preferì il metodo sintetico degli antichi piuttosto che quello analitico dei moderni. Se questo approccio poteva essere ancora valido didatticamente nella prima metà del secolo XVIII, nella seconda metà di quel secolo dimostrò i suoi limiti di fronte alle potenzialità del calcolo in particolare nelle scienze applicate come l'astronomia. A fronte di questi limiti, anche in matematica Boscovich dimostrò in vari contesti elementi di indubbia originalità.

Per un'analisi del Supplementum Apollonij Galli di Marino Ghetaldi

PAOLO FREGUGLIA

(DISIM Università degli Studi di L'Aquila)
pfreguglia@gmail.com

François Viète aveva realizzato l'"*Apollonius Gallus, seu exsuscitata Apollonii Pergaei, ΠΕΡΙ ΕΠΑΦΩΝ Geometria, ad V.C. Adrianum Romanum Belgam*", Le Clerc, in 4, 13 fol., 1600, dove si riferisce a se stesso come l'Apollonio Francese. Viète dice (p.1): "Io propongo secondo il corretto spirito matematico una costruzione geometrica e non una costruzione meccanica, del problema di Apollonio (o illustrissimo Adriano), cioè di tracciare un cerchio tangente ad altri tre assegnati". A sua volta Marino Ghetaldi pubblicò il *Supplementum Apollonii Galli seu exsuscitata Apollonii Pergaei tactionum geometriae pars reliqua*, Apud Vincentium Fiorinam, Venetia,1607. Nella Prefazione «Ad Lectorem», egli scrive: "Dieci problemi del gran geometra Apollonio di Perga, François Viète, i.e Apollonius Gallus, certamente non geometra minore, felicemente ricostruì. Ma nel trattato di Apollonio di Perga sui contatti, c'erano sedici problemi: infatti Pappus Alexandrinus li riporta nel settimo libro delle *Collectionae Mathematices*, secondo l'interpretazione di Commandino".

Il nostro scopo è quello di compiere un'analisi storico critico filologica del trattatello di Ghetaldi.

Quando è stato scritto il Liber Abbaci di Leonardo Pisano?

PAOLO D'ALESSANDRO

(Università degli Studi Roma Tre)
paolo.dalessandro@uniroma3.it

ENRICO GIUSTI

(Il Giardino di Archimede)
giusti@math.unifi.it

È universalmente riconosciuto che il *Liber Abbaci* ha avuto due edizioni: la prima nel 1202 e la seconda nel 1228. Queste date provengono da un'unica fonte: l'*Incipit* del *Liber Abbaci* come tramandato da nove manoscritti conosciuti, probabilmente non risalente a Leonardo ma inserito più tardi da un copista. Se la data della prima edizione è attestata da tutti i codici disponibili, quella della seconda è riportata solo da alcuni, per di più in maniera non univoca. L'edizione critica del *Liber Abbaci*, ora in corso di stampa, fa sorgere seri dubbi su quest'ultima datazione.

Bibliografia

Leonardi Pisani, *Liber Abbaci*, Edidit Enrico Giusti, adiuvantibus Paolo D'Alessandro et Pierdaniele Napolitani, Biblioteca di Nuncius, Olschki, Firenze (in corso di stampa).

Sull'Analisi Reale immiserita nell'analisi non-standard

DOMENICO LENZI

(Università degli Studi del Salento-Lecce)
domenico.lenzi@unisalento.it

Nel 1982 – a seguito della pubblicazione in Italia del testo di H. Jerome Keisler (cf. Bibliografia) – si ravvivò l'idea di presentare i primi elementi di Analisi Matematica, utilizzando – per opinabili ragioni

di semplicità – i *numeri iperreali*, introdotti da Abraham Robinson nei primi anni '60 del secolo scorso e divulgati con l'edizione originale del testo di Keisler (in Bibliografia è citata la traduzione italiana). Questi numeri danno un ampliamento ordinato non archimedeo H del campo ordinato dei numeri reali, onde in H esistono dei numeri positivi detti *infiniti* per il fatto di essere maggiori di ogni numero reale. Il che equivale a dire che in H esistono dei numeri positivi ε che sono minori di ogni numero reale positivo, onde pare naturale chiamarli *infinitesimi*, anche perché con essi si pretende di dare rigore alla dizione che nell'Analisi Matematica ordinaria è espressa dalla locuzione intuitiva "numero piccolo a piacere". In realtà, di ampliamenti H non archimedei del campo reale se ne hanno molteplici, e il più semplice sembra essere quello F delle frazioni $p(x)/p'(x)$ di polinomi reali; tra i quali sono da considerare come infinitesimi in F quelli che – come funzioni reali – sono infinitesimi al tendere di x a 0, mentre per determinarne l'ordinamento si sfrutta opportunamente l'ordine delle frazioni infinitesime o infinite. Però non si riesce a capire come – e per quale di quegli H – si possano trasferire, a parte casi particolari, ai numeri iperreali "infinitamente vicini" a numero reale r le proprietà che una funzione reale ha in un intorno di r.
Gli infinitesimi hanno avuto nel corso dei secoli partigiani e detrattori. Tra gli ultimi troviamo George Berkeley (1685-1753), secondo il quale essi nascondevano una contraddizione logica, per il fatto che a volte gli infinitesimi venivano considerati uguali a *zero*, altre volte diversi. Qui sotto riportiamo le considerazioni svolte dal Berkeley nei riguardi della derivata della funzione $y = x^2$. Egli affermava che per la definizione di derivata data da Leibnitz si aveva: $dx/dy = (x+dx)^2\text{-}x^2/dx = 2xdx+dx^2/dx = 2x+dx = 2x$; onde dx prima era considerate non nullo, per cui veniva trattato come divisore, poi era considerato come *zero*. Ciò costituiva, per il Berkeley, una contraddizione. Attualmente contraddizioni siffatte sono superate convenendo che i soli calcoli debbano essere svolti in H; però alla fine, se il risultato ottenuto non è un numero iperreale infinito, questo è trasformato nel numero reale "più vicino" a esso; che esiste ed è unico, come si prova facilmente.
Ma ci sono altre incongruenze che, a nostro avviso, sono ineludibili. Intanto precisiamo che le funzioni che abitualmente si considerano in H sono estensioni di funzioni reali, quindi tali da associare a numeri reali dei numeri reali. Ebbene, per alcune funzioni che in qualche modo sono legate alle operazioni + e $\cdot$ di H – come la funzione $y = x^2$ – si può presumere che esse si possano estendere in modo naturale a tutto H. Ma per le altre, per esempio quelle trascendenti, come procedere?
Infine, al di là delle precedenti osservazioni, ci domandiamo se sia opportuno privarsi della presa di coscienza di tutto il lavorio che nel XIX secolo ha portato prima Augustin Cauchy e poi Karl Weiestrass a rifondare il calcolo infinitesimale superando il concetto di infinitesimo e introducendo quello di limite.

Bibliografia

H. J. Keisler, *Elementi di Analisi Matematica*, Piccin editore, Padova, 1982.
A. Robinson, *Analisi non standard,* Aracne editore, Roma, 2013.

Internazionalismo scientifico ed emigrazione intellettuale ebraica: il caso dei matematici italiani (1938-1948)

ERIKA LUCIANO

(Università degli Studi di Torino)

erika.luciano@unito.it

Nel 2018 ricorreva l'ottantesimo anniversario della promulgazione delle leggi razziali che - com'è noto - costituiscono una delle pagine più vergognose della nostra storia recente e al contempo uno dei peggiori crimini compiuti dal regime fascista. Precedute dalla pubblicazione del *Manifesto della razza* e dal censimento della minoranza ebraica condotto nell'estate del 1938, le leggi razziali ratificarono l'antisemitismo di Stato e privarono gli ebrei italiani dei diritti politici e civili conquistati in epoca risorgimentale, condannandoli a divenire 'una casta di paria'. A seguito dei decreti del 5 settembre e del 17 novembre 1938, circa 170 insegnanti e presidi furono dispensati dal servizio, altrettanti professori universitari persero la cattedra e furono espulsi da ogni accademia e società scientifica, migliaia di studenti vennero cacciati dalle scuole di ogni ordine e grado e l'uso di libri di testo di autori di razza ebraica fu proibito in tutti gli istituti statali (quest'ultimo provvedimento è noto come la cosiddetta procedura di bonifica libraria).

Le dimensioni della discriminazione furono di drammatica rilevanza soprattutto in quelle realtà, come Torino, Bologna e Roma, nelle quali si erano create forti comunità matematiche 'trasversali', cioè costituite da docenti universitari impegnati sul fronte della scuola e dell'educazione scientifica (Corrado Segre, Gino Fano, Alessandro Terracini, Beppo Levi, Salvatore Pincherle, Guido Castelnuovo, Federigo Enriques, …) e da insegnanti in servizio (Emilio Artom, Guido Ascoli, Alessandro Padoa, Vittorina e Annetta Segre, Alice Osimo, Emma Senigaglia, Adriana Enriques, Emma Castelnuovo, …), che avevano saputo recepire le istanze metodologiche dei loro Maestri e tradurle efficacemente nella prassi scolastica quotidiana e nei loro manuali, approdando sovente a sintesi originali e armoniche di tradizioni di pensiero pedagogico differenti.

Queste comunità (o 'Scuole', anche se in senso lato), in cui era fra l'altro singolarmente ampia e qualificata la componente femminile, furono disperse e in certi casi cancellate dalla politica razziale. Di fronte alla persecuzione dei diritti, poi divenuta persecuzione delle vite nella seconda metà del 1943, vi fu infatti chi affrontò la vita in clandestinità, chi (ri-)prese coscienza della propria identità, ad esempio trovandosi a insegnare nelle scuole israelitiche, a contatto - per la prima volta nella vita - con uno *staff* di colleghi e con una platea di allievi interamente ebraici, ma anche chi andò incontro alla deportazione e alla morte nei campi di sterminio di Auschwitz-Birkenau.

Incapaci di tollerare la perdita dei diritti civili e politici e la completa emarginazione dal mondo accademico, fra il 1939 e il 1943 migliaia di ebrei italiani lasciarono il paese. I matematici Guido Fubini, Alessandro Terracini, Beppo Levi, Giorgio Mortara, Beniamino Segre, Gino Fano e Bonaparte Colombo abbandonarono l'Italia, andando alla ricerca di uno spazio di sopravvivenza intellettuale.

Grazie al sostegno degli enti di soccorso alle vittime delle persecuzioni razziali (*Society for the Protection of Science and Learning*; *Emergency Committee in Aid of Displaced Foreign Scholars*) e tramite una rete di solidarietà internazionale che vide il coinvolgimento di T. Levi-Civita, G. Colonnetti, O. Veblen, A. Einstein, V. Snyder, F. Baker e di tanti altri ancora, questi illustri matematici riuscirono a ricostruire il filo interrotto delle proprie vite e carriere negli USA, in Sud America, nel Regno Unito e in Svizzera. Per molti di loro l'emigrazione avrebbe rappresentato l'inizio di una nuova stagione di attività scientifica, come organizzatori culturali e ambasciatori delle tradizioni matematiche italiane all'estero.

Analizzare le traiettorie personali e professionali di questi studiosi, permette allora di identificare i tratti distintivi della diaspora matematica ebraica dall'Italia fascista - per molti versi differente rispetto a quella dal Terzo Reich - e conduce a valutare in termini più precisi l'impatto che le persecuzioni razziali ebbero sul tessuto culturale italiano e su quello delle nazioni ospiti.

Alla luce di tale quadro, nel nostro intervento illustreremo le radici storiche, sociali e politiche dell'antisemitismo fascista e le conseguenze delle leggi del 1938, concentrandoci in modo particolare sulla comunità matematica 'trasversale' venutasi a creare a Torino intorno alla figura di Corrado Segre, una 'Scuola' il cui destino fu irreversibilmente condizionato dalla persecuzione razziale.

Bibliografia essenziale

M. Ash, *Forced Migration and Scientific Change: Emigre, German-Speaking Scientists after 1933*, Cambridge and New York, 1996.

A. Capristo, G. Fabre, *Il Registro. La cacciata degli ebrei dallo Stato italiano nei protocolli della Corte dei Conti 1938-1943*, Bologna, Il Mulino, 2018.

A. Capristo, Fare fagotto: l'emigrazione intellettuale ebraica dall'Italia fascista dopo il 1938', *La Rassegna Mensile di Israel*, LXXVII, 3, 2010, pp. 177-200.

G. Israel, P. Nastasi, *Scienza e razza nell'Italia fascista*, Bologna, Il Mulino, 1998.

G. Israel, *La scienza italiana e le politiche razziali del regime*, Bologna, Il Mulino, 2010.

E. Luciano, From Emancipation to Persecution: Aspects and Moments of the Jewish Mathematical Milieu in Turin (1848-1938), *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche*, XXXVIII, 1, 2018, pp. 127-166.

R. Siegmund-Schultze, *Mathematicians Fleeing from Nazi Germany. Individual Fates and Global Impact*, Princeton, 2009.

R. Simili, *Sotto falso nome. Scienziate italiane ebree (1938-1945)*, Pendragon, Bologna, 2010.

'Completeremo aggiungendo nuovi enti, che chiameremo ideali': *le Lezioni di Teoria dei numeri di G. Fubini* (*1916-17*)

ERIKA LUCIANO - ELENA SCALAMBRO

(Università degli Studi di Torino)

erika.luciano@unito.it, elena.scalambro@edu.unito.it

Fra la fine dell'ottocento e il primo novecento, la teoria dei numeri non vanta in Italia una tradizione di insegnamento di grande rilievo. Nonostante la presenza di alcuni ottimi cultori (A. Faifofer, U. Scarpis, P. Gazzaniga, E. Cesàro, G. Torelli, G. Battaglini, oltre naturalmente a L. Bianchi) e benché non manchino pregevoli testi (fra cui la traduzione della terza edizione delle *Vorlesungen über Zahlentheorie* di G.L. Lejeune Dirichlet, a cura di A. Faifofer, e gli *Elementi di teoria dei numeri* di P. Gazzaniga), fino agli anni Venti questa disciplina non riesce infatti a trovare una specifica collocazione istituzionale. Poche sono, conseguentemente, le università che contemplano regolarmente corsi di teoria dei numeri nella propria offerta formativa.

Per questo motivo, il manoscritto litografato delle *Lezioni di teoria dei numeri* tenute da Guido Fubini a Torino nell'anno accademico 1916-17 risulta un documento di notevole interesse storico. Il testo, recentemente ritrovato nella Biblioteca Speciale di Matematica 'G. Peano' del Dipartimento di Matematica dell'Università di Torino, è articolato in dieci capitoli e 24 dispense, e documenta uno dei due soli corsi di Analisi superiore che Fubini, allievo di Bianchi a Pisa, dedicò interamente a questo campo di studi.

Nella nostra comunicazione ci proponiamo di sviluppare un'analisi storico-critica di tali *Lezioni*. In particolare intendiamo

- ricostruire, tramite fonti inedite custodite in archivi e biblioteche torinesi (l'Archivio storico dell'Università di Torino, l'Archivio storico del Politecnico di Torino, l'Archivio della comunità ebraica, ecc.), il contesto matematico, storico e socio-culturale in cui Fubini tenne il suo corso;
- illustrare la struttura e i contenuti delle *Lezioni di teoria dei numeri* soffermandoci soprattutto sui capitoli dedicati alla teoria degli ideali, alla geometria dei numeri secondo Minkowski, alla funzione zeta di Riemann, alla legge di reciprocità quadratica di Gauss e all'equazione dei poligoni regolari;
- identificare le fonti (manuali, monografie, articoli, litografie di corsi di teoria dei numeri svolti in Italia e all'estero, e *in primis* a Göttingen) utilizzate da Fubini per 'costruire' il suo corso;
- esaminare la ricezione di queste *Lezioni*, focalizzando l'attenzione sulla figura di A.M. Bedarida, le cui ricerche di aritmetica teorica riflettono il magistero di Fubini, essendo in larga misura sviluppi e ampliamenti di argomenti da lui affrontati nel suo insegnamento dell'A.A. 1915-16.

Bibliografia essenziale

A.M. Bedarida, Guido Fubini. Lezioni di Teoria dei Numeri (litografie), *Il Bollettino di Matematica*, XVIII, 1922, pp. XVII-XVIII.

[G. Fubini], *Lezioni di Teoria dei numeri – Anno Accademico 1916-1917*, Torino, Dattilo-Litografia A. Viretto, 1917.

A. Brigaglia, A. Scimone, *Algebra e Teoria dei numeri*, in S. Di Sieno, A. Guerraggio, P. Nastasi (a cura di), La matematica italiana dopo l'Unità: Gli anni tra le due guerre mondiali, Milano, Marcos y Marcos, 1998, pp. 505-568.

A. Brigaglia, *An overview on Italian arithmetic after the Disquisitiones Arithmeticae*, in C. Goldstein, N. Schappacher, J. Schwermer (a cura di), The Shaping of Arithmetic after C.F. Gauss's Disquisitiones Arithmeticae, Berlin, Springer, 2007, pp. 431-452.

A. Brigaglia, Es steht alles schon bei Dedekind: aspetti dell'influenza dell'opera di Dedekind sulla matematica italiana, *Matematica, Cultura e Società – Rivista dell'Unione Matematica Italiana*, serie I, vol. 2, n. 1, 2017, pp. 17-43.
L.E. Dickson, *History of the theory of numbers*, Washington, Carnegie Institution of Washington, 1919-1923.
E. Luciano, Constructing an International Library: The Collections of Journals in Turin's Special Mathematics Library (1883-1964), *Historia Mathematica*, 31, 2018, pp. 433-449.
P. Nastasi, Guido Fubini a cinquant'anni dalla morte, *Dossier Pristem, Lettera Pristem*, 10, 1993, pp. I-XII.
C. Viola, *Alcuni aspetti dell'opera di Angelo Genocchi riguardanti la teoria dei numeri*, in A. Conte, L. Giacardi (a cura di), Angelo Genocchi e i suoi interlocutori scientifici: contributi dall'epistolario, Torino, Deputazione subalpina di storia patria, 1991, pp. 11-29.

Barnaba Tortolini (1808-1874) tra editoria, ricerca ed insegnamento

MARIA GIULIA LUGARESI

(Università degli Studi di Ferrara)

mariagiulia.lugaresi@unife.it

Nell'ambiente scientifico italiano il nome di Barnaba Tortolini (1808-1874) è principalmente legato alla fondazione degli *Annali di scienze matematiche e fisiche*, rivista inizialmente dedicata a tutti i rami delle scienze (1850-1857) e dal 1858 esclusivamente alla matematica. Parallelamente all'attività editoriale, Tortolini si dedicò all'insegnamento e alla ricerca matematica.

Dopo aver compiuto i primi studi presso il Collegio Romano, completò la propria formazione matematica e filosofica all'Archiginnasio Romano della Sapienza. Qui fu poi professore, per oltre trent'anni, di calcolo differenziale ed integrale. Tortolini predispose un opportuno manuale per l'insegnamento: *Elementi di calcolo infinitesimale* (Roma, 1844). Tra i suoi allievi più celebri alla Sapienza vi furono lo storico delle matematiche Baldassarre Boncompagni e Francesco Siacci, futuro professore di balistica alla Scuola di applicazione di artiglieria e genio di Torino.

Tortolini fu autore di oltre un centinaio di articoli riguardanti la teoria dell'integrazione, gli integrali ellittici, il calcolo dei residui, con applicazioni alle equazioni differenziali, e la rettificazione di curve. Le sue ricerche furono conosciute anche all'estero e gli valsero l'apprezzamento di importanti matematici del calibro di Cauchy e Liouville. Particolarmente degne di nota furono le memorie "sul calcolo dei residui" (1834-36) e quelle sulla "applicazione del calcolo dei residui all'integrazione delle equazioni differenziali lineari" (1842).

L'esperienza editoriale della fondazione e direzione degli *Annali* costituì l'apice della carriera scientifica di Tortolini. La rivista, nata per ospitare lavori di matematica e fisica di scienziati italiani e stranieri, ebbe un ruolo importante nell'avvio di un programma di rinnovamento della ricerca scientifica italiana. Essa rappresentò un luogo di scambio e confronto tra i membri della nascente comunità scientifica italiana ed offrì l'opportunità di far conoscere i principali temi della ricerca matematica e fisica italiana fuori dai confini italiani.

Bibliografia

F. Brioschi - L. Cremona, Necrologio di Barnaba Tortolini, *Annali di matematica pura ed applicata*, s. II, VII (1875-1876), pp. 63-64.
V. Diorio, Intorno alla vita ed ai lavori di Monsignore D. Barnaba Tortolini, *Atti della Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei*, XXVIII (1874), pp. 93-106.
M. G. Lugaresi, *Barnaba Tortolini*, in Dizionario Biografico degli Italiani, ad vocem, in corso di stampa.
L. Martini, *The politics of unification: Barnaba Tortolini and the publications of research mathematics in Italy, 1850-1865*, in R. Franci, P. Pagli, A. Simi (a cura di), Il Sogno di Galois scritti di storia della matematica, Centro studi della matematica medioevale, Siena, 2003, pp. 171-198.

Esplorare, progettare e costruire macchine matematiche in classe

MICHELA MASCHIETTO

(Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia)

michela.maschietto@unimore.it

Le macchine matematiche dell'Università di Modena e Reggio Emilia (Laboratorio delle Macchine Matematiche, www.mmlab.unimore.it) sono strumenti riguardanti prevalentemente la geometria, costruiti in legno, ottone e plexiglas a partire da testi storici (Bartolini Bussi e Maschietto 2006).
Una macchina matematica è uno strumento che obbliga un punto, un segmento o una figura qualsiasi a muoversi nello spazio o a subire trasformazioni seguendo una legge matematicamente determinata. Esse riguardano quindi uno specifico contenuto matematico (trasformazioni geometriche, sezioni coniche, curve algebriche, prospettiva). Nel tempo sono state incluse anche macchine relative al moto trazionale (Maschietto, Milici e Tournès, in corso di pubblicazione). In generale le macchine sono oggetti manipolabili.
Costruite con finalità didattica ma con una particolare attenzione alla storia della matematica, sono usate in sperimentazioni didattiche e nella formazione degli insegnanti, nonché esposte in mostre temporanee e permanenti. Quando una macchina matematica è introdotta in classe o presentata in una mostra, porta con sé elementi storici (già a partire dal nome del matematico che spesso vi è associato, come ad esempio il parabolografo di Cavalieri, il traslatore di Kempe, la macchina per le lenti iperboliche di Descartes, lo sportello di Dürer, ...).
Dato che una macchina incorpora un certo sapere matematico, il primo verbo che caratterizza le attività è esplorare. L'obiettivo di una esplorazione è scoprire/svelare che cosa fa una certa macchina per poi esplicitare perché fa quel che fa dal punto di vista matematico. Essa si organizza su alcune domande (come è fatta?, che cosa fa?, perché lo fa?, cosa succede se…?, Bartolini Bussi et al. 2011) che sono adattate al livello scolastico degli allievi coinvolti.
Alcune macchine si possono costruire in classe, anche con materiale di recupero. Questo può essere svolto dopo l'esplorazione e studio di una macchina (anche con riferimenti storici), ma anche dando istruzioni. Nel primo caso, il costruire si può intrecciare con il progettare. Ma si può anche costruire come simularne il comportamento con software di geometria dinamica.
In questa comunicazione, si intendono enfatizzare le potenzialità dell'esplorare, costruire e progettare macchine matematiche. I tre verbi saranno declinati su alcune esperienze relative a simmetria assiale, sezioni coniche (Maschietto e Turrini 2012) e teorema di Pitagora (Maschietto, Barbieri e Scorcioni 2017).

Bibliografia

M.G. Bartolini Bussi, M. Maschietto, *Macchine matematiche dalla storia alla scuola*, Springer, Milano, 2006.
M.G. Bartolini Bussi, R. Garuti, F. Martignone, M. Maschietto, *Tasks for teachers in the MMLAB-ER Project*, in B. Ubuz (A cura di.), Proceedings of IGPME 35, PME, Ankara, 2011, vol.1 pp. 127–130.
M. Maschietto, S. Barbieri, F. Scorcioni, *The Pythagorean theorem in mathematics laboratory*, in T. Dooley e G. Gueudet (a cura di), Proceedings of CERME 10, DCU Institute of Education e ERME, 2017, pp. 645–652.
M. Maschietto, P. Milici, D. Tournès, *Semiotic potential of a tractional machine: a first analysis*, Proceedings of CERME 11, ERME, Utrecht, in corso di pubblicazione.
M. Maschietto, M. Turrini, *Risorse per il laboratorio di matematica: macchine matematiche per le sezioni coniche*, in F. Ferrara, L. Giacardi, M. Mosca (a cura di), Conferenze e Seminari dell'Associazione Subalpina Mathesis 2011-2012, Kim Williams Book, Torino, 2012, pp. 263–277.

Una via per l'istruzione tecnica: le scuole militari.

ELISA PATERGNANI

(Università degli Studi di Ferrara)

ptrlse@unife.it

La storia moderna dell'Europa dagli inizi del Cinquecento al Congresso di Vienna è una storia quasi ininterrotta di guerre. Esse furono combattute con un crescente ricorso alle scoperte scientifiche e alle innovazioni tecnologiche. L'utilizzo di scienze e tecniche sempre più raffinate si rese necessario in eserciti sempre più numerosi. Da qui derivò la necessità, in diversi paesi, della creazione di scuole militari appositamente dedicate all'artiglieria e alle fortificazioni. Più della metà del secolo XVIII vide l'Europa insanguinata da una serie di grandi guerre delle quali la penisola italiana fu più volte teatro. Dopo trent'anni di pace si ebbero ancora ventitré anni di guerre europee (1792-1815): prima per limitare il contagio delle idee rivoluzionarie in Francia, poi contro Napoleone. Protagonista delle battaglie in Italia durante la Guerra di successione Spagnola era stato Eugenio di Savoia-Soisson (1663-1736), celebre per aver diretto le armate imperiali nelle guerre balcaniche contro i Turchi. Il principe Eugenio, e dopo di lui, Federico II di Prussia (1712-1786) e Napoleone Bonaparte (1769-1821), contribuirono a riscrivere l'arte militare con un crescente ricorso alle armi dotte: l'artiglieria e il genio.
Gli insegnamenti matematici hanno sempre fatto parte del bagaglio culturale di chi faceva delle armi un mestiere. Le scuole militari costituiscono da tre secoli un centro di irradiazione della cultura scientifica. Agli inizi dell'Ottocento il modello di scuola militare francese fu importato a West Point dove fu creata l'accademia militare per l'esercito degli Stati Uniti. Questa accademia fu la prima scuola di ingegneria nel Nord America. Nelle scuole militari si sono formati ingegneri e tecnici in Europa e in America che poi si sono impegnati nella vita civile e che in alcuni casi sono stati imprenditori innovativi come Giovanni Ansaldo (1814-1859) e Edoardo Agnelli (1892-1935).

Bibliografia

B. Belhoste, *La Formation d'une technocratie. L'École polytechnique et ses élèves de la Révolution au Second Empire*, Paris, Belin, 2003.
P. Bret, *L'Etat, l'armée, la science: L'invention de la recherche publique en France (1763-1830)*, Presses Universitaires de Rennes, 2002.
C. Gilain, A. Guilbaud (a cura di), *Sciences mathématiques 1750-1850, Continuité et ruptures*, Paris, CNRS Editions, 2015.
A. Karp, G. Schubring (a cura di), *Handbook on the History of Mathematics Education*, Springer-Verlag, 2014.
L. Pepe, *Insegnare matematica. Storia degli insegnamenti matematici in Italia*, Bologna, Clueb, 2016.
E. Patergnani, *The Teaching of Mathematics in the Italian Artillery Schools in the Eighteenth Century*, in K. Bjarnadottir, F. Furinghetti, M. Menghini, J. Prytz, G. Schubring (a cura di), Dig where you stand 4. Proceedings of the 4 ICHME, Roma, Edizioni Nuova Cultura, 2017, pp. 247-262.
E. Patergnani, *Insegnamenti matematici nelle scuole militari in Italia da Eugenio di Savoia a Napoleone*, Tesi di Dottorato, relatore Luigi Pepe, Università degli studi di Ferrara, A.A. 2017-1018.

Matematica e matematici nelle "Novelle Letterarie pubblicate in Firenze" 1740-1792

CLARA SILVIA ROERO

(Università degli Studi di Torino)

clarasilvia.roero@unito.it

Le *Novelle letterarie pubblicate in Firenze* esordirono nel 1740 per volere del bibliotecario e storico Giovanni Lami, dell'etruscologo Anton Francesco Gori e del canonico di Livorno Giovan Panfilo Gentili e furono dirette nei primi 29 volumi dal 1743 al 1769 dal solo Lami, che si valse dell'aiuto del giovane Bartolomeo Bianucci che insegnava fisica sperimentale all'università di Pisa. Nel 1770 la redazione passò a due eruditi compilatori di elogi di toscani illustri Marco Lastri e Giuseppe Pelli Bencivenni che ne curarono la prosecuzione con la collaborazione del bibliotecario Angelo Maria Bandini, del matematico Pietro Ferroni e del medico Alessandro Bicchierai per un totale di 23 volumi dal 1770 al 1792. L'ampio arco temporale di questa gazzetta settimanale, rilegata in volumi annuali, consente di ricomporre sul territorio italiano, nei diversi stati, l'editoria matematica, le traduzioni di opere estere, i commenti e le divulgazioni delle teorie newtoniane e leibniziane, gli autori e i corsi di istituzioni per collegi e scuole, le pubblicazioni delle accademiche nazionali e internazionali, i bandi e i premi, le collane, i dizionari e le enciclopedie.

Bibliografia essenziale

G. Barsanti, V. Becagli, R. Pasta (a cura di), *La politica della scienza Toscana e Stati italiani nel tardo Settecento*, Firenze, Olschki, 2016.
V. Castronovo, G. Ricuperati, C. Capra, *La stampa italiana dal Cinquecento all'Ottocento*, Roma-Bari, Laterza, 1976.
E. Del Tedesco (a cura di), *Il «Giornale de' Letterati d'Italia» Trecento anni dopo. Scienza, Storia, Arte, Identità (1710-2010)*, Pisa-Roma, F. Serra, 2012.
P. Riccardi, *Biblioteca Matematica Italiana*, Modena Tip. Erede Soliani, 1871-1874.
C.S. Roero, Organising, enhancing and spreading Italian science. Mathematics in the learned journals of the 18th century printed in Venice, *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 63, N. 170-171, 2013, pp. 383-407.

Il lavoro di Ernesto Cesàro sulle serie di Lambert

RICCARDO ROSSO
(Università degli Studi di Pavia)
riccardo.rosso@unipv.it

La serie di Lambert deve il suo fascino al legame, a prima vista sorprendente, con la distribuzione dei numeri primi. Questo legame fu però giudicato *fuorviante* (*verführisch*) nel 1913 dal matematico tedesco Konrad Knopp perché, se da un lato aveva spinto molti matematici ad affrontare lo studio della serie di Lambert dai più svariati punti di vista, gli sforzi profusi non erano stati ripagati con significativi risultati sulla distribuzione dei primi. Sempre Knopp riconobbe, molto tempo dopo, alla luce dei risultati di Norbert Wiener, che il legame era stato, in fin dei conti, di un certo rilievo, perché portò comunque ad una dimostrazione del "teorema dei numeri primi".
Il lavoro di Ernesto Cesàro sulle serie di Lambert---opportune serie di funzioni razionali di cui quella originalmente proposta da Lambert è il caso più semplice---può essere visto come la dimostrazione sul campo della veridicità dei due giudizi di Knopp. Nel corso della sua carriera, Cesàro si occupò sotto vari aspetti di queste serie ottenendo però spesso risultati parziali, quando non erronei. Eppure, nonostante i molti risultati non conclusivi, Cesàro ebbe un merito indiscutibile: quello di applicare alle serie di Lambert un teorema di indole elementare, proposto da Paul Appell nel 1878. Questo teorema, opportunamente generalizzato da Knopp, come da altri matematici quali Franel, Lasker ed Hardy, si rivelò un tassello importante nello sviluppo dei mezzi analitici necessari alla dimostrazione di Wiener del teorema dei numeri primi tramite le serie di Lambert.

Bibliografia

P. Appell, Sur certaines séries ordonnées par rapport aux puissances d'une variable. *Comptes Rendus hebdomadaires de l'Académie des Sciences de Paris*, 87, 1878, pp. 689-692.
E. Cesàro, La serie di Lambert in aritmetica assintotica, *Rendiconto della Reale Accademia delle Scienze di Napoli*, 7 (S.II), 1893, pp. 187-195.
K. Knopp, *Grenzwerthe von Reihen bei der Annäherung an die Konvergenzgrenze*, Dieterich'schen Universität-Buchdruckerei, Göttingen, 1907.

K. Knopp, Über *Lambert*sche Reihen, *Journal für die reihe und angewandte Mathematik*, 142, 1913, pp. 283-315.
K. Knopp, *Theory and applications of infinite series*, Blackie & Son, Glasgow, 1951.
J.-H. Lambert, *Anlage zur Arkitechtonik oder Theorie des Ersten und des Einfachen in der philosophischen und mathematischen Erkenntnis*, Zweiter Band, Hartknoch, Riga, 1771.
N. Wiener, Tauberian theorems, *Annals of Mathematics*, 33 (S. II), 1932, pp. 1-100.

Le figure delle Coniche di Apollonio

KEN SAITO
(Yokkaichi University, Giappone)
ksaito@joy.hi-ho.ne.jp

Le *Coniche* di Apollonio trattano relazioni complicate tra le ordinate, i segmenti di diametri, le tangenti e le linee paralleli a loro. Tali relazioni — uguaglianza, disuguaglianza, proporzioni ecc. — sono visibili anche sulle figure che accompagnano il testo. Però come Decorps-Foulquier (1999) ha reso evidente, il manoscritto Vat. gr. 206, l'archetipo di tutti i manoscritti greci esistenti, usano le circonferenze del cerchio per disegnare tutte e tre le sezioni coniche (parabola, iperbole ed elisse).
Ciononostante le figure del manoscritto Vat. gr. 206 con solo le rette e le circonferenze non talmente aumentano la difficoltà per la comprensione delle proposizioni, che sono peraltro difficili per i suoi contenuti matematici. Anche se le figure del manoscritto sono poco esatte, le inesattezze sono spesso spostate alle relazioni meno visibili nelle figure.
Si vedrà, in alcuni esempi, come le figure del manoscritto conciliano l'uso delle circonferenze per tutte le sezioni coniche e l'esigenza dell'esattezza del disegno, sacrificando le proprietà poco importanti nel contesto della dimostrazione.
Sarà esaminata anche la nuova edizione critica di Decorps-Foulquier e Federspiel (2008, 2010), che ha segnalato un grande passo avanti anche nei confronti del trattamento delle figure rispetto a quella di Heiberg (1891-1893).
La figura nella nuova edizione è stata curata da Decorps-Foulquier, dove sono usate le vere curve coniche invece delle circonferenze nel manoscritto anche se dichiara che "le figure edite nel presente volume danno un'immagine fedele del *corpus* delle figure trasmesse da V (=Vat. gr. 206) nel primo libro" (Decorps-Foulquier e Federspiel 2008, p. LXIX). La decisione di eliminare l'uso delle circonferenze nelle figure del manoscritto è giusta, anche se sarebbe ancora meglio mostrare la figura del manoscritto accanto a quella dopo correzione. Bisogna inoltre notare che la possibilità non è unica, quando si tenta di restituire una figura con le vere sezioni coniche dal disegno in cui le circonferenze le sostituiscono. Sarà esaminato il modo e i possibili problemi di restituire le figure "esatte" con vere coniche, soprattutto quando si tratta delle figure per la dimostrazione per assurdo, dove le figure devono essere in qualche modo false.

Bibliografia

M. Decorps-Foulquier, Sur les figures du traité des *Coniques* d'Apollonios de Pergé édité par Eutocius d'Ascalon, *Revue d'Histoire des Mathématiques*, 5, 1999, pp. 61-82.
M. Decorps-Foulquier, Michel Federspiel (edd.), Apollonios de Perge, *Coniques, Texte grec et arabe établi, traduit et commenté sous la direction de Roshdi Rashed*, Walter de Gruyter, Berlin / New York, Volume 1/1.2, 2008, Volume 1/2.3, 2010.
I.L. Heiberg (ed.), *Apollonii Pergaei quae graece exstant cum commentariis antiquis*, Teubner, 1891-93. Ristampa: Teubner, Stuttgart, 1974. 2 voll.

La misteriosa fine della rivista Archimede

ANTONIO SALMERI

(Direttore Euclide Giornale di matematica per i giovani)

info@euclide-scuola.org

Nel maggio 1923 sorgeva a Palermo la "Società Universitaria di Scienze Matematiche" di Palermo con lo spirito di emulare "i primi gloriosi atenei italiani che in fondo furono 'corporazioni' fra Professori e studenti e a ciò dovettero la loro gloria". Occorre quindi che si abbia fiducia nei giovani e per questo la SUSM fa nascere la rivista alla quale si vuole dare il nome di "Archimede. Rassegna bimestrale di Matematica, Fisica e Ingegneria" in omaggio al grande Scienziato Siciliano, Matematico, Fisico e Ingegnere.
La rivista nasce con il patrocinio del Sindaco di Palermo, del Presidente del Consiglio Provinciale e con lo stesso Rettore dell'Università e quindi con tutti i requisiti per fare concorrenza ai Rendiconti del Circolo matematico di Palermo che in quegli anni primeggiava nel mondo.
Questa Rassegna inizia con articoli di Michele De Franchis su Peano e di Michele La Rosa critico su alcuni punti della Relatività di Einstein e continua con interessanti articoli anche di ingegneria.
Il numero di dicembre pubblica l'inizio della prima traduzione italiana eseguita da Gaetano Fazzari de "Il Metodo" di Archimede rimandando la continuazione al primo numero del 1924 che non uscirà mai in quanto inspiegabilmente la Rassegna sospende la pubblicazione. In questo intervento proponiamo una possibile causa della fine di questa Rassegna.

Il ruolo di Luigi Cremona nella prima formazione scientifica di Eugenio Beltrami attraverso la loro corrispondenza.

MARIA ALESSANDRA VACCARO

(Università degli Studi di Palermo)

marialessandra.vaccaro@unipa.it

Com'è noto Eugenio Beltrami aveva stretto con Luigi Cremona un rapporto d'amicizia sin dagli anni passati a Pavia da studente (1853-1856). Costretto ad abbandonare gli studi per motivi familiari (l'assenza del padre, la morte del nonno paterno e la perdita della borsa di studio, pare per motivi politici), trova un lavoro a Verona nell'amministrazione delle strade ferrate del Lombardo-Veneto (1856-1859), riuscendo così a mantenere sé stesso e la madre. Nel 1860 dopo la liberazione di Milano, Beltrami si trasferisce nella capitale lombarda e lì riprende i contatti con Francesco Brioschi e Cremona. La corrispondenza Beltrami-Cremona[1], iniziata nell'ottobre 1860 al momento del trasferimento di Cremona a Bologna e custodita presso l'archivio dell'Istituto Mazziniano di Genova, mostra chiaramente non solo il rapporto di intima amicizia tra i due, ma anche il ruolo di Cremona come "mentore" nella ripresa degli studi del giovane Beltrami.
Lo scambio epistolare rivela il giovane matematico cremonese intento allo studio dei classici testi di Plücker, Steiner, Möbius (su cui scrive a Cremona: *Bramerei sapere da voi medesimo se è libro dal quale io possa imprendere anche tosto la lettura con frutto*). Il matematico pavese non si limita a guidare negli studi il suo giovane amico, ma comincia a interessarsi vivamente del suo futuro affinché possa finalmente ottenere la sospirata laurea oppure possa trovare una sistemazione in un liceo (*Come già vi ho detto nell'ultima mia io ho assai piacere che aspiriate al pubblico insegnamento. Laureatevi subito, subito. Io non vi adulo; voi avete ingegno molto, e molta volontà; assai più volontà che io non abbia avuta all'età vostra, la quale è la migliore per gli studi. Persistete e vi predico una carriera luminosa*). Cremona, che usa metodi puramente sintetici, non vuole indurre il giovane Beltrami, il quale preferisce invece metodi analitici, a seguire il suo approccio (*Io non sono un uomo di idee esclusive: purché ci metta fermezza e costanza, segui pure l'inspirazione del tuo ingegno: essa è la miglior guida. Studia i diversi rami d'analisi, fa tuoi i poderosi strumenti creati dalla scienza moderna: poi sceglierai il campo*

[1] Uno speciale ringraziamento per la trascrizione della corrispondenza epistolare va alla dott.ssa Paola Testi Saltini.

che più si confarà all'indole della tua mente.). Nello stesso tempo egli scoraggia Beltrami dal dedicarsi alla stesura di libri di testo che non gioverebbero alla sua carriera, stimolandolo invece a concentrarsi sui suoi studi (*L'idea di fare un buon libro, di semplificare e rendere accessibile altrui una teoria d'aspetto difficile è seducente per un giovane: io pure ebbi tale idea, ma fortunatamente Brioschi me ne distolse ed gliene son grato*).
Nell'ottobre del 1862 Beltrami, non ancora laureato, è chiamato a ricoprire la cattedra di Algebra Complementare e Geometria Analitica all'Università di Bologna e qui rincontra il suo amico e collega. Tale decisione fu concertata da Brioschi e Cremona in un periodo in cui Beltrami pur avendo già manifestato le sue doti brillanti di matematico, aveva prodotto soltanto tre lavori tutti pubblicati negli Annali di Matematica pura e applicata. Come mostrato dalla corrispondenza con Cremona, l'apprendistato matematico del giovane Beltrami non si conclude con la "conquista" della cattedra, ma prosegue per alcuni anni.
In questo contributo si analizzeranno, in particolare, quelle lettere in cui i due matematici discutono di questioni geometriche nelle quali intervengono i metodi della nascente teoria delle trasformazioni quadratiche.

Bibliografia essenziale

Corrispondenza Beltrami-Cremona dell'Archivio dell'Istituto Mazziniano di Genova.
E. Beltrami, Intorno alle coniche dei nove punti e ad alcune quistioni che ne dipendono, *Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna*, serie II, vol. II, 1862, pp. 361-395.

I numeri della mente tra logaritmi e funzioni potenza

VERENA ZUDINI

(Università degli Studi di Trieste)

vzudini@units.it

A partire dal Settecento si pose con forza il problema di misurare l'intensità delle variabili mentali. La questione fu affrontata considerando i due "mondi", quello fisico e quello mentale, disposti in modo che a ogni variabile fisica corrispondesse una variabile mentale. Il problema si riduceva quindi a trovare la funzione ("legge psicofisica") che legasse variabile fisica e variabile mentale.
Il primo a proporre una soluzione compiuta per tale problema fu Gustav Theodor Fechner, fondatore riconosciuto della "psicofisica classica", che sostenne la seguente posizione: se, come era evidente a livello sperimentale, non si potevano misurare direttamente le sensazioni, era tuttavia possibile misurare gli stimoli che le provocavano e determinare le soglie delle sensazioni, specialmente quelle differenziali, utilizzandole come unità di misura; si trattava di misurare le sensazioni attraverso la misura degli stimoli che inducevano sensazioni ugualmente percettibili, trovando un metodo per stabilire l'uguaglianza tra due sensazioni date. La quantificazione delle sensazioni avveniva quindi per via indiretta, ricorrendo alla misura degli stimoli fisici a esse correlati ("teoria correlazionale" della misurazione), sulla base del parallelismo tra fisico e psichico e della relazione funzionale di reciprocità che legittimava lo studioso a scegliere il punto di vista più opportuno (o, in definitiva, l'unico praticabile).
Utilizzando i risultati ottenuti da Ernst Heinrich Weber sulla sensitività differenziale, Fechner, sulla base di quella che a suo avviso era un'evidenza sperimentale - ovvero del fatto che la differenza di sensazione appena percettibile fosse costante - e con l'applicazione del calcolo differenziale e integrale alla sensazione concepita come fenomeno che cresceva nel tempo (e quindi suscettibile di variazioni infinitesime), enunciò la sua celebre formula di misurazione logaritmica. La formula di misurazione da lui elaborata fu chiamata "legge di Fechner" e costituì "il primo enunciato esplicito, quantitativo che lega sensazioni a stimoli" (Algom, 2003).
Fin dalla sua comparsa, l'opera di Fechner fu oggetto di vivace dibattito e tre, in particolare, furono gli argomenti discussi: il primo concerneva la correttezza della derivazione della legge da lui proposta a partire dai dati sperimentali e dalle tecniche matematiche utilizzate; il secondo era relativo alla natura della legge; il terzo verteva sulla possibilità stessa di misurare le sensazioni e le grandezze psichiche in

generale. Per quanto riguarda il primo aspetto, che risulta il più interessante in questo contesto, tenendo conto anche degli sviluppi della psicofisica, fu rilevante il contributo di Joseph Antoine Ferdinand Plateau. Sulla base di esperimenti condotti sulla bisezione di intervalli sensoriali, egli, a differenza di Fechner, propose, come legge psicofisica, una funzione potenza. La funzione potenza di Plateau sarebbe tornata alla ribalta nella "psicofisica moderna" di S. S. Stevens. Quest'ultimo amava citare Plateau fra coloro che, nell'Ottocento, avevano anticipato la sua legge potenza.

Bibliografia

D. Algom, *Psychophysics*, in L. Nadel (a cura di), Encyclopedia of Cognitive Science, Natura Publishing Group, London, 2003, Volume 3, pp. 800-805.
G. T. Fechner, *Elemente der Psychophysik*, Breitkopf & Härtel, Leipzig, 1860 (Ristampa Bonset, Amsterdam, 1964).
J. Plateau, Sur la mesure des sensations physique, et sur la loi qui lie l'intensité de ces sensations à l'intensité de la cause excitante, *Bulletins de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique*, 2me Série, Volume 33, 1872, pp. 376-388.
S. S. Stevens, On the psychophysical law, *Psychological Review*, 64, 3, 1957, pp. 153-181.
E. H. Weber, *De pulsu, resorptione, auditu et tactu. Annotationes anatomicae et physiologicae*, Koehler, Lipsiae, 1834.
E. H. Weber, *Der Tastsinn und das Gemeingefühl*, in R. Wagner (a cura di), Handwörterbuch der Physiologie, mit Rücksicht auf physiologische Pathologie, Vieweg, Braunschweig, 1846, Volume III, pp. 481-588.
V. Zudini, *I numeri della mente. Sulla storia della misura in psicologia*, EUT, Trieste, 2009.
V. Zudini, The Euclidean model of measurement in Fechner's psychophysics, *Journal of the History of the Behavioral Sciences*, 47, 1, 2011, pp. 70-87.
V. Zudini, Teaching mathematics with the use of the history of mathematics: Some opportunities offered by the world of psychophysics, *TOJET, Special Issue for INTE – ITICAM – IDEC 2018 (indexed by ERIC and SCOPUS)*, Volume 2, Novembre 2018, pp. 617-627.