

Giuseppe Sanfilippo

Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli Studi di Palermo

giuseppe.sanfilippo@unipa.it

Carmen Zito

I.C. “Boccadifalco Tomasi di Lampedusa”, Palermo

carmen.zito@istruzione.it

Titolo: La Ruota della Fortuna

Abstract/Riassunto. Nell’anno scolastico 2013-2014 presso l’I. C. *Boccadifalco Tomasi di Lampedusa* di Palermo abbiamo realizzato un progetto PON finalizzato all’ampliamento della matematica per le classi seconde della scuola primaria. In una delle attività realizzate, che descriviamo in questo lavoro, ci siamo occupati del problema dell’elicitazione delle probabilità basata sul criterio della scommessa [1]. Nell’attività proposta si richiede la formulazione delle probabilità mediante dei gradi di fiducia su alcuni eventi relativi al gioco della ruota della fortuna. In particolare, si propone allo studente di formulare delle valutazioni di probabilità mediante delle scommesse nel ruolo di giocatore in un gioco inizialmente non equo. Dopo aver fatto un consistente numero di giri della ruota, si commentano eventuali risultati a favore del banco e si osserva che per rendere il gioco equo occorre modificare le quote di vincita in modo tale che esse coincidano con i reciproci delle probabilità. Per l’azione didattica proposta si può far ricorso a modalità di apprendimento cooperativo. Per non far apparire arida, astrusa ed inutile la matematica, si può far vedere che essa è lo strumento naturale per affrontare, analizzare e risolvere, problemi anche in situazioni di incertezza o conoscenza parziale.

Descrizione dell’attività

L’attività proposta agli studenti prende spunto da quella denominata *ruota delle probabilità* descritta in [2] e contenente una *ruota* avente 10 settori circolari (5 blu, 3 verdi e 2 rossi). In questo lavoro proponiamo una ruota suddivisa in 12 settori circolari: 6 blu, 4 verdi, 2 di rossi (Figura 1 e simulatore [5]). Come si vedrà in seguito, con tale suddivisione, che sfrutta alcune proprietà dei numeri perfetti¹, si ottengono in un gioco equo tre quote di vincita, che oltre ad essere diverse, sono anche dei numeri interi. L’attività preparatoria consiste nel fare costruire manualmente la ruota allo studente seguendo le indicazioni illustrate brevemente in Figura 1. Poi gli studenti vengono suddivisi in coppie in cui uno assume il ruolo di giocatore e l’altro di banco (possono anche essere suddivisi in gruppi in cui vi è un solo banco e tanti giocatori). Ai partecipanti vengono distribuiti dei gettoni o delle fiches. Il generico giocatore per partecipare al gioco deve consegnare UN gettone al banco e scommettere su uno dei tre colori: *Blu*, *Verde*, *Rosso*. Il banco fa girare la ruota e paga le eventuali vincite secondo il seguente schema (vedi Tabella 1): se “esce” il colore su cui ha scommesso il giocatore, allora il banco deve dare DUE gettoni al giocatore (quello per la partecipazione più uno per il risultato); se “esce” un colore diverso, allora il banco non deve pagare nulla e quindi trattiene il gettone del giocatore.

Sulla base dell’esperienze condotte in passato, ci si aspetta che inizialmente lo studente giocatore, soprattutto se di una seconda o terza classe primaria, scelga il colore su cui scommettere senza tenere conto della suddivisione della ruota in settori circolari. Ad esempio, egli sceglierà il colore preferito oppure ne sceglierà una a caso tra i tre presenti. Immaginiamo che scelga a caso, cioè che egli valuti ugualmente probabili i tre casi possibili B, V, R , con $B=$ “Esce il Blu”, $V=$ “Esce il Verde” e $R=$ “Esce il Rosso”. Tale valutazione, cioè $P(B) = P(V) = P(R) = \frac{1}{3}$, si basa su una non adeguata scelta dei casi possibili giudicati “ugualmente possibili” secondo il criterio classico di valutazione della probabilità di un evento come casi favorevoli su casi possibili. Dalla struttura della ruota si evince che una scelta più adeguata dei casi possibili da valutare ugualmente “possibili” (cioè equiprobabili) consiste nel considerare, non i tre eventi B, V e R , ma i 12 settori

¹ Un numero si dice perfetto se è somma dei suoi divisori propri (ad esempio, $6=1+2+3$ e $28=1+2+4+7+14$). Un’altra ruota che si può prendere in considerazione in modo tale da avere cinque quote di vincita intere è quella suddivisa in 28 settori circolari con 1, 2, 4, 7, 14 settori, rispettivamente, di colore giallo, grigio, rosso, verde e blu.

circolari. Pertanto, se si considerano questi ultimi come casi ugualmente probabili, piuttosto che assegnare probabilità $\frac{1}{3}$ a ciascuno dei tre eventi B, V, R , poichè dei 12 casi possibili vi sono 6 casi favorevoli solo all'evento B , 4 casi favorevoli solo all'evento V e 2 casi favorevoli solo all'evento R , si hanno le seguenti probabilità: $P(B) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$, $P(V) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ e $P(R) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$. Lo studente si può accorgere che la seconda valutazione è più appropriata della prima mediante un approccio frequentista, ad esempio osservando, dopo aver effettuato un numero consistente di giri della ruota, che il numero di volte in cui si presenta il colore *Blu* è ben superiore al numero di volte in cui si presenta il colore *Rosso*. Egli inoltre potrà non essere d'accordo sulle quote di vincita e affermare che esse dovrebbero non essere le stesse per ciascun colore su cui si può scommettere. Si cerca quindi di spiegare che per rendere più "onesto" il gioco occorra assegnare ad eventi "molto" probabili una vincita "bassa" e ad eventi "poco" probabili una vincita "elevata". Più precisamente si dirà che per rendere il gioco *equo* le vincite dovranno essere i reciproci delle probabilità dell'evento su cui si scommette. Pertanto, essendo $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(V) = \frac{1}{3}$ e $P(R) = \frac{1}{6}$, in un gioco equo le vincite, illustrate in Tabella 2 e associate al colore su cui si scommette un gettone saranno: 2 per il Blu, 3 per il Verde e 6 per il Rosso. Se si scommettono n gettoni le vincite vanno moltiplicate per n . L'attività si può concludere rimarcando che in generale i vari giochi d'azzardo non sono mai giochi equi e che sono sempre sfavorevoli per il giocatore.

Metodologia

L'azione didattica proposta all'interno del laboratorio di matematica non si è limitata alla sola prospettiva disciplinare. Per abituare gli allievi a risolvere situazioni problematiche nuove ed insolite, i contenuti sono stati caratterizzati dalla trasversalità. Si è fatto ricorso a modalità di apprendimento cooperativo nel tentativo di trasformare i gruppi classe in piccole comunità di apprendimento (costruttivismo, [3, 4]). Questa esigenza è nata per non far apparire arida, astrusa ed inutile la matematica. Uno degli obiettivi del laboratorio era quello di verificare che la matematica è una disciplina comprensibile da tutti ed è uno strumento utile per affrontare chiaramente problemi quotidiani anche in situazioni di incertezza o di conoscenza parziale. Contestualmente, sono stati avviati processi dinamico relazionali che successivamente ci hanno permesso di rilevare, anche attraverso le verifiche, un buon livello raggiunto dai corsisti nell'area meta cognitiva e con una ricaduta positiva nella didattica curricolare. Gli alunni hanno sperimentato attraverso prove ed errori, senza mai scoraggiarsi dinanzi ai problemi proposti dalla "matematica" che è sempre stata una compagna di viaggio ed un'amica di gioco all'interno del laboratorio. È stata privilegiata dunque la didattica partecipativa, attiva, metacognitiva centrata sullo studente e in cui il docente ha avuto il ruolo di facilitatore di apprendimento.

Strategie/Metodologie: Conversazione guidata, Brainstorming, Problem solving, Cooperative learning, Simulazione/role play, Tutoring, Lavoro a coppie di aiuto, Lavoro in piccolo gruppo, Peer collaboration.

Verifica e valutazione delle competenze: le osservazioni sistematiche hanno permesso ai docenti di rilevare il processo, ovvero la capacità degli allievi di comprendere in modo corretto la consegna, di utilizzare le conoscenze e le abilità pregresse in maniera valida ed efficace, di rilevare le competenze relazionali.

Caratteristiche del compito di realtà assegnato: situazione di partenza con argomento che interessava gli allievi; *stimolo* attraverso problematizzazione e discussione; il compito assegnato non è stato di tipo tradizionale; l'attività ha rischiato l'utilizzo di abilità e conoscenze pregresse ed è stata disciplinare e interdisciplinare; si è svolta in assetto laboratoriale in un'ottica di co-costruzione pratica del sapere; è stata attinente al quotidiano, al vissuto e all'esperienza degli allievi; ha prodotto un manufatto finale.

Riferimenti bibliografici

- [1] B. de Finetti. *Teoria della probabilità vol.1*. Einaudi, 1970.
- [2] L. Gerli. *Mat Attack*. Carlo Signorelli, 2006.
- [3] G. A. Kelly. *The Psychology of Personal Constructs, 2 Voll*. Norton, 1955.
- [4] J. Piaget. *La construction du réel chez l'enfant*. Delachaux & Niestlé, 1937.
- [5] G. Sanfilippo e C. Zito. Materiale online e simulatore della Ruota della Fortuna: www.unipa.it/sanfilippo/wheel

si scommette	si ricevono
1 gettone su un colore	$\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ gettoni, se esce il colore su cui si è scommesso,} \\ 0 \text{ gettoni, negli altri casi.} \end{array} \right.$

Tabella 1: Schema del gioco non equo

si scommette	si ricevono (gioco equo)
1 gettone su un colore	$\left\{ \begin{array}{l} 6 \text{ gettoni, se il colore su cui si è scommesso è il Rosso ed esce il Rosso,} \\ 3 \text{ gettoni, se il colore su cui si è scommesso è il Verde ed esce il Verde,} \\ 2 \text{ gettoni, se il colore su cui si è scommesso è il Blu ed esce il Blu.} \\ 0 \text{ gettoni, negli altri casi.} \end{array} \right.$

Tabella 2: Schema del gioco equo

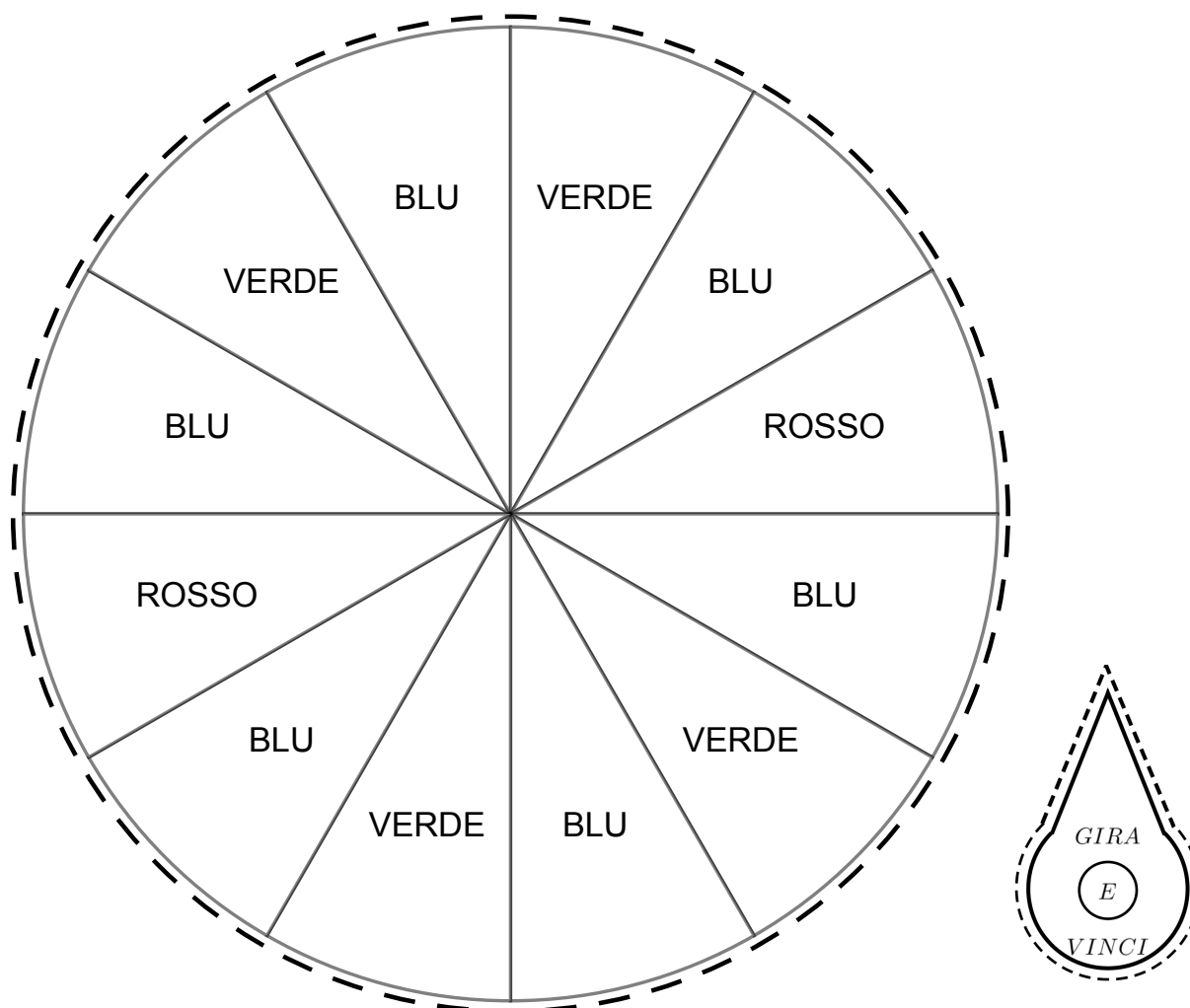


Figura 1: Ruota della Fortuna. Incolla su un cartoncino sia la ruota che la freccina (eventualmente ingrandite). Colora i settori circolari con il colore corrispondente. Ritaglia la ruota e la freccina. Fai un piccolo foro sul cerchio interno della freccina e uno un pò più grande nel centro della ruota. Fissa la freccina con un fermacampione al centro della ruota. Scommetti su un colore e fai girare la ruota.