



Società Italiana di Ricerca Didattica





Giornale Italiano della Ricerca Educativa

Italian Journal of Educational Research

RIVISTA SEMESTRALE

anno X – numero 19 – Dicembre 2017



Direttore | Editor in chief

ACHILLE M. NOTTI | Università degli Studi di Salerno

Condirettori | Co-editors

PIETRO LUCISANO | Sapienza Università di Roma

PIER CESARE RIVOLTELLA | Università Cattolica di Milano

Comitato Scientifico | Editorial Board

JEAN-MARIE DE KETELE | Université Catholique de Lovanio

VITALY VALDIMIROVIC RUBTZOV | City University di Mosca

GIOVANNI BONAIUTI | Università degli Studi di Cagliari

ETTORE FELISATTI | Università degli Studi di Padova

MARIA LUCIA GIOVANNINI | Università di Bologna

MARIA LUISA IAVARONE | Università degli Studi di Napoli "Parthenope"

LOREDANA PERLA | Università degli Studi di Bari Aldo Moro

PATRIZIA MAGNOLER | Università degli Studi di Macerata

GIOVANNI MORETTI | Università degli Studi di Roma Tre

ELISABETTA NIGRIS | Università degli Studi di Milano-Bicocca

Comitato editoriale | Editorial management

MARIA CINQUE | Università di Roma LUMSA

ANNA SERBATI | Università degli Studi di Padova

ROSA VEGLIANTE | Università degli Studi di Salerno

Note per gli Autori | Notes to the Authors

I contributi, in formato MS Word, devono essere inviati all'indirizzo email del Comitato Editoriale: rivista@sird.it

Ulteriori informazioni per l'invio dei contributi sono reperibili nel sito www.sird.it

Submissions have to be sent, as Ms Word files, to the email address of the Editorial Management: rivista@sird.it

Further information about submission can be found at www.sird.it

Consultazione numeri rivista

<http://ojs.pensamultimedia.it/index.php/sird>

Codice ISSN 2038-9736 (testo stampato)

Codice ISSN 2038-9744 (testo on line)

Registrazione Tribunale di Bologna n. 8088 del 22 giugno 2010

Finito di stampare: Dicembre 2017

Abbonamenti • Subscription

Italia euro 25,00 • Estero euro 50,00

Le richieste d'abbonamento e ogni altra corrispondenza relativa agli abbonamenti vanno indirizzate a: abbonamenti@edipressrl.it

Editing e stampa

Pensa MultiMedia Editore s.r.l. - Via A. Maria Caprioli, 8 - 73100 Lecce - tel. 0832.230435

www.pensamultimedia.it - info@pensamultimedia.it

Progetto grafico copertina

Valentina Sansò

Obiettivi e finalità | Aims and scopes

Il **Giornale Italiano della Ricerca Educativa**, organo ufficiale della **Società Italiana di Ricerca Didattica (SIRD)**, è dedicato alle metodologie della ricerca educativa e alla ricerca valutativa in educazione.

Le aree di ricerca riguardano: lo sviluppo dei curricoli, la formazione degli insegnanti, l'istruzione scolastica, universitaria e professionale, l'organizzazione e progettazione didattica, le tecnologie educative e l'e-learning, le didattiche disciplinari, la didattica per l'educazione inclusiva, le metodologie per la formazione continua, la docimologia, la valutazione e la certificazione delle competenze, la valutazione dei processi formativi, la valutazione e qualità dei sistemi formativi. La rivista è rivolta a ricercatori, educatori, formatori e insegnanti; pubblica lavori di ricerca empirica originali, casi studio ed esperienze, studi critici e sistematici, insieme ad editoriali e brevi report relativi ai recenti sviluppi nei settori. L'obiettivo è diffondere la cultura scientifica e metodologica, incoraggiare il dibattito e stimolare nuova ricerca.

The **Italian Journal of Educational Research**, promoted by the **Italian Society of Educational Research**, is devoted to Methodologies of Educational Research and Evaluation Research in Education.

Research fields refer to: curriculum development, teacher training, school education, higher education and vocational education and training, instructional management and design, educational technology and e-learning, subject teaching, inclusive education, lifelong learning methodologies, competences evaluation and certification, docimology, students assessment, school evaluation, teacher appraisal, system evaluation and quality.

The journal serves the interest of researchers, educators, trainers and teachers, and publishes original empirical research works, case studies, systematic and critical reviews, along with editorials and brief reports, covering recent developments in the field. The journal aims to share the scientific and methodological culture, to encourage debate and to stimulate new research.

Comitato di referaggio | Referees Committee

Il Comitato di Revisori include studiosi di riconosciuta competenza italiani e stranieri. Responsabili della procedura di referaggio sono il direttore e il condirettore della rivista.

The Referees Committee includes well-respected Italian and foreign researchers. The referral process is under the responsibility of the Journal's Editor in Chief and Co-Editors.

Procedura di referaggio | Referral process

Il Direttore e Condirettore ricevono gli articoli e li forniscono in forma anonima a due revisori, tramite l'uso di un'area riservata nel sito della SIRD (www.sird.it), i quali compilano la scheda di valutazione direttamente via web entro i termini stabiliti. Sono accettati solo gli articoli per i quali entrambi i revisori esprimono un parere positivo. I giudizi dei revisori sono comunicati agli Autori, assieme a indicazioni per l'eventuale revisione, con richiesta di apportare i cambiamenti indicati. Gli articoli non modificati secondo le indicazioni dei revisori non sono pubblicati.

Per consultare il codice etico consultare il link:

<http://ojs.pensamultimedia.it/index.php/sird/about/editorialPolicies#custom-0>

Editor in chief and co-editor collect the papers and make them available anonymously to two referees, using a reserved area on the SIRD website (www.sird.it), who are able to fulfill the evaluation grid on the web before the deadline. Only articles for which both referees express a positive judgment are accepted. The referees evaluations are communicated to the authors, including guidelines for eventual changes with request to adjust their submissions according to the referees suggestions. Articles not modified in accordance with the referees guidelines are not accepted.

INDICE

9 EDITORIALE DI ACHILLE M. NOTTI

Studi

- 13 **PAOLA AIELLO, ERIKA M. PACE, DIMITER M. DIMITROV, MAURIZIO SIBILIO**
A study on the perceptions and efficacy towards inclusive practices of teacher trainees
Indagine sulle percezioni e sull'efficacia dei docenti in formazione verso un agire didattico inclusivo
- 29 **MARCO GILIBERTI**
L'aspetto fondamentale della teoria nella didattica della fisica quantistica
The fundamental aspect of the theory in quantum physics education
- 41 **FILIPPO GOMEZ PALOMA, MARINA CALÒ, MARCO BORRELLI
DOMENICO TAFURI**
Embodied Cognition Design. La pedagogia sperimentale tra cognizione corporea e spazio architettonico
Embodied Cognition Design. Experimental pedagogy between embodied cognition and architectural space
- 53 **ROSANNA TAMMARO, ANNAMARIA PETOLICCHIO, ANNA D'ALESSIO**
Formazione dei docenti e sistemi di reclutamento: un *Leitmotiv*
Teacher training and recruitment systems: a *Leitmotiv*
- 69 **RENATA VIGANÒ**
La valutazione come esercizio di cittadinanza responsabile. Snodi e prospettive nei sistemi educativi e formativi
Assessment as an exercise of responsible citizenship. Issues and perspectives in educational and training systems

Ricerche

- 83 ANTOINE BODIN, MARIA LUCIA GIOVANNINI, LILIANA SILVA**
L'utilisation de l'analyse implicative et cohésitive pour exploiter un test standardisé de mathématique
Use of Implicative and Cohesive Analysis for exploiting a mathematical standardized test
- 103 EMANUELA BOTTA, CRISTINA LASORSA**
La migrazione delle prove INVALSI di Matematica da PPT a CBT. Uno studio sulle prove di pre-test per la II superiore.
The migration of INVALSI mathematics tests from PPT to CBT. A study about filed-trial tests for the second class of Secondary school
- 121 BENEDETTO DI PAOLA, GIUSEPPE ZANNIELLO**
Ricerca educativa in ambienti multiculturali con allievi cinesi: la lingua scritta come ponte per un avvio informale al pensiero algebrico-relazionale
Research in multicultural educational context with Chinese students: the Chinese written language as a bridge to a informal beginning of the algebraic-relational thought
- 139 FRANCESCO SGRÒ, MATTEO BARRESI, SALVATORE PIGNATO MARIO LIPOMA**
L'utilizzo degli exergames in educazione fisica per il potenziamento delle abilità di equilibrio in bambini della scuola primaria.
The use of exergames in physical education to improve the proficiency level of balance skills in children

Esperienze

- 153 MAJA ANTONIETTI, CHIARA BERTOLINI, ALICE VENEZIANI**
Inclusione e scuola dell'infanzia tra teoria e opinioni di insegnanti
Inclusion and preschool between theory and teachers' opinion
- 175 DAVIDE CAPPERUCCI**
Insegnamento della lingua inglese nella scuola primaria: strumenti per la progettazione curricolare
English teaching in primary schools: instruments for curriculum design

- 195** **MINA DE SANTIS, LORELLA LORENZA BIANCHI**
La didattica laboratoriale come ponte tra saperi disciplinari e didattica generale
The workshop didactic as a bridge between disciplinary knowledge and general education
- 209** **VALENTINA GRION, ANNA SERBATI, CONCETTA TINO, DAVID NICOL**
Ripensare la teoria della valutazione e dell'apprendimento all'università: un modello per implementare pratiche di peer review
Rethinking the theory of assessment and learning at university: modeling practice through structured peer review activities
- 227** **ANTONIO MARZANO, ROSA VEGLIANTE, SERGIO MIRANDA, MARIA ANNA FORMISANO**
La didattica per progetti nell'insegnamento di *Metodologie e tecniche della ricerca educativa*
Teaching for projects for the course "Methodologies and techniques of the educational research"

Ricerca educativa in ambienti multiculturali con allievi cinesi: la lingua scritta come ponte per un avvio informale al pensiero algebrico-relazionale

Benedetto Di Paola • Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli Studi di Palermo – benedetto.dipaola@unipa.it

Giuseppe Zanniello • Dipartimento di Scienze Psicologiche, Pedagogiche e della Formazione
Università degli Studi di Palermo – giuseppe.zanniello@unipa.it

Research in multicultural educational context with Chinese students: the Chinese written language as a bridge to a informal beginning of the algebraic-relational thought

Il contributo, evidenziando l'attuale problematica didattica relativa alla multiculturalità nel panorama scolastico nazionale, discute alcuni aspetti chiave della cultura cinese, utili ad interpretare il perché di particolari competenze algebriche, evidenziate negli allievi di area confuciana dagli insegnanti di tutti i gradi scolastici, coerenti con le valutazioni internazionali PISA e TIMSS.

Con questo scopo, il lavoro propone nello specifico una riflessione epistemologica del rapporto tra lingua scritta cinese e avviamento informale al pensiero algebrico-relazionale e discute i dati sperimentali (di tipo implicativo) di una ricerca-azione condotta in classi di Scuola Primaria con un'alta incidenza di studenti cinesi, in accordo con la Teoria delle Situazioni Didattiche di G. Brousseau.

Parole chiave: didattica delle matematica, scuola primaria, multiculturalità, lingua scritta cinese, pensiero algebrico-relazionale

The paper, highlighting the didactical problematic of multiculturalism in the national educational landscape, discusses some key aspects of Chinese culture. These should be useful to interpret the good algebraic skills highlighted by teachers in Confucian Area students of all school levels, consistent with the PISA and TIMSS feedback.

With this purpose, the contribution specifically proposes an epistemological treatise on the relationship between Chinese written language and the informal introduction to algebraic-relational thinking. It also discusses some experimental data (implicative) of a research conducted in Primary School with a high incidence of Chinese students, with the use of the Theory of Didactic Situation of G. Brousseau, as framework.

Keywords: mathematics education, elementary school, multiculturalism, chinese written language, algebraic-relational thought

121

ricerche

Ricerca educativa in ambienti multiculturali con allievi cinesi: la lingua scritta come ponte per un avvio informale al pensiero algebrico-relazionale

1. Introduzione

La problematica didattica legata alla contemporanea presenza in classe di studenti di culture diverse è uno dei temi sempre più “emergenti” nella ricerca educativa nazionale e internazionale; parecchi sono gli studi rintracciabili in letteratura su queste tematiche nell’ambito della ricerca pedagogica, psicologica e didattica di tipo generale. Mentre abbondano gli studi italiani di Pedagogia interculturale, poche sono ancora le ricerche di Didattica interculturale che prendono in esame l’insegnamento/apprendimento della Matematica (Bishop, 1988). Se guardiamo al panorama nazionale, sono certamente di rilievo, tra gli altri, i lavori condotti dai gruppi di Ricerca di Napoli (Mellone et al. 2012), Modena-Reggio Emilia (Bartolini Bussi, Martignone, 2013; Ramploud, 2015; Di Paola et al. 2015), Pisa (Favilli et al., 2003) e Palermo (Di Paola, 2016a; Di Paola, 2016b; Di Paola et al., 2016; Spagnolo, Di Paola, 2010) che, in modo differente, ma spesso in rete fra loro, affrontano il problema dell’insegnamento/apprendimento della Matematica attraverso una lente di tipo multiculturale o meglio interculturale. Come ribadito in Di Paola (2016a), che questo contributo riprende e approfondisce riportando un’esperienza sperimentale condotta in classe con un’alta incidenza cinese, il mondo della Scuola è sempre di più multietnico. Negli ultimi anni infatti il numero di studenti stranieri sta rapidamente crescendo; in particolare la presenza cinese, pian piano si sta configurando come una “nuova” realtà del sistema scolastico italiano, specialmente in alcune regioni come la Lombardia, la Toscana, l’Emilia e il Veneto. Le statistiche degli ultimi anni discutono una presenza di circa 800.000 alunni con cittadinanza non italiana, più del 9% sul totale della popolazione scolastica (Ongini, Santagati, 2015). Un insegnante oggi si trova quindi a dover lavorare, forse più che in passato (Zanniello, 2003), in contesti complessi in cui emergono processi cognitivi spesso molto differenti tra loro tra loro, legati a una miscela di linguaggi, abitudini, aspettative, valori e tradizioni culturali differenti. Contesti educativi questi molto ricchi ma spesso difficili da “controllare”.

In questo panorama così “complicato”, gli studenti cinesi che frequentano la scuola italiana sono circa 36.000, provenienti per lo più da Wenzhou (温州) e altri distretti della provincia di Zhejiang (浙江). Questi rappresentano il quarto gruppo più numeroso di studenti di origine non italiana (pari al 4,6% degli studenti stranieri) dopo rumeni, albanesi e marocchini.

Gli insegnanti sono pronti ad affrontare questa complessa situazione? Purtroppo non sempre. I dati dei rapporti annuali del Censis evidenziano a chiare lettere, già da parecchi anni, l’esigenza dei docenti di una formazione più specifica relativa a queste tematiche e il loro bisogno di modificare le modalità di lavoro nella propria didattica in aula alla luce di nuove “realtà interculturali”, sempre più emergenti. Nel lontano 2007, più del 73% dei dirigenti scolastici dichiarava già una maggiore consapevolezza rispetto al passato della problematicità legata al multiculturalismo e una più forte esigenza di programmare adeguate strategie per un inserimento positivo dei ragazzi stranieri e una loro reale integrazione (Censis, 2007). Cosa è



cambiato negli ultimi 10 anni? Purtroppo poco: non sempre questi “propositi” hanno infatti avuto un riscontro diretto in classe; capita molto spesso anche oggi che gli insegnanti rimangano soli e un po’ spaesati davanti a una problematica didattica complessa come quella discussa in questo contributo. Se infatti i fenomeni di insegnamento/apprendimento delle discipline hanno già sistemi complessi di indagine (Zanniello, 2012), la “*diversabilità multiculturale*”, pur aumentandone la ricchezza, ne aumenta notevolmente la complessità. Ogni persona possiede già differenze cognitive rispetto a soggetti appartenenti alla propria cultura, in ambienti multiculturali queste si sommano a quelle riscontrabili nei diversi Saperi che interagiscono (Di Paola, 2016a). In questo difficile framework di classe, la presenza di studenti di cultura cinese, cultura profondamente diversa da quella tipica italiana, ha richiesto negli ultimi anni da parte degli insegnanti uno sforzo maggiore, legato ad un’analisi attenta di alcuni processi cognitivi messi in atto dagli allievi cinesi e sottesi all’apprendimento delle varie discipline, spesso differenti da quelli tipici italiani. Nonostante le grandi difficoltà linguistiche iniziali all’atto d’inserimento nelle classi italiane, gli studenti cinesi evidenziano sin da subito competenze matematiche di buon livello. Come spesso capita di sentire, parlando con gli insegnanti (di tutti i gradi scolastici), “*gli studenti cinesi sono bravi in Matematica*”. Rispondere al *perché* di tale competenza e se ciò è vero in assoluto o solo per il pensiero matematico è complesso; richiede una riflessione profonda sulla relazione tra l’abilità mostrata da uno studente e il processo che porta a quell’evidenza sperimentale. Gli ottimi livelli di competenza degli studenti cinesi rilevati nella Scuola italiana sono coerenti con le valutazioni delle ricerche internazionali, quali PISA e TIMMS, che assegnano agli studenti provenienti dai paesi dell’Estremo Oriente, in particolare Singapore, Cina, Corea e Giappone, punteggi molto alti (OECD, 2013). Come è stato già dimostrato da Spagnolo, Di Paola (2010) e Di Paola et al. (2015), nel rapporto tra competenza e assessment un ruolo fondamentale è svolto da alcuni fattori culturali paradigmatici quali, ad esempio, la lingua, la storia della Matematica in Cina e l’analisi di alcune pratiche di insegnamento/apprendimento tipicamente cinesi.



2. Le coordinate culturali del “mondo cinese”: uno sguardo alla lingua scritta

Per indagare in modo esaustivo il contesto culturale cinese bisognerebbe studiare il “mondo cinese” analizzando tutti gli elementi cardine delle sue tradizioni culturali: la filosofia, la logica, la lingua, la storia dello sviluppo del pensiero matematico etc., per poi “confrontarlo” con quello occidentale per quanto attiene, nello specifico, alle attività del Problem Solving matematico e, nel dettaglio, algebrico. Il nostro intento è stato molto più limitato. In accordo con Joseph (2011), per una possibile schematizzazione dei Saperi in gioco, connessi alle culture in esame, in prima battuta si è scelto di considerare da un lato la terna Confucio-Tao-Buddha e dall’altro la terna Socrate-Platone-Aristotele. Ciò ci ha permesso di poter analizzare anche sperimentalmente le *virtù cardinali* delle due civiltà e di definire delle possibili chiavi di lettura, legate alla loro Filosofia, alla loro Logica, alla loro Lingua e alla loro Storia, per interpretare comportamenti e processi di studenti italiani e cinesi. Semplificando molto la trattazione, possiamo dire che nella tradizione culturale-epistemologica cinese nulla è diviso nettamente in bianco e nero (neanche i colori interpenetranti del circolo *yin-yáng* che simboleggiano lo stesso Tao), tutto può essere interpretato secondo differenti sfumature secondo una logica non aristotelica ma *multiforme*. Riducendo per brevità ai minimi termini il complesso si-

stema di riferimento che stiamo considerando, potremmo evidenziare, da una parte, il ricorso al pensiero aristotelico che attraverso l'organizzazione della logica bivalente caratterizza il modo di argomentare nella cultura occidentale e quindi quello dei nostri allievi, dall'altra, i metodi confuciani per la trasmissione del Tao (e il libro dei *I Ching*) secondo cui le coppie contrastanti non sono in opposizione e in mutua esclusione ma sono complementari e si includono reciprocamente (Di Paola, 2016).

Non siamo certamente i primi a sostenere questa tesi, già altri l'hanno espressa più o meno in questi termini: "...as a result, East Asian thought is "holistic", drawn to the perceptual field as a whole and to relations among objects and events within that field. By comparison to Western modes of reasoning, East Asian thought relies far less on categories or on formal logic; it is fundamentally dialectic, seeking a "middle way" between opposing thoughts. By contrast, Westerners focus on salient objects or people, use attributes to assign them to categories, and apply rules of formal logic to understand their behavior" (Nisbett et al., 1999).

Queste stesse considerazioni sono il frutto, secondo l'autore, di una assoluta convergenza tra i contesti relativi alla Storia della Matematica e le evidenze sperimentali relative ai diversi processi cognitivi e ai diversi approcci alla disciplina, riscontrabili oggi nelle "diverse" culture in classe, centrate nel caso cinese, in sei dicotomie che possono presentarsi come elementi distintivi della cultura Orientale/Confuciana rispetto a quelle di stampo occidentale: *product (content) versus process, rote learning versus meaningful learning, studying hard versus pleasurable learning, extrinsic versus intrinsic motivations, whole class teaching versus individualized learning, competence of teachers: subject matter versus pedagogy*. (Nisbett et al., 2001, pp. 34). Prima di lui Logan aveva evidenziato il nesso tra differenze cognitive e differenze di linguaggio e di scrittura: "*most of these cognitive differences [...] are due primarily to differences in language and writing systems*." (Logan, 1986, p. 5).

In accordo con Nisbett et al. (2001, pp. 26-27), sottolineiamo che la lingua scritta cinese può essere intesa quindi come un sistema di conoscenze e competenze "matematiche" sottese alla grafia e alla memorizzazione dei vari caratteri (*hanzi*, caratteri degli *Han*) che in funzione proprio delle sue peculiarità (discusse, seppur in modo non del tutto esaustivo, nel paragrafo successivo), può favorire in modo implicito o esplicito negli allievi cinesi, fin dai primi anni di scuola, determinate competenze chiave per il pensiero algebrico. Esempi ne sono il concetto di variabile e il processo di generalizzazione, seppur immanente, (Ramploud, 2015) all'interno della struttura linguistica, letta attraverso una possibile definizione di un complesso sistema di tipo "parametrico" legato al ruolo del "*radicale*" (Di Paola, 2016a; Di Paola).

Perché in molti casi gli studenti cinesi inseriti nelle nostre classi italiane, a differenza di molti altri loro compagni italiani sono, - come affermano parecchi insegnanti (Di Paola, 2016a, 2016b) - "*bravissimi in Matematica, soprattutto in Algebra ...*"? Le motivazioni possono essere tante; in questa sede centriamo l'attenzione solo sul binomio Matematica-Lingua Naturale, consapevoli però che questo non è esclusivo per il tipo di analisi che stiamo qui discutendo (Di Paola 2016b).

Sintetizzando l'ipotesi di ricerca definita possiamo dire che, a nostro parere, la conoscenza della struttura della sua lingua scritta e delle sue regole di composizione, oltre che i processi di scrittura e memorizzazione, sicuramente facilitano lo studente cinese (sin dalla Scuola Primaria) nella costruzione del pensiero algebrico come affiancamento/superamento di quello aritmetico (Arzarello, Bazzini, Chiappini, 1994; Di Paola et al., 2015) e nel ricorso alla variabile (come *incognita*



e *relazione-funzionale*) e al parametro. In questo senso, come ribadito anche in Di Paola (2016a), la lingua scritta cinese può quindi essere letta come un ponte verso l'acquisizione di particolari competenze algebriche o pre-algebriche, raggiunte dagli allievi di lingua cinese step by step in modo precoce e potenziate via via negli anni in contesti di tipo solamente linguistico.

Guardare, ad esempio, la scrittura riportata accanto in Fig. 1 rimanda a parecchie riflessioni matematiche; Needham (1981) descrivendo relazioni come queste, rintracciabili in parecchi caratteri cinesi, parla di *equazioni mentali*. Come detto, secondo la nostra ipotesi, scritture come queste veicolano, in contesti non matematici, un primo approccio informale all'Algebra (Needham, 1981).

$$\text{佳} \times 2 + \text{又} = \text{雙}$$

Fig. 1: Equazione

Gli aspetti chiave della scrittura ideografica della lingua cinese, interessanti dal punto di vista matematico, si riferiscono a tre caratteristiche fondamentali: le regole di composizione dei caratteri, l'uso di meta-regole per la codifica e la decodifica degli ideogrammi, la struttura parametrica legata all'idea di *radicale* (214 caratteri "chiave" sono chiamati radicali - *bushou*) (Di Paola, 2016a).

Le regole di composizione di un carattere cinese fanno riferimento infatti ad una successione ordinata di step che devono essere eseguiti alla lettera, nel rispetto di precise dimensioni, per evitare di incorrere in successivi banali errori di codifica e decodifica.

Il carattere deve quindi essere tracciato all'interno di un quadrato ideale e le dimensioni dei singoli tratti devono essere "assolute": minime modifiche determinano sostanziali differenze in suono e significato. Esempi in tal senso possono essere: *tú* (土) "terra" e *shi* (士) "scolaro", "letterato" o ancora *jǐ* (己) "se stesso" e *yǐ* (已) "stop", "arresto", "già".

Le competenze matematiche di tipo spaziale e numerico sottese all'apprendimento della lingua sono quindi evidenti.

I caratteri cinesi non sono poi tutti dello stesso tipo, esiste una classificazione degli stessi secondo i criteri della loro formazione:

- La prima è costituita dagli *xiàngxíng* (象形) i pittogrammi, ovvero simboli iconici rappresentanti elementi naturali o fisici raffigurati in relazione al loro profilo o al contorno. Esempi possono essere: 人 "uomo, persona"; 日 "sole"; 月 "luna"; 木 "albero"; 象 "elefante"; 山 "montagna" etc. I pittogrammi numericamente rappresentano una parte limitata dell'insieme dei caratteri cinesi.
- La seconda categoria è rappresentata dagli ideogrammi, gli *zhǐshì* 指事, (letteralmente "indicazione-oggetto"). Si tratta di simboli ideografici indicanti oggetti astratti (relazioni spaziali, numeri etc.)
- La terza categoria è quella degli *zhuǎnzhù* 㒀注 ("spostamento-notazione" o "estensione figurate di significato"). Si tratta di caratteri derivati da un'immagine indicante un oggetto concreto che veicola un'idea astratta ma connessa con l'oggetto in questione o suggerita da esso.
- La quarta categoria di caratteri cinesi è costituita dagli *huìyì* 会意 che letteralmente si traduce in "unione di significato". I caratteri classificati in questo modo derivano infatti dalla combinazione di due o più caratteri autonomi. L'unione



dei loro singoli “valori semantici” determina una nuova unità di significato. I cinesi descrivendo questa regola di composizione parlano di “*composizione logica*” e di “*accostamento di unità semantiche significative*”. Queste possono essere definite come delle meta-regole che fanno riferimento in accordo con Nisbet (2001) all’aspetto di “*functional relationships and part-whole relationships*” del pensiero cinese cui abbiamo accennato in precedenza. Il parallelismo con la scrittura algebrica formale è in questo caso evidente “... *algebraic expectation which consists of recognition of conventions and basic properties, and identification of structure and of key features; and ability to link representations*” (Pierce, Stacey, 2004, pp.4). Alcuni esempi di caratteri che contraddistinguono per forma, struttura e composizione, questa categoria, possono essere: *míng* (明) “splendore” = (日 “sole”+ 月 “luna”); *nán* (男) “uomo” = (田 “campo”+ 力 “forza”); *hǎo* (好) “prosperità, felicità” = (女 “donna” + 子 “bambino”).

- La quinta categoria comprende gli *jiǎjiè* 假借 (letteralmente tradotto in “*forma-suono*”). I caratteri che compaiono in questa categoria sono sempre caratteri composti, cioè formati dall’unione di caratteri autonomi, uno dei quali ha il compito di segnalare il modo in cui il carattere deve essere pronunciato.
- La sesta ed ultima categoria (l’80%-90% dei caratteri cinesi appartiene a quest’ultima classe di riferimento) in cinese viene tradotta come *xíngshēng* 形声 (“*semantica-fonetica*”). È una categoria ibrida all’interno della quale l’elemento centrale, che gioca un ruolo di classificazione, è quello di *radicale*, termine già menzionato più volte e davvero significativo per la trattazione del binomio Matematica-linguaggio naturale e quindi pensiero algebrico, oggetto di indagine della nostra ricerca.



Questi tipi di carattere sono infatti generalmente costituiti da un *radicale*, cui è affidata la mediazione semantica o sintattica generale e un elemento avente funzione (spesso latentemente) fonologica, che ne suggerisce appunto la pronuncia. La scrittura di un carattere composto di questo tipo è inserita in una struttura di tipo parametrico (secondo questa accezione, più Matematica, il *radicale* è il *parametro* che veicola suono o significato). Un esempio può essere proprio il carattere *kǒu* (口). Esso veicola il significato di “bocca” in diversi caratteri; dai più facili da decodificare come: (可) “*approvare*”; (言) “*parola, linguaggio*”; (言) “*nome*”; (响) “*suono, melodia*”; (喜) “*felicità*”; a quelli più complessi che, per essere decodificati, hanno bisogno di una conoscenza più approfondita della cultura cinese negli aspetti filosofici, logici, religiosi etc.

Il radicale (田) “campo” è addirittura legato a ben 138 altri caratteri ad esso connessi semanticamente. La “chiave”, il *radicale*, secondo una lettura linguistico/matematica evidenzia come ribadito in Di Paola (2016a), da un lato un’*incognita* (un segno specifico ma “indeterminato” che assume il suo senso in relazione al contesto linguistico nel quale viene inserito (“parola→chiedere, “cuore→sentimento” etc.); dall’altro di *segno generalizzato*, segno capace cioè di veicolare il carattere nel quale esso è inserito e permettere al lettore/decodificatore l’identificazione di quest’ultimo.

Analizzando poi le mutue relazioni funzionali esistenti all’interno di un carattere composto e quelle rintracciabili tra esso e tutta una famiglia di caratteri ad esso “associati”, la “chiave” assume il ruolo di parametro (Spagnolo, Di Paola, 2010), come mostrato in figura 2. Anche in questo caso la relazione tra le competenze linguistiche e quelle matematiche è evidente.

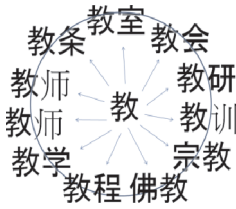


Fig. 2: Il radicale

Se si condividesse il forte valore cognitivo del parametro per il pensiero algebrico, l'acquisizione, la "manipolazione" autonoma e l'interiorizzazione di un scrittura del genere rappresenterebbe, sin dalla scuola primaria, una prima forte esposizione al pensiero algebrico informale (Cai, Hwang, 2002). Come è stato detto prima, sembra che, per giungere ad una scrittura formale ideografica, lo studente cinese metabolizzando il concetto di "variazione" (Sun, 2011) – come relazione iniziale parte/tutto tra "simboli" e successivamente come nuovo "simbolo" dinamico e variabile, relazionato in una "scrittura formale" ad altri "simboli" semanticamente differenti ma parte di una stessa famiglia – riesce a cogliere in modo precoce l'aspetto principale dell'Algebra, il suo essere linguaggio, strumento di pensiero, strumento matematico per potenziare la risoluzione di problemi e individuare e confrontare relazioni e strutture. Per giungere a questo livello di metacognizione, lo studente di lingua cinese deve poi passare diversi step che partono dalla semplice manipolazione e arrivano, dopo parecchi anni di studio, ad un livello di completezza organizzato da un continuo bilanciamento tra un pensiero seriale, locale, settoriale, ad uno globale, olistico capace di operare categorizzazioni di tipo cognitivo e possibili generalizzazioni. Queste sono fortemente collegate all'uso di *meta-regole* definite secondo un approccio *relazionale-funzionale-parte/tutto* (Nisbett, 2001) di variazione (Sun, 2011). Esempi di *meta-regole* di tipo linguistico sono: "moltiplicare per aggregare/disaggregare", "semplificare per riunire", "omogeneizzare", "eguagliare per fare comunicare". Se ci riflettiamo, le "stesse" *meta-regole*, interpretate in termini più matematici e meno linguistici si ritrovano nel problem solving algebrico e geometrico come, ad esempio, nella risoluzione di un'equazione algebrica o nell'interpretazione delle relazioni parte/tutto di una figura geometrica. Ancora una volta il link tra competenze linguistiche e matematiche è evidente. In accordo con Cai e Hwang (2012) potremmo parlare anche in questo caso di un approccio linguistico all'"algebra informale".



3. Il "Sudoku Magic Box": un'esperienza a-didattica multiculturale nella Scuola Primaria

Tenendo in considerazione le ricerche internazionali teorico/sperimentali di tipo "comparativo" sulle performance degli studenti non solo in Matematica ma anche nelle altre discipline scolastiche (ad esempio Cai, Hwang, 2002; Leung, 2001), da alcuni anni il G.R.I.M. (Gruppo di Ricerca Insegnamento/Apprendimento delle Matematiche) di Palermo, in collaborazione con altre Università italiane e stra-

nieri¹, sta lavorando su queste tematiche analizzando sperimentalmente alcuni aspetti chiave della cultura cinese (Chemla, 2007; Needham, 1981) e provando a costruire, seppur in una prima approssimazione un framework pedagogico/didattico generale legato alla presenza di studenti cinesi in classi italiane. Queste riflessioni possono, secondo noi, essere utili agli insegnanti stessi e ai ricercatori in Didattica e, nello specifico, in Didattica della Matematica per osservare, interpretare e prevedere possibili diversi stili cognitivi, tipici della cultura orientale (cinese) e occidentale (italiana) nel problem solving matematico.

Dopo aver evidenziato nei paragrafi precedenti, alcuni aspetti del framework culturale da noi proposto per lo studio delle coordinate epistemologiche del “mondo cinese” e dopo aver svolto una breve riflessione sul rapporto tra lingua scritta cinese e avviamento informale al pensiero *algebrico-relazionale*, discutiamo ora i dati raccolti in una ricerca svolta nelle classi di una Scuola Primaria di Palermo dove erano inseriti degli alunni cinesi. In accordo con la *Teoria delle Situazioni didattiche* di Brousseau (1986) è stato impiegato il “Sudoku Magic Box” in una situazione *a-didattica*². Si è voluto verificare, seppur in una prima approssimazione, la concezione pre-algebrica informale che hanno i bambini italiani e cinesi Scuola Primaria.





Con questo obiettivo, prendendo in considerazione le regole del *Sudoku* e del *Quadrato magico*, semplificate opportunamente per alunni di Scuola Primaria, abbiamo quindi proposto loro uno stimolo definito su un registro semiotico misto (tabulare/pittorico) che completava quello relativo al linguaggio naturale, centrato sulla consegna espressa ai bambini sia in forma orale che scritta, come mostrato di seguito:

Consegna:
 Completa la tabella inserendo **una sola volta** nelle caselle vuote **tutti** gli animali mancanti (balena, gatto, mosca, mucca e topo).
 Rispetta le “**regole del mangiare tra predatori e prede**” riportate sotto non mettendo nella stessa riga o nella stessa colonna prede e predatori tra loro nemici:

Il simbolo → vuol dire “mangia”.

“**Regole del mangiare tra predatori e prede**”:
 - Balena → Pesce ;
 - Cane → Gatto;
 - Gatto → Pesce;
 - Gatto → Topo;
 - Lucertola → Mosca
 - Ragno → Mosca

La tabella riportata accanto riporta tutti gli animali divisi in prede e predatori.

Prede	Predatori
Gatto	Balena
Mosca	Cane
Topo	Gatto
Pesce	Lucertola
	Ragno

Tab.1: Consegna

- 1 Come ad esempio: l'Università di Modena e Reggio Emilia, l'Università degli Studi di Napoli, Federico II, la Beijing Normal University, la Nanjing Normal University, la Hang Zhou Normal University, la California State University, la Seoul National University e la University of Malaysia.
- 2 Secondo Brousseau (1986), si definisce situazione *a-didattica* “la parte” della situazione di apprendimento nella quale l'intenzione dell'insegnante non è esplicitata agli allievi. In una situazione *a-didattica* gli allievi sanno che il “problema” propostogli è stato scelto per fargli acquisire nuove conoscenze e abilità, che sono giustificate dalla logica interna della situazione prospettata. Per costruire il proprio sapere gli alunni non devono far

Con la ricerca svolta si sono cercate delle possibili risposte a due domande:

D1. In che maniera gli alunni di cultura italiana e cinese riescono a cogliere il senso della variabile nelle sue due accezioni tipiche della pre-Algebra della Scuola Primaria, di incognita e relazione-funzionale, in una situazione a-didattica, definita secondo un registro di tipo tabulare/pittorico e regolata da leggi di composizione espresse in linguaggio naturale?

D2. In che maniera i processi di composizione e decomposizione tipici della lingua scritta cinese possono favorire il controllo di particolari aspetti pre-agerici del concetto di variabile nella situazione sperimentale, proposta in un registro semiotico vicino a quello della lingua scritta cinese?

3.1 Metodologia di indagine e analisi a-priori dei comportamenti ipotizzati

La sperimentazione è stata condotta su 95 studenti delle prime quattro classi dell'I.C. Statale Amari-Roncagli-Ferrara di Palermo. Con l'obiettivo di stabilire se e in che modo due possibili comportamenti di risposta dei bambini allo stimolo fornito (la situazione *Sudoku Magic Box* sopra riportata) siano tra loro correlati, i dati raccolti sono stati, in prima battuta, analizzati quantitativamente attraverso una metodica di tipo implicativo³, capace di rispondere allo scopo fissato (Gras et al., 2008).

L'analisi è stata inoltre accompagnata da un'indagine qualitativa relativa ad un'intervista semi-strutturata condotta, per ciascuna delle quattro classi sulle quali è stata condotta la sperimentazione, da uno dei due ricercatori e dall'insegnante di classe, ad una coppia di allievi cinesi e ad una coppia di allievi italiani. La scelta di approfondire l'indagine condotta sui gruppi classe attraverso un'indagine successiva, di coppia culturalmente omogenea, è stata dettata dalla volontà di far verbalizzare agli studenti coinvolti la loro propria soluzione del "gioco" ed esplicitare

riferimento a obiettivi e indicazioni dell'insegnante, il quale si limita invece a creare le condizioni che permettono loro di appropriarsi della situazione, facendo così accettare ad ogni alunno la responsabilità personale dell'apprendimento e delle sue conseguenze.

- 3 L'analisi implicativa teorizzata da R. Gras viene usata in Ricerca in Didattica della Matematica (ma non solo) con l'obiettivo di stabilire se e in che modo sia possibile stabilire delle relazioni tra i comportamenti di studenti in una situazione di apprendimento. Gras, in poche battute, ha cercato di definire delle leggi matematiche di tipo statistico che, date delle variabili binarie a e b , (che rappresentano i comportamenti degli studenti agli stimoli loro forniti) permettano di stabilire come gli stessi comportamenti siano tra loro implicati. Se, ad esempio all'interno di una situazione di apprendimento definita in classe dall'insegnante, uno studente commette un errore rispondendo ad un certo stimolo a lui fornito dall'insegnante, in che misura è possibile ritrovare nello stesso studente un errore analogo, come risposta ad uno stimolo diverso dal primo, ma ad esso collegato in qualche modo (per esempio espresso secondo lo stesso registro semantico)? In termini più formali potremmo dire che le domande di ricerca principali sottese all'analisi implicativa di Gras sono: "Date due variabili binarie a e b , in quale misura si può dire che in una popolazione E , da ogni osservazione di a segue necessariamente quella di b ?", "In che misura quindi è vero che se a allora b ?" (Gras et al., 2008).



meglio le strategie precedentemente usate nelle rispettive classi, in assetto di grande gruppo.

Va puntualizzato sin da subito che, come primo step dell'impianto sperimentale, ci si è preoccupati di verificare, come possibile variabile significativa della situazione didattica, che tutti gli allievi cinesi fossero in grado di leggere e comprendere il testo fornito in lingua italiana. Il 100% gli allievi cinesi ha evidenziato buone capacità linguistiche sia nella comprensione che nell'espressione delle regole del "gioco". Essi erano stati inseriti nel contesto scolastico italiano sin dal primo anno di scuola e non avevano frequentato nessun corso di studi nel loro paese di origine.

Tutti i bambini cinesi coinvolti hanno poi evidenziato buone capacità di scrittura ideografica. Queste capacità, come gli stessi genitori, opportunamente da noi avvicinati prima della sperimentazione oggetto di questo contributo, hanno confermato, erano state veicolate dalla famiglia. Le competenze linguistiche riscontrate negli alunni cinesi hanno così definito uno degli elementi discriminanti le due tipologie di *cultural different students*.

Riassumendo brevemente l'impianto dell'indagine sperimentale progettato e condotto in ciascuna delle quattro classi coinvolte e successivamente per le interviste a coppia, possono essere individuate tre fasi di lavoro distinte:

I fase: *Spiegazione delle regole e presentazione degli animali.* In questa fase, svoltasi in assetto di grande gruppo con la presenza dell'insegnante di classe (per le quattro classi scelte), si è fatto uso, oltre alla verbalizzazione orale, di un cartellone raffigurante lo schema "preda-predatore" e si è discusso il simbolo \rightarrow come rappresentante dell'azione "mangiare".

II fase: *Creazione della situazione a-didattica e osservazione delle strategie di soluzione.*

Divise le quattro classi in piccoli gruppi di tre unità della stessa madrelingua, i bambini hanno provato a svolgere il compito esplicitando tra loro ad alta voce gli schemi di ragionamento utilizzati. Successivamente, lavorando in assetto di gruppo-classe, tutti gli alunni hanno avuto la possibilità di confrontarsi tra loro. Una telecamera mobile ha ripreso sia i lavori di gruppo sia la discussione generale in classe. I video realizzati sono stati poi analizzati dai due ricercatori e dall'insegnante di classe (per ciascuna delle quattro classi) con l'obiettivo di condividere quanto osservato in aula.

In accordo con il framework teorico di Brousseau (1986) lo studio proposto è stato preceduto dalla strutturazione di un'analisi a-priori nella quale i due ricercatori, in relazione a quanto emerge dalla letteratura su tale ambito di ricerca (Leung, 2001; Nisbet, 2001), hanno ipotizzato (prima separatamente e poi assieme) tutte le possibili strategie che gli alunni italiani e quelli cinesi avrebbero potuto utilizzare nella risoluzione dello stimolo loro proposto con il *Sudoku Magic Box*. Tale analisi a-priori è stata poi condivisa con gli insegnanti delle quattro classi per ricevere un feedback anche da parte di coloro che conoscevano bene gli alunni coinvolti nella sperimentazione.

Di seguito riportiamo i le strategie di soluzione ipotizzate indicate con le lettere S_i (*Strategy*).

S_1 . *Interpreta le celle vuote della tabella seguendo una corrispondenza "biunivoca" in relazione agli "Animali nemici". Interpreta quindi il simbolo \rightarrow in una accezione differente da quella proposta ($x \rightarrow y$ e $z \rightarrow x$) e procede per tentativi ed errori*



- partendo dal primo animale citato nella tabella prede-predatori: il Gatto;
- S₂. Legge le regole del “gioco” e definisce l’animale più citato tra le prede e i predatori: il Gatto. Posiziona quindi la carta immagine Gatto in 2A (seconda riga – prima colonna);
- S₃. Riconosce nella cella 1B una cella “significativa” e senza il ricorso alla lettura delle regole posiziona la carta immagine del Topo. Procedo per esclusione sulla tabella preda-predatore;
- S₄. Riconosce nell’animale Mucca un animale non influente (un animale Jolly) e decide di posizionarlo per ultimo;
- S₅. Riconosce nell’animale Mucca un animale non influente (un animale Jolly) e lo posiziona come prima carta in una cella scelta a caso;
- S₆. Netta separazione tra prede e predatori. Ragionamento di tipo combinatorio sulle possibili relazioni tra le prede;
- S₇. Netta separazione tra prede e predatori. Ragionamento di tipo combinatorio sulle possibili relazioni tra i predatori;
- S₈. Legge la tabella delle prede e dei predatori utilizzando il simbolo → al suo interno in una visione unitaria delle regole;
- S₉. Inserisce a caso i cartoncini raffiguranti i vari animali. Non mostra alcuna argomentazione di soluzione;
- S₁₀. Strategia di tipo probabilistico sulla variabile di posizione e scelta della collocazione di una carta immagine in relazione alle regole del “gioco” lette in una visione unitaria;
- S₁₁. In accordo con la strategia S1, la carta immagine della Mucca viene inserita solamente alla fine del “gioco”.



III fase: Verbalizzazione e condivisione delle strategie di risoluzione.

Terminata la fase di “gioco” sono state esaminate le tabelle *Sudoku Magic Box* redatte dai 32 gruppi di alunni e la loro correttezza; riscontrate poi, durante la discussione con il gruppo classe, differenze significative negli schemi risolutivi utilizzati dagli allievi cinesi e quelli italiani per la risoluzione del compito proposto e la compilazione della stessa tabella, si è provveduto a intervistare quattro coppie di allievi cinesi e quattro coppie di allievi italiani della stessa classe (due coppie della stessa lingua-madre per ciascuna delle quattro classi prese in esame), con l’obiettivo di far verbalizzare meglio le strategie utilizzate nel gioco e giustificare quindi, alla presenza del ricercatore presente in aula e dell’insegnante di classe, le differenti scelte operate durante la fase precedente. Il criterio di scelta delle 8 coppie di alunni, fra tutti i gruppi coinvolti nella seconda fase, è stato quello della maggiore diversità nella compilazione finale della tabella. Sono stati intervistati solo due alunni per gruppo perché in alcuni casi non era possibile intervistare anche il terzo componente.

L’intervista semi-strutturata è stata condotta, da uno dei due ricercatori e dall’insegnante di classe (per ciascuna delle quattro classi scelte), attraverso le domande stimolo riportate di seguito.

1. Cosa avete fatto per arrivare alla soluzione? Sapreste spiegarlo ad un altro vostro compagno?
2. Quali regole avete seguito per posizionare i vari animali? Avete effettuato dei cambiamenti di posizione per i vari animali?
3. Avete notato delle regole più importanti di altre? Se sì, come le avete usate?
4. Potreste inserire le carte immagini in modo diverso ed ottenere altre soluzioni per la tabella?

Il ruolo dell'insegnante sperimentatore e quello del ricercatore presente in aula sono stati solo quello di osservatori esterni e facilitatori.

Le domande sono state poste agli allievi solamente come incentivo alla discussione e quindi come semplice input per esaminare successivamente possibili analogie e differenze nella concezione delle celle/animali della tabella in termini di variabile come *incognita* (di posizione nella tabella) e *relazione-funzionale* (in relazione alle regole della situazione d'apprendimento e alle differenti posizioni degli animali nella tabella).

Le riflessioni degli alunni, opportunamente trascritte a mano, sono state poi analizzate mediante alcune domande guida: *come vengono proposte verbalmente queste due concezioni negli allievi cinesi ed italiani? Come si evidenzia (se si evidenzia) il passaggio da una all'altra nella situazione problematica proposta nelle frasi argomentative degli stessi?*

Dopo ogni intervista il ricercatore presente in aula e l'insegnante sperimentatore hanno riletto, discusso ed eventualmente integrato assieme la trascrizione relativa, al fine trovare una condivisione/un accordo in merito a quanto rilevato sperimentalmente.

Come detto in precedenza per la II fase, anche in questo caso, in accordo con Brousseau (1986) è stata strutturata un'analisi *a-priori* che ha guidato lo studio delle verbalizzazioni degli studenti. Di seguito riportiamo i comportamenti ipotizzati indicati con le lettere B_i (Behavior).



- B₁. *Giustifica il ragionamento personale di soluzione attraverso l'analisi delle varie regole locali per ogni singola carta animale;*
- B₂. *Giustifica il ragionamento personale di soluzione attraverso l'analisi delle varie regole lette in maniera olistica per ogni singola carta animale;*
- B₃. *Giustifica il ragionamento personale di soluzione non attraverso una rilettura delle regole ma con esempi concreti su particolari posizioni di carte animali inserite;*
- B₄. *Legge le regole del "gioco" in maniera seriale e successivamente le connette tra loro Argomenta in funzione di queste considerazioni locali-globali;*
- B₅. *Legge e giustifica seppur con eventuali errori la soluzione, partendo da un'unificazione delle regole per ogni animale.*
- B₆. *Posiziona le varie carte immagini procede nell'argomentazione verbale in maniera "algoritmica" non considerando, nei passi successivi i casi precedentemente svolti;*
- B₇. *Argomenta l'inserimento delle varie carte-immagini riconsiderando ogni step dei vari inserimenti e giustificando le varie carte immagini collocate*
- B₈. *Per provare l'unicità della soluzione ricorre nuovamente alla lettura delle regole del "gioco" e giustifica i vari inserimenti in maniera seriale*
- B₉. *Per provare l'unicità della soluzione evidenzia un ragionamento di tipo procedurale algoritmico.*

Ultimata l'analisi dei video realizzati in aula e delle trascrizioni relative alla III fase, i due ricercatori, raggiunto un accordo sulla presenza (indicata con 1) o assenza (indicata con 0) in classe (per ogni singolo studente⁴) di una determinata

4 Per un'analisi più fine dei comportamenti emersi, si è tenuto conto del lavoro di ogni singolo studente sia all'interno del lavoro di gruppo (3 studenti) proposto nella II fase

strategia di soluzione (e le relative verbalizzazioni/argomentazioni) prevista a-priori tra le S_i e B_i ⁵ hanno provveduto a costruire una matrice binaria come quella riportata di seguito⁶. Tra i ricercatori e gli insegnanti non sono emersi discordanze nell'interpretazione dei dati raccolti.

	Strategia S1	Strategia S2	Argomentazione B1	Argomentazione B2
Allievo 1	0	1	...	1	0
Allievo 2	1	0	...	0	1
Allievo 3	1	1	...	1	1
Allievo 4	0	0	...	0	0
...

Tab. 3: Matrice binaria relativa all'analisi a-priori

Quest'ultima è stata poi implementata attraverso il software CHIC di *Classificazione Gerarchica Implicativa Coesiva*⁷ che ha permesso il plot di un albero gerarchico come quello mostrato nel paragrafo successivo capace di evidenziare graficamente e in modo diretto le implicazioni (esprese in percentuale) riscontrate negli alunni tra le strategie S_i e i comportamenti di verbalizzazione B_i .



3.2 Analisi e commento dei dati raccolti

Dal grafo implicativo mostrato di seguito si osservano interessanti connessioni fra alcune delle strategie e i comportamenti previsti nell'analisi a-priori sia per quanto attiene specificatamente alla ricerca delle soluzioni della situazione a-didattica proposta che per la fase argomentativa di questa.

Riportiamo in giallo il raggruppamento che rappresenta, in percentuale, alcune delle strategie di soluzione e dei comportamenti tipici per gli allievi cinesi coinvolti: (S4, S8, S3, S11, B5), (S8, B2), (B6, S10), (B9, S4) tra loro implicate al 95% e 99%⁸. Le strategie evidenziate in celeste rappresentano invece le strategie e i comportamenti messi in evidenza dagli italiani (S1, S9), (B7, S3), (B1, B8) anch'esse al 95% e 99%. In risposta alla D1, i dati raccolti sembrano confermare un comportamento da parte degli allievi cinesi di tipo pragmatico, concreto, messo in luce da un ragionamento di tipo algoritmico procedurale strettamente connesso al un pensiero olistico sulla codifica e decodifica della tabella proposta e delle regole di "gioco" presentate (evidente nell'utilizzo delle strategie S3, S3 e S10).

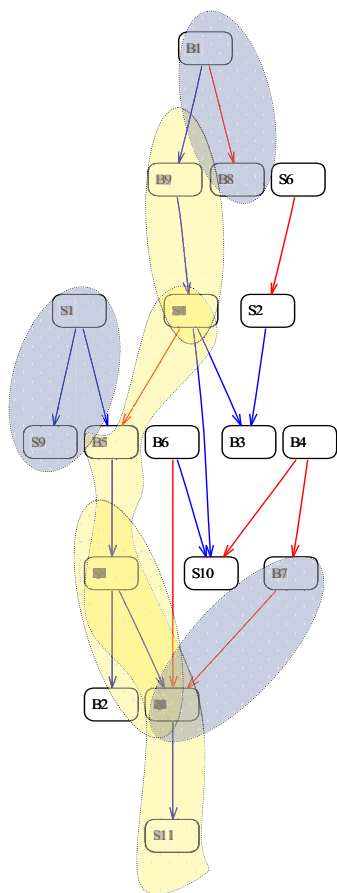
di lavoro che nel lavoro a coppie omogenee, proposto nella III fase del lavoro sperimentale.

- 5 In fase di verifica dei comportamenti rintracciati in aula, l'analisi a-priori si è rilevata esaustiva.
- 6 Tra i ricercatori e gli insegnanti non sono emerse discordanze nell'interpretazione dei dati raccolti.
- 7 Messo a punto dall'Istituto di ricerca Matematica di Rennes (Università di Rennes) coordinato dal Prof. R. Gras.
- 8 Il grafico evidenzia con i tratti più spessi le implicazioni rintracciabili al 99%; il tratto più sottile descrive invece le implicazioni rintracciabili al 95%.

Per gli allievi italiani, ci sembra di poter sottolineare, seppur in prima approssimazione, un pensiero di tipo logico deduttivo utilizzato sulla lettura delle regole del gioco, analizzate in maniera seriale in relazione ad ognuna delle carte-animali e quindi al posizionamento delle stesse all'interno della tabella. Questo schema di ragionamento è risultato ancor più evidente nella ricerca dell'unicità della soluzione della situazione proposta. Se per un certo verso infatti, durante la fase di verbalizzazione della II fase sperimentale, all'interno dei vari gruppi di allievi, gli studenti italiani di tutte le coppie prese in esame hanno manifestato, per lo scopo proposto, un continuo bisogno di ricondursi alla rilettura delle regole del "gioco" e ad una continua verifica di gruppo delle scelte fatte in precedenza nei vari inserimenti di posizionamento delle carte (B7, B8), i bambini cinesi hanno manifestato una certa difficoltà nel produrre un ragionamento di tipo argomentativo che non fosse di tipo costruttivo-procedurale (B6, B9) sulla tabella. Hanno poi giustificato tra loro la certezza dell'unicità della soluzione unificandola con la "correttezza" di questa. Alcuni esempi di argomentazioni da noi raccolte durante l'intervista semi-strutturata successiva alla situazione a-didattica, proposta durante la III fase sperimentale: *"sono sicuro, ho seguito sempre lo stesso pensiero ... come una catena di animali tutti uniti fra loro"*; *"questa è la soluzione del gioco, non può essercene un'altra"*.

Riassumendo brevemente quanto osservato in classe, le strategie di soluzione dai vari gruppi di lavoro italiani e cinesi ci sembrano fortemente differenti in relazione al passaggio dal pensiero locale per le varie carte-animali (pensiero che certamente tutti i bambini hanno portato avanti nel "gioco") a quello globale, necessario per la corretta compilazione della tabella. Gli allievi cinesi, sembrano evidenziare un pensiero olistico di tipo *relazionale funzionale* sulla variabilità di compilazione delle singole celle; infatti si sono dimostrati più disinvolti nel controllare parallelamente il loro ragionamento di tipo locale sulla singola variabilità della posizione della carta immagine (essa stessa variabile in relazione alle regole proposte tra preda-predatore) con la definizione di un procedimento risolutivo generale capace di relazionare tutte le celle presenti. A differenza degli allievi italiani, nessuno dei bambini cinesi ha ragionato localmente per prove ed errori. Tutti gli alunni cinesi, in maniera più o meno corretta, hanno cercato, nella fase di congetturazione, di definire uno schema di relazioni tra prede e predatori evidenziato, seppur in una prima approssimazione, anche sulla tabella loro proposta (S8). La fase di congetturazione degli allievi italiani è stata invece basata, per la quasi totalità, su un ragionamento per prove ed errori sulle singole variabili (celle, carte animali) organizzate per sequenze logiche. Lo schema di ragionamento osservato in classe nei vari gruppi di "gioco" degli allievi cinesi – e ribadito fortemente anche in seguito nel confronto realizzato tra le 8 coppie di bambini cinesi e italiani da noi intervistati nella III fase sperimentale – ci sembra assimilabile, seppur con le dovute differenze, a quello da loro utilizzato per la lettura e la scrittura formale ideogrammatica. In questo caso gli studenti cinesi metabolizzando il concetto di "variabilità" come relazione iniziale tra "espressioni" (carte-animali) differenti e successivamente come "espressione" dinamica relazionata attraverso una "formula" ad altre "espressioni" anch'esse dinamiche, colgono secondo un approccio di tipo procedurale l'idea di "variabile" come strumento per individuare e confrontare relazioni e strutture tra loro connesse. Provando a rispondere alla D2, potremmo sottolineare come la procedura seguita potrebbe essere in relazione con la lingua; come detto in precedenza, infatti, visto che nella lingua cinese scritta ogni carattere mostra al suo interno una pluralità di interpretazioni, possibili letture differenti vengono fuori dall'analisi delle relazioni funzionali esistenti all'interno di un carattere composto, tra le varie parti che lo compongono e il testo nel quale esso può essere inserito.





Graf. 1: Grafo implicativo implementato con CHIC

La strategia di inserimento della “carta Mucca” è stato poi l’elemento centrale di discussione per la terza fase sperimentale della situazione “Sudoku Magic Box”. Questa infatti è stata la prima considerazione dibattuta tra tutte le 8 coppie di allievi cinesi ed italiani da noi intervistati.

Le giustificazioni riportate ad esempio dalla coppia italiana frequentante la IV classe dell’I.C. Statale Amari-Roncali-Ferrara di Palermo sul loro utilizzo della strategia S5 sono state così espresse: “La Mucca non è nemico di nessun animale e quindi poteva stare dove voleva. Poi mi sono accorto, anche Marco, che la Mucca non poteva stare qui (indica la posizione 2A) perché c’era il gatto e l’abbiamo spostata ... alla fine sta qui (indica la posizione 2C)” (Strategia S5).

A questo proposito, dobbiamo sottolineare come durante la II fase sperimentale la mediazione di una differente strategia di soluzione, discussa in classe tra gli allievi cinesi, relativa alla strategia di soluzione S4, ha poi portato i bambini italiani all’individuazione di una possibile strategia “più veloce e più utile di quella utilizzata” che anche successivamente ridiscussa con le coppie italiane durante la III fase sperimentale. Come sottolineato infatti dalle parole di uno dei due allievi italiani di una delle 4 cop-

pie intervistate: “ci potevamo dimenticare della Mucca e metterla alla fine”; “le altre caselle, gli altri animali seguono delle regole, questa no, come diceva Sun (compagna di classe cinese)” (si osserva un passaggio dalla strategia S5 a quella S4). Partendo da considerazioni come queste, con l’obiettivo di rispondere alla D1, durante la III fase sperimentale abbiamo discusso in modo molto profondo con tutte le 8 coppie intervistate le possibili differenti interpretazioni risolutive nell’approccio alla tabella. Se da un lato infatti, ogni singola cella può considerarsi come variabile nell’accezione di “incognita” (potenzialmente tutte le immagini possono collocarsi in quella cella, senza alcuna limitazione: S5, S9, B4) dall’altro, come detto, la scelta dell’immagine corretta viene fuori dalla possibilità di leggere il binomio cella-animale in una relazione di tipo funzionale attraverso una lettura globale delle regole della situazione a-didattica e della posizione della cella considerata.

In relazione alla D2 un altro aspetto significativo legato alle regole della composizione e decomposizioni dei caratteri cinesi, discusse nei paragrafi precedenti, rintracciato a livello sperimentale nell’osservazione della fase di verbalizzazione di classe da parte degli allievi cinesi per l’argomentazione della correttezza della soluzione del “gioco”, è stato il rilevare, nella totalità dei casi, il continuo bisogno da parte degli allievi cinesi di riferirsi, nella fase argomentativa di compilazione

della tabella, al processo di ripetizione e quindi alla memorizzazione delle regole del “gioco” (strategia B2). Questo comportamento ricalca gli studi condotti da Marton, in contesti simili con allievi cinesi: “*In the process of repetition, it is not a simple repetition. Because each time I repeat, I would have some new idea of understanding, that is to say I can understand better.*” (Marton, Dall’Alba, Tse, 1996, p. 81). Non si è ritrovato lo stesso comportamento negli allievi italiani né nella II fase di sperimentazione né nelle successive interviste. Questa differenza rilevata nella fase argomentativa (e non solo), a nostro parere, ha una radice culturale e necessita di indagini più approfondite specificatamente rivolte alla fase di acquisizione del pensiero algebrico.

4. Conclusioni

Le riflessioni qui proposte possono, secondo noi, essere utili agli insegnanti di Matematica che lavorano in classi multiculturali con allievi cinesi e ai ricercatori in Didattica per osservare, interpretare e prevedere possibili diversi stili cognitivi, tipici della cultura orientale (cinese) e occidentale (italiana) nel problem solving matematico e, nello specifico, algebrico; esse possono servire anche agli insegnanti italiani di Matematica che, pur non avendo in classe allievi cinesi, riscontrano nei loro studenti un *lack* sul pensiero algebrico. Le riflessioni qui proposte infatti mettono in evidenza, semmai ce ne fosse ancora bisogno, quanto sia importante per una matura acquisizione del pensiero algebrico l’aspetto relazionale e il controllo semantico e sintattico della variabile. Quanto, in accordo con Cusi e Malara (2013), sia quindi fondamentale che gli insegnanti spingano gli allievi, sin dai primi anni di scuola, a uno spostarsi dalla *procedura* alla *relazione* che per i cinesi è facilitato dallo studio della lingua scritta. Coerentemente con l’ipotesi di Boroditsky (2011), la lingua, come detto, contestualizza la percezione e l’organizzazione della realtà in modo da influenzare profondamente i processi di significazione individuale. Il nostro linguaggio (quello tipico del “mondo occidentale”) è diretto, “finalizzato” a costruire ed individuare confini precisi e distinzioni orientate verso un processo di categorizzazione che in generale sta alla base di tutto l’impianto culturale, storico e filosofico di stampo occidentale e ciò, come in prima battuta è possibile ad esempio rintracciare nel gioco “*Sudoku Magic box*”, influenza fin da piccoli il nostro modo di giocare, ragionare, argomentare. Nella cultura cinese, di contro, possiamo riconoscere un modo di guardare la realtà in cui l’atto di operare distinzioni ha l’esclusiva valenza di trovare relazioni unificanti, costruire connessioni e unire concetti ricorrendo alle *meta-regole* tipiche della lingua scritta (Di Paola et al., 2015). I “due mondi”, letti in parallelo, ci permettono una riflessione, mostrata anche sperimentalmente in Spagnolo e Di Paola (2010), che evidenzia un avviamento precoce degli studenti di lingua cinese rispetto ai coetanei italiani al pensiero *algebrico-relazionale*, mediato dalla loro lingua di origine con implicazioni dirette sul “confronto” dei processi di problem solving matematico. Visto che non avrebbe senso insegnare nelle classi italiane la lingua cinese, con la consapevolezza dell’importanza di guardare all’insegnamento della Matematica in una prospettiva di continuità e verticalità tra i vari gradi scolastici secondo un approccio di tipo *relazionale-funzionale* (Di Paola, 2016a), una chiave di volta sembra poter essere quella di guardare ad altri artefatti capaci di veicolare gli stessi “sottesi” matematici, scelti *ad hoc* facendo riferimento anche a culture non italiane. Questo è ciò che negli ultimi anni i gruppi di ricerca italiani di Modena Reggio Emilia, Napoli e Palermo stanno provando a fare riferendosi all’idea di *trasposi-*



zione culturale (Bartolini et al., 2013) legata all'utilizzo delle equazioni figurali e dei problemi con variazione, come artefatti centrali per il contesto educativo cinese già dai primi anni della scuola primaria cinese (Sun, 2011). I lavori di ricerca condotti in classi italiane su queste tematiche (Spagnolo, Di Paola, 2010; Bartolini et al., 2013; Ramploud, 2015) sono assolutamente attuali e innovativi; tenendo in considerazione le riflessioni teoriche espresse sul registro linguistico cinese, le ricerche in corso mirano attraverso l'idea di *trasposizione culturale*, a definire per tutti gli allievi un terreno fertile per il pensiero algebrico sul quale far crescere via via un albero forte e robusto relativo al pensiero algebrico "formale". Ciò richiede una formazione degli insegnanti in ottica "multiculturale", che rimane un problema aperto da approfondire con studi di Didattica interculturale sia di tipo generale che di tipo disciplinare specifico.

Riferimenti bibliografici

- Arzarello F., Bazzini L., Chiappini G. (1994). *L'algebra come strumento di pensiero, Analisi teorica e considerazioni didattiche* (No. 6). Pavia: Progetto Strategico del CNR.
- Bartolini Bussi M.G., Mariotti M.A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom. Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English, M. Bartolini, G. Jones, R. Lesh, B. Sriraman, D. Tirosh (Eds.), *Handbook of International research in Mathematics education*, 2nd edition (pp. 746-783). New York: Routledge Taylor & Francis Group.
- Bartolini Bussi M.G., Martignone F. (2013). Cultural issues in the communication of research on Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*, 33, 2-8.
- Bartolini Bussi M.G., Sun X., Ramploud A. (2013). A dialogue between cultures about task design for primary school. In C. Margolinas (Ed.), *Atti del ICMI Study 22, Task Design in Mathematics Education*, 1 (pp. 551-559). Oxford.
- Battaglia O. R., Di Paola B., Fazio C. (2017). K-means Clustering to Study How Student Reasoning Lines Can Be Modified by a Learning Activity Based on Feynman's Unifying Approach. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 13(6), 2005-2038.
- Bishop A. J. (1988b). Mathematics education in a cultural context. *Educational Studies in Mathematics*, 19(2), 179-191.
- Boroditsky L. (2011). How language shapes thought. *Scientific American*, 304(2), 62-65.
- Brousseau G. (1986). La relation didactique: le milieu. *Actes de la IVème Ecole d'Eté de Didactique des mathématiques* (pp. 54-68). Paris: IREM.
- Cai J., Hwang S. (2002). Generalized and generative thinking in US and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21(4), 401-421.
- Censis (2007). *41° rapporto sulla situazione sociale del paese: 2007*. Milano: Franco Angeli.
- Chemla K. C. (2010). Changes and Continuities in the Use of Diagrams Tu in Chinese Mathematical Writings. *East Asian Science, Technology and Society*, 4(2), 303-326.
- Cusi A., Malara N. A. (2013). A theoretical construct to analyze the teacher's role during introductory activities to algebraic modelling. *Proceedings of Cerme*, 8, 3015-3024
- Di Paola B., Mellone M., Martignone F., Ramploud A. (2015). Un'esperienza educativa di trasposizione culturale nella scuola primaria. *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, 38(3), 363-387.
- Di Paola, B., Battaglia O. R., Fazio C. (2016). Non-hierarchical clustering as a method to analyse an open-ended questionnaire on algebraic thinking. *South African Journal of Education*, 36(1). Estratto da <http://dx.doi.org/10.15700/saje.v36n1a1142>
- Di Paola B. (2016a). Why Asian children outperform students from other countries? Linguistic and parental influences comparing Chinese and Italian children in Preschool Education. *IEJME-Mathematics Education*, 11(9), 3351-3359.



- Di Paola B. (2016b). Ho uno studente cinese in classe, è bravissimo in Matematica... Perché? La lingua scritta cinese come ponte per il pensiero algebrico. *Conferenze e seminari Mathesis*, 2015-2016, 27-42.
- Favilli F., Oliveras M.L., César M. (2003). Bridging Mathematical Knowledge from Different cultures: Proposals for an Intercultural and Interdisciplinary Curriculum. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty, J. Ziliox (Eds.), *Proceedings of PME 27*, 2, pp. 365-372.
- Joseph G. G. (2011). *The crest of the peacock: Non-European roots of mathematics*. Princeton University Press.
- Gras R., Suzuki E., Guillet F., Spagnolo F. (2008). *Statistical implicative Analysis, Theory and Applications, studies in Computational Intelligence*. New York: Springer.
- Jullien F. (2006). *Si parler va sans dire. Du logos et d'autres ressources*. Paris: Edition du Seuil.
- Leung F. K. (2001). In search of an East Asian identity in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 47(1), 35-51.
- Logan R. F. (1986). *The alphabet effect*. New York: Morrow.
- Marton F., Dall'Alba G., Tse L. K. (1996). Memorizing and understanding: The keys to the paradox. In D. A. Watkins, J. B. Biggs (Eds.), *The Chinese learner* (pp. 69-83). Hong Kong: Comparative Education Research Centre, University of Hong Kong.
- Mellone M., Punzo C., Tortora R. (2012). Un percorso di riscoperta dei significati algebrici lavorando con le quantità. *L'insegnamento della Matematica e delle scienze integrate*, 36(1), 53-84.
- MIUR (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*.
- Needham J. (1981). *Science in traditional China: a comparative perspective*. Chinese Univ. Press.
- Nisbett R. E., Peng K., Choi I., Norenzayan A. (2001). Culture and systems of thought: holistic versus analytic cognition. *Psychological review*, 108(2), 291-310.
- Ongini V., Santagati M. (Eds.) (2015). *Alunni con cittadinanza non italiana. Tra difficoltà e successi. Rapporto nazionale a.s. 2013/14*. Milano: Fondazione ISMU.
- Pierce R., Stacey K. (2004). A framework for monitoring progress and planning teaching towards the effective use of computer algebra systems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(1), 59-93.
- Ramploud A. (2015). 数学 [shùxué] Matematica, sguardi (d)alla Cina, [...] ogni pensiero, nel farsi incontro all'altro si interroga sul proprio impensato, tesi di dottorato. Scuola di Dottorato in Scienze Umanistiche, Università di Modena e Reggio Emilia.
- Spagnolo F., Di Paola B. (2010). *European and chinese cognitive styles and their impact on teaching mathematics*. Studies in Computational Intelligence, vol. 277. Berlin, Heidelberg: Springer. Estratto da http://doi.org/10.1007/978-3-642-11680-3_1
- Sun X. (2011). An Insider's Perspective: "Variation Problems" and Their Cultural Grounds in Chinese Curriculum Practice. *Journal of Mathematics Education*, 4(1), 101-114.
- Zanniello G. (2003). Interculturalità e pluralismo nella scuola. *La dimensione interculturale dell'insegnamento*, 1000-1014.
- Zanniello G. (2012). Le ricerche sulla formazione universitaria dei maestri. In G. Zanniello (Ed.), *La didattica nel corso di laurea in scienze della formazione primaria*, 13 (pp. 13-23). Roma: Armando.