

Marco Cammalleri
Università di Palermo

Frequenze naturali di cilindri a parete sottile e bordi incastrati

Scopo

L'obiettivo principale non era tanto quello di studiare i modi di vibrare di questi elementi ma di formulare un nuovo modello matematico per calcolarne le frequenze proprie. Non c'erano infatti modelli in letteratura che fossero allo stesso tempo accurati e semplici da utilizzare. I modelli accurati richiedevano complesse tecniche numeriche di risoluzione, quelli analitici non erano accurati abbastanza (errori massimi dell'ordine del 40% per i modelli analitici più precisi).

Metodo

L'equazione delle frequenze è stata ottenuta combinando le equazioni di equilibrio indefinite classiche di Reissner, il principio di Hamilton ed una appropriata scelta delle autofunzioni. In particolare è stata assegnata allo spostamento radiale una autofunzione del tipo $u_r = A_r f_r(x) \cos(n\theta) \cos(\omega t)$, con $f_r(x)$ simile all'autofunzione della trave soggetta agli stessi vincoli. Le altre due autofunzioni (u_x e u_s) sono state ricavate imponendone l'ortogonalità. Seguendo i passi logici riportati in Fig.1, dopo varie manipolazioni matematiche, si è pervenuti ad una equazione della frequenza le cui costanti dipendono, mediante equazioni algebriche esplicite, direttamente dalle proprietà geometriche e meccaniche del cilindro.

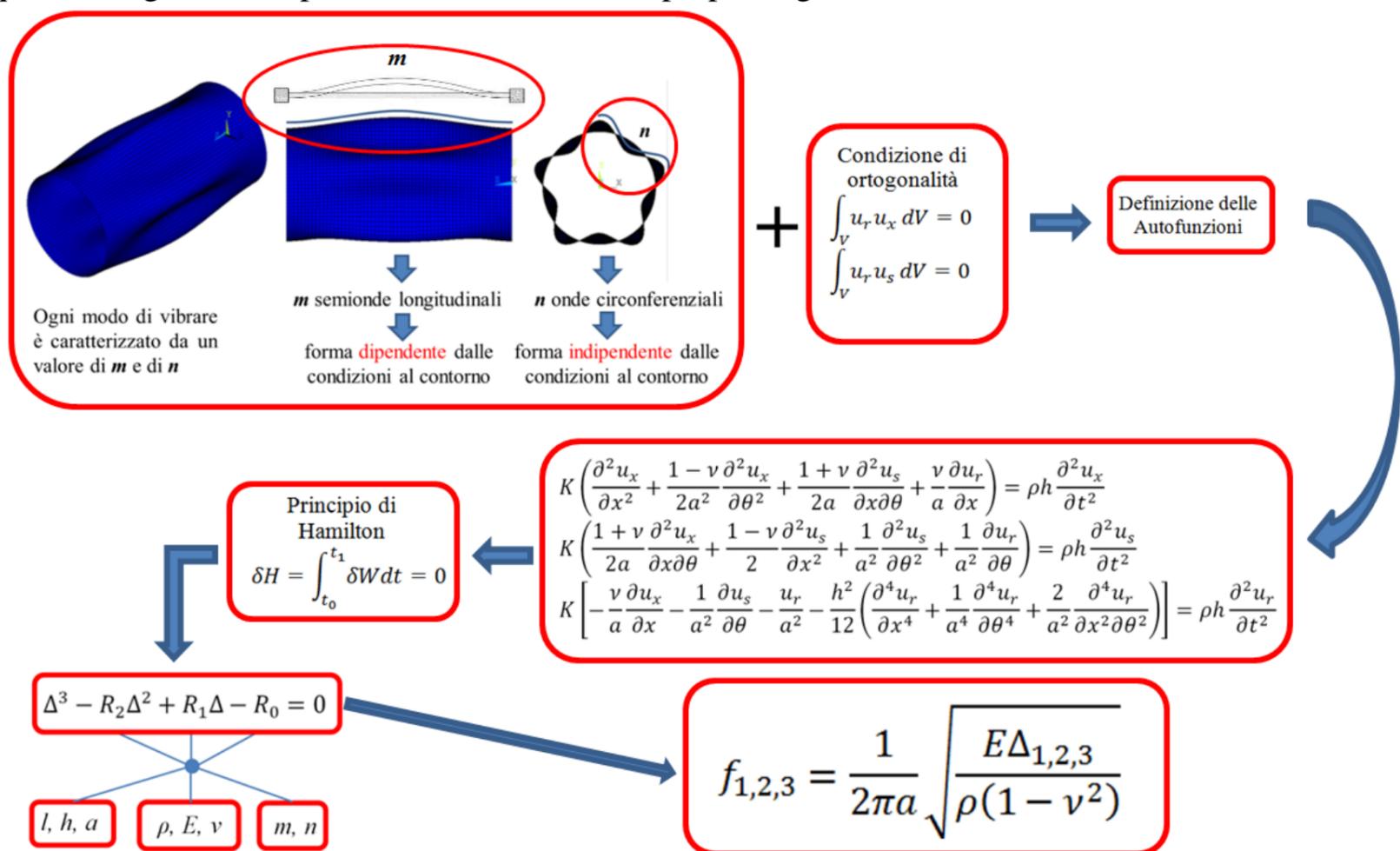


Fig. 1 – Diagramma di flusso del modello.

Risultati

Confrontando le previsioni del modello con dati numerici e sperimentali di letteratura, risulta uno scarto massimo, rispetto alla soluzione esatta, inferiore al 10% per tutti i modi di vibrare comparabili e meno del 5% sulla frequenza più bassa, rispetto ai dati sperimentali.

Conclusioni

Il vantaggio di questo nuovo modello rispetto agli altri consiste in un miglior compromesso tra semplicità ed accuratezza. Si candida quindi ad essere uno strumento ideale per gli ingegneri che devono progettare elementi ad essi assimilabili.