

Tecniche di analisi statica non lineare multimodale per strutture intelaiate

Piero Colajanni, Calogero Cucchiara, Gabriele Testa

*Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale, Aerospaziale, dei Materiali. Viale delle Scienze, Ed. 8
90128 PALERMO (PA)*

Keywords: Pushover, Modal Pushover Analysis, Non linear Correlation coefficients, hysteretic oscillators.

ABSTRACT

Viene presentata una panoramica delle più efficienti tecniche di analisi statica non lineare, evidenziando i progressi fatti nella formulazione di procedure con profili di carico adattivi multimodali, finalizzati alla valutazione della risposta di strutture a comportamento fortemente non lineare. Vengono poi presentate le diverse procedure che consentono di analizzare il comportamento di strutture irregolari in altezza o con grandi periodi di vibrare, nella quale la risposta è fortemente influenzata dai modi superiori. In quest'ambito viene evidenziato il ruolo della procedura Modal Pushover Analysis, che risulta fra le più efficienti nel riprodurre il comportamento di strutture fortemente irregolari in pianta e in elevazione a comportamento debolmente non lineare. Viene ripresa una tecnica di combinazione dei contributi modali mediante la CQC, implementata attraverso l'impiego di coefficienti di correlazione non lineari per sistemi isteretici. Un esempio numerico nel quale la tecnica viene applicata per la prima volta a sistemi spaziali irregolari in pianta ne mostra l'efficacia in questo campo.

1 INTRODUZIONE

Il metodo di analisi consigliato dalle normative antisismiche, quando il livello di conoscenza dell'edificio è adeguato (EC8) è l'analisi statica non lineare, nota con il termine anglosassone di pushover analysis. Secondo le prime formulazioni dell'analisi statica non lineare presenti nei codici normativi, la forma del profilo di forze e conseguentemente l'entità dello spostamento massimo erano controllati dalla forma del modo fondamentale di vibrazione della struttura allo stato elastico. Osservando che la risposta statica di una struttura a comportamento non lineare è fortemente influenzata dalla forma del profilo di forze applicato, numerosi ricercatori hanno cercato di incrementare l'efficacia del metodo, formulando svariati criteri con cui distribuire le forze lungo l'altezza della struttura e determinare l'entità dello spostamento massimo richiesto. In quest'ambito le ricerche condotte hanno evidenziato le forti difficoltà connesse con la grande variabilità della risposta dinamica da riprodurre in relazione alle caratteristiche dell'eccitazione sismica.

Per una più efficace modellazione del profilo di forze, i codici normativi si sono prefissi l'obiettivo di ottenere tramite l'analisi statica non lineare, una previsione conservativa della domanda sismica in grado di costituire l'involuppo delle possibili domande attese in presenza di eventi sismici diversi. A tale scopo è stato inizialmente prescritto di condurre due analisi push-over facendo riferimento a due distinti profili di forze: un primo, proporzionale alla quota dell'impalcato dallo spiccato delle fondazioni, o meglio alla prima forma modale, atto a rappresentare il comportamento della struttura nell'ipotesi che si manifesti una uniforme distribuzione delle deformazioni plastiche, tale da non alterare significativamente la forma modale corrispondente allo stato elastico; un secondo profilo, corrispondente a un andamento uniforme delle accelerazioni di piano, atto a rappresentare il comportamento di una struttura che in campo non lineare esibisce un meccanismo di piano soffice alla base della struttura.

Tale procedura ha due limitazioni particolarmente rilevanti: a) un profilo di forze tempo-invariante non tiene in conto le modifiche delle proprietà dinamiche della struttura dovute alla progressiva

plasticizzazione degli elementi strutturali, con conseguente perdita di rigidità e variazione della forma modale fondamentale associata alla matrice di rigidità tangente del sistema. *b*) un profilo di forze proporzionale alla sola prima forma modale del sistema elastico non consente di cogliere gli effetti dei modi superiori ad alta frequenza che influenzano significativamente la risposta di edifici di notevole altezza o con forti irregolarità strutturali.

In letteratura, fin dalla metà degli anni 90, sono state proposte “nuove” procedure finalizzate ad evidenziare e risolvere le sopra citate limitazioni.

Fin dalla metà degli anni Novanta, un altro filone di ricerca è stato finalizzato alla valutazione della risposta di sistemi irregolari in pianta, nei quali il contributo fra più modi con componente di spostamento prevalentemente traslazionali e/o rotazionali domina la risposta strutturale.

Infine, va rilevato che è possibile differenziare tecniche finalizzate a riprodurre con la maggior precisione possibile la risposta sismica ad input con determinate caratteristiche, che si avvalgono di spettri di risposta del singolo accelerogramma, da tecniche finalizzate ad ottenere una stima conservativa della risposta, che prevedono di ottenere una stima conservativa della domanda attraverso l'involuppo della risposta a più profili di carico.

2 PROFILI DI ADATTIVI

Per eliminare le limitazioni connesse all'assunzione di un profilo di forze tempo-invariante, non in grado di rappresentare le modifiche delle forme dei modi di vibrare causato dalle plasticizzazioni indotte dall'evento sismico nella struttura, già a partire dal 1996-1997 furono proposte diverse procedure «adattive». Queste sono caratterizzate dal continuo aggiornamento della forma del vettore di carico al progredire delle plasticizzazioni nella struttura.

Le prime proposte erano basate sull'assunzione che la risposta potesse essere colta considerando prevalente il contributo della prima forma modale. Bracci et al. (1997) e Colajanni e Papi (1998) furono fra i primi a proporre, nel condurre un'analisi push-over, di aggiornare il profilo di carico in relazione alla forma del primo modo di vibrare associato alla matrice di rigidità tangente della struttura. Successivamente, più efficaci procedure furono formulate per tenere in conto la presenza dei modi superiori seguendo due differenti strategie.

Gupta e Kunnath (2000) proposero una procedura che prevedeva lo sviluppo di tante analisi push-

over quanti i modi di vibrare ritenuti significativi. L'analisi veniva condotta in forma incrementale, e all'inizio di ogni passo di carico venivano calcolate le forme modali associate alla matrice di rigidità tangente del sistema. Venivano poi applicati, indipendentemente per ciascun modo, i profili delle forze proporzionali alla corrispondente forma modale, calcolando gli incrementi di spostamento in sommità da imporre con la tecnica dello spettro di risposta. Valutati i parametri di risposta cinematici per ogni modo, questi venivano combinati a valle del singolo passo dell'analisi con la regola di combinazione modale SRSS, e sommati ai risultati ottenuti al passo precedente. Tale procedura, così come tutte quelle basate sulla combinazione delle risposte a valle di una analisi modale, non garantisce l'equilibrio fra le forze sismiche esterne e le reazioni interne negli elementi strutturali.

Contemporaneamente Elnashai (2000) propose una procedura adattiva alternativa, basata su una singola analisi pushover. La forma del profilo di forze era ricavata, a ogni passo di carico, dalla combinazione secondo la SRSS dei profili di carico corrispondenti a ciascun termine dell'espansione modale delle forze sismiche associate alla matrice di rigidità tangente del sistema. Questi erano valutati tenendo conto delle caratteristiche dell'evento sismico atteso al sito attraverso lo spettro di risposta elastico di pseudoaccelerazioni. Tale procedura poteva essere applicata secondo due differenti schemi: uno secante, in cui a ogni passo l'intero vettore di carico veniva ricalcolato come descritto; il secondo incrementale, dove all'interno del singolo passo solo l'incremento di carico era calcolato in funzione delle forme modali associate alla matrice di rigidità tangente del sistema, e sommato al vettore di carico valutato al passo precedente. Il primo schema si rivelò poco efficace, in quanto si manifestarono prevedibili problemi di instabilità numerica nella ricerca della configurazione deformata quando importanti deformazioni plastiche inducono una repentina variazione del profilo di carico totale fra un passo e il successivo. La seconda procedura, più intuitiva nel tentare di riprodurre l'evolversi delle configurazioni deformate della struttura durante il semiciclo di spostamenti di maggiore ampiezza durante un terremoto, risulta anche più stabile numericamente. Tuttavia, è stato più volte fatto rilevare che, sebbene apparentemente più attraente e più complessa della semplice procedura adattiva basata sull'assunzione di un profilo di carico proporzionale alla singola forma modale fondamentale, la procedura adattiva descritta non

sempre risulta più accurata, e non di rado prevede una domanda sismica più lontana della precedente dalla risposta ottenuta attraverso una analisi dinamica non lineare al passo, che costituisce il metodo più accurato attualmente disponibile per la previsione della domanda sismica. Tale circostanza è da addebitarsi alle innumerevoli approssimazioni introdotte nella derivazione di tale procedura, che si configura come una arbitraria estensione delle tecniche di analisi modale valide in campo lineare alla valutazione della risposta di sistemi a comportamento isteretico.

Più recentemente, Antoniou e Pinho (2004) hanno presentato una efficace e innovativa procedura per la previsione della risposta di strutture a comportamento fortemente non lineare, nota con l'acronimo DAP (Displacement-based Adaptive Pushover procedure). L'aspetto innovativo della DAP è da ricercarsi nell'imposizione sulla struttura di un prefissato profilo di spostamento e la valutazione, attraverso l'equilibrio della struttura, del sistema di forze sismiche corrispondente. L'efficacia della procedura, priva di senso pratico per profili di spostamento tempo-invarianti, è da ricercarsi nell'approccio incrementale e nel continuo aggiornamento, a ogni passo di carico, della forma degli incrementi di spostamento. Questi sono ottenuti dalla somma lungo l'altezza degli spostamenti di interpiano, valutati in base alla combinazione degli spostamenti dei modi di vibrare associati alla matrice di rigidità tangente del sistema, calibrati in relazione alle corrispondenti ordinate spettrali dell'eccitazione sismica. La principale limitazione del metodo è certamente da identificarsi nella applicazione delle regole di combinazione SRSS o CQC derivate per le risposte stazionarie di sistemi elastici al caso di risposte in ridottissimi intervalli di tempo di sistemi a comportamento non lineare.

3 TECNICHE DI ANALISI STATICA NON LINEARE MULTIMODALI

Con riferimento al secondo aspetto, Paret et al. (1996) furono i primi a far rilevare che la previsione della modalità di crisi della struttura attraverso l'analisi push-over dovesse necessariamente tenere in conto gli effetti dei modi ad alta frequenza, trascurando i quali si otteneva, per gli edifici multipiano di grande altezza, un progetto poco efficace. La struttura, infatti, veniva dotata di eccessiva sovrarigidità ai piani inferiori, e una insufficiente resistenza degli elementi strutturali degli ultimi piani, dove

una parte preponderante degli effetti dell'azione sismica è dovuta ai modi di vibrare ad alta frequenza. Fu così proposta una semplice procedura, basata sulla valutazione di più curve di spinta, ognuna per ogni modo ritenuto significativo, attraverso le quali confrontare la capacità del sistema con la richiesta di prestazione desunta impiegando la tecnica dello spettro di risposta. Era così possibile associare a ogni modo un indice di vulnerabilità – modal criticality indices (MCI) – che consentisse di individuare il modo critico per il sistema.

Successivamente Chopra e Goel (2002) formularono una procedura, nota con l'acronimo MPA (Modal Pushover Analysis) basata sullo sviluppo di tante analisi push-over quanti sono i modi significativi per la valutazione della risposta statica non lineare; ciascuna di esse deve essere condotta assumendo una distribuzione di forze lungo l'altezza proporzionale al corrispondente termine dell'espansione modale delle forze sismiche. Gli autori assunsero in via approssimata che anche in campo non lineare le risposte dei singoli «modi» potessero essere disaccoppiate, e proposero di valutare i parametri di risposta cinematici combinando le risposte ottenute dalle singole analisi push-over. Ognuna di esse doveva essere arrestata a un valore di spostamento in sommità della struttura coincidente con il valore atteso per il sistema SDOF a comportamento non lineare, calcolato come precedentemente descritto.

Chopra e Goel proposero di combinare le risposte modali utilizzando le classiche tecniche di combinazione derivate per sistemi elastici lineari, quali la SRSS, o la CQC. È stato più volte fatto rilevare che l'applicazione di tali procedure al caso in esame manca di fondate basi teoriche ed è fonte di notevoli approssimazioni. Recentemente è stato proposto l'impiego di coefficienti di combinazione delle risposte che siano in grado di tenere conto delle caratteristiche isteretiche dei singoli modi di vibrare.

Per strutture per le quali la risposta è significativamente influenzata dai contributi forniti dai modi superiori, Moghadam formulò una procedura analoga a quella di Chopra, proponendo dei coefficienti di combinazione semplificati, proporzionali ai coefficienti di partecipazione dei modi di vibrare della struttura a comportamento elastico. Hernández Montes et al. (2004) hanno proposto invece una versione alternativa di tale procedura basata su un approccio energetico. Più recentemente le normative nazionali e internazionali hanno suggerito che, per strutture con periodo fondamentale di vibrare superiore a 1 sec. per le

quali è atteso un significativo contributo dei modi superiori alla risposta sismica, il primo dei due profili di forze da impiegare deve ottenersi dalla distribuzione dei tagli sismici di piano valutati per la struttura a comportamento elastico conducendo una analisi dinamica modale con spettro di risposta.

Riconoscendo l'impossibilità di ottenere un'unica procedura o un unico profilo di carico capace di garantire una stima conservativa della risposta sismica in tutte le situazioni, e la mancanza di basi teoriche in campo non lineare delle procedure fondate sull'analisi modale, Kunnath (2004) propose di tenere in conto degli effetti dei modi superiori conducendo un'unica analisi pushover, assumendo un profilo di forze ottenuto da una opportuna combinazione dei vettori dell'espansione modale delle forze sismiche secondo lo spazio degli autovettori del sistema elastico. Applicando le più semplici combinazioni dei profili corrispondenti ai primi due modi, e in particolare la loro somma e la loro differenza, osservò che nel primo caso si otteneva una sovrastima della risposta ai piani bassi, nel secondo ai piani alti. Un'analisi più accurata mise poi in evidenza che i contributi forniti da ogni modo alla risposta sismica di una data struttura variavano in relazione alla forma dei cicli di isteresi che ne caratterizzavano il comportamento. Kunnath attraverso una vasta campagna di analisi numeriche ha poi potuto suggerire dei coefficienti di combinazione per strutture intelaiate regolari in altezza con un prefissato numero di piani.

Un altro approccio al problema è quello proposto da Poursha (2009) in cui la domanda è ottenuta dall'involuppo delle risposte di 2 o 3 analisi rispettivamente, a seconda che la struttura abbia periodo fondamentale T_1 inferiore o superiore a 2.2 s. La prima analisi è un'analisi convenzionale con profilo di forze tempo-invariante, "triangolare" (proporzionale al prodotto delle masse di piano per la quota dell'impalcato) nel caso in cui $T_1 \leq 2.2$ sec., "uniforme" (proporzionale alle sole masse di piano) per $T_1 > 2.2$ sec. La seconda analisi prevede l'adozione di un profilo di carico proporzionale alla (prodotto delle masse di piano per) prima forma modale fino al raggiungimento di un primo spostamento target; gli ulteriori incrementi di carico vengono distribuiti proporzionalmente alla (prodotto delle masse di piano per) seconda forma modale, fino al raggiungimento dello spostamento target finale. Tali incrementi agiscono sulla struttura nella configurazione di carico, sollecitazioni e spostamenti ottenuti alla fine dell'imposizione del primo profilo di carico. Per sistemi fortemente deformabili ($T_1 > 2.2$ sec.),

è richiesta una terza analisi che, con modalità del tutto analoghe alla seconda, tenga in conto della presenza anche del terzo modo attraverso lo sviluppo di un terzo segmento di carico con azioni distribuite proporzionalmente alla terza forma modale. La tecnica prende il nome di "Consecutive Modal Pushover".

4 RECENTI SVILUPPI NELLE TECNICHE DI ANALISI STATICA NON LINEARE

Gli sviluppi dell'analisi pushover, negli ultimi anni, mirano ad includere all'interno dell'analisi sia il contributo dei modi superiori sia il cambio di caratteristiche dinamiche della struttura durante il sisma. Fajfar nel 2011 sviluppa un'estensione della ben nota tecnica N2 (1996) per includere il contributo dei modi superiori. Questa si basa sull'esecuzione, oltre che di una normale procedura N2, di una analisi elastica dinamica modale da cui ricavare i drift d'interpiano. Dopo aver normalizzano i drift ottenuti, in maniera che lo spostamento dell'ultimo piano sia lo stesso ottenuto dall'analisi N2, si valuta il rapporto dei drift calcolati con l'analisi elastica e quelli calcolati con l'analisi non lineare, ottenendo dei coefficienti con cui amplificare (solo se il rapporto è maggiore di 1) le grandezze d'interesse trovate con l'analisi N2 (drift, spostamenti, rotazione delle cerniere ecc). R. Abbasnia (2013), sulla base dei lavori di Kunnath (2004) e Antoniou e Pinho (2004), propone una procedura basata sull'esecuzione di più analisi statiche non lineari, nelle quali, in analogia a quanto proposto nella procedura DAP viene condotta un'analisi adattiva con profili di spostamento ottenuti dalla combinazione degli spostamenti di piano (o dai drift di interpiano) ottenuti da un'analisi dinamica modale convenzionale, pesati per un coefficiente ottenuto come rapporto delle masse partecipanti dei modi considerati, e combinati secondo tutte le possibili permutazioni dei segni dei contributi modali. La domanda viene valutata attraverso l'involuppo delle risposte per ogni profilo di carico. Un altro contributo è fornito da Panyakapo (2014) che ritenendo significativo il comportamento ciclico del terremoto, e di conseguenza il degrado sia di resistenza che di rigidità indotto dal sisma, propone una tecnica nota come Cyclic Pushover Analysis. Questa analisi rispetto a quelle note in letteratura utilizza un incremento di carico non più monotono ma ciclico ottenendo la curva di capacità dall'involuppo delle curve di spinta per i diversi cicli.

5 SISTEMI SPAZIALI IRREGOLARI IN PIANTA

Va rilevato che la maggior parte dei lavori sopra citati analizza il comportamento di strutture piane, e pertanto è in grado di dare utili informazioni sul comportamento di strutture regolari in pianta, per le quali non è previsto un significativo moto torsionale. Più complessa è invece l'estensione delle tecniche di analisi statica non lineare a sistemi irregolari in pianta, anche se fin dalla metà degli anni Novanta furono condotte ricerche finalizzate allo studio del comportamento di strutture spaziali non simmetriche. Numerose proposte sono state avanzate per riprodurre gli effetti del moto torsionale le più recenti delle quali sono anch'esse basate su approcci multimodali.

I risultati ottenuti in quest'ambito a tutt'oggi non sono completamente soddisfacenti. In questo contesto nel successivo paragrafo sono presentati alcune recenti proposte degli autori, che si pongono l'obiettivo di ridurre le approssimazioni commesse con alcune delle tecniche di analisi statica non lineare precedentemente presentate. In particolare, Chopra e Goel hanno recentemente esteso la MPA allo studio di sistemi spaziali asimmetrici in pianta, facendo rilevare che, analogamente a quanto accade in campo lineare, risulta irrinunciabile fare ricorso alla regola di combinazione quadratica completa CQC nel combinare le risposte dei singoli modi. Le analisi numeriche condotte hanno evidenziato che la MPA è in grado di rappresentare con buona approssimazione il comportamento di strutture spaziali torsionalmente rigide o torsionalmente deformabili; per strutture con rigidità torsionale e alla traslazione comparabili, per le quali le frequenze dei modi di vibrare risultano vicine fra loro, il metodo perde di accuratezza, in parte a causa della ridotta efficacia della regola di combinazione modale adottata.

6 COMBINAZIONE DEI MASSIMI MODALI PER SISTEMI ISTERETICI NELLA MPA

Una delle limitazioni della MPA, e di gran parte delle procedure di pushover multimodali, risiede nell'applicare a sistemi a comportamento isteretico regole di combinazione delle risposte modali derivate sui principi e procedure valide in campo elastico (Chintanapakdee e Chopra, 2003, Chopra e Goel 2004). In precedenti lavori (Cacciola et al. 2007a, 2007b, 2013) è stato evidenziato che la mancanza di un fondamento

teorico di tale procedura può essere superata se le risposte degli oscillatori isteretici vengono approssimate con quelle di sistemi lineari equivalenti. In quell'ambito si era rilevato che, nell'applicare la regola di combinazione quadratica completa (CQC), può essere decisivo valutare i coefficienti di combinazione delle risposte modali degli oscillatori linearizzati, in modo da tener conto delle caratteristiche isteretiche dell'oscillatore da cui sono derivati. Una analisi parametrica, condotta modellando l'input mediante generazione di accelerogrammi compatibili con gli spettri di risposta forniti dalla normativa sismica nazionale (NTC2008) aveva mostrato che i coefficienti di combinazione possono assumere valori sensibilmente diversi da quelli ottenuti per sistemi lineari. Si erano così riscontrati valori significativi anche in presenza di frequenze ben separate fra gli oscillatori.

Si era anche mostrata l'influenza che le frequenze, le soglie di resistenza e il contenuto energetico alle diverse frequenze dell'input hanno sui valori dei coefficienti di correlazione. In seguito, è stata presentata una procedura che, sfruttando la tecnica di linearizzazione equivalente (Roberts and Spanos, 1997) determina le caratteristiche di rigidità e smorzamento degli oscillatori lineari equivalenti seguendo la procedura proposta da Lutes and Sarkani (2004), consentendo una coerente valutazione dei coefficienti di correlazione.

6.1 Coefficienti di correlazione per sistemi lineari ed isteretici

In questo paragrafo è analizzata l'influenza delle proprietà isteretiche degli oscillatori e delle caratteristiche dell'input sui valori dei coefficienti di combinazione. In Cacciola et al. (2004) era già stato fatto rilevare che, per sistemi elastici molto rigidi, la seguente espressione dei coefficienti di correlazione

$$\rho_{kj} = \frac{8\sqrt{\zeta_j \zeta_k} (\zeta_k + \beta_{kj} \zeta_j) \beta_{kj}^{3/2}}{(1 - \beta_{kj}^2)^2 + 4\zeta_j \zeta_k \beta_{kj} (1 + \beta_{kj}^2) + 4(\zeta_j^2 + \zeta_k^2) \beta_{kj}^2} \quad (1)$$

legata alla modellazione dell'input come processo bianco (1), risulta inefficace. In Cacciola et al. (2007) è stato mostrato che, per input bianco, al ridursi della resistenza degli oscillatori modali isteretici, vale a dire all'aumentare dei corrispondenti fattori di

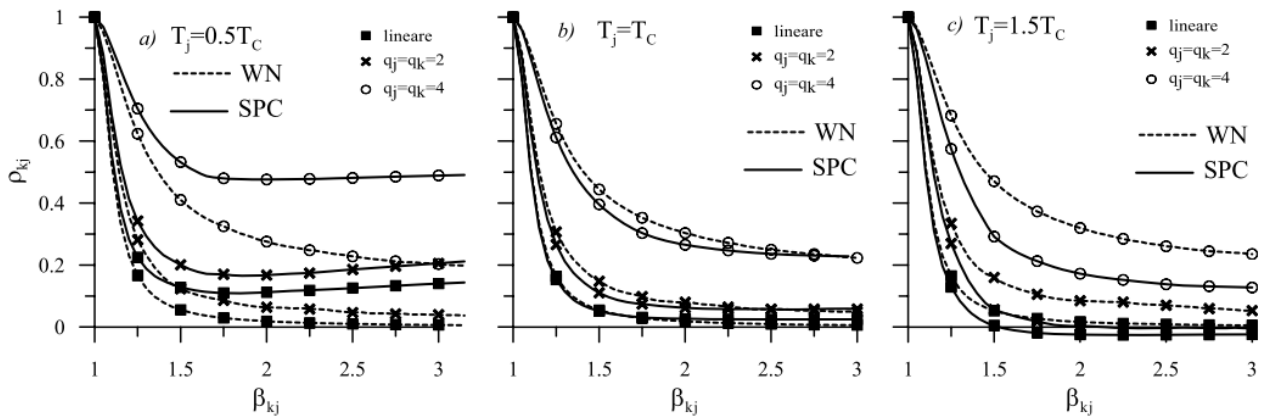


Figura.1 Influenza del rapporto delle frequenze β_{kj} sui coefficienti di correlazione non lineare, con fattori di struttura $q_j=q_k$, rapporto di incrudimento $v_j=v_k=v=0.30$, coefficiente di smorzamento $\zeta_j=\zeta_k=\zeta=0.05$; a) periodi $T_j=0.5T_c$, b) $T_j=T_c$, c) $T_j=1.5T_c$

struttura q_n , i valori dei coefficienti di correlazione crescono sensibilmente. In questo contesto viene analizzata l'influenza delle caratteristiche dell'input sui coefficienti di correlazione per sistemi a comportamento isteretico non lineare, per brevità indicati come coefficienti di correlazione non lineari, input modellato come rumore bianco (WN). In confrontando i valori ottenuti in presenza di input spettrocompatibile (SPC) con quelli ottenuti per quest'ultimo caso, il valore dell'ordinata dello spettro di risposta da impiegare per il calcolo del fattore di struttura è calcolato in funzione del valore medio di picco massimo della risposta (Der Kiureghian, 1981) ottenuto per una durata dell'input di $T_s=25s$.

I risultati così ottenuti sono confrontati con quelli relativi a sistemi a comportamento lineare e input bianco, e quelli lineari ottenuti considerando l'input spettrocompatibile (Cacciola et al. 2004). I risultati di seguito riportati, ove non diversamente specificato, sono ottenuti considerando campioni dell'accelerazione sismica compatibili con lo spettro di risposta elastico previsto dell'EC8 per terreni di tipo B, C, ed E, per il quale il valore limite di periodo del ramo costante delle pseudoaccelerazione è pari a $T_c=0.5s$. Tale valore, come è noto, corrisponde al periodo di massimo contenuto energetico dell'input. Le curve rappresentate in Fig. 1 sono ottenute fissando il periodo del j-esimo oscillatore modale, e facendo variare quello del k-esimo in funzione del valore del rapporto $\beta_{kj}=T_j/T_k$, per un medesimo valore dei fattori di struttura dei due oscillatori $q_j=q_k$. Le curve di Fig.1a, che si riferiscono ai casi in cui il j-esimo oscillatore modale ha periodo inferiore a quello di massimo contenuto energetico dell'input (sistema rigido,

$T_j < 0.5 T_c$) mostrano che l'approssimazione di input bianco e comportamento lineare del sistema è assolutamente inefficace nello stimare i valori di ρ_{kj} . Marcati incrementi dei coefficienti di correlazione sono da attribuire sia al comportamento non lineare del sistema, sia al contenuto in frequenza dell'input. Particolarmente significativa è la circostanza che, mentre per sistemi lineari ed input bianco i coefficienti di correlazione assumono valori trascurabili per $\beta_{kj} \geq 1.5 \div 2$, per sistemi isteretici si possono riscontrare valori di ρ_{kj} superiori a 0.5 anche per oscillatori con frequenze ben separate fra loro. Le curve di Fig 1b mostrano che, per i casi nei quali un oscillatore ha periodo prossimo a quello di massimo contenuto energetico dell'input ($T_j = T_c$) l'approssimazione di input bianco non introduce significative perdite di accuratezza, mentre per $T_j > T_c$ (Fig.1c) l'ipotesi di rumore bianco conduce ad una stima per eccesso di ρ_{kj} . In tutti i casi, comunque, i coefficienti di correlazione non lineari sono sensibilmente maggiori dei corrispondenti lineari.

Nella prima serie di figure (Figg.2a-2c) sono considerati coppie di oscillatori per i quali i sistemi più rigidi, individuati dall'indice k, sono dotati di fattori di struttura più grandi ($q_k = 3/2q_j$), mentre per le Figg.2d-2f si verifica la circostanza opposta ($q_j = 3/2q_k$). Le figure mostrano una dipendenza pressoché lineare dei coefficienti di correlazione dai valori del fattore di struttura. Inoltre la pendenza delle curve della prima serie risulta più accentuata rispetto a quella della seconda, mostrando che il valore di ρ_{kj} è più sensibile al valore del fattore di struttura del sistema più rigido. In Fig.3, le curve ottenute al variare del periodo di vibrazione del primo

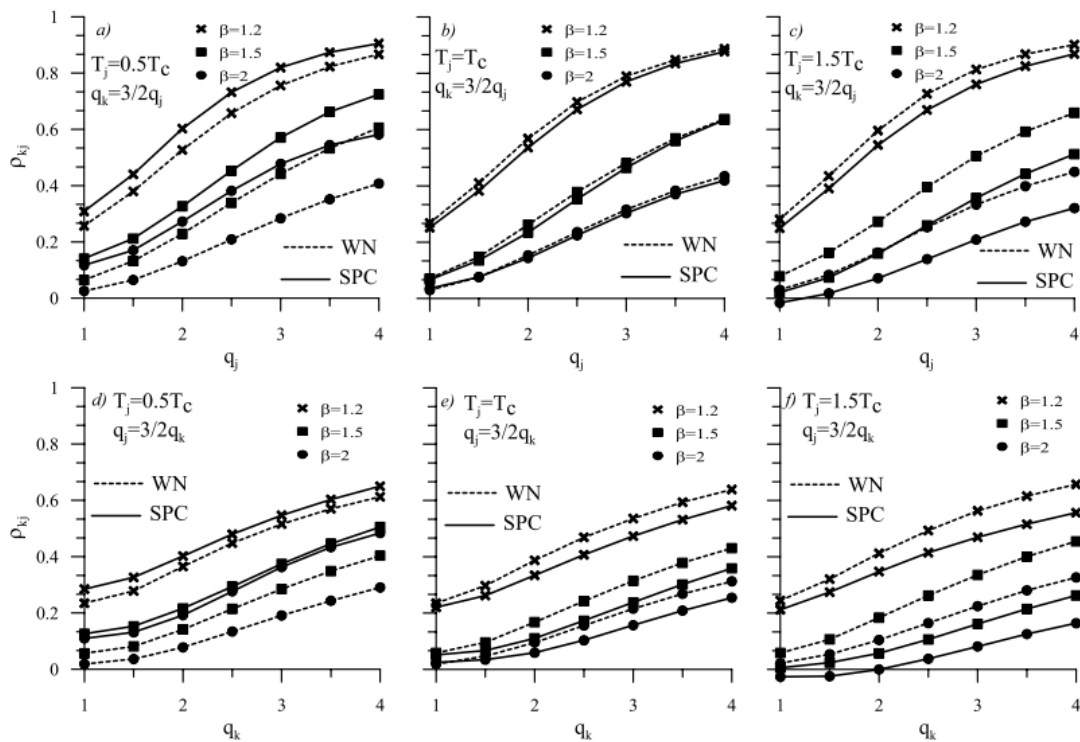


Figura.2 Influenza del fattore di struttura q sui coefficienti di correlazione non lineari, con rapporto di iniezione $v_j=v_k=v=0.30$, coefficiente di smorzamento $\zeta_i=\zeta_k=\zeta=0.05$; a)-c) fattore di struttura $q_k=3/2q_j$; d)-f) $q_j=3/2q_k$.

oscillatore (terreno tipo B) mostrano che il modello di rumore bianco per l'eccitazione sismica non consente di cogliere il brusco incremento dei coefficienti di correlazione non lineari al ridursi del periodo di oscillazione. In Fig.3b dove le curve di ρ_{kj} sono riferite ad accelerogrammi compatibili con i tre spettri di risposta forniti dall' EC8 per i tre diversi tipi di terreno, caratterizzati da valori di T_c differenti ($T_c=0.4s$ per terreno tipo A, $T_c=0.5s$ per tipo B, $T_c=0.8s$ per tipo C), viene mostrato che, al crescere di T_c , aumenta l'intervallo di periodi per i quali ρ_{kj} cresce al diminuire del periodo. I risultati dell'analisi parametrica svolta consentono di concludere che le proprietà isteretiche e le caratteristiche dell'input esercitano una notevole influenza sui coefficienti di correlazione. Per sistemi dotati di valori del fattore di struttura elevati, i coefficienti di correlazione assumono valori non trascurabili anche per frequenze ben separate fra loro, soprattutto per sistemi con periodi inferiori a quello di massimo contenuto energetico dell'input

7 ESEMPIO NUMERICO

L'efficacia dell'impiego dei coefficienti di correlazione non lineari nella combinazione dei

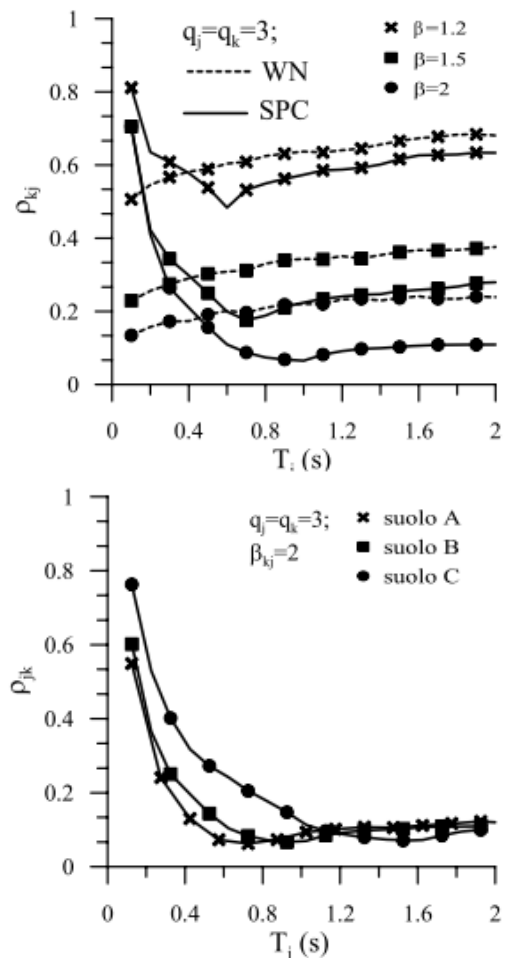


Figure.3a e 3b Influenza del periodo di vibrazione (3) ed effetti del tipo di terreno (4), per $v_j=v_k=v=0.30$, $\zeta_i=\zeta_k=\zeta=0.05$.

contributi modali nella MPA viene qui mostrata per un sistema spaziale intelaiato in acciaio a nodi rigidi (MRF) analizzato in Goel e Chopra (2004) qui schematicamente rappresentato in sezione verticale ed in pianta in Figura 4a e Figura 4b rispettivamente. La struttura, realizzata con sei telai per ciascuna delle due direzioni principali, in pianta è inscritta in un quadrato di lato 45.75 m, è alta 31.17 m (9 livelli). La massa del primo livello è 10.01×10^6 Kg, quella dei livelli intermedi è pari a 9.89×10^5 Kg, mentre l'ultimo ha massa 1.07×10^6 Kg. La struttura viene considerata irregolare in pianta a causa di una eccentricità lungo la direzione x del baricentro delle masse CM rispetto al baricentro geometrico (e il coincidente il baricentro delle rigidezze CS) pari a 4.75 m. La resistenza delle travi in acciaio è di 248 Mpa quella dei pilastri 345 Mpa.

Le travi, sono realizzate con i seguenti profilati standard ASTM: primo e secondo livello W 36x160, dal terzo al sesto W 36x135, settimo W 30x99, ottavo W 27x84, nono W 24x68. Invece i pilastri scelti sono: primo e secondo livello W 14x500, dal terzo al sesto W 14x455, settimo W 14x370, ottavo W 14x 283, nono W 14 x257.

L'input viene modellato attraverso un set di 10 accelerogrammi naturali, scelti in modo da risultare compatibili con lo spettro di risposta per terreno di tipo B proposto dall'Eurocodice 8, agenti in direzione x. In Figura 5 sono riportate le curve di spinta per i singoli modi ottenute assumendo come punto di controllo il centro delle masse dell'ultimo piano; le curve sono arrestate in corrispondenza dello spostamento target, ed evidenziano la ben nota differenza fra la rigidezza dei singoli modi. In figura 6 è confrontato l'andamento lungo y degli spostamenti massimi, in direzione x, dell'ultimo piano stimati attraverso la MPA condotta con diverse assunzioni per i coefficienti di correlazione, con quelli ottenuti attraverso la "Uncoupled Modal Response Hystory Analysis (UMRHA) (Chopra 2002), in cui cioè la risposta è valutata attraverso la combinazione al passo dei contributi modali ottenuti dalle analisi statiche non lineari modali disaccoppiate. Le curve mostrano che i valori dello spostamento massimo stimato per il telaio di estremità T_{6y} posto dal lato di minore rigidezza della struttura, fornito dalle diverse modellazioni dei coefficienti di correlazione sono molto simili fra loro e riproducono con buona approssimazione il risultato della UMRHA Viceversa dal lato di maggiore rigidezza della struttura (telaio T_{1y}) la Figura 6 mostra che le

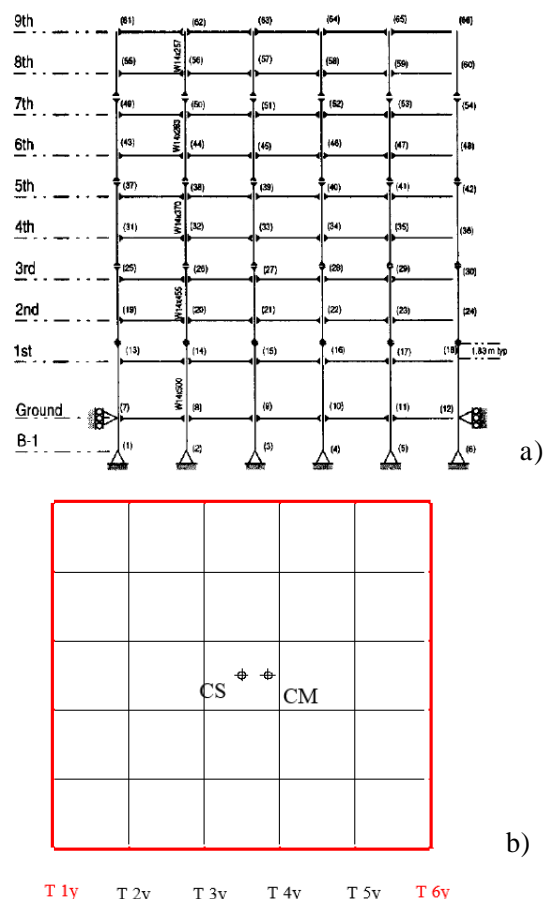


Figura.4 Schema strutturale del telaio analizzato: a) sezione verticale; b) pianta della struttura con nomenclatura telai

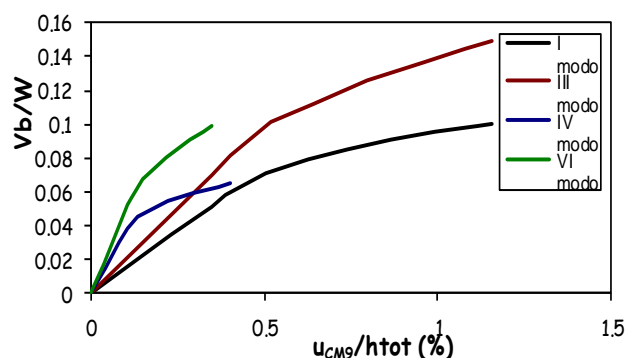


Figura.5 Curve di spinta modali: in ordinata taglio alla base fratto massa totale, in ascissa spostamento nono livello in direzione x fratto altezza totale.

approssimazioni connesse con l'uso della SRSS sono grossolane, soltanto attraverso l'impiego della CQC con coefficienti di correlazione non lineari valutati per input spettro-compatibile si riesce a limitare la sovrastima della domanda di spostamento; il confronto dei risultati forniti per coefficienti di correlazione lineari spettro-compatibili e non lineari per rumore bianco, (molto simili fra loro) mostra che le due assunzioni semplificate hanno lo stesso peso nel condurre ad una sovrastima della risposta. In Figura 7 sono riportati gli spostamenti lungo l'altezza della struttura per il telaio T_{6y} , mentre in Figura 8 sono riportate le omologhe curve per i

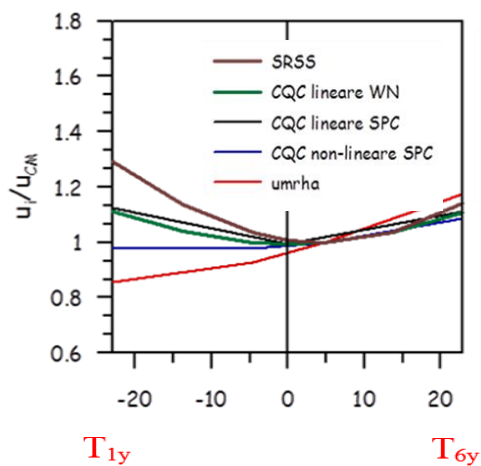


Figura.6 Profilo degli spostamenti di picco dell'ultimo piano lungo la direzione x (in ascissa distanza in metri dal centro geometrico).

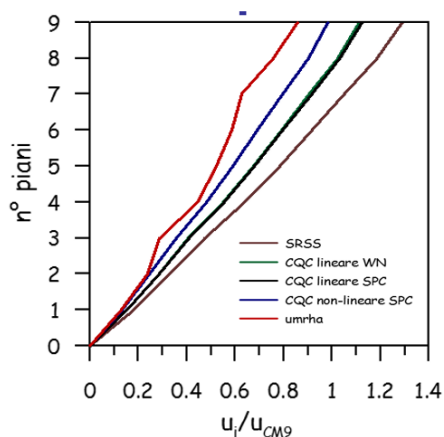


Figura.9 Telaio Ty1: profilo spostamenti massimi di piano lungo l'altezza.

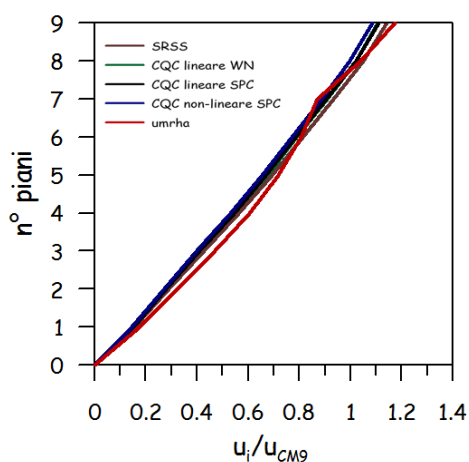


Figura.7 Telaio T6y: profilo spostamenti massimi di piano lungo l'altezza.

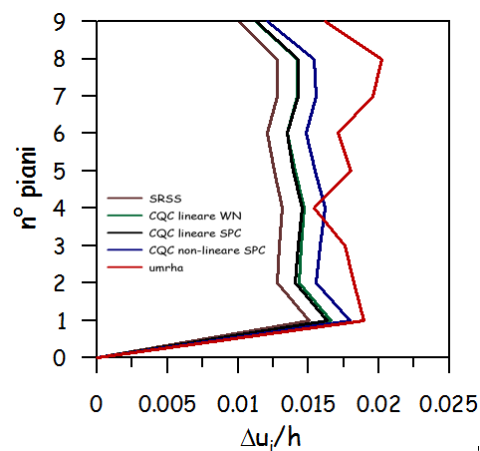


Figura.10 Telaio T1y: profilo spostamenti massimi di interpiano lungo l'altezza.

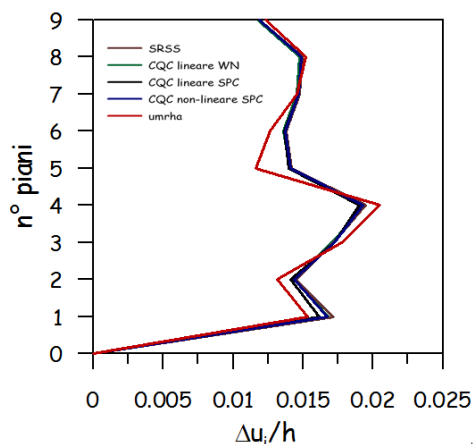


Figura.8 Telaio T6y: profilo spostamenti massimi di interpiano lungo l'altezza.

drift di interpiano. Analogamente, la Figura 9 e la Figura 10 mostrano l'andamento lungo l'altezza degli spostamenti massimi, rispettivamente di piano e di interpiano, per il telaio T_{1y} posto dal lato rigido della struttura.

Le figure mostrano che le considerazioni emerse dall'analisi degli spostamenti dell'ultimo piano di Figura 6 possono sostanzialmente essere estese

agli spostamenti di piano e di interpiano a tutti i livelli della struttura, mantenendo pressoché inalterati in termini percentuali gli errori introdotti con le valutazioni approssimate dei coefficienti di correlazione introdotti nella CQC

8 CONCLUSIONI

Sono state rivisitate le più recenti tecniche di analisi statica non lineare per strutture irregolari in pianta ed in elevazione, condizioni per le quali appare irrinunciabile tenere in conto sia il contributo fornito da modi superiori, sia il continuo aggiornarsi della forma della distribuzione delle forze di inerzia in relazione all'evolversi della matrice di rigidità tangente del sistema. In quest'ambito particolarmente efficace risulta la procedura proposta da Abbasnia (2013) che riesce a coniugare i due requisiti, mantenendo inalterata la semplicità connessa con le tecniche basate su combinazioni dei diversi

contributi dell'espansione modale del vettore delle forze statiche equivalenti nella definizione della forma del vettore di carico, senza dovere quindi eseguire più analisi da combinare a valle attraverso l'uso improprio di regole di combinazione modale derivate per sistemi elastici. È stata poi rivisitata la tecnica di combinazione dei contributi modal proposta in Colajanni et al. (2007) impiegata nella Modal Pushover Analysis (Chopra and Goel, 2002), che si avvale della valutazione di coefficienti di correlazione non lineari, mostrandone l'efficacia nella valutazione della risposta di edifici irregolari in pianta.

BIBLIOGRAFIA

- Abbasnia R., Davoudi A. T., Maddah M. M., 2013. An adaptive pushover procedure based on effective modal mass combination rule, *Engineering Structures*, **52**, 654-666.
- Antoniou S., Pinho R., 2004. Developed and verification of a displacement-based adaptive pushover procedure, *Journal of Earthquake Engineering*, **8**(5), 643-661.
- Antoniou S., Pinho R., 2004. Advantages and limitations of Adaptive and Non-Adaptive force-based pushover procedures, *Journal of Earthquake Engineering*, **8**(4), 497-522.
- Bracci, J.M., Kunnath, S.K., Reinhorn A.M. 1997 Seismic performance and retrofit evaluation of reinforced concrete structures, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, **123**(1), 2-10
- Cacciola P., Colajanni P., Potenzzone B., 2007. Combination Coefficients for Modal Pushover Analysis, *Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering*. Proceedings of 10 ICASP. July 31-August 3, Tokyo, JP.
- Cacciola P., Colajanni P., Potenzzone B., 2007. Analisi pushover multimodale: influenza del comportamento isteretico e delle caratteristiche dell'input nella combinazione dei contributi modal, *L'Ingegneria Sismica in Italia. XII Convegno Anidis*. 10-14 Giugno, Pisa, IT.
- Cacciola P., Colajanni P., Muscolino G., 2004. Combination of modal responses consistent with seismic input representation, *Journal of structural engineering*, ASCE **130**(1), 47-55.
- Chintanapakdee C, Chopra AK, 2003. Evaluation of modal pushover Analysis using generic frames, *Earthquake engineering and Structural Dynamics*, **32**, 417-442.
- Chopra A. K., Goel R. K., 2002. A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings, *Earthquake engineering and Structural Dynamics*, **31**, 561-582.
- Chopra, A.K. and Goel, R.K. 2004. A modal pushover analysis procedure to estimate seismic demands for unsymmetric-plan buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **33**, 903-927.
- Colajanni P., Potenzzone B., 2008. Influence of Lateral Load Distribution on Pushover Analysis Effectiveness, *Seismic engineering conference commemorating the 1908 Messina and Reggio Calabria Earthquake*, Part one, 08-11 July 2008, Reggio Calabria, IT.
- Colajanni P., Potenzzone B., Recupero A., Testa G., Cacciola P., 2013. Non-linear correlation coefficients for pushover analysis, *VEEDS*, 2013, Vienna, A.
- Colajanni, P. and Papià, M. 1998. A push-over analysis method for axially deformable cross-braced frames with dissipative devices, *ISET Journal of Earthquake Technology*, **35**(4), 263-286.
- Der Kiureghian, A. 1981. "A response spectrum method for random vibration analysis of MDF systems." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **9**, 419-435.
- Elnashai A.S., 2000. Advanced inelastic static (pushover) analysis for earthquake application, *G. Penelis International Symposium on Concrete Masonry Structures*, Thessaloniki, GR.
- Fajfar P., Gašperšič P., 1996. The n2 method for the seismic damage analysis of rc buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **25**, 31-46.
- Gupta B & Kunnath S.K. 2000. Adaptive Spectra-Based Pushover Procedure for Seismic Evaluation of Structures, *Earthquake Spectra*, **16**(2), 367-391.
- Hernández-Montes E., Kwon O-S, Aschheim M. (2004). An energy-based formulation for first and multiple-mode non linear static (pushover) analyses, *Journal of Earthquake Engineering*, **8**(1), 69-88.
- Kilar, V., & Fajfar, P. 1997. Simple push-over analysis of asymmetric buildings. *Earthquake Eng. And Struct. Dyn.*, **26**, 233-249
- Kreslin M., Fajfar P., 2011. The extended N2 method taking into account higher mode effects in elevation, *Earthquake engineering and Structural Dynamics*, **40**, 1571-1589.
- Kunnath, S. 2004 Identification of Modal Combinations for nonlinear static analysis of building structures. *Computer-Aided Civil Infr Eng.* **19**, 246-259.
- Lutes L.D. & Sarkani S. 2004, Random Vibration: Analysis of Structural and Mechanical System. Burlington. Elsevier.
- Moghadam, A.S. 2002. A pushover procedure for tall buildings, *12th European Conference on Earthquake Engineering, Paper 395*. Elsevier Science Ltd.
- Moghadam, A.S. and Tso, W.K. 1996 Damage assessment of eccentric multistorey buildings using 3-D pushover analysis, *XI WCEE*, Acapulco, Mexico.
- Panyakapo P., 2014. Cyclic Pushover analysis procedure to estimate seismic demands for building, *Engineering Structures*, **66**, 10-23.
- Paret, T.F., Sasaki, K.K., Elibeck, D.H. and Freeman, S.A. (1996) "Approximate inelastic procedures to identify failure mechanism from higher mode effects, *XI World Conference on Earthquake Engineering*, Paper 966, Pergamon, Elsevier science Ltd, Acapulco, Mexico.
- Poursha M., Khoshnoudian F., Moghadam A.S., 2009. A consecutive modal pushover procedure for estimating the seismic demands of tall building. *Engineering Structures*, **31**, 591-599.
- Roberts J.B. & Spanos P.D. 1999, Random Vibration and Statistical Linearization. Mineola, New York, Dover.
- Shakeri K., Shayanfar M., Kabeyasawa T., 2010. A story shear-based adaptive pushover procedure for estimating seismic demands of buildings, *Engineering Structures*, **32**, 174-183.