



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PALERMO**  
SCUOLA POLITECNICA

Dottorato di Ricerca in Ingegneria dell'Innovazione  
Tecnologica

Curriculum Progettazione Meccanica

Dipartimento dell'Innovazione Industriale e Digitale (DIID)  
Ingegneria Chimica, Gestionale, Informatica, Meccanica

**Metodi automatici di analisi e caratterizzazione di  
esami radiologici del massiccio facciale.**

IL DOTTORE

**Ing. Domenico Cassata**

IL COORDINATORE

**Prof. Salvatore Gaglio**

IL TUTOR

**Prof. Giovanni Petrucci**

CICLO XXIX – 2014/2016

ANNO CONSEGUIMENTO TITOLO– 2017



## Ringraziamenti

---

*Durante questa attività di dottorato ho avuto la fortuna ed il piacere di collaborare fianco a fianco con personale didattico in grado di accrescere la mia figura professionale sia nel campo della ricerca che in ambito lavorativo e decisionale.*

*Data la natura Interdisciplinare degli argomenti trattati e l'elevata complessità delle problematiche affrontate è stato necessario interfacciarsi con un team di ricerca che comprendesse diverse competenze, hanno contribuito a queste attività, personale di Ingegneria meccanica, Radiologia e Odontoiatria.*

*In particolare ringrazio il Prof. Giovanni Petrucci, per aver costantemente supportato e guidato la mia figura, durante tutta l'attività, fornendomi importanti chiarimenti riguardo specifiche metodologie relative alla ricerca affrontata.*

*Ringrazio il Prof Antonio Lo Casto della scuola di radiologia presso il Policlinico Paolo Giaccone di Palermo, per aver permesso l'interdisciplinarietà della ricerca, fornendo i casi studio e supporto riguardo le problematiche inerenti gli aspetti radiologici.*

*Ringrazio il Dott. Domenico Pio Gallo per il supporto fornito nell'ampliare i risultati dal punto di vista odontoiatrico.*

*Il Dott Paolo Cusimano per aver gentilmente prestato il suo ambulatorio e i macchinari in suo possesso ai fini del completamento di alcune fasi di questo lavoro.*



## Sommario

---

L'obiettivo di questo lavoro è lo sviluppo di algoritmi e procedure di analisi di referti radiografici digitali di tipo CBCT delle strutture della mandibola e dell'apparato dentario.

In particolare, mediante un'opportuna campagna di sperimentazione, in collaborazione con i reparti di radiologia ed odontoiatria del Policlinico di Palermo, è stata realizzata una procedura in grado di:

- eliminare i problemi di sovrapposibilità dei referti tridimensionali effettuati in tempi successivi;
- identificare lo spazio parodontale su indagini CBCT per la valutazione dei possibili difetti nello stesso e prevedere l'insorgenza di parodontiti.
- individuare gli elementi di maggiore interesse medico caratterizzanti l'anatomia dell'arcata mandibolare quali linee inferiori, linea media ed elementi dentari.

# Indice

---

Ringraziamenti .....	3
Sommario .....	5
Indice.....	6
1     Introduzione .....	8
1.1    Scopo della tesi.....	9
1.2.   Organizzazione della tesi.....	10
2     Sovrapposizione di esami CBCT .....	11
2.1    Segmentazione.....	13
2.2    Pre-Registrazione .....	18
2.2.1    Sovrapposizione degli assi d'inerzia delle mandibole.....	18
2.2.2    Sovrapposizione delle linee inferiori della mandibola. ....	21
2.3    Determinazione dei Control Point (CP) .....	28
2.4    Determinazione dei parametri di roto-traslazione .....	32
2.5    Registrazione .....	33
3     Individuazione dei difetti Parodontali.....	35
3.1    Definizione del problema .....	35
3.2    Materiali e metodi .....	38
3.2.1    Attrezzaggio.....	40
3.2.2    Settaggio e Acquisizioni .....	41
3.2.3    Pre-Processing .....	42
3.2.4    Processing .....	43
3.2.5    Post-Processing.....	45
3.3    Interfaccia.....	46
4     Determinazione degli elementi caratteristici della mandibola.....	48
4.1    Osso Mandibolare.....	48
4.2    Linea Media.....	56
4.3    Elementi dentari .....	69
4.3.1    Metodo .....	70
Conclusioni .....	78

---

## Indice

APPENDICE A	ESAMI CT E CBCT.....	82
APPENDICE B	TECNICA DI CORRELAZIONE.....	86
APPENDICE C	MATRICE DI ROTOTRASLAZIONE.....	92
APPENDICE D	DECOMPOSIZIONE IN VALORI SINGOLARI.....	95
APPENDICE E	MORFOLOGIA MATEMATICA.....	99
APPENDICE F	CASI STUDIO .....	110
Riferimenti .....		129

# 1 Introduzione

---

L'avvento della radiografia digitale ha permesso di applicare tecniche di elaborazione automatica delle immagini, ottenendo rappresentazioni di grande utilità ai fini diagnostici in tempo reale.

Questa possibilità ha aperto nuovi orizzonti nell'analisi e nell'interpretazione dei risultati radiologici, permettendo di effettuare sui dati ottenuti dall'esame, sia semplici operazioni per favorire la lettura, come ingrandimenti e selezione di opportune zone dell'immagine, sia operazioni più complesse, quali l'applicazione di filtri, regolazioni del contrasto, misurazioni di angoli e distanze, esami spettrometrici, visualizzazione di immagini pseudo tridimensionali, cioè operazioni che permettono all'utente una lettura più chiara ed immediata dei dati stessi.

Tramite l'utilizzo di algoritmi più sofisticati è possibile individuare elementi caratterizzanti la struttura anatomica in esame ed effettuare analisi comparative di tipo quantitativo di esami realizzati in tempi successivi al fine di esaminare l'evoluzione temporale della patologia del paziente e verificare l'adeguatezza delle terapie.

In particolare, la Tomografia computerizzata a raggi X (CT), fornisce dati che vengono rappresentati come *matrici numeriche a tre dimensioni* o *immagini digitali tridimensionali*; il valore di ciascun elemento della matrice/immagine (definito voxel) rappresenta in modo quantitativo la densità del tessuto presente in *una porzione del volume analizzato* nell'esame.

Le immagini 3D consentono di ottenere informazioni molto più approfondite rispetto alle convenzionali ottenute in 2D e che possono essere utilizzate nelle procedure operative e chirurgiche, come mezzo di diagnosi e successiva pianificazione del trattamento. Inizialmente gli alti costi e l'elevata dose di radiazioni hanno limitato l'utilizzazione della TC in questo settore, ma negli ultimi decenni è stata sviluppata una tecnologia caratterizzata da protocolli di scansione a basso dosaggio e tecniche di ricostruzione iterative, definita Tomografia Computerizzata a Fascio Conico (CBCT) [1-3,27]. I vantaggi che hanno favorito la diffusione della CBCT in ambito

odontoiatrico, sono la sua accessibilità, la facilità di gestione e l'imaging 3D basato su una singola scansione con una dose di radiazioni basse rispetto ai convenzionali scanner CT, costosi e grandi per l'acquisto e la manutenzione. Il principale svantaggio di questa tecnologia è invece la bassa risoluzione di contrasto che limita il suo utilizzo nei tessuti molli, che comunque non sono oggetto di studio principale nel campo odontoiatrico. Le applicazioni in campo odontoiatrico per finalità endodontiche [4-9] spaziano dall'identificazione e valutazione di strutture anatomiche per fini impiantistici [10,11], all'identificazione di patologie orali come lesioni, fratture, modificazioni e deformità dell'osso che richiedono un intervento [12-14].

Sulla base di quanto esposto, il lavoro svolto durante il periodo di dottorato è stato applicato a questa tipologia di esami. Informazioni più dettagliate sugli esami TC e CBCT sono riportati in appendice A.

### 1.1 Scopo della tesi

---

L'oggetto dell'attività di dottorato è stato lo sviluppo di procedure di analisi di referti radiografici digitali di tipo CBCT delle strutture della mandibola e dell'apparato dentario.

La prima parte del lavoro ha affrontato le problematiche riguardanti la sovrapposizione di esami effettuati in tempi differenti dello stesso soggetto e quindi la necessità di risolvere le problematiche relative agli scostamenti tra le due immagini, dovuti all'impossibilità di riposizionare il paziente nella posizione esatta e alle differenze di intensità luminosa dovute alle caratteristiche degli strumenti di acquisizione e alle differenze di posizionamento del paziente [15-19].

Successivamente sono state sviluppate procedure di analisi delle immagini CBCT per l'identificazione degli elementi dentari e l'analisi del tessuto parodontale, cioè l'insieme delle strutture che circondano il dente e lo mantengono saldamente attaccato all'osso, per identificare dei difetti ossei di interesse chirurgico [20,21].

Infine l'attività si è concentrata sul riconoscimento semi automatico degli elementi caratterizzanti l'anatomia dell'arcata mandibolare, consentendo un'analisi

personalizzata dei dati che al contempo faciliti le attività di diagnosi, prognosi e terapia in ambito odontoiatrico.

## 1.2. Organizzazione della tesi

---

Nel Capitolo 1 viene descritta la struttura della tesi.

Nel Capitolo 2 vengono affrontate le tematiche relative alla sovrapposizione di esami effettuati in tempi successivi e vengono descritte le due procedure sviluppate ai fini delle sovrapposizione.

La prima procedura è costituita da due fasi principali; nella prima si effettua una sovrapposizione approssimata ruotando le due immagine 3D in modo da sovrapporre gli assi d'inerzia delle strutture ossee agli assi di riferimento e nella seconda si applica la tecnica Digital Image Correlation (DIC) per eliminare i piccoli scostamenti residui tra le due immagini.

Anche la seconda procedura è costituita da una fase di sovrapposizione approssimata (differente dalla prima) e da una seconda fase in cui si applica la tecnica DIC. La fase di sovrapposizione approssimata è effettuata determinando le linee inferiori dell'osso mandibolare di entrambe le immagini e determinando opportuni parametri di traslazione e rotazione per posizionare in modo simmetrico rispetto agli assi di riferimento entrambe le immagini.

Nel Capitolo 3 viene descritta la tecnica di elaborazione implementata per identificare lo spazio parodontale su indagini CBCT per la valutazione dei possibili difetti nello stesso e prevedere l'insorgenza di parodontiti.

Nel Capitolo 4 sono descritte le procedure sviluppate per l'individuazione semi automatica degli elementi di maggiore interesse in campo odontoiatrico ai fini della caratterizzazione dell'anatomia dell'arcata mandibolare del paziente. Gli elementi determinati dalle procedure sono:

- insieme mandibola ed elementi dentari;
- elementi dentari;
- linea media della sezione della mandibola di maggiore dimensione.

Infine, nelle Conclusioni, vengono discussi i risultati ottenuti e i possibili sviluppi futuri.

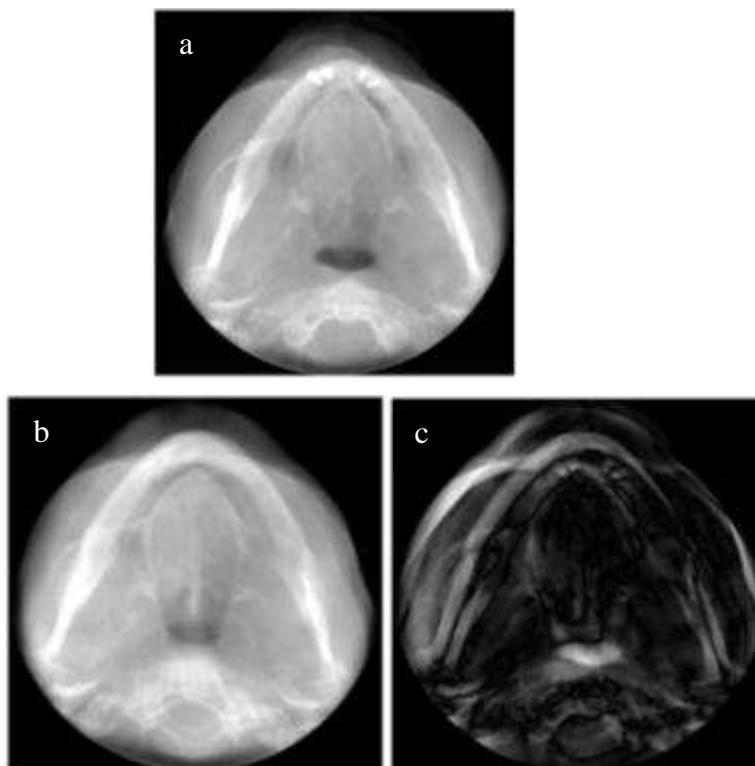
## 2 Sovrapposizione di esami CBCT

---

Lo scopo delle tecniche di registrazione tra due immagini digitali  $I_1$  e  $I_2$  (bidimensionali o tridimensionali, come nel caso delle immagini TC) è quello di ricavare la trasformazione geometrica che, applicata all'immagine da sovrapporre (o immagine 2), ne permette l'allineamento sull'immagine di riferimento (o immagine 1) [22-24].

In quest'attività di ricerca sono state sviluppate due procedure di sovrapposizione di referti radiografici tridimensionali relativi alla mandibola, ottenuti mediante la CBCT.

In particolare sono state sviluppate procedure in grado di determinare le posizioni assunte dai voxel appartenenti all'esame radiologico di riferimento nell'esame radiologico da sovrapporre e di valutare gli spostamenti e le rotazioni verificatesi tra le due acquisizioni (fig. 2.1).



*Fig. 2.1: Valori medi delle intensità in direzione assiale delle Immagini: (a) Immagine di riferimento, (b) Immagine da Sovrapporre (b), (c) valore assoluto delle differenze tra le immagini (a) e (b); l'immagine (c) evidenzia le differenze di posizione del paziente tra i due esami.*

## Sovrapposizione di Referti Radiografici

In questo lavoro la trasformazione viene ricavata sfruttando come misura di similarità, o funzione di costo, intesa come relazione delle intensità tra le due immagini [25-27], il coefficiente di correlazione [28], calcolato tra pattern sferici centrati su opportuni punti, definiti punti più *facilmente individuabili* o *Control Point* (CP), tra le due immagini.

Le tecniche di registrazione possono essere classificate in base alla metodologia d'individuazione dei CP, in:

- metodologie di natura estrinseca (esplicita), ossia basate sulla determinazione di oggetti esterni introdotti nel volume di acquisizione (oggetti artificiali collegati al paziente e progettati per essere ben visibili e facilmente individuabili).
- metodologie di natura intrinseca, che si basano sull'analisi di parti dell'immagine relative all'anatomia del paziente e che sono facilmente distinguibili [29].

L'individuazione dei CP permette sia di ridurre il numero di voxel da elaborare che di ridurre la possibilità di errore, poiché vengono selezionate le zone dell'immagine più facilmente riconoscibili.

Le metodologie di tipo Estrinseco si prestano meglio all'effettuazione di registrazioni automatiche, ma richiedono l'utilizzazione di marker esterni invasivi e opportune procedure da eseguire in fase di acquisizione.

Le metodologie Intrinseche sono di più difficile implementazione, ma non richiedono alcun settaggio in fase di acquisizione [30].

In questo lavoro sono state sviluppate procedure di tipo intrinseco.

L'algoritmo sviluppato prevede 5 passaggi principali:

- Segmentazione: individuazione automatica delle strutture anatomiche acquisite nelle due immagini costituite dalle mandibole.
- Pre-registrazione: sovrapposizione approssimata, basata sull'analisi di opportune caratteristiche geometriche delle due strutture.
- Determinazione dei CP: effettuata nell'immagine di riferimento e nell'immagine ottenuta con la sovrapposizione approssimata.

- Determinazione dei parametri di roto-traslazione;
- Registrazione: applicazione della matrice di traslazione e rotazione alla immagine da registrare.

## 2.1 Segmentazione

---

In questa fase si determinano in maniera automatica le strutture anatomiche comuni alle due immagini, *Volume of Interest* (VOI), mediante procedura di *Segmentazione*. Quest'operazione, permette di ridurre il carico computazionale in fase di ricerca dei CP per stimare i parametri di rotazione che verrà applicata solo a queste strutture.

La *Segmentazione* consiste nella determinazione di alcune parti delle immagini, più facilmente riconoscibili dagli algoritmi, al fine di facilitare la sovrapposizione (bordi, contorni, intersezioni di linee) [31-33]

In questo lavoro è stato utilizzato un approccio di tipo Region Based, nel quale le caratteristiche individuate sono regioni chiuse [31], i cui centri di gravità sono invarianti rispetto alla rotazione, al ridimensionamento e all'inclinazione; la loro determinazione è meno sensibile al rumore casuale e alle variazioni dei livelli di grigio [34].

Nel nostro caso il VOI è costituito dalla parte dell'immagine occupata dall'osso mandibolare; esso viene segmentato in ambedue le immagini mediante procedura automatica composta da 3 passaggi principali, due di filtraggio che hanno la funzione di isolare i VOI dal resto delle informazioni ed uno di Etichettatura, per individuare il volume maggiore, in particolare:

- Correzione del Gamma  $\gamma$
- Filtraggio passa alto con valore di soglia  $sg$
- *Labeling* (etichettatura) dei volumi

### Correzione del Gamma $\gamma$

La Correzione del Gamma è una Trasformazione di Potenza applicata ai livelli d'intensità dell'immagine, che nel caso generale può essere espressa come:

## Sovrapposizione di Referti Radiografici

$$I_r = kI^\gamma \quad (2.1)$$

dove  $k$  e  $\gamma$  sono entrambi costanti positive.

$r$  rappresenta l'intensità del voxel al quale viene applicata la trasformazione.

In fig. 2.2. sono mostrati, a titolo di esempio, gli effetti della trasformazione dell'intensità luminosa al variare del parametro  $\gamma$ .

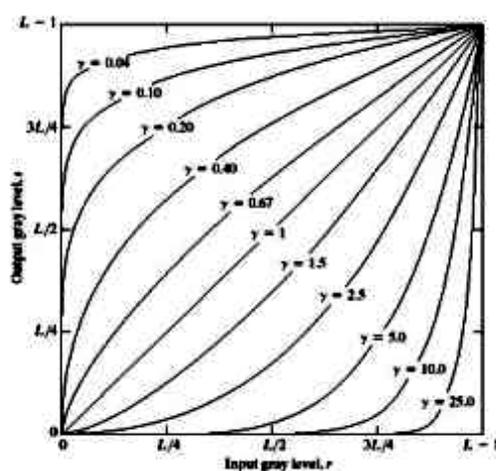


Fig. 2.2: Trasformazioni delle intensità al variare del parametro  $\gamma$

Valori frazionali di  $\gamma$  aumentano l'intervallo d'intensità relativa ai livelli più bassi d'intensità nell'immagine originale, cioè danno luogo ad un'espansione della dinamica dell'immagine; valori di  $\gamma$  maggiori di 1 danno luogo ad una trasformazione con effetto opposto. In fig. 2.3 sono riportate le viste laterali della CBCT al variare del parametro  $\gamma$  tra 1 e 6, si nota come tessuti aventi bassa intensità (in prevalenza tessuti molli) vengono portati a valori prossimi a zero all'aumentare di del parametro  $\gamma$ .

Il valore ottimale di  $\gamma$  è stato individuato empiricamente ed è pari a 3.

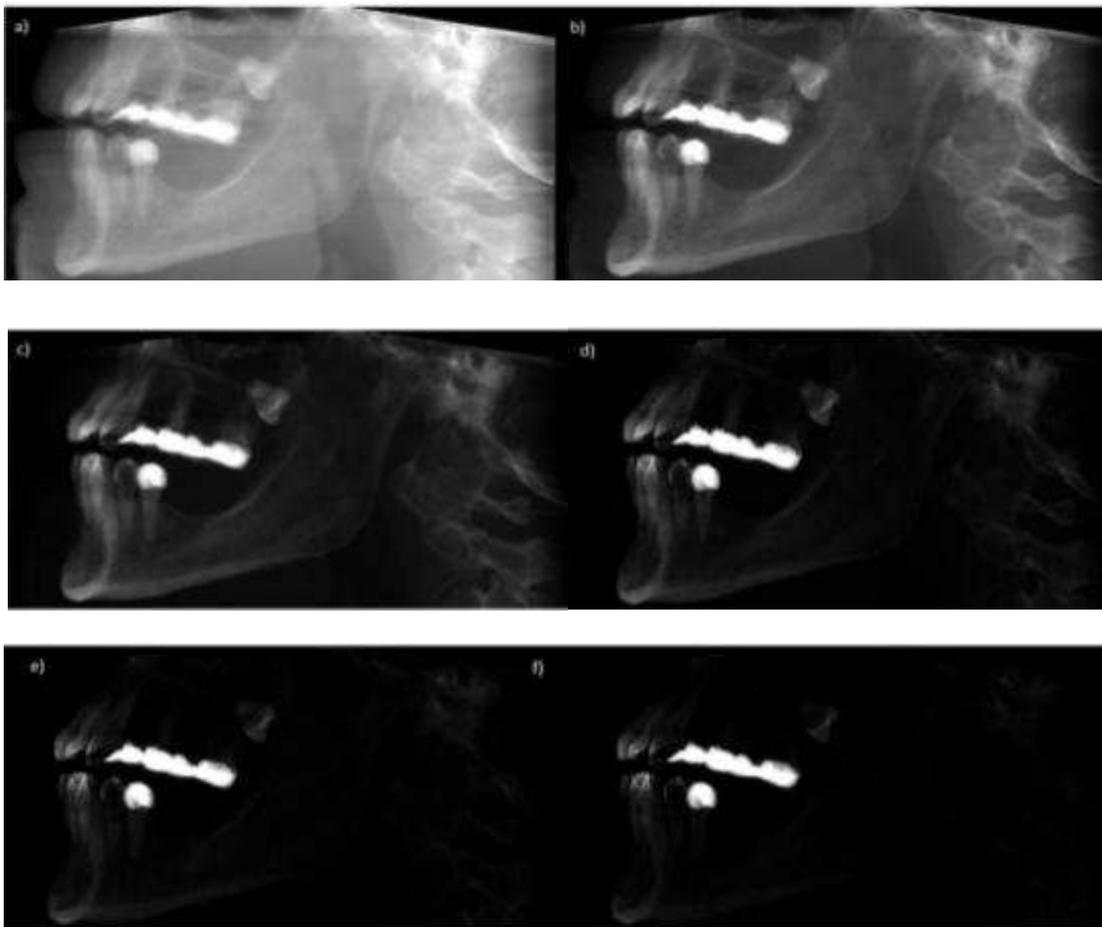


Fig. 2.3: Valori medi delle intensità in direzione sagittale delle CBCT al variare del parametro  $\gamma$  tra 1 e 6 (1 in alto a sinistra, 6 in basso a destra).

Filtraggio passa alto con valore di soglia  $sg$

Un'ulteriore filtraggio dei voxels non inclusi nei volumi di interesse si ottiene portando a zero tutti i voxel con valore di soglia  $sg < 0.2$ . Quest'operazione ha anche lo scopo di sconnettere parti di volumi adiacenti che altrimenti nelle fase successiva non potrebbero essere distinti

Nell'immagine di fig. 2.4 sono riportate le viste sagittali rispettivamente delle CBCT originale dopo la correzione del gamma con  $\gamma=3$  e dopo l'applicazione del fattore di soglia  $sg=0.2$ .

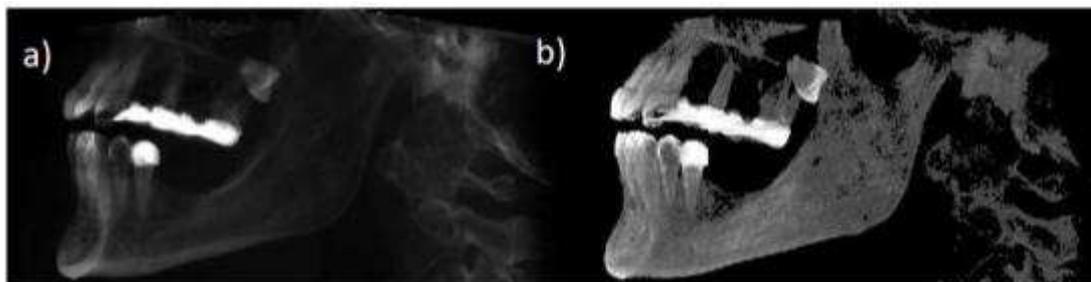


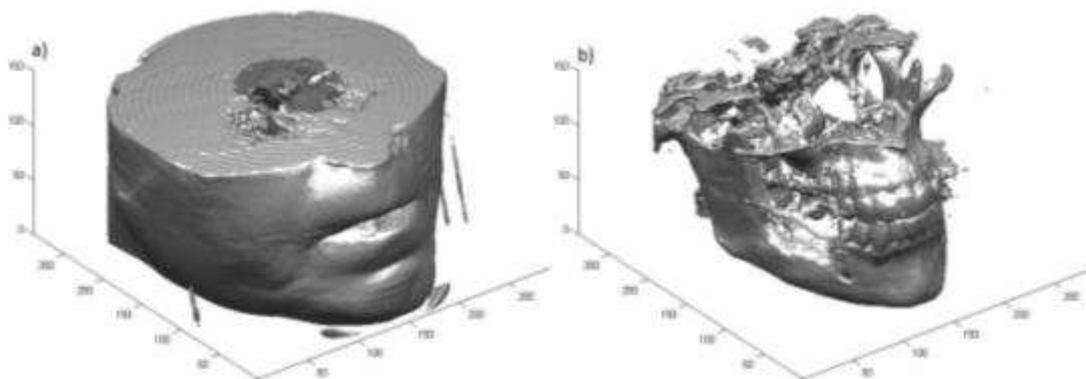
Fig. 2.4: Viste laterali della CBCT, (a) dopo la trasformazione di potenza con  $\gamma=3$ ; (b) dopo il filtraggio con  $sg=0,2$ .

Per eliminare eventuali vuoti nelle regioni interne della struttura mandibolare determinati dall'applicazione del filtro di soglia, viene successivamente applicato un operatore morfologico di Region Filling, il quale, analizzando le singole sezioni, individua strutture circolari cave internamente e le riempie.

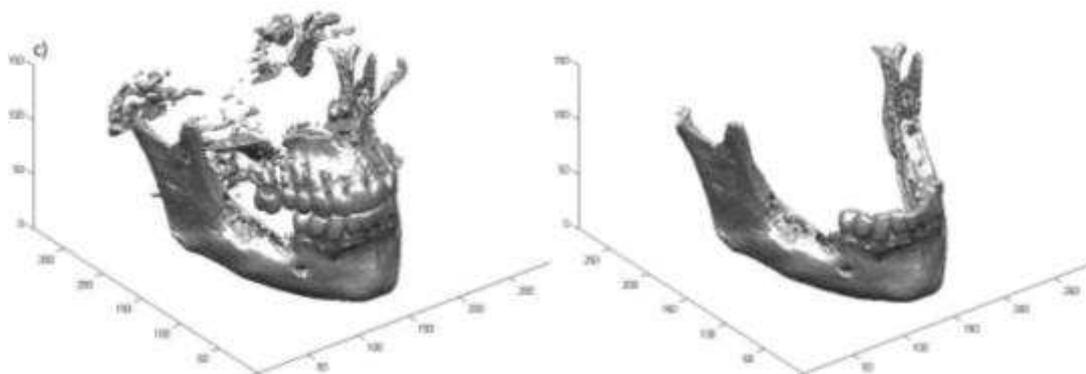
#### Labeling (etichettatura) dei volumi

Infine il VOI di interesse viene identificato effettuando un'operazione di *Labeling* su tutto il volume della CBCT; in tale operazione vengono identificati i gruppi di voxel tra di loro connessi, ne vengono memorizzate le dimensioni e viene selezionato il più grande, che è il VOI corrispondente alla mandibola, eliminando gli altri.

In fig. 2.5 sono riportate le ricostruzioni 3D della CBCT dopo l'applicazione di ciascuna delle fasi della procedura descritta, fino ad ottenere il volume conclusivo di interesse.



## Sovrapposizione di Referti Radiografici



*Fig. 2.5: ricostruzioni 3D della CBCT a seguito delle operazioni applicate, a) CBCT originale; b) trasformazione con  $g=3$ ; c) filtro passa alto con  $sg=0,2$ ; d) selezione oggetto più grande VOI.*

Il metodo descritto fornisce risultati alquanto approssimati e di qualità sufficiente per l'applicazione descritta nel seguito, ma ha il vantaggio di essere del tutto automatico e di richiedere tempi di esecuzione limitati.

In Appendice F si riportano i risultati di questa metodologia di segmentazione applicata ai casi studio.

## 2.2 Pre-Registrazione

---

Un eccessivo disallineamento iniziale tra le due immagini influisce negativamente sia sui tempi di esecuzione dell'algoritmo, sia sulla sua efficacia per cui è opportuno che le immagini di riferimento e da sovrapporre non siano eccessivamente disallineate. Generalmente è opportuno effettuare un allineamento approssimato delle immagini mediante un'operazione di pre-registrazione.

Per questa fase sono state testate due differenti procedure automatiche:

- sovrapposizione degli assi d'inerzia delle mandibole;
- sovrapposizione delle linee inferiori delle mandibole.

### 2.2.1 Sovrapposizione degli assi d'inerzia delle mandibole

---

L'operazione di sovrapposizione degli assi d'inerzia è costituita dai seguenti passi:

- Determinazione dei baricentri e dell'orientazione degli assi centrali d'inerzia delle intensità dei voxel nelle due immagini (matrice degli autovettori).
- Rotazione delle due immagini in modo che i rispettivi assi centrali d'inerzia risultino paralleli agli assi x, y e z della matrice;
- Spostamento dell'immagine da sovrapporre, in modo che i baricentri (e gli assi centrali d'inerzia) delle 2 immagini risultino coincidenti.

*Il baricentro* di un corpo è il punto di applicazione della forza peso. Per un sistema di N punti materiali le sue coordinate possono essere ottenute come:

$$X_G = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + m_Nx_N}{M} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i x_i}{\sum_{i=1}^N m_i}; \quad (2.2)$$

dove  $M = m_1 + m_2 + \dots + m_N$  è la massa totale del sistema e le quantità  $x_i$  sono i raggi vettori dei punti materiali rispetto al sistema di riferimento usato.

Nel caso della Tac, poiché la densità del tessuto è proporzionale all'intensità luminosa, la massa  $M$  del corpo è proporzionale alla somma delle intensità luminosa

di tutti i voxel:

$$M = \sum_{x,y,z} I \quad ; \quad (2.3)$$

$$I_M = \sum_{x,y,z} I(x, y, z) \quad (2.4)$$

le coordinate  $X_G, Y_G$  e  $Z_G$  all'interno della matrice possono essere ottenute come

$$X_g = \frac{\sum_{x,y,z} x_i I}{M}; \quad Y_g = \frac{\sum_{x,y,z} y_i I}{M}; \quad Z_g = \frac{\sum_{x,y,z} z_i I}{M}; \quad (2.5-7)$$

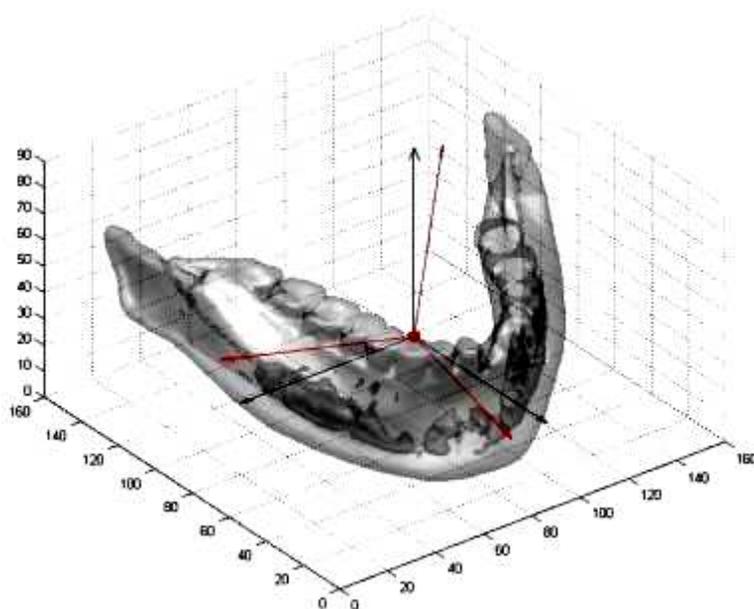
Gli assi centrali d'inerzia sono terne di assi ortogonali per le quali risultano nulli i momenti centrifughi. La loro determinazione richiede il calcolo della matrice dei momenti d'inerzia baricentrici dell'immagine, dalla quale vengono determinati gli autovalori e gli autovettori. Gli autovettori sono i versori degli assi principali d'inerzia e la *matrice degli autovettori* ( $\mathbf{R}_p$ ) è una matrice di trasformazione di coordinate nello spazio di stato, utilizzando la quale è possibile ruotare le posizioni di voxel nella matrice della Tac in modo da rendere paralleli gli assi centrali agli assi di riferimento.

Per effettuare la sovrapposizione si applica la procedura di rotazione al VOI dell'immagine di riferimento e una procedura di rototraslazione al VOI dell'immagine da sovrapporre, operando in modo che il baricentro dell'immagine da sovrapporre vada a coincidere con il baricentro dell'immagine di riferimento.

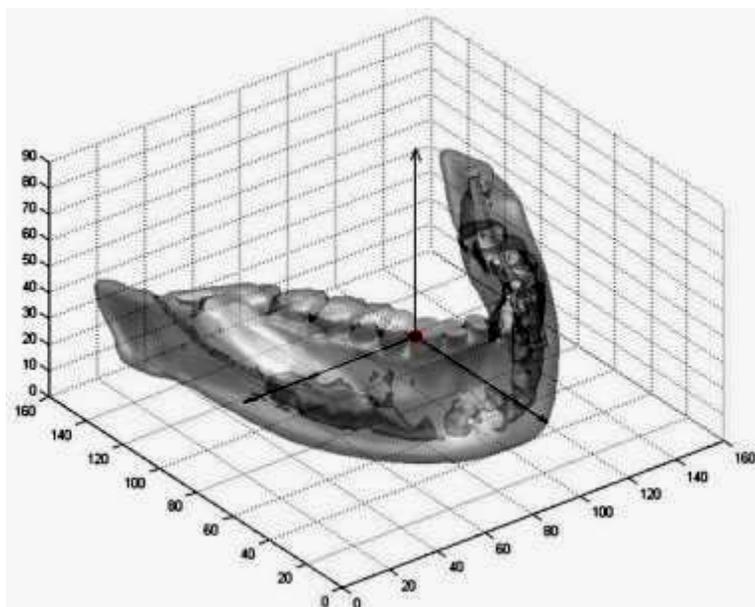
La rototraslazione può essere effettuata costruendo in modo opportuno la matrice di Rototraslazione come descritto in appendice C.

In fig. 2.6 sono riportati la superficie di una mandibola non ruotata, gli assi d'inerzia della mandibola tracciati con linea rossa e gli assi ortogonali ai piani di acquisizione della CBCT tracciati con linea nera; in fig. 2.7 la stessa immagine è stata ruotata sui suoi assi principali d'inerzia.

## Sovrapposizione di Referti Radiografici



*Fig. 2.6: Parte anatomica non ruotata sugli assi principali*

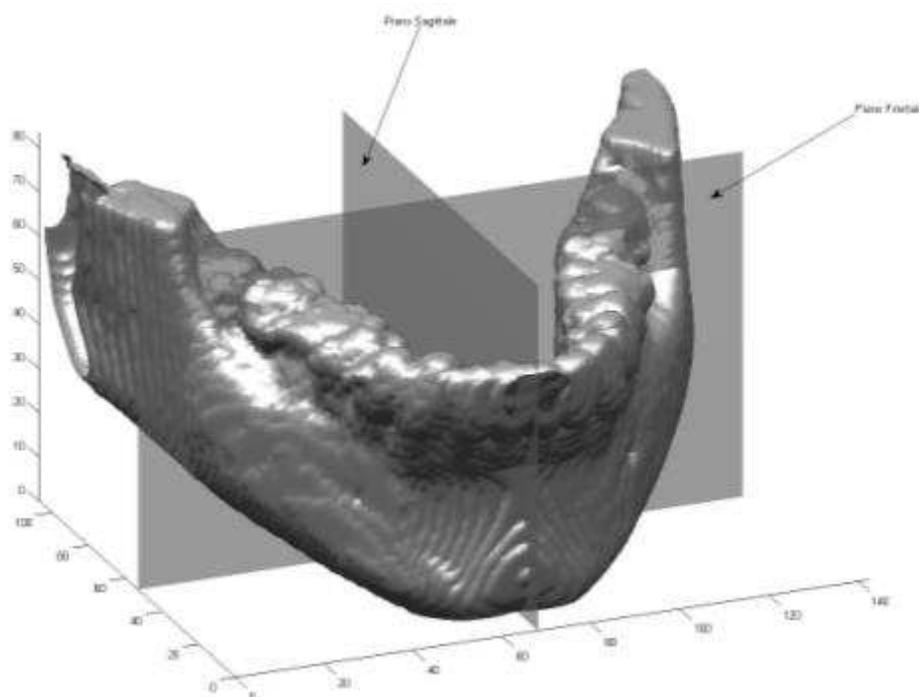


*Fig. 2.7: Stessa parte anatomica di fig.2.6 ruotata sui propri assi principali d'inerzia*

## 2.2.2 Sovrapposizione delle linee inferiori della mandibola.

---

Nella procedura di sovrapposizione delle linee inferiori della mandibola la sovrapposizione viene effettuata rendendo i piani di simmetria anatomici delle due mandibole (i piani sagittale e frontale, fig. 2.8) paralleli rispettivamente ai piani YZ e ZX dello spazio che li contiene ed effettuando la traslazione dei voxel dell'immagine da sovrapporre, in modo da fare coincidere i baricentri delle 2 mandibole.



*Fig. 2.8: Immagine raffigurante una mandibola con evidenziati i propri piani di simmetria anatomica*

Utilizzando i valori medi d'intensità nei piani XZ e YZ del VOI si ricavano le coordinate dei punti appartenenti alle linee inferiori delle mandibole; le coordinate devono essere opportunamente ricombinate per determinare in modo univoco la curva che individua la linea inferiore della mandibola nella CBCT.

Di seguito si riportano le immagini nei piani XZ, YZ per una CBCT di esempio ruotata in direzione Z ed in direzione X; in particolare sono riportati in fig. 2.9(a,b) i valori medi nel piano XZ ed i punti determinati e in fig. 2.10(a,b) i valori medi nel piano YZ ed i punti determinati;

## Sovrapposizione di Referti Radiografici

in fig. 2.11 viene riportata la curva del profilo inferiore ottenuta come combinazione delle precedenti.

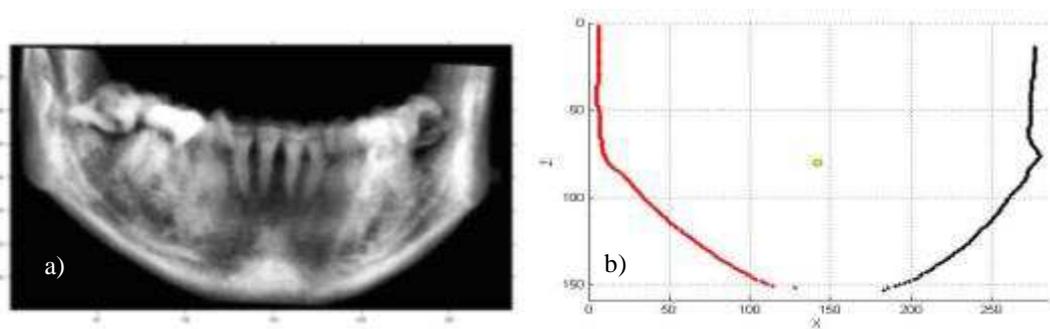


Fig. 2.9: da sinistra a destra (a) i valori medi nel piano XZ ed i punti da questa ottenuti in 2.10(b)

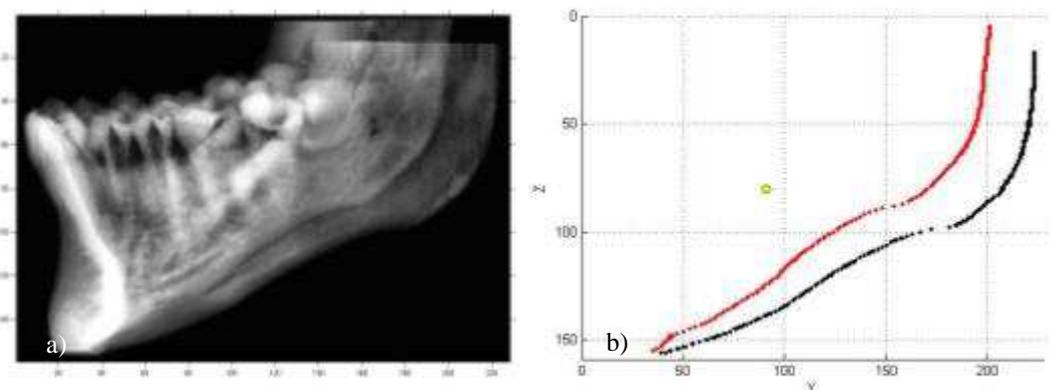


Fig. 2.10: da sinistra a destra (a) i valori medi nel piano YZ e da questa i punti ottenuti in (b)

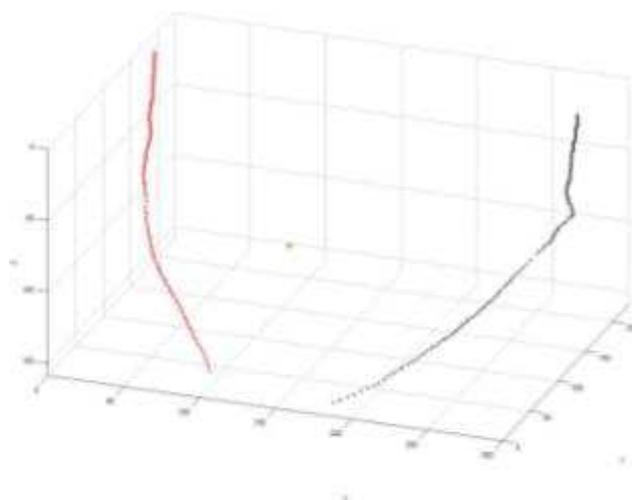


Fig. 2.11: Curva del profilo inferiore ottenuta come combinazione delle precedenti

Poiché le mandibole nelle due CBCT hanno diversi orientamenti, le linee inferiori

ottenute corrispondono a voxel differenti nelle due immagini e non possono essere utilizzate direttamente per sovrapporre le immagini. La determinazione di linee inferiori coincidenti per le due mandibole si può ottenere se le mandibole sono orientate allo stesso modo; è quindi necessario riposizionare singolarmente le due immagini in modo che abbiano lo stesso orientamento, mediante opportune rotazioni, e operare rideterminando le linee inferiori dopo ciascun cambiamento di orientazione, per migliorare la precisione.

Dopo avere effettuato le rotazioni, si esegue la traslazione dell'immagine da sovrapporre in modo da fare coincidere i baricentri.

Il riposizionamento di ciascuna mandibola richiede tre rotazioni da effettuare separatamente.

### ***1. Rotazione rispetto all'asse Z***

Per rendere il piano frontale parallelo al piani ZX è necessario effettuare un'opportuna rotazione attorno all'asse Z; in questo caso si ricavano su i due rami della curva due punti omologhi (fig.2.12(a)). Questi vengono individuati approssimando le linee di fig.2.10b con curve Spline di 2° grado, assumendo come asse di riferimento l'asse Z, determinando i punti la cui inclinazione rispetto all'asse Z è inferiore a  $|45^\circ|$  e selezionando il punto il cui angolo d'inclinazione è il mediano tra questi.

L'angolo di rotazione  $f_z$  viene determinato effettuando una serie di rotazioni dei due punti omologhi rispetto al baricentro delle curve, nell'intervallo  $-10^\circ \leq f_z \leq 10^\circ$  e assumendo come valore corretto quello che minimizza la differenza tra le ordinate dei due punti.

In fig.2.12 sono riportate le proiezioni della linea inferiore nel piano XY e i due punti omologhi prima e dopo la rotazione. Dopo avere effettuato la rotazione, la linea inferiore viene rideterminata con la procedura precedentemente descritta per migliorarne l'identificazione.

## Sovrapposizione di Referti Radiografici

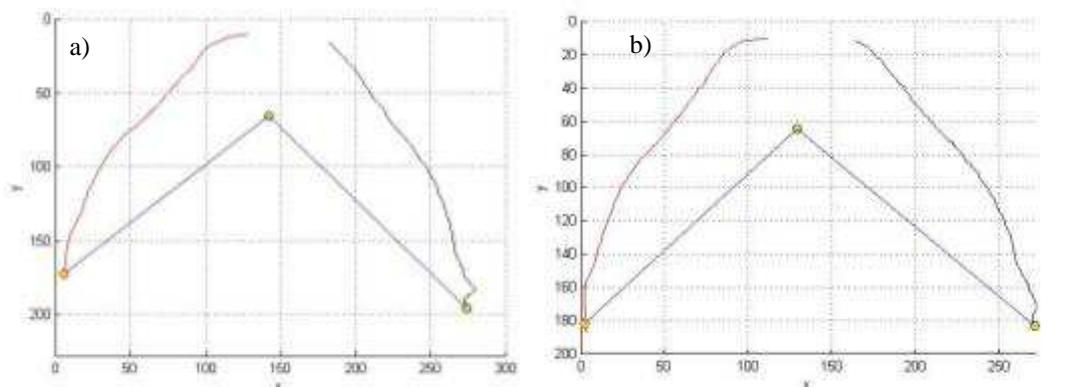


Fig. 2.12: punti omologhi e proiezioni della linea inferiore nel piano XY, (a) prima e (b) dopo la rotazione

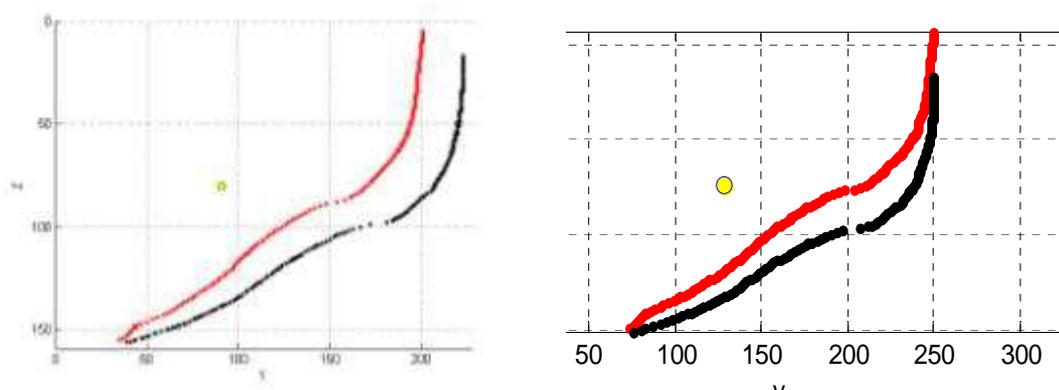


Fig. 2.13: proiezioni della linea inferiore nel piano ZY (a) prima e (b) dopo la rotazione.

### 2. Rotazione rispetto all'asse Y

Per rendere il piano sagittale parallelo al piano ZY è necessario effettuare un'opportuna rotazione attorno all'asse Y. Per determinare l'angolo di rotazione si ricavano su i due rami della curva una serie di punti omologhi (fig. 2.14) e dalle posizioni di ciascuna coppia di punti si determina l'angolo di rotazione rispetto all'asse Y passante dal baricentro della linea inferiore che ne rende uguali le ascissa Z. L'angolo di rotazione da assegnare alla linea inferiore viene ricavato come mediano degli angoli ottenuti al passaggio precedente.

In fig. 2.14 sono mostrate cinque coppie di punti omologhi, mentre in fig. 2.15 è riportato il profilo laterale della mandibola prima e dopo la rotazione intorno all'asse Y.

Anche in questo caso, dopo avere effettuato la rotazione, la linea inferiore viene rideterminata con la procedura precedentemente descritta per migliorarne

l'identificazione.

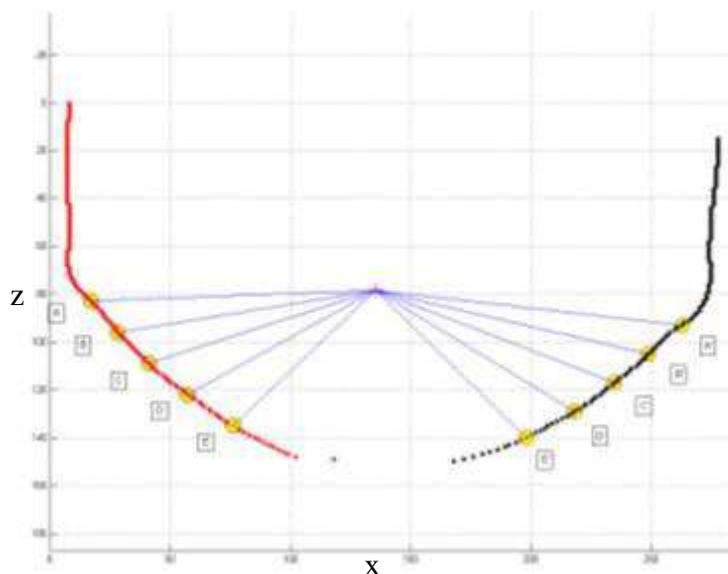


Fig. 2.14: confronto tra coppie di punti omologhi

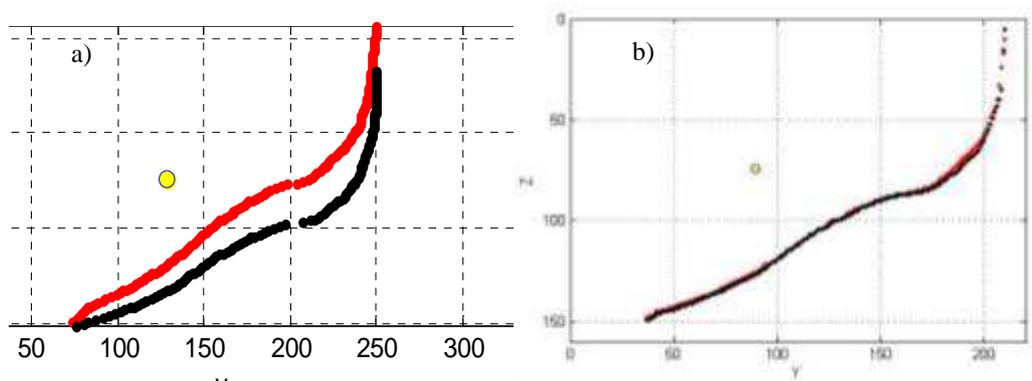


Fig. 2.15: profilo laterale della mandibola prima (a) e dopo (b) la rotazione intorno all'asse X

### 3. Rotazione rispetto all'asse X

L'angolo di rotazione rispetto all'asse X delle linee inferiori (fig.2.16) è legato principalmente all'angolo d'inclinazione che le mandibole avevano in fase di acquisizione delle CBCT, per cui non è possibile assegnare rotazioni indipendenti alle due immagini.

In questo caso si considerano i tratti delle linee inferiori compresi tra due punti caratteristici delle curve stesse, in particolare l'intervallo compreso tra il punto di minimo assoluto ed il secondo punto di flesso (rappresentato in fig. 2.16 con una 'x'),

## Sovrapposizione di Referti Radiografici

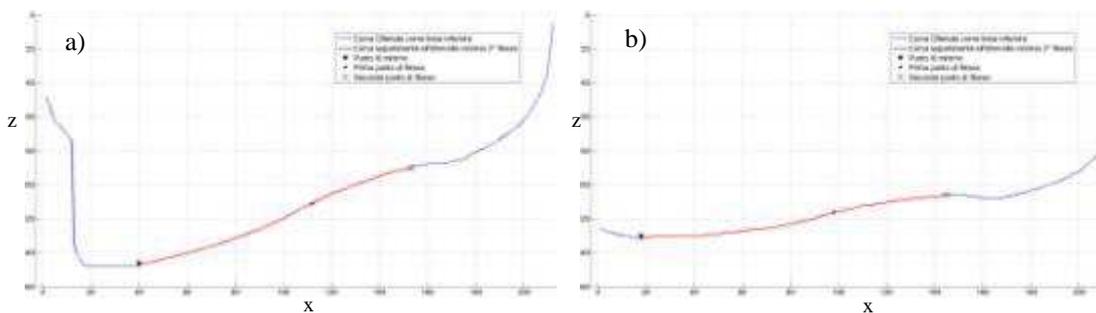


Fig. 2.16: Profili inferiori estrapolati dalle due Immagini (a) immagine 1 (b) immagine 2; in blu l'intero profilo in rosso il tratto da confrontare compreso nell'intervallo delimitato dal punto di minimo e dal secondo punto di flesso

I flessi vengono ricavati per passi successivi approssimando le curve con due polinomi di 3° grado del tipo:

$$f(x) = P_4x^3 + P_3x^2 + P_2x^2 + P_1x + P_0 \quad (2.8)$$

I due tratti di curva vengono quindi approssimati con due rette (fig.2.17):

$$f(x) = P_1x + P_0 \quad (2.9)$$

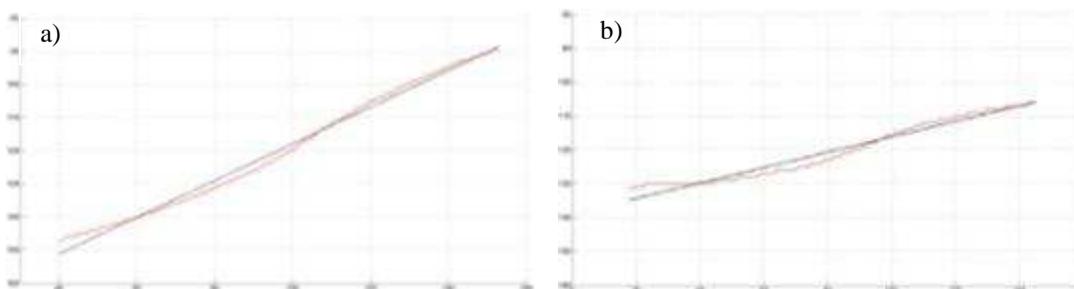


Fig. 2.17: Tratto di curva reale in rosso e la retta ottenuta da questa (a) Immagine 1 (b) Immagine 2

il cui coefficiente angolare consente di determinare l'inclinazione delle stesse rispetto all'asse delle ascisse. La differenza tra questi angoli costituisce l'angolo di rotazione rispetto all'asse X da imporre alla seconda CBCT per allinearsi a quella di riferimento.

Nelle fig.2.18 e 2.19 sono riportate la linea inferiore della prima mandibola in linea blu e la linea inferiore della seconda mandibola prima e dopo la rotazione (e la traslazione) in linea rossa ed azzurra rispettivamente.

## Sovrapposizione di Referti Radiografici

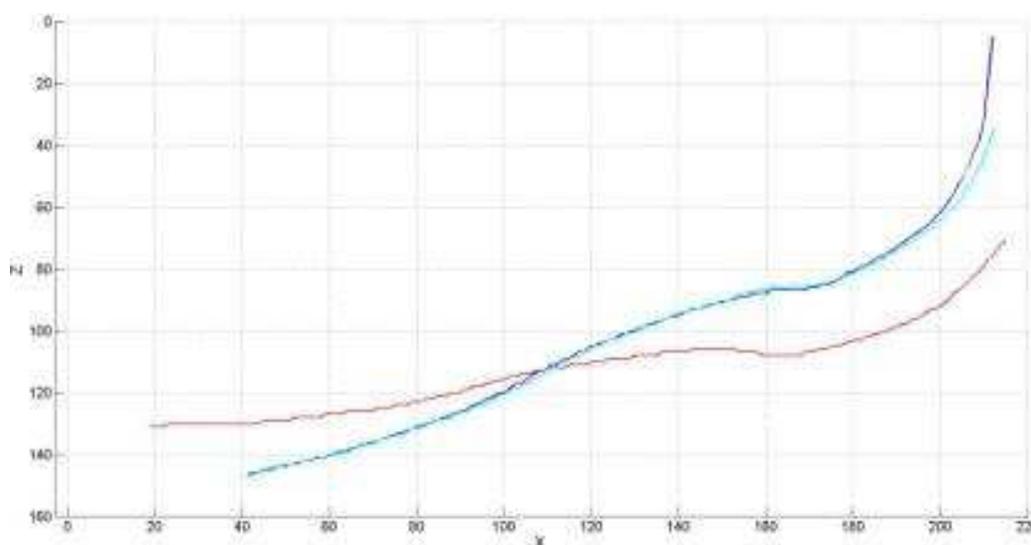


Fig. 2.18: In blu linea inferiore di  $I_1$ , in rosso linea inferiore di  $I_2$ , in azzurro linea inferiore  $I_2$  sovrapposta alla quella di  $I_1$

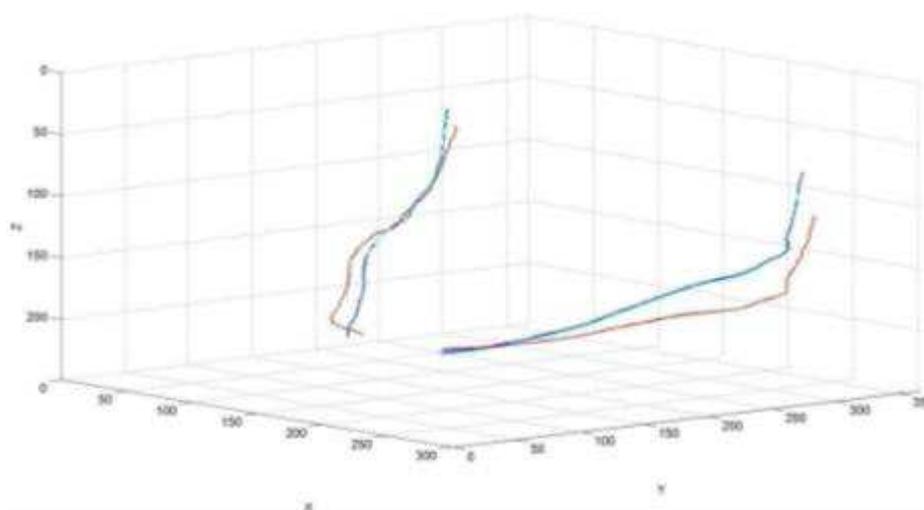


Fig. 2.19: Linee inferiori calcolate rispettivamente dalla prima immagine curva in blu, dalla seconda immagine curva in rosso, dalla seconda immagine sovrapposta sulla prima curva in azzurro

Per ciascuna delle due immagini, utilizzando i tre angoli di rotazione ottenuti è possibile determinare la matrice di rotazione  $\mathbf{R}_p$  che permette di effettuare la rotazione dei voxel che costituisce la pre-registrazione.

### Confronto tra le due metodologie di sovrapposizione

Entrambe le metodologie sono efficaci nell'effettuazione della pre-registrazione,

presentando alcune differenze.

La sovrapposizione degli assi d'inerzia, basandosi sull'intero oggetto acquisito, è influenzata negativamente dall'eventuale mancanza di parti di volume d'interesse, ad esempio uno o più denti, contenute in una delle due immagini.

La sovrapposizione delle linee inferiori ha il vantaggio di essere applicata ad una caratteristica geometrica della mandibola che mantiene la stessa forma nel tempo ed è facilmente individuabile, grazie all'elevato contrasto tra osso e tessuto molle. Di contro è più sensibile al diverso orientamento nello spazio dei due oggetti in quanto le curve sono ricavate come proiezione dell'oggetto lungo i tre assi cartesiani.

È interessante notare che le rotazioni imposte nella tecnica di sovrapposizione delle linee inferiori contribuiscono a correggere eventuali errori nel posizionamento del paziente in fase di acquisizione in quanto la tecnica opera in modo da rendere il piano sagittale parallelo al piano x-z (vedi appendice A).

## 2.3 Determinazione dei Control Point (CP)

---

In questa fase i piccoli spostamenti e rotazioni non eliminati con le precedenti tecniche vengono corretti ricavando una corrispondenza diretta tra punti più facilmente riconoscibili nei due VOI, sfruttando come misura di similarità il coefficiente di correlazione utilizzato nella tecnica DIC. Il lavoro è stato sviluppato attraverso i seguenti passaggi:

- Selezione automatica dei CP nella matrice del VOI di riferimento.
- Applicazione della tecnica DIC modificata al caso tridimensionale per la localizzazione dei CP nell'immagine da sovrapporre e determinazione dei rispettivi spostamenti.

### Punti di controllo

Come detto, la determinazione degli spostamenti deve essere effettuata in voxel che risultano più facilmente riconoscibili nel confronto. Nella tecnica proposta essi sono

identificati come voxel che presentano grandi variazioni d'intensità luminosa nel loro intorno e per la loro determinazione viene sfruttato in maniera opportuna il gradiente dell'intensità luminosa della CBCT di riferimento. Il gradiente di una funzione di più variabili è rappresentato da un vettore le cui componenti cartesiane sono le derivate parziali della funzione e la cui direzione coincide con quella rispetto alla quale la variazione di intensità è massima [34]; in particolare, per una funzione delle variabili  $x$ ,  $y$  e  $z$ , si ha:

$$\text{grad}(I(x, y, z)) = i \frac{\delta I(x, y, z)}{\delta x} + j \frac{\delta I(x, y, z)}{\delta y} + k \frac{\delta I(x, y, z)}{\delta z}; \quad (2.10)$$

Il modulo del vettore  $G$  si ottiene come:

$$G = \sqrt{I_x^2(x, y, z) + I_y^2(x, y, z) + I_z^2(x, y, z)}; \quad (2.11)$$

Per stabilire se l'intensità nell'intorno di un voxel presenta apprezzabili variazioni, è opportuno calcolare la somma del gradiente in tutti i voxel che appartengono all'intorno centrato nel voxel stesso. Questa grandezza viene definita *somma dei gradienti* ed è proporzionale al valore medio del gradiente dei voxel nell'intorno. La funzione viene normalizzata in modo da variare nel campo 0-1. In particolare, nella tecnica proposta, sono stati utilizzati dei voxel di forma sferica con diametro di 41 voxel (fig. 2.20).

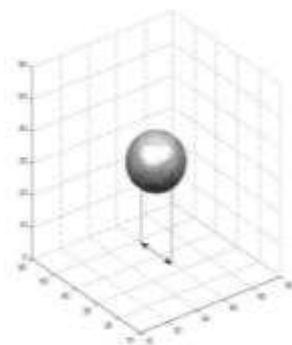


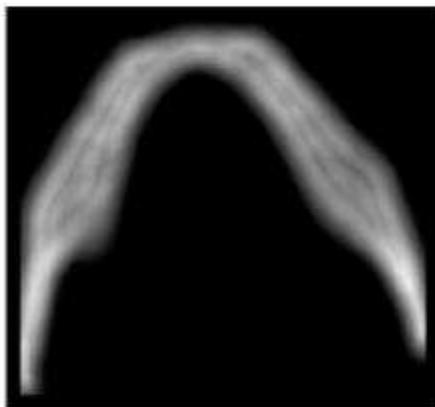
Fig. 2.20: Subset sferico

Nella procedura proposta vengono selezionati come CP 30 punti nel VOI di riferimento tra quelli che presentano il massimo valore della somma dei gradienti,

## Sovrapposizione di Referti Radiografici

avendo azzerato i valori della somma dei gradienti inferiori ad un opportuno valore di soglia, tipicamente pari a 0.3. Le coordinate dei punti sono definite come  $X_{li}$ ,  $Y_{li}$ ,  $Z_{li}$ , con  $1 \leq i \leq 30$ .

In fig. 2.21 è riportata la funzione somma dei gradienti per in una sezione del VOI.



*Fig. 2.21: esempio della funzione somma dei gradienti ottenuta in una sezione della CBCT*



*Fig. 2.22: Esempio di sezione con generico punto di controllo evidenziato*

### Applicazione della tecnica DIC

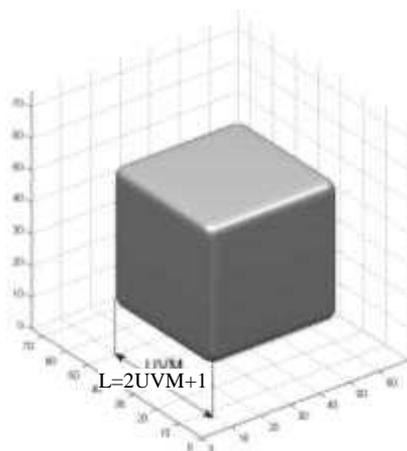
In questa procedura la posizione dei CP nell'immagine 2 viene valutata determinando il valore massimo del coefficiente di correlazione dell'intensità luminosa di voxel appartenenti ai 2 VOI

nelle tre direzioni, mediante opportune modifiche che permettono di applicare la DIC nello spazio.

Per ciascun CP dell'immagine 1, si determina un Cubo di Volume (fig. 2.23)

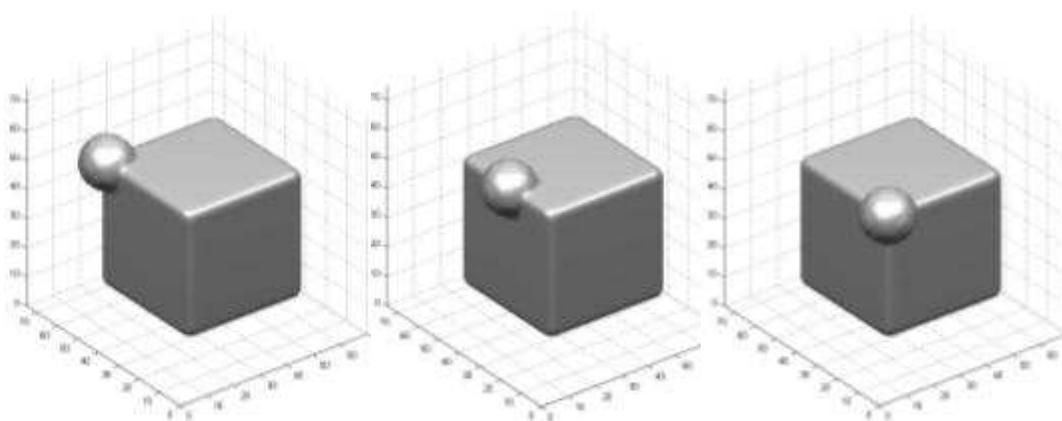
## Sovrapposizione di Referti Radiografici

nell'immagine 2, entro il quale si suppone che il CP possa essersi posizionato dopo lo spostamento. Questo volume è centrato nel voxel dell'immagine 2 avente le stesse coordinate del CP nell'immagine 1. Alla semilunghezza del lato del cubo viene assegnata una dimensione UVM tipicamente pari a 20 voxel.



*Fig. 2.23: Volume di semilunghezza UVM*

Il subset sferico viene fatto scorrere su ciascun voxel contenuto nel volume cubico e per ciascuno si valuta il coefficiente di correlazione con il subset di confronto centrato nel CP dell'immagine 1; la fig. 2.24 riporta tre passaggi della sequenza di scorrimento del subset.



*Fig. 2.24: Ricerca del subset con la massima correlazione*

I valori corretti dello spostamento del voxel sono quelli per i quali risulta minimo il coefficiente di correlazione. Ricavate le coordinate di tutti i voxel CP della VOI di riferimento nel VOI da sovrapporre ( $X_{2i}$ ,  $Y_{2i}$ ,  $Z_{2i}$ ), gli spostamenti possono essere ricavati semplicemente come:

$$U_i = X_{2i} - X_{1i} \quad (2.12)$$

$$V_i = Y_{2i} + Y_{2i}; \quad (2.13)$$

$$W_i = Z_{2i} + Z_{1i}; \quad (2.14)$$

Utilizzando opportunamente i valori degli spostamenti dei punti è possibile ricavare i parametri di rotazione e traslazione che devono essere assegnati alla seconda immagine per sovrapporla alla prima.

La fig. 2.25 mostra una CBCT di riferimento con applicati ai punti di controllo i vettori di spostamento ed il suo baricentro in rosso

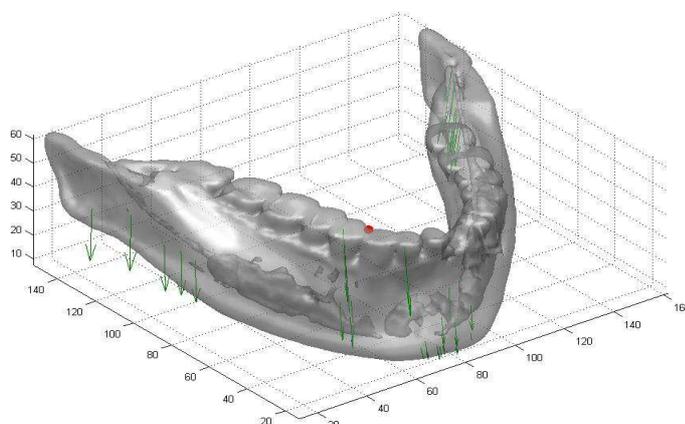


Fig. 2.25: VOI di riferimento, vettori di spostamento dei punti MC, il baricentro (in rosso).

## 2.4 Determinazione dei parametri di roto-traslazione

---

La sovrapposizione dell'immagine 2 pre-registrata alla 1 preregistrata può essere effettuata utilizzando la matrice di rotazione  $\mathbf{R}$  così definita

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_t \mathbf{R}_{inv} \mathbf{R}_{res} \quad (2.15)$$

nella quale

- $\mathbf{R}_t$  è la matrice di traslazione;
- $\mathbf{R}_{inv}$  è la matrice di rotazione inversa;
- $\mathbf{R}_{res}$  è la matrice delle traslazioni residue.

La matrice  $\mathbf{R}_t$  viene ricavata dalla differenza di posizione dei baricentri delle due immagini.

La matrice  $\mathbf{R}_{inv}$  viene ricavata mediante un'operazione di *Decomposizione in Valori Singolari* (SVD) (vedi Appendice D) [34], [27] utilizzando gli spostamenti dei CP determinati nel passaggio precedente.

La matrice  $\mathbf{R}_{res}$  è una matrice di traslazione che viene ricavata considerando la differente posizione dei contorni delle mandibole nelle due immagini, per compensare l'eventuale non corrispondenza dei baricentri delle mandibole nelle due immagini.

È possibile ricavare la matrice di roto-traslazione per sovrapporre l'immagine 2 originale (senza la pre-registrazione) all'immagine 1 originale (sempre senza la pre-registrazione). Nel caso in cui la pre-registrazione è effettuata con sovrapposizione degli assi d'inerzia delle mandibole, si utilizza questa relazione:

$$\mathbf{R}_{tot} = \mathbf{R}_{p2} \mathbf{R}_t \mathbf{R}_{inv} \mathbf{R}_{res} \mathbf{R}_{p1} \quad (2.18)$$

nella quale:

- $\mathbf{R}_{p1}$  è la matrice di rotazione dell'immagine 2 sugli assi d'inerzia;
- $\mathbf{R}_{p2}$  è la matrice di rotazione dell'immagine 1 sugli assi d'inerzia.

Nel caso in cui la pre-registrazione è effettuata mediante sovrapposizione delle linee inferiori e successiva applicazione della DIC, la formula è simile alla (2.18) con le matrici  $\mathbf{R}_{p1}$  ed  $\mathbf{R}_{p2}$  appositamente determinate.

## 2.5 Registrazione

---

La registrazione viene effettuata determinando un'immagine  $I_{2r}$  ottenuta ruotando l'immagine  $I_2$  mediante la matrice  $\mathbf{R}_{tot}$  con la seguente equazione:

$$I_{2r} = \mathbf{R}_{tot} I_2 \quad (2.16)$$

Nell'immagini mostrate in fig. 2.26 è riportato un esempio sovrapposizione di due

## Sovrapposizione di Referti Radiografici

referti mediante l' algoritmo descritto. In fig. 2.26 (d) sono riportati i valori assoluti delle differenze d'intensità tra l'immagine relativa al primo esame (I1) e quella relativa al secondo (I2),  $\Delta I = |I1 - I2|$ , mentre in fig. 2.26 (e) sono riportati gli analoghi valori relativi alla prima immagine (I1) e alla seconda dopo la procedura di sovrapposizione (I2r),  $\Delta Ir = |I1 - I2r|$ ; è facile osservare come le differenze presenti nel 2° caso sono relative alle sole differenze di intensità tra i due esami e non alle differenti posizioni dei pazienti.

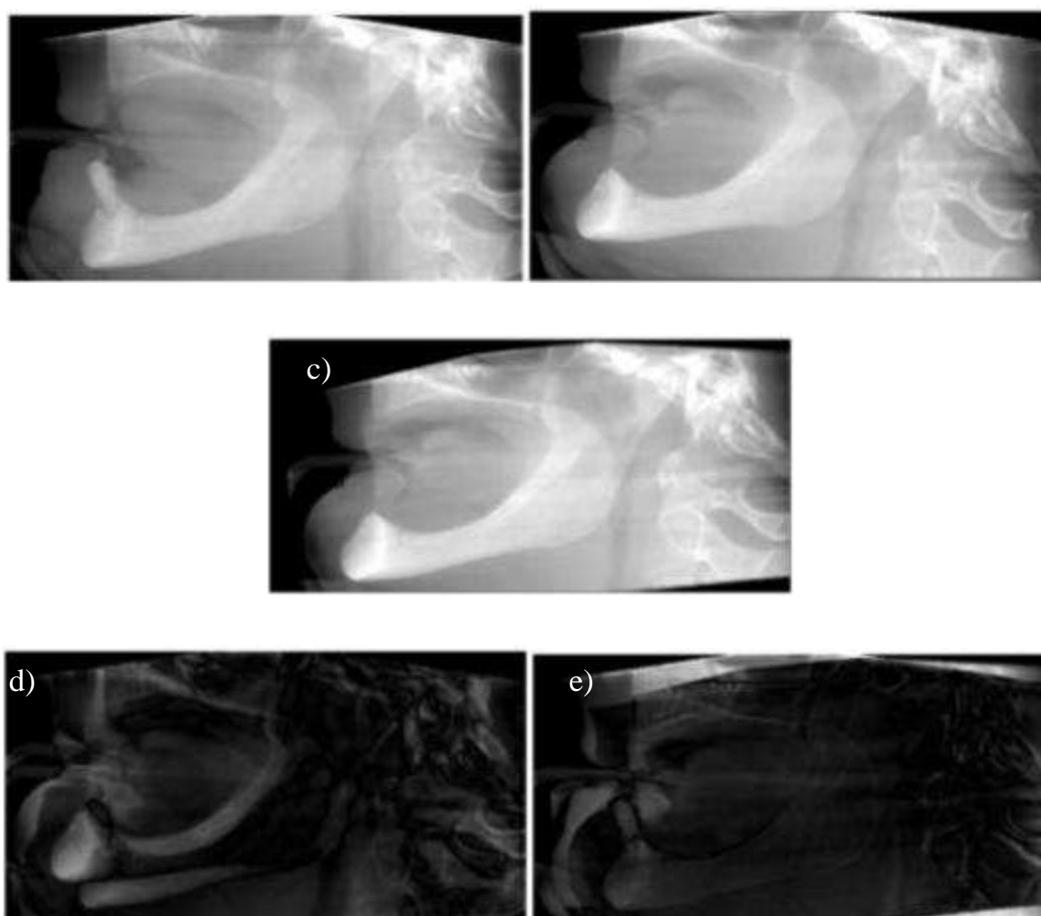


Fig. 2.26: Valori di intensità medi proiettati sul piano Sagittale, (a) Immagine di Riferimento (I1); (b) Immagine da Sovrapporre (I2); (c) Immagine risultato della sovrapposizione mediante algoritmo (I3); (d) Immagine ottenuta come valore assoluto delle differenze tra la I1 e la I2; (e) Immagine ottenuta come valore assoluto delle differenze tra la I1 e la I3.

## 3 Individuazione dei difetti Paradontali

---

In quest'attività di ricerca è stata sviluppata una procedura software di imaging radiografico sulle immagini CBCT in grado di analizzare gli elementi dentari a 360° al fine di identificare più rapidamente rispetto alle attuali procedure difetti ossei di interesse chirurgico.

### 3.1 Definizione del problema

---

Il termine parodonto deriva dal greco peri = intorno e odontos = dente.

Il parodonto è un'unità complessa costituita dai tessuti e dalle strutture che circondano, supportano e sostengono il dente.

È un'unità funzionale, di sviluppo e biologica, soggetto a modificazioni per l'invecchiamento e per l'ambiente orale in cui si trova.

È formato (fig. 3.1) da quattro tessuti:

- Gengiva
- Legamento parodontale
- Cemento radicolare
- Osso alveolare



Fig. 2.27: Schematizzazione delle strutture anatomiche

## Individuazione difetti Paradontali

Il volume oggetto di questa indagine è quello relativo al *Legamento Parodontale*, il quale è una struttura connettivale, che collega il cemento radicolare all'osso alveolare, composta da un complesso di cellule, fibre nervose vasi sanguigni e linfatici, immersi in una matrice extracellulare prevalentemente formata da fasci di fibre connettivali. È situato tra l'osso alveolare proprio e il cemento radicolare e lo spazio in cui si dispone ha un'ampiezza di circa 0,25 mm [38,39]:

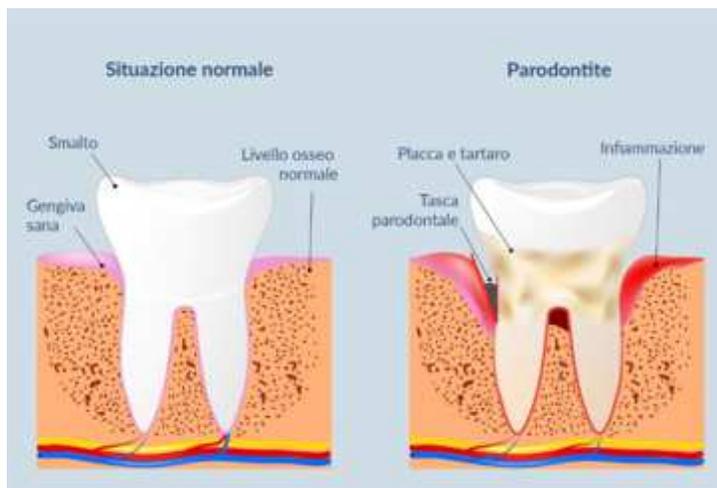
Questo tessuto è soggetto a malattie infiammatorie provocate prevalentemente dai microrganismi della placca batterica ed indicate come malattie parodontali (o parodontopatie) perché colpiscono l'insieme di strutture che circondano il dente e lo mantengono saldamente attaccato all'osso sostenendolo[40].

Queste patologie distruggono il tessuto parodontale, nella maggior parte dei casi il processo è irreversibile e nei casi più gravi porta alla perdita dell'elemento dentario[41]. Si manifestano con una perdita di attacco connettivale di osso, formazione di tasche e recessione della gengiva. Il segno caratteristico delle parodontiti è la formazione della tasca parodontale fig.3.2 e fig.3.3 associata a mobilità dentaria.



*Fig. 2.28: Esempi di tasche parodontali con estensione crescente da sinistra a destra che interessano 1, 2, o 3 pareti del dente*

## Individuazione difetti Paradontali



*Fig. 2.29: Riproduzione schematica di un elemento dentario sano accostato ad un elemento dentario affetto da malattia parodontale, si evidenzia chiaramente l'aumento dello spazio.*

Allo stato attuale l'individuazione del difetto prevede l'acquisizione di un'immagine bidimensionale dell'elemento dentario in esame, attraverso la quale l'operatore osserva lo spazio parodontale; il difetto osseo, evidenziato come un aumento della radiotrasparenza, è determinato come l'aumento dell'angolo formato dalla superficie radicolare e la parete ossea dell'osso alveolare [42,43].

La diagnostica convenzionale 2D, producendo una rappresentazione bidimensionale di un oggetto 3D, risulta fortemente condizionata dalle strutture che circondano l'oggetto, causando così una valutazione piuttosto approssimativa della dimensione e ubicazione del difetto nell'intorno del dente.

È intuibile come l'analisi sia laboriosa e richieda lunghi tempi di attuazione poiché i siti interessati sono numerosi e per ciascun elemento dentario bisogna indagare il versante vestibolare, linguale/palatale, mesiale e distale. Considerando che due arcate complete constano di 16 elementi dentari, i siti da analizzare in una bocca completa sono 32.

La corretta valutazione delle condizioni dell'osso è essenziale per la diagnosi, trattamento e prognosi dei difetti parodontali [44].

Diversi studi in letteratura suggeriscono che le misurazioni effettuate con CBCT sono comparabili con l'esplorazione chirurgica, confermando il suo utilizzo per la diagnosi di difetti ossei parodontali [45-50]. Anche tramite l'esame radiografico CBCT, la procedura risulta complessa, in quanto richiede innanzitutto la selezione di

ciascun elemento dentario e successivamente l'analisi per tutta la lunghezza della superficie radicolare in tutte le dimensioni. Attraverso i software standard delle macchine è necessario ruotare ciascun elemento dentario sul piano sagittale, sul piano frontale/coronale e sul piano trasverso per poter studiare al meglio eventuali difetti nel versante vestibolare, linguale/palatale, mesiale e distale.

Il metodo proposto permette un'analisi pressoché automatica dell'intera arcata utilizzando l'esame CBCT 3D. Esso rappresenta un importante sviluppo per la velocizzazione e l'incremento dell'accuratezza nell'ambito diagnostico. Può essere anche uno strumento di prevenzione delle parodontiti in quanto permette di effettuare in esami di screening parodontale in seguito all'esecuzione di esami CBCT dovuti a motivazioni differenti da quelle parodontali, senza oneri da parte dell'operatore.

### 3.2 Materiali e metodi

---

Il metodo è stato sviluppato effettuando acquisizioni di un cranio secco fornito dall'istituto di anatomia della Scuola di Medicina e Chirurgia dell'Università degli studi di Palermo presso lo studio privato del dottore Paolo Cusimano, che ha messo a disposizione il suo studio e l'apparecchiatura CBCT.

Sull'elemento dentario 3.5 del cranio, che presentava delle condizioni ottimali, è stato simulato un difetto utilizzando manipolo piezoelettrico con un inserto appositamente modificato (fig. 3.4); l'inserto è stato modificato rimuovendo la superficie diamantata in modo da provocare il difetto osseo senza danneggiare l'elemento dentario.



*Fig. 2.30: Manipolo con inserto modificato per ricreare il difetto osseo.*

## Individuazione difetti Paradontali

Le dimensioni del difetto realizzato, fig. 3.5-7, andavano da 0,3 mm (alla base) a 0,85 mm (all'imbocco), con una profondità di 4 mm.



*Fig. 2.31: Manipolo inserito tra osso e dente per la simulazione del difetto osseo*



*Fig. 2.32: Alveolo dentario privo dell'elemento dentario con difetto osseo visibile sul versante vestibolare.*



*Fig. 2.33: Difetto osseo creato artificialmente*

Il difetto è stato realizzato per mettere a confronto le immagini di uno spazio parodontale sano e di uno spazio parodontale che presenta un difetto verticale,

verificando se i risultati ottenuti dalla procedura sono attendibili.

L'acquisizione è stata effettuata con un apparato CBCT Kodak CS 9000, che quale consente una ricostruzione volumetrica dentale e panoramica in 3D. Il lavoro è stato suddiviso in cinque passaggi:

- Attrezzaggio
- Settaggio e Acquisizioni
- Pre-Processing
- Processing
- Post-Processing

### 3.2.1 Attrezzaggio

---

In questa fase è stata individuata la posizione ottimale della mandibola sul blocca-morso fig. 3.8 al fine di determinare la posizione corretta per la scansione delle strutture parodontali. Questo ha consentito il confronto tra due acquisizioni, pre e post difetto, dello stesso elemento dentario in modo da renderle comparabili.



*Fig. 2.34: Mandibola montata sul blocca-morso per l'acquisizione.*

### 3.2.2 Settaggio e Acquisizioni

Sono state effettuate diverse scansioni della mandibola per valutare le impostazioni ideali ai fini dell'analisi. Il software implementato nel Kodak CS 9000 permette di variare i parametri della macchina relativi al voltaggio e all'ampereggio da imporre in fase di acquisizione. È altresì possibile selezionare delle impostazioni standard dell'apparecchio previste dalla casa produttrice per le differenti corporature dei pazienti, vedi Tab.3-1.

Corporatura Paziente				
	Pediatrico	Piccolo	Media	Grande
Kv	68	70	70	74
mA	6,3	8	10	10

Tabella 2-1: Informazioni dose paziente 3D

È stato utilizzato un *Field of View* (FOV) di 50 x 37 mm, con dimensioni dei voxel di 76,5  $\mu\text{m}$  x 76,5  $\mu\text{m}$  x 76,5  $\mu\text{m}$ .

Una prima serie di scansioni è stata effettuata mantenendo fisso il voltaggio e variando l'ampereggio per valutare le variazioni della nitidezza dell'immagine ottenuta, successivamente è stato variato il voltaggio mantenendo fisso l'ampereggio.

Acquisizioni	Soggetto	kv	mA	Risoluzione [mm]
1	Dente	68	6.3	0,0765
2	"	70	7	"
3	"	70	8	"
4	"	70	6,3	"
5	"	90	6,3	"
6	"	79	6,3	"
7	"	68	6,3	"
8	"	73	6,3	"
9	"	71	6,3	"
10	"	68	8	"
11_12_13_stich1	Mandibola	68	6,3	0,2

Tabella 2-2: parametri impostazioni macchina nelle varie acquisizioni

La migliore combinazione è stata determinata in 68,0 kV e 6,3 mA, ovvero con un settaggio corrispondente a quello di tipo pediatrico pre-impostato; i bassi livelli sono probabilmente dovuti alla mancanza dei tessuti molli che assorbono parte delle radiazioni nel cranio secco.

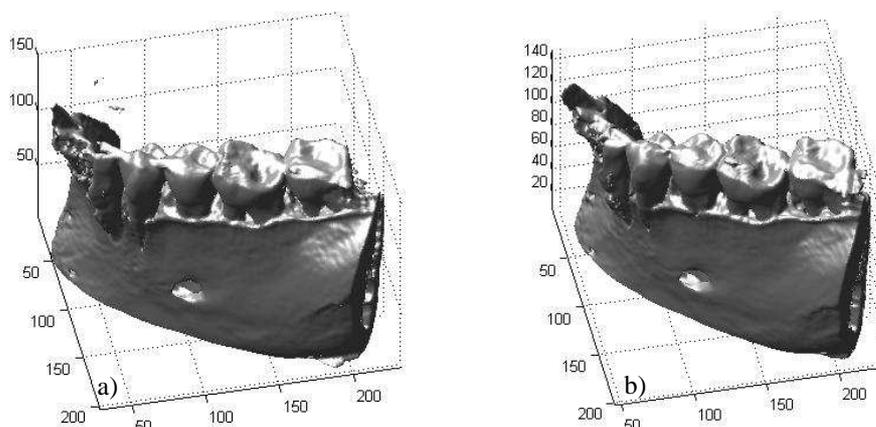
È stata eseguita una prima acquisizione della mandibola con tutti gli elementi dentari per avere un riferimento dello status iniziale. Le due acquisizioni successive sono state effettuate sull'elemento dentario 3.5, prima e dopo aver simulato il difetto osseo verticale.

### 3.2.3 Pre-Processing

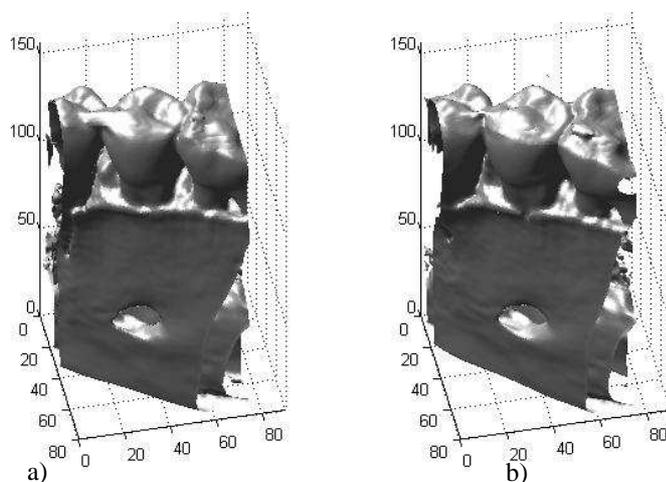
---

Per confrontare le due acquisizioni (fig.3.9 a,b), nella sola zona d'interesse è stato necessario:

ridurre lo spazio di osservazione dell'esame, vedi fig 3.10, selezionando un volume che includesse completamente il dente oggetto dell'esame.

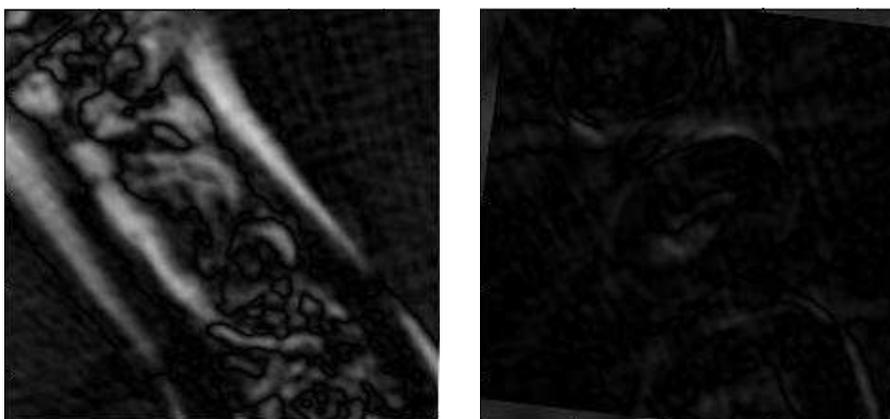


*Fig. 2.35: Ricostruzione delle due acquisizioni dopo l'applicazione di un filtro di tresholding passa alto con valore  $sg=0.29$ , ( a) acquisizione prima del difetto (b) acquisizione dopo il difetto;*



*Fig. 2.36: Volume selezionato rispetto all'intera acquisizione rispettivamente per a) acquisizione prima del difetto b) acquisizione dopo il difetto.*

Allineare i due sottovolumi per correggere piccoli spostamenti, figura 3.11 dovuti al riposizionamento e alle fluttuazioni spurie di intensità causate dallo stesso strumento di acquisizione.



*Fig. 2.37: (a) differenze assolute calcolate per la stessa sezione tra i due volumi (a) prima dell'allineamento, (b) dopo l'allineamento, ai bordi è chiaramente visibile la rotazione che ha subito nel piano xy*

Questi due passaggi permettono una miglior analisi comparativa e di ridurre i tempi di calcolo.

### 3.2.4 Processing

---

Considerando un sistema di assi cilindrico  $zr\theta$  (fig.3.12a,b) con l'asse verticale  $z$  posizionato in corrispondenza del baricentro del dente e parallelo alla direzione longitudinale del dente stesso, l'algoritmo proposto per ogni quota  $z_j$ , con  $1 \leq j \leq N$ , determina la somma delle intensità dei voxel appartenenti allo spazio parodontale, disposti lungo 360 segmenti di retta passanti per il baricentro della sezione (fig.3.12c), aventi posizione angolare  $\theta_i = (i-1)^\circ$  con  $1 \leq i \leq 360$ , e posizione radiale  $r_k$ , con  $1 \leq k \leq 8$  ed  $r_k > r_{e,i}$ , essendo  $r_{e,i}$  la distanza del bordo esterno del dente dall'asse  $z$ , al variare dell'angolo  $\theta$ .

I risultati vengono salvati in una matrice di dimensioni  $360 \times N$ ; la matrice può essere rappresentata come un'immagine fornendo una rappresentazione efficace della densità dei tessuti del parodonto (fig. 3.13).

La tecnica viene applicata su tutta l'altezza del dente per i denti con una sola radice, e

nella zona della sola corona per gli altri.

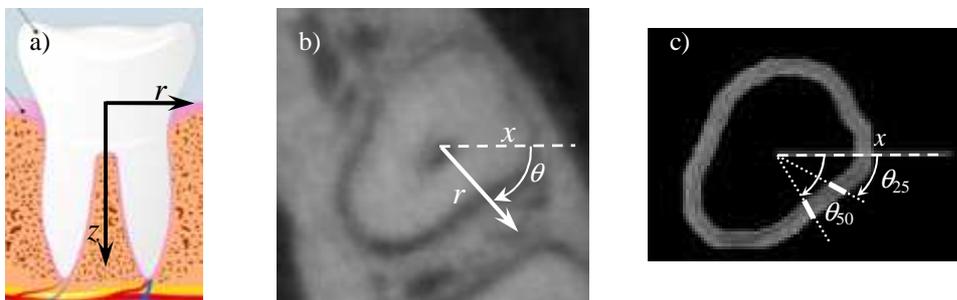


Fig. 2.38: (a) Regione d'interesse in cui è presente l'elemento dentario analizzato. (b,c) spazio parodontale e due segmenti lungo cui è effettuata l'analisi

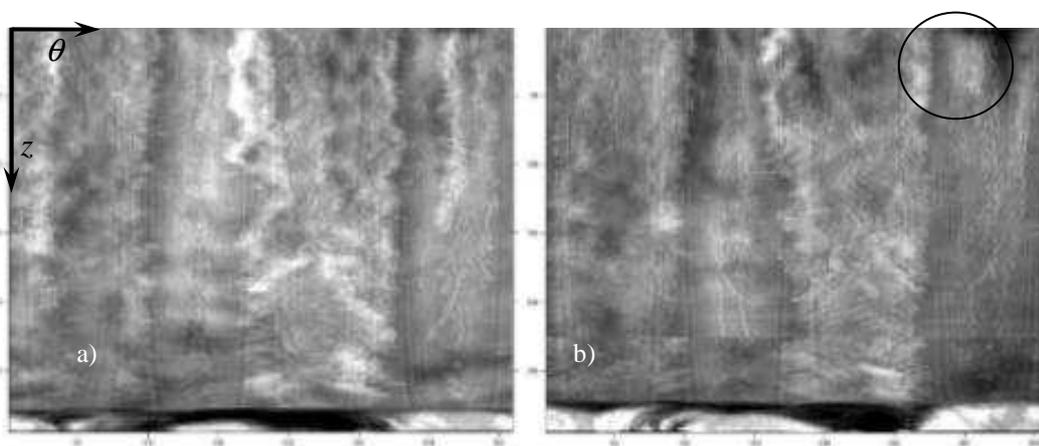


Fig. 2.39: Mappa Somma delle intensità radiali per (a) dente senza difetto, (b) dente con difetto

Il volume relativo allo spazio parodontale viene identificato come contorno della superficie esterna del dente che, presentando una maggiore densità rispetto ai tessuti circostanti, è di facile individuazione con le classiche tecniche di segmentazione.

Per prima cosa è quindi necessario effettuare la segmentazione dell'elemento dentario di interesse in entrambe le immagini acquisite (fig. 3.14). La segmentazione è stata effettuata in due fasi, una prima approssimata, mediante tecnica ai contorni attivi con metodo di Chan-Vese (vedi cap. 4) e una successiva, costituita da operazioni morfologiche e di labelling [51,52], (vedi Appendice E).

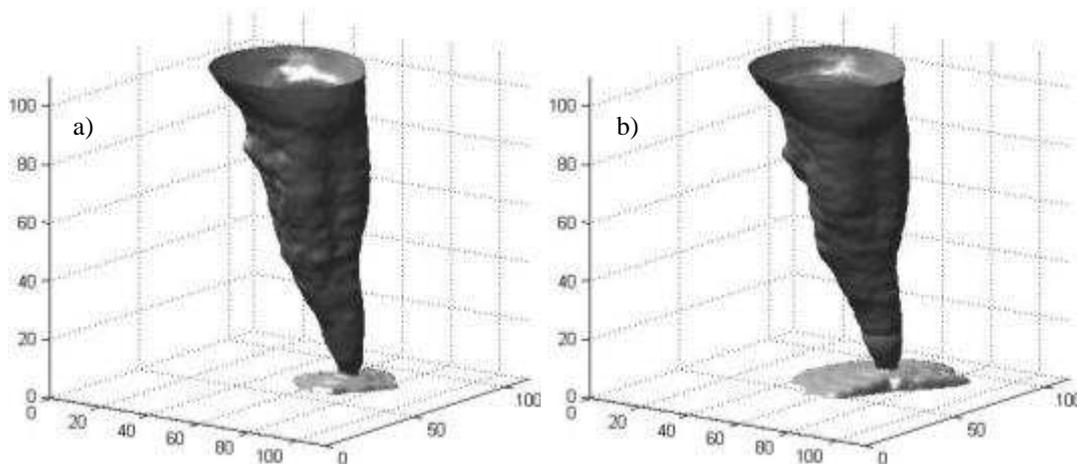


Fig. 2.40: Elemento dentario 3.5 Segmentato dall'acquisizione (a) senza difetto e (b) con difetto.

Dalla superficie di contorno esterna, si determina il volume relativo allo spazio parodontale come contorno della superficie individuata. Lo spessore del contorno d'interesse è stato valutato empiricamente in 8 voxel, vedi fig. 3.15.

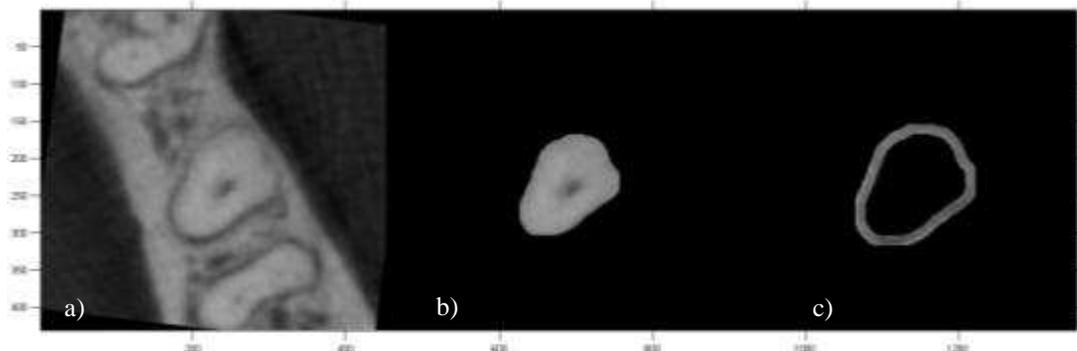


Fig. 2.41: (a) Regione d'interesse in cui è presente l'elemento dentario analizzato. (b) Elemento dentario estrapolato dall'osso alveolare circostante. (c) Offset costituito dallo spazio parodontale.

### 3.2.5 Post-Processing

Come detto, dalla fase di elaborazione, per ogni sezione, si determina una mappa delle somme delle intensità nello spazio parodontale in direzione radiale (fig.3.13). La mappa permette una visualizzazione immediata della variazione dell'intensità luminosa al variare dell'angolo  $\theta$  (in ascissa) e della quota  $z$  (in ordinata).

Nell'immagine di fig.3.13b si evidenzia una zona con bassa intensità luminosa non presente in fig.3.13a; tale differenza di intensità corrisponde alla presenza del difetto

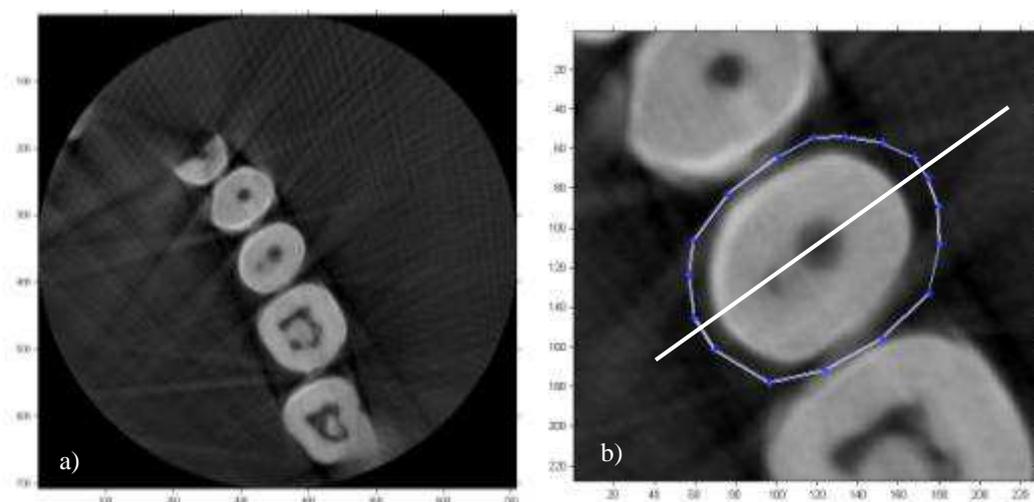
osseo parodontale che causa della variazione di intensità luminosa sezione per sezione al variare dell'angolo.

### 3.3 Interfaccia

---

Per valutare l'efficacia della metodica proposta da un punto di vista clinico è stato realizzato un software in linguaggio Matlab che permette all'operatore di effettuare in le elaborazioni con dei semplici passaggi manuali. In particolare, l'operatore seleziona dall'immagine 3d una sezione in cui il dente è facilmente identificabile (fig.3.16a), lo seleziona e traccia una zona di contorno (fig. 3.16b); il software effettua la segmentazione del dente, determina lo spazio parodontale e visualizza la mappa della somma delle intensità dei voxel appartenenti allo spazio parodontale.

L'operatore può selezionare un punto della mappa in corrispondenza di una zona con intensità luminosa più bassa; il programma determina il centroide dell'area stessa e mostra a schermo la sezione trasversale del dente ruotata dell'angolo corrispondente (fig.3.17a,b). La fig.3.18 mostra la sezione considerata per il dente senza difetto e con difetto. L' algoritmo evidenzia anche l'estensione del difetto in direzione Z in funzione della zona a bassa intensità selezionata dall'operatore (fig.3.19).



*Fig. 2.42: (a)Selezione della sezione in cui è più evidente il contorno del dente, (b) selezione manuale approssimata del contorno del dente per inizializzare l'algoritmo di segmentazione*

## Individuazione difetti Paradontali

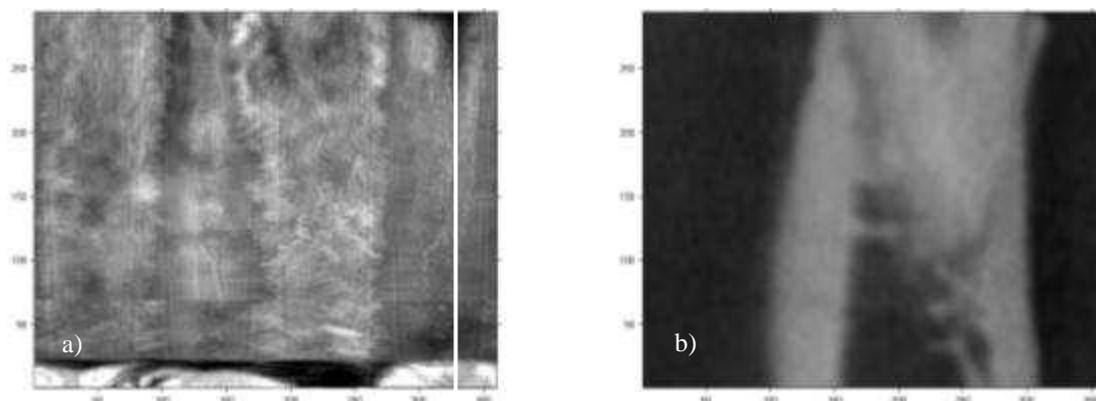


Fig. 2.43: (a) Mappa delle somme delle intensità; selezionando la zona più scura viene mostrata la sezione ottenuta dal piano orientato secondo l'angolo corrispondente alla zona selezionata (b).

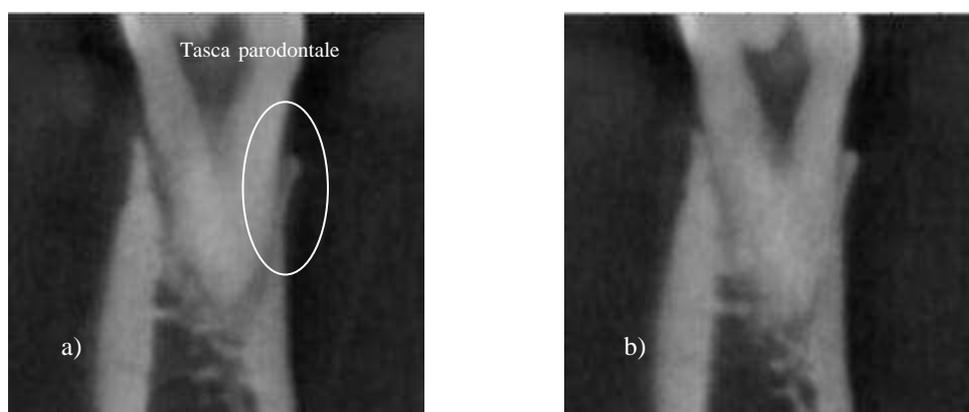


Fig. 2.44: Sezione per i piani ortogonali al piano xy e passanti per l'angolo individuato dall'operatore, per il dente senza difetto (a) e con difetto (b)

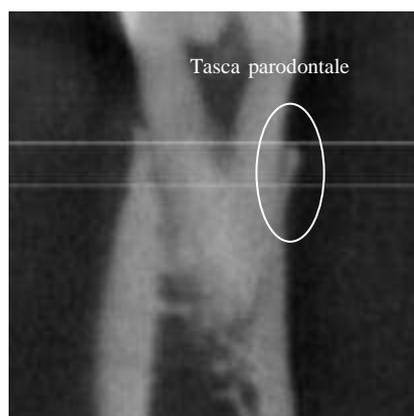


Fig. 2.45: Estensione del difetto in Z

## 4 Determinazione degli elementi caratteristici della mandibola

---

L'obiettivo di questa attività di ricerca è l'individuazione semi automatica degli elementi caratterizzanti l'anatomia dell'arcata mandibolare, al fine di facilitare le attività di diagnosi, prognosi e terapia in ambito odontoiatrico, e al contempo di ottenere un'analisi personalizzata dei dati.

Sono stati individuati come elementi di maggior interesse:

- insieme mandibola ed elementi dentari;
- elementi dentari;
- linea media della sezione della mandibola di maggiore dimensione.

L'identificazione di zone di interesse in immagini bidimensionali o tridimensionali viene effettuata mediante procedure definite "di segmentazione" [53,55,3].

### 4.1 Osso Mandibolare

---

In questa fase il complesso formato dall'osso mandibolare e dagli elementi dentari presenti su di esso viene isolato dall'esame radiologico completo; gli elementi dentari vengono segmentati in una fase successiva con un'apposita procedura.

Al fine di isolare il complesso è stato realizzato un algoritmo di segmentazione basato sulle caratteristiche geometriche degli elementi d'interesse (modello-dipendente) piuttosto che sui rispettivi livelli di grigio (vedi procedura di segmentazione capitolo 2). La metodologia implementata per la sovrapposizione dei referti (Cap. 2) è di tipo approssimato, utile per la determinazione delle linee inferiori della mandibola, avendo il vantaggio di essere del tutto automatica e richiedere tempi di esecuzione ridotti, ma non efficace per la determinazione completa dei VOI.

A questo fine è stata implementata una procedura semi automatica basata sui Modelli Parametrici Deformabili introdotta da Terzopoulos, che mutano nello spazio.

I modelli deformabili sono curve definite nel dominio dell'immagine che possono

muoversi e modificare la propria geometria sotto l'influenza delle forze interne, ed esterne alla curva stessa, che vengono calcolate dai dati dell'immagine. Le forze interne mantengono il modello liscio durante la deformazione. Le forze esterne spostano il modello verso un limiti e bordi dell'oggetto o altre funzioni desiderate all'interno di un'immagine.

Anche se il termine modelli deformabili apparve per la prima volta nel lavoro di Terzopoulos e i suoi collaboratori alla fine degli anni ottanta [56-59], l'idea di deformare un modello per l'estrazione delle caratteristiche dell'immagine risale molto più lontano, al lavoro di Fischler e Elschlager I modelli [60] e la tecnica della maschera di gomma di Widrow [61]. Idee analoghe sono state utilizzate anche nel lavoro di Blake e Zisserman [62], Grenander et al. [63], e Miller et al. [64]. La popolarità dei modelli deformabili è in gran parte dovuta alla carta seminale "Snakes: Active Contours" di Kass, Witkin e Terzopoulos [65,67]

Richiedono l'interazione manuale per inserire una curva iniziale e scegliere i parametri appropriati [3]. L'automatizzazione trova ampio spazio di ricerca [65-68]. I modelli deformabili sono poco influenzati sia dai disturbi di rumore che alla tipologia di forme da isolare dell'immagini, trovando largo impiego nell'analisi delle immagini mediche. [69]

In particolare queste tecniche esaminano i punti che costituiscono i bordi dell'elemento da segmentare in modo tale che il livello energetico complessivo della curva-contorno (definita *snake*) raggiunga un valore minimo rispetto a tutti i possibili contorni dell'oggetto.

Un algoritmo di snake (o contorno attivo caso particolare dei modelli deformabili) può essere definito come un minimizzatore d'energia e un controllore dei punti di continuità dell'immagine, il quale lavora sotto l'influenza di forze interne e di forze di vincolo esterne dell'immagine. La funzione che modella lo snake induce il suo movimento verso aree funzionali come linee, spigoli, bordi ect. Le forze interne servono ad imporre un vincolo di scorrevolezza a tratti e spingono lo snake verso le caratteristiche salienti dell'immagine (bordi, linee); quelle esterne invece orientano e dirigono lo snake verso i minimi locali desiderati.

Gli snakes sono curve continue (aperte o chiuse) che cominciano a deformarsi da un

punto iniziale per adattarsi alla forma dell'oggetto. Si pone sull'immagine una spline (iniziale) che si modifica minimizzando un funzionale dell'energia soggetto a determinati vincoli estratti dalle caratteristiche dell'immagine stessa. I minimi locali di questa energia corrispondono alle proprietà desiderate dell'oggetto che si vuole segmentare.

Fondamentalmente il funzionale energia contiene due termini:

1. Un'energia interna che tiene legati i punti della curva, facendola deformare e che permette di regolare l'elasticità e la rigidità associate allo snake.
2. Un'energia esterna che richiama il modello elastico della ROI che si vuole segmentare.

In questa ricerca è stato utilizzato il modello di Chan-Vese per i contorni attivi [70-72], che è un metodo potente e flessibile, in grado di risolvere problemi di segmentazione per svariate tipologie d'immagini, tra cui alcuni difficili da segmentare con metodologie classiche quali soglia o gradiente. Questo modello, si basa sulla minimizzazione di una funzione energia che tiene conto delle variazioni di intensità dell'immagine. Esso considera che l'energia viene minimizzata quando la media dell'intensità fuori e dentro il contorno attivo raggiunge la massima differenza. Geometricamente uno snake è una curva parametrica riferita ad un'immagine sul piano  $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ . Il contorno è rappresentato da  $v(s) = (x(s), y(s))^T$ , dove  $x$  e  $y$  sono le funzioni coordinate ed  $s \in [0,1]$  ha il significato di ascissa curvilinea normalizzata, rappresentante il dominio parametrico.

La forma del contorno di un oggetto contenuto in un'immagine  $I(x,y)$  è posta in relazione al funzionale:

$$E_{\text{snake}}(v(s)) = E_{\text{int}}(v(s)) + E_{\text{ext}}(v(s)) \quad (4.1)$$

dove  $E_{\text{int}}$  rappresenta l'energia interna dovuta alla flessione, mentre  $E_{\text{ext}}$  l'energia legata alle forze di vincolo esterne all'immagine.

Il funzionale può essere visto come una rappresentazione dell'energia associata al contorno, la cui forma finale si ottiene in corrispondenza al valore minimo dell'energia valutata come [73,74]:

$$E_{snake} = \int_0^1 E_{snake}(v(s))ds = \int_0^1 E_{int}(v(s))ds + \int_0^1 E_{ext}(v(s))ds \quad (4.2)$$

L'algoritmo è stato applicato alle CBCT per segmentare il VOI corrispondente a osso mandibolare e denti.

#### Applicazione ai casi studio.

Da quanto esposto sopra la procedura necessita di un'inizializzazione da parte dell'operatore, il quale sceglie la slice iniziale adeguata e seleziona un insieme di punti disposti su una linea spezzata chiusa che contiene la porzione di osso mandibolare dal quale iniziare la segmentazione al quale si deve adattare.

L'algoritmo deforma la spezzata iniziale nella direzione di maggiore variazione di tonalità di grigio.

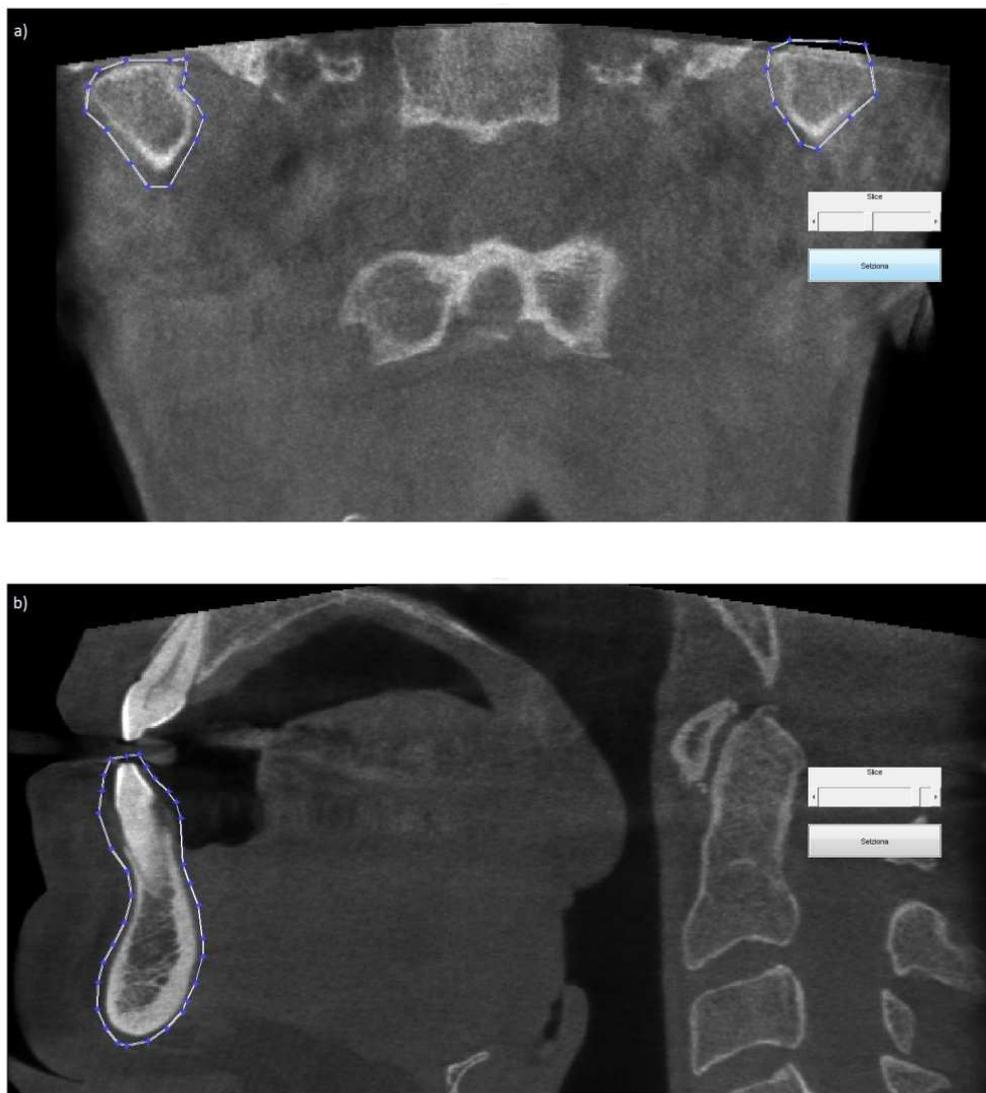
Prima viene applicata alla CBCT una trasformazione gamma, imponendo  $\gamma=2$  in modo da esaltare il contrasto tra i bordi della sezione dell'osso e gli altri tessuti.

Essendo l'esame CBCT un esame con bassa risoluzione di contrasto, ovvero basse differenze di intensità tra tessuti adiacenti con differenti caratteristiche, l'applicazione della procedura in un'unica direzione non permette di ottenere contorni del VOI ben definiti. Risultati più soddisfacenti possono essere ottenuti applicando la procedura sia nella direzione Sagittale che Coronale; successivamente si elaborano i dati ottenuti dalle due segmentazioni per eliminare i dati spuri e determinare correttamente i contorni effettivi dell'insieme mandibola - elementi dentari.

L'applicazione della tecnica in direzione coronale, sagittale e trasversale, fornisce risultati differenti con informazioni più o meno complete relativamente al contorno dell'oggetto da segmentare, per via della differente morfologia dei contorni nelle varie direzioni. Utilizzando opportunamente le informazioni ottenute nelle varie direzioni si ottengono risultati più completi rispetto a quelli ottenibili nella singola direzione.

## Determinazione degli elementi caratteristici della mandibola

In entrambe le applicazioni è richiesto l'intervento dell'operatore che deve selezionare una slice iniziale e tracciare la spezzata che individua la sezione principale per dare inizio al ciclo iterativo, come in fig. 4.1 a e b.



*Fig. 2.46: selezione manuale della slice e della curva iniziale in direzione Coronale 4.1a) e Sagittale 4.1b)*

L'algoritmo di determinazione dello snake viene reiterato un numero di volte prefissato, quindi viene selezionato automaticamente il risultato che massimizza la differenza tra  $E_{int}$  ed  $E_{est}$ , che, in questo caso, è la curva che identifica l'interfaccia osso tessuti molli fig. 4.2 c) e fig. 4.2 e).



Fig. 2.47: a) posizionamento dello Snake, b) solo curva di Snake iniziale, c) risultato finale della curva dopo il ciclo di iterazioni, d) zona d'interesse isolata, e) solo curva di contorno finale.

Dopo avere memorizzato il contorno (fig.4.3,a), l'algoritmo si sposta in modo automatico sulla slice successiva ed effettua la stessa procedura, considerando per l'analisi un'area leggermente più grande (fig. 4.3,b contorno in rosso) di quella corrispondente al contorno determinato al passo precedente (fig. 4.3,b contorno in bianco); operando in tal modo l'algoritmo si inizializza in modo automatico per tutte le slice successive alla prima. Reiterando l'algoritmo più volte si ottiene la sezione per la nuova slice fig. 4.3 c) contorno in bianco.

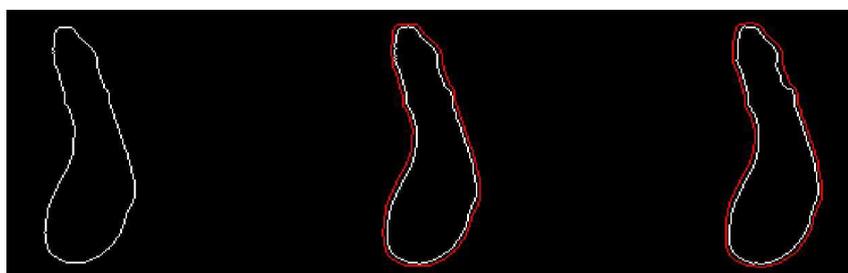


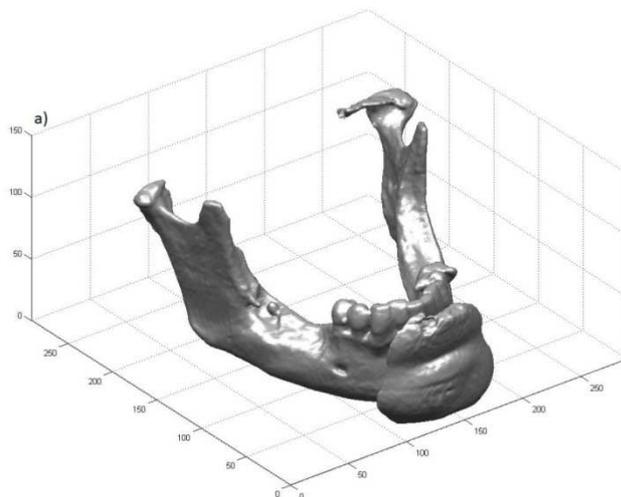
Fig. 2.48: a) contorno ricavato per la slice di posizione  $i$ , b) in bianco contorno relativo alla slice  $i$  ed in rosso lo stesso ingrandito con un offset di tre voxel, c) in bianco zona di contorno attenuata dalla slice  $i+1$  tramite l'utilizzo del contorno di offset ricavato dalla slice  $i$ .

In questo modo si riduce l'area da analizzare, permettendo di seguire le variazioni di posizione e di dimensioni nello spazio. Il contorno di offset corrispondente ad un'area più grande si ottiene ingrandendo con un elemento strutturale di forma circolare e raggio pari a tre voxel il contorno determinato al passo precedente.

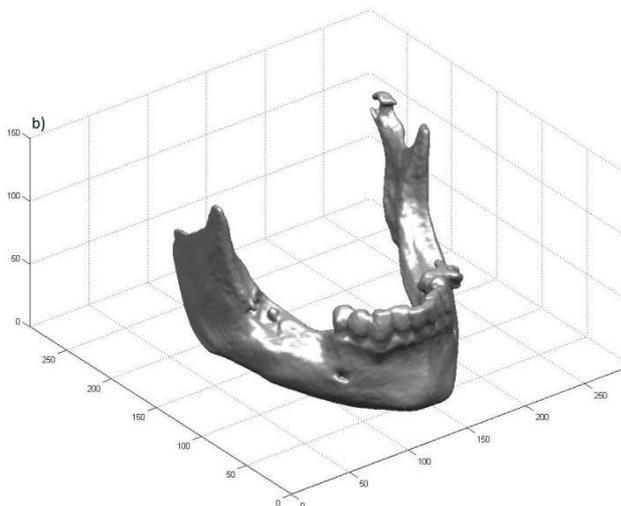
Isolando dalla CBCT originale solo le zone individuate dall'algoritmo slice per slice, si ottiene la ricostruzione della mandibola con gli elementi dentari.

## *Determinazione degli elementi caratteristici della mandibola*

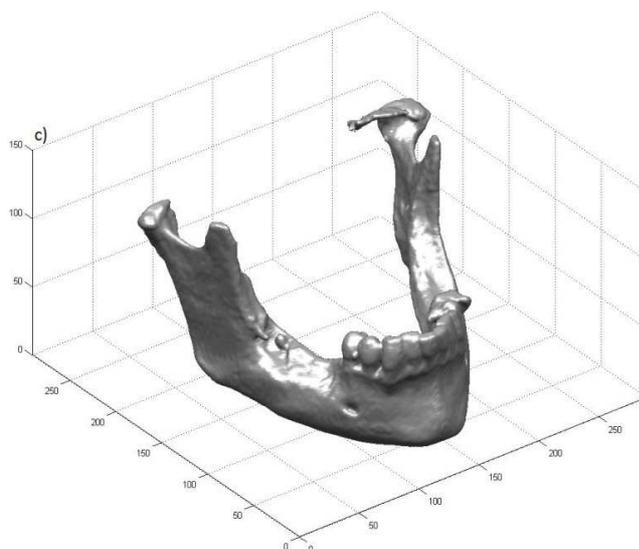
Come spiegato, a causa della bassa risoluzione di contrasto, la segmentazione viene effettuata in direzione sia Coronale (fig.4.4) che Sagittale (fig. 4.5). In ciascuno dei due volumi ottenuti sono presenti regioni non appartenenti alla mandibola; i voxel spuri vengono eliminati nella ricostruzione del VOI finale, ottenuto in una terza matrice dove sono presenti solo i contorni di interesse del VOI fig. 4.6.



*Fig. 2.49: VOI ottenuto dall'applicazione in direzione Coronale della segmentazione*



*Fig. 2.50: VOI ottenuto dall'applicazione in direzione Sagittale della segmentazione*



*Fig. 2.51: VOI finale ottenuto dall'unione dei dati provenienti dalle segmentazioni.*

I tempi richiesti per la sola applicazione dell'algoritmo di *snake* in entrambe le direzioni sono relativamente ridotti e, ovviamente, sono influenzati dal numero di iterazioni che si effettuano; nel nostro caso valore che è stato determinato empiricamente un numero di iterazioni pari a 50.

Il metodo di segmentazione esposto ha lo svantaggio di essere semi-automatico necessitando dell'intervento, se pur limitato, dell'operatore; ha però il vantaggio di essere efficace nell'applicazione alle zone di intensità non ben distinguibili tra VOI e restante parte della CBCT; risulta pertanto essere un metodo soddisfacente per quanto riguarda la completezza dei VOI ottenuto.

Questa metodologia è stata impiegata con successo nella segmentazione di 12 CBCT appartenenti a 6 pazienti diversi.

In appendice F si riportano i risultati delle segmentazioni per ogni esame.

## 4.2 Linea Media

---

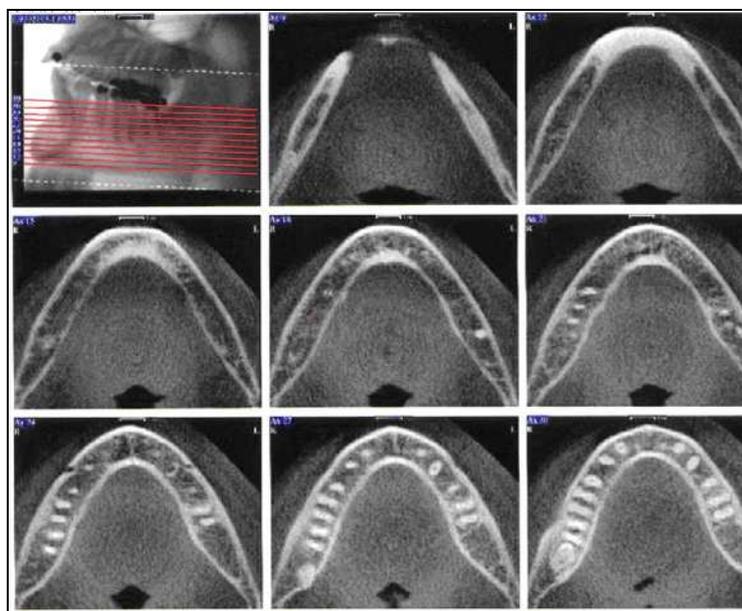
La linea media (ML) è un elemento geometrico utilizzato per l'analisi morfologica della struttura mandibolare. In particolare è utile per determinare la vista sagittale di ogni dente al fine di valutarne la dimensione ed evidenziarne i rapporti con i nervi e l'osso per eventuali interventi.

Allo stato attuale si determina manualmente a partire da una sezione trasversale della scansione scelta dall'operatore, tramite l'utilizzo dei software integrati nelle macchine di acquisizione.

La sua forma è influenzata dalla perizia dell'operatore e dalla posizione che il paziente assume durante l'esame.

I passaggi manuali per il suo ottenimento sono i seguenti:

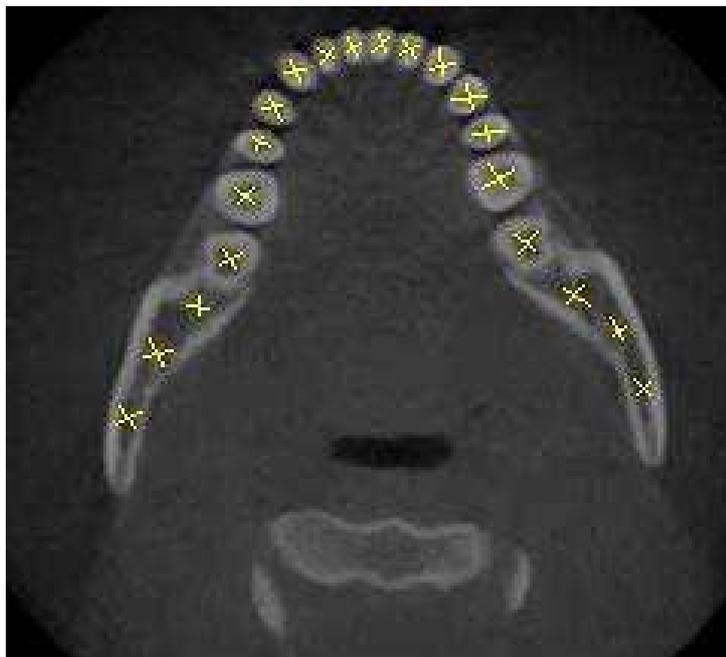
- 1) l'operatore seleziona la slice di riferimento sulla quale tracciare la linea fig. 4.7, ovvero quella che contiene l'intera curva dentaria con il più alto numero di radici degli elementi dentari.



*Fig. 2.52: metodo di selezione della sezione sulla quale tracciare la ML*

- 2) quindi seleziona i punti dalla quale far passare la ML, che, dove presenti, sono centrati nelle radici degli elementi dentari fig. 4.8.

*Determinazione degli elementi caratteristici della mandibola*



*Fig. 2.53: Slice con selezionati con i punti di passaggio della ML.*

3) Il software traccia una linea che passa per i punti selezionati (fig. 4.9).



*Fig. 2.54: Linea media tracciata sulla slice selezionata.*

4) utilizzando come riferimento rette perpendicolari alla ML (fig. 4.10) vengono determinate le sezioni sagittali degli elementi oggetto dello studio (fig. 4.11).

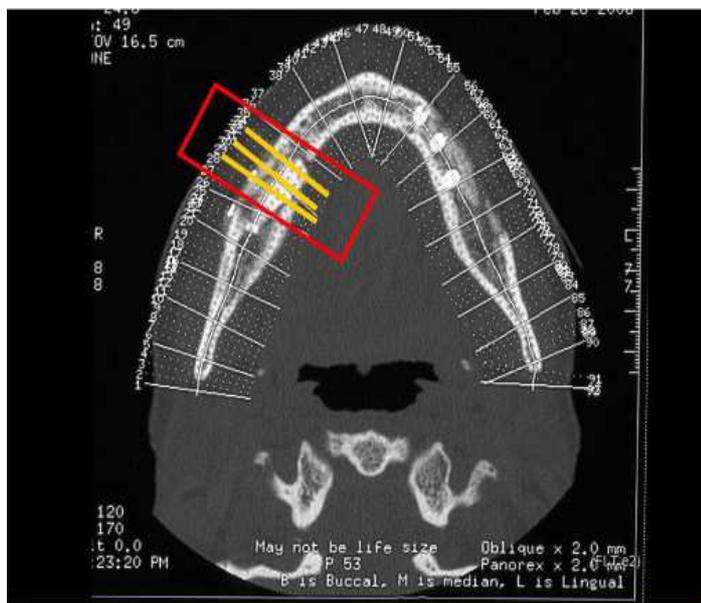


Fig. 2.55: Selezione manuale con software integrato, di tre sezioni d'interesse

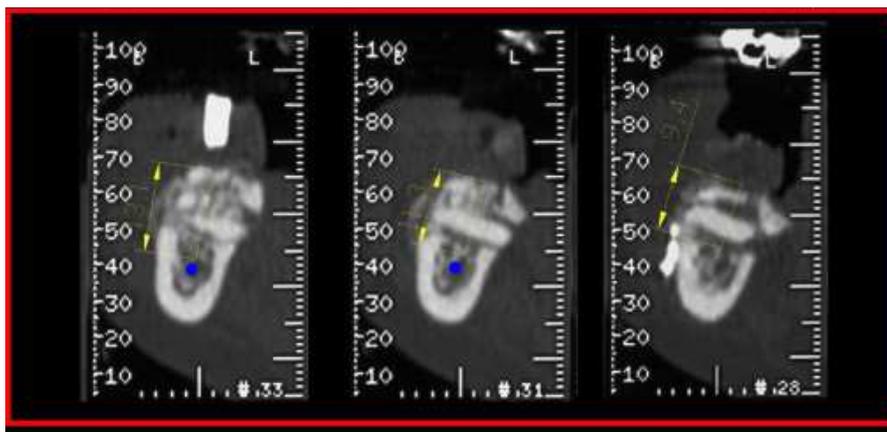


Fig. 2.56: sezioni ottenute con le rette perpendicolari alla ML

La metodologia proposta in questo lavoro consente la determinazione della ML in modo automatico, riducendo i tempi di esecuzione, ottenendo risultati ripetibili nel momento in cui il clinico abbia la necessità di tracciare più volte la ML sullo stesso caso studio.

La sezione da elaborare, definita *sezione di riferimento*, viene determinata in modo automatico come la sezione di area maggiore costituita da un solo elemento; per individuarla vengono determinati il numero di oggetti e le aree di ogni sezione (fig. 4.12 a), l'algoritmo seleziona la sezione con l'area più grande ed un solo oggetto

fig. 4.12 (b), la sezione di riferimento riportata è in fig. 4.13.

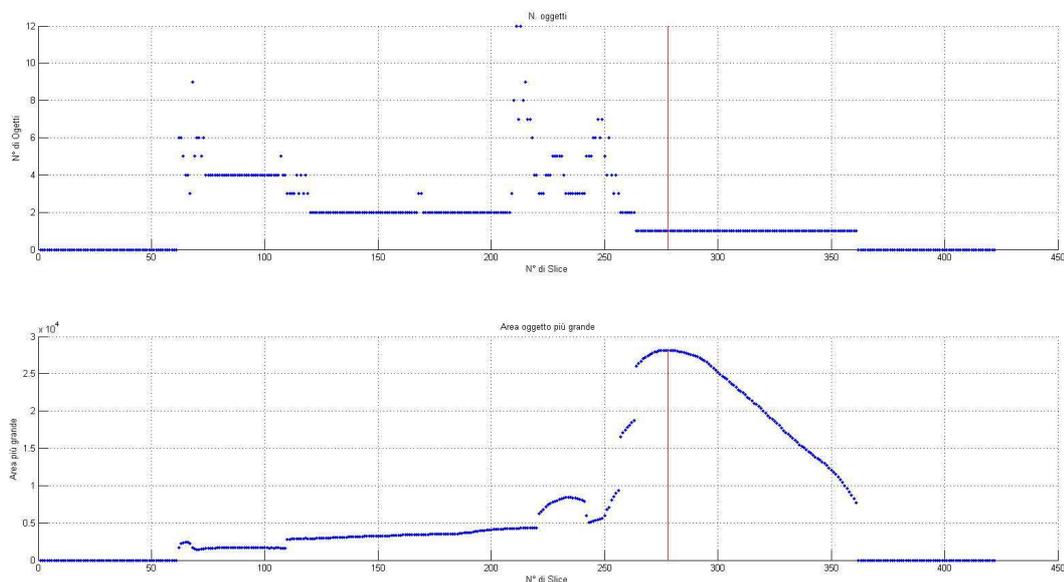


Fig. 2.57: a) conteggio oggetti per slice; b) valutazione delle aree per ogni sezione

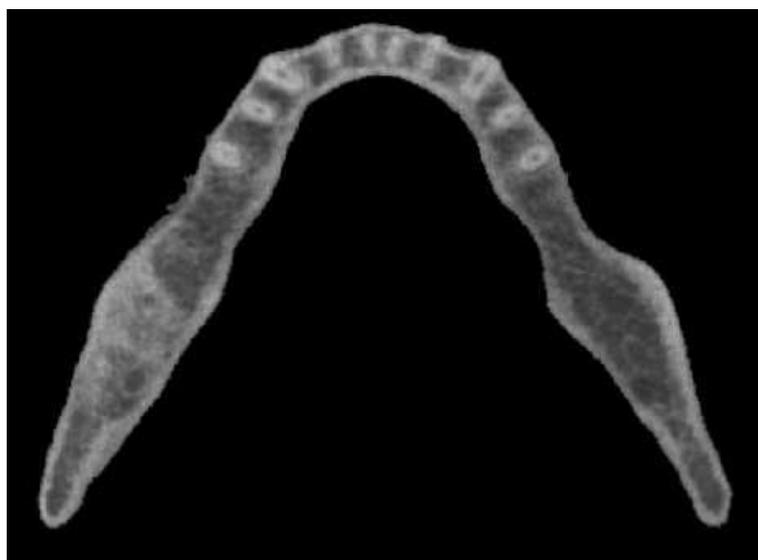


Fig. 2.58: Sezione di riferimento selezionata automaticamente

La ML determinata dall'algorithm è costituita da 3 spline di quarto ordine ottenute come approssimazione ai minimi quadrati dei punti della sezione di riferimento. Le tre spline vengono determinate nei tre elementi principali che compongono la mandibola, quello centrale e i due laterali fig. 4.14.

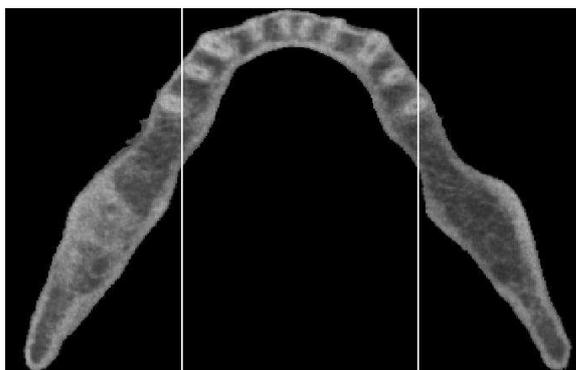


Fig. 2.59: La sezione di riferimento con le tre zone da analizzare

Il tratto centrale della ML viene determinato con due iterazioni; nella prima si determina la ML tratto centrale e la sua derivata prima (fig. 4.15), identificando l'intervallo delle ascisse nelle quali l'inclinazione è inferiore a  $45^\circ$ ; nella seconda si determina la Spline nel solo intervallo individuato nella prima iterazione (fig. 4.16).

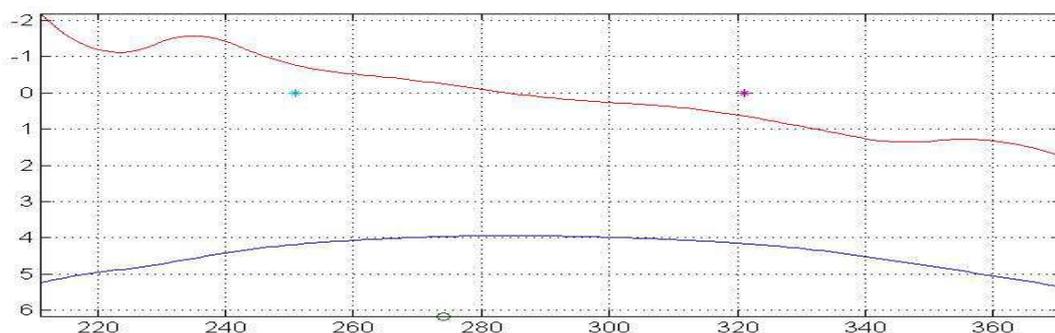


Fig. 2.60: In blu ML del segmento di mandibola centrale ottenuta con la prima iterazione, in rosso derivata della ML, i due punti individuano le ascisse in cui la derivata supera i  $45^\circ$  gradi

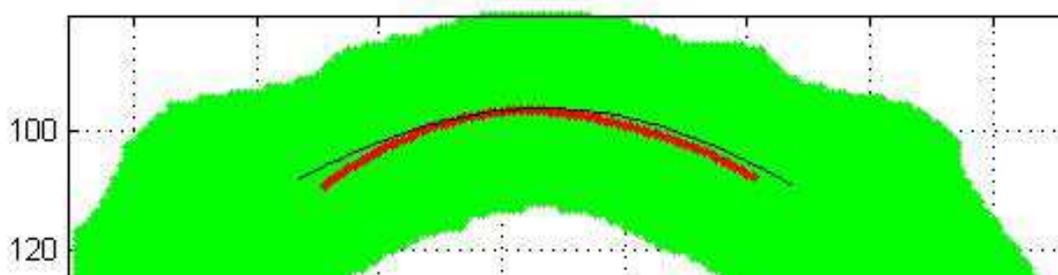


Fig. 2.61: Tratto centrale con le due ML in nero quella calcolata con la prima iterazione in rosso quella finale

Nei due tratti laterali la ML si calcola orientando il segmento ognuno secondo i propri assi d'inerzia rispetto all'immagine fig. 4.17 e fig. 4.18., questa operazione

permette di far coincidere l'asse d'inerzia longitudinale del tratto in esame con l'asse y dell'immagine, migliorando la precisione della spline ottenuta per il singolo segmento.

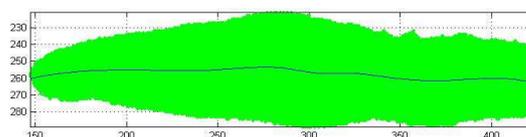


Fig. 2.62: Spline calcolato per il tratto di Sinistra

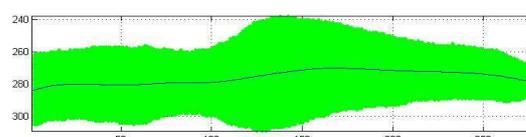


Fig. 2.63: spline calcolata per il tratto di destra

L'intera linea si ottiene unendo i tre risultati ottenuti, fig. 4.19.

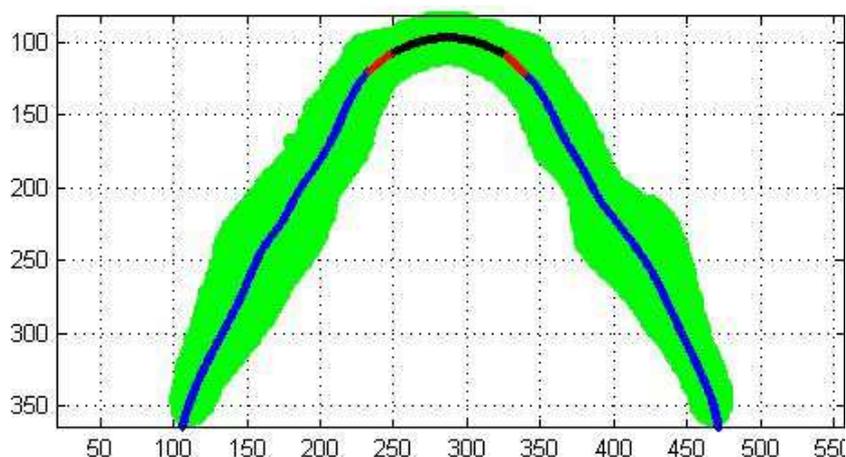
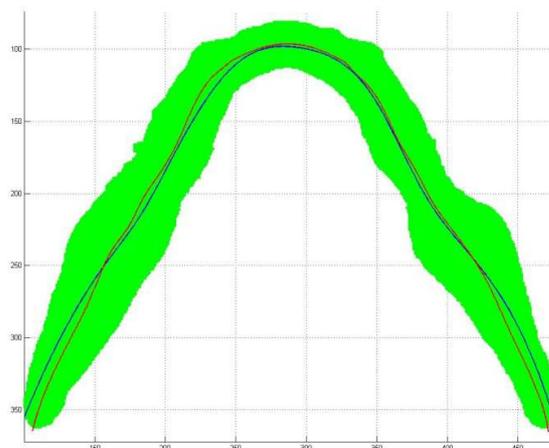


Fig. 2.64: Midline finale ottenuta dall'unione dei tre segmenti calcolati.

I tratti in rosso vengono determinati come segmenti che uniscono gli estremi superiori dei segmenti laterali con gli estremi del segmento centrale; questa approssimazione è limitata ad un breve tratto quindi non incide sul risultato finale.

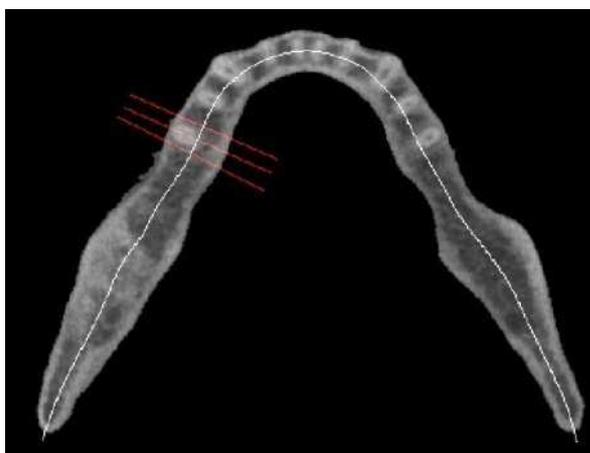
In fig. 4.20 è riportata la sezione di riferimento con la ML calcolata mediante l'operazione descritta (linea rossa) e la ML calcolata utilizzando un'unica linea spline sull'intera sezione. Si osserva come la linea rossa approssimi in maniera più precisa l'andamento dei contorni interni ed esterni della sezione.

*Determinazione degli elementi caratteristici della mandibola*

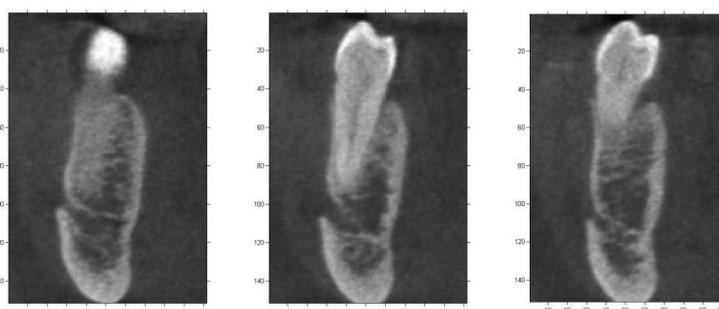


*Fig. 2.65: In rosso la ML determinata suddividendo la sezione in tre tratti, in blu ML determinata utilizzando l'intera sezione di riferimento.*

In fig. 4.21 sono riportate la sezione di riferimento con la linea media evidenziata (linea bianca) e le tracce delle sezioni sagittali di un elemento dentale riportate in fig. 4.22 (in rosso).



*Fig. 2.66: Sezione di riferimento con linea media (linea bianca) e tracce delle sezioni sagittali (linea rossa)*

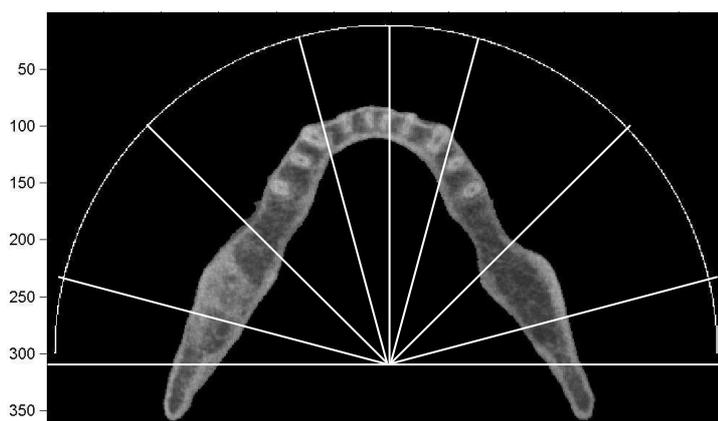


*Fig. 2.67:sezioni sagittali di un elemento dentario.*

*Utilizzi della ML*

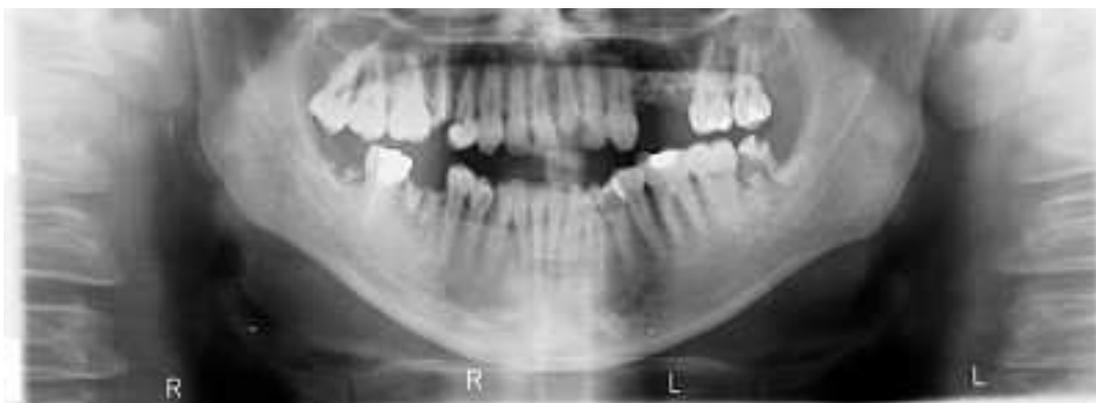
Un ulteriore impiego della ML è costituito dalla realizzazione dell'ortopantomografia (fig. 4.24), che è una immagine bidimensionale dei denti, delle arcate dentarie e delle ossa mascellari e mandibolari. È considerato il principale esame diagnostico in odontoiatria poiché permette di individuare carie negli spazi interdentali, che spesso non si vedono facilmente all'esame clinico, carie recidive al di sotto di vecchie otturazioni, elementi dentari inclusi nell'osso, granulomi, cisti, eventuali fratture dei denti o delle ossa. Essa è fondamentale per effettuare una valutazione iniziale dello stato del paziente.

La metodologia classica prevede l'utilizzo di un ortopantomografo, strumento dotato di tubo radiogeno che viene fatto ruotare intorno alla testa del paziente per ottenere la proiezione delle arcate, mediante emissione di raggi x che impressionano la pellicola.



*Fig. 2.68:Traiettoria seguita dal tubo radiogeno*

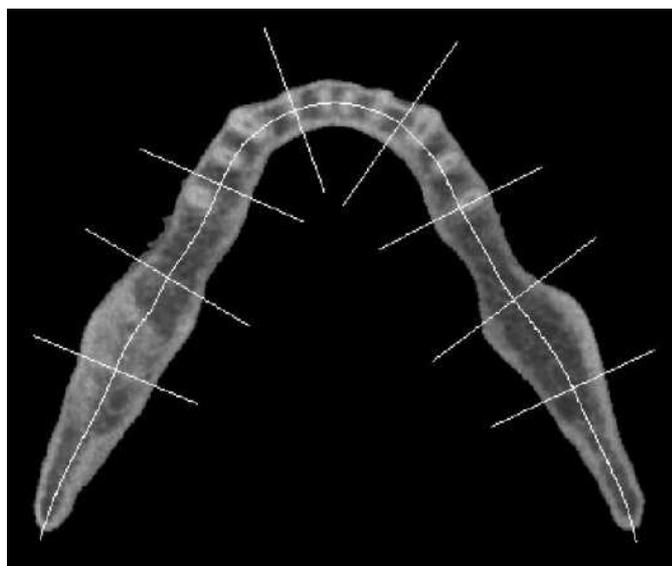
Lo strumento segue una traiettoria semicircolare intorno al cranio (fig. 4.23), ottenendo un'immagine i cui voxel sono proporzionali alla densità media dei tessuti nelle direzione ortogonale.



*Fig. 2.69: Ortopantomografia*

Il risultato non tiene in considerazione la naturale morfologia della mandibola, che non ha forma circolare. Inoltre non potendo essere controllata l'esatta posizione del paziente prima di eseguire l'esame, è soggetta a possibili disallineamenti rispetto alla posizione desiderata.

Utilizzando i dati della CBCT ed impiegando in modo opportuno la ML, è possibile ottenere una ortopantomografia legata opportunamente alla geometria della mandibola. In questo caso l'immagine ortopantomografica si ottiene utilizzando le sezioni sagittali perpendicolari a tutti i punti appartenenti alla ML.



*Fig. 2.70: esempio di 8 sezioni sagittali, perpendicolari alla ML.*

Per ciascun punto della ML viene determinata la sezione perpendicolare alla ML (fig. 4.25) e parallela all'asse z (e quindi alla sezione di riferimento) (fig. 4.26).

## Determinazione degli elementi caratteristici della mandibola

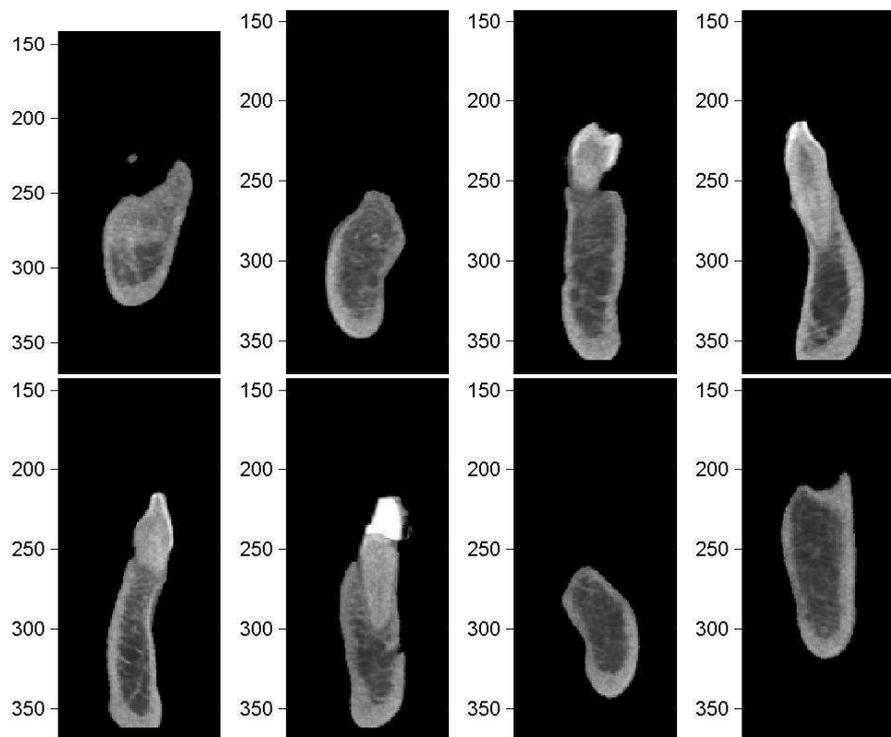


Fig. 2.71: Sezioni perpendicolari alla ML ed al piano della sezione di riferimento.

L'ortopantomografia si ottiene sommando le intensità dei voxel lungo le righe di ogni sezione e ricomponendole in una immagine bidimensionale (fig. 4.27).

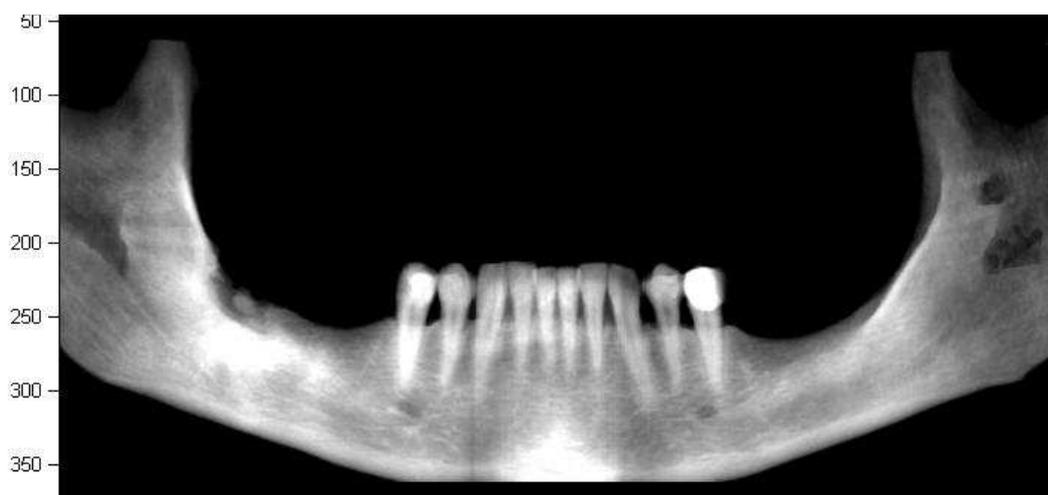


Fig. 2.72: Ortopantomografia ottenuta seguendo la ML.

Oltre all'ortopantomografia sono di interesse odontoiatrico le superfici di sezione della mandibola ricavate intersecando questa con superfici rigate ottenute a partire dalla linea media.

## Determinazione degli elementi caratteristici della mandibola

La prima, riportata a sinistra in fig. 4.28, è una superficie cilindrica che si ottiene traslando la ML in direzione parallela all'asse z. La superficie che si ottiene è ovviamente perpendicolare al piano della sezione di riferimento. Riportando in un piano le intensità luminose presenti nella CBCT nei punti ottenuti dall'intersezione tra il volume della mandibola e la superficie si ottiene l'immagine in fig. 4.29.

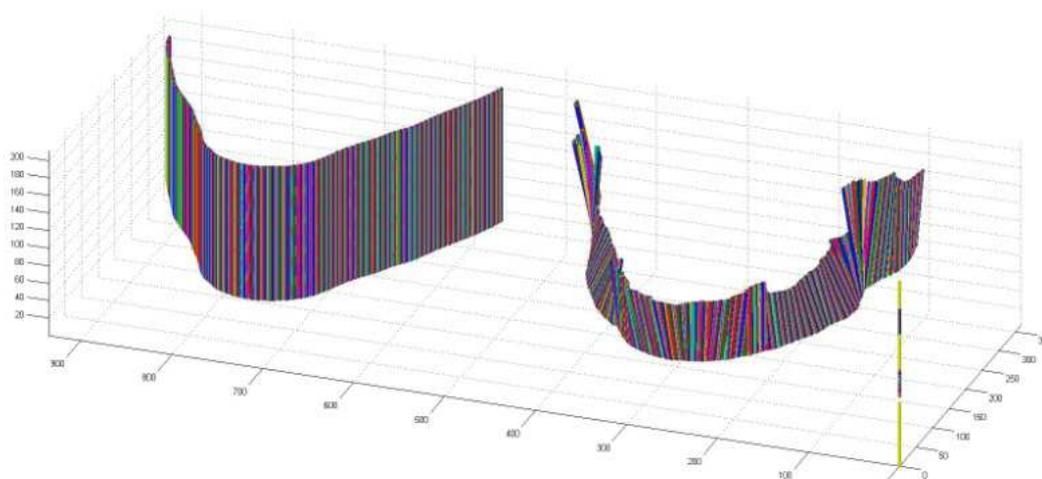


Fig. 2.73: superficie con rette ortogonali, superficie con le spline di sezioni ortogonali.

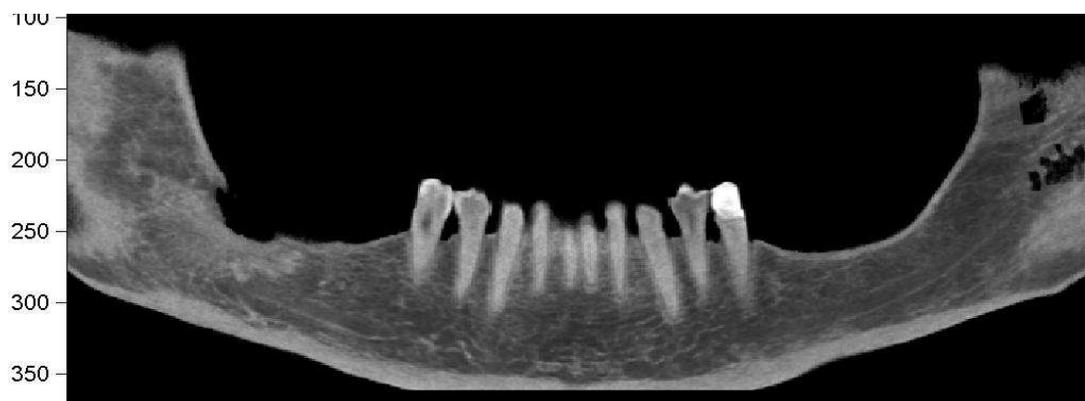
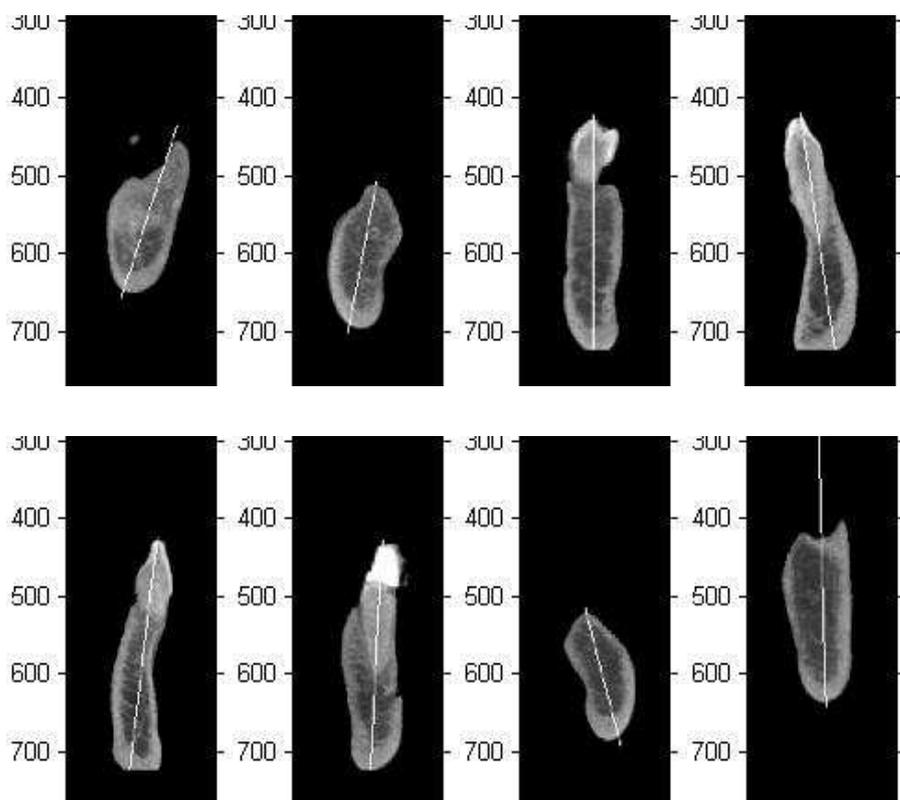


Fig. 2.74: Intensità luminose ottenute con le superfici cilindriche

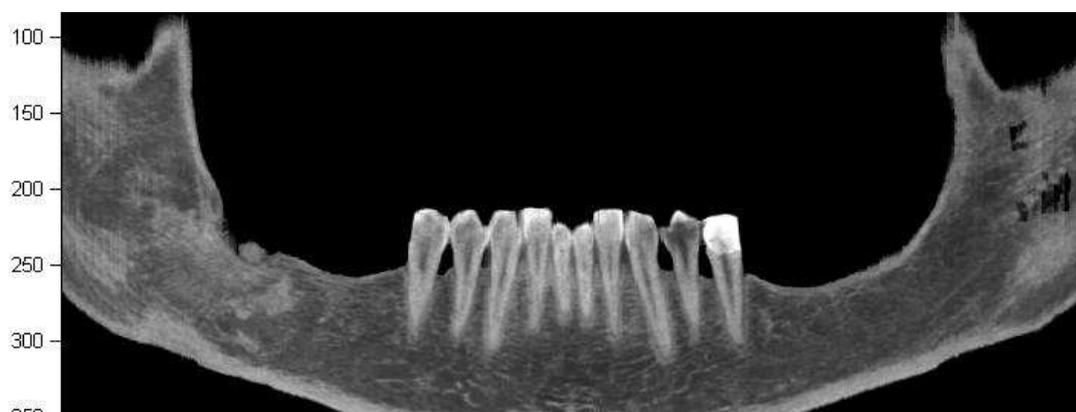
La seconda superficie di sezione si ottiene dall'intersezione tra la mandibola e la superficie rigata mostra in fig. 4.28 a destra; ciascuno dei segmenti di cui è costituita tale superficie è parallelo all'asse d'inerzia maggiore di ciascuna delle sezioni ortogonali alla ML, determinate come nel caso precedente (fig. 4.30).

## Determinazione degli elementi caratteristici della mandibola



*Fig. 2.75: da sinistra a destra; sezioni ortogonali al piano che contiene la ML e, ricavate in corrispondenza delle rette perpendicolari alla ML, in senso orario di fig 1.25*

Riportando in un piano le intensità luminose presenti nella CBCT nei punti d'intersezione tra il volume della mandibola e la superficie si ottiene l'immagine riportata in fig. 4.31.



*Fig. 2.76: Intensità luminose ottenute con la superficie costruita con gli assi d'inerzia delle singole sezioni*

La prima superficie rigata, i cui segmenti hanno direzione costante lungo tutto le

## *Determinazione degli elementi caratteristici della mandibola*

sezioni, non considera l'inclinazione effettiva degli elementi dentari.

I segmenti che costituiscono la seconda superficie hanno inclinazione variabile dovuto alla presenza nella sezione di elementi che influenzano il calcolo dell'asse d'inerzia; l'immagine che si ottiene permette di visualizzare in modo più efficace gli elementi dentari (fig.4.6).

In entrambi i casi, ulteriori informazioni possono essere ottenute trasladando le superfici che intersecano la mandibola lungo la direzione  $x$ .

In Appendice F, sono riportati i risultati dell'applicazione della procedura automatica per ricavare la ML applicata ai casi studio.

## 4.3 Elementi dentari

---

L'oggetto di questa fase del lavoro è lo sviluppo di procedure automatiche in grado di individuare ed isolare i singoli elementi dentari presenti nell'osso mandibolare al fine di migliorare la precisione diagnostica e automatizzare l'analisi.

I voxel relativi ai denti hanno differente intensità luminosa a causa del diverso grado di mineralizzazione (composti di calcio in forma di idrossiapatite) dei tessuti che li compongono (fig. 4.32); generalmente il grado varia tra il 65% del cemento che riveste la radice, fino al 96% nello smalto che riveste la corona. Questo influenza direttamente il grado di radiopacità del materiale che aumenta all'aumentare del grado di mineralizzazione.



Fig. 2.77: schematizzazione dei tessuti che compongono e circondano il dente;

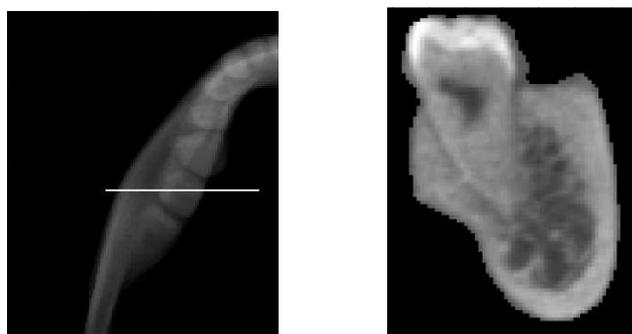


Fig. 2.78: (a) dente di riferimento e piano di sezione posizionati nell'osso mandibolare, (b) sezione sagittale dell'osso mandibolare ottenuta con il piano evidenziato in fig a

La corona, essendo rivestita dalla dentina, risulta molto luminosa (fig 4.32 b) con

---

contorni facilmente individuabili, non essendo a contatto con altri tessuti. Al contrario, le radici, che sono innestate nell'osso e hanno un rivestimento cementizio, con mineralizzazione prossima a quella della strutture ossea, risultano meno luminose e con contorni meno definiti.

A seguito delle diverse composizioni, dell'elevato numero di strutture presenti praticamente in contatto tra loro e della bassa risoluzione di contrasto tipica degli esami ottenuti in CBCT, i voxels delle strutture ossee del massiccio facciale e dei denti presentano toni di grigio paragonabili e non immediatamente distinguibili anche da un occhio esperto e ben allenato.

Altro fattore di influenza nella identificazione dei diversi elementi che compongono l'insieme mandibola-denti, è la qualità dell'esame CBCT, in particolare le caratteristiche di risoluzione spaziale, di quantizzazione e la presenza di rumore.

Sono stati analizzati e testati alcuni algoritmi di segmentazione finalizzati alla determinazione dei voxel corrispondenti ai denti nei referti CBCT, applicati in sequenza al fine di costituire un'apposita procedura.

Gli algoritmi e la procedura testati in questo lavoro hanno fornito risultati incoraggianti e sono stati identificati gli ambiti nei quali opportune implementazioni possono migliorare ulteriormente i risultati.

#### 4.3.1 Metodo

---

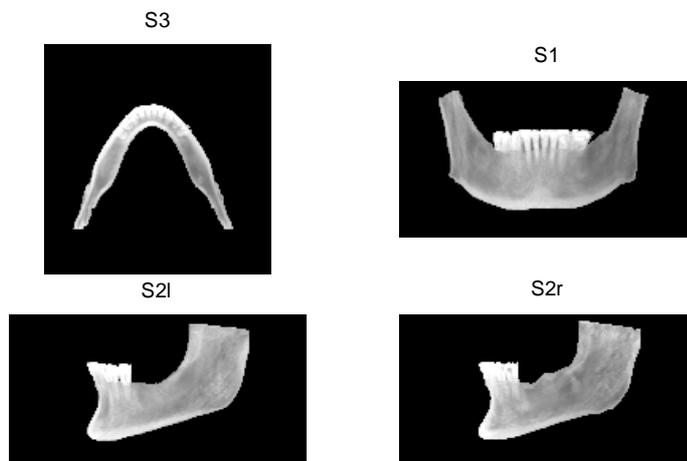
Vengono descritte di seguito le tecniche di segmentazione testate per la determinazione dei volumi corrispondenti ai denti e i risultati della loro applicazione.

I test sono stati eseguiti su un insieme di due coppie di CBCT, ciascuna delle quali appartenente ad un diverso paziente.

L'algoritmo utilizzato è suddiviso in quattro passaggi:

1. analisi approssimata,
2. primo affinamento,
3. selezione,
4. determinazione finale.

*Determinazione degli elementi caratteristici della mandibola*

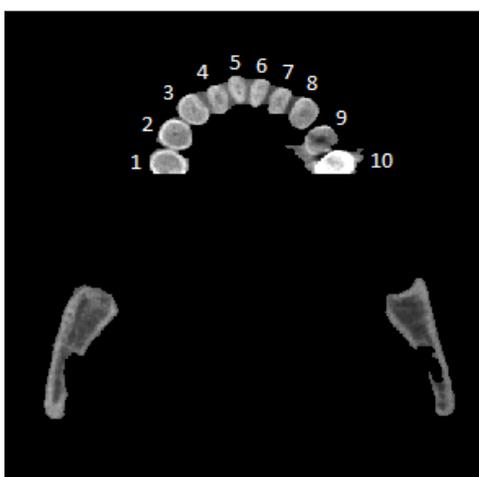


*Fig. 2.79: Le quattro viste della mandibola*

In fig. 4.34 vengono riportate le quattro viste della mandibola del paziente dove :

- S3 rappresenta la media delle intensità dei voxel lungo la direzione trasversale della CBCT,
- S1 rappresenta la media delle intensità dei voxel lungo la direzione frontale o coronale della CBCT,
- S2l ed S2r rappresentano rispettivamente la media delle intensità della metà sinistra e destra della CBCT sul piano medio passante per il baricentro.

Nel seguito i denti di ciascun CBCT saranno identificati mediante la numerazione crescente da sinistra alla destra mostrata in figura 4.35.



*Fig. 2.80: Numerazione dei denti della CBCT.*

*Analisi approssimata*

In questa prima operazione viene individuato, in modo grossolano, il volume in cui è contenuto il dente da segmentare.

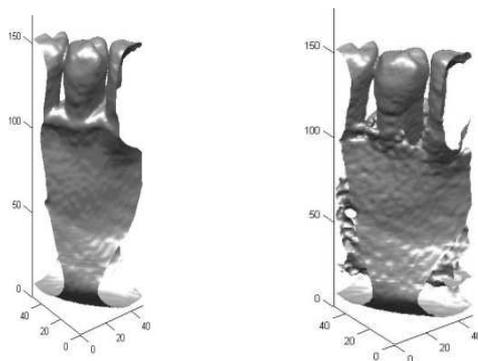
L'utente seleziona manualmente una slice sul piano trasversale dove individua il dente da analizzare e, selezionando una finestra rettangolare in modo manuale, l'algoritmo estrae il volume che lo contiene in modo da poter lavorare con una VOI di dimensioni ridotte, vedi fig. 4.36.



*Fig. 2.81: Individuazione del dente desiderato*

Il volume di interesse viene elaborato al fine di estrarre la sola parte relativa al dente. Si applica la correzione del gamma dell'immagine utilizzando il parametro  $\gamma=4$ , ricavato per via empirica, viene effettuata la segmentazione al fine di distinguere i voxel corrispondenti ai denti (foreground) e quelli corrispondenti al tessuto osseo e allo sfondo dell'immagine (back-ground).

In particolare, viene effettuata un'operazione di filtraggio passa banda selezionando un valore di soglia (threshold) e si effettua un confronto tra i valori di intensità di ciascun voxel e il valore di soglia prescelto. Se il valore di intensità del voxel è maggiore della soglia, allora viene classificato come appartenente alla zona di interesse e viceversa. In fig. 4.37 sono riportate le visualizzazioni 3D dei dati prima e dopo le operazioni di analisi approssimata.



*Fig. 2.82: Visualizzazioni 3D dei dati prima (a sinistra) e dopo (a destra) le operazioni di analisi approssimata*

In questo lavoro è stato utilizzato un unico valore soglia per tutte le CBCT, in particolare  $sg=0.1$ , determinato mediante una serie di prove preliminari. Una buona scelta della soglia porta ad una migliore separazione della parte corrispondente al dente.

#### *Primo Affinamento.*

Analogamente alla metodologia introdotta per la segmentazione dell'insieme mandibola-denti, in questa fase, per isolare il dente dal restante volume, viene applicato il metodo dei contorni attivi di Chan-veese alle immagini ottenute con l'analisi approssimata, a differenza del caso precedente si applica nella sola direzione trasversale.

Si parte da una *slice* iniziale indicata dall'utente, nella quale inserisce la linea spezzata che racchiude il contorno d'interesse, progressivamente si deforma nella direzione di maggiore variazione di tonalità di grigio, corrispondenti, nel nostro caso, con i bordi esterni dei denti. La posizione del contorno approssimativo del dente viene ridefinito iterativamente fino a raggiungere il numero massimo di iterazioni predefinito.

L'operatore individua la sezione principale (fig. 4.38) nella quale individuare il contorno iniziale (fig. 4.39) per inizializzare l'algoritmo. viene scelta come slice iniziale quella che presenta le differenze, tra la sezione del dente e lo sfondo più marcate e, dove la sezione del dente non risulta a contatto con altri elementi.



Fig. 2.83: Finestra per individuare la sezione principale.

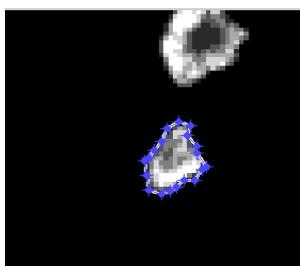


Fig. 2.84: Finestra con il contorno attivo iniziale inserito

Per ogni slice, l'algoritmo individua i voxel che costituiscono il contorno del dente, ne memorizza le posizioni, quindi si sposta sulla slice successiva, considerando per l'analisi un'area leggermente più grande di quella corrispondente al contorno determinato al passo precedente; riducendo l'area da analizzare nel seguire le variazioni di posizione e di dimensioni del dente nello spazio. Per determinare tale area, i voxel appartenenti al contorno determinato al passo precedente vengono ingranditi con un elemento strutturale di forma circolare e raggio pari ad un voxel. In fig. 4.40 è riportata la visualizzazione 3D dopo l'applicazione dell'algoritmo di affinamento sul volume ottenuto con l'analisi approssimata.

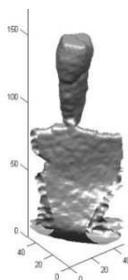


Fig. 2.85: Visualizzazione 3D dopo l'applicazione dell'algoritmo di affinamento sul volume ottenuto dopo la fase di analisi approssimata.

Si osserva che la segmentazione risulta efficace sulla parte superiore della corona,

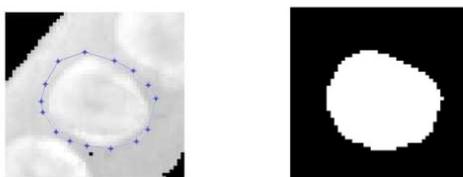
## *Determinazione degli elementi caratteristici della mandibola*

mentre in prossimità della radice una grande porzione di tessuto osseo viene identificata come appartenente al dente. Ciò è dovuto al fatto che le tonalità di grigio del dente e del tessuto osseo sono molto simili, a conferma di quanto detto nella parte introduttiva di questa argomento relativamente alla mineralizzazione dei tessuti.

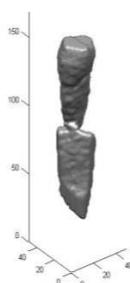
### Selezione

Applicata la fase di affinamento, si ricava dal volume risultante la maschera del dente nel piano x-y, a partire dalla *slice* riportante la somma sul piano trasversale dei voxel dell'immagine 3D (fig. 4.41 a), questa immagine bidimensionale restituisce un'informazione di massima di come l'elemento dentario si sviluppa in z. La maschera, viene ricavata su questa *slice* in modo manuale, come fatto nella fase precedente (fig. 4.41 a).

Essendo questa la sezione più grande, tutte le sezioni del dente nelle varie *slice* saranno contenute all'interno di questa maschera fig. 4.41 b; tutti i voxel di ogni slice che si trovano al di fuori di questa maschera vengono eliminati. In fig. 4.42 è mostrata la struttura ottenuta dopo l'applicazione della fase di selezione.



*Fig. 2.86: (a) Maschera iniziale selezionata dall'utente e (b) le sezioni del dente contenute all'interno della maschera.*



*Fig. 2.87: Visualizzazione 3D dopo l'applicazione della fase di selezione.*

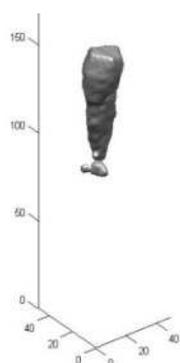
### Determinazione finale

Nella struttura ottenuta dopo l'applicazione della fase di selezione (fig. 4.42), sono ancora presenti regioni di voxels non appartenenti al dente.

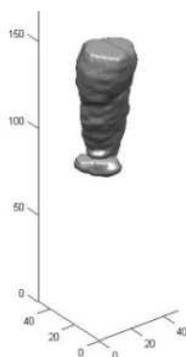
Questi elementi vengono eliminati mediante delle operazioni morfologiche applicate in modo opportuno, utilizzando come elemento strutturante un elemento di forma circolare e raggio pari a 3 voxel.

Viene separato il volume appartenente al dente dagli elementi ad esso esterni applicando al volume un'operazione di erosione per rimuovere i voxel rimasti al contorno e, si estrae l'oggetto più grande, in modo da eliminare gli elementi spuri rispetto al dente, vedi fig. 4.43.

Quindi viene applicata un'operazione di dilatazione, che aggiunge voxel al contorno del volume ottenuto, in modo da ripristinare i voxel di contorno che erano stati eliminati nella fase di erosione, vedi fig. 4.44.



*Fig. 2.88: Visualizzazione 3D dell'estrazione dell'oggetto più grande dopo la operazione di erosione.*



*Fig. 2.89: Visualizzazione 3D dell'oggetto più grande dopo la operazione di dilatazione.*

Al fine di mantenere solo i contorni d'interesse, il volume dilatato  $D_D$  viene sottratto al volume ottenuto dopo la fase di selezione  $D_{FS}$ :

$$CBCT_S = D_S - D_D \quad (4.1)$$

In tal modo i contorni esterni aggiunti con l'operazione di dilatazione assumono valori negativi e vengono posti pari a zero, i voxel in comune con il dente filtrato risultano con valore di intensità nullo, ottenendo una CBCT contenente solamente le intensità dei voxel che non appartengono al dente filtrato, come visibile in fig. 4.43. Sottraendo queste intensità a quelle dei voxel del Dente Filtrato, si ottiene il Dente finale riportato in fig. 4.44.

$$D_{Finale} = D_F - CBCT_S \quad (4.2)$$

In tutte le elaborazioni, la qualità della CBCT in termini di risoluzione spaziale, livelli di quantizzazione e presenza di rumore influisce notevolmente sul risultato dell'applicazione degli algoritmi.



Fig. 2.90. Visualizzazione 3D del volume non appartenente al dente

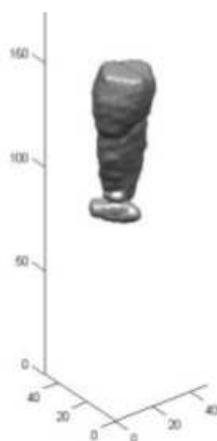


Fig. 2.91: Visualizzazione 3D del Dente Finale

## Conclusioni

---

Nel presente lavoro sono state realizzate procedure ed algoritmi di analisi automatica di immagini tridimensionali del massiccio facciale ottenute con sistemi CBCT, in grado di:

- 1) sovrapporre esami CBCT effettuati in tempi differenti;
- 2) facilitare l'individuazione dei difetti parodontali;
- 3) determinare elementi caratteristici del sistema maxillo-facciale.

L'applicazione delle procedure ha lo scopo di agevolare le analisi degli esami radiologici e di supportare il personale medico nelle diagnosi e nelle scelte terapeutiche.

Per quanto concerne le procedure di sovrapposizione, la procedura proposta effettua la sovrapposizione di 2 immagini CBCT dello stesso paziente acquisite in tempi differenti, determinando la matrice di trasformazione geometrica che, applicata all'immagine da sovrapporre, permette il suo allineamento all'immagine di riferimento. La tecnica proposta facilita l'analisi comparativa di tipo quantitativo di esami radiografici tridimensionali realizzati in tempi successivi, al fine di analizzare l'evoluzione delle patologie e verificare a distanza di tempo l'adeguatezza delle terapie.

In particolare, la registrazione viene effettuata selezionando dei punti di facile identificazione sull'immagine di riferimento (i Control Point) e determinandone la posizione nell'immagine da sovrapporre; tale posizione viene determinata utilizzando il coefficiente di correlazione tra sottoinsiemi delle immagini, centrati nei CP, nell'immagine di riferimento, e centrati nei voxel appartenenti ad opportuni volumi, nell'immagine da sovrapporre. Poiché questa tecnica è sensibile alle rotazioni eccessive e richiede tempi di calcolo molto onerosi in presenza di grandi traslazioni, prima della sua applicazione viene effettuata un'operazione di Pre-registrazione approssimata.

La Pre-registrazione è stata effettuata mediante due metodologie differenti: la

## Conclusioni

sovrapposizione degli assi principali d'inerzia e la sovrapposizione delle linee inferiori.

La sovrapposizione degli assi d'inerzia utilizza algoritmi più semplici, ma è applicabile se non sono presenti grandi variazioni della geometria del massiccio facciale, come la mancanza di diversi denti, tra le due acquisizioni.

La sovrapposizione delle linee inferiori è indipendente dalla variazione di geometria del massiccio facciale e ha l'ulteriore vantaggio di effettuare un posizionamento corretto delle mandibole all'interno dei volumi delle immagini 3D ottenute con le CBCT.

Sviluppo futuro di questa ricerca è la messa a punto di procedure per l'equalizzazione dell'immagine risultante, finalizzate ad eliminare le variazioni di intensità spurie dovute agli effetti della differente posizione del paziente nelle due acquisizioni e alle variazioni di carattere aleatorio dovuti agli strumenti di acquisizione, lasciando inalterate quelle di interesse legate alle modificazioni di densità dei tessuti. In realtà alcune promettenti procedure di equalizzazione sono state sviluppate, ma non sono state inserite nella tesi per brevità.

Per quanto concerne l'individuazione dei difetti parodontali, la procedura sviluppata è di tipo semiautomatico. L'operatore seleziona il dente da analizzare e gli algoritmi realizzano una mappa bidimensionale che rappresenta la densità dei tessuti presente nello spazio parodontale al variare della sezione longitudinale del dente e dell'angolo attorno all'asse longitudinale stesso. Tale rappresentazione permette all'operatore di identificare in modo efficace i difetti ossei nello spazio parodontale, riducendo in modo notevole i tempi di elaborazione manuale.

Il metodo è stato sviluppato utilizzando un cranio secco sul quale è stato opportunamente simulato un difetto. I risultati ottenuti sono molto positivi ed è previsto che la procedura venga testata con un'opportuna campagna di sperimentazione clinica.

Un possibile sviluppo di questa procedura è la determinazione automatica delle mappe relative a tutti i denti, con una pre-valutazione automatizzata che indichi all'operatore i denti sui quali è necessario effettuare un approfondimento.

## Conclusioni

Quest'operazione richiede che sia stata sviluppata efficacemente una procedura totalmente automatica di segmentazione degli elementi dentari.

Per quanto concerne l'individuazione degli elementi caratteristici del massiccio facciale, sono stati sviluppati algoritmi per l'individuazione automatica o semi-automatica degli elementi di maggior interesse in ambito odontoiatrico:

- l'insieme mandibola ed elementi dentari;
- la linea media della sezione della mandibola di maggiore dimensione;
- gli elementi dentari.

L'insieme mandibola ed elementi dentari viene determinato utilizzando un algoritmo di segmentazione basato sulle caratteristiche geometriche degli elementi d'interesse (modello-dipendente) in quanto, in questo caso, risulta più efficace rispetto alle procedure basate sull'analisi dei livelli di grigio. In particolare, la procedura proposta utilizza la teoria dei modelli deformabili che, applicata in maniera opportuna ai casi studio, ha permesso di identificare efficacemente i dati d'interesse clinico nell'immagine CBCT, sia pure in modo semi-automatico. La procedura è efficace anche nelle zone non ben distinguibili restituendo VOI completi e adatti a essere analizzati nelle successive fasi di caratterizzazione degli esami.

La linea media della sezione della mandibola di maggiore dimensione è un elemento geometrico utilizzato dagli odontoiatri per diverse valutazioni; in questo lavoro è stata sviluppata e testata una procedura di segmentazione totalmente automatica, applicata all'insieme mandibola-denti ottenuto con la procedura descritta precedentemente e posizionato utilizzando la geometria delle linee inferiori della mandibola. La procedura permette di ridurre i tempi di esecuzione, di ottenere risultati ripetibili e non influenzati dall'errore umano; inoltre è stato possibile sviluppare un algoritmo in grado di fornire immagini ortopantomiche determinate a partire dalle posizioni dei voxel della linea media, aventi geometria diversa da quelle classiche e in grado di fornire una rappresentazione più efficace dell'arcata mandibolare e mascellare.

Infine, per quanto concerne la segmentazione degli elementi dentari, è stata sviluppata una procedura in grado di determinare i singoli elementi dentari presenti

## Conclusioni

nell'osso mandibolare, utile per numerose applicazioni odontoiatriche. La procedura è risultata efficace anche nell'identificazione dei voxels appartenenti alle strutture ossee e ai denti in corrispondenza delle radici, che, presentando toni di grigio di intensità simile, non sono di immediata classificazione anche per un occhio esperto e ben allenato, risultando poco influenzata dall'effetto della bassa risoluzione di contrasto tipica degli esami CBCT.

Tutti gli algoritmi d'individuazione degli elementi caratteristici del massiccio facciale sono stati sviluppati solo per gli elementi relativi all'arcata inferiore: un possibile sviluppo è la modifica delle procedure per l'applicazione all'arcata superiore.

Tutte le procedure sviluppate sono state testate con un'opportuna campagna di sperimentazione, su esami CBCT, in collaborazione con radiologi e odontoiatri del Policlinico di Palermo.

## APPENDICE A

---

### ESAMI CT E CBCT

---

Negli esami di Tomografia Computerizzata (CT) a spirale tradizionale, fig. A.1 (a), mentre il corpo del paziente viene fatto avanzare progressivamente, il tubo radiogeno ruota attorno alla testa del paziente con traiettoria elicoidale ed emette un fascio molto sottile di raggi X; il sistema di rilevatori fornisce un segnale proporzionale alla densità di massa dei tessuti analizzati. Gli esami CT risultano efficaci nell'analisi dei tessuti ossei.



*Fig. A.0.1: a) Apparecchiatura CT spirale; b) apparecchiatura CBCT*

Nella Tomografia Computerizzata a fascio conico (CBCT), fig. A.1 (b), la sorgente ruota attorno all'asse cefalo caudale del paziente emettendo un fascio di raggi X di forma conica.

Tale tecnica offre complessivamente dei vantaggi rispetto alla CT tradizionale. In particolare, si dimostra superiore alla CBCT tradizionale per la maggior definizione delle immagini, per il migliore contrasto tra strutture di diversa densità (gengiva-osso), per il fatto che gli artefatti dovuti alla presenza di metallo nelle protesi a ponte o negli impianti, risultano meno accentuati.

Un altro vantaggio importante è costituito dalla minore dose di radiazioni assorbita dal paziente, in quanto il Field of View (FOV), cioè l'ampiezza dell'area esposta ai raggi X, nelle applicazioni CBCT è piuttosto ridotto e si limita alla sola area di interesse clinico, contrariamente agli ampi FOV della CT tradizionale che includono

generalmente almeno tutto il cranio del paziente.

Si stima che a parità di volume d'interesse clinico, la radiazione assorbita in un esame effettuato con CBCT sia inferiore del 20% rispetto a quello effettuato con CT. I principali svantaggi della CBCT sono costituiti dalla più bassa risoluzione temporale e, soprattutto, dalla maggiore rumorosità che implica una risoluzione di contrasto nettamente inferiore di quella tipica della CT; tale caratteristica costituisce l'ostacolo principale all'utilizzazione della CBCT nei casi in cui è importante l'individuazione di piccoli cambiamenti dell'attenuazione dei tessuti molli.

I dati acquisiti, vengono rappresentati come *matrici numeriche a tre dimensioni* o *immagini digitali tridimensionali*, il valore di ciascun elemento della matrice/immagine rappresenta in modo quantitativo la densità di massa del tessuto presente in *una porzione* del *volume analizzato* nell'esame.

In particolare, il *volume* cui si riferisce la matrice/immagine ha generalmente la forma di un parallelepipedo rettangolo, con lati paralleli ad assi di riferimento cartesiani  $x$ ,  $y$  e  $z$  (fig. A.2 a); esso è suddiviso in elementi aventi la forma di un cubo o di parallelepipedo rettangolo, detti *voxel*; minore è la dimensione del voxel, maggiore è la *risoluzione spaziale* dell'immagine. Ciascun *valore numerico* della matrice è proporzionale alla densità di massa del tessuto presente nel voxel corrispondente, vedi fig. A.2 (b).

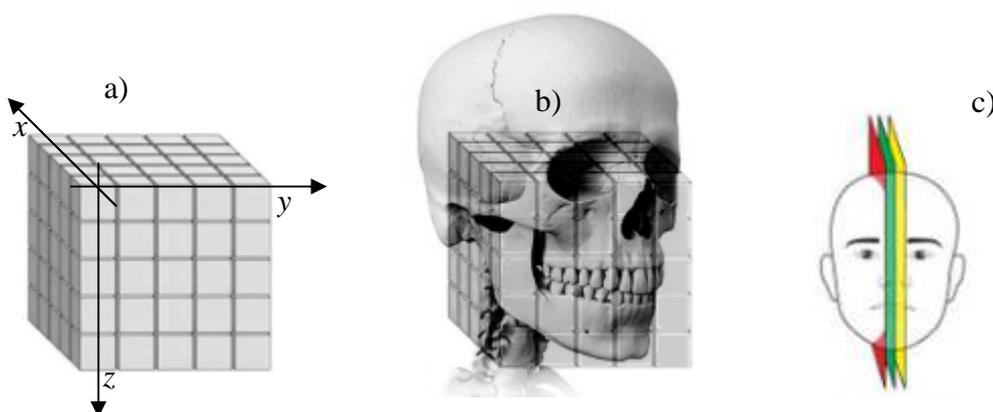


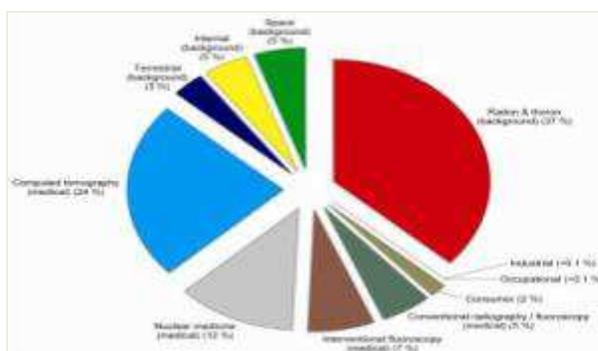
Fig. A.0.2: a) sistema d'assi matrice tridimensionale corrispondente al volume di acquisizione; b) tipo di tessuto presente nei voxel, c) Piano sagittale.

Nel caso dell'analisi del massiccio facciale è opportuno che il paziente sia posizionato in modo che il piano sagittale, (fig. A.2c), risulti parallelo ad uno dei

piani di riferimento del volume analizzato, ad esempio il piano x-z.

## Dose

Secondo uno studio condotto dall’NCRP (National Council on Radiation Protection and Measurements) la quantità di radiazioni dovute ad esami radiologici a cui era sottoposta la popolazione americana una trentina di anni fa era in media pari al 15% del totale (l’85% proveniva dal fondo naturale), con una dose assorbita pro-capite di 0,5 mSv; oggi, secondo lo stesso studio, tale quota è salita fino al 50%, con una dose assorbita di circa 3 mSv.



National Council on Radiation Protection and Measurements (NCRP) Report No. 160, Ionizing Radiation Exposure of the Population of the United States, March 2009

Il Ministero della Salute italiano stima in oltre 40 milioni il numero di esami radiologici effettuati ogni anno, di cui circa il 44% verrebbe prescritto in maniera inadeguata o inopportuna secondo un rapporto pubblicato su Radiologia Medica da Cristofaro et al. nel 2011. La diretta conseguenza di quanto enunciato si riassume nella direttiva Euratom 2013/59 che tutti gli Stati europei dovranno recepire a partire dal 2018, la quale punta a ridurre l’esposizione delle persone alle radiazioni ionizzanti ed derivanti effetti collaterali, come l’insorgenza di tumori indotti dalle radiazioni.

Tale obiettivo è perseguibile da un lato diminuendo la prescrizione di esami ridondanti o inadeguati, dall’altro migliorando l’efficacia dei metodi di acquisizione delle immagini radiologiche come peraltro caldeggiato dall’AIFM (Associazione Italiana di Fisica Medica), la quale sottolinea che “già oggi è possibile conciliare la qualità delle immagini diagnostiche con la tutela della salute del paziente, attraverso

l'adozione di apparecchiature più evolute ma anche di metodi più aggiornati sul loro utilizzo e protocolli di esecuzione ottimizzati”.

Conformemente alle linee guida dettate dall'AIFM uno studio completo e meno invasivo dal punto di vista della Dosimetria, si può ottenere utilizzando in maniera opportuna tecniche di imaging diagnostico in fase di post-processing.

## APPENDICE B

---

### TECNICA DI CORRELAZIONE

---

La tecnica DIC, che è stata messa a punto presso l'università della Carolina del Sud nell'inizio degli anni 80, consiste nel confrontare 2 immagini di una scena acquisita in tempi differenti, al fine di determinare gli spostamenti degli oggetti in essa contenuti.

Tale tecnica consente di determinare la posizione assunta da ciascun voxel appartenente all'immagine 1, nell'immagine 2.

#### **Richiami analitici sul Coefficiente di correlazione**

La tecnica DIC è basata sulla minimizzazione di un coefficiente, definito di correlazione, determinato confrontando due sottoinsiemi di intensità del voxel presi dalle immagini da analizzare, definiti subset.

Nell'applicazione della tecnica DIC, per la determinazione della posizione nell'immagine 2 del voxel  $P(x,y)$  nell'immagine 1, si confronta un subset di voxel dell'immagine 1 centrato nella posizione  $x,y$ , con dei subset aventi la stessa geometria, ma centrati nei voxel di coordinate  $x^*,y^*$  dell'immagine 2, come mostrato in fig. B.1.

Siano:

- $F(x,y)$  l'intensità del voxel  $P$  dell'immagine 1;
- $F_k=F(x+dx_k, y+dy_k)$  l'intensità dei voxel appartenenti al subset centrato nel voxel  $P$  dell'immagine 1;
- $G(x^*,y^*)=G(x+U,y+V)$  l'intensità del punto  $P^*$  dell'immagine deformata nella posizione  $x+U, y+V$ , essendo  $U$  e  $V$  degli spostamenti orizzontali e verticali del voxel;
- $G_k(U,V)=G(x^*+dx_k,y^*+dy_k)=G(x+U+dx_k,y+V+dy_k)$  l'intensità dei voxel appartenenti al subset centrato nel voxel  $P^*$  dell'immagine 2;

Affinché ci sia coincidenza tra i voxel delle due immagini, in assenza di deformazioni, si dovrebbe verificare la seguente uguaglianza per ciascun voxel dei 2

subset:

$$G(x+dx_k+U, y+dy_k+V) = F(x+dx_k, y+dy_k); \quad (B.1)$$

Cioè

$$G_k(U, V) = F_k \quad (B.2)$$

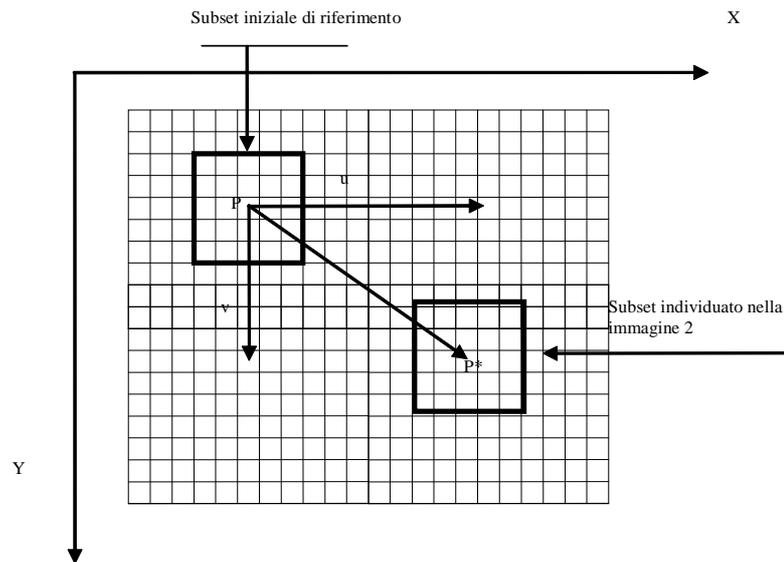


Fig. B.1: Spostamento della sub-immagine dalla configurazione di riferimento centrata in  $P(x,y)$  a quella individuata nell'immagine 2 centrata in  $P^*(x^*,y^*)$ .

Poiché in generale le (1) e (2) non vengono verificate, nella tecnica DIC si utilizza il coefficiente di correlazione normalizzato definito nel seguente modo:

$$C(U, V) = \frac{\sum_{k=1}^n \left( \frac{F_k}{\sum_{k=1}^n F_k} - \frac{G_k(U, V)}{\sum_{k=1}^n G_k(U, V)} \right)^2}{\sqrt{\sum_{k=1}^n F_k^2 \sum_{k=1}^n G_k^2(U, V)}} = 1 - \frac{\sum_{k=1}^n F_k G_k(U, V)}{\sqrt{\sum_{k=1}^n F_k^2 \sum_{k=1}^n G_k^2(U, V)}} \quad (B.3)$$

Tale coefficiente di correlazione varia tra 1 e 0, valori ai quali corrispondono rispettivamente la correlazione nulla e la correlazione massima. Essendo normalizzato rispetto all'intensità media nel subset, esso risulta poco sensibile alle variazioni di intensità luminosa indipendenti dallo spostamento.

I valori corretti dello spostamento del voxel sono quelli per i quali risulta minimo il coefficiente di correlazione.

### Applicazione all'analisi delle radiografie digitali

Confronto tra due immagini bidimensionali.

Nella presente applicazione sono stati utilizzati subset di forma circolare che hanno la caratteristica che tutti i voxel esterni del subset si trovano alla stessa distanza dal voxel centrale. La fig. B.2 riporta un esempio di finestra circolare di diametro  $D=5$ , centrata nel voxel di indice  $i=35$ , per una matrice di dimensioni 10 righe e 8 colonne.

y/x	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	11	21	31	41	51	61	71
2	2	12	22	32	42	52	62	72
3	3	13	23	33	43	53	63	73
4	4	14	24	34	44	54	64	74
5	5	15	25	35	45	55	65	75
6	6	16	26	36	46	56	66	76
7	7	17	27	37	47	57	67	77
8	8	18	28	38	48	58	68	78
8	9	19	29	39	49	59	69	79
9	10	20	30	40	50	60	70	80

Fig.: B.2: Subset circolare

Il diametro  $D$  deve essere abbastanza ampio da identificare un'area sufficientemente distinguibile. A tal fine l'area deve presentare delle ampie variazioni dell'intensità luminosa.

Nel caso della sovrapposizione di immagini, la tecnica di correlazione viene applicata nel seguente modo: dopo avere stabilito il diametro  $D$  del subset, si centra nel voxel da analizzare nell'immagine 1 (fig. B.3).

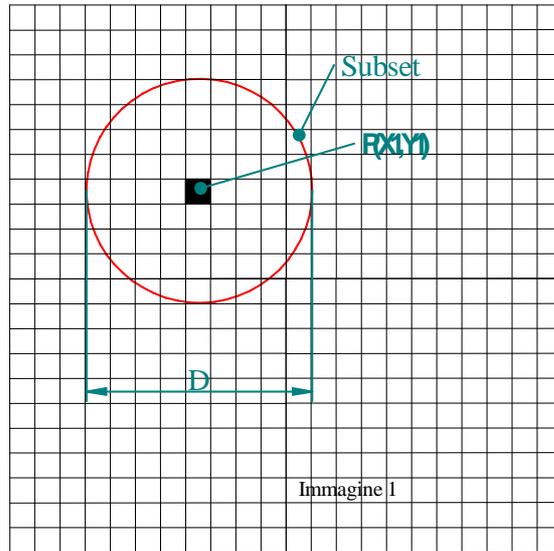


Fig. B.3: Subset A individuato sull'immagine 1.

Nell'immagine 2, si stabilisce un'area di spostamento di semiampiezza UVM (fig. B.4), entro la quale si suppone che il voxel in esame possa essersi posizionato dopo lo spostamento, centrata nel voxel avente le stesse coordinate del voxel analizzato nell'immagine 1.

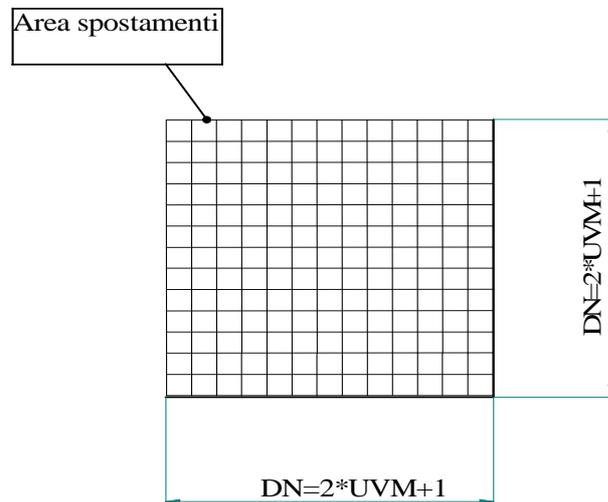
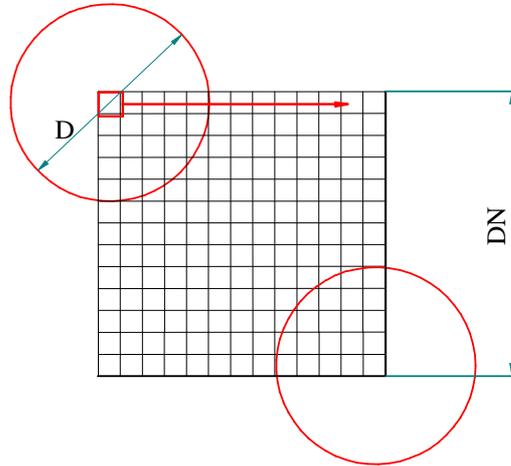


Fig. B.4: Area di spostamento di semiampiezza Uvm.

L'equazione di correlazione (B.3) viene applicata tra i voxel appartenenti al subset dell'immagine 1 e tutti i subset centrati nei voxel che si trovano all'interno dell'area di spostamento (fig. B.5). La posizione in corrispondenza della quale si verifica il

minimo valore del coefficiente di correlazione è la posizione assunta nella seconda immagine dal voxel analizzato.



*Fig. B.5: Ricerca del subset con la massima correlazione.*

Per quanto detto, al crescere della semiampiezza UVM aumenta il numero di confronti tra i subset, diminuendo da un lato la possibilità di errore, aumentando i tempi di calcolo.



## APPENDICE C

---

### MATRICE DI ROTOTRASLAZIONE

---

La matrice di Rototraslazione permette di effettuare delle trasformazioni nello spazio di un corpo (scalatura, rotazione, traslazione).

Ricordando che un punto nello spazio può essere rappresentato con due metodologie:

Coordinate cartesiane: Un punto in 3D è descritto da una terna  $P = (X, Y, Z)$ .

Coordinate omogenee: Un punto in 3D è descritto da infinite quadruple

$$P = (x, y, z, w),$$

dove

$$w \neq 0$$

$$x/w = X$$

$$y/w = Y$$

$$\text{(in 3D)} \quad z/w = Z$$

Rappresentazione canonica:  $w=1$ , dunque  $P = (X, Y, 1)$  in 2D e  $P = (X, Y, Z, 1)$  in 3D.

Nella computer graphics viene utilizzata la rappresentazione in coordinate omogenee la quale permette di rappresentare:

- punti all'infinito, le quadruple di coordinate omogenee con  $w=0$ ,  $(x, y, z, 0)$ , identificano punti all'infinito nella direzione del vettore  $(x, y, z)$ ;
- esprimere tutte le trasformazioni di coordinate in forma matriciale;

Una trasformazione in 3D è descritta da una matrice  $M_{[4 \times 4]}$ , infatti dato un punto  $P$  (4 elementi) che a seguito di una qualunque trasformazione occupa una nuova posizione nello spazio  $P'$ , questa è esprimibile dal prodotto matriciale:

$$\underline{P'} = \underline{M} \underline{P}$$

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & l & m & n \\ o & p & q & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

La matrice M si individua come prodotto delle matrice di rotazione pura  $M_r$  e traslazione pura  $M_t$ :

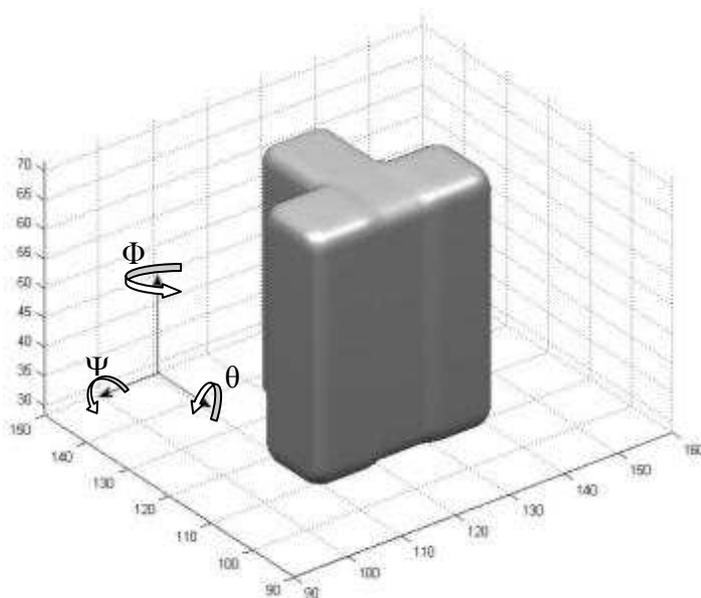
$$M = M_r \times M_t$$

La traslazione semplice è esprimibile come:

$$\underline{P'_t} = \underline{M'_t} \underline{P}$$

$$\begin{bmatrix} X'_t \\ Y'_t \\ Z'_t \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

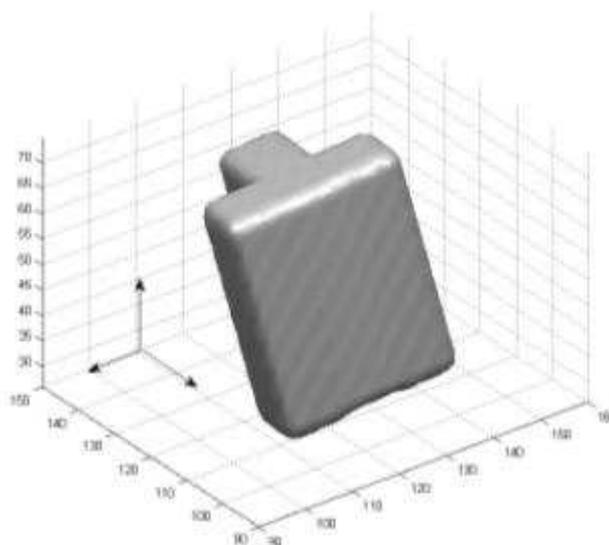
Per quanto riguarda la matrice di rotazione  $M_t$ , questa è esprimibile come il prodotto di tre matrici le quali esprimono la rotazione di un oggetto rispetto ai suoi tre assi:



$$\begin{bmatrix} X'_{rz} \\ Y'_{rz} \\ Z'_{rz} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\text{sen}(\phi) & 0 & 0 \\ \text{sen}(\phi) & \cos(\phi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X''_{ry} \\ Y''_{ry} \\ Z''_{ry} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & 0 & \text{sen}(\psi) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\text{sen}(\psi) & 0 & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X'_{rz} \\ Y'_{rz} \\ Z'_{rz} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X'''_{rx} \\ Y'''_{rx} \\ Z'''_{rx} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ 0 & \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X''_{ry} \\ Y''_{ry} \\ Z''_{ry} \\ 1 \end{bmatrix}$$



Essendo tre operazioni consecutive la matrice di rotazione può essere espressa attraverso il loro prodotto e le nuove posizioni del punto dopo la rotazione si ottengono come:

$$M_t = R_\phi R_\theta R_\psi; \quad \underline{X}''' = M_t * \underline{X}$$

## APPENDICE D

### DECOMPOSIZIONE IN VALORI SINGOLARI

Utilizzo della decomposizione in valori singolari per ottenere una matrice la matrice di rotazione a partire dagli spostamenti.

Per un oggetto che ruota nello spazio attorno ad un centro di rotazione C a partire da una posizione 1

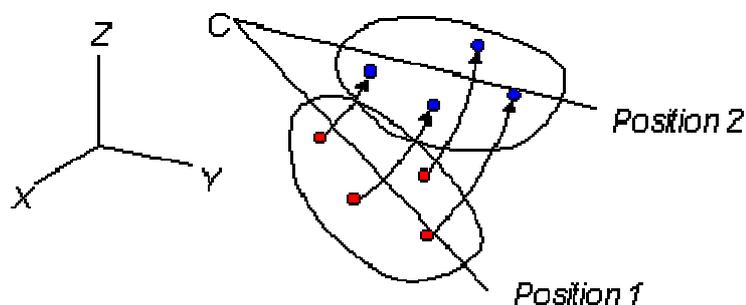


Fig. D.1: Rotazione di un corpo intorno ad un centro di rotazione.

Le relazioni tra le posizioni occupate in due istanti diversi sono esprimibili per mezzo della matrice di rotazione R ed esprimibile come segue.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_{2i} - x_c \\ y_{2i} - y_c \\ z_{2i} - z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1i} - x_c \\ y_{1i} - y_c \\ z_{1i} - z_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_{2i} - \mathbf{x}_c = \mathbf{R}(\mathbf{x}_{1i} - \mathbf{x}_c)$$

Dove ;

$[x_c, y_c, z_c]$  sono le coordinate del centro di rotazione.

$[x_{1i}, y_{1i}, z_{1i}]$  sono le posizioni del punto i alla posizione 1;

$[x_{2i}, y_{2i}, z_{2i}]$  sono le posizioni del punto i alla posizione 2;

La relazione precedente si può ricondurre a

$$\begin{bmatrix} x_{2i} - \bar{x}_2 \\ y_{2i} - \bar{y}_2 \\ z_{2i} - \bar{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1i} - \bar{x}_1 \\ y_{1i} - \bar{y}_1 \\ z_{1i} - \bar{z}_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x'_{2i} \\ y'_{2i} \\ z'_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'_{1i} \\ y'_{1i} \\ z'_{1i} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}'_{2i} = \mathbf{R} \mathbf{x}'_{1i}$$

Con:

$$\bar{x} = \frac{\sum_i x_i}{N}; \bar{y} = \frac{\sum_i y_i}{N}; \bar{z} = \frac{\sum_i z_i}{N}$$

$$\mathbf{x}'_i = [x_i - \bar{x} \quad y_i - \bar{y} \quad z_i - \bar{z}]^t$$

Dove  $N$  è il numero di punti.

$$\mathbf{x}'_{2i} - \mathbf{R} \mathbf{x}'_{1i} = 0$$

Applicando il Least Square Approach si può dimostrare che  $R$  è esprimibile in funzione del prodotto scalare tra la posizione al punto due e al punto uno:

$$R = R(x'_{2i} * x'_{1i})$$

Per l'esattezza avendo più punti si ha che:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x'_{2i} * x'_{1i} = c$$

Applicando adesso la decomposizione in valori singolari alla matrice  $C$  si ottiene:

$$c = u * w * v^t;$$

Dove

$u$  e  $v$  sono matrici ortogonali;

$w$  è una matrice diagonale contenente i valori singolari della matrice  $c$

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{R}^t \mathbf{u} \mathbf{w} \mathbf{v}^t) &= \text{tr}(\mathbf{v}^t \mathbf{R}^t \mathbf{u} \mathbf{w}) \\ &= \text{tr}\{(\mathbf{v}^t \mathbf{R}^t \mathbf{u}) \mathbf{w}\} \\ &= \text{tr}(\mathbf{c}^t \mathbf{w}) \Rightarrow \max \end{aligned}$$

dove

$$\mathbf{c}^t = \mathbf{v}^t \mathbf{R}^t \mathbf{u}$$

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{a} \mathbf{b}) &= \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \right\} \\ &= \text{tr} \left\{ \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & & \\ & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} & \\ & & a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23} + a_{33}b_{33} \end{bmatrix} \right\} \\ &= a_{11}b_{11} - a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} + a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} + a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23} - a_{33}b_{33} \\ \text{tr}(\mathbf{b} \mathbf{a}) &= b_{11}a_{11} - b_{12}a_{21} + b_{13}a_{31} + b_{21}a_{12} + b_{22}a_{22} + b_{23}a_{32} + b_{31}a_{13} + b_{32}a_{23} - b_{33}a_{33} \\ &= a_{11}b_{11} - a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} + a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} + a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23} - a_{33}b_{33} \end{aligned}$$

$$\text{tr}(\mathbf{a} \mathbf{b}) = \text{tr}(\mathbf{b} \mathbf{a}).$$

Essendo la matrice  $\mathbf{w}$  diagonale, solamente gli elementi diagonali della matrice  $\mathbf{c}^t$  possono contribuire nella traccia. Inoltre la matrice  $\mathbf{c}^t$  deve essere ortogonale perche tutte e tre le matrici che compongono  $\mathbf{c}^t$  sono ortogonali. Dunque  $\text{tr}(\mathbf{c}^t \mathbf{w})$  diventa massima quando  $\mathbf{c}^t$  è la matrice identità.

$$\mathbf{v}^t \mathbf{R}^t \mathbf{u} = \mathbf{I}$$

Sviluppando si ottiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(\mathbf{v}^t \mathbf{R}^t \mathbf{u}) \mathbf{u}^t &= \mathbf{v} \mathbf{u}^t \\ (\mathbf{v} \mathbf{v}^t) \mathbf{R}^t (\mathbf{u} \mathbf{u}^t) &= \mathbf{v} \mathbf{u}^t \\ \mathbf{R}^t &= \mathbf{v} \mathbf{u}^t \\ \mathbf{R} &= (\mathbf{v} \mathbf{u}^t)^t = \mathbf{u} \mathbf{v}^t \end{aligned}$$

La matrice che si ottiene potrebbe avere determinante uguale a meno 1,

onde evitare che questa risulti una riflessione della matrice di rotazione desiderata viene solitamente ricavata dalla seguente:

$$\mathbf{R} = \mathbf{u} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \det(\mathbf{u}\mathbf{v}^t) \end{bmatrix} \mathbf{v}^t$$

## APPENDICE E

---

### MORFOLOGIA MATEMATICA

---

La morfologia Matematica si basa sulla teoria degli insiemi ed assume in se concetti di algebra, topologia e geometria [75].

Il suo obiettivo, è mettere in luce le connessioni topologiche della struttura geometrica di un'immagine, con un elemento di confronto; tali connessioni dipendono, oltre che dalla geometria della struttura da evidenziare, anche dalla sua posizione all'interno dell'immagine da esaminare [76].

Le sue teorie e tecniche di analisi delle forme geometriche vengono utilizzate con successo in tutte le discipline scientifiche dove è richiesta l'elaborazione delle immagini, come la diagnostica medica.

L'obiettivo della morfologia matematica, è quello di estrarre informazioni topologiche e geometriche da un'immagine binaria  $A \subseteq E$ , dove con  $E$  si indica l'insieme di tutte le possibili immagini di dimensione nota, attraverso l'utilizzo di un'immagine  $B$  più piccola detta elemento strutturale (SE), di forma definibile dall'utente, che viene applicata mediante opportuni operatori ad ogni punto  $h \in A$  [77]

#### Elemento strutturale

Consideriamo un reticolo di forma quadrata e per ogni suo elemento definiamo N-vicinanza (N-neighbourhood) l'insieme dei punti del reticolo adiacenti ad un fissato punto  $P$ . Nel seguito ci riferiremo ad un' 8-vicinanza (fig. E.1). In questo contesto consideriamo come elemento strutturante un cerchio unitario di raggio pari ad un punto, che nella geometria reticolare corrisponde ad una finestra  $3 \times 3$  con punto di riferimento centrale. Equivale a dire che l'elemento strutturante è del tipo:

$$B = \bigcup_{i=1}^8 B_i \quad (E.1)$$

nella quale  $B_i$  rappresenta il punto  $i$ -esimo dell'elemento strutturante  $B$ .

Nella pratica, viene utilizzato un elemento strutturante di questo tipo a causa del suo basso costo computazionale

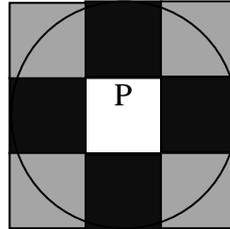


Fig. E.1: Elemento strutturante circolare di raggio unitario, centrato sul pixel  $P$

## Operatori morfologici elementari

Le operazioni elementari della morfologia matematica sono la *dilatazione* e l'*erosione*, dette anche somma e sottrazione di *Minkowski* e, l'*operatore Hit or Miss*. Dalla combinazione in maniera adeguata di erosione e dilatazione si ottengono altri due operatori ampiamente utilizzati nell'elaborazione delle immagini, questi sono le trasformazioni di apertura e di chiusura.

### Erosione

Definiamo l'erosione di  $A$  da parte di  $B$  (detta anche *differenza di Minkowski*) nel modo seguente:

$$A \ominus B = \{h \in E \mid B_h \subseteq A\}; \quad (E.2)$$

dove  $B_h$  rappresenta la traslazione dell'immagine  $B$  sul punto  $h \in A$ :

$$B_h = \{b + h \mid b \in B\}. \quad (E.3)$$

Essa rappresenta l'insieme dei punti  $h$  per cui  $B$ , centrato in  $h$ , è interamente contenuto in  $A$  può essere espressa anche:

$$A \ominus B = \bigcap_{b \in B} A_{-b} \quad (E.4)$$

L'erosione è un operatore invariante rispetto alla traslazione,

$$(A_h \ominus B) = [A \ominus B]_h, \quad (E.5)$$

ed inoltre tale che :

$$X \subseteq Y \Rightarrow X \ominus A \subseteq Y \ominus A. \quad (E.6)$$

In pratica l'elemento strutturante scorre su ogni punto dell'immagine eliminando gli elementi che non lo contengono interamente.

L'effetto visivo dell'operatore su una immagine binaria, è di erodere i contorni delle regioni dei pixel bianchi, fig. E.2, questa si restringe in dimensioni e i buchi si allargano. Questa è la diretta conseguenza del fatto che quando l'elemento strutturante B viene traslato vicino ai bordi esso non è completamente contenuto in A

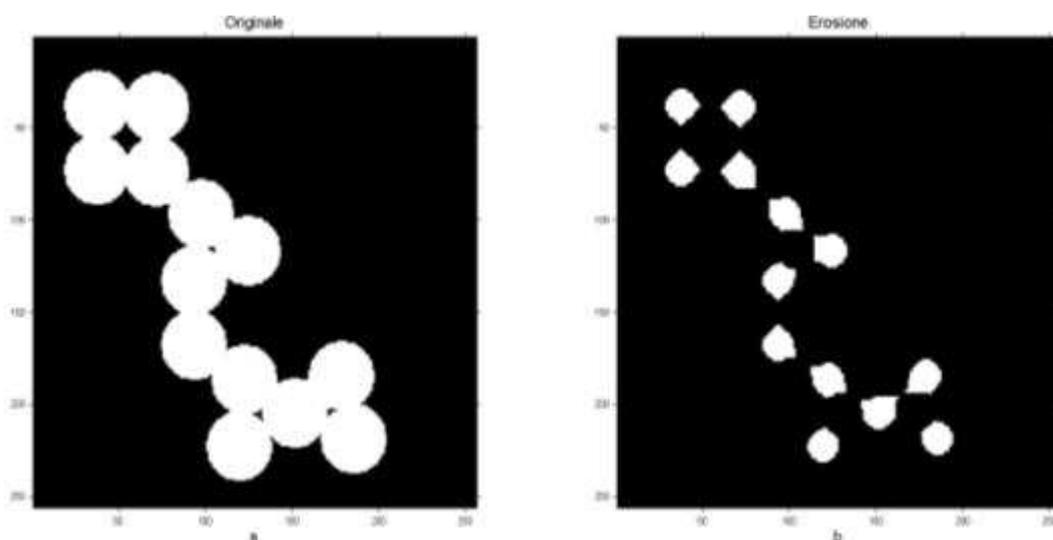


Fig. E.02: a Immagine originale, b immagine originale dopo l'applicazione di un'operazione di erosione con elemento strutturale circolare di diametro 21 pixels.

## Dilatazione

Definiamo dilatazione o *somma di Minkowski*:

$$A \oplus B = \{[h \in E[B]_h^{r \cap A} \neq \emptyset]\} \quad (E.7)$$

avendo definito  $B^r = \{-b | b \in B\}$ , riflessione di B rispetto all'origine; nel caso in cui l'elemento strutturante sia invariante rispetto alla riflessione ( $B^r = B$ ) avremo più

semplicemente:

$$A \oplus B = \{[h \in E[B]_h^{\square} \cap A \neq \emptyset]\} \quad (E.8)$$

ovvero  $A \oplus B$  è l'insieme di tutti i punti di posizione  $h$ , per cui  $B_h$  ed  $A$  hanno almeno un punto in comune.

Anche la dilatazione risulta invariante alla traslazione ed inoltre può esprimersi nel modo seguente:

$$A \oplus B = \bigcup_{b \in B} A_b \quad (E.9)$$

dilatazione di  $A$  da parte di  $B$ .

In pratica l'elemento strutturante  $B$  scorre sull'immagine di riferimento  $A$  estendendo il dominio di quest'ultima alle porzioni d'immagine che hanno almeno un punto in comune con  $A$ .

L'effetto della dilatazione su una immagine binaria, è di allargare gradualmente i contorni delle regioni di pixel diversi da zero (fig. E.3). L'area dei pixel foreground cresce in dimensione, mentre i vuoti in queste regioni diventano più piccoli

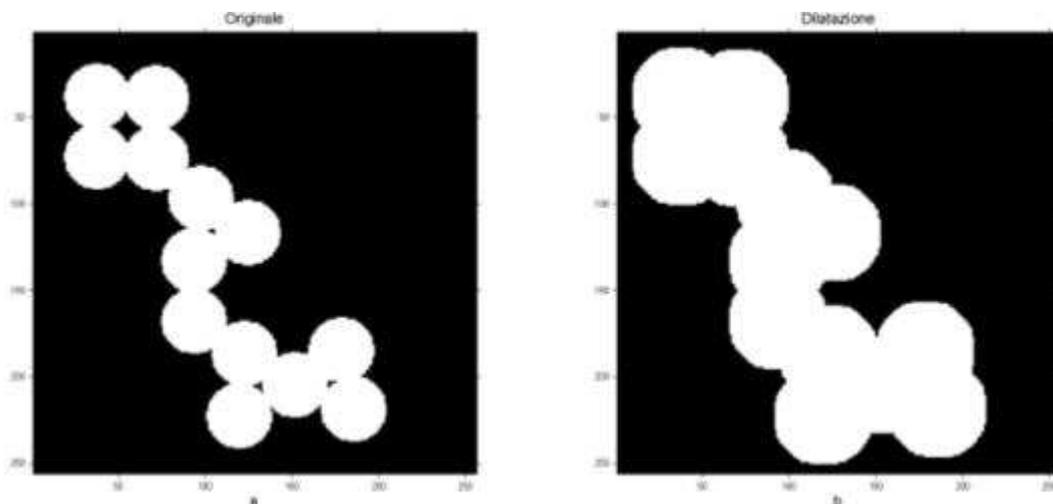


Fig. E.3: a Immagine originale, b immagine originale dopo l'applicazione di un'operazione di dilatazione con elemento strutturale circolare di diametro 21 pixels.

### Hit or Miss

Diremo che  $B_h$  colpisce  $A$  (*hits A*) se:

$$B_h \cap A \neq \emptyset \quad (E.10)$$

diremo invece che fallisce  $A$  (*misses A*) se:

$$B_{h \cap A} = \emptyset \quad (E.11)$$

L'operatore *Hit or Miss* viene definito a partire da un elemento strutturante  $B$  scomponibile in due sottoelementi  $B_1$  e  $B_2$  tali che  $B = B_1 \cup B_2$ :

$$B_1 \cap B_2 = \emptyset \quad (E.12)$$

con  $(A, B) \subseteq E$ ; ovvero:

$$A \otimes (B_1, B_2) = \{h \in E \mid B_{1h} \subseteq A, B_{2h} \subseteq A_c\}, \quad (E.13)$$

nella terminologia propria dell'elaborazione delle immagini diremo che  $A_c$  è lo sfondo dell'immagine  $A$ . Risulta evidente che per  $A \cap B \neq \emptyset$  l'immagine risultante dall'applicazione dell'operatore *Hit or Miss* è vuota. L'operatore *Hit or Miss* può essere espresso in altri termini come segue:

$$A \otimes (B_1, B_2) = (A \ominus B_1) \cap (A_c \ominus B_2) \quad (E.14)$$

e coincide con l'erosione per  $B_2 = \emptyset$ .

L'operatore hit-and-miss è utilizzato per cercare particolari patterns costituiti da pixel del foreground o del background ed è uno strumento di base per il processo di shape detection. Gli elementi strutturanti possono contenere foreground e background pixels, piuttosto che soltanto foreground pixels.

## Apertura e Chiusura

Gli operatori di apertura e chiusura si ottengono dalla semplice combinazione degli operatori dilatazione ed erosione.

### Apertura :

L'operatore opening è costituito da una erosione seguita da una dilatazione utilizzando lo stesso elemento strutturale

L'effetto dell'opening è di preservare il più possibile regioni di forma simile all'elemento strutturante (FIG. E.4), e di eliminare quelle differenti

È paragonabile ad un filtro di smoothing, il cui effetto è determinato dalla forma e

dalle dimensioni di B

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B \quad (E.15)$$

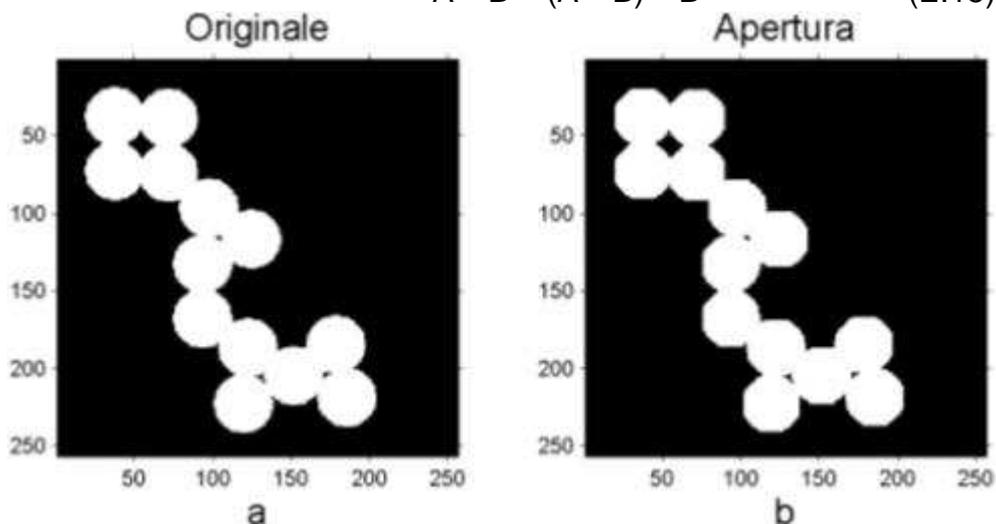


Fig. E.4: a Immagine originale, b immagine originale dopo l'applicazione di un'operazione di apertura con elemento strutturale circolare di diametro 21 pixels.

Chiusura

È determinata applicando una dilatazione seguita da un'erosione con lo stesso elemento strutturale, all'immagine originale.

L'effetto della chiusura è di chiudere gli eventuali buchi interni.

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B \quad (E.16)$$

In entrambe le formule, le parentesi evidenziano la successione delle operazioni, visto che erosione e dilatazione in genere non sono reversibili.

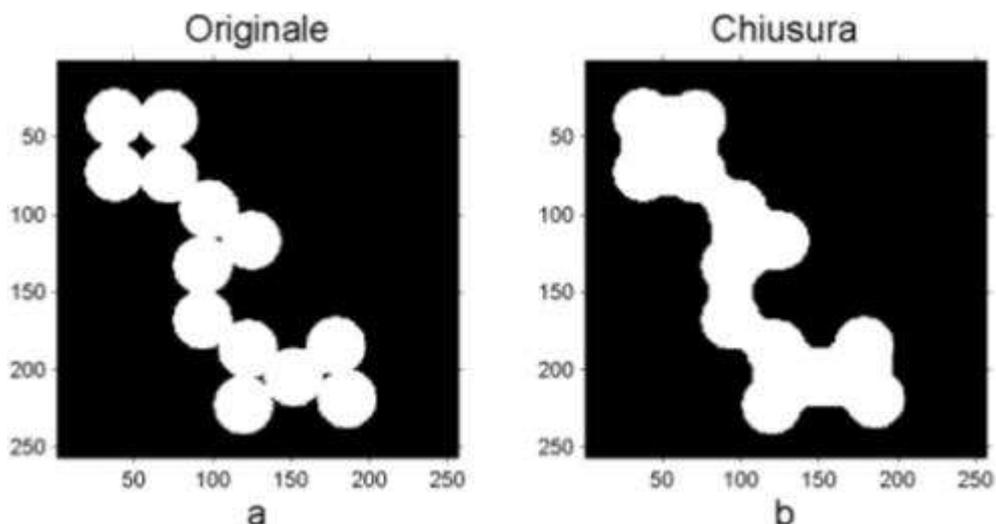


Fig. E.0: a Immagine originale, b immagine originale dopo l'applicazione di un'operazione di

*chiusura con elemento strutturale circolare di diametro 21 pixels.*

## Proprietà degli operatori morfologici

Gli operatori morfologici elementari possiedono un grande numero di proprietà che, sfruttate opportunamente, permettono di estrarre caratteristiche d'interesse da un'immagine binaria [10]. Nel seguito faremo una panoramica delle proprietà più interessanti assumendo che l'elemento strutturante sia più grande di un punto ed in particolare ci riferiremo al cerchio di raggio unitario definito precedentemente.

$$B \subset C \rightarrow A \ominus B \supset A \ominus C \quad (\text{E.17})$$

La dilatazione è commutativa ma non lo è l'erosione:

$$A \oplus B = B \oplus A, A \ominus B \neq B \ominus A \quad (\text{E.18})$$

Ciò non è un problema perché nella pratica ha senso solo erodere un oggetto più grande con uno più piccolo.

$$A^c \oplus B = (A \ominus B)^c, A \oplus B = (A^c \ominus B)^c \quad (\text{E.19})$$

ottenute complementando membro a membro ( $A^c \cup A = E$ ); ciò equivale a dire che la dilatazione dell'immagine complementare è uguale al complemento dell'erosione dell'immagine originale e il complemento dell'erosione del complemento di  $A$  è uguale alla dilatazione di  $A$ .

$$A \ominus B \subset A \subset A \oplus B \quad (\text{E.20})$$

Nel seguito indicheremo con l'esponente ( $n$ ) l' $n$ -ripetizione (iterazione) di un operatore morfologico:

$$(A \ominus B)^{(n)} \subset (A \ominus B)^{(m)}, \quad (\text{E.21})$$

con  $m < n$ .

$$(A \oplus B)^{(n)} \supseteq (A \oplus B)^{(m)} \quad (\text{E.22})$$

con  $m < n$ . Erosione e dilatazione sono trasformazioni monotone:

$$A_1 \supseteq A_2 \rightarrow A_1 \oplus B \supseteq A_2 \oplus B \quad (\text{E.23})$$

$$A_1 \supseteq A_2 \rightarrow A_1 \ominus B \supseteq A_2 \ominus B \quad (\text{E.24})$$

Ciò può esprimersi in altri termini dicendo che la relazione  $\supseteq$  tra oggetti è invariante

rispetto all'erosione, alla dilatazione, e alle sequenze di tali operazioni, come ad esempio l'apertura e la chiusura.

$$(A_1 \cap A_2) \oplus B \subseteq (A_1 \oplus B) \cap (A_2 \oplus B) \quad (E.25)$$

Se  $(A_1 \cap A_2) \oplus B$  è invertibile, l'ordine delle operazioni di dilatazione e di intersezione tra insiemi non influisce sul risultato, ciò equivale a dire che tra i membri dell'espressione precedente vale il segno di uguaglianza.

$$(A_1 \cup A_2) \ominus B \supseteq (A_1 \ominus B) \cup (A_2 \ominus B) \quad (E.26)$$

$$(A_1 \cap A_2) \ominus B = (A_1 \ominus B) \cap (A_2 \ominus B) \quad (E.27)$$

Avremo che  $A_i \ominus B = \{h \in A \mid B_h \subseteq A\}$ , con  $i = 1, 2$  e  $h \in (A_i \ominus B)$ . In definitiva  $h \in (A_1 \cap A_2)$  equivale a  $\{h \in A \mid (B_h \subset A_1) \cap (B_h \subset A_2)\}$ .

$$(A_1 \cup A_2) \oplus B = (A_1 \oplus B) \cup (A_2 \oplus B) \quad (E.28)$$

avremo, infatti, che  $A_i \oplus B = \{h : B_h \cap A_i \neq \emptyset\}$  con  $i = 1, 2$  e  $h \in (A_i \oplus B)$ . Le due proprietà seguenti sono di grande importanza pratica poichè su di esse si basano degli algoritmi veloci per la realizzazione di operatori morfologici nei sistemi commerciali.

$$A \oplus (B_1 \cup B_2) = (A \oplus B_1) \cup (A \oplus B_2) \quad (E.29)$$

conseguente alla proprietà commutatività della dilatazione.

$$A \ominus (B_1 \cup B_2) = (A \ominus B_1) \cap (A \ominus B_2) \quad (E.30)$$

essendo:

$$A \ominus B = \{h \in A \mid B_h \subset A\}$$

con  $i = 1, 2$  e  $h \in (A \ominus B_i)$  ciò significa che

$$h \in A \ominus (B_1 \cup B_2) \text{ è equivalente a } \{h \mid (B_1 h \subset A) \cap ((B_2 h \subset A))\}.$$

Un' altra proprietà degna di nota è la cosiddetta regola di concatenamento (*chain rule*) dell'erosione e della dilatazione:

$$(A \ominus B_1) \ominus B_2 = A \ominus (B_1 \oplus B_2) \quad (E.31)$$

$$(A \oplus B_1) \oplus B_2 = A \oplus (B_1 \oplus B_2) \quad (E.32)$$

Quindi l'erosione e la dilatazione mediante un elemento strutturante  $B$  bidimensionale si può ottenere tramite elementi strutturanti ad una dimensione  $B_1, B_2, \dots, B_k$  che soddisfano la condizione:

$$B = B_1 \oplus B_2 \oplus \dots \oplus B_k.$$

Questo equivale ad esplorare l'immagine per righe e per colonne e comporta degli evidenti vantaggi:

- Il peso computazionale cresce in ragione di  $2 \cdot L$  anziché di  $L^2$ , dove  $L$  è la larghezza del cerchio strutturante;

Considerando, come da ipotesi preliminare, un elemento strutturante diverso da un punto isolato, valgono le seguenti proprietà di apertura e di chiusura:

$$A \bullet B \supseteq A \quad (E.33)$$

$$A \circ B \subseteq A \quad (E.34)$$

Queste due proprietà devono la loro importanza al fatto che possono essere utilizzate per stabilire in quali casi delle immagini diverse, ottenute mediante l'applicazione di operatori morfologici, possano essere sottratte, punto per punto, l'una all'altra, senza che l'immagine risultante assuma valori di grigio negativi. Un esempio è quello relativo ad un estrattore di contorno morfologico (fig. E.6) realizzato tramite differenza di immagini:

$$EC = (A \oplus B) - (A \ominus B) \quad (E.35)$$

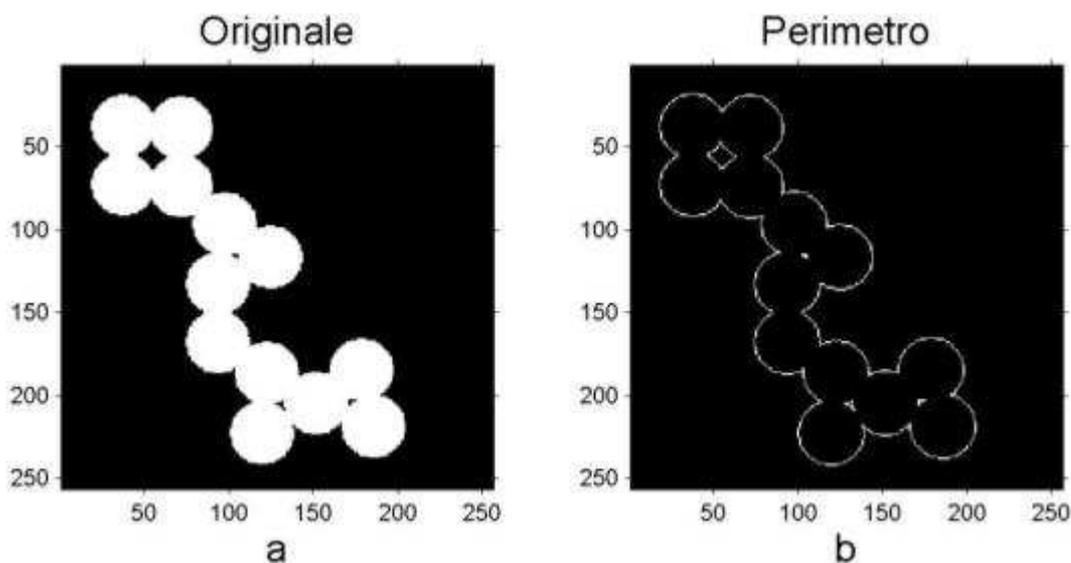


Fig. E.6: a immagine originale, b contorno degli oggetti ottenuto con E.35 ed elemento strutturante B di raggio unitario

chiaramente, le dimensioni dell'elemento strutturante determinano lo spessore dei contorni estratti.

Reversibilità degli operatori composti rispetto alle operazioni elementari.

$$A \bullet B = (A \bullet B) \bullet B \tag{E.36}$$

$$A \circ B = (A \circ B) \circ B \tag{E.37}$$

Ciò può esprimersi dicendo che il risultato di una chiusura è reversibilmente dilatabile e quello di una apertura è reversibilmente erodibile; ovvero una sequenza di aperture o di chiusure ha lo stesso effetto di una singola apertura o chiusura. È chiaro che gli operatori elementari di dilatazione e di erosione possono essere combinati tra loro ed applicati ripetutamente all'immagine da analizzare.

L'immagine A si definisce n-erosa se ottenuta iterando n operazioni consecutive di erosione e scriveremo:

$$A^{(-n)}$$

L'immagine A è n-dilatata se è ottenuta dalla iterazione di n operazioni di dilatazione e la indicheremo:

$$A^{(n)}$$

Valgono le proprietà :

$$A^{(-n)} \subset A^{(-m)} \tag{E.38}$$

$$A^{(n)} \subset A^{(m)} \tag{E.39}$$

Inoltre risulta:

$$(A^{(n)})^{(-m)} \subset (A^{(-n)})^{(m)} \tag{E.40}$$

per  $n > m$ .

In base alla sequenza di iterazioni applicate si ottengono diversi filtri (fig. E.7).

Filtraggio di tipo passa basso:

$$\text{LPF} = (A^{(r)})^{(-r)} \tag{E.41}$$

restituisce un'immagine meno definita a discapito dei particolari.

Filtraggio passa alto:

$$\text{HPF} = A - (A^{(-r)})^{(r)} \tag{E.42}$$

restituisce un'immagine con esclusivamente i dettagli a grana fine.

Infine l'effetto passa banda si ottiene nel modo seguente:

$$\text{BPF} = (A^{(n)})^{(-n)} - (A^{(m)})^{(-m)} \tag{E.43}$$

sempre per  $n > m$ .

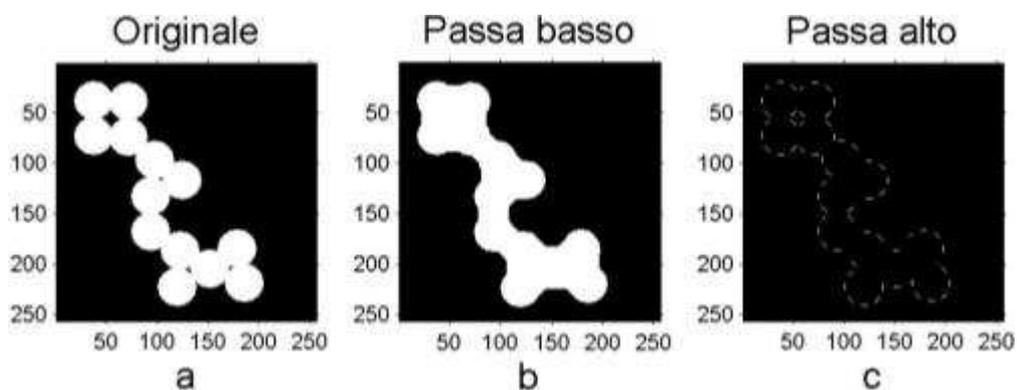


Fig. E.7: (a) immagine originale, (b) applicazione di filtro morfologico passa basso, (c) filtraggio morfologico passa alto, ottenuti con elemento strutturante di raggio 5 pixels

Questo appendice è stato scritto prendendo come suggerimento la fonte [76].

## APPENDICE F

---

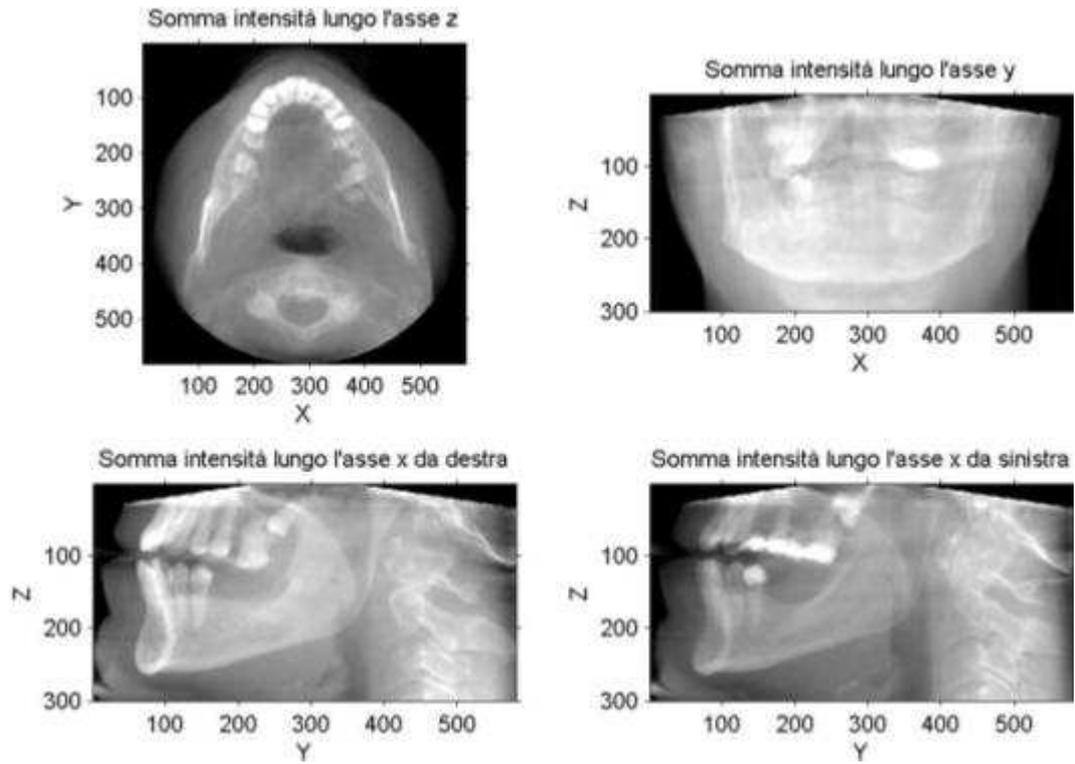
### CASI STUDIO

---

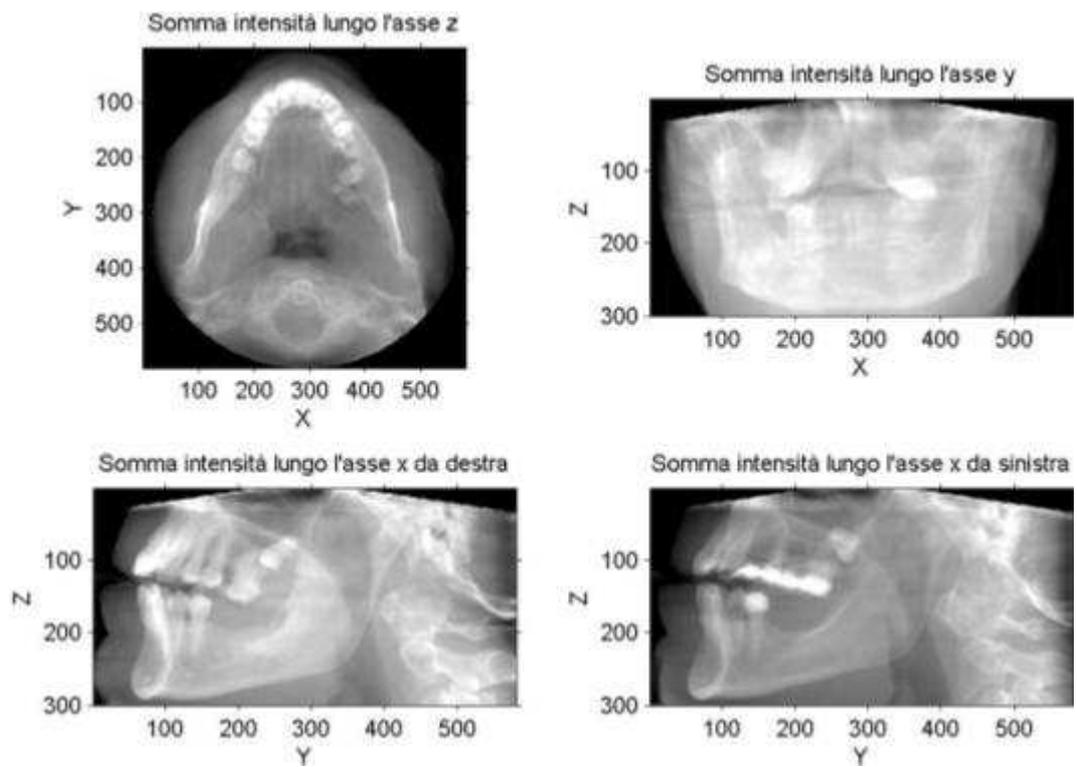
Dal Policlinico sono stati forniti 12 esami CBCT del massiccio facciale appartenenti a sei pazienti differenti.

Per ogni Caso studio analizzato si riportano le seguenti immagini:

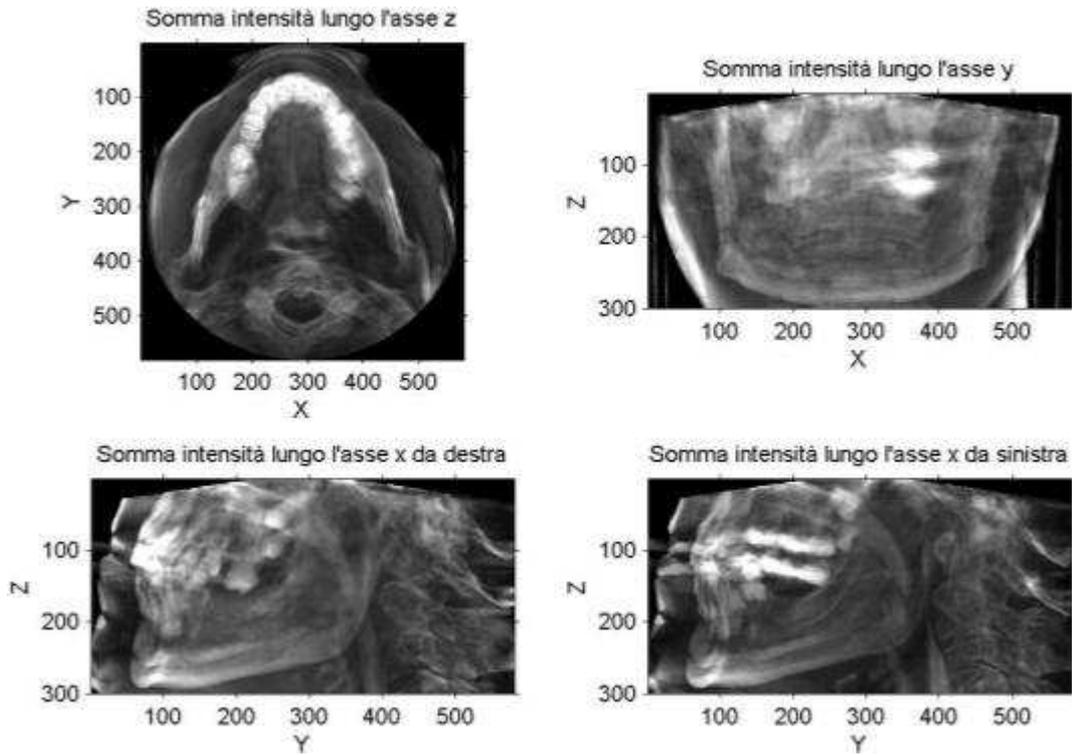
- Le 4 viste ottenute sommando le intensità lungo l'asse, per l'immagine di Riferimento;
- Le 4 viste ottenute sommando le intensità lungo l'asse, per l'immagine da Sovrapporre;
- le 4 viste ottenute sommando le intensità lungo l'asse, per l'immagine ottenuta come differenza assoluta tra l'immagine di Riferimento e da Sovrapporre;
- le 4 viste ottenute sommando le intensità lungo l'asse, per l'immagine ottenuta come differenza assoluta tra l'immagine di Riferimento e da Sovrapporre;
- le 4 viste ottenute sommando le intensità lungo l'asse, per l'immagine ottenuta come differenza assoluta tra l'immagine di Riferimento e Sovrapposta;
- le segmentazioni ottenute per l'immagine di Riferimento con le due metodologie, rispettivamente costruite con Sogliatura e Contorni Attivi;
- le segmentazioni ottenute per l'immagine da Sovrapporre con le due metodologie, rispettivamente costruite con Sogliatura e Contorni Attivi;



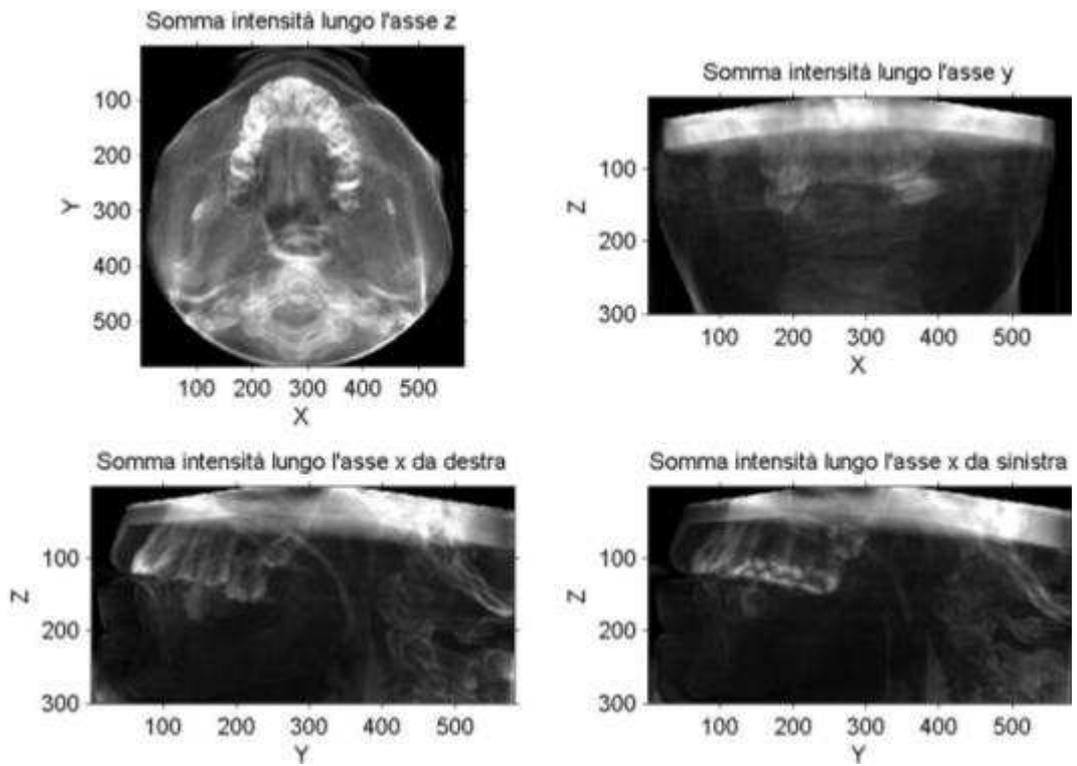
*Fig. F.3: Paziente 1, immagine di Riferimento*



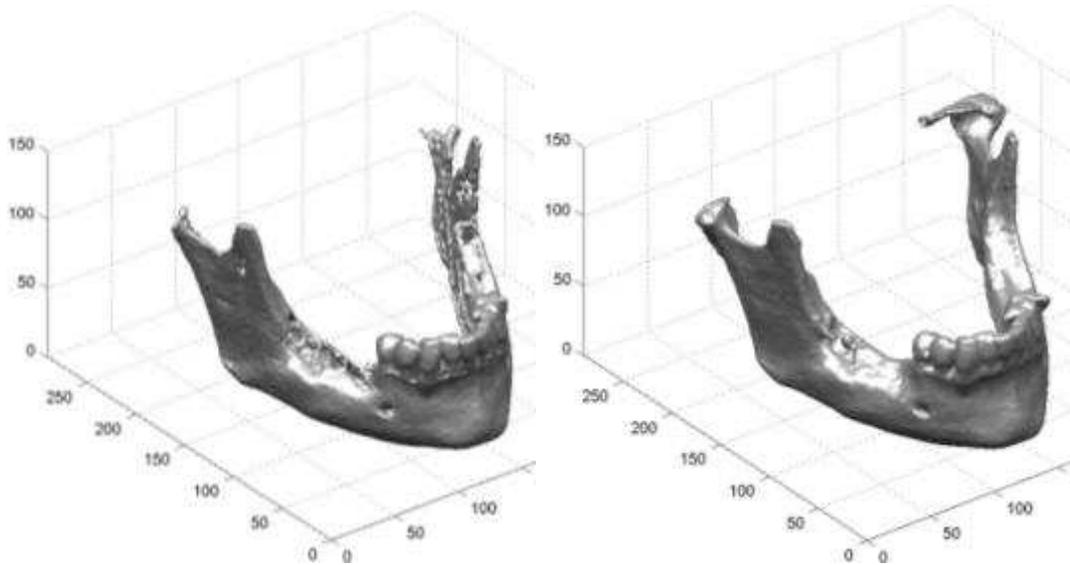
*Fig. F.4: Paziente 1, immagine da Sovrapporre*



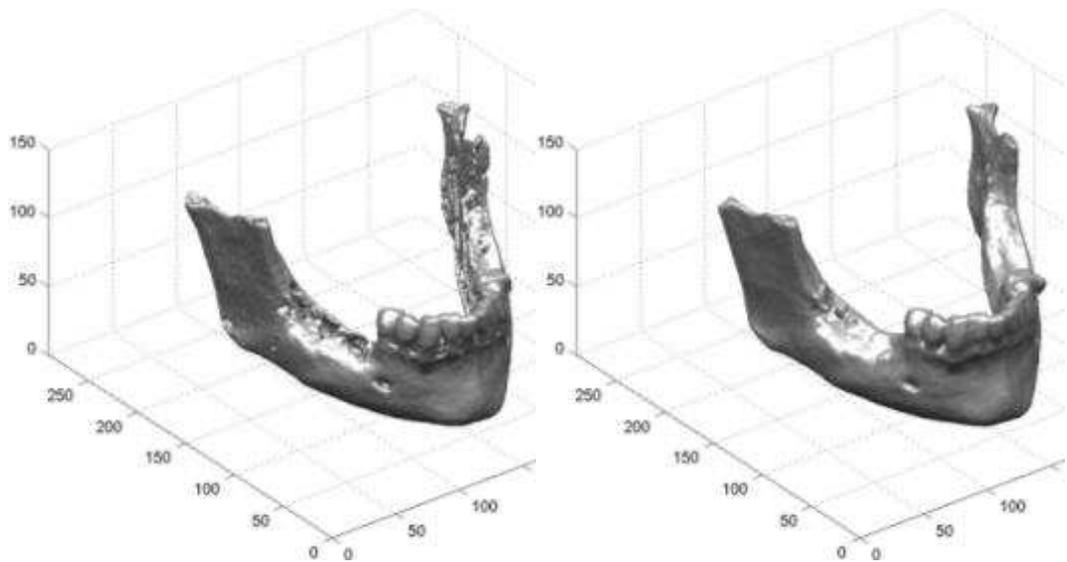
*Fig. F.5: Paziente 1, differenze assolute tra l'Immagine di Riferimento e Confronto*



*Fig. F.4: Paziente 1, differenze assolute tra l'Immagine di Riferimento e Sovrapposta*



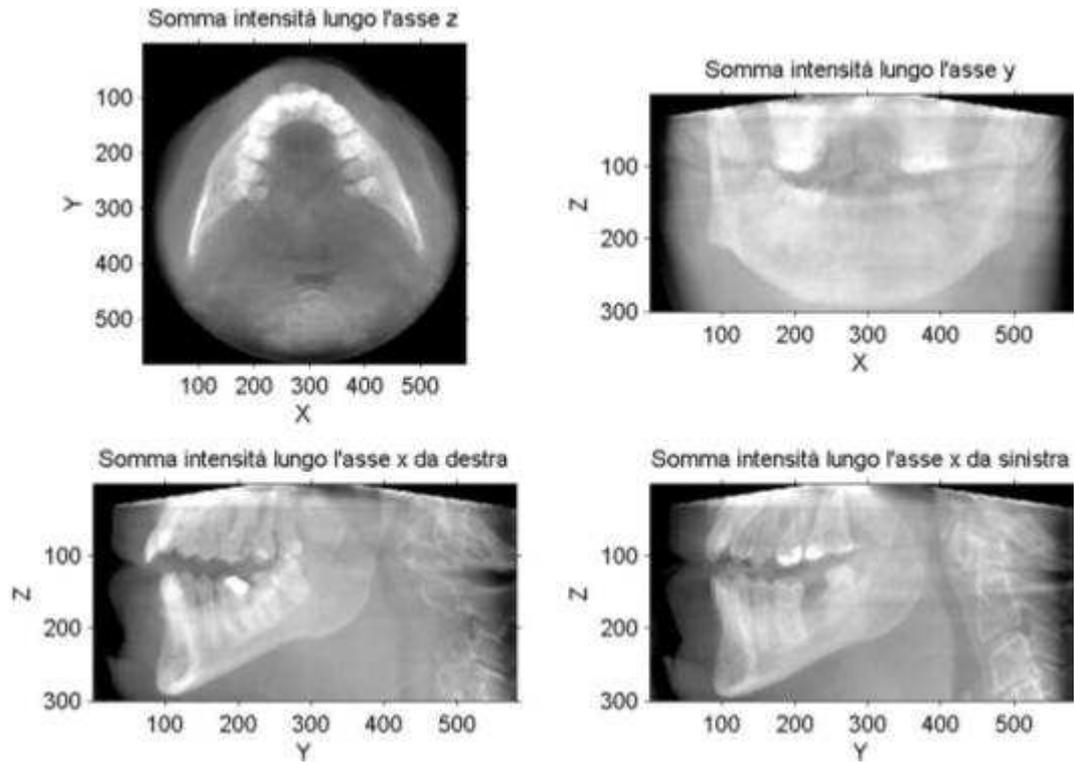
*Fig.F.5: Paziente 1, CBCT di Riferimento, (a) segmentazione basata su soglia, (b) segmentazione basata sui contorni attivi.*



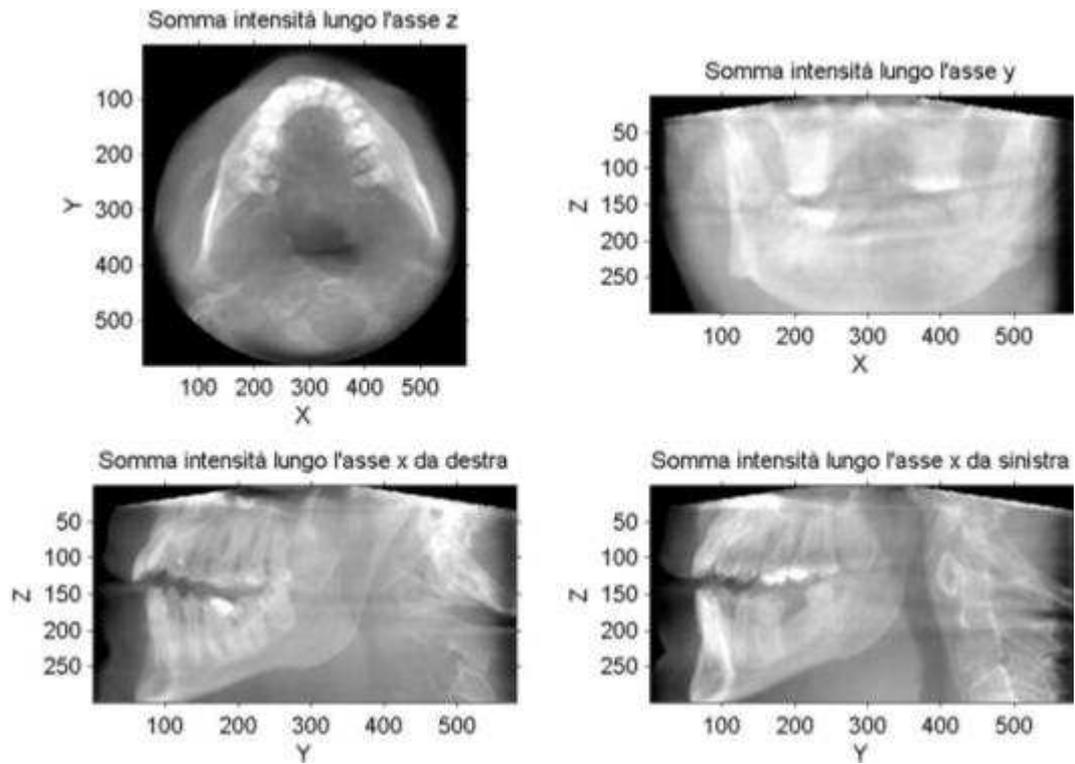
*Fig.F.6: Paziente 1, CBCT da Sovrapporre, (a) segmentazione basata su soglia, (b) segmentazione basata sui contorni attivi.*



*Fig.F.7: Paziente 1, Linea Media su Sezione maggiore per CBCT di Riferimento e da sovrapporre*



*Fig. F.8: Paziente 2, immagine di Riferimento*



*Fig. F.9: Paziente 2, immagine da Sovrapporre*

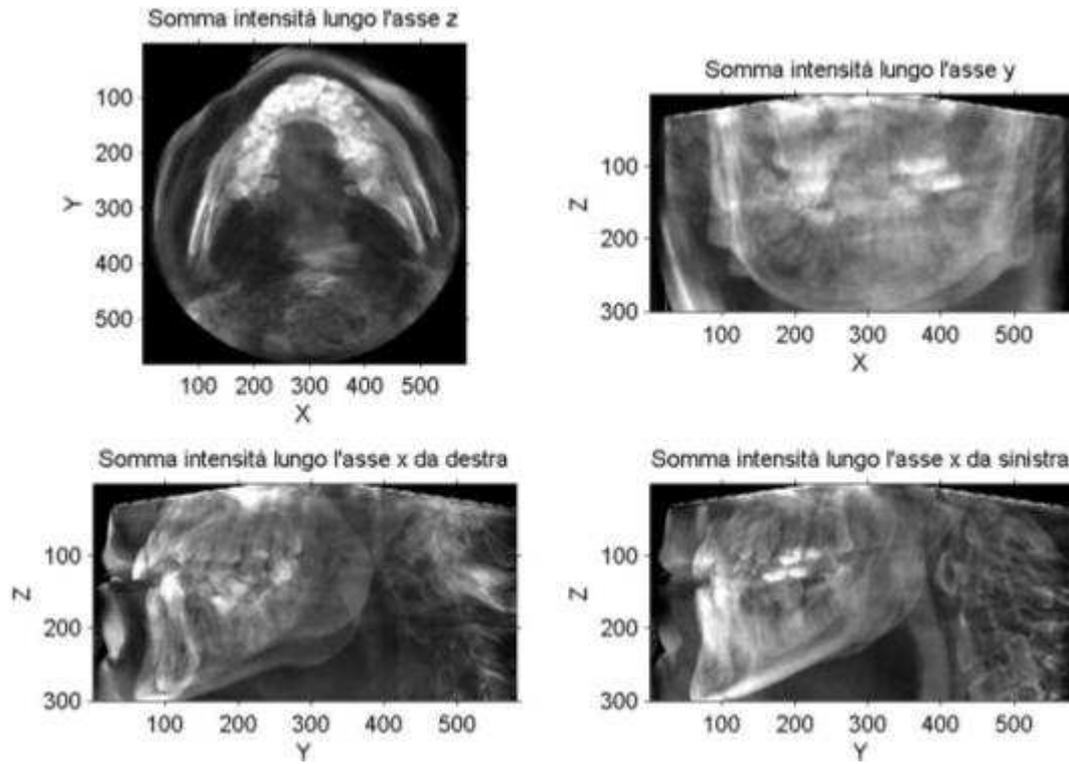


Fig. F.10: Paziente 2, differenze assolute tra l'Immagine di Riferimento e Confronto

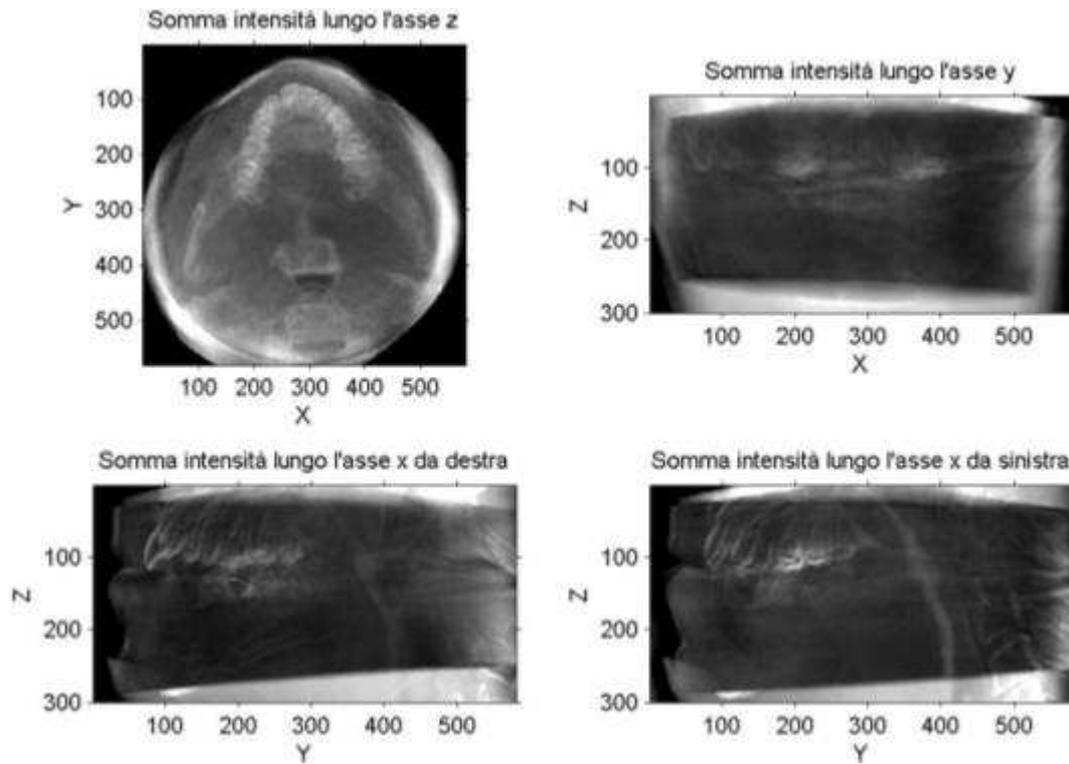
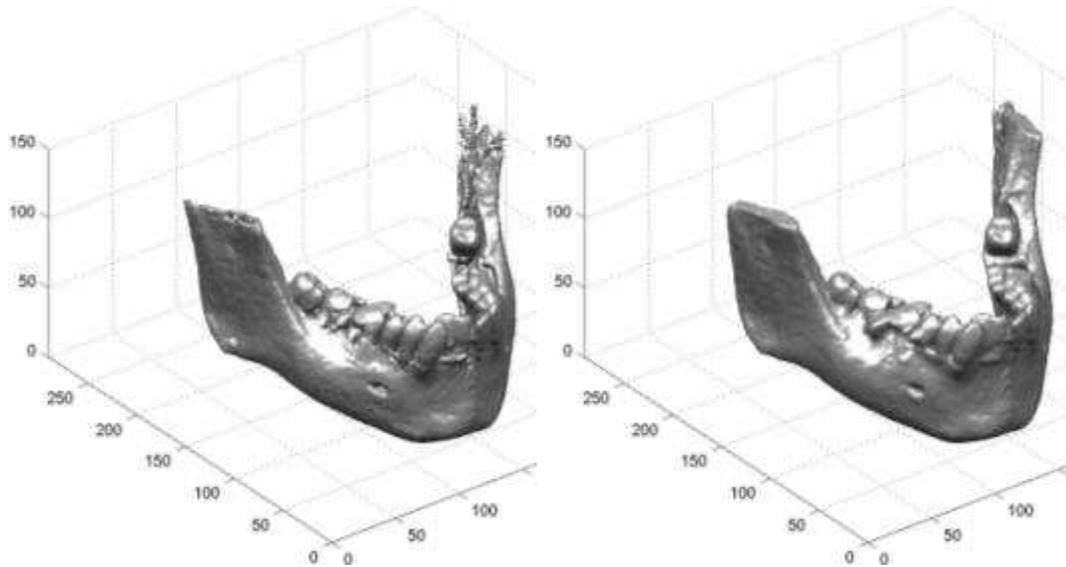
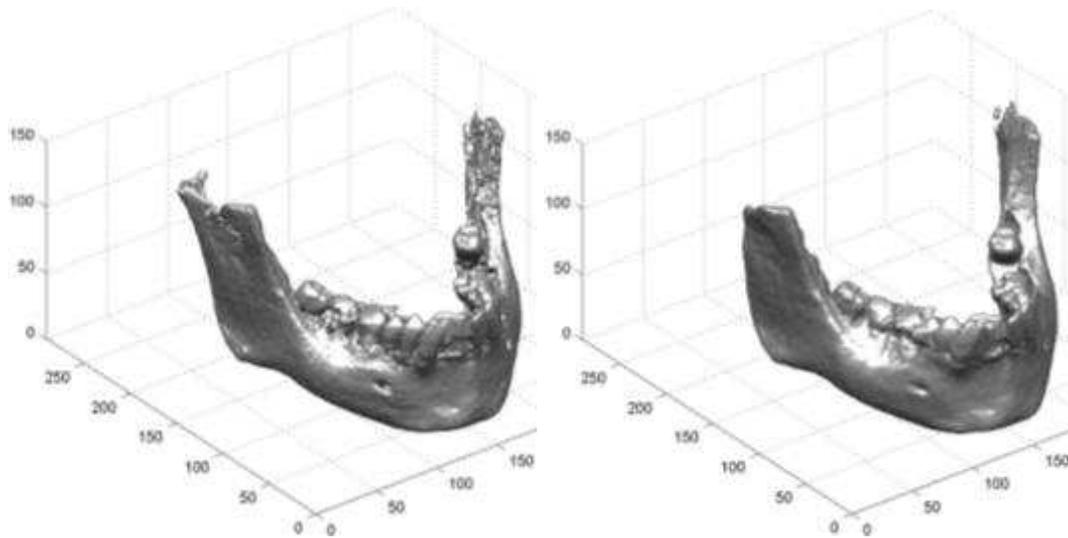


Fig. F.11: Paziente 2, differenze assolute tra l'Immagine di Riferimento e Sovrapposta



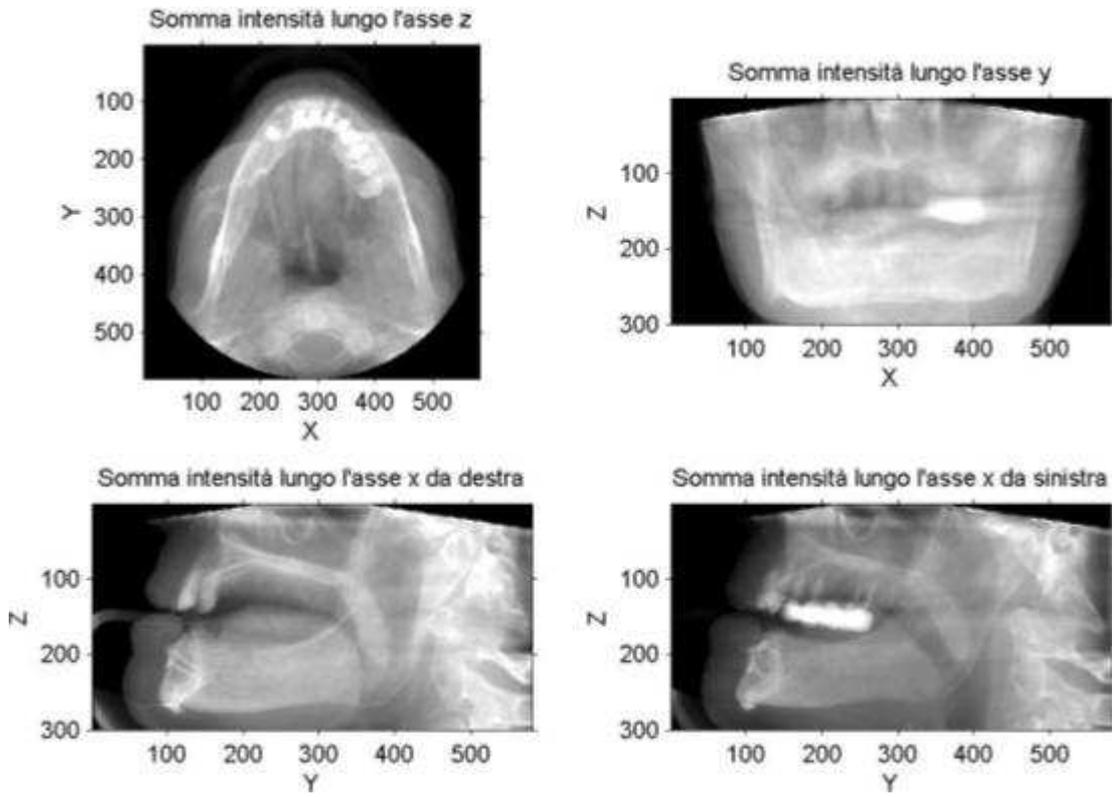
*Fig. F.12: Paziente 2, ricostruzioni CBCT di Riferimento, (a) segmentazione basata su soglia, (b) segmentazione basata sui contorni attivi.*



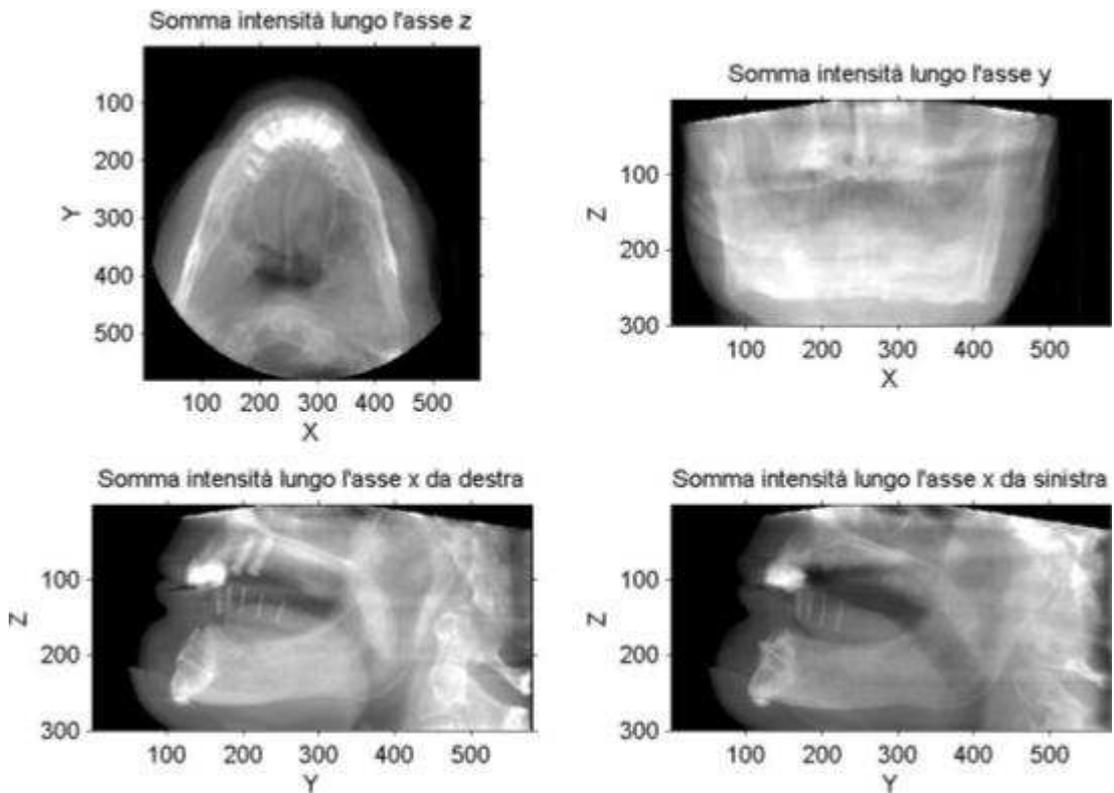
*Fig. F.13: Paziente 2, ricostruzioni CBCT da Sovrapporre, (a) segmentazione basata su soglia, (b) segmentazione basata sui contorni attivi.*



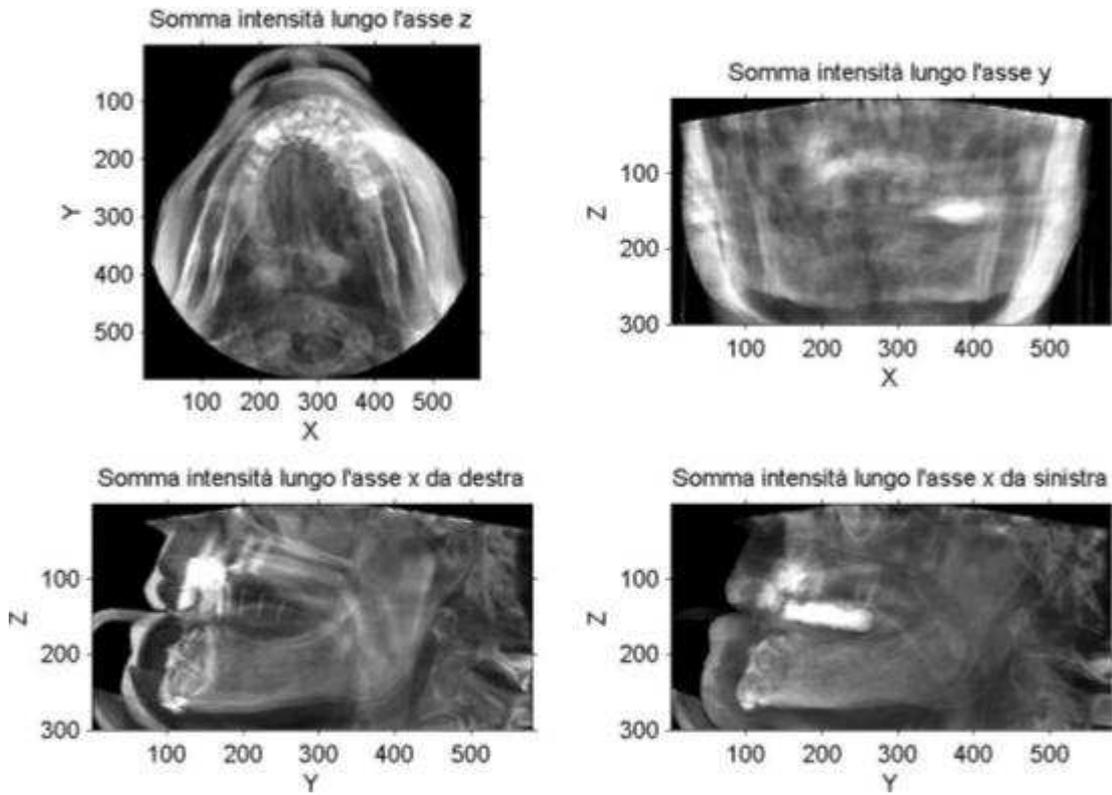
*Fig. F.14: Paziente 2, Linea Media su Sezione maggiore per CBCT di Riferimento e da sovrapporre*



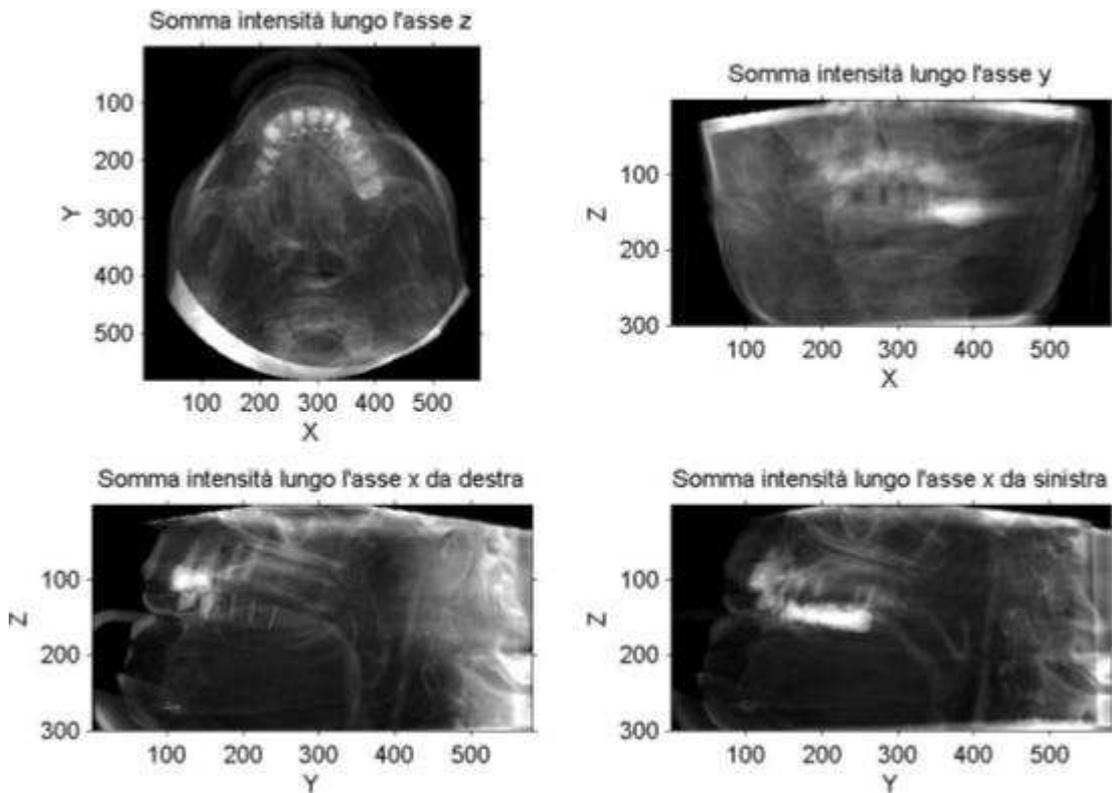
*Fig. F.15: Paziente 2, immagine di Riferimento*



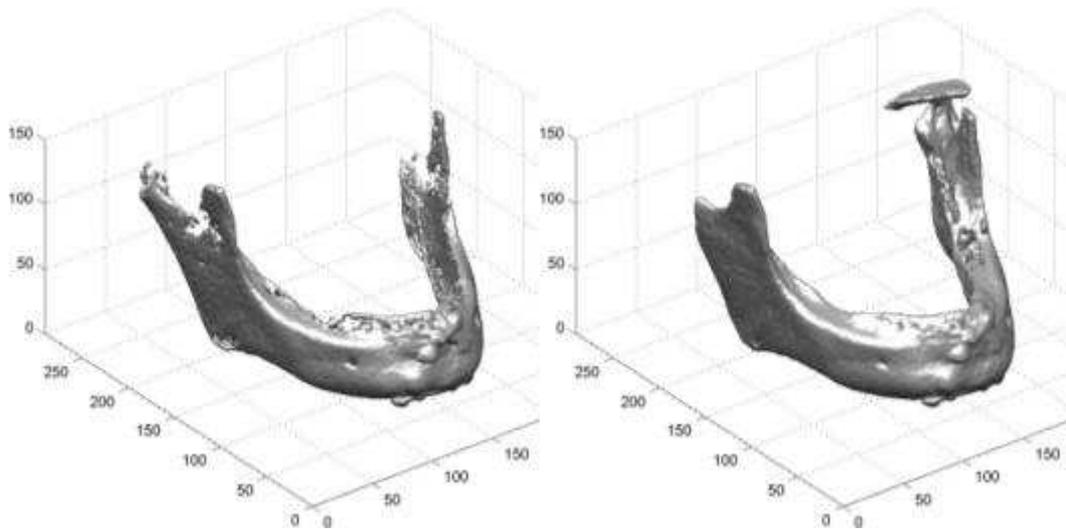
*Fig. F.16: Paziente 3, immagine da Sovrapporre*



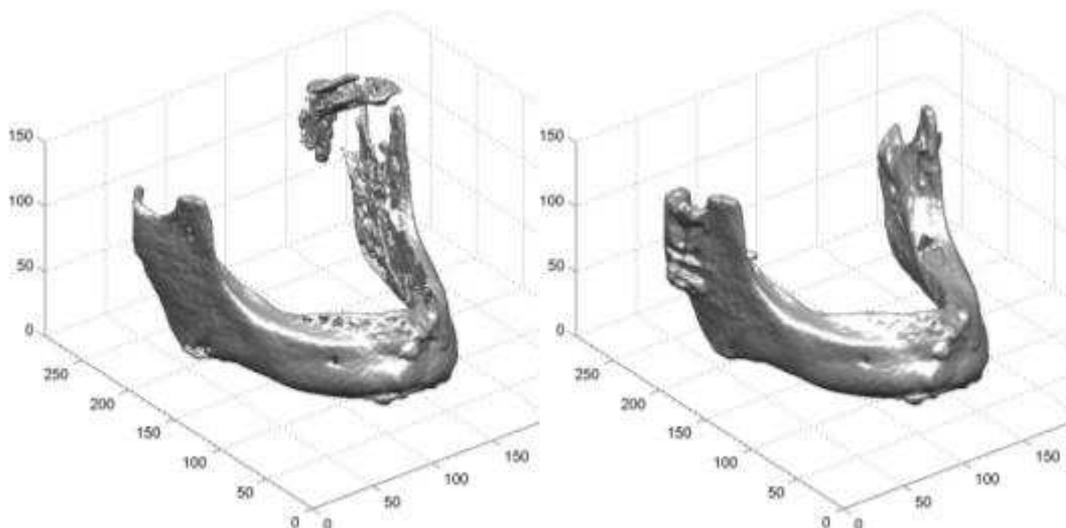
*Fig. F.17: Paziente 3, differenze assolute tra l'Immagine di Riferimento e Confronto*



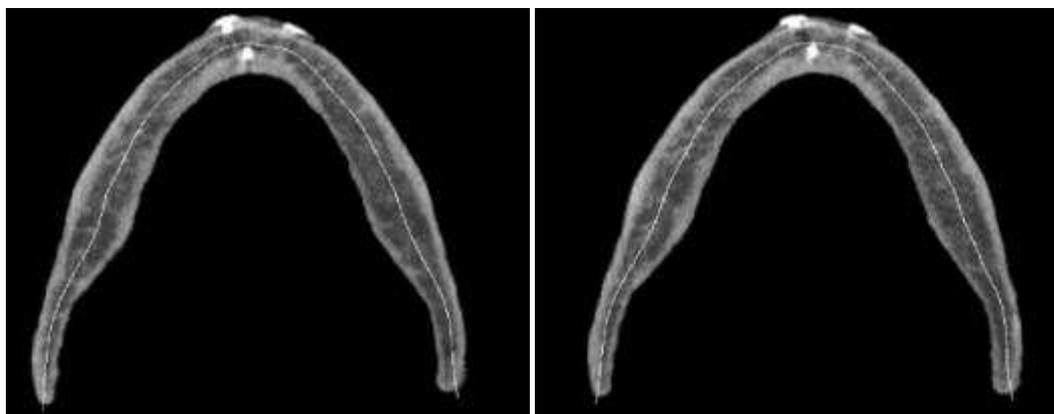
*Fig. F.18: Paziente 3, differenze assolute tra l'Immagine di Riferimento e Sovrapposta*



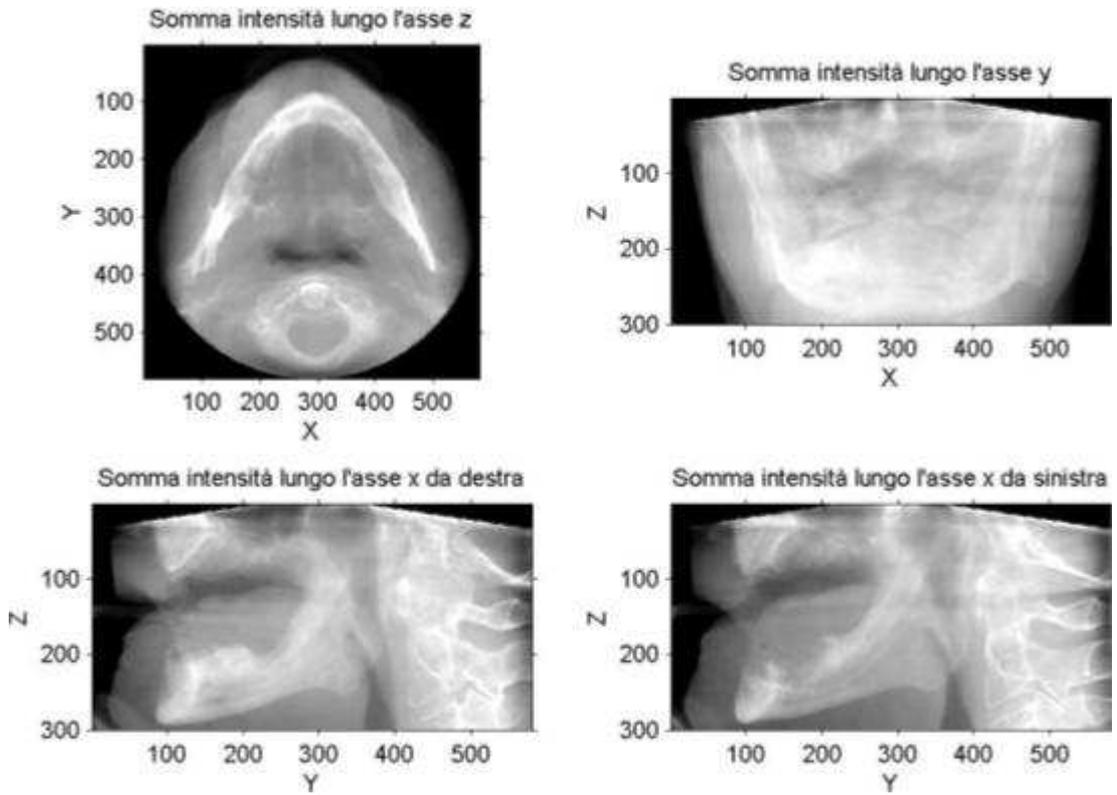
*Fig. F.19: Paziente 3, ricostruzioni CBCT di Riferimento, (a) segmentazione basata su soglia, (b) segmentazione basata sui contorni attivi.*



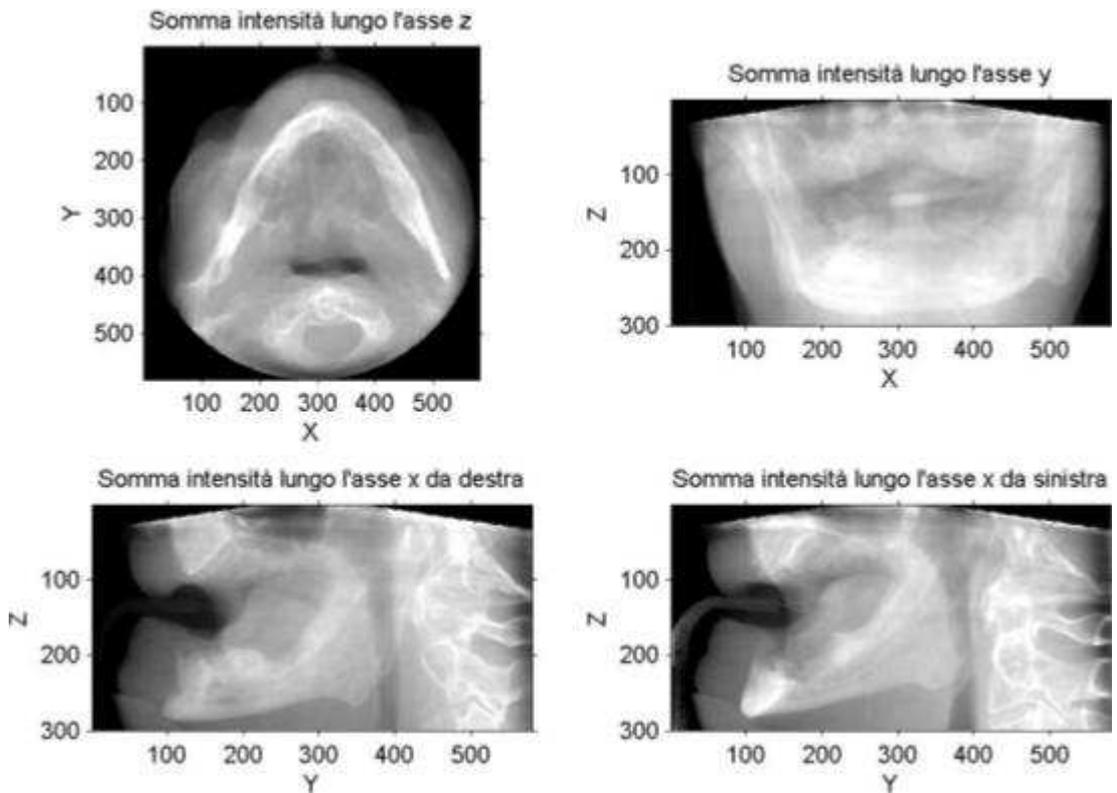
*Fig. F.20: Paziente 3, ricostruzioni CBCT da Sovrapporre, (a) segmentazione basata su soglia, (b) segmentazione basata sui contorni attivi.*



*Fig. F.21: Paziente 3, Linea Media su Sezione maggiore per CBCT di Riferimento e da sovrapporre*



*Fig. F.22: Paziente 4, immagine di Riferimento*



*Fig. F.23: Paziente 4, immagine da Sovrapporre*

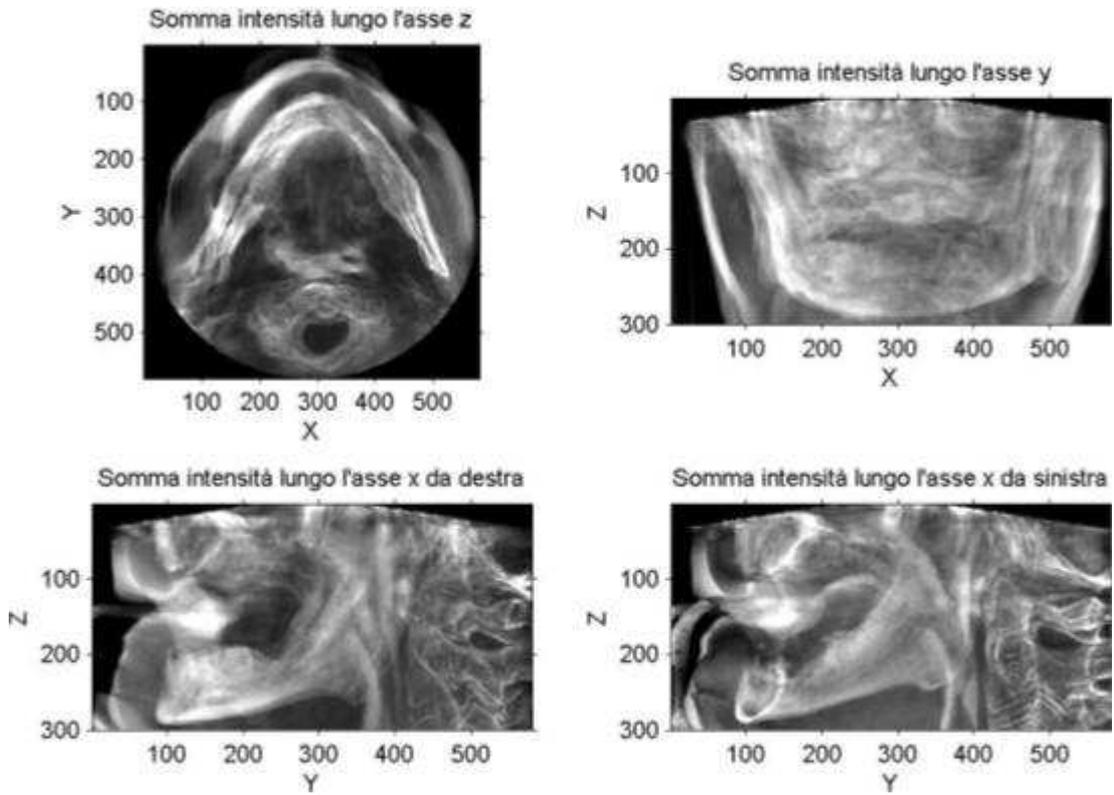


Fig. F.24: Paziente 4, differenze assolute tra l'Immagine di Riferimento e Confronto

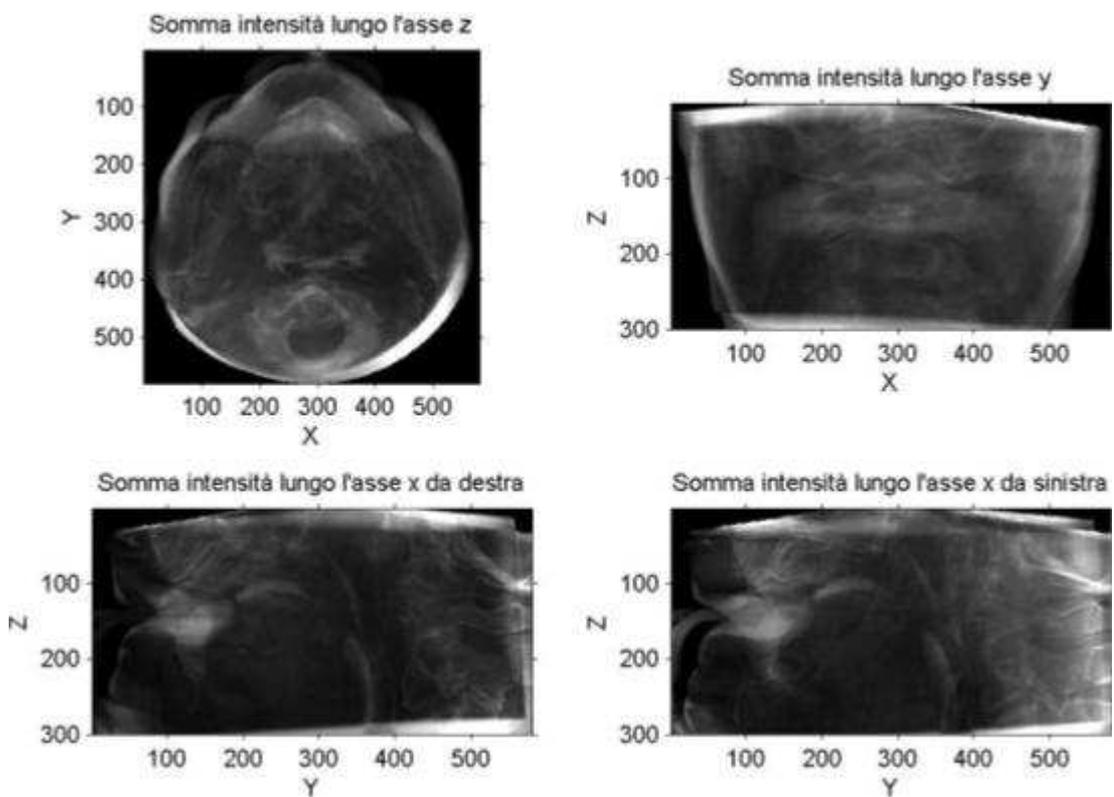
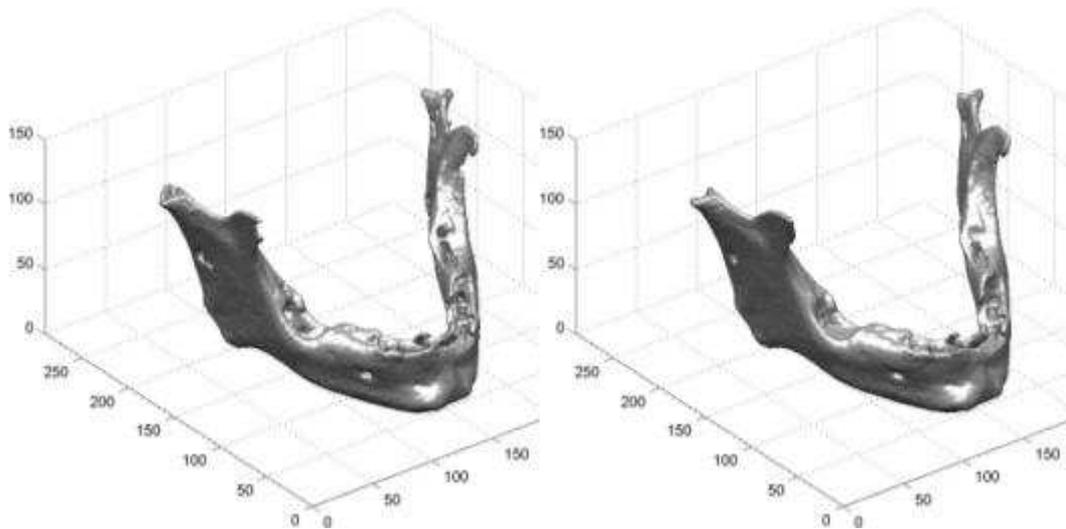
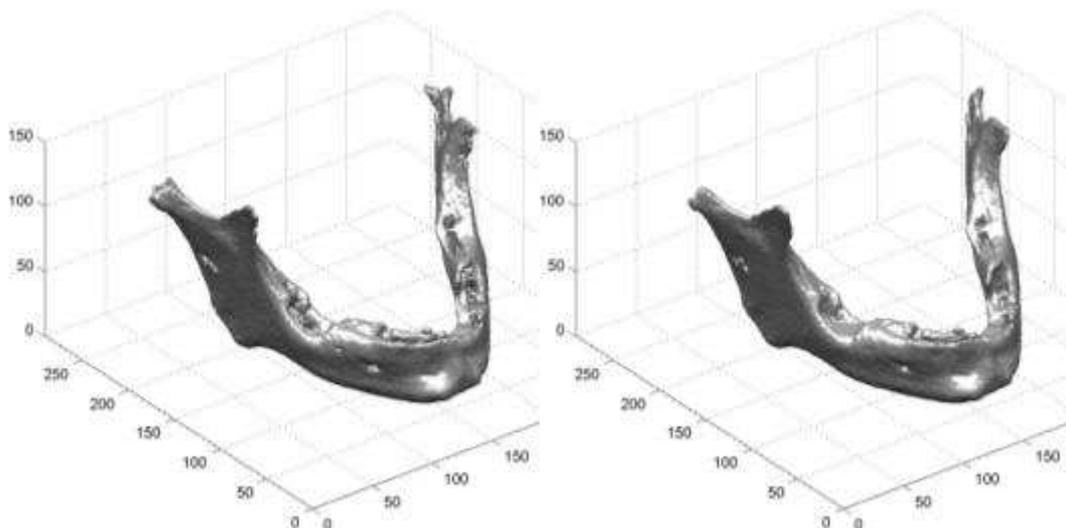


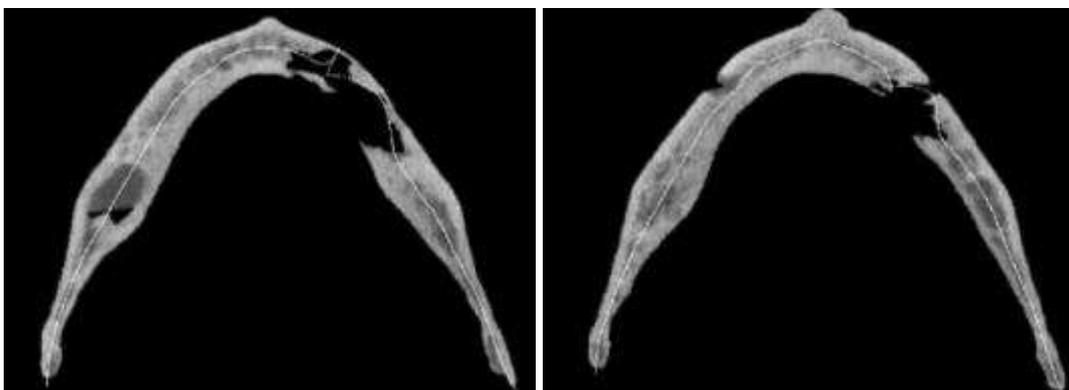
Fig. F.25: Paziente 4, differenze assolute tra l'Immagine di Riferimento e Sovrapposta



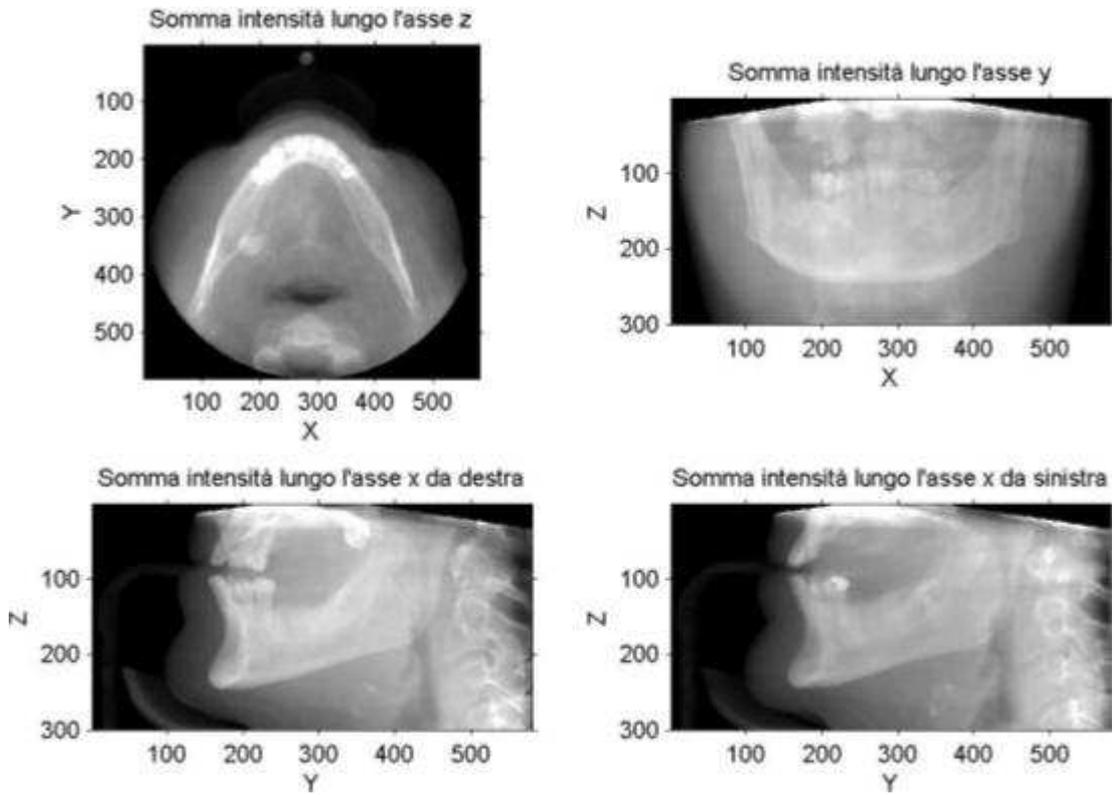
*Fig. F.26: Paziente 4, ricostruzioni CBCT di Riferimento, (a) segmentazione basata su soglia, (b) segmentazione basata sui contorni attivi.*



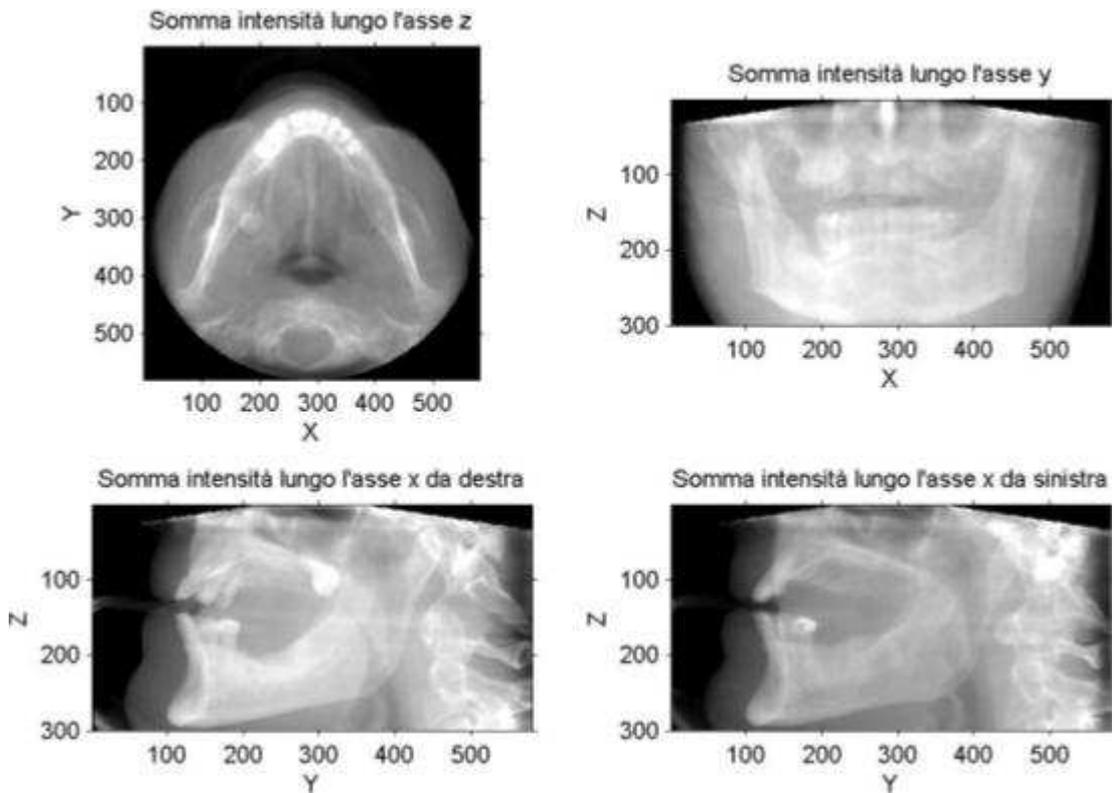
*Fig. F.27: Paziente 4, ricostruzioni CBCT da Sovrapporre, (a) segmentazione basata su soglia, (b) segmentazione basata sui contorni attivi*



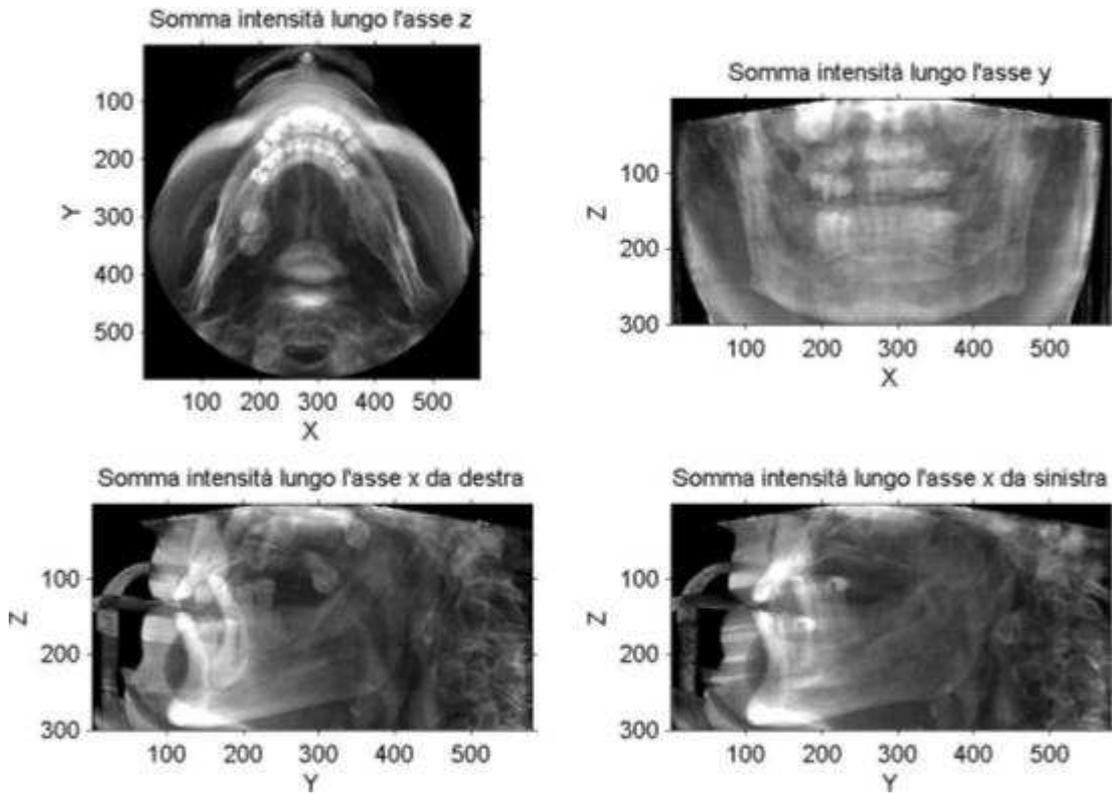
*Fig. F.28: Paziente 4, Linea Media su Sezione maggiore per CBCT di Riferimento e da sovrapporre*



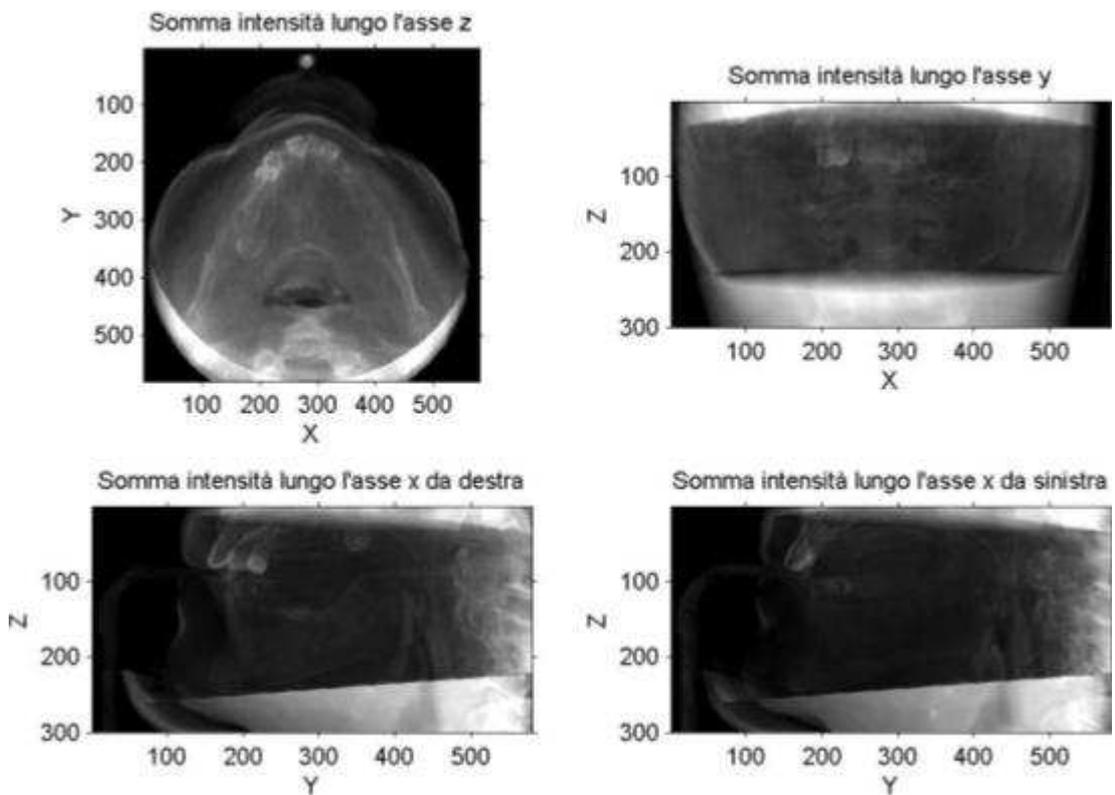
*Fig. F.29: Paziente 5, immagine di Riferimento*



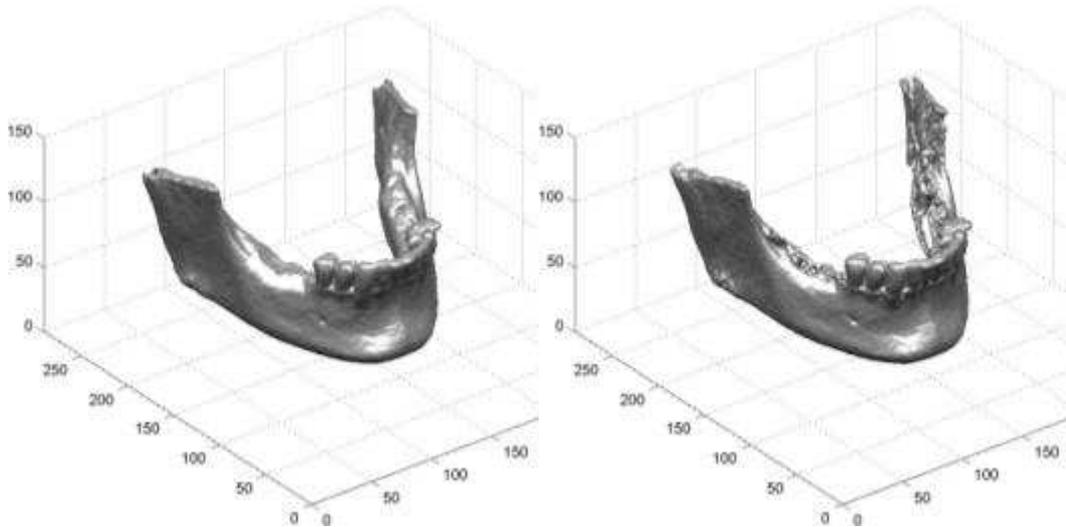
*Fig. F.30: : Paziente 5, immagine da Sovrapporre*



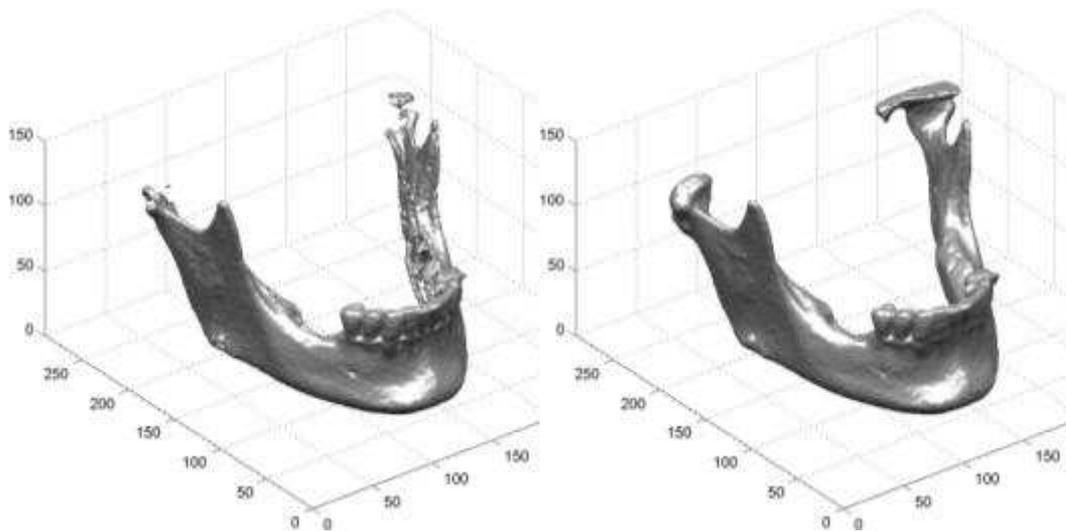
*Fig. F.31: Paziente 5, differenze assolute tra l'Immagine di Riferimento e Confronto*



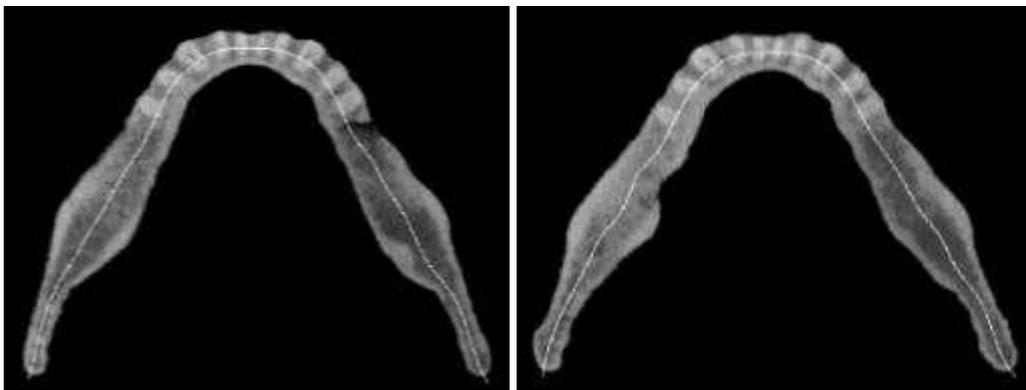
*Fig.F.32: Paziente 5, differenze assolute tra l'Immagine di Riferimento e Sovrapposta*



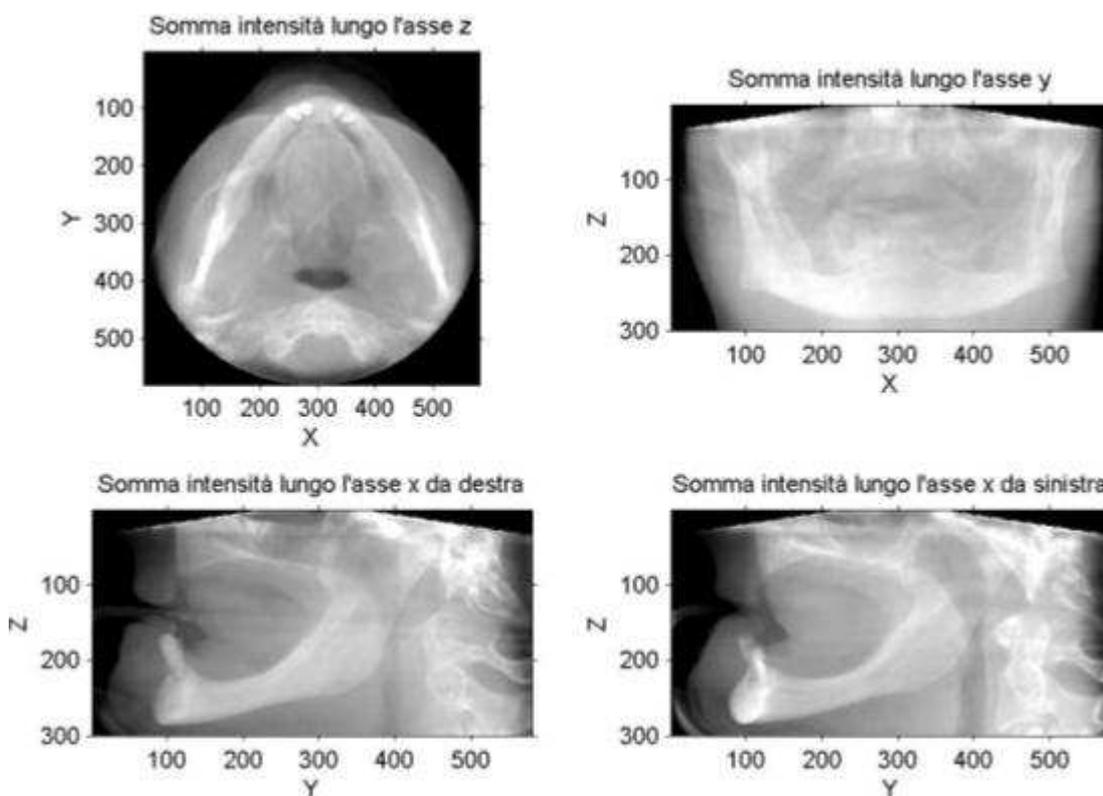
*Fig. F.33: Paziente 5, ricostruzioni CBCT di Riferimento, (a) segmentazione basata su soglia, (b) segmentazione basata sui contorni attivi.*



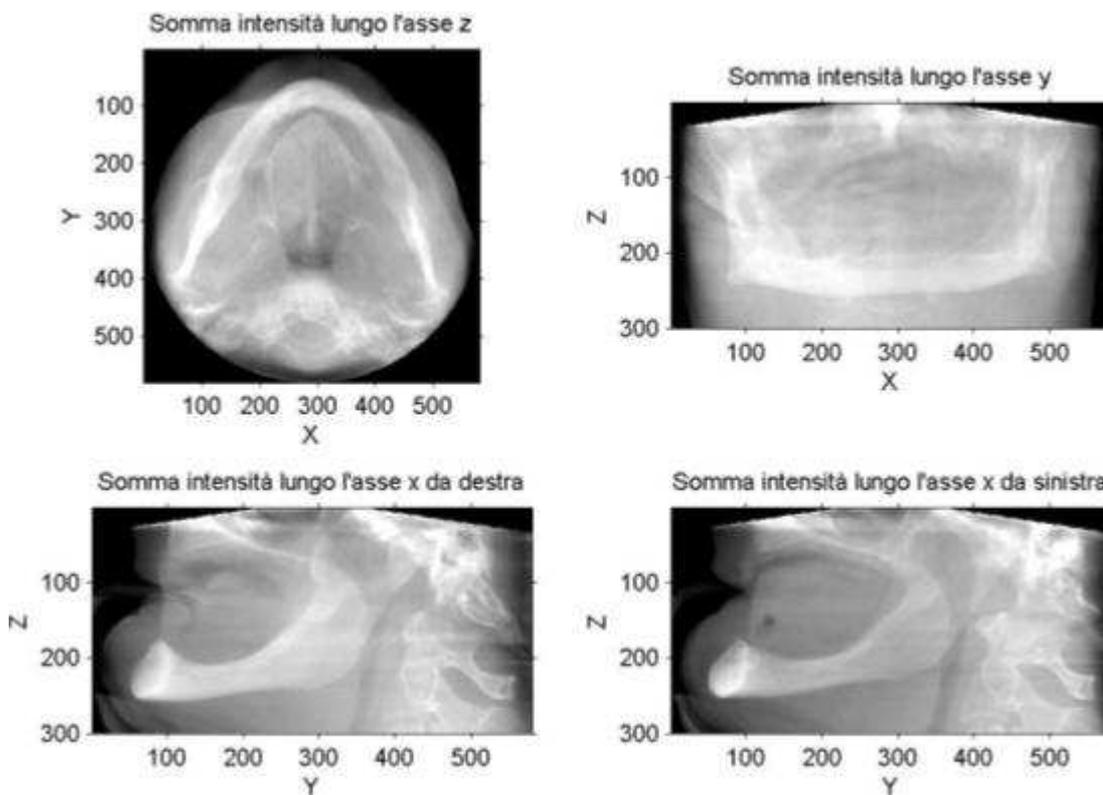
*Fig. F.34: Paziente 5, ricostruzioni CBCT da Sovrapporre, (a) segmentazione basata su soglia, (b) segmentazione basata sui contorni attivi*



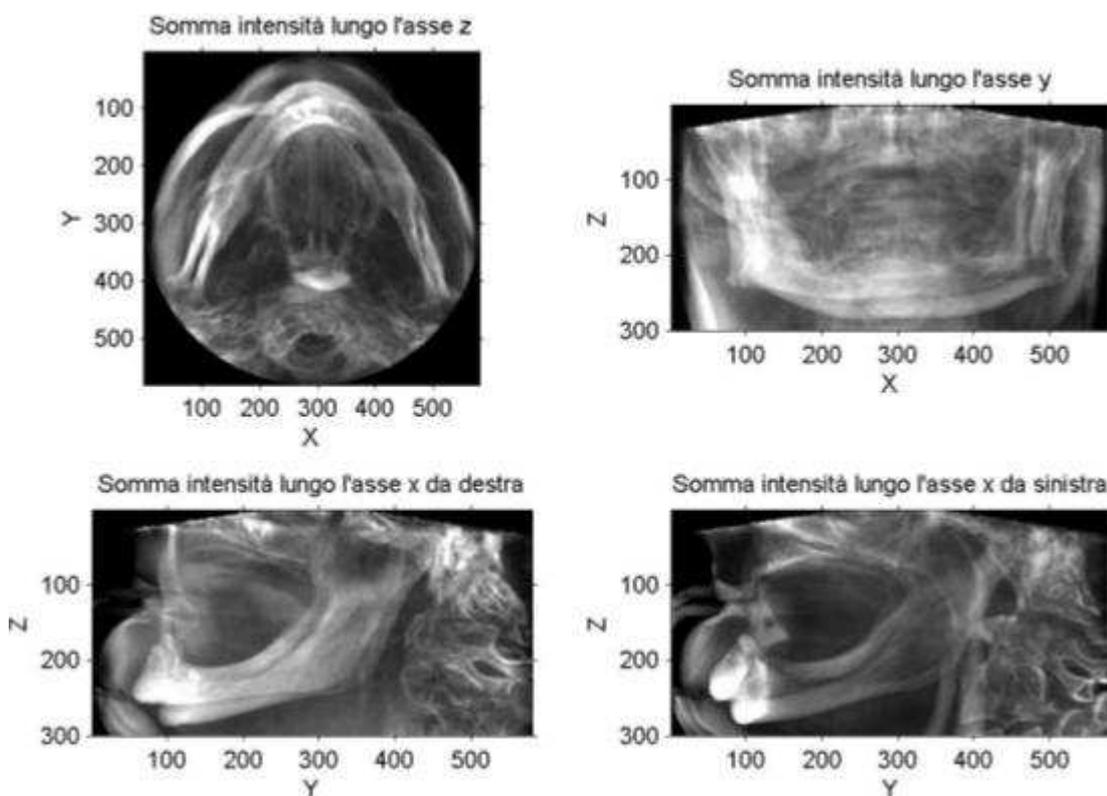
*Fig. F.35: Paziente 5, Linea Media su Sezione maggiore per CBCT di Riferimento e da sovrapporre*



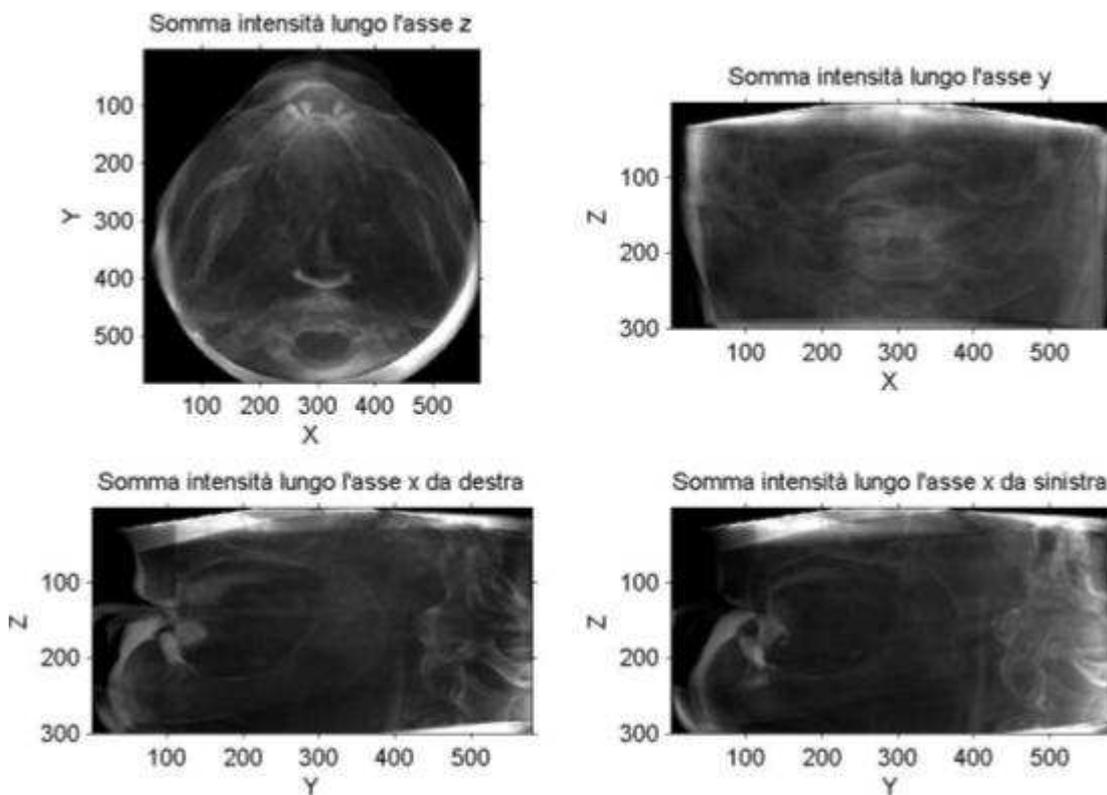
*Fig. F.36: Paziente 6, immagine di Riferimento*



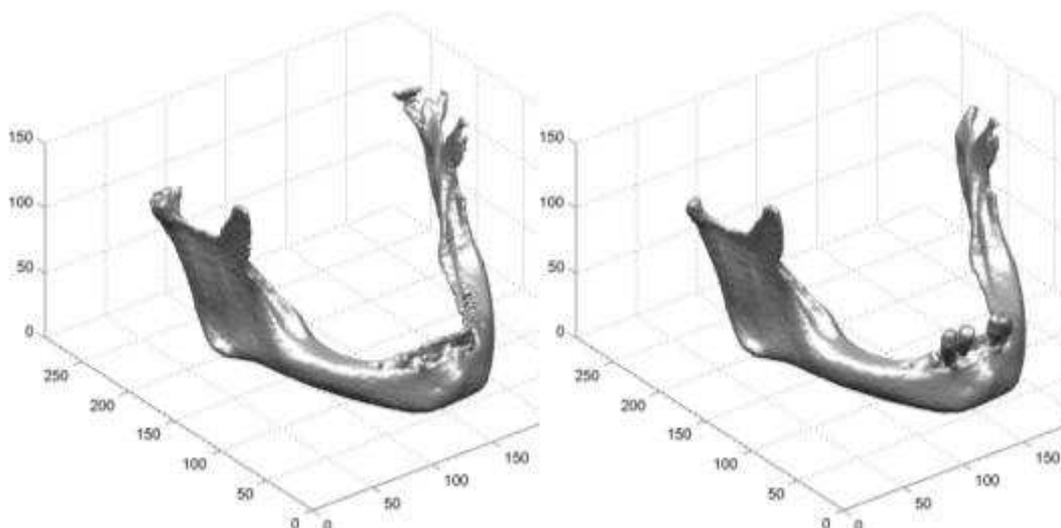
*Fig. F.37: Paziente 6, immagine da Sovrapporre*



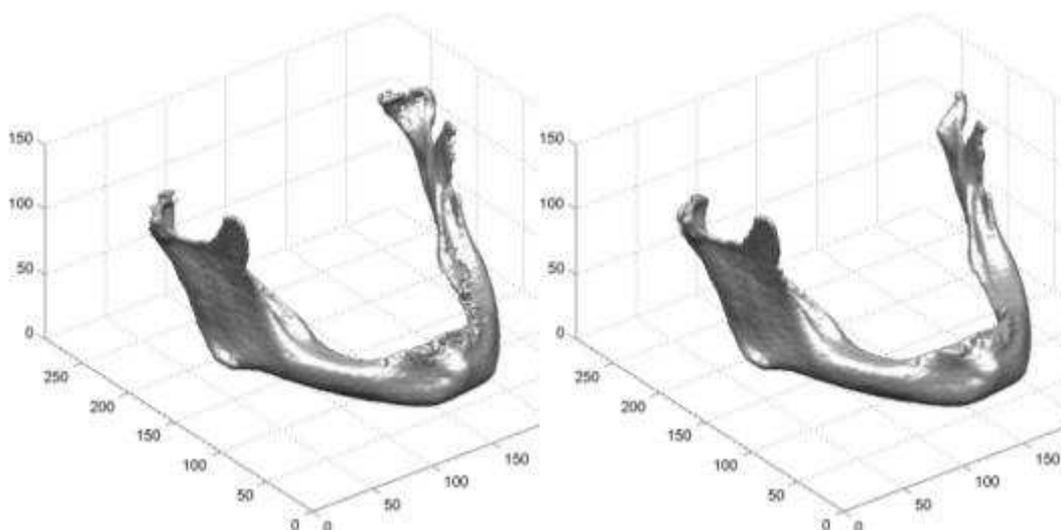
*Fig. F.38: Paziente 5, differenze assolute tra l'Immagine di Riferimento e*



*Fig. F.39: Paziente 5, differenze assolute tra l'Immagine di Riferimento e Sovrapposta*



*Fig. F.40: Paziente 6, ricostruzioni CBCT di Riferimento, (a) segmentazione basata su soglia, (b) segmentazione basata sui contorni attivi.*



*Fig. F.41: Paziente 6, ricostruzioni CBCT da Sovrapporre, (a) segmentazione basata su soglia, (b) segmentazione basata sui contorni attivi.*



*Fig.F.42: Paziente 6, Linea Media su Sezione maggiore per CBCT di Riferimento e da Sovrapporre.*

## Riferimenti

---

- [1] J. Xu, D. Reh, J. Carey, M. Mahesh, and J. H. Siewerdsen, "Technical assessment of a cone-beam CT scanner for otolaryngology imaging: Image quality, dose, and technique protocols," *Med. ....*, vol. 39, no. 8, p. 4932, Aug. 2012.
- [2] The SEDENTEXCT Project, "Radiation protection N ° 172, CONE BEAM CT for dental and maxillofacial radiology (evidence-based guidelines)," 2012.
- [3] C. Arnheiter, W. C. Scarfe, and A. G. Farman, "Trends in maxillofacial cone-beam computed tomography usage," *Oral Radiol.*, vol. 22, no. 2, pp. 80–85, Dec. 2006.
- [4] Nair MK, Nair UP. Digital and advanced imaging in endodontics: a review. *Journal of endodontics* 2007;33:1-6.
- [5] Kuijpers-Jagtman AM, Kuijpers MA, Schols JG, Maal TJ, Breuning KH, van Vlijmen OJ. The use of cone-beam computed tomography for orthodontic purposes. In: *Seminars in Orthodontics*; 2013: Elsevier; 2013. p. 196-203.
- [5] W. C. Scarfe and A. G. Farman, "What is cone-beam CT and how does it work?," *Dent. Clin. North Am.*, vol. 52, no. 4, pp. 707–30, v, Oct. 2008.
- [6] S. C. White, "Cone-beam imaging in dentistry.," *Health Phys.*, vol. 95, no. 5, pp. 628–37, Nov. 2008.
- [7] W. C. Scarfe, A. G. Farman, and P. Sukovic, "Clinical Applications of Cone-Beam Computed in Dental Practice," vol. 72, no. 1, pp. 75–80, 2006.
- [8] D. a Tyndall and S. Rathore, "Cone-beam CT diagnostic applications: caries, periodontal bone assessment, and endodontic applications.," *Dent. Clin. North Am.*, vol. 52, no. 4, pp. 825–41, Oct. 2008
- [9] Gupta J, Ali SP. Cone beam computed tomography in oral implants. *National journal of maxillofacial surgery* 2013;4:2.

## Bibliografia

- [10] *Sennerby L, Andersson P, Pagliani L, et al. Evaluation of a Novel Cone Beam Computed Tomography Scanner for Bone Density Examinations in Preoperative 3D Reconstructions and Correlation with Primary Implant Stability. Clinical implant dentistry and related research 2014*
- [11] *Simon JH, Enciso R, Malfaz J-M, Roges R, Bailey-Perry M, Patel A. Differential diagnosis of large periapical lesions using cone-beam computed tomography measurements and biopsy. Journal of endodontics 2006;32:833-7.*
- 12 *Barriviera M, Duarte WR, Januário AL, Faber J, Bezerra ACB. A new method to assess and measure palatal masticatory mucosa by cone-beam computerized tomography. Journal of clinical periodontology 2009;36:564-8.*
- 13 *De Riu G, Stimolo M, Meloni SM, et al. Arthrocentesis and Temporomandibular Joint Disorders: Clinical and Radiological Results of a Prospective Study. International journal of dentistry 2013;2013.*
- [14] *Fischer, B., Modersitzki, J. (2008). Ill-posed medicine - an introduction to image registration. Inverse Problems, 24(3), 1-16.*
- [15] *Bronzino, J. (2000). Handbook of Medical Imaging: Processing and Analysis. New York.*
- [16] *Hajnal, J. V., Hill, D., Hawkes, D. J. (2001). Medical image registration. New York: CRC Press.*
- [17] *Elsen, P. A., Pol, E.-J. D., Viergever, M. A. (1993). Medical image matching - a review with classification. IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine, 12(1), 26-39.*
- [18] *Goshtasby, A. A. (2005). 2-D and 3-D Image Registration for Medical, Remote Sensing, and Industrial Applications. Hoboken, New Jersey, USA: Wiley-Interscience.*
- [19] *<http://www.sidp.it/media/ta6k5di.pdf>Sito web Società Italiana di Parodontologia e Implantologia.*
- [20] *Mol A. Imaging methods in periodontology. Periodontol*

## Bibliografia

- 2000;2004(34):34-38.
- [21] Oliveira F. P. M., Tavares J. M. R. S. (2012). *Computer Medical Image Registration: a Review. Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*
- [22] Zitová B., Flusser, J. (2003). *Image registration methods: a survey. Image and Vision Computing, 21, 977-1000.*
- [23] Pham D.L., Xu C., Prince J.L. (2000) *Current methods in medical image segmentation, Annual Review of Biomedical Engineering 2315–337.*
- [24] G.P. Penney, J. Weese, J.A. Little, P. Desmedt, D.L.G. Hill, D.J.Hawkes, *A comparison of similarity measures for use in 2D–3D medical image registration, IEEE Transactions on Medical Imaging.17 (1998) 586–595.*
- [25] David Sarrut and Serge Miguet *Similarity (1999) Measures for Image Registration In First European Workshop on Content-Based Multimedia Indexing*
- [26] A. A. Goshtasby, *Image Registration: Principles, Tools and Methods. New York: Springer, 2012.*
- [27] A. Roche, G. Malandain, X. Pennec, N. Ayache, *The correlation ratio as a new similarity measure for multimodal image registration, Proceedings of the First International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI'98), Lecture Notes in Computer Science, Cambridge, USA, vol. 1496, 1998, pp. 1115–1124.*
- [28] B. Likar, F. Pernus, *Automatic extraction of corresponding points for the registration of medical images, Medical Physics 26 (1999) 1678–1686.*
- [29] J. B. Antoine Maintz and Max A. Viergever (1998). *A survey of medical image registration Medical Image Analysis (1998) volume 2, number 1, pp 1–36\_c Oxford University Press*
- [30] Zhang J., Yan C.-H., Chui C.-K., Ong S.-H. (2010) *Fast segmentation of bone in CT images using 3D adaptive thresholding. Computers in Biology and Medicine 40 231–236*
- [31] Zhang Y. J. A. (1996) *A survey on evaluation methods for image segmentation. Pattern Recognition, Vol 29, No. 8, pp. 1335-1346.*

## Bibliografia

- [32] N.R. Pal, S.K. Pal, *A review on image segmentation techniques*, *Pattern Recognition* 26 (1993) 1277–1294.
- [33] <http://www.pd.infn.it/~simo/didattica/IAS/ComplementiIAS/LezioniOnLine>
- [34] C. A. Glasbey & K. V. Mardia (1998) *A review of image-warping methods*, *Journal of Applied Statistics*, 25:2, 155-171
- [35] Faber TL, Stokely EM. (1988) *Orientation of 3-D structures in medical images*. *IEEE Trans Pat Anal and Mach Intel*;10:626-633
- [36] Alpert, N. M., Bradshaw, J. F., Kennedy, D., Correia, J. A. (1990). *The principal axes transformation - a method for image registration*. *The Journal of Nuclear Medicine*, 31(10), 1717-1722.
- [37] Ciancio SC, Neiders ME, Hazen SP. "The principal fibers of the periodontal ligament". *Periodontics* 1967; 5(2):76-81.
- [38] Craca RI, Romagnoli P, Cambi S, Orlando S.. "The evolution of human periodontal tissues with ageing." *Arch Ital Anat Embriol.* 1991 Apr-Jun;96(2):81-92.
- [39] <http://www.sidp.it/media/tajebg6.pdf> Sito web Società Italiana di Parodontologia e Implantologia.
- [40] Lindhe Jan, Lang Niklaus P., Karring Thorkild. *Parodontologia clinica e implantologia orale*
- [41] Reddy MS. *Radiographic methods in the evaluation of periodontal therapy*. *J Periodontol* 1992; 63: 1078–1084.
- [42] Jeffcoat MK. *Current concepts in periodontal disease testing*. *J Am Dent Assoc* 1994; 125: 1071–1078.
- [43] Langen HJ, Fuhrmann R, Diedrich P, Gunther RW. *Diagnosis of infra-alveolar bony lesions in the dentate alveolar process with high-resolution computed tomography: experimental results*. *Invest Radiol* 1995; 30: 421–426.
- [44] N. Bagis, M. E. Kolsuz, Sebnem K. and K. Orhan. "Comparison of intraoral radiography and cone-beam computed tomography for the detection of periodontal defects: an in vitro study". *BMC Oral Health* 15:1.

2015

- [45] Daryoush Goodarzi Pour, Elham Romoozi, and Yadollah Soleimani Shayesteh, "Accuracy of Cone Beam Computed Tomography for Detection of Bone Loss". *J Dent (Tehran)*. 2015 Jul; 12(7): 513–523.
- [46] K de Faria Vasconcelos, KM Evangelista, CD Rodrigues, C Estrela, TO de Sousa and MAG Silva, "Detection of periodontal bone loss using cone beam CT and intraoral radiography", *Dentomaxillofacial Radiology* (2012) 41, 64–69
- [47] A.Z. Zengin, P. Sumer and P. Celenk. "Evaluation of simulated periodontal defects via various radiographic methods. *Clinical Oral Investigations* 19:8, 2053-2058. 2015.
- [48] A. Fadili, N. Alehyane, A. Halimi and F. Zaoui. "An Alternative Approach to Assessing Volume-of-Interest Accuracy Using CBCT and ImageJ Software: In Vitro Study. *Advances in Radiology* 2015, 1-5. 2015
- [49] B. Vandenberghe, R. Jacobs, J. Yang. *Diagnostic validity (or acuity) of 2D CCD versus 3D CBCT-images for assessing periodontal breakdown, ORAL AND MAXILLOFACIAL RADIOLOGY* 2007
- [50] R. K. Pandey, S. S. Mathurkar, *A Review on Morphological Filter and its Implementation International Journal of Science and Research (IJSR)* 2016
- [51] Jean Serra Luc Vincent *AN OVERVIEW OF MORPHOLOGICAL FILTERING Circuits, Systems and Signal Processing, Vol. 11, No. 1, pp. 47* 1992
- [52] Yu Jin ZHANG, *A REVIEW OF RECENT EVALUATION METHODS FOR IMAGE SEGMENTATION, International Symposium on Signal Processing and its Applications (ISSPA), Kuala Lumpur, Malaysia, 13 - 16 August, 2001.*
- [53] Y.J. Zhang. "A survey on evaluation methods for image segmentation." *PR*, 29(8): 1335-1346, 1996.
- [54] C. Xu, D. L. Pham, J. Prince *Image Segmentation Using Deformable Models*

## Bibliografia

- [55] D. Terzopoulos, "On matching deformable models to images." *Technical Report 60, Schlumberger Palo Alto research, 1986. Reprinted in Topical Meeting on Machine Vision, Technical Digest Series, Vol. 12, 1987, 160-167.*
- [56] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos, "Snakes: active contour models," *Int'l J. Comp. Vis.*, vol. 1, no. 4, pp. 321–331, 1987.
- [57] D. Terzopoulos and K. Fleischer, "Deformable models," *The Visual Computer*, vol. 4, pp. 306–331, 1988.
- [58] D. Terzopoulos, A. Witkin, and M. Kass, "Constraints on deformable models: recovering 3D shape and nonrigid motion," *Artificial Intelligence*, vol. 36, no. 1, pp. 91–123, 1988.
- [59] B. Widrow, "The "rubber-mask" technique," *Pattern Recognition*, vol. 5, pp. 175–211, 1973.
- [60] A. Blake and A. Zisserman, *Visual Reconstruction*. Boston: MIT Press, 1987.
- [61] U. Grenander, Y. Chow, and D. M. Keenan, *Hands: A Pattern Theoretic Study of Biological Shapes*. New York: Springer-Verlag, 1991.
- [62] M. I. Miller, G. E. Christensen, Y. Amit, and U. Grenander, "Mathematical textbook of deformable neuroanatomies," *Proc. National Academy of Science*, vol. 90, pp. 11944–11948, 1993.
- [63] Cohen LD. 1991. On active contour models and balloons. *CVGIP: Image Underst.* 53:211–18
- [64] Caselles V, Catta F, Coll T, Dibos F. 1993. Geometric model for active contours. *Numer. Math.* 66:1–31
- [65] Malladi R, Sethian JA, Vemuri BC. 1995. Shape modeling with front propagation: a level set approach. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 17:158–75
- [66] Xu C, Prince JL. 1998. Snakes, shapes, and gradient vector flow. *IEEE Trans. Image Process.* 7:359–69

## Bibliografia

- [67] T. McInerney, D. Terzopoulos "Deformable models in medical image analysis: a survey". *Department of Computer Science, University of Toronto, ON, Canada. Medical Image Analysis 1(2)*, pp. 91-108, 1986
- [68] Cohen, Rami. 2010. *The Chan-Vese Algorithm. Introduction to Medical Imaging. Spring, 2010, Project report.*
- [69] T. Chan and L. Vese, "Active contours without edges," in *IEEE transactions on image processing 10(2)*, 2001, pp. 266-277.
- [70] D. Mumford and J. Shah, "Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems," *Comm. Pure Appl. Math*, vol. 42, pp. 577-685, 1989.
- [71] XU, C. PRINCE, J.L. "Snakes, shapes, and gradient vector flow". *IEEE Transactions on Image Processing* 7, 1998
- [72] N. SENTHILKUMARAN & R. RAJESH. "Edge Detection Techniques for Image Segmentation – A Survey of Soft Computing Approaches", *International Journal of Recent Trends in Engineering*, Vol. 1, No. 2, 250-254, 2009.
- [73] Nacken P.F.M. *Image Analysis Methods Based on Hierarchies of Graphs and Multi-Scale Mathematical Morphology. Universiteit van Amsterdam - Faculteit der Wiskunde en Informatica, 1994.*
- [74] Zamperoni Piero. *Metodi dell'elaborazione digitale delle immagini. Masson, 1990.*
- [75] Heijmans H.J.A.M. *Mathematical Morphology: a modern approach in image processing based on algebra and geometry. SIAM Review, 1995.*
- [76] Mauro Ennas, *Morfologia Matematica Breve introduzione all'elaborazione delle immagini, Creative Commons 2013, Free Report*