

Associazione Subalpina
Mathesis

Seminario di Storia
delle matematiche
"Tullio Viola"

Conferenze e Seminari

2015-2016



Volume redatto a cura di
F. Ferrara, L. Giacardi, M. Mosca

KWB
KIM WILLIAMS BOOKS

Conferenze e Seminari 2015-2016

KWB
KIM WILLIAMS BOOKS

€ 30,00



ISBN 978-88-88479-44-6

9 788888 479446

ISBN 978-88-88479-44-6

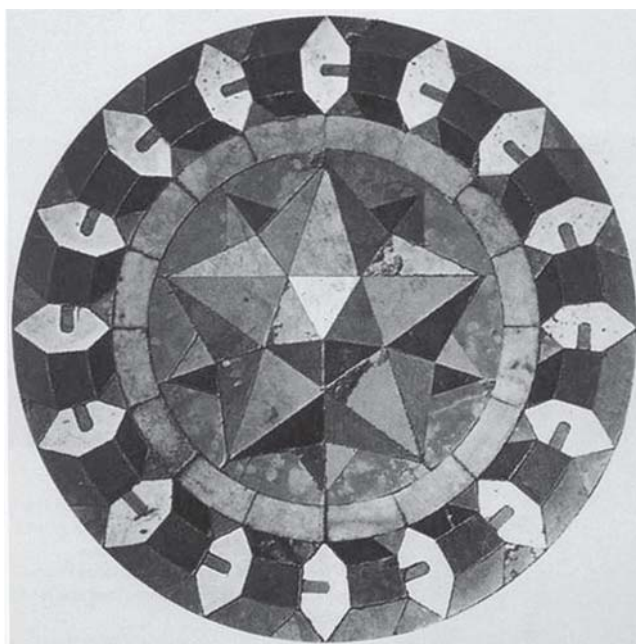
Associazione
Subalpina
Mathesis

Seminario di Storia
delle matematiche
“Tullio Viola”

Conferenze e Seminari

dell'Associazione Subalpina Mathesis

2015-2016



Volume redatto a cura di
F. Ferrara, L. Giacardi, M. Mosca

KWB
KIM WILLIAMS BOOKS

Associazione Subalpina MATHESIS

c/o Dipartimento di Matematica
Università di Torino
Palazzo Campana
Via Carlo Alberto, 10
10123 Torino
Tel. +39-011-6702820/6702825/6702823
Fax +39-011-6702878

Presidente

Franco Pastrone

Vicepresidente

Federico Peiretti

Consiglio Direttivo

Ferdinando Arzarello
Micaela Bava
Francesca Ferrara
Maria Gemma Gallino
Elisa Gallo
Livia Giacardi
Francesco La Rosa
Erika Luciano
Miranda Mosca
Pier Luigi Pezzini
Ornella Robutti
Clara Silvia Roero

Revisori dei Conti

Maria Teresa Greco
Loredana Liviantoni

Riproduzione in copertina:

Dodecaedro stellato, raffigurato sul pavimento della Basilica di San Marco, Venezia, XV sec.,
attribuito a Paolo Uccello

© 2016 Associazione Subalpina Mathesis

Solo gli autori sono responsabili del contenuto degli articoli

Published by

Kim Williams Books
Corso Regina Margherita, 72
10153 Torino (TO) Italy
<http://www.kimwilliamsbooks.com>

Printed on acid-free paper

ISBN-13 978-88-88479-44-6

Senza regolare autorizzazione è vietata la riproduzione, anche parziale o a uso interno didattico, con qualsiasi mezzo effettuato, compresa la fotocopia.

INDICE

F. Pastrone, <i>Prefazione</i>	7
<i>Calendario delle Attività 2015-2016</i>	9
Le Conferenze	
F. Gobbo, <i>Il fascino discreto dell'interlinguistica in Giuseppe Peano e nei matematici suoi contemporanei</i>	13
B. Di Paola, <i>Ho uno studente cinese in classe, è bravissimo in matematica ... Perché?</i>	27
R. d'Enfert, <i>Faire l'histoire de l'enseignement mathématique: les apports de l'approche locale (France, 19^e siècle)</i>	43
C. Cumino, M. L. Spreafico, <i>Matematica e origami tra ingegneria e architettura</i>	47
S. Invernizzi, <i>La questione della statistica nelle scienze biomediche: dalla storia all'attualità</i>	59
L. Tomasi, <i>Le competenze matematiche rilevate dalle prove INVALSI e OCSE-PISA per la Scuola Secondaria di II grado</i>	69
H. N. Jahnke, <i>Felix Klein and Algebraic Analysis</i>	87
A. Brigaglia, <i>Tassellazioni, solidi archimedei, poligoni stellati nell'Harmonices Mundi di Keplero</i>	91
M. A. Raspanti, <i>Dall'inversione circolare all'inversione quadrica: aspetti storici e potenzialità didattiche</i>	121
F. Ferrara, G. Ferrari, <i>L'uso di tecnologie per la didattica della matematica: Implicazioni, riflessioni ed esempi</i>	157
D. Paola, <i>Statistica e competenze di cittadinanza: Analisi di attività didattiche</i>	171
F. Peiretti, <i>Nuove letture matematiche</i>	183
G. Schubring, <i>L'evoluzione della professione di insegnante di matematica in varie culture</i>	219
Le Iniziative	
F. Pastrone, <i>Premio Peano</i>	237
G. Gallino, P.L. Pezzini, <i>Progetto MATH 2016</i>	241
Due Fratelli matematici, due destini: Eugenio Elia Levi e Beppo Levi	
M. Comoglio, <i>Un matematico in trincea: La breve vita di Eugenio Elia Levi</i>	249
P. Momigliano Levi, <i>Beppo Levi: vita e pensiero di un matematico</i>	259
M. Jona, <i>Un pronipote ricorda Eugenio Elia Levi</i>	283

**HO UNO STUDENTE CINESE IN CLASSE, È BRAVISSIMO
IN MATEMATICA ... PERCHÉ?
LA LINGUA SCRITTA CINESE COME PONTE PER IL
PENSIERO ALGEBRICO**

Benedetto Di Paola

Dipartimento di Matematica e Informatica – Università degli studi di Palermo

Sunto. Il contributo, evidenziando la problematica didattica relativa alla multiculturalità nel panorama scolastico nazionale, discute alcuni aspetti chiave della cultura cinese. Con l'obiettivo di analizzare il perché di particolari competenze algebriche, evidenziate negli allievi cinesi dagli insegnanti di tutti i gradi scolastici, coerenti con le valutazioni internazionali PISA TIMMS per l'area confuciana, si propone una riflessione teorica del rapporto lingua scritta cinese – approccio informale al pensiero algebrico e, in un'ottica di una futura formazione insegnanti secondo approcci di tipo multiculturale, si accenna alle ricerche innovative condotte in Italia sulla trasposizione culturale di artefatti provenienti dalla cultura cinese, utili ad un avviamento precoce al pensiero algebrico-relazionale.

Introduzione

La problematica didattica legata alla contemporanea presenza in classe di studenti di culture diverse è uno dei temi sempre più “emergenti” nella ricerca educativa; parecchi sono gli studi discussi negli ultimi anni in letteratura su queste tematiche nell'ambito della ricerca pedagogica, psicologica e di Didattica generale (Crafter, 2010, De Abreu, 2002; Hofstede, 1980, Hsu, 1981). Poche sono ancora le ricerche che prendono in esame lo stesso subject guardando però anche alla relazione con l'insegnamento/apprendimento della Matematica (Bishop, 1988a; 1988b; Wang, 2004). Nel panorama nazionale, meritevoli in questo senso sono, tra gli altri, i lavori condotti dai gruppi di Ricerca di Napoli, Modena-Reggio Emilia (Bartolini Bussi & Martignone, 2013; Ramploud & Di Paola, 2013; Ramploud, 2015; Mellone et al. 2012; Mellone & Ramploud, 2015), Pisa (Favilli et al., 2003; Favilli, 2003) e Palermo (Di Paola, 2016; Spagnolo, 1986, Spagnolo & Di Paola, 2010) che, in modo differente, affrontano il problema dell'insegnamento/apprendimento della Matematica in classe attraverso una lente di tipo multiculturale.

Se guardiamo al mondo della Scuola, questo è sempre di più multietnico: sono circa 800.000 gli alunni con cittadinanza non italiana, più del 9% sul totale della popolazione scolastica (Ongini & Santagati, 2015). Un insegnante oggi si trova quindi a dover lavorare, più che in passato, in contesti complessi in cui emergono processi cognitivi spesso molto differenti tra loro tra loro, legati a una miscela di linguaggi, abitudini, aspettative, valori e tradizioni culturali differenti. Contesti educativi questi molto ricchi ma spesso difficili da “controllare”. In questo complesso panorama, gli studenti cinesi che frequentano la scuola italiana sono circa 36.000, provenienti per lo più da Wenzhou (温州) e altri distretti della

provincia di Zhejiang (浙江). Questi rappresentano il quarto gruppo più numeroso di studenti di origine non italiana (pari al 4,6% degli studenti stranieri) dopo rumeni, albanesi e marocchini. Negli ultimi anni il numero di studenti stranieri nella nostra Scuola sta rapidamente crescendo; la presenza cinese, pian piano si sta configurando come una “nuova” realtà del sistema scolastico italiano, specialmente in alcune regioni (tra queste la Lombardia, la Toscana, l’Emilia, il Veneto etc.). Ad oggi circa 255.000 bambini cinesi frequentano la scuola Primaria e più di 310.000 la scuola Secondaria di I e II grado.

Gli insegnanti sono pronti ad affrontare questa complessa situazione? Non sempre. I dati dell’Istat già da qualche anno evidenziano a chiare lettere la loro esigenza di formazione su queste tematiche e il bisogno di modificare le modalità di lavoro della propria didattica in aula. Più del 73% dei dirigenti scolastici dichiara poi una maggiore consapevolezza rispetto al passato della problematicità legata al multiculturalismo ma una sempre più forte esigenza di programmare adeguate strategie per un inserimento positivo dei ragazzi stranieri e una loro reale integrazione.

Partendo dall’assunto che ogni persona possiede differenze cognitive rispetto a soggetti appartenenti alla propria cultura, in ambienti multiculturali queste si sommano a quelle riscontrabili nei diversi Saperi che interagiscono. Se allora i fenomeni di insegnamento/apprendimento delle discipline hanno già sistemi complessi di indagine, la “*diversabilità multiculturale*” ne aumenta notevolmente da un lato la complessità, dall’altro la ricchezza.

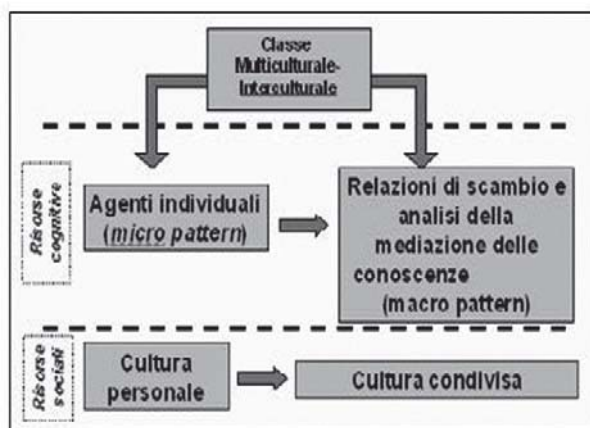


Fig. 1.

Come detto in precedenza, la ricerca nazionale ed internazionale negli ultimi anni si è sempre più interessata a questa problematica e gli studi condotti in Italia e all’estero hanno messo in evidenza la complessa situazione relativa ai diversi “agenti” che possono intervenire in classi con allievi di differenti culture. Una possibile rappresentazione schematica del contesto classe multiculturale può essere quella riportata in Figura 1 che evidenzia *micro* e *macro* pattern che possono influenzare la devoluzione del Sapere disciplinare.

In questo difficile framework di classe, la presenza di studenti di cultura cinese, cultura profondamente diversa da quella tipica italiana, ha richiesto negli ultimi anni da parte degli insegnanti uno sforzo maggiore, legato ad un'analisi attenta di alcuni processi cognitivi messi in atto dagli allievi cinesi e sottesi all'apprendimento delle varie discipline, spesso differenti da quelli tipici italiani. Nonostante le grandi difficoltà linguistiche iniziali all'atto di inserimento nelle classi italiane, gli studenti cinesi evidenziano sin da subito competenze matematiche di buon livello. Come spesso capita di sentire, parlando con gli insegnanti (di tutti i gradi scolastici), "*gli studenti cinesi sono bravi in Matematica!*". La grande maggioranza degli insegnanti però non sa però il "perché" di tali risultati. Rispondere al *perché* di tale competenza sia se ciò è vero in assoluto per il pensiero matematico o meno è complesso; richiede una riflessione profonda sulla relazione tra l'abilità evidenziata da uno studente e il processo che lo porta a quell'evidenza sperimentale. I loro ottimi livelli di competenza evidenziati nella Scuola italiana sono coerenti con le valutazioni internazionali, quali il PISA e il TIMSS, che assegnano agli studenti provenienti dai paesi dell'Estremo Oriente, in particolare Singapore, Cina, Corea e Giappone, punteggi molto alti (OECD 2013). In accordo Spagnolo & Di Paola (2010), in questo rapporto tra Competenza e Assessment (Valutazione) un ruolo fondamentale lo giocano alcuni fattori culturali paradigmatici quali ad esempio la lingua, la storia della Matematica, l'analisi di alcune pratiche di insegnamento/apprendimento tipiche cinesi, ecc...

Tenendo in considerazione anche le ricerche, condotte nel panorama internazionale, di tipo "comparativo" sulle performance degli studenti in Matematica (ad esempio Cai & Silver, 1995; Cai & Hwang, 2002; Leung, 2001), da alcuni anni il G.R.I.M. (Gruppo di Ricerca Insegnamento/Apprendimento delle Matematiche) di Palermo, attraverso delle ricerche teorico/sperimentali realizzate ad hoc, anche in collaborazione con altre Università italiane e straniere¹, sta lavorando su queste tematiche analizzando alcuni aspetti chiave della cultura cinese (Chemla, 2007, Needham, 1981) e provando a costruire, seppur in una prima approssimazione un framework pedagogico/didattico generale legato alla presenza di studenti cinesi in classi italiane. Queste riflessioni possono, secondo noi, essere utili agli insegnanti stessi e ai ricercatori in Didattica della Matematica per osservare, interpretare e prevedere possibili diversi stili cognitivi, tipici della cultura orientale (cinese) e occidentale (italiana) nel problem solving matematico. Nello specifico i lavori di ricerca condotti dal G.R.I.M. hanno riguardato il ricorso da parte degli studenti al pensiero algebrico per la risoluzione di particolari situazioni problematiche e la "transizione" di questo dal pensiero pre-algebrico e da quello aritmetico. In questa sede, evidenziando alcuni aspetti chiave del framework culturale da noi proposto per lo studio delle coordinate epistemologiche del "mondo cinese", proponiamo una riflessione più approfondita sul rapporto lingua scritta cinese-pensiero algebrico; riflessone che è partita dalla necessità di

¹ Come ad esempio: in Italia – l'Università di Modena e Reggio Emilia, l'Università degli Studi di Napoli, Federico II; in Cina – la Beijing Normal University, la Nanjing Normal University, la Hang Zhou Normal University; negli Stati Uniti – California State University; in Korea – la Seoul National University; in Malaysia – la University of Malaysia.

voler rispondere alla domanda posta da Maria, un insegnante di scuola secondaria di primo grado: “*Ho uno studente cinese in classe, è bravissimo in Matematica, soprattutto in Algebra ... Gli altri hanno difficoltà, lui su questo no! ... Perché secondo lei?*”.

Alcune riflessioni teoriche ... le coordinate culturali

Per cercare di rispondere alla domanda posta da Maria in modo quanto più esaustivo possibile abbiamo cercato di studiare il “mondo cinese” analizzando tutti gli elementi cardine delle tradizioni culturali: la filosofia, la logica, la lingua, la storia dello sviluppo del pensiero matematico etc., “confrontando” questo a quello occidentale per quanto attiene, nello specifico, alle attività del Problem Solving algebrico. Riferendoci agli studi di Joseph (2011) abbiamo schematizzato come in Figura 2 le coordinate culturali prese in esame:

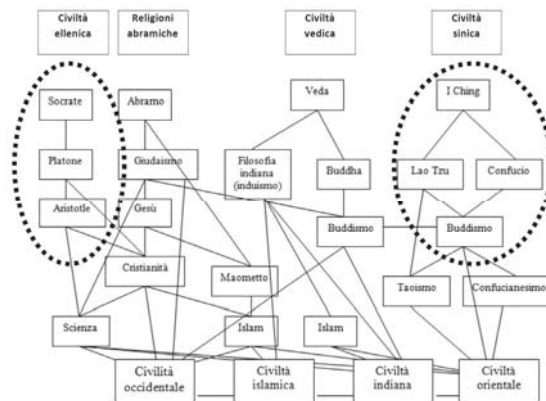


Fig. 2

In accordo con Joseph (2011), in prima battuta si è scelto quindi di prendere da un lato la terna Confucio/Tao/Buddha e dall’altro la terna Socrate/Platone/Aristotele per analizzare le *virtù cardinali* (Joseph, 2011) delle due civiltà e definire delle possibili chiavi di lettura, legate alla Filosofia, alla Logica, alla Lingua, alla Storia, ecc... a queste collegate, per interpretare comportamenti e processi di studenti italiani e cinesi.

Semplificando molto la trattazione, possiamo dire che nella tradizione culturale, epistemologica, cinese nulla è diviso nettamente in bianco e nero (neanche i colori interpenetranti del circolo yīn-yáng che simboleggiano lo stesso Tao), tutto può essere interpretato con differenti sfumature secondo una logica “non aristotelica ma multiforme ... cercando di massimizzare i vantaggi o guadagni obiettivi...” (Boormann, 1969, p. 46). Riducendo quindi ai minimi termini il complesso sistema di riferimento che stiamo considerando, potremmo riassumere evidenziando, da una parte, il ricorso al pensiero aristotelico che attraverso l’organizzazione della logica bivalente caratterizza il modo di argomentare nella cultura occidentale e quindi quello dei nostri allievi, dall’altra, Confucio e i metodi confuciani per la trasmissione del Tao (e il libro dei *I Ching*) secondo cui le coppie contrastanti non

sono in opposizione e in mutua esclusione ma sono complementari e si includono reciprocamente

...The aspirations of ancient Greek tradition represented by Euclid, which proposed deducing all mathematics from a single set of indemonstrable but evident axioms were not shared by the Chinese at least until the modern age. In China, as a matter of fact, the goal was not axiomatic-deductive demonstration, but gathering unifying principles from all of mathematics”, “...what in Euclid’s Elements was the assertion of a theorem, in ancient China took the form of a statement of a procedure (Lloyd, 2001).

Come riportato da Leung (2001):

Aristotle, more than any other thinker, determined the orientation and the content of Western intellectual history. He was the author of a philosophical and scientific system that through the centuries became the support and vehicle for both medieval Christian and Islamic scholastic thought: until the end of the 17th century, Western culture was Aristotelian. And, even after the intellectual revolutions of centuries to follow, Aristotelian concepts and ideas remained embedded in Western thinking.

Citando le ricerche del Nisbett et al. (1999) possiamo riassumere dicendo che,

...as a result, East Asian thought is “holistic”, drawn to the perceptual field as a whole and to relations among objects and events within that field. By comparison to Western modes of reasoning, East Asian thought relies far less on categories or on formal logic; it is fundamentally dialectic, seeking a “middle way” between opposing thoughts. By contrast, Westerners focus on salient objects or people, use attributes to assign them to categories, and apply rules of formal logic to understand their behavior (Nisbett et al., 1999).

Secondo lo stesso autore è possibile poi riscontrare un forte parallelismo tra i framework relativi alla Storia della Matematica “ancient Greek versus ancient Chinese” (Nisbet et al. 1999 p. 34), e le evidenze sperimentali relative ai diversi processi cognitivi e ai diversi approcci alla disciplina, riscontrabili oggi nelle “differenti” culture in classe (Nisbett et al., 2001). Leung (2001) nel presentare queste possibili differenze di approccio tra orientali e occidentali, nella didattica disciplinare e quindi nelle fasi salienti dei processi di apprendimento, discute sei dicotomie che possono presentarsi come elementi distintivi delle due culture prese in esame: *product (content) versus process, rote learning versus meaningful learning, studying hard versus pleasurable learning, extrinsic versus intrinsic motivations, whole class teaching versus individualized learning, competence of teachers: subject matter versus pedagogy.*

La lingua scritta cinese come ponte per un approccio all'algebra informale

In questo framework, il riferimento alla lingua cinese è d'obbligo: come ribadito anche da Logan (1986) "*most of these cognitive differences [...] are due primarily to differences in language and writing systems*" (Logan, 1986, p. 55).

Nisbett et al. (2001, pp. 26-27) discutono queste differenze legate anche alla lingua evidenziano che:

- *The basic writing system of Chinese and other East Asian languages has been essentially pictographic. It can be maintained that the Western alphabet is more atomistic and analytic by nature" and is a natural tool for classifying and served as a paradigm for codified law, scientific classification, and standardized weights and measures* (Logan, 1986, p. 55).
- *The actual grammar of Indo-European languages encourages thinking of the world as being composed of atomistic building blocks whereas East Asian languages encourage thinking of the world as continuous and interpenetrating. "[R]ather than one-many, the Chinese language motivates a part-whole dichotomy"* (Hansen, 1983, p.7).
- *East Asian languages are highly contextual in every sense. Because of their multiple meanings, words must be understood in the context of sentences.*
- *Although Western toddlers learn nouns (i.e., words referring to objects) at a much more rapid rate than verbs (i.e., words referring to relationships), the reverse appears to be true for Chinese and Koreans. Moreover, Western toddlers hear more noun phrases from their mothers whereas East Asian children hear more verbs.*
- *"Generic" noun phrases, that is, those referring to categories and kinds (e.g. "birds," "tools," as opposed to exemplars such as "sparrow," "hammer") are more common for English speakers than for Chinese speakers perhaps because Western languages mark in a more explicit way whether a generic interpretation of an utterance is the correct one.*

In accordo con Nisbett et al. (2001) la lingua scritta cinese può essere intesa quindi come sistema di conoscenze e competenze matematiche sottese alla grafia e alla memorizzazione dei vari caratteri (*hanzi*, caratteri degli Han). Questa poi, in funzione proprio delle sue caratteristiche che sintetizzeremo di seguito, può favorire in modo implicito o esplicito negli allievi cinesi, fin dai primi anni di scuola, determinate competenze chiave per il pensiero algebrico quali il concetto di variabile e il processo di generalizzazione all'interno della struttura linguistica letta attraverso una possibile definizione di un complesso sistema di tipo "parametrico" legato al ruolo del "radicale".

Perché lo studente cinese di Maria, a differenza di molti altri suoi compagni italiani, "*è bravissimo in Matematica, soprattutto in Algebra ...*"? Le motivazioni possono essere tante, in questa sede centriamo l'attenzione al binomio Matematica-Lingua. La nostra ipotesi è che il conoscere la struttura della sua lingua scritta e delle sue regole di composizione, oltre che i processi di scrittura e memorizzazione, sicuramente facilitano lo studente (sin dalla scuola primaria) nella costruzione del

pensiero algebrico come superamento di quello aritmetico (Arzarello, Bazzini, Chiappini, 1994, Di Paola et al., 2015) e nel ricorso alla variabile (come *incognita* e *relazione-funzionale*) e al parametro. La lingua scritta cinese può quindi essere letta come un ponte verso l’acquisizione di particolari competenze algebriche, raggiunte dagli allievi di lingua cinese step by step in modo precoce e potenziate via via negli anni in contesti di tipo solamente linguistico.

Per Ryjik (1980), “[...] *questa lingua scritta non è una scrittura*”, il suo codice di espressione, capace di esprimere “cose” e “concetti” la rende qualcosa di più di un semplice sistema grafemico. Guardare alla scrittura ripotata in Figura 3, rimanda a parecchie riflessioni matematiche; Needham (1981) descrivendo relazioni come queste rintracciabili in parecchi caratteri cinesi parla di *equazioni mentali*. Secondo la nostra ipotesi, scritture come queste veicolano, in contesti non matematici, un primo approccio informale all’algebra (Cai & Knuth, 2011).

$$\text{佳} \times 2 + \text{又} = \text{雙}$$

Fig. 3.

Volendo sintetizzare gli aspetti chiave della scrittura ideografica della lingua cinese, interessanti dal punto di vista matematico, possiamo far riferimento a tre caratteristiche: le regole di composizione dei caratteri cinesi, l’uso di meta-regole per la codifica e la decodifica degli ideogrammi e la struttura parametrica legata all’idea di radicale (214 caratteri “chiave” sono chiamati radicali – *bushou*), accennata prima.

Ordine, Regole, chiavi di lettura/scrittura e memorizzazione di caratteri cinesi: implicazioni matematiche

Qualsiasi sia lo strumento di scrittura, la direzione del tracciato dei singoli tratti di un carattere cinese deve essere sempre rispettata seguendo semplici passi di composizione rigorosamente in successione:

1. si inizia a tracciare il carattere da sinistra a destra e dall’alto verso il basso;
2. se ne tracciano i tratti orizzontali e dopo quelli verticali;
3. quando l’estremità di un tratto va a finire su un altro tratto, si traccia prima il primo tratto e solo dopo il secondo;
4. quando l’insieme o una parte del carattere è racchiuso in uno spazio chiuso, questo non può essere chiuso fin tanto che non siano stati tracciati tutti i tratti interni.
5. se il carattere è composto da più elementi, prima tracciano i tratti del primo e solo dopo aver terminato questo si passa al secondo carattere.

Nel tracciare i diversi ideogrammi tra loro composti, si traccia prima quello più alto e, nella scelta destra-sinistra, si predilige la sinistra.

Le regole di composizione devono essere eseguite nel rispetto di precise dimensioni che sono stabilite a-priori sia per la realizzazione globale del carattere sia per i singoli tratti. Il carattere infatti deve essere tracciato all’interno di un quadrato ideale e le dimensioni dei singoli tratti devono essere “assolute”: minime modifiche

determinano sostanziali differenze in suono e significato. Esempi in tal senso possono essere: *tǔ* (土) “terra” e *shì* (士) “scolaro”, “letterato” o ancora *jǐ* (己) “se stesso” e *yǐ* (已) “stop”, “arresto”, “già”. Le competenze matematiche di tipo spaziale e numerico sottese all’apprendimento della lingua sono quindi evidenti.

I caratteri cinesi non sono tutti “uguali”, esiste poi una classificazione degli stessi secondo i criteri della loro formazione (Li, 1991, pp.7-13). La prima è costituita dagli *xiàngxíng* (象形) i pittogrammi, ovvero simboli iconici rappresentanti elementi naturali o fisici raffigurati in relazione al loro profilo o al contorno. Esempi possono essere: 人 “uomo, persona”; 日 “sole”; 月 “luna”; 木 “albero”; 象 “elefante”; 山 “montagna” etc. I pittogrammi numericamente rappresentano una parte limitata dell’insieme dei caratteri cinesi.

La seconda categoria è rappresentata dagli ideogrammi, gli *zhǐshì* 指事, (letteralmente “indicazione-oggetto”). Si tratta di simboli ideografici indicanti oggetti astratti (relazioni spaziali, numeri etc.). Il principio di codificazione non prevede alcun rapporto tra il simbolo ideografico e la sua realizzazione fonologica. Esempi possono essere i numeri: 一 “uno”; 二 “due”; 三 “tre”; 四 “quattro”, ..., 十 “dieci”; 十一 “undici” (che viene rappresentato come dieci più uno), ... 二十 “venti” (che viene rappresentato come dieci per due), ... 四十六 “quarantasei” (scritto come quattro per dieci più sei) etc.; 上 “alto”, “sopra”, “salire”, 下 “fondo”, “sotto”, “scendere” ecc... In accordo con Karlgren “*The shapes of these characters are symbolic diagrams rather than pictures of any physical object*” (Karlgrén, 1962).

La terza categoria è quella degli *zhuǎnzhù* 转注 (“spostamento-notazione” o “estensione figurate di significato”). Si tratta di caratteri derivati da un’immagine indicante un oggetto concreto che veicola un’idea astratta ma connessa con l’oggetto in questione o suggerita da esso. Esempi possono essere:

- *běi* (北): “nord” che raffigura due persone appoggiate schiena contro schiena: il nord in quanto opposto al sud;
- *lǎo* (老): “vecchio”;
- *kǎo* (考): “dare un esame, essere esaminati, studiare” il carattere si presenta come “unione” di 耂 (老 *lǎo*) e 丂 *qiǎo* che è fonetico. La scrittura di questo carattere può essere dovuta a differenti motivazioni: “*to give students examinations and inspect their work, since that is what the old man did. By further extension, 考 kǎo means to study, to ponder*” (Karlgrén, 1962);
- *wǎng* (网): “catturare” come immagine di una rete;
- *néng* (能) “potere, essere in grado” deriva dall’immagine di un orso (熊), simbolo di potenza e forza.

La quarta categoria di caratteri cinesi è costituita dagli *huìyì* 会意 che letteralmente si traducono come “unione di significato”. I caratteri classificati in questo modo derivano dalla combinazione di due o più caratteri autonomi. L’unione dei loro singoli valori determina una nuova unità di significato. I cinesi descrivendo questa regola di composizione parlano di “*composizione logica*” di accostamento di unità

semantiche significative. Queste possono essere definite come delle meta-regole che fanno riferimento in accordo con Nisbet (2001) all'aspetto di "*functional relationships and part-whole relationships*" del pensiero cinese di cui abbiamo anche parlato in precedenza. Il parallelismo con la scrittura algebrica formale è in questo caso evidente "... *algebraic expectation which consists of recognition of conventions and basic properties, and identification of structure and of key features; and ability to link representations*" (Pierce & Stacey, 2004, pp. 4).

Esempi di caratteri che contraddistinguono questa categoria per forma, struttura e composizione possono essere:

- míng (明) "splendore" = (日 "sole" + 月 "luna");
- nán (男) "uomo" = (田 "campo" + 力 "forza");
- hǎo (好) "prosperità, felicità" = (女 "donna" + 子 "bambino");
- lín (林) "foresta" = (木 "albero" + 木 "albero") = (木 *2) 𣏟 𣏟 𣏟 好 好
- xiū (休) "riposo" = (亻 [人 "uomo"] + 木 "albero")
- suàn (算) "abaco" = (井 "due mani che lavorano" + 目 "su un abaco" + 竹 "su un bamboo");
- jiàoshòu (教授) "professore".

Significativa la spiegazione che ne da Wieger:

From 孝 xiào "filial piety" and 欠 (qī) "beat". 孝 xiào "filial piety", made of 老 (lǎo) and 子 (zǐ) "child" means to respect and obey ones elders; this is TAUGHT by 欠 (qī) beating, according to the most enlightened teaching methods (Karlgren, 1962).

Collegati a questo carattere si ritrovano poi:

- jiāo (教) "insegnare" e jiàoyù (教育) "teaching education";
- hǎidào (海盜) "pirata" = (盜 "ladro" + 海 "mare");
- wēijī (危机) "crisi" = (危 "pericolosa" + 机 "opportunità").

La quinta categoria comprende gli jiǎjiè 假借 (letteralmente tradotto significa "forma-suono"). I caratteri che compaiono in questa categoria sono sempre caratteri composti formati dall'unione di caratteri autonomi, uno dei quali ha il compito di segnalare il modo in cui il carattere deve essere pronunciato. I caratteri che compongono questa classe sono quindi per lo più omonimi o semi-omonimi.

La sesta ed ultima categoria, in cinese viene tradotta come xíngshēng 形声 ("semantica-fonetica"). È una categoria ibrida all'interno della quale l'elemento centrale che gioca un ruolo di classificazione è quello di radicale, termine già menzionato più volte e davvero significativo per la trattazione del binomio matematica-linguaggio e quindi pensiero algebrico, oggetto della nostra indagine.

L'80%-90% dei caratteri cinesi appartiene a quest'ultima classe di riferimento. Questi tipi di carattere sono generalmente costituiti da un *radicale*, cui è affidata la mediazione semantica o sintattica generale e un elemento avente funzione (spesso latentemente) fonologica, che ne suggerisce appunto la pronuncia. La scrittura di

un carattere composto di questo tipo è inserita in una struttura di tipo parametrica (secondo questa accezione, più Matematica, il *radicale* è il *parametro* che veicola suono o significato). Un esempio può essere proprio il carattere *kōu* (口). Esso veicola il significato di “bocca” in diversi caratteri; dai più facili da decodificare come: (可) “approvare”; (言) “parola, linguaggio”; (言) “nome”; (响) “suono, melodia”; (喜) “felicità”; a quelli più complessi che per essere decodificati hanno bisogno di una conoscenza più approfondita della cultura cinese negli aspetti filosofici, logici, religiosi etc. Esempi ne sono (古) “passato” (“*That which has passed through 十 ten 口 mouths, i.e., a tradition dating back ten generations*”, Karlgren, 1962); (占) “fortuna” (“*From 卜 (bǔ) cracks on a tortoise shell (used for fortune telling in ancient times), and 口 (kǒu) ‘mouth’*” (Karlgren, 1962); (善) “buona cosa, ben fatto” (il carattere legato 口 è legato a 言 e quest’ultimo veicola l’aspetto semantico di 善); (哭) “piangere” (“*A 哭 howling 犬 dog*”, Karlgren, 1962).

Altro esempio può essere (伯) “zio”, (生) “scolaro” e (仙) “fata, fiaba”. Il componente comune 亻 (人 *rén*) “persona” veicola il significato.

Il radicale (田) “campo” è addirittura legato a ben 138 altri caratteri ad esso connessi semanticamente.

La “chiave”, il *radicale*, secondo una lettura linguistico/matematica evidenzia quindi, da un lato un’*incognita* (un segno specifico ma “indeterminato” che assume il suo senso in relazione al contesto linguistico nel quale viene inserito (“parola→chiedere, “cuore→sentimento” etc.); dall’altro lato però potrebbe assumere il significato di segno generalizzato, segno capace cioè di veicolare il carattere nel quale esso è inserito e permettere al lettore l’identificazione di quest’ultimo. Analizzando poi le mutue relazioni funzionali esistenti all’interno di un carattere composto e quelle rintracciabili tra esso e tutta una famiglia di caratteri ad esso “associati” la “chiave” assume il ruolo di parametro (Harbaugh, 1998) come mostrato ad esempio in Figura 4.



Fig. 4

Anche in questo caso la relazione tra le competenze linguistiche e quelle matematiche è evidente. Concordando infatti sul allora forte valore cognitivo del parametro per il pensiero algebrico, l’acquisizione, la “manipolazione” autonoma e l’interiorizzazione di un scrittura del genere rappresenterebbe, sin dalla scuola primaria, una prima forte esposizione al pensiero algebrico informale (Cai & Knuth, 2011). Come ribadito precedentemente se ci riflettiamo, sembra che, per giungere ad una scrittura formale ideografica, lo studente metabolizzando il

concetto di “variazione” (Bartolini Bussi & Martignone, 2013; Sun, 2011) come relazione iniziale parte/tutto tra “simboli” e successivamente come nuovo “simbolo” dinamico e variabile, relazionato in una “scrittura formale” ad altri “simboli” semanticamente differenti ma parte di una stessa famiglia, cerca di cogliere l’aspetto principale dell’Algebra, il suo essere linguaggio, strumento di pensiero, strumento matematico per potenziare la risoluzione di problemi e individuare e confrontare relazioni e strutture.

Per giungere a questo livello di metacognizione deve però passare diversi step che partono dalla semplice manipolazione e arrivano, dopo parecchi anni di studio, ad un livello di completezza organizzato da un continuo bilanciamento tra un pensiero seriale, locale, settoriale, ad uno globale, olistico capace di operare categorizzazioni di tipo cognitivo e possibili generalizzazioni. Queste sono fortemente collegate all’uso di *meta-regole* (come quelle mostrate ad esempio in Fig. 5) definite secondo un approccio *relazionale-funzionale-parte/tutto* (Nisbett, 2001) di variazione (Sun, 2011).

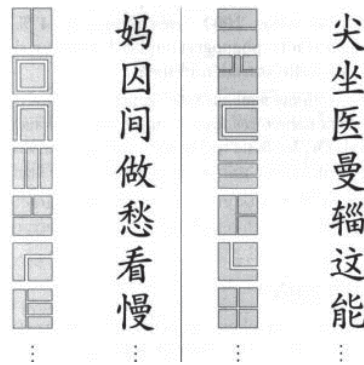


Fig. 5.

Esempi di meta-regole di tipo linguistico sono “moltiplicare per aggregare/disaggregare”, “semplificare per riunire”, “omogeneizzare”, “eguagliare per fare comunicare”, ecc.

Se ci riflettiamo, le “stesse” meta-regole, interpretate in termini più matematici e meno linguistici si ritrovano nel *problem solving* algebrico e geometrico come ad esempio nella risoluzione di un’equazione algebrica, nell’interpretazione delle relazioni parte/tutto di una figura geometrica etc.

Ancora una volta il link tra competenze linguistiche e matematiche è evidente. Se pensiamo all’allievo di Maria le sue competenze nell’uso di queste meta-regole veicolano in modo implicito un apprendimento precoce a certe strutture di tipo matematico. In accordo con Cai potremmo parlare anche in questo caso di un approccio linguistico all’“algebra informale” (Cai & Knuth, 2011).

Conclusioni

Le riflessioni qui proposte possono essere utili agli insegnanti di matematica che lavorano in classi multiculturali con allievi cinesi, ai ricercatori in didattica per osservare, interpretare e prevedere possibili diversi stili cognitivi, tipici della cultura orientale (cinese) e occidentale (italiana) nel *problem solving* matematico e

nello specifico algebrico ma anche agli insegnanti che pur non lavorando con allievi cinesi riscontrano nei loro studenti un *lack* sul pensiero algebrico così come verbalizza Maria: “... *Gli altri hanno difficoltà, lui su questo no!*”.

Coerentemente con l'ipotesi di Boroditsky (2011), la lingua, come detto, contestualizza infatti la percezione e l'organizzazione della realtà in modo da influenzare profondamente i processi di significazione individuale. Per quanto detto, il nostro linguaggio (quello tipico del “mondo occidentale”) è diretto, “finalizzato” a costruire ed individuare confini precisi e distinzioni orientate verso un processo di categorizzazione che in generale sta alla base di tutto l'impianto culturale, storico e filosofico di stampo occidentale. Nella cultura cinese, di contro, possiamo riconoscere un modo di guardare la realtà in cui l'atto di operare distinzioni ha l'esclusiva valenza di trovare relazioni unificanti, costruire connessioni e unire concetti ricorrendo alle meta-regole tipiche della lingua scritta (Di Paola et al., 2015).

I “due mondi”, letti in parallelo ci permettono, come detto, una riflessione, mostrata anche sperimentalmente in Spagnolo & Di Paola (2010), che evidenzia un avviamento precoce degli studenti di lingua cinese rispetto ai coetanei italiani al pensiero *algebrico-relazionale*, mediato dalla loro lingua di origine con implicazioni dirette sul “confronto” dei processi di *problem solving* matematico. Nell'incongruenza di insegnare nelle classi italiane la lingua cinese (non avrebbe alcun senso), e con la consapevolezza dell'importanza di guardare all'insegnamento della Matematica in una prospettiva di continuità e verticalità tra i vari gradi scolastici secondo un approccio di tipo *relazionale-funzionale*, una chiave di volta sembra poter essere quella di guardare ad altri artefatti capaci di veicolare gli stessi “sottesi” matematici, scelti ad hoc facendo riferimento anche a culture non italiane. Questo è ciò che negli ultimi anni i gruppi di ricerca italiani di Modena Reggio Emilia, Napoli e Palermo stanno provando a fare riferendosi all'idea di *trasposizione culturale* (Bartolini et al., 2013; Mellone & Ramploud, 2016) legata all'utilizzo delle equazioni figurali e dei problemi con variazione, come artefatti centrali per il contesto educativo cinese già dai primi anni della scuola primaria cinese (Sun, 2011).

I lavori di ricerca condotti in classi italiane su queste tematiche (Bartolini et al., 2013; Mellone & Ramploud, 2016) sono assolutamente attuali e innovativi; tenendo in considerazione le riflessioni teoriche espresse sul registro linguistico cinese, mirano attraverso l'idea di *trasposizione culturale*, a definire per tutti gli allievi un terreno fertile per il pensiero algebrico sul quale far crescere via via un albero forte e robusto relativo al pensiero algebrico “formale”. Ciò richiede una formazione insegnanti in ottica “multiculturale” che rimane quindi un problema aperto da approfondire nel dettaglio in altri lavori di ricerca.

Riferimenti bibliografici

ARZARELLO F., BAZZINI L., CHIAPPINI G. (1994). L'Algebra come strumento di pensiero. Analisi teorica e considerazioni didattiche. *Progetto Strategico CNR-TID*, Quaderno n.o 6.

- BARTOLINI BUSSI, M. G., MARIOTTI, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom. Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English, M. Bartolini, G. Jones, R. Lesh, B. Sriraman, D. Tirosh (a cura di), *Handbook of International research in Mathematics education* (2nd edition) - Routledge Taylor & Francis Group New York (USA), pp. 746-783.
- BARTOLINI BUSSI, M. G., MARTIGNONE, F. (2013). Cultural issues in the communication of research on Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*, vol. 33, pp. 2-8.
- BARTOLINI BUSSI, M. G., SUN, X., RAMPLOUD, A. (2013). A dialogue between cultures about task design for primary school. In C. Margolinas (a cura di) *Atti del ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) Study 22, Task Design in Mathematics Education*. (Vol. 1) 551-559. Oxford.
- BISHOP, A. J. (1988a). *Mathematical Enculturation: A Cultural Perspective on Mathematics Education*. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publisher.
- BISHOP, A. J. (1988b). Mathematics education in a cultural context. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 19, n.o. 2, pp. 179-191.
- BOORMAN, S. A. (1969). *The protracted game: a wei-ch'i interpretation of Maoist revolutionary strategy*. Oxford University Press.
- BORODITSKY, L. (2011). How language shapes thought. *Scientific America*, pp. 63-65.
- CAI, J., SILVER, E. A. (1995). Solution processes and interpretations of solutions in solving a division-with-remainder story problem: Do Chinese and US students have similar difficulties?. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(5), 491-497.
- CAI, J., KNUTH, D. (a cura di) (2011). *Early Algebraization: A Global Dialogue from Multiple Perspectives*. Springer.
- CRAFTER, S., DE ABREU, G. (2010). Constructing identities in multicultural learning contexts. *Mind, Culture and Activity*, vol. 17, n.o 2, pp.102-118.
- CAI, J., HWANG, S. (2002). Generalized and generative thinking in US and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *The Journal of Mathematical Behavior*, vol. 21, n.o 4, pp. 401-421.
- CHEMLA, K. C. (2010). Changes and Continuities in the Use of Diagrams Tu in Chinese Mathematical Writings (Third Century to Fourteenth Century) [I]. *East Asian Science, Technology and Society*, vol. 4, n.o 2, pp. 303-326.
- D'AMORE, B., DI PAOLA, B., PINILLA, M. I. F., MONACO, A., BOLONDI, G., ZAN, R. (2014). La didattica della Matematica: strumenti per capire e per intervenire. *Atti del Convegno Nazionale omonimo*, 3-4.
- DE ABREU, G., BISHOP, A., PRESMEG, N. (2002). Mathematics learners in transition. *Transitions between contexts of mathematical practices*, pp. 7-21. Springer Netherlands.
- DI PAOLA, B., MELLONE, M., MARTIGNON, F., RAMPLOUD, A. (2015). Un'esperienza educativa di trasposizione culturale nella scuola primaria. *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, vol 38, A-B. N.3.

- DI PAOLA, B., BATTAGLIA, O. R., FAZIO, C. (2016). Non-Hierarchical Clustering as a method to analyse an open-ended questionnaire on algebraic thinking. *South African Journal of Education*, vol. 36, n.o 1, pp. 1-13.
- DI PAOLA, B. (2016). Teaching/learning mathematics in multicultural class: a new challenge for researchers, teachers and students. A case study in Italian classroom with chinese immigrated students, *Atti di CTRAS Conference*, Long Beach, California, USA, 2015, accettato in attesa di pubblicazione.
- FAVILLI, F., OLIVERAS, M. L., CÉSAR, M. (2003). *Bridging Mathematical Knowledge from Different cultures: Proposals for an Intercultural and Interdisciplinary Curriculum*. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty & J. Ziliox (a cura di), *PME 27 Proceedings* (vol. 2, pp. 365-372). Honolulu, University of Hawaii.
- FAVILLI, F. (2007). Ethnomathematics and mathematics education. In *Proceedings of the 10th International Congress of Mathematics Education, Discussion Group 15: Ethnomathematics*. Pisa, Tipografia Editrice Pisana.
- HANSEN C. (1983) *Language and logic in ancient China*. Ann Arbor, University of Michigan Press.
- HARBAUGH, R. (1998). *Chinese characters: A genealogy and dictionary*. New Haven, Yale University Press.
- HOFSTEDE G. (1980). *Culture's Consequences: International Differences in Work Related Values*, Beverly Hills, Sage.
- HSU, F.L.K. (1981). *Americans & Chinese: Passage to difference* (3rd ed.). Honolulu, University Press of Hawaii.
- JOSEPH, G. G. (2011). *The Crest of the Peacock: Non-European Roots of Mathematics*. Princeton, Princeton University Press.
- JULLIEN, F. (2006). *Si parler va sans dire. Du logos et d'âtres ressources*, Paris, Edition du Seuil.
- KARLGRÉN, B., (1962). *Sound and Symbol in Chinese*, Hong Kong, Hong Kong University Press.
- LEUNG, F. K. (2001). In search of an East Asian identity in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 47(1), 35-51.
- LLOYD, G. E. R. L. (1966). *Polarity and Analogy. Two types of argumentation in early Greek thought*, Cambridge, Cambridge University Press.
- LOGAN, R. F. (1986). *The Alphabet Effect*. New York, Morrow.
- MELLONE, M., PUNZO, C., TORTORA, R. (2012). Un percorso di riscoperta dei significati algebrici lavorando con le quantità. *L'insegnamento della Matematica e delle scienze integrate*, vol. 36, n.1, pp. 53-84.
- MELLONE, M., RAMCLOUD, A. (2016). Additive structure: an educational experience of cultural transposition. Accettato a *International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) Study 23*.
- MIUR (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*. Retrieved in January 2013 at: <http://hubmiur.pubblica.istruzione.it/>
- NEEDHAM, J. (1981). *Science in traditional China: a comparative perspective*. Chinese University Press.

- NISBETT, R. E., PENG, K., CHOI, I., NORENZAYAN, A. (2001). Culture and systems of thought: holistic versus analytic cognition. *Psychological review*, 108(2), 291.
- ONGINI, V., SANTAGATI M. (a cura di) (2015). *Alunni con cittadinanza non italiana. Tra difficoltà e successi. Rapporto nazionale a.s. 2013/14*. Milano: Fondazione ISMU.
- PENG, K., NISBETT, R. E. (1999). Culture, dialectics, and reasoning about contradiction. *American psychologist*, 54(9), 741.
- PIERCE, R., STACEY, K. (2004). Monitoring progress in algebra in a CAS active context: Symbol sense, algebraic insight and algebraic expectation. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 11(1), 3.
- RAMPLLOUD, A. (2015). 数学 [shùxué] Matematica, sguardi (d)alla Cina, [...] ogni pensiero, nel farsi incontro all'altro si interroga sul proprio impensato. Tesi di dottorato in Didattica della Matematica, Scuola di Dottorato in Scienze Umanistiche, Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia.
- RAMPLLOUD, A., DI PAOLA, B. (2013). The Chinese perspective of variation to rethink the Italian approach to word-problems from a pre-algebraic point of view. In Fazio, C. (ed.), *Atti di CIEAEM 65*. Torino.
- RYJIK, K. (1980). L'idiot chinois, initiation à la lecture des caractères chinois.
- SPAGNOLO, F., DI PAOLA, B. (2010). *European and Chinese cognitive styles and their impact in teaching mathematics*. Berlin, Springer-Verlag.
- SUN, X. (2011). An Insider's Perspective: "Variation Problems" and Their Cultural Grounds in Chinese Curriculum Practice. *Journal of Mathematics Education*, Vol. 4, No. 1, pp. 101-114.
- WANG, T., MURPHY, J. (2004). *An Examination of Coherence in a Chinese Mathematics Classroom*. In: Fan L., Wong N.-Y., Cai J., Li S. (a cura di), *How Chinese Learn Mathematics*. Hackensack & London: World Scientific.

Torino, 10 dicembre 2016