



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PALERMO

Dottorato di ricerca in Ingegneria Chimica Gestionale Informatica e Meccanica
Indirizzo “Ingegneria della Produzione”
Dipartimento di Ingegneria Chimica, Gestionale, Informatica e Meccanica
Settore Scientifico Disciplinare ING-IND/17

TRATTAMENTO DELL'INCERTEZZA EPISTEMICA NELL'ANALISI AFFIDABILISTICA

IL DOTTORE
Ing. ROBERTA INGHILLERI

IL COORDINATORE
Prof. SALVATORE GAGLIO

IL TUTOR
Prof. GIACOMO GALANTE

CICLO XXVI
ANNO ACCADEMICO 2015-2016

Ringraziamenti

Desidero innanzitutto ringraziare il Prof. Galante, mio tutor durante questi tre anni di dottorato, che mi ha supportato con la sua costante presenza, sempre disponibile a chiarirmi ogni dubbio. Ringrazio il Prof. Passannanti che, anche se non ufficialmente, per me è stato come un secondo tutor. Oltre agli immensi insegnamenti che mi hanno fornito e che costituiranno sempre per me un prezioso bagaglio, il mio ringraziamento è a loro dedicato soprattutto per il calore umano riservatomi, la cortesia dimostrata e per avermi trasmesso la loro passione per l'insegnamento e la ricerca.

Un ringraziamento particolare va a Manuela, che ha occupato gran parte del suo tempo per approfondire ed analizzare gli argomenti della mia tesi e per trovare risposte a tutte le nostre elucubrazioni mentali, soprattutto quelle del venerdì pomeriggio. La sua presenza è stata fondamentale per la redazione del mio elaborato, rendendo le giornate lavorative anche più divertenti.

Ringrazio Giuseppe per il suo supporto statistico e Antonella con cui ho condiviso alcune delle attività didattiche svolte.

Ringrazio il Prof. Enea che mi ha fornito i contatti per poter trascorre un periodo di dottorato all'estero e il Prof. Crespo per avermi supportato durante il periodo di visiting presso l'università di Siviglia. Ringrazio Asier, mio coinquilino e collega a Siviglia, e tutto lo staff del Prof. Crespo per la loro disponibilità dimostrata durante la mia permanenza nel loro dipartimento.

Grazie a tutti i professori del DICGIM dell'università di Palermo, per gli insegnamenti ricevuti durante tutto il percorso universitario.

Ringrazio lo staff di manutenzione della raffineria che ha collaborato alla progettazione e all'implementazione della metodologia proposta per la valutazione delle performance di manutenzione.

Infine un particolare ringraziamento va ad Andrea, che con il suo affetto e la sua pazienza, è stato sempre presente e la mia famiglia che mi ha sostenuto in ogni modo possibile in tutto il mio percorso universitario.

Sommario

| | |
|---|-----------|
| <i>Indice delle tabelle</i> | 8 |
| <i>Indice delle figure</i> | 10 |
| <i>Introduzione</i> | 12 |
| 1. Analisi del rischio di impianti a rischio di incidente rilevante | 16 |
| 1.1 Analisi affidabilistica di sistemi complessi | 17 |
| 1.1.1 Accenni sulla funzione affidabilità | 17 |
| 1.2 Tecniche per l'analisi affidabilistica di sistemi complessi | 19 |
| 1.2.1 Metodologia HAZOP | 20 |
| 1.2.2 FMEA/FMECA | 20 |
| 1.2.3 Albero degli eventi | 21 |
| 1.2.4 Albero dei guasti | 22 |
| 1.2.4.1 Tagli minimi | 23 |
| 2. L'incertezza | 25 |
| 2.1 Trattamento dell'incertezza | 25 |
| 2.1.1 Approcci probabilistici per il trattamento dell'incertezza | 27 |
| 2.1.1.1 Probabilità classica | 27 |
| 2.1.1.2 Probabilità frequentista | 28 |
| 2.1.1.3 Probabilità soggettiva | 28 |
| 2.1.2 Imprecise probability per il trattamento dell'incertezza | 29 |
| 2.1.3 Teoria della possibilità per il trattamento dell'incertezza | 30 |
| 2.1.3.1 Teoria dei Fuzzy set | 33 |
| 2.1.4 Teoria dell'evidenza per il trattamento dell'incertezza | 35 |
| 2.1.4.1 Regole di aggregazione nella teoria dell'evidenza..... | 38 |
| 2.2 Metodi di propagazione dell'incertezza | 40 |
| 2.2.1 Propagazione dell'incertezza di I livello | 41 |
| 2.2.1.1 Propagazione dell'incertezza di I livello: Modello puramente probabilistico | 41 |
| 2.2.1.2 Propagazione dell'incertezza di I livello: Modello puramente possibilistico | 42 |
| 2.2.1.3 Propagazione dell'incertezza di I livello: Modello probabilistico – possibilistico | 43 |
| 2.2.1.4 Propagazione dell'incertezza di I livello: Modello probabilistico – teoria dell'evidenza | 45 |
| 2.2.2 Propagazione dell'incertezza di II livello..... | 45 |
| 2.2.2.1 Propagazione dell'incertezza di II livello: Modello puramente probabilistico | 46 |
| 2.2.2.2 Propagazione dell'incertezza di II livello: Modello ibrido probabilistico – possibilistico..... | 47 |

| | |
|---|-----------|
| 2.2.2.3 Propagazione dell'incertezza di II livello: Modello ibrido probabilistico – teoria dell'evidenza | 48 |
| 2.2.2.3.1 Primo metodo | 48 |
| 2.2.2.3.2 Secondo metodo | 50 |
| 3. <i>Trattamento dell'incertezza nell'analisi del rischio</i> | 55 |
| 3.1 Tecniche per il trattamento dell'incertezza nell'analisi del rischio | 57 |
| 3.1.1 Approccio intervallare – Imprecise probability | 57 |
| 3.1.2 Probabilità della probabilità: Distribuzione uniforme | 58 |
| 3.1.3 Teoria della possibilità | 59 |
| 3.1.3.1 Teoria dei Fuzzy set nell'analisi affidabilistica | 60 |
| 3.1.4 Teoria dell'evidenza nell'analisi del rischio | 63 |
| 3.1.4.1 Teoria dell'evidenza: True - False | 63 |
| 3.1.4.2 Teoria dell'evidenza: Intervallo – $Bel(T)-Pl(T)$ | 64 |
| 3.1.4.3 Teoria dell'evidenza: Intervallo di probabilità con relativa massa associata | 65 |
| 3.1.4.4 Teoria dell'evidenza: Intervallo di probabilità | 68 |
| 3.2 Scelta della tecnica più adeguata a trattare l'incertezza nell'analisi del rischio | 71 |
| 3.2.1 Scenario 1: Informazione puntuale – Probabilità soggettiva | 72 |
| 3.2.2 Scenario 2: Informazione intervallare – 1 esperto | 73 |
| 3.2.3 Scenario 3: Informazione intervallare con relativa massa di credibilità associata | 77 |
| 3.2.4 Scenario 4: Informazione intervallare con valore/i più credibili | 78 |
| 3.2.5 Scenario 5: Più informazioni intervallari – Più esperti | 79 |
| 3.2.6 Scenario 6: Più informazioni intervallari con relativa massa associata | 81 |
| 3.2.7 Si conosce la forma distribuzionale del tempo di guasto ma i parametri della distribuzione sono affetti da incertezza | 82 |
| 4. <i>Programmazione degli interventi di manutenzione in presenza di incertezza epistemica</i> | 88 |
| 4.1 Introduzione al problema | 89 |
| 4.2 Formulazione del problema | 91 |
| 4.3 Acquisizione delle informazioni da parte di esperti | 92 |
| 4.4 Trattamento dell'incertezza | 93 |
| 4.4.1 Trattamento dell'incertezza tramite fuzzy number | 93 |
| 4.4.2 Trattamento dell'incertezza tramite teoria dell'evidenza | 94 |
| 4.4.2.1 Aggregazione dei giudizi | 95 |
| 4.4.2.1.1 Esempio: regola di aggregazione | 96 |
| 4.4.2.1.2 Differenze regola di aggregazione di Dempster e di Yager | 97 |
| 4.4.2.2 Propagazione dell'incertezza | 98 |

| | |
|---|------------|
| 4.5 Adattamento al problema di un algoritmo di ottimizzazione..... | 99 |
| 4.6 Applicazione a un caso studio | 101 |
| 4.7 Risultati..... | 105 |
| 5. Utilizzo di KPI per la valutazione delle performance di manutenzione..... | 107 |
| 5.1 Analisi della letteratura scientifica e delle norme tecniche | 107 |
| 5.2 Proposta di una metodologia multi step per la valutazione delle performance di manutenzione..... | 114 |
| 5.2.1 Definizione di una struttura gerarchica customizzata..... | 114 |
| 5.2.2 Raccolta e assegnazione dei MKPI alla struttura gerarchica..... | 119 |
| 5.2.3 Ranking dei MKPI tramite AHP | 119 |
| 5.2.3.1 Analytic Hierarchy Process (AHP) classico | 119 |
| 5.2.3.2 Raccolta dei giudizi di confronti a coppie | 124 |
| 5.2.3.3 Completamento delle matrici incomplete: Revised Geometric Mean (RGM) method | 126 |
| 5.2.3.4 Valutazione della consistenza della matrice | 127 |
| 5.2.3.5 Miglioramento della consistenza delle matrici complete o completate | 128 |
| 5.2.4 Modello di programmazione matematica per la selezione di un insieme ottimo di MKPI | 131 |
| 5.2.5 Risultati | 132 |
| 5.3 Approccio fuzzy per la gerarchizzazione dei MKPI | 134 |
| 5.3.1 TOPSIS | 135 |
| 5.3.2 FUZZY TOPSIS | 137 |
| 5.3.3 Applicazione del FUZZY TOPSIS | 140 |
| Conclusioni | 149 |
| Bibliografia | 154 |

Indice delle tabelle

| | |
|--|-----|
| Tabella 1: Giudizi espressi in forma intervallare per il parametro α da 3 esperti..... | 50 |
| Tabella 2: Operazioni aritmetiche con numeri fuzzy nella fault tree analysis..... | 62 |
| Tabella 3: Gate OR | 64 |
| Tabella 4: Gate AND | 64 |
| Tabella 5: Operatori di unione e intersezione | 65 |
| Tabella 6: Intervalli aggregati con relative masse | 66 |
| Tabella 7: Intervalli aggregati con relative masse (Scenario 1)..... | 69 |
| Tabella 8: Intervalli aggregati con relative masse (Scenario 2)..... | 69 |
| Tabella 9: Intervalli forniti con relative masse (Scenario 3) | 70 |
| Tabella 10: Intervalli forniti sul <i>MTTF</i> | 96 |
| Tabella 11: Corrispondenti intervalli di α | 96 |
| Tabella 12: Intervalli di affidabilità | 96 |
| Tabella 13: Masse di credibilità..... | 96 |
| Tabella 14: Masse di credibilità aggregate | 96 |
| Tabella 15: Intervallo di credibilità [$Bel_c(W)$; $Pl_c(W)$] | 97 |
| Tabella 16: Confronto tra la regola di combinazione di Dempster e quella di Yager | 97 |
| Tabella 17: Valori di $Bel(W)$ e $Pl(W)$ dei componenti del sistema..... | 103 |
| Tabella 18: Risultati ottenuti tramite la massimizzazione di $Bel(W_S)$ e $Pl(W_S)$ variando il tempo disponibile per effettuare la manutenzione | 104 |
| Tabella 19: Scala di Saaty..... | 120 |
| Tabella 20: Consistenze medie di matrici random (valori <i>RI</i>)..... | 122 |
| Tabella 21: Matrice di confronto a coppie tra gli aspetti di livello 1..... | 125 |
| Tabella 22: Esempio di matrice di confronti a coppie tra MKPI assegnati al generico nodo della struttura gerarchica..... | 125 |
| Tabella 23: Insieme ottimo di MKPI | 134 |
| Tabella 24: Traduzione giudizi linguistici in numeri fuzzy..... | 138 |
| Tabella 25: Matrice fuzzy | 138 |
| Tabella 26: Matrice fuzzy pesata e normalizzata..... | 139 |
| Tabella 27: Matrice fuzzy pesata e normalizzata \tilde{v}_{ij} | 139 |
| Tabella 28: Giudizi espressi sui MKPI relativi al nodo “Manutenzione Correttiva” | 142 |
| Tabella 29: Traduzione dei giudizi espressi in fuzzy number | 142 |

| | |
|---|-----|
| Tabella 30: Giudizi pesati e normalizzati | 142 |
| Tabella 31: Soluzione ideale positiva e negativa fuzzy | 143 |
| Tabella 32: Distanze fuzzy dei punteggi delle alternative dalla soluzione ideale positiva . | 144 |
| Tabella 33: Distanze fuzzy dei punteggi delle alternative dalla soluzione ideale negativa | 145 |
| Tabella 34: Indici di vicinanza fuzzy | 146 |

Indice delle figure

| | |
|--|----|
| Figura 1: Simboli logici booleani | 22 |
| Figura 2: Sistema complesso | 24 |
| Figura 3: Rappresentazione del sistema di Fig.2 | 24 |
| Figura 4: Distribuzione di possibilità triangolare per il parametro x sull'intervallo $[1,3]$ con valore massimo 2 | 31 |
| Figura 5: Sottoinsieme A dell'intervallo $[1,3]$, i cui valori hanno un grado di possibilità uguale o maggiore a 0,5 | 31 |
| Figura 6: Funzioni di possibilità e necessità cumulate relative alla Figura 4 | 32 |
| Figura 7: Funzione $r(x)$ relativa all'esempio | 33 |
| Figura 8: Funzioni di possibilità e necessità relative all'esempio | 33 |
| Figura 9: Numero fuzzy triangolare..... | 34 |
| Figura 10: α -cut dell'insieme A | 35 |
| Figura 11: Rappresentazione dell'incertezza tramite teoria dell'evidenza..... | 37 |
| Figura 12: Step 1 – Simulazione Monte Carlo | 43 |
| Figura 13: Step 2 – Estrazione valore di α | 44 |
| Figura 14: Realizzazioni delle funzioni di possibilità per la variabile di output | 44 |
| Figura 15: Intervallo del parametro in corrispondenza del valore di α estratto..... | 47 |
| Figura 16: Lower e upper bound della variabile per il valore estratto 0,6..... | 47 |
| Figura 17: Intervalli dei parametri delle distribuzioni di due variabili incerte corrispondenti ai valori di α estratti | 49 |
| Figura 18: Rappresentazione dei giudizi forniti | 51 |
| Figura 19: Funzione di distribuzione per α | 52 |
| Figura 20: Distribuzione della variabile di risposta d con $\alpha=18855$ $\beta=7,5$ | 53 |
| Figura 21: Albero dei guasti | 57 |
| Figura 22: Distribuzione uniforme sull'intervallo $[\underline{P}_i, \overline{P}_i]$ | 59 |
| Figura 23: Distribuzione di possibilità sull'intervallo $[\underline{P}_i, \overline{P}_i]$ | 60 |
| Figura 24: Funzioni di possibilità e di necessità..... | 60 |
| Figura 25: Belief e Plausibility dell'evento $P_{Top} \leq P_{soglia}$ | 67 |
| Figura 26: Albero dei guasti – Giudizi intervallari sui basic event forniti da un esperto.... | 73 |
| Figura 27: Albero dei guasti – Probabilità del Top Event intervallare..... | 74 |
| Figura 28: Distribuzione uniforme sull'intervallo fornito dall'esperto | 74 |

| | |
|--|-----|
| Figura 29: Albero dei guasti – Teoria dell’evidenza, Scenario 2 | 76 |
| Figura 30: Albero dei guasti – Teoria dell’evidenza, Scenario 3 | 78 |
| Figura 31: Distribuzione di probabilità/Funzione di possibilità triangolare e trapezoidale | 79 |
| Figura 32: Intervallo del parametro α in corrispondenza di $\alpha = 0,4$ | 84 |
| Figura 33: Lower e upper bound del tempo di guasto corrispondente al valore 0,7 estratto | 85 |
| Figura 34: Rappresentazione schematica dei componenti del sistema | 101 |
| Figura 35: Flow-chart della metodologia proposta..... | 114 |
| Figura 36: Primo livello della struttura gerarchica | 116 |
| Figura 37: Struttura Gerarchica | 118 |
| Figura 38: Procedura iterativa per il completamento delle matrici e la verifica di inconsistenza..... | 130 |
| Figura 39: Rappresentazione dei numeri fuzzy | 138 |
| Figura 40: Rappresentazione indice di vicinanza dell’indicatore “MTTF” | 147 |

Introduzione

Gli impianti di processo, in particolare quelli che immagazzinano e gestiscono grandi quantità di sostanze pericolose, possono essere soggetti a diversi tipi di incidenti. In questi contesti, l'analisi del rischio fornisce informazioni qualitative e/o quantitative che permettono ai decisori di effettuare scelte più consapevoli e di utilizzare appropriate misure di sicurezza. In generale, l'analisi del rischio considera le probabilità di accadimento degli eventi, quali, ad esempio, il guasto dei componenti di un sistema, come dati certi. Tuttavia, tale tipo di certezza si presume esclusivamente per semplificare l'analisi, ma non si basa su una conoscenza adeguata del processo aleatorio di guasto sottostante. La stima della probabilità associata al verificarsi di un evento pericoloso è, infatti, quasi sempre, caratterizzata da un certo grado di incertezza, più o meno elevato, dipendentemente dal livello di conoscenza del sistema in esame. Il problema del trattamento di dati affidabilistici incerti è, pertanto, fondamentale nell'analisi del rischio.

In letteratura l'incertezza è distinta in aleatoria ed epistemica. L'incertezza aleatoria, detta anche oggettiva, è dovuta alla variabilità e imprevedibilità naturale della variabile oggetto di studio. L'incertezza epistemica, detta anche soggettiva, è dovuta, invece, alla mancanza di dati storici sul verificarsi dell'evento.

L'analisi trattata nella tesi riguarda impianti a rischio di incidente rilevante, in cui i dati affidabilistici dei componenti che li costituiscono sono scarsi. Ciò è dovuto alla bassa probabilità di guasto dei componenti critici.

L'evento guasto, quindi, oltre alla sua ineliminabile incertezza aleatoria è affetto da un'incertezza epistemica, imputabile alla scarsa conoscenza del fenomeno in esame. Trattare oltre alla componente aleatoria anche quella epistemica risulta, quindi, fondamentale al fine di ottenere risultati più validi.

Generalmente l'approccio probabilistico è usato per trattare entrambi i tipi di incertezza, ipotizzando la conoscenza delle probabilità di interesse. Tali probabilità, tuttavia, per le ragioni dette, non sono ricavabili dalle funzioni di probabilità di guasto, perché non note. È, inoltre, spesso impossibile assimilare i componenti in esame ad altri componenti simili dei quali si hanno dati affidabilistici in banche dati specialistiche. Ciò sia per la diversità dei componenti che per la specificità delle modalità operative. Non resta quindi che ricorrere ad esperti del settore che forniscano un valore per le probabilità di interesse sulla base della loro percezione soggettiva del fenomeno in esame. Se, da un lato, ciò consente

di ricondurre il problema al classico approccio probabilistico, si è visto che l'incertezza epistemica che caratterizza il problema è, tuttavia, meglio esprimibile attraverso approcci differenti da quello probabilistico classico, partendo da informazioni intervallari sulle variabili di interesse. Sono stati, quindi, proposti altri metodi per trattare l'incertezza epistemica, quale l'approccio intervallare, la teoria della possibilità e la teoria dell'evidenza.

La letteratura scientifica presenta numerosi lavori riguardanti la descrizione di tali tecniche per il trattamento dell'incertezza e la loro applicazione in svariati contesti.

Si riscontra, però, la mancanza di una chiara distinzione su quando sia più conveniente applicare un approccio piuttosto che un altro. Nella tesi è illustrato come la scelta dipenda da molteplici aspetti, quali le informazioni disponibili e la gestione e l'elaborazione di tali informazioni da parte dell'analista. Infatti viene messo in evidenza come nell'analisi del rischio le figure che intervengono sono almeno tre: l'esperto che fornisce le informazioni affidabilistiche, l'analista che contribuisce al modo in cui le informazioni sono espresse e che successivamente le elabora e gli stakeholder interessati alle modalità con cui sono prodotti gli output dello studio.

Al fine di illustrare come trattare l'incertezza nell'analisi affidabilistica, si fa riferimento alla fault tree analysis. Il top event rappresenta il guasto del sistema, mentre i basic event il guasto dei componenti che lo costituiscono. Sono esaminate le problematiche riguardanti l'aggregazione delle informazioni incerte provenienti da più esperti e la propagazione dell'incertezza attraverso l'albero dei guasti al fine di ottenere misure della probabilità di guasto del sistema.

Una volta che una corretta valutazione del rischio è stata effettuata, opportune misure correttive devono essere messe in atto, quale, ad esempio, adottare opportune politiche manutentive per ridurre la probabilità di manifestarsi di eventi dannosi. Anche nel problema di ottimizzazione della manutenzione degli impianti, l'incertezza epistemica svolge un ruolo fondamentale. In questo contesto, l'incertezza epistemica non riguarda direttamente la probabilità di guasto ma la non completa conoscenza del fenomeno aleatorio che descrive il tempo di guasto dei componenti. Si suppone, in particolare, che l'analista conosca il fenomeno fisico che determina il guasto del componente, il che gli consente di assumere una distribuzione di probabilità, ma non dispone di dati sufficienti per stimare i parametri della distribuzione. Esperti sono, quindi, coinvolti nella formulazione di giudizi su tali parametri incerti. È proposta una procedura basata sull'applicazione della teoria dell'evidenza per la selezione dei componenti su cui

effettuare la manutenzione, al fine di massimizzare l'affidabilità del sistema, in regime di incertezza epistemica.

È, inoltre, evidente l'interesse di un'azienda a valutare le performance del servizio di manutenzione, soprattutto negli impianti a rischio di incidente rilevante in quanto tale funzione condiziona pesantemente l'affidabilità del sistema. Il controllo delle performance è importante, quindi, non soltanto per il responsabile del servizio manutenzione ma anche per il responsabile del servizio sicurezza e per il top management. Un'evidenza sulle modalità di esecuzione e sui risultati del servizio manutenzione sono inoltre, a volte, richiesti dagli organismi di controllo. Così, come per altre funzioni aziendali (si pensi agli indicatori di gestione di un magazzino o agli indicatori finanziari di un'azienda), anche la funzione manutenzione può essere supportata da un sistema di indicatori di performance, definiti Maintenance Key Performance Index (MKPI). La letteratura tecnico-scientifica presenta una molteplicità di indicatori per la valutazione della manutenzione ma è impensabile utilizzarli tutti per via della difficoltà di reperire l'elevata mole di dati necessari al loro calcolo. Inoltre, l'adozione di un numero molto elevato di indicatori comprometterebbe la sinteticità di analisi che, tramite essi, si vuole ottenere. Dalla bibliografia analizzata si riscontra la mancanza di una procedura strutturata che permetta di scegliere un numero ridotto di tali indicatori. La tesi presenta una procedura che consente di selezionare un insieme di indicatori che sia il miglior compromesso tra la completezza dell'informazione fornita e la sinteticità della stessa. I giudizi sull'importanza degli indicatori sono forniti da esperti tramite confronti a coppie utilizzando la metodologia AHP (Analytic Hierarchy Process). Si propone un metodo per la gerarchizzazione dei MKPI e un modello di programmazione matematica per la selezione di quelli ritenuti più opportuni al particolare contesto esaminato.

Dall'implementazione della metodologia si è riscontrata una certa difficoltà da parte degli esperti di effettuare i confronti a coppie tra gli indicatori. Inoltre, l'AHP è applicabile solo se il numero di alternative da confrontare non è elevato. Pertanto è proposto un altro approccio basato sul metodo multi-criterio Topsis per la gerarchizzazione degli indicatori, che prevede che gli esperti forniscano direttamente giudizi assoluti sugli stessi. Poiché nelle situazioni reali gli esperti difficilmente sono in grado di fornire per ciascun indicatore un giudizio assoluto in termini numerici, si ritiene che essi siano facilitati nell'esprimere lo stesso in termini linguistici. È quindi utilizzata la logica fuzzy poichè permette di trattare pareri vaghi ed incerti traducendo i giudizi linguistici in numeri fuzzy. Il metodo fuzzy topsis è, pertanto, proposto per la gerarchizzazione dei MKPI.

La tesi è strutturata come segue. Nel primo capitolo è riportata una descrizione dell'analisi del rischio e delle metodologie utilizzate per l'analisi affidabilistica di sistemi complessi. Nel secondo capitolo sono descritte le tecniche proposte in letteratura per il trattamento dell'incertezza epistemica. In particolare, sono analizzate la teoria della probabilità, l'approccio intervallare, la teoria della possibilità e la teoria dell'evidenza. Nel terzo capitolo le teorie suddette sono applicate nell'ambito dell'analisi del rischio ed è illustrato come, a secondo delle informazioni disponibili, sia più appropriato l'utilizzo di una tecnica piuttosto che un'altra. Nel quarto capitolo è trattato il problema dell'ottimizzazione della manutenzione in presenza di dati affidabilistici incerti. Infine, nel quinto capitolo è proposta una metodologia strutturata per l'individuazione dell'insieme ottimo di indicatori di performance della manutenzione che sia il miglior compromesso tra la capacità di descrivere le performance di manutenzione e la sinteticità dell'informazione fornita.

Capitolo 1

Analisi del rischio di impianti a rischio di incidente rilevante

Nei processi di produzione, cui prende parte il personale, gli incidenti sono relativamente frequenti; nella maggior parte dei casi, essi si risolvono con danni subiti da pochi individui operanti all'interno di un ben determinato perimetro. Fortunatamente sono molto più rari i casi in cui l'incidente è tale da coinvolgere un numero consistente di persone che si trovano anche al di fuori dello stabilimento in cui l'incidente ha avuto origine. Incidenti che danno luogo a fenomeni fisici tali da arrecare danno a un gran numero di persone, all'interno e all'esterno dello stabilimento, o all'ambiente sono definiti incidenti rilevanti, proprio perché rilevanti possono essere i danni che essi procurano.

Il DPR 17.05.88 n. 175 (recepito come "DIRETTIVA SEVESO") definisce **incidente rilevante** quell'*"avvenimento quale un'emissione, un incendio o un'esplosione di rilievo connessi ad uno sviluppo incontrollato di una attività industriale che dia luogo a un pericolo grave, immediato o differito, per l'uomo, all'interno o all'esterno dello stabilimento, e per l'ambiente e che comporti l'uso di una o più sostanze pericolose"*.

L'analisi del rischio costituisce uno strumento indispensabile nei contesti caratterizzati da rischio di incidente rilevante poiché permette l'identificazione, la valutazione e la gestione dei rischi connessi allo svolgimento delle attività. Tale analisi risulta, quindi, fondamentale per mettere in evidenza le situazioni a cui corrispondono i rischi di maggiore entità allo scopo di adottare le opportune misure di sicurezza.

Le fasi in cui si articola l'analisi del rischio possono sintetizzate come di seguito.

- Identificazione e descrizione degli eventi accidentali potenzialmente in grado di provocare un incidente rilevante. Un evento accidentale è usualmente definito come una deviazione significativa dalle normali condizioni di funzionamento del sistema, che può condurre a conseguenze non volute. In un'industria petrolchimica, ad esempio, una fuga di gas può essere definita evento accidentale.
- Identificazione delle potenziali cause di ciascun evento accidentale e valutazione del rischio connesso a tali eventi.

Il rischio è una funzione della probabilità di accadimento di un evento indesiderato e della magnitudo delle conseguenze che tale evento è in grado di provocare.

Pertanto, per la valutazione del rischio occorre stimare:

- la probabilità di accadimento dell'incidente;

- le conseguenze associate all'ipotesi di incidente.
- Valutazione e controllo dell'evento accidentale, inteso come processo di confronto con eventuali obiettivi di sicurezza al fine di stabilire l'accettabilità del livello di rischio e di definire le azioni che devono essere intraprese per intervenire sui fattori che determinano il rischio stesso. Tali azioni possono essere finalizzate alla diminuzione della frequenza di accadimento dell'incidente e/o delle conseguenze ad esso associate.

Data la rilevanza dei danni che possono procurare tali eventi accidentali, i risultati da ottenere dall'analisi del rischio devono essere il più affidabili possibili.

Il processo di analisi del rischio si fonda sulle conoscenze e sulle informazioni acquisite nel tempo, basate su studi mirati o su esperienze storiche, relativamente ad un dato evento. Esistono molteplici database che vengono utilizzati per ottenere e raccogliere informazioni sui rischi che si devono valutare. Ma, dato che tali analisi si occupano spesso di valutare eventi che, fortunatamente, si verificano raramente e su cui, quindi, si ha scarsa esperienza, i dati a disposizione sono scarsi o poco attendibili. La stima del rischio associato a un qualsiasi evento sarà, quindi, sempre caratterizzata da un certo grado di incertezza, più o meno elevato, dipendentemente dal livello di conoscenza del fenomeno/sistema in esame. Quantificare tale incertezza appare pertanto indispensabile. Il trattamento dell'incertezza nell'analisi del rischio costituirà il corpo centrale dell'elaborato.

1.1 Analisi affidabilistica di sistemi complessi

Un'analisi affidabilistica permette di valutare la successione di eventi che portano all'evento accidentale di interesse. Tale analisi risulta particolarmente utile in quelle tipologie impiantistiche soggette a rischi di incidenti rilevanti che sono spesso caratterizzate da notevole complessità.

Di seguito, per completezza, si riportano dei brevi accenni sulla funzione affidabilità.

1.1.1 Accenni sulla funzione affidabilità

Un sistema è costituito da un insieme di componenti che interagiscono tra loro. La complessità di un sistema è principalmente dovuta all'interazione tra i diversi componenti. Il funzionamento del sistema dipenderà, pertanto, dai componenti che lo costituiscono e, quindi, dalla loro affidabilità.

L'affidabilità di un componente è la probabilità che il componente funzioni senza guastarsi per un certo tempo t in predeterminate condizioni ambientali. A ciascun componente di un sistema possono essere associati due possibili stati: uno di buon funzionamento e uno di guasto.

La definizione di affidabilità presuppone che:

- sia stato fissato un criterio univoco per giudicare se il componente è funzionante o meno;
- siano stabilite le condizioni di impiego;
- sia fissato l'intervallo di tempo t nel quale si richiede che il componente funzioni.

Fissate le prime due condizioni, l'affidabilità è solo funzione del tempo e la forma di tale funzione dipende dalla legge probabilistica con cui può verificarsi il guasto nel tempo.

In mancanza di dati specifici, l'affidabilità di un componente è valutata sulla base di dati storici di comportamento di componenti uguali o simili.

Se consideriamo la funzione densità di probabilità di guasto $f(t)$ tale che la probabilità che il componente si guasti al tempo t o in un suo intorno infinitesimo sia $f(t)dt$, allora la probabilità che il componente si guasti al tempo t o in precedenza vale:

$$F(t) = \int_0^t f(t)dt \quad (1)$$

Poiché il componente prima o poi si guasta:

$$\int_0^{\infty} f(t)dt = 1 \quad (2)$$

L'affidabilità, cioè la probabilità che il componente funzioni al tempo t , è definita come:

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt = 1 - \int_0^t f(t)dt \quad (3)$$

Il tasso di guasto $\lambda(t)$ è tale che $\lambda(t)dt$ rappresenta la probabilità che il componente si guasti nell'intervallo compreso tra t e $t + dt$, supposto che al tempo t sia ancora funzionante.

La funzione tasso di guasto rappresenta quindi la funzione densità di probabilità di guasto di un componente che al tempo t è funzionante; la corrispondente probabilità $\lambda(t)dt$ è una probabilità a posteriori, ossia condizionata dall'informazione di funzionamento al tempo t . Viceversa $f(t)dt$ è una probabilità a priori, cioè relativa all'istante iniziale di funzionamento.

Il tasso di guasto ha le dimensioni dell'inverso di un tempo e, se costante, può essere interpretato come numero di guasti attesi nell'unità di tempo.

Il calcolo esatto dell'affidabilità di un componente o della probabilità di guasto, per dato tempo, deriva, quindi, dalla possibilità di esprimere una delle quattro leggi che descrivono

il comportamento della variabile aleatoria tempo di guasto. Nota, infatti, una di esse, le relazioni precedenti consentono di formulare le altre tre.

L'affidabilità di un sistema è funzione delle affidabilità R_i dei singoli componenti che lo costituiscono e del legame affidabilistico tra essi.

L'importanza dell'analisi di affidabilità di un sistema deriva dalle seguenti considerazioni:

- se si conosce il comportamento di ciascun componente si può dedurre il comportamento del sistema;
- si possono individuare i componenti critici o comunque gerarchizzare i componenti in funzione dell'influenza che esercitano sull'affidabilità del sistema;
- si può individuare la migliore politica di manutenzione del sistema;
- si può progettare il sistema ottimizzandone le caratteristiche affidabilistiche, ad esempio duplicando alcune funzioni.

Il funzionamento di un sistema dal punto di vista affidabilistico può essere rappresentato con schemi a blocchi opportunamente collegati, dove ciascun blocco rappresenta un sottosistema o un componente. Un sistema si dice in serie quando il guasto di uno qualsiasi dei suoi componenti determina il guasto del sistema. Un sistema, invece, si dice in parallelo quando il guasto del sistema si manifesta quando tutti i componenti si guastano. Non sempre, però, i sistemi si possono ricondurre a configurazioni serie-parallelo.

Sono state messe a punto diverse tecniche per l'analisi di tali sistemi complessi con lo scopo di determinare l'affidabilità di un impianto, le cause e gli effetti dei guasti, al fine di individuare le azioni per migliorare l'affidabilità del sistema. Le tecniche descritte di seguito trovano applicazione in tutti quei casi in cui è richiesta un'analisi del rischio.

1.2 Tecniche per l'analisi affidabilistica di sistemi complessi

L'analisi di un sistema è un processo diretto ad acquisire e investigare in maniera ordinata e precisa le informazioni relative al sistema stesso per poter prendere decisioni. Le metodologie con cui può essere affrontata l'analisi possono essere di due tipi: induttive o deduttive.

Un approccio induttivo consiste nel risalire dal particolare al generale. In altre parole, si assumono alcune possibili condizioni dei componenti e si cerca di determinarne i corrispondenti effetti sulla performance di tutto il sistema. In ambiente affidabilistico, per i sistemi particolarmente complessi, identificare tutti i possibili rischi o guasti dei componenti (singoli elementi e sottosistemi) diventa praticamente impossibile; per questa

ragione l'approccio induttivo è quasi sempre vincolato da ragioni di carattere temporale e/o economico.

Fra le tecniche induttive più utilizzate si ricordano: la HAZard and OPerability analysis (HAZOP), il Failure Mode and Effect Analysis (FMEA), il Failure Mode Effect and Critical Analysis (FMECA), e l'Event Tree Analysis.

Un approccio deduttivo consiste nel risalire dal generale al particolare. In un'analisi del sistema con approccio deduttivo, si ipotizza che il sistema si sia guastato in una certa maniera, e si cerca di capire quali componenti e quale loro comportamento abbiano condotto a tale guasto. In sostanza l'analisi è applicata per determinare come alcuni stati (generalmente tipologie di guasto) del sistema possano verificarsi. La tecnica induttiva sicuramente più utilizzata è la Fault Tree Analysis.

Di seguito è riportata una breve descrizione di tali tecniche.

1.2.1 Metodologia HAZOP

Tale metodologia, sviluppata negli anni Settanta del secolo scorso presso l'ICI (Imperial Chemical Industries), si basa sull'applicazione di una valutazione critica, sistematica e formale delle finalità del processo, delle soluzioni ingegneristiche e delle procedure operative per arrivare all'individuazione di ogni possibile deviazione e dei conseguenti potenziali pericoli (IEC 61882, 2001). Nata per prevenire le disfunzioni operative e i pericoli a esse connessi, quest'analisi successivamente è risultata molto efficace in ogni stadio di vita degli impianti, a cominciare dalla progettazione. Lo studio è condotto da un gruppo multidisciplinare di tecnici, guidato da un leader con ampia esperienza specifica, utilizzando un prefissato insieme di 'parole guida' (per es., niente/nessuno: completa negazione dell'intenzione; più/meno: aumento o decremento quantitativo; ecc.). Queste parole guida sono applicate ai diversi parametri di processo in tutti i punti, sezioni o nodi dell'impianto per identificare ogni possibile deviazione.

Se le conseguenze, tenuto conto delle protezioni presenti, sono critiche allora possono essere richiesti interventi migliorativi (procedurali, organizzativi, impiantistici).

1.2.2 FMEA/FMECA

La Failure Modes Effects Analysis (FMEA) è una metodologia che analizza il sistema di interesse con un elevato livello di dettaglio (Stamatis, 1995). I singoli componenti, che hanno influenza sul funzionamento del sistema, sono riportati in una tabella con la

descrizione della funzione svolta, delle diverse modalità di guasto e delle conseguenze che il guasto comporta.

La descrizione delle modalità di guasto serve all'analista come base per individuare cosa modificare e come, al fine di migliorare il sistema. Ciascun guasto individuale è considerato indipendente dagli altri, tranne che per gli effetti conseguenti che esso può produrre.

La FMEA è una tecnica qualitativa, che può essere tuttavia estesa alla gerarchizzazione dei componenti, tramite un indice di criticità, calcolato in base alla frequenza di guasto ed alle conseguenze che esso determina. In questo caso si parla di FMECA (Failure Modes Effects and Criticality Analysis).

E' importante individuare i componenti critici perché spesso, nelle macchine complesse, i componenti responsabili di più dell'80% dei guasti sono solo una piccolissima percentuale del totale (qualche decina).

La prima fase della tecnica consiste nella definizione del problema in esame. Si tratta di stabilire un appropriato livello di descrizione ed i confini dell'analisi, vale a dire ciò che in termini di modi di guasto, cause o mezzi di protezione va considerato o non va considerato o ancora le condizioni iniziali dei componenti.

Seguono le fasi di identificazione dei componenti, descrizione degli stessi, descrizione dei modi di guasto e degli effetti, locali e sugli altri componenti dell'impianto, che ciascun guasto determina.

1.2.3 Albero degli eventi

L'albero degli eventi (IEC 62502, 2010) è la rappresentazione di possibili sequenze di eventi che permette di evidenziare le relazioni tra un evento iniziale e quelli successivi che conducono al guasto del sistema. L'analisi parte da un evento iniziale e sviluppa le possibili sequenze di eventi che conducono ad un guasto dell'impianto, tenendo in considerazione anche le azioni dei dispositivi di sicurezza, che possono risultare funzionanti o guasti.

La tecnica si articola nelle seguenti fasi:

- identificazione degli eventi iniziali;
- identificazione delle funzioni di sicurezza per contenere gli effetti degli eventi iniziali;
- costruzione dell'albero degli eventi;
- individuazione della sequenza degli eventi che conducono a quello primario;

- documentazione dei risultati.

I metodi induttivi descritti sono generalmente utilizzati per fornire un'overview del sistema. Per ogni sistema complesso, l'identificazione delle modalità di guasto di tutti i singoli componenti, è certamente un processo laborioso e spesso non necessario. Ancor più ardua è l'identificazione di tutte le possibili combinazioni di guasto dei componenti. Investire tempo nello studio di singoli componenti e combinazioni di guasto che non risultano essere influenti ai fini del corretto funzionamento del sistema, è uno spreco di risorse. Quindi, in ognuna di queste analisi, lo studio delle conseguenze di un certo evento deve essere fatto solo se questo ha una probabilità di accadimento e/o un impatto elevati.

1.2.4 Albero dei guasti

La *fault tree analysis*, FTA, (IEC 61025, 1990) è una tecnica di analisi affidabilistica utilizzata per valutare, sia qualitativamente che quantitativamente, il comportamento affidabilistico di un sistema. Essa utilizza una rappresentazione grafica, denominata albero dei guasti, che descrive l'accadimento di un particolare evento (*top event*, TE) in funzione degli eventi ad esso collegati che lo determinano (*basic event*, BE). In particolare, la Fault Tree Analysis, è una tecnica deduttiva che usa simboli logici booleani per attribuire le cause del top event al guasto dei singoli componenti costituenti il sistema e ad eventuali errori umani.

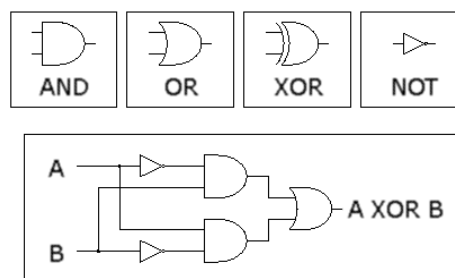


Figura 1: Simboli logici booleani

L'analista, attraverso tecniche di identificazioni dei pericoli quali la FMEA o l'HAZOP, individua l'evento indesiderato che si vuole evitare e ne ricerca le possibili cause. Esse, a loro volta, sono ricondotte a cause e componenti che le determinano, sino ad arrivare agli eventi base che, risalendo l'albero, conducono all'evento principale.

L'esecuzione di quest'analisi permette di focalizzare preventivamente l'attenzione sulle cause di un incidente e, operando su queste, ridurre la probabilità dell'incidente stesso.

Il metodo di analisi dell'albero dei guasti si divide in tre fasi principali:

- definizione del top event e delle condizioni al contorno. La definizione del top event è uno degli aspetti più importanti del problema. Esso deve essere definito con precisione, poiché una sua descrizione vaga ed imprecisa porta allo svolgimento di un'analisi divergente, sommaria e non precisa. Le condizioni al contorno dell'analisi sono necessarie per descrivere il sistema e riguardano le condizioni iniziali del sistema e il livello di dettaglio richiesto per identificare le possibili cause di guasto;
- costruzione dell'albero. Iniziando dal top event, si procede livello dopo livello, considerando tutti gli eventi che intervengono nel processo, fino ai basic event (cause) scatenanti. Le connessioni logiche tra gli eventi sono realizzate attraverso porte di connessione logica "OR" ed "AND";
- attribuzione delle probabilità di guasto ai singoli basic event;
- soluzione dell'albero e quantificazione della probabilità/frequenza del top event. Dopo aver associato a ciascun basic event la relativa probabilità/frequenza di accadimento, la probabilità/frequenza di accadimento del top event viene calcolata applicando la logica booleana alle porte di connessione.

Dalla risoluzione matematica degli alberi di guasto si ricavano alcune informazioni di interesse, quali:

- la probabilità dell'ipotesi incidentale;
- l'elenco degli eventi elementari concomitanti che provocano l'incidente;
- l'influenza dei vari eventi elementari nel determinare situazioni incidentali.

1.2.4.1 Tagli minimi

La risoluzione dell'albero tramite le porte di connessione è possibile solamente quando si ha a che fare con strutture logiche particolarmente semplici, mentre alberi più grandi e complessi richiedono l'utilizzo di un metodo basato sui tagli minimi (minimal cut set).

L'analisi dei minimal cut sets è, infatti, una tecnica attraverso la quale è possibile semplificare la struttura di un albero di guasto.

In generale, un taglio si ottiene eliminando un insieme di archi in modo da interrompere la connessione tra ingresso e uscita. Un taglio si dice minimo se è costituito da un numero minimo di archi.

Un insieme di tagli minimi dell'albero dei guasti è la combinazione minima di basic event che porta al verificarsi del top event. L'individuazione dei tagli minimi consente una valutazione qualitativa dell'albero dei guasti.

Dai tagli minimi è, inoltre, possibile calcolare la probabilità di accadimento del top event, ottenendo una valutazione quantitativa dell'albero.

Individuati, infatti, i tagli minimi dell'albero dei guasti, l'unione delle probabilità dei vari tagli minimi permette di calcolare la probabilità del top event.

Si supponga, ad esempio, un sistema costituito da 5 componenti:

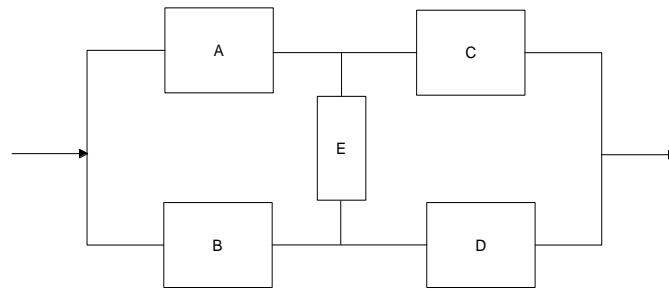


Figura 2: Sistema complesso

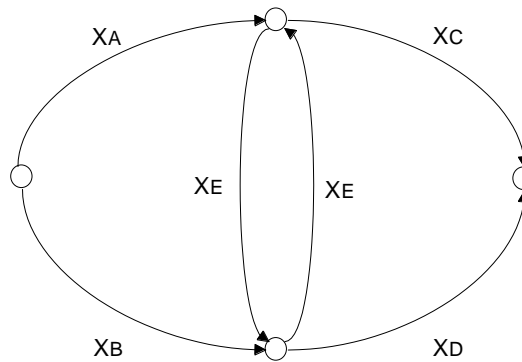


Figura 3: Rappresentazione del sistema di Fig.2

Per il caso in esame i tagli minimi sono:

$$X_A X_B, X_C X_D, X_A X_E X_D, X_B X_E X_C$$

La probabilità di guasto è quindi:

$$F_S = \Pr(\overline{X_A} \overline{X_B} \cup \overline{X_C} \overline{X_D} \cup \overline{X_A} X_E \overline{X_D} \cup \overline{X_B} X_E \overline{X_C}) \tag{4}$$

dove con \overline{X}_i si è indicata la condizione di guasto del componente i .

La corrispondente affidabilità vale:

$$R_S = 1 - F_S \tag{5}$$

Oggi la Fault Tree è una delle tecniche più comunemente utilizzate per l'analisi del rischio. Essa costituisce lo strumento fondamentale nei settori a rischio di incidente rilevante, quali, ad esempio, il petrolchimico e il nucleare. Pertanto, nel prosieguo dell'elaborato si farà utilizzo proprio di questa tecnica.

Capitolo 2

L'incertezza

In letteratura, l'incertezza viene comunemente distinta in incertezza aleatoria e epistemica (Casti, 1990). L'incertezza aleatoria (nota anche come variabilità, casualità, incertezza irriducibile) è dovuta alla variabilità e imprevedibilità naturale del fenomeno oggetto di studio. L'incertezza epistemica (detta anche incertezza soggettiva o incertezza riducibile) nasce dall'incompleta conoscenza del fenomeno. L'incertezza epistemica può essere ridotta aumentando le conoscenze sul fenomeno fisico considerato, mentre quella aleatoria può spesso essere meglio caratterizzata da studi supplementari, ma non è riducibile tramite l'acquisizioni di nuove conoscenze. L'aleatorietà può essere interpretata come una probabilità e, pertanto, studiata tramite modelli probabilistici appropriati. L'incertezza epistemica, invece, non può essere tradotta direttamente in termini probabilistici, tranne che con una interpretazione soggettivista della probabilità, come vedremo successivamente. Incertezza aleatoria e epistemica sono, pertanto, fondamentalmente diverse (Hoffman e Hammonds, 1994) e, date le loro differenti caratteristiche, devono essere trattate separatamente (Ferson e Ginzburg 1996, Ferson e Hajagos 2004).

Quindi, in tutti gli ambiti in cui si manifestano entrambi i tipi di incertezza, al fine di ottenere risultati delle analisi validi, devono essere utilizzati diversi metodi per rappresentare i due differenti tipi di incertezza (Oberkampf *et al.*, 2004).

2.1 Trattamento dell'incertezza

In Helton (2011), l'autore afferma che un'appropriata rappresentazione dell'incertezza è essenziale nella analisi di decision making. Lo sviluppo di un'appropriata rappresentazione dell'incertezza di una specifica analisi richiede la selezione di una struttura matematica adeguata per la caratterizzazione dell'incertezza stessa. Questa selezione è complicata dato che le analisi di sistemi complessi comprendono sia l'incertezza aleatoria che quella epistemica (Helton *et al.*, 2011).

In Helton *et al.* (2004) sono esaminate da un punto di vista matematico varie rappresentazioni dell'incertezza.

Tradizionalmente, il modello probabilistico costituisce la struttura matematica con cui rappresentare sia l'incertezza aleatoria che quella epistemica, come evidenziato in Helton *et al.* (2011). A partire dalla metà degli anni Sessanta, sono state introdotte alternative alla

teoria della probabilità per la rappresentazione dell'incertezza, quali l'approccio intervallare (Moore 1966, Moore e Bierbaum 1979, Jaulin *et al.* 2001), la teoria della possibilità (Zadeh 1978, Dubois e Prade 1988, Dubois e Prade 1998) e la teoria dell'evidenza (Dempster 1968, Shafer 1976).

In Helton (2011), l'autore utilizza l'approccio probabilistico per rappresentare l'incertezza aleatoria e propone l'analisi degli intervalli, la teoria della possibilità e la teoria dell'evidenza come possibili modelli per trattare l'incertezza epistemica. Secondo l'autore, la teoria della probabilità è la struttura matematica dominante per trattare entrambe le tipologie di incertezza, ma si rende conto che alcune delle altre strutture matematiche hanno un ruolo importante nella rappresentazione dell'incertezza epistemica. In particolare, gli intervalli forniscono una rappresentazione dell'incertezza epistemica quando non è disponibile una conoscenza di valori puntuali delle variabili di input dell'analisi ed è ipotizzabile soltanto un range all'interno del quale si ritiene che il valore vero della variabile ricada. La teoria della possibilità prevede di caratterizzare l'incertezza su una variabile tramite una funzione di possibilità che rappresenta il grado con cui un valore della variabile è ritenuto *possibile*. L'autore individua nella teoria dell'evidenza un'alternativa alla teoria degli intervalli, alla teoria della probabilità e a quella della possibilità per la rappresentazione dell'incertezza epistemica poiché:

1. permette di considerare più fonti di informazione incerte tramite regole di combinazione per aggregare le diverse informazioni (a differenza degli intervalli);
2. non necessita di ulteriori assunzioni (a differenza dell'ipotesi necessarie per l'applicazione della teoria della probabilità e della teoria della possibilità);
3. distingue tra la quantità di conoscenza che supporta la veridicità di una proposizione e la quantità di conoscenza che non rifiuta la veridicità della proposizione stessa;
4. associa delle evidenze solo agli eventi su cui sono disponibili informazioni (supera, quindi, il principio di additività della teoria della probabilità che prevede che la conoscenza di un evento finisca per condizionare la conoscenza di un altro evento (quello complementare) di cui si ha, invece, completa ignoranza).

Sembra, quindi, che la teoria dell'evidenza sia quella più idonea a rappresentare l'incertezza epistemica e più promettente a futuri sviluppi (Helton *et al.*, 2005).

Un'analisi approfondita sulla descrizione delle teorie suddette è affrontata nel paragrafo successivo.

2.1.1 Approcci probabilistici per il trattamento dell'incertezza

Le differenti tipologie di interpretazioni concettuali della probabilità possono essere distinte in:

- classica;
- frequentista;
- soggettiva.

Nella valutazione del rischio, l'interpretazione frequentista e soggettiva sono le più comuni.

L'approccio della frequenza relativa è ampiamente riconosciuto come rappresentazione dell'incertezza aleatoria, anche tra i promotori di rappresentazioni alternative all'incertezza (Ferdous e Ginzburg 1996, Baudrit *et al.* 2006). L'interpretazione soggettiva, in cui la probabilità è intesa come grado di credibilità, è ritenuta adatta alla rappresentazione dell'incertezza epistemica. L'interpretazione classica ha una minore rilevanza nel contesto dell'analisi del rischio, come sarà discusso nel paragrafo successivo.

2.1.1.1 Probabilità classica

L'interpretazione classica di probabilità è dovuta a Laplace (1812). È applicata nelle situazioni che coinvolgono un numero finito di esiti che possono manifestarsi con uguale probabilità. La probabilità di un evento A è uguale al rapporto tra il numero di casi in cui A si verifica e il numero di casi possibili:

$$P(A) = \frac{\text{Numero di casi favorevoli (A)}}{\text{Numeri di casi possibili}} \quad (6)$$

La condizione che ogni esito debba essere ugualmente probabile è cruciale per la sua interpretazione ed è stato oggetto di discussioni in letteratura. Infatti, la condizione su cui si basa tale definizione di probabilità è che, se non c'è evidenza per assegnare una maggiore probabilità alla realizzazione di un evento, allora gli eventi saranno ritenuti egualmente probabili per il cosiddetto “principio di indifferenza” o “principio di ragione insufficiente”.

L'interpretazione classica è comunque non applicabile nella maggior parte dei casi reali (e, quindi, anche nell'ambito dell'analisi del rischio) poiché difficilmente si avranno delle situazioni in cui i possibili eventi siano in numero finito e il loro manifestarsi ugualmente probabile.

2.1.1.2 Probabilità frequentista

La probabilità frequentista di un evento A , denotato con $P_f(A)$, è definita come la frazione di volte in cui l'evento A si realizza, supposto che le situazioni/esperimenti possano essere ripetute (teoricamente) un numero infinito di volte. Quindi, se l'esperimento è ripetuto n volte e l'evento A si realizza n_A volte, allora la $P_f(A)$ è uguale al limite di n_A/n con n che tende ad infinito (ipotizzando che tale limite esista):

$$P_f(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{n} \quad (7)$$

Selezionando un campione di realizzazione dell'esperimento, l'evento A si realizza solo alcune volte. Questo fenomeno è attribuito alla "casualità" e, asintoticamente, il processo genera una frazione di successi, da cui la vera probabilità di A , che descrive quantitativamente l'incertezza aleatoria relativa all'accadimento di A . In pratica è, di fatto, impossibile ripetere una situazione un numero infinito di volte. La probabilità $P_f(A)$ è un modello concettuale usato come un'approssimazione di un contesto reale in cui il numero di ripetizioni è sempre finito. Quindi il valore del limite $P_f(A)$ è sempre incognito e necessita di essere stimato dalla frazione di realizzazioni di A su un campione finito, ottenendo quindi una stima $P_f^*(A)$. Una probabilità frequentista si basa, quindi, sulla legge dei grandi numeri che afferma che le frequenze n_A/n convergono a un certo limite, cioè la probabilità di un evento A esiste ed è la stessa in tutti gli esperimenti, supponendo gli esperimenti indipendenti tra loro. L'interpretazione frequentista è comunemente e ampiamente utilizzata. Singpurwalla (2006) fa comunque notare che questo concetto di probabilità si può utilizzare solo in quelle situazioni in cui è immaginabile ripetere più volte lo stesso esperimento. Ciò esclude molte situazioni reali.

2.1.1.3 Probabilità soggettiva

La teoria della probabilità soggettiva fu proposta contemporaneamente da Bruno de Finetti in *Fondamenti Logici del Ragionamento Probabilistico* (1930) e da Frank Ramsey in *The Foundations of Mathematics* (1931). Una probabilità soggettiva – anche nota come probabilità di giudizio o basata sulla conoscenza – è una descrizione puramente epistemica dell'incertezza poiché basata sulla conoscenza di chi fornisce tale valore di probabilità. La probabilità di un evento A rappresenta quindi il grado di credibilità che il valutatore assegna all'accadimento di A . Quindi, secondo questa interpretazione, la probabilità rappresenta un "codice numerico" dello stato di conoscenza del valutatore, piuttosto che una proprietà "reale". È importante sottolineare che ogni probabilità soggettiva è considerata essere condizionata dalla conoscenza K del valutatore. Sono definite

“probabilities in the light of current knowledge” (Lindley, 2006); ciò può essere scritto come $P(A|K)$. Quindi, se la conoscenza cambia, la probabilità potrebbe anche essa cambiare. Esistono due comuni interpretazioni della probabilità soggettiva, “Betting interpretation” e “Riferimento a uno standard di incertezza”. Secondo l’interpretazione della “scommessa” la probabilità di un evento A è pari a quanto una persona sarebbe disposta a scommettere se un’unità monetaria è restituita nel caso in cui l’evento A avviene mentre il ritorno è nullo se l’evento A non avviene. La probabilità soggettiva può anche essere interpretata in relazione ad uno “standard” di incertezza, per esempio, in base all’estrazione random da un’urna. Se un valutatore assegna una probabilità $P(A)$ pari a 0,1 vuol dire che quella persona paragona la sua incertezza (grado di credibilità) sul verificarsi di A all’estrarre una specifica pallina da un’urna contenente 10 palline.

2.1.2 Imprecise probability per il trattamento dell’incertezza

Nelle situazioni in cui la conoscenza del fenomeno studiato è scarsa, la rappresentazione dell’incertezza tramite intervalli di probabilità è più appropriata dell’utilizzo di probabilità precise. Il primo fondamento teorico sulla probabilità imprecisa è dovuto a Boole (1854). Questo è una generalizzazione della teoria della probabilità basata sulla rappresentazione dell’incertezza di un evento, ad esempio A , attraverso l’uso di una probabilità minima $\underline{P}(A)$ e massima $\overline{P}(A)$, in cui $0 \leq \underline{P}(A) \leq \overline{P}(A) \leq 1$.

L’imprecisione nella rappresentazione dell’evento A è definita da:

$$\Delta P(A) = \overline{P}(A) - \underline{P}(A) \quad (8)$$

Il caso particolare in cui $\overline{P}(A) = \underline{P}(A)$ riconduce alla classica probabilità, mentre il caso in cui $\underline{P}(A) = 0$ e $\overline{P}(A) = 1$ rappresenta la completa mancanza di conoscenza.

Seguendo l’interpretazione di de Finetti della scommessa, Walley (1991) ha proposto l’interpretazione del minimo valore della probabilità come il massimo valore che si è disposti a pagare per una scommessa il cui valore di ritorno è 1 se A accade, 0 se A non accade e l’upper bound come il minimo valore che si è disposti a pagare per la stessa scommessa. In maniera alternativa, il lower e l’upper bound possono essere interpretati con riferimento ad uno standard di incertezza, quale l’estrazione da un’urna. Si suppone, ad esempio, che un valutatore affermi che la probabilità che un evento A avviene è maggiore o uguale della probabilità di estrarre una pallina da un’urna contenente 10 palline (0,1) e minore o uguale della probabilità di estrarne una da un’urna contenente 5 palline (0,5).

L'intervallo $[0,1; 0,5]$ può essere considerato un intervallo di imprecisione per la probabilità $P(A)$.

La probabilità imprecisa è utilizzata in quei contesti in cui i dati disponibili per valutare la probabilità di un evento sono insufficienti per una stima puntuale e, quindi, sono interpellati esperti per fornire giudizi sul fenomeno in esame. Nello specifico, però, gli esperti non sono in grado di esprimere la loro conoscenza con precisione e, quindi, fornendo un valore puntuale, ma utilizzando un intervallo di probabilità.

2.1.3 Teoria della possibilità per il trattamento dell'incertezza

La teoria della possibilità è una delle teorie emergenti adatta a trattare informazioni imprecise e incomplete. La rappresentazione dell'incertezza è definita da una coppia di valori (Ω, r) , dove Ω è l'insieme dei possibili valori che può assumere la variabile incerta x ed r è una funzione definita tra 0 e 1 che rappresenta il grado di possibilità di x . Un valore di $r(x) = 1$ significa che x è "sicuramente possibile", cioè non ci sono informazioni che rifiutano la possibilità di x e un valore di $r(x) = 0$ indica che l'informazione nota rifiuta completamente la possibilità di x , ovvero l'evento x è considerato impossibile. Un andamento crescente di $r(x)$ da 0 a 1 indica che vi è un aumento di informazioni circa la possibilità di x .

La teoria della possibilità definisce inoltre due misure, possibilità e necessità, che possono essere considerate come valori limite della probabilità.

La possibilità e la necessità che il valore vero di x ricada nel sottoinsieme A sono definite da:

$$Pos(A) = \sup \{r(x) : x \in A\} \quad (9)$$

$$Nec(A) = 1 - Pos(A^c) = 1 - \sup \{r(x) : x \in A^c\} \quad (10)$$

in cui A^c indica l'evento complementare di A .

La possibilità fornisce una misura della presenza di informazioni che non contraddicono che l'insieme A contiene il valore vero di x e la necessità fornisce una misura della presenza di informazioni non contraddette che supportano la proposizione che A contiene il valore vero di x . Rappresentazioni grafiche degli spazi di possibilità sono forniti tramite le funzioni cumulative di necessità (CNF) e di possibilità (CPoF), che rappresentano le distribuzioni limite della distribuzione di probabilità incognita.

Per chiarezza, si riporta un esempio di rappresentazione possibilistica per un parametro incerto x . Di questo parametro si conosce l'intervallo di valori (1,3) con associata una possibilità maggiore di zero e il suo valore più probabile, 2. Per rappresentare questa

informazione, può essere utilizzata una funzione di possibilità triangolare sull'intervallo (1,3) con valore massimo 2. Graficamente si avrà:

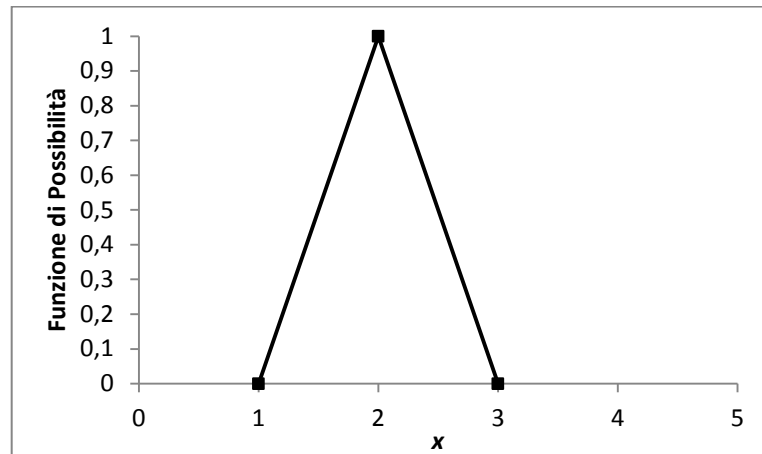


Figura 4: Distribuzione di possibilità triangolare per il parametro x sull'intervallo $[1,3]$ con valore massimo 2

Se, adesso, si individua un sottoinsieme del range $[1,3]$, ad esempio $[1,5; 2,5]$, questo rappresenta l'insieme dei valori di x per cui la funzione di possibilità è maggiore o uguale a 0,5.

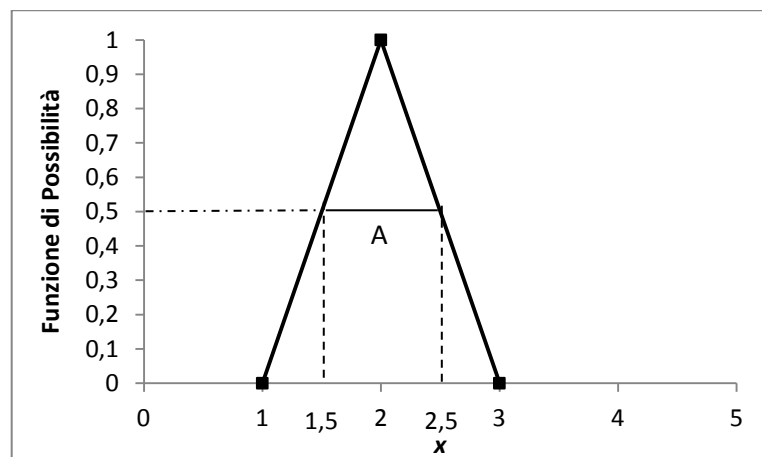


Figura 5: Sottoinsieme A dell'intervallo $[1,3]$, i cui valori hanno un grado di possibilità uguale o maggiore a 0,5

Le misure di possibilità e necessità per il sottoinsieme considerato, calcolate tramite le espressioni (9) e (10) saranno rispettivamente:

$$Pos(A) = 1$$

$$Nec(A) = 1 - Pos(A^c) = 1 - 0,5 = 0,5$$

I valori di possibilità e di necessità possono essere considerati come il limite inferiore e superiore della probabilità dell'evento considerato:

$$Pos(A) \leq Pr(A) \leq Nec(A) \tag{11}$$

Quindi nell'esempio riportato si può concludere che se A esprime che il parametro ricade nell'intervallo $[1,5; 2,5]$, allora la probabilità di A sarà $0,5 \leq Pr(A) \leq 1$.

Le funzioni di possibilità e necessità cumulate, $Pos(-\infty, x)$ e $Nec(-\infty, x)$, possono essere rappresentate come in figura 6.

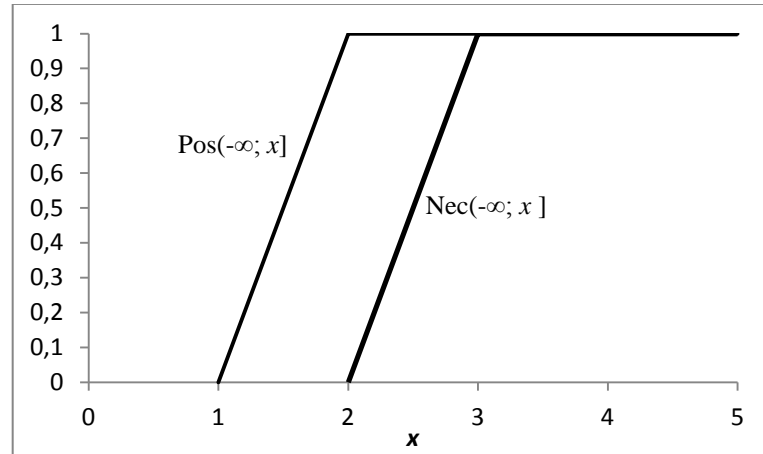


Figura 6: Funzioni di possibilità e necessità cumulate relative alla Figura 4

Queste due misure possono essere interpretate come lower e upper bound delle distribuzioni di probabilità cumulate (Aven, 2011), ovvero costituiscono i limiti delle infinite distribuzioni di probabilità che possono essere rappresentate al loro interno.

Per le definizioni su cui la teoria della possibilità si fonda, essa è adatta a rappresentare l'incertezza nelle situazioni in cui le conoscenze disponibili sono sottoinsiemi nested, annidati. Due insiemi sono definiti annidati se un insieme è sottoinsieme dell'altro.

Quindi un'altra struttura informativa è costituita da intervalli nested ai quali è associata una massa di credibilità, m . Nella teoria della possibilità l'informazione incerta è quindi esprimibile in termini di funzione di possibilità r , di misure di possibilità e necessità, di intervalli con associata massa m . Nota una delle tre descrizioni è possibile ricavare le altre due. Se le informazioni sono sufficienti ad ipotizzare una distribuzione di possibilità, sarà questa la struttura informativa di riferimento. Se, viceversa, l'informazione iniziale è costituita da m , sarà opportuno ricavare la corrispondente r . Infatti, come mostrato nel paragrafo successivo, la conoscenza della funzione di possibilità consente di tradurre la teoria della possibilità in termini di fuzzy set (Klir, 2001), considerando la r come funzione di membership.

Si supponga, ad esempio, che l'informazione sia costituita dagli intervalli:

$$I_1: [3,7]$$

$$I_2: [4,5]$$

La credibilità totale pari a 1 è ripartita in misura uguale tra i due intervalli per cui la massa associata a ciascun intervallo è posta pari a $1/2$.

La funzione di possibilità si ricava da:

$$r(x) = \sum_{x \in I_i} m(I_i) \quad (12)$$

La figura 7 è la rappresentazione della funzione di possibilità per l'esempio riportato.

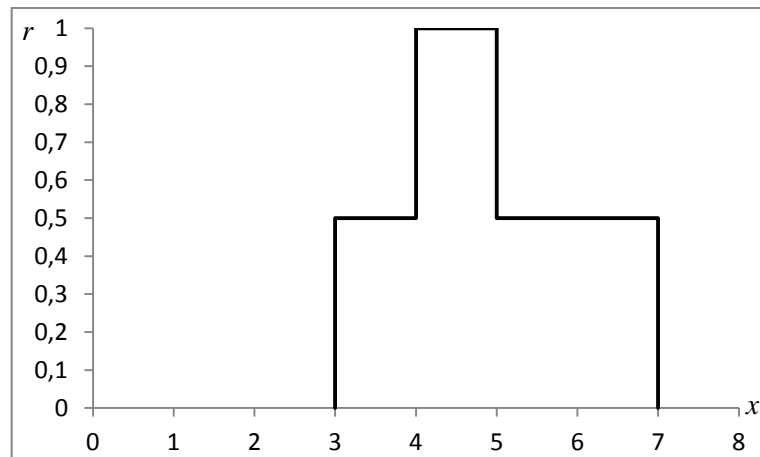


Figura 7: Funzione $r(x)$ relativa all'esempio

La figura 8 rappresenta le funzioni di possibilità e di necessità cumulate per l'esempio riportato.

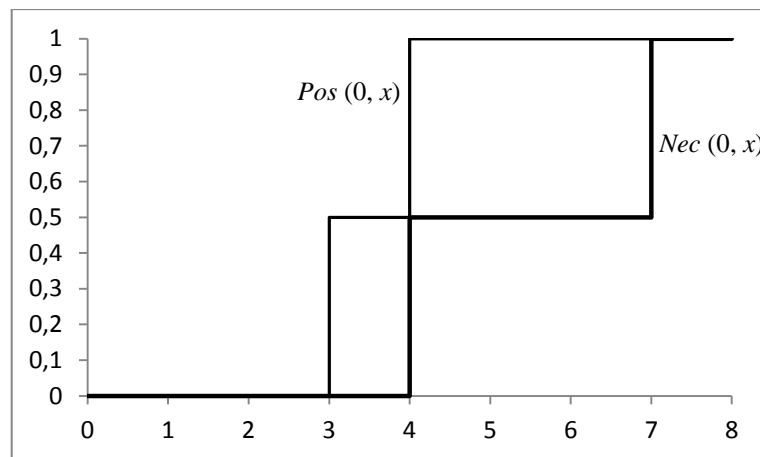


Figura 8: Funzioni di possibilità e necessità relative all'esempio

2.1.3.1 Teoria dei Fuzzy set

Zadeh (1965) è considerato il fautore della teoria dei fuzzy set. Nel suo lavoro afferma che la tradizionale teoria della probabilità da sola è insufficiente a caratterizzare tutti i tipi di incertezza.

La teoria fuzzy set, se il frame è costituito dall'insieme di numeri reali, utilizza numeri fuzzy per catturare l'imprecisione o vaghezza nelle valutazioni degli esperti (Lin e Wang, 1997), permettendo di tradurre giudizi, anche qualitativi, in valori numerici.

Questa teoria può essere considerata un'estensione della teoria classica degli insiemi poiché prevede che un parametro incerto possa appartenere parzialmente ad un insieme, secondo una funzione di appartenenza (membership function) che assume valori reali nell'intervallo $[0,1]$ (Sawyer e Rao,1994).

La funzione di appartenenza è una funzione normalizzata (il numero massimo che la funzione può assumere è pari a 1) e convessa. La forma di tale funzione può essere di vari tipi, ad esempio, triangolare, trapezoidale o gaussiana. La scelta di tale forma dipende dalla variabile in esame e dalle informazioni disponibili.

A titolo esemplificativo, si riporta un numero fuzzy triangolare (TFN) A . Tale numero è descritto da un vettore (x_L, x_m, x_U) , che rappresenta il limite inferiore, il valore più probabile e il limite superiore del numero fuzzy. L' α -cut rappresenta il grado di appartenenza di x ad A ed è definito come:

$$A_\alpha = \{x \in X: \mu_A \geq \alpha\} \quad (13)$$

La funzione di membership di un TFN (Figura 9) può essere descritta come:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-x_L}{x_m-x_L} & \text{se } x_L \leq x \leq x_m \\ \frac{x_U-x}{x_U-x_m} & \text{se } x_m \leq x \leq x_U \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (14)$$

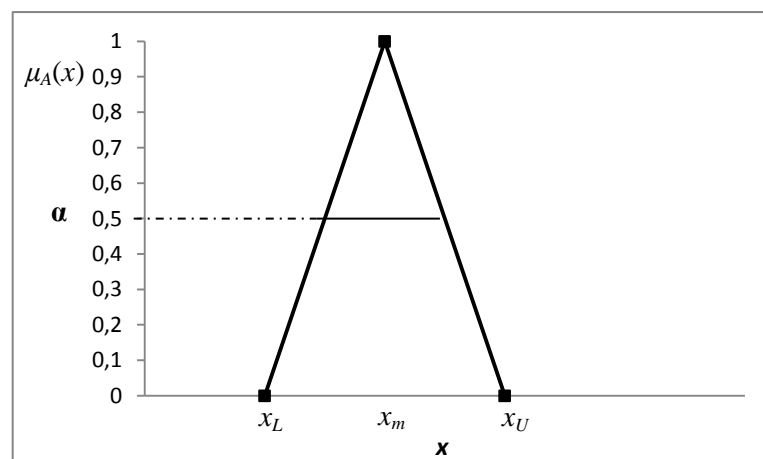


Figura 9: Numero fuzzy triangolare

Considerando l'esempio riportato nel paragrafo precedente, l' α -cut del numero fuzzy rappresenta la *possibilità* dell'insieme $[1,5; 2,5]$, cioè la possibilità che tale insieme appartenga all'insieme fuzzy triangolare.

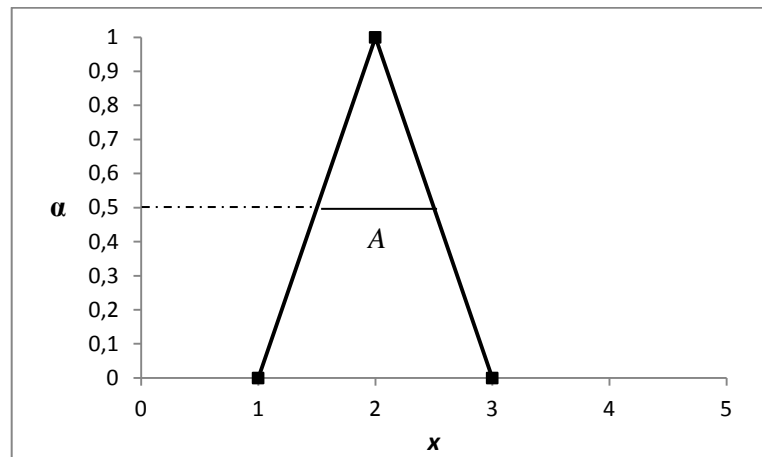


Figura 10: α -cut dell'insieme A

Interpretando la funzione di possibilità come funzione di membership, la teoria della possibilità può essere ricondotta alla teoria dei fuzzy set. Secondo l'interpretazione fuzzy della teoria della possibilità, la possibilità dei due valori estremi 1,5 e 2,5 vale proprio α .

La teoria dei fuzzy set si dimostra utile nel caso di parametri incerti per i quali vi è difficoltà nell'attribuire un valore puntuale della misura del parametro stesso.

2.1.4 Teoria dell'evidenza per il trattamento dell'incertezza

La teoria dell'evidenza, anche conosciuta come teoria di Dempster –Shafer (DST), è stata proposta da Shafer (1976) e utilizzata per la rappresentazione di informazioni incomplete, imprecise e incerte (Smets, 1994). È una generalizzazione della teoria bayesiana della probabilità soggettiva nel senso che non richiede la definizione di probabilità per ciascun evento di interesse ma attribuisce una credibilità solo agli eventi (o a combinazione di eventi, come vedremo di seguito) di cui si ha evidenza.

La DST fa utilizzo di tre parametri: la massa di credibilità o basic probability assignment (*bpa*), la misura di Belief (*Bel*) e la misura di Plausibility (*Pl*). La loro definizione è basata sul *frame of discernment* Ω (FOD), definito come un insieme di elementi mutuamente escludentesi, nel senso che solo uno di questi è l'elemento "vero". Il relativo power set, P_Ω , comprende tutti i possibili sottoinsiemi di Ω , cioè $2^{|\Omega|}$, incluso l'insieme vuoto \emptyset , in cui $|\Omega|$ è la cardinalità del *frame*.

Il termine "assegnazione di probabilità base" o "massa di credibilità" rappresenta la quantità di conoscenza associata ad ogni sottoinsieme p_i di P_Ω . La somma di tutte le *bpa*

associate a ciascun elemento del power set è pari a 1. La *bpa* non fa riferimento alla probabilità in senso classico. Il valore della *bpa* associato a un determinato set p_i del *power set*, $m(p_i)$, esprime l'evidenza che l'elemento del FOD “vero” sia contenuto tra gli elementi di p_i . Il valore di $m(p_i)$ riguarda solo il set p_i e non rende attestazioni aggiuntive su qualsiasi sottoinsieme di p_i . Se sono disponibili ulteriori evidenze che supportino che l'elemento “vero” appartenga a un sottoinsieme di p_i , cioè $p_j \subseteq p_i$, questo deve essere espresso con un'altra *bpa* su p_j , cioè $m(p_j)$.

Nella teoria dell'evidenza, a differenza della teoria della probabilità, è possibile non assegnare a tutti gli insiemi di $2^{|\Omega|}$ una massa di credibilità. Ogni elemento p_i che ha assegnata una massa $m(p_i)$ è definito focal element di P_Ω . Quindi tale teoria è più naturale e intuitiva per esprimere il grado di convinzione in una situazione in cui sono disponibili delle evidenze solo parziali. Nel caso in cui le masse di credibilità siano definite solo per alcune proposizioni, il complemento ad 1 della somma delle masse, non avendo ulteriori informazioni, verrà attribuito al frame of discernment.

Riassumendo, la *bpa* è soggetta alle seguenti assunzioni:

$$m(p_i): P_\Omega \rightarrow [0,1] \quad (15)$$

$$m(\emptyset) = 0 \quad (16)$$

$$\sum_{p_i \subseteq P_\Omega} m(p_i) = 1 \quad (17)$$

Per illustrare come la teoria dell'evidenza può essere considerata una generalizzazione della teoria della possibilità e della probabilità si riporta l'esempio proposto da Aven *et al.* (2014). Si consideri un evento che può essere definito di classe “critico” o “catastrofico” o “sicuro”. Si assume che un esperto affermi che la probabilità che si verifichi lo scenario catastrofico sia maggiore di 0,2 e che si verifichi lo scenario catastrofico o critico sia maggiore di 0,5. Inoltre si conosce la probabilità che lo scenario rientri nei limiti di sicurezza e quindi sia considerato “sicuro” definita tra 0,1 e 0,5. Gli eventi a cui si fa riferimento sono, pertanto “catastrofico”, “critico, catastrofico” e “sicuro”. Questi tre insiemi non sono annidati, poiché l'evento “sicuro” non è contenuto e non contiene gli altri due eventi. Per questa ragione, tale situazione non può essere trattata con la teoria della possibilità. Inoltre, non si è assegnato un singolo valore alla probabilità dei tre eventi, ma ad alcuni di questi o combinazione degli stessi. Pertanto, neanche l'approccio probabilistico può essere utilizzato. L'unica teoria che si adatta a questa situazione è, pertanto, la teoria dell'evidenza.

Un'ulteriore differenza tra la teoria dell'evidenza e la teoria della probabilità è relativa al principio di additività. Questo afferma che la somma della probabilità relativa ad un evento A e quella del suo complementare A^c sia pari a 1:

$$p(A)+p(A^c)=1 \quad (18)$$

Quindi la conoscenza della probabilità di un evento si traduce immediatamente nella conoscenza della probabilità di un altro evento (quello complementare); in altre parole, si finisce per condizionare la conoscenza di un evento del quale si ha invece completa ignoranza. A differenza della probabilità, nella teoria dell'evidenza, se si dispone un'evidenza relativa al verificarsi di un evento, il complemento a 1 di questa evidenza non viene attribuito all'evento complementare ma al FOD, ovvero ai restanti eventi che si possono verificare.

L'esempio riportato in *Avan et al. (2014)* chiarisce questo discorso. Si suppone che un modello diagnostico indichi con un'affidabilità di 0,9 che un dato sistema fallisca. Il valore 0,9 rappresenta il grado di credibilità che l'evento guasto avvenga. Non avendo indicazioni sul fatto che il guasto non avvenga, il grado di credibilità attribuito a questo evento è 0 (e non 0,1). Il valore 0 non sta ad indicare che sia certo che il sistema non fallisca, come indicherebbe un valore 0 di probabilità; esso semplicemente sta ad indicare che il modello non dà informazioni, e quindi non c'è evidenza, che supportino che il sistema non fallisca. La coppia di valori (0,9; 0) rappresenta rispettivamente la credibilità degli eventi "guasto avviene" e "guasto non avviene". Nella teoria dell'evidenza il complemento a 1 della massa di credibilità (in questo caso $1-0,9=0,1$), non avendo ulteriori attestazione, viene attribuito alla completa ignoranza e, quindi, al FOD. Nell'esempio appena riportato, se indichiamo con A l'evento "sistema guasto", 0,9 rappresenta la $Bel(A)$ che misura il grado di credibilità che l'evento avvenga. La misura di plausibility, $Pl(A)$, rappresenta invece la quantità di evidenze che non supportano \bar{A} . La relazione tra $Pl(A)$ e $Bel(A)$ è:

$$Pl(A) = 1 - Bel(\bar{A}) \quad (19)$$

Quanto detto è schematizzabile come:

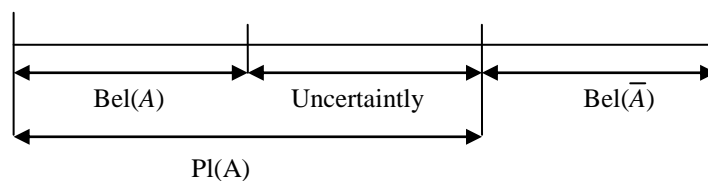


Figura 11: Rappresentazione dell'incertezza tramite teoria dell'evidenza

In generale, la funzione di credibilità, $Bel(p_i)$, è definita come la somma delle *bpa* dei sottoinsiemi p_k dell'insieme di interesse p_i , cioè $p_k \subseteq p_i$. Quindi è calcolata come:

$$Bel(p_i) = \sum_{p_k \subseteq p_i} m(p_k) \quad (20)$$

La funzione di plausibilità, $Pl(p_i)$, di un elemento p_i è la somma delle *bpa* dei sottoinsiemi p_k che intersecano l'insieme di interesse p_i . Quindi è definita come:

$$Pl(p_i) = \sum_{p_k \cap p_i \neq \emptyset} m(p_k) \quad (21)$$

Questi due valori rappresentano rispettivamente il limite inferiore e superiore della credibilità che il valore “vero” sia contenuto nel set p_i .

Come reso chiaro dall'esempio prima riportato, la teoria dell'evidenza comprende sia la teoria della possibilità che della probabilità e, in particolare:

- quando i focal element sono nested, la misura di belief, Bel , è una misura di necessità, $Bel = Nec$ e la misura di plausibilità, Pl , è una misura di possibilità, $Pl = Pos$.
- quando i focal element sono insiemi disgiunti, le misure di plausibility e belief sono coincidenti e uguali alla misura di probabilità, $Pl = Bel = P$, se la massa relativa al FOD, $m(\Omega)$, è pari a 0.

2.1.4.1 Regole di aggregazione nella teoria dell'evidenza

Nel caso in cui le evidenze provengano da più fonti, ad esempio più esperti forniscono informazioni su un dato evento, può essere utile aggregare le informazioni in modo da riassumere significativamente e semplificare un corpus di dati che hanno più origini. Esempi di tecniche familiari di aggregazioni sono medie aritmetiche, medie geometriche, medie armoniche, valori massimi e valori minimi.

La conoscenza dei vari esperti può fornire più informazioni per un'osservazione; la conoscenza e l'ignoranza non sono assolute e quindi spesso sono caratterizzate da incompletezza e conflitto. È pertanto necessaria un'aggregazione che porti al consenso e ad un accordo tra i vari pareri degli esperti.

La teoria dell'evidenza è in grado di combinare la conoscenza dei vari esperti prendendo appunto in considerazione tale ignoranza e conflitto attraverso le funzioni di belief e plausibility, basandosi sul presupposto che le fonti di informazione siano indipendenti.

Dal punto di vista teorico, queste regole potenzialmente possono occupare un continuum tra “congiunzione” (AND o intersezione degli insiemi) e “disgiunzione” (OR o Unione

degli insiemi). In una situazione dove tutte le fonti sono considerate attendibili, l'operazione di combinazione congiunta è appropriata. Nel caso in cui le fonti non sono abbastanza attendibili, possiamo giustificare l'utilizzo di un'operazione di combinazione disgiunta. Tuttavia, molte operazioni di combinazione si trovano tra questi due estremi.

In linea con questa nozione generale di un continuum di operazioni di combinazione, ci sono vari modi possibili in cui le evidenze della teoria Dempster-Shafer possano essere aggregate.

La regola di combinazione originale, conosciuta come regola di Dempster, è una generalizzazione della regola di Bayes (Dempster, 1968). Questa regola fortemente enfatizza l'accordo tra le varie fonti di informazioni e ignora tutte le evidenze in conflitto attraverso un fattore di normalizzazione.

L'utilizzo della regola di Dempster è stato oggetto di gravi critiche quando viene rilevato un conflitto significativo tra le varie informazioni (Shafer 1976, Zadeh 1986).

Di conseguenza, altri ricercatori hanno sviluppato ulteriori regole di aggregazione che tentano di rappresentare il grado di conflitto nel risultato finale. Il problema del conflitto e l'assegnazione della massa associata è proprio ciò che differenzia le diverse regole di aggregazione proposte in letteratura. La classica regola di Dempster (*DS rule*) combina multiple funzioni di credibilità tramite la *bpa*. Queste funzioni di credibilità sono definite sullo stesso frame of discernment e presuppongono che le evidenze siano tra loro indipendenti. Se $m_1(p_a)$ e $m_2(p_b)$ sono due insiemi di evidenza per lo stesso evento provenienti da due fonti indipendenti, la regola di combinazione *DS* ($m_c(p_i)$) definisce:

$$m_c(p_i) = \begin{cases} 0 & \text{per } p_i = \emptyset \\ \frac{\sum_{p_a \cap p_b = p_i} m_1(p_a) \cdot m_2(p_b)}{1 - k} & \text{per } p_i \neq \emptyset \end{cases} \quad (22)$$

con k misura del grado di conflitto tra i due esperti, determinato da:

$$k = \sum_{p_a \cap p_b = \emptyset} m_1(p_a) \cdot m_2(p_b) \quad (23)$$

k infatti rappresenta la massa di credibilità associata al conflitto, calcolata come somma dei prodotti delle *bpa* degli insiemi la cui intersezione risulta essere nulla.

Il denominatore, $1-k$, è un fattore di normalizzazione. Questo ha l'effetto di ignorare completamente il conflitto e di attribuire ogni massa di credibilità associata al conflitto all'insieme vuoto.

Di conseguenza, questa operazione produrrà risultati non intuitivi di fronte a conflitti significativi.

Il problema tra evidenze in conflitto e l'applicazione della regola di aggregazione di Dempster è stato originariamente sottolineato da Zadeh nella sua recensione del libro di Shafer, *A Mathematical Theory of evidence* (1984). L'autore fornisce un interessante esempio in cui è possibile notare come l'applicazione di tale regola porti a risultati errati. L'esempio illustrato riguarda la diagnosi fatta ad un paziente visitato da due medici. Il primo medico ritiene che il paziente abbia una meningite, con una probabilità di 0,99, o un tumore al cervello, con una probabilità di 0,01. Il secondo medico ritiene che il paziente soffra di una commozione cerebrale con una probabilità di 0,99 ma ammette la possibilità di un tumore al cervello con una probabilità di 0,01. Con l'applicazione della regola di combinazione di Dempster si ottiene una massa di credibilità associata all'affermazione che il paziente abbia il tumore pari a 1. Chiaramente, questa regola di combinazione produce un risultato che entrambi i medici considerano molto improbabile. Alla luce di questo esempio, semplice ma drammatico, e dei risultati non intuitivi che ha portato l'applicazione del fattore di normalizzazione della regola di Dempster, sono stati sviluppati una serie di metodi e operazioni di combinazione per superare il problema relativo a evidenze fortemente contrastanti, come la regola di Yager, la regola di combinazione unificata di Inagaki, la regola di combinazione centrale di Zhang e la regola di combinazione disgiunta di Dubois e di Prade, sintetizzate in Sentz e Ferson (2002).

2.2 Metodi di propagazione dell'incertezza

Si supponga di voler conoscere il valore di una quantità di interesse Z che dipende da N variabili di input incerte. Caratterizzata l'incertezza con una delle rappresentazioni matematiche proposte nei paragrafi precedenti, questa deve essere propagata attraverso il modello che collega le variabili di input incerte con la variabile di risposta, che sarà anch'essa affetta da incertezza.

Per illustrare come propagare l'incertezza, si suppone un generico modello $g(X)$, in cui X è il vettore input di variabili incerte $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)$, che fornisce come output la quantità di interesse Z , quindi:

$$Z = g(X) \tag{24}$$

A secondo del tipo di incertezza, aleatoria o epistemica, delle variabili di input, i metodi per propagare l'incertezza possono essere classificati in primo e secondo livello.

In un setting di propagazione di primo livello, le variabili di input sono distinte in due gruppi, X_1, X_2, \dots, X_n soggette a incertezza aleatoria e X_{n+1}, X_2, \dots, X_N soggette a incertezza epistemica. Il primo livello di incertezza assume che le variabili aleatorie X_1, X_2, \dots, X_n non

sono soggette a incertezza epistemica, cioè sono note le loro distribuzioni di probabilità (inclusi i parametri della distribuzione). Il gruppo di variabili caratterizzate da incertezza epistemica X_{n+1}, X_2, \dots, X_N , non è affetto da incertezza aleatoria, ma solo da incertezza dovuta a mancanza di conoscenza, cioè se i loro valori fossero noti sarebbero rappresentati da valori puntuali e non da distribuzioni di probabilità.

Un setting di propagazione di incertezza di secondo livello si applica se le variabili incerte sono caratterizzate da distribuzioni di probabilità, i cui parametri Θ_i sono soggetti a incertezza epistemica. Quindi in un setting di II livello, si assume la presenza di N variabili X_1, X_2, \dots, X_N , la cui incertezza è caratterizzata da distribuzioni di probabilità $F_i(x_i | \Theta_i)$, $i = 1 \dots N$, in cui Θ_i è il vettore di parametri non noti delle distribuzioni di probabilità.

2.2.1 Propagazione dell'incertezza di I livello

A secondo del metodo utilizzato per rappresentare l'incertezza, l'ottenimento della risposta, anch'essa incerta, può essere ottenuta con modalità diverse a secondo del modello utilizzato per descrivere l'incertezza stessa. Di seguito, sono presentate quattro modalità di propagazione dell'incertezza:

- modello puramente probabilistico, cioè l'incertezza di tutte le variabili di input è rappresentata da distribuzioni di probabilità;
- modello puramente possibilistico, cioè l'incertezza di tutte le variabili di input è rappresentata da funzioni di possibilità;
- modello probabilistico – possibilistico, cioè l'incertezza di alcune variabili di input è rappresentata da distribuzioni di probabilità e altre da funzioni di possibilità;
- modello probabilistico – teoria dell'evidenza, cioè l'incertezza di alcune variabili di input è rappresentata da distribuzioni di probabilità e l'incertezza delle altre da intervalli con associata una massa di credibilità a somma 1.

2.2.1.1 Propagazione dell'incertezza di I livello: Modello puramente probabilistico

In questo modello tutte le variabili sono affette da sola incertezza aleatoria e modellizzate secondo un'interpretazione frequentista della probabilità.

L'obiettivo è determinare la distribuzione di probabilità della variabile di risposta Z .

In questo ambito, la propagazione dell'incertezza è ottenuta tramite simulazione Monte Carlo (Zio, 2013). La simulazione Monte Carlo richiede di prelevare in modo random un valore per ogni variabile di input dalla sua distribuzione. L'insieme di valori random

ottenuto è utilizzato come input del modello e viene calcolato il valore di output. L'intero processo è ripetuto M volte; pertanto, si determineranno M valori di output che costituiranno un campione random della distribuzione di probabilità dell'output Z .

In pratica, gli step della simulazione Monte Carlo prevedono di:

1. per ogni simulazione j , prelevare un campione $x_1^j, x_2^j, \dots, x_N^j$ delle N variabili di input X_1, X_2, \dots, X_N dalle distribuzioni di probabilità $f_1(x_1), \dots, f_N(x_N)$;
2. calcolare per ogni simulazione il valore della variabile di risposta che dipende dal campione estratto, $z^j = g(x_1^j, x_2^j, \dots, x_N^j)$;
3. ripetere la simulazione M volte;
4. costruire la distribuzione cumulativa $F(z)$ della funzione di risposta.

2.2.1.2 Propagazione dell'incertezza di I livello: Modello puramente possibilistico

La propagazione dell'incertezza in un framework puramente possibilistico è effettuata tramite il principio di estensione dei fuzzy set.

Il principio di estensione, considerando un'unica variabile X , caratterizzata da una funzione di possibilità $\pi_X(x)$, definisce la funzione di possibilità della quantità di output Z come:

$$\pi_Z(z) = \sup_{x, g(x)=z} \pi_X(x) \quad (25)$$

Nel caso in cui le variabili di input sono N, X_1, X_2, \dots, X_N , e assumendo che tali quantità siano descritte da funzioni di possibilità $\pi_1(x_1), \dots, \pi_N(x_N)$, il principio di estensione diventa:

$$\pi_Z(z) = \sup_{X_1, \dots, X_N, g(X_1, \dots, X_N)=z} \min\{\pi_{X_1}(x_1), \dots, \pi_{X_N}(x_N)\} \quad (26)$$

L'utilizzo dell'operatore di minimo per aggregare le funzioni di possibilità è giustificata dal fatto che la funzione di possibilità congiunta delle N quantità di input è definita dal minimo delle funzioni di possibilità.

Una formulazione alternativa al principio di estensione è basata sulla rappresentazione della funzioni di possibilità della variabile di output nella forma di intervalli nested.

$$A_\alpha = [\underline{z}_\alpha, \bar{z}_\alpha] = \{z: \pi_Z(z) \geq \alpha\} \quad (27)$$

Indicando con $X_{1\alpha}, \dots, X_{N\alpha}$, gli N α -cut delle quantità di input X_1, \dots, X_N , il principio di estensione, per un dato valore di α in $[0,1]$ diventa:

$$\underline{z}_\alpha = \inf (g(x_1, \dots, x_N), x_1 \in X_{1\alpha}, \dots, x_N \in X_{N\alpha}) \quad (28)$$

$$\bar{z}_\alpha = \sup (g(x_1, \dots, x_N), x_1 \in X_{1\alpha}, \dots, x_N \in X_{N\alpha}) \quad (29)$$

Secondo quest'ultima formulazione, il principio di estensione è equivalente all'analisi degli intervalli tramite gli α -cut.

Questo modello di propagazione impone l'assunzione di una forte dipendenza tra le fonti di informazioni che forniscono le funzioni di possibilità degli input (Aven *et al.* 2014, Baudrit *et al.* 2006), poichè la procedura prevede che, selezionato un valore di α , questo stesso livello α è scelto per costruire tutti gli α -cut delle variabili caratterizzate da incertezza epistemica. In altre parole, la precisione ad un certo livello α per una variabile deve essere uguale a quella delle altre variabili. Pertanto, sarebbe opportuno che la fonte che fornisce le informazioni sulle funzioni di possibilità delle variabili sia la stessa.

2.2.1.3 Propagazione dell'incertezza di I livello: Modello probabilistico - possibilistico

Si assume che l'incertezza relativa alle prime n variabili di input, X_1, X_2, \dots, X_n , $n < N$, sia descritta tramite distribuzioni di probabilità $F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)$, mentre l'incertezza relativa alle rimanenti $N-n$ variabili, X_{n+1}, \dots, X_N , è rappresentata usando le funzioni di possibilità $\pi_{n+1}(x_{n+1}), \dots, \pi_N(x_N)$. La propagazione dell'informazione incerta avviene tramite un modello ibrido costituito da una simulazione Monte Carlo e il principio di estensione. Gli step di tale procedura consistono in:

- simulazione Monte Carlo per l'incertezza delle variabili probabilistiche;
- applicazione del principio di estensione per l'incertezza associata alle variabili possibilistiche.

In particolare, il metodo prevede i seguenti step.

1. Generare n numeri random ($p_1 \dots p_n$) da una distribuzione uniforme $[0,1]$ e determinare le n variabili random (x_1, \dots, x_n).

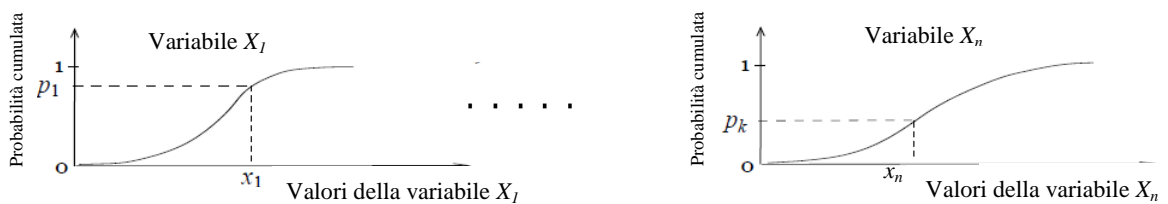


Figura 12: Step 1 – Simulazione Monte Carlo

2. Fissare un valore di possibilità α e considerare l'intervallo di valori corrispondente a tale α -cut. Il valore di α generato sarà identico per tutte le $N-n$ variabili possibilistiche (ovvero selezionato un livello α questo sarà lo stesso per tutte le variabili possibilistiche considerate).

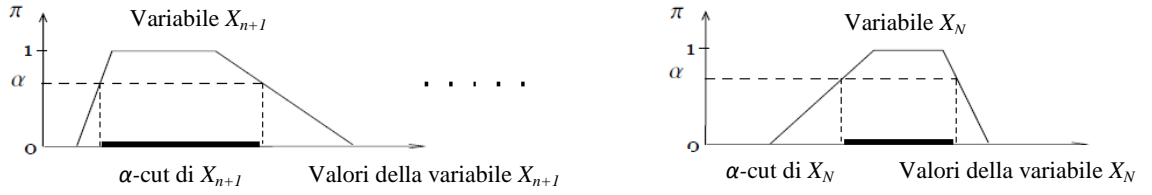


Figura 13: Step 2 – Estrazione valore di α

3. Calcolare l'estremo inferiore (*Inf*) e superiore (*Sup*) della variabile di output $z = g(x_1^j, \dots, x_n^j, x_{n+1}^j, \dots, x_N^j)$, considerando tutti i valori dell'intervallo corrispondente all' α -cut selezionato allo step 2 per ogni funzione di possibilità.

Per determinare i valori estremi della variabili di output, si fa utilizzo del principio di estensione. Introducendo gli α -cut per la variabile di output $Z_\alpha = [z_\alpha, \bar{z}_\alpha]$ e per le variabili di input $X_{i\alpha}, i=n+1 \dots N$, il principio di estensione può essere formulato come:

$$z_\alpha = \inf (g(x_1^j, \dots, x_n^j, x_{n+1}^j, \dots, x_N^j), x_{n+1} \in X_{(n+1)\alpha}, \dots, x_N \in X_{N\alpha}) \quad (30)$$

$$\bar{z}_\alpha = \sup (g(x_1^j, \dots, x_n^j, x_{n+1}^j, \dots, x_N^j), x_{n+1} \in X_{(n+1)\alpha}, \dots, x_N \in X_{N\alpha}) \quad (31)$$

in cui j rappresenta la j -esima simulazione Monte Carlo.

4. Assegnare questi valori (*Inf* e *Sup*) al valore lower e upper di α di $g(x_1^j, \dots, x_n^j, x_{n+1}^j, \dots, x_N^j)$
5. Ritornare allo step 2 e ripetere gli step 3 e 4 selezionando altri α -cut. Il risultato fuzzy di $g(x_1^j, \dots, x_n^j, x, \dots, x_N^j)$ è ottenuto dai valori *Inf* e *Sup* di $g(x_1^j, \dots, x_n^j, x_{n+1}^j, \dots, x_N^j)$ per ogni α -cut.
6. Ripetere lo step 1 per generare una nuova realizzazione delle variabili casuali.

Alla fine della procedura, avendo ottenuto M valori di variabili probabilistiche dalle M simulazioni Monte Carlo, si ottiene un insieme di realizzazioni delle funzioni di possibilità, cioè un insieme di funzioni di possibilità $(\pi_1^z, \dots, \pi_M^z)$ per la variabili di output.

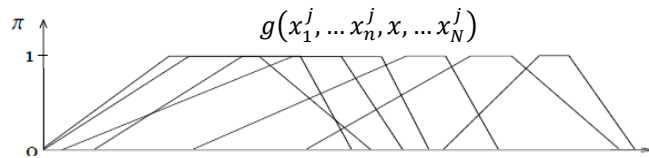


Figura 14: Realizzazioni delle funzioni di possibilità per la variabile di output

Successivamente, per ciascun insieme A , è possibile ottenere la misura di possibilità $\Pi^j(A)$ e di necessità $N^j(A)$:

$$\Pi^j(A) = \max_{z \in A} \{\pi^j(z)\} \quad (32)$$

$$N^j(A) = \min_{z \in A} \{1 - \pi^j(z)\} = 1 - \Pi^j(\bar{A}) \quad (33)$$

Come già visto nel caso precedente, anche questo modello di propagazione impone l'assunzione di una forte dipendenza tra le fonti di informazioni che forniscono le funzioni di possibilità degli input.

2.2.1.4 Propagazione dell'incertezza di I livello: Modello probabilistico – teoria dell'evidenza

Si assume che l'incertezza relativa alle prime n variabili di input sia descritta tramite distribuzioni di probabilità mentre l'incertezza relativa alle rimanenti $N-n$ variabili è epistemica e rappresentata da intervalli in cui si ritiene che ricada il valore vero della variabile. L'analista assocerà a ciascun intervallo una massa di credibilità a secondo del giudizio sull'attendibilità delle fonti. La somma delle masse associate deve ovviamente essere pari a 1. La propagazione dell'informazione incerta avviene tramite un modello ibrido costituito da una simulazione Monte Carlo e teoria dell'evidenza. Gli step di tale procedura consistono in:

1. generare n numeri random $(p_1 \dots p_n)$ da una distribuzione uniforme $[0,1]$ e determinare le n variabili random (x_1, \dots, x_n) ;
2. estrarre un intervallo per ciascuna variabile affetta da incertezza epistemica;
3. calcolare la funzione risposta sostituendo una volta i valori che restituiscono il valore minimo della funzione e una volta quelli che restituiscono il massimo;
4. ripetere i tre step precedenti.

2.2.2 Propagazione dell'incertezza di II livello

Si consideri il modello $Z = g(X)$ in cui le N variabili di input $X = (X_1, \dots, X_N)$ sono soggette a incertezza aleatoria, rappresentata tramite funzioni di probabilità $f_i(x_i|\Theta_i)$, $i = 1 \dots N$, in cui Θ_i è il vettore di parametri incerti della funzione distribuzione della variabile i . Si assume che tali parametri siano soggetti a incertezza epistemica. Per la propagazione di tale tipo di incertezza sono presentate tre modalità:

- Modello puramente probabilistico di II livello;
- Modello ibrido probabilistico – possibilistico;
- Modello ibrido probabilistico – teoria dell'evidenza.

Il secondo e il terzo modello sono ibridi in quanto l'incertezza sulle variabili è descritta dal modello probabilistico con parametri non noti, la cui incertezza epistemica è descritta rispettivamente tramite teoria della possibilità e teoria dell'evidenza.

2.2.2.1 Propagazione dell'incertezza di II livello: Modello puramente probabilistico

Secondo questo approccio, si assume che sia l'incertezza epistemica sul vettore dei parametri Θ che l'incertezza aleatoria sulle variabili di input X_1, \dots, X_N siano rappresentate usando distribuzioni di probabilità, rispettivamente soggettiva e frequentista. In particolare, si indica con $h_i(\theta_i)$ la funzione di probabilità soggettiva che descrive l'incertezza del generico parametro θ_i della funzione di probabilità $f_i(x_i|\Theta_i)$. Per semplicità si è supposto un solo parametro incerto per ogni funzione di probabilità.

Per la propagazione dell'incertezza, secondo questo framework, sono proposte in letteratura varie tecniche. Il metodo più comune è la simulazione Monte Carlo. Altre tecniche che richiedono minori sforzi computazionali sono state esaminate da Xiong *et al.* (2011) ma non danno la stessa accuratezza della simulazione Monte Carlo.

Le incertezze aleatoria e epistemica sono propagate con una doppia simulazione Monte Carlo (Cullen e Frey, 1999). Nello specifico, nel loop esterno, sono estratti i valori dei parametri caratterizzati da incertezza epistemica. Una volta determinati tali valori, sono introdotti nella seconda simulazione (loop interno) in cui sono estratte le variabili aleatorie. Quindi gli step sono di seguito riportati.

- Prima simulazione Monte Carlo (loop esterno): si estraggono i valori dei parametri Θ_i dalla funzione di distribuzione $h_i(\theta_i)$. I valori ottenuti alla j -esima ripetizione della simulazione sono indicati con $\theta^j = (\theta_1^j, \dots, \theta_N^j)$.
- Seconda simulazione Monte Carlo (loop interno): si estraggono le quantità X_1, \dots, X_N dalle corrispondenti funzioni di probabilità $f_i(x_i|\theta_i^j)$, condizionate ai valori θ_i^j dei parametri incerti estratti nella prima simulazione.

L'applicazione di queste due simulazione fornisce un insieme di distribuzioni cumulate $H_j(z|\theta_i^j)$, una per ogni realizzazione della prima simulazione. L'interpretazione di queste distribuzioni può non essere chiara, data la difficoltà di estrarre concise informazioni sull'incertezza dell'output da una tale rappresentazione. Un possibile modo potrebbe essere quello di fissare un dato percentile delle distribuzioni cumulate, per esempio il 95-esimo percentile e costruire le distribuzioni di probabilità di questo percentile dalle diverse realizzazioni dei parametri Θ_i .

2.2.2.2 Propagazione dell'incertezza di II livello: Modello ibrido probabilistico - possibilistico

Si assume che l'incertezza epistemica sul vettore dei parametri incerti Θ delle funzioni di distribuzione delle variabili di input X_1, \dots, X_N siano rappresentate tramite funzioni di possibilità.

Gli step di tale procedura di propagazione sono di seguito riportati (Pedroni *et al.*, 2013).

1. Si fissa un valore di α e si estrae il relativo α -cut.
2. Si considerano i parametri incerti della variabile aleatoria j e si determinano gli intervalli corrispondenti all' α -cut fissato. Se ad esempio la variabile casuale j è caratterizzata da un solo parametro, si considera l'intervallo di tale parametro al livello α estratto $[\underline{\theta}_\alpha^j, \bar{\theta}_\alpha^j]$.

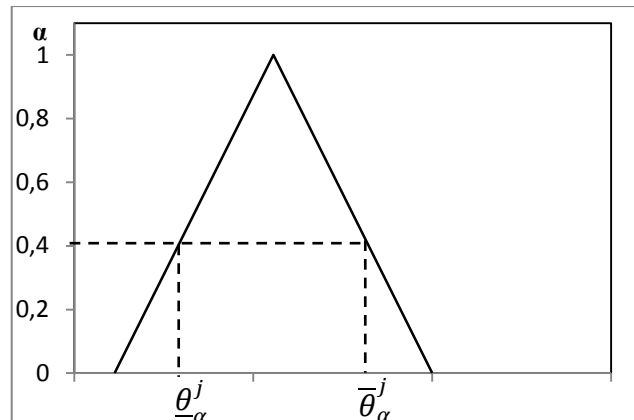


Figura 15: Intervallo del parametro in corrispondenza del valore di α estratto

3. Si inseriscono i valori estremi degli intervalli nella corrispondente funzione di ripartizione.
4. Si estrae un valore dalla distribuzione uniforme e si ricavano i valori di lower e di upper per tale funzione col metodo Monte Carlo. Se ad esempio, il valore estratto dalla distribuzione uniforme è 0,6, si avrà:

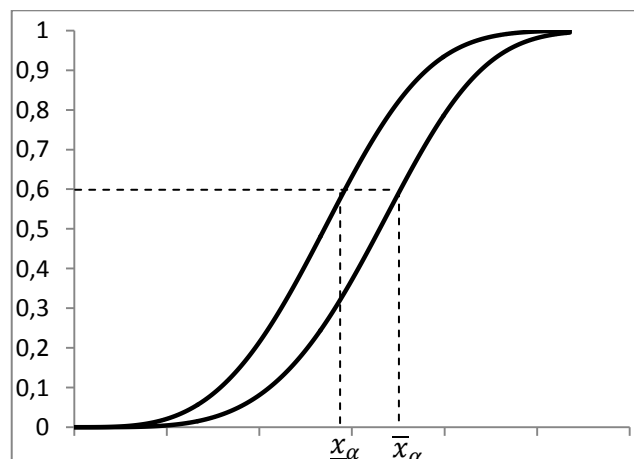


Figura 16: Lower e upper bound della variabile per il valore estratto 0,6

5. Si procede analogamente con i parametri delle altre variabili aleatorie.
6. Si calcola l'intervallo della variabile di risposta in corrispondenza del valore dell' α -cut fissato al punto 1.
7. Si reitera il procedimento dal punto 5 m volte, ottenendo m intervalli della funzione di risposta in corrispondenza del valore fissato di α .
8. Si incrementa il valore dell' α e si reitera l'intera procedura.

In Pedroni *et al.* (2013), gli autori considerano che le variabili che costituiscono il modello siano n aleatorie con Θ vettore dei parametri incogniti (come quelli considerati nella procedura sopra riportata) e $N-n$ caratterizzate da sola incertezza epistemica e rappresentate da funzioni di possibilità. In questo caso alla procedura precedente si deve aggiungere un ulteriore step, dopo lo step 1, che prevede di determinare, anche per le variabili possibilistiche, gli intervalli al fissato livello di α . La procedura procede come visto prima. Come nel caso “*Propagazione dell'incertezza di I livello: Modello probabilistico – possibilistico*”, lo stesso valore di α è estratto per tutti i parametri/variabili affetti da incertezza epistemica. Pertanto, la procedura prevede una dipendenza tra i giudizi forniti. Di conseguenza, la fonte di informazione che fornisce un giudizio dovrebbe essere la stessa per tutte le variabili/parametri incerti, al fine di garantire la dipendenza tra i giudizi.

2.2.2.3 Propagazione dell'incertezza di II livello: Modello ibrido probabilistico – teoria dell'evidenza

2.2.2.3.1 Primo metodo

Pedroni *et al.* (2013) propongono una procedura in cui, come nel caso precedente, considerano n variabili aleatorie con vettore di parametri incerti Θ , di cui si conoscono gli intervalli con associate masse di credibilità, e $N-n$ variabili epistemiche di cui, anche di queste, si conoscono gli intervalli con le relative masse di credibilità.

La procedura è sviluppata considerando gli intervalli definiti per ciascun parametro e per ciascuna variabile epistemica “nested”, contenuti uno dentro l'altro. Tale ipotesi è fatta dagli autori poiché sono interessati ad effettuare un confronto tra questa modalità di propagazione e la precedente (in cui le variabili epistemiche erano rappresentate da funzioni di possibilità) ma si ritiene che la procedura possa essere estesa anche per intervalli non nested.

In particolare, per confrontare i due approcci l'informazione intervallare è desunta dalla funzione di possibilità, ipotizzata nel caso possibilistico. Gli intervalli sono quelli ottenuti sezionando la funzione di possibilità con gli α -cut già utilizzati nella precedente

trattazione. Indicato con q il numero di tali tagli, la massa associata a ciascun intervallo è pari a $1/q$. La procedura simulativa è la seguente.

1. Si estrae un valore di α per ogni parametro incerto e per ogni variabile epistemica. La distribuzione dalla quale bisogna estrarre è costituita dai valori degli α con associata la rispettiva massa. Poiché, come detto prima, la funzione di possibilità è stata sezionata mantenendo costante l'incremento di α , la massa di credibilità associata a ciascun α -cut è costante e pari a $1/q$. E' quindi sufficiente estrarre un valore da una uniforme tra 0 e 1 e considerare tale valore direttamente il valore dell' α -cut. A differenza del caso precedente, verrà estratto un valore di α diverso per ciascuna variabile e per ciascun parametro incerto.
2. Si determinano gli intervalli delle variabili soltanto epistemiche al fissato livello α estratto.
3. Si considerano i parametri incerti della prima variabile aleatoria e si determina l'intervallo corrispondente all' α -cut estratto.
4. Si inseriscono i valori estremi dell'intervallo nella corrispondente funzione di ripartizione.
5. Si estrae un valore dalla distribuzione uniforme e si ricavano i valori di lower e di upper per tale funzione col metodo Montecarlo.
6. Si procede analogamente con gli intervalli dei parametri delle altre variabili aleatorie.

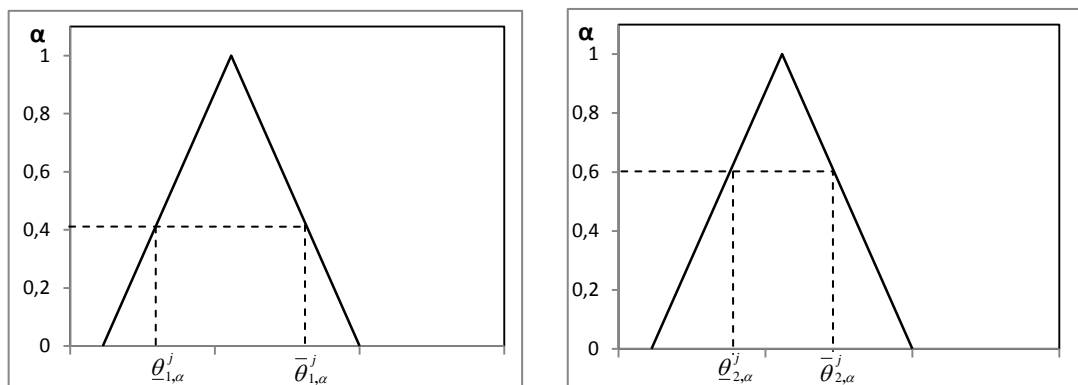


Figura 17: Intervalli dei parametri delle distribuzioni di due variabili incerte corrispondenti ai valori di α estratti

7. Si calcola il valore intervallare della variabile di risposta in corrispondenza dei valori di α estratti al punto 1. Gli estremi di questo intervallo rappresentano il lower e l'upper bound in corrispondenza dell' j -esima realizzazione random relativa

all'incertezza aleatoria e dell' i -esima realizzazione random relativa all'incertezza epistemica (α estratto).

8. Si reitera il procedimento dal punto 5 m volte, ottenendo m intervalli della funzione di risposta in corrispondenza dei vari valori α estratti.
9. Si incrementa il valore di α e si reitera l'intera procedura m_α volte.
10. A ciascun intervallo ottenuto si associa una massa pari all'inverso delle simulazioni effettuate. Quindi se m_α sono le estrazioni per α e m quelle per la variabile aleatoria, la massa associata all'intervallo della variabile di risposta sarà proprio $1/(m_\alpha * m)$.

È importante notare che, differentemente dal caso ibrido Monte Carlo – approccio possibilistico, un valore differente di α viene, di volta in volta, estratto in modo random e indipendentemente per ciascun parametro e variabile caratterizzata da incertezza epistemica, cioè è assunta l'indipendenza tra le variabili/parametri incerti. Pertanto, non vi è la limitazione, come nel caso precedente, che tutti i giudizi relativi alle variabili/parametri incerti siano forniti dalla stessa fonte di informazione.

2.2.2.3.2 Secondo metodo

In Helton *et al.* (2004) e, successivamente, in Pedroni *et al.* (2013) la procedura di propagazione dell'incertezza di secondo livello viene affrontata diversamente dal metodo riportato in 2.2.2.3.1.

In questo caso si fa riferimento a N variabili aleatorie caratterizzate da un vettore di parametri incerti Θ , di cui si conoscono gli intervalli con associate masse di credibilità. La procedura da loro proposta è la seguente.

1. Si definisce una distribuzione di probabilità uniforme sull'intervallo definito per i parametri incogniti. Si supponga, ad esempio, che la funzione di risposta dipenda da una sola variabile aleatoria caratterizzata da due parametri α e β e che sei esperti forniscono intervalli per i due parametri, nel senso che ogni esperto fornisce un intervallo per un solo parametro. Si consideri, ad esempio, il parametro α . I giudizi espressi dagli esperti sono riportati in tabella 1.

| Esperto | α_L | α_U |
|---------|------------|------------|
| 1 | 1840 | 1880 |
| 2 | 1820 | 1870 |
| 3 | 1830 | 1890 |

Tabella 1: Giudizi espressi in forma intervallare per il parametro α da 3 esperti

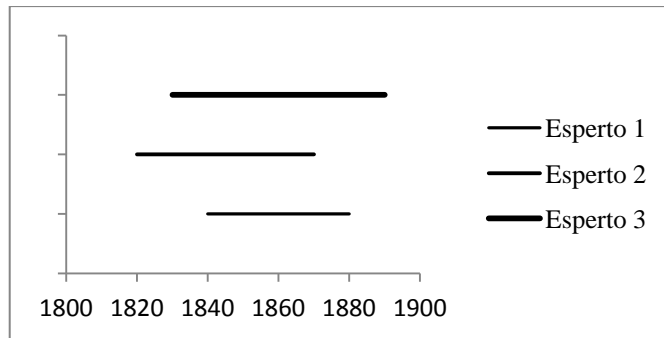


Figura 18: Rappresentazione dei giudizi forniti

Le masse di credibilità, dato che i tre intervalli sono ugualmente credibili, sono pari a $1/3$, dove 3 è il numero degli esperti. La massa di credibilità viene quindi divisa in modo uguale tra le tre fonti di informazione.

Dal momento che non si hanno informazioni sui punti che costituiscono gli intervalli definiti dagli esperti, tutti i punti sono ugualmente probabili; pertanto, una distribuzione uniforme $U_i(\theta)$ con $i=1,2,3$ si può ipotizzare su tale intervallo:

$$U_i = \begin{cases} \frac{1}{\alpha_{i,U} - \alpha_{i,L}} \\ 0 \end{cases} \quad (34)$$

Dal momento che, ciascun intervallo ha una massa di credibilità associata pari a $1/3$, la funzione di densità per il parametro α è pari a:

$$d(\alpha) = \sum_{i=1}^3 m(I_{\alpha}) \cdot U_i \quad (35)$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1870 - 1820} = 0,0066 & \text{se } \alpha \in [1820, 1830] \\ \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1870 - 1820} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1890 - 1830} = 0,0122 & \text{se } \alpha \in [1830, 1840] \\ \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1870 - 1820} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1890 - 1830} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1880 - 1840} = 0,2056 & \text{se } \alpha \in [1840, 1870] \\ \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1890 - 1830} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1880 - 1840} = 0,0139 & \text{se } \alpha \in [1870, 1880] \\ \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1890 - 1830} = 0,0055 & \text{se } \alpha \in [1880, 1890] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

La funzione di distribuzione per α è riportata in figura 19.



Figura 19: Funzione di distribuzione per α

2. Si estrae casualmente per ciascuna variabile j due valori, r_1 e r_2 , tra $[0,1]$. Il primo numero è usato per selezionare un intervallo con la relativa massa di credibilità, mentre il secondo è usato per selezionare un valore del parametro all'interno di tale intervallo, sulla base della funzione di densità.
3. Ogni vettore di parametri selezionato è sostituito nella funzione di probabilità della variabile e questa, adesso, sarà affetta solo da incertezza aleatoria. A questo punto, può essere effettuata una simulazione Monte Carlo per ciascuna variabile e successivamente sostituire ciascuna realizzazione nella funzione di risposta, ottenendo le variabili di output. La simulazione Monte Carlo è ripetuta m volte. Poiché risulta complesso trattare lo spazio di probabilità, gli autori propongono di sintetizzare ciascuna distribuzione di probabilità di risposta con misure di sintesi, quali media o percentili.

Ad esempio, se per la distribuzione Weibull i valori dei parametri selezionati sono $\alpha=18855$ $\beta=7,5$, la distribuzione della variabile risposta d con tali parametri è quella riportata in figura 20.

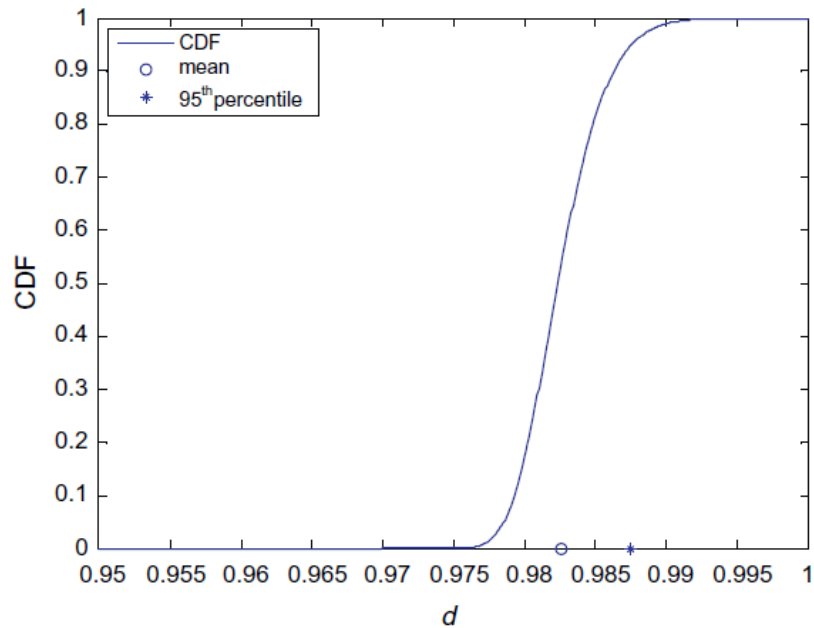


Figura 20: Distribuzione della variabile di risposta d con $\alpha=18855$ $\beta=7,5$

I valori della sua media e del 95% percentile (anch'essi rappresentati in figura 20) sono considerati rappresentativi della distribuzione.

4. Si ripetono gli step 2 e 3, un numero N_s di volte. N_s deve essere abbastanza grande da garantire che almeno un punto di ogni intervallo venga estratto.
5. Si calcolano le funzioni di Belief e Plausibility per identificare la minima e massima credibilità che la media o il 95% percentile ricadano al di sotto di un valore fissato.

Un'ultima considerazione fatta dagli autori riguarda la dipendenza tra le fonti di informazione. Si suppone di considerare due variabili aleatorie caratterizzate ognuna da due parametri incogniti. Se gli esperti forniscono un intervallo per un parametro θ ma non per gli altri, allora potremo concludere che le fonti sono indipendenti. La massa di credibilità associata a ciascun intervallo $I_{j,\theta}$ relativo al parametro θ della variabile j sarà pari al rapporto tra il numero di esperti che forniscono proprio l'intervallo $I_{j,\theta}$, $K(I_{j,\theta})$, e il numero totale di esperti, n_e :

$$m_{j,\theta} = K(I_{j,\theta}) / n_e \quad (36)$$

Pertanto, nell'esempio considerato dagli autori, a ciascuno dei 12 intervalli ($3 \times 2 \times 2$, 3 intervalli forniti dai 3 esperti per i 2 parametri delle 2 variabili aleatorie) è associata una massa pari a $1/3$ poiché l'informazione su ciascun parametro viene suddivisa in parti uguali ai 3 giudizi forniti (e quindi la massa di credibilità pari a 1 è distribuita alle tre fonti di informazione).

Nel caso in cui, invece, gli stessi esperti forniscono gli intervalli per i parametri della stessa variabile j , ovvero, per l'esempio considerato, ciascun esperto fornisce sia il valore di α che di β , allora la massa è attribuita direttamente alla coppia α e β perché, una volta estratto un valore di α , il valore di β selezionato deve essere quello che corrisponde all'esperto che ha fornito il valore di α estratto. In questo caso, quindi, la massa associata a ciascuna coppia (α, β) è pari a:

$$m_j = K(I_j) / n_e \quad (37)$$

Capitolo 3

Trattamento dell'incertezza nell'analisi del rischio

L'efficacia delle tecniche affidabilistiche, descritte nel capitolo 1, dipende dalla precisione dei dati di input del modello, che si possono ottenere dalla storia manutentiva degli impianti, dalla conoscenza dei guasti dei componenti che costituiscono l'impianto, dall'esperienza degli operatori e dalla documentazione di progetto dell'impianto.

Generalmente, l'analisi del rischio considera le probabilità di accadimento degli eventi (quale ad esempio la probabilità di guasto di un macchinario/componente del sistema a un certo tempo T) come dati certi. Tale probabilità può essere calcolata se si conosce la distribuzione di probabilità del tempo di guasto. Ma conoscere tale distribuzione richiede informazioni empiriche dettagliate, spesso non disponibili. Quindi, la certezza sui dati si presume esclusivamente per semplificare l'analisi, ma non si basa su una conoscenza adeguata del fenomeno aleatorio sottostante. Questo è proprio quello che avviene nei contesti industriali caratterizzati da rischio di incidente rilevante in cui il manifestarsi di incidenti è raro e non permette di avere a disposizione adeguate informazioni affidabilistiche.

Pertanto, l'evento guasto, oltre alla sua ineliminabile incertezza stocastica, è affetto da una incertezza epistemica, cioè imputabile alla scarsa conoscenza del fenomeno in esame. Trattare, oltre alla componente stocastica, anche quella epistemica risulta, quindi, fondamentale al fine di ottenere risultati più validi.

Una prima alternativa per stimare le funzioni di distribuzioni dei tempi di guasto è quella di fare utilizzo di database di dati affidabilistici di componenti uguali o simili a quelli esaminati. Ma, ammesso di disporne, questi componenti potrebbero lavorare in condizioni operative diverse da quelli esaminati tali da condurre a risultati errati.

Pertanto, si ritiene che un'alternativa più efficace sia quella di richiedere informazioni ad esperti del settore. Ottenere informazioni in merito al tempo di guasto dei componenti, al fine di stimare una distribuzione di probabilità, sembra impresa difficile specialmente quando non si conosce neanche la forma distribuzionale della variabile aleatoria. Si può pensare di interpellarli direttamente sulla variabile a cui si è interessati, ovvero la probabilità di guasto.

Si ritiene, però, che un esperto possa avere difficoltà nel fornire un valore puntuale di tale probabilità (Baudrit *et al.*, 2007). Sembra più plausibile, invece, pensare di chiedere un

intervallo nel quale ritiene che ricada il valore della probabilità di guasto del componente esaminato.

Pertanto, in queste analisi, possiamo distinguere tre figure:

- l'esperto o esperti del settore: in base alla loro conoscenza ed esperienza, forniscono giudizi intervallari sulle probabilità di guasto dei componenti che costituiscono il sistema;
- l'analista che ha il ruolo di interpretare ed elaborare le informazioni provenienti dagli esperti e adattarli alla teoria che intende applicare, tra quelle esaminate nel secondo capitolo, per trattare e propagare queste informazioni incerte;
- i possibili stakeholder, ovvero coloro che sono interessati all'informazione finale dell'analisi, che potrebbero essere il responsabile della sicurezza, il responsabile della manutenzione o Enti che devono garantire i requisiti di sicurezza per le persone e l'ambiente.

In particolare, l'analista svolge un ruolo importante in quanto deve individuare gli esperti, fornire loro la conoscenza in suo possesso (ad esempio, anche dati), chiedere le informazioni in modo da massimizzare la conoscenza ottenuta, senza distorcerla. In tale senso, ricorrere a più esperti per la formulazione di uno stesso giudizio è proficuo.

Al fine di illustrare come trattare l'incertezza nelle analisi affidabilistiche, si farà riferimento alla fault tree analysis (FTA). L'incertezza è, quindi, associata alla probabilità di accadimento dei basic event (eventi a livello gerarchico più basso nella struttura del FT). L'obiettivo è quello di propagare questa incertezza attraverso l'albero dei guasti, cosicché anche per il top event si ottenga una valutazione dell'incertezza associata al suo verificarsi. Nel contesto in esame, il top event è l'evento guasto del sistema, mentre i basic event sono gli eventi guasto dei componenti che costituiscono il sistema. Le porte AND e OR dell'albero dei guasti rappresentano le configurazioni serie e parallelo dei componenti. L'incertezza è quindi allocata proprio nei basic event poiché sono proprio le probabilità di guasto dei componenti ad essere affette da incertezza.

Un esempio di albero dei guasti è riportato in figura 21 in cui l'accadimento del top event dipende dal verificarsi dei basic event ad esso collegati.

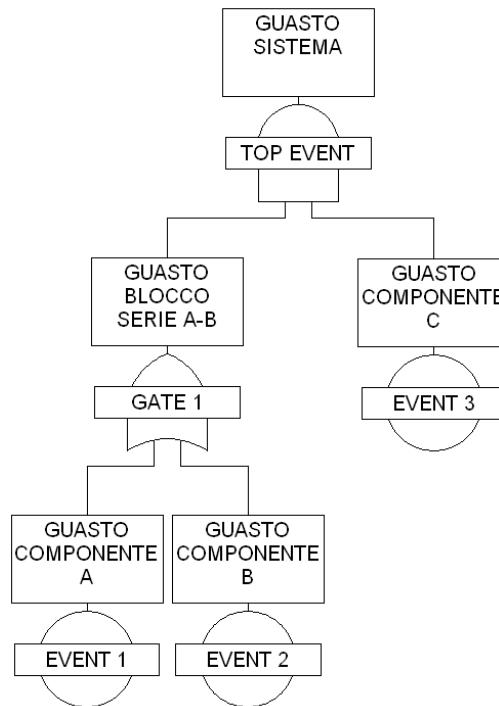


Figura 21: Albero dei guasti

Gli esperti forniranno, quindi, intervalli di probabilità relativamente ai basic event. Ad esempio per il basic event 1, l'intervallo fornito sarà del tipo $[P(A), \bar{P}(A)]$, indicando con $P(A), \bar{P}(A)$ rispettivamente la minima e massima probabilità che il componente A si guasti. Verrà mostrato come tale incertezza può essere modellata con un approccio probabilistico, che si può definire non classico, nel senso che la variabile stocastica considerata è proprio la probabilità di accadimento dell'evento.

Altre tecniche che si sono mostrate adeguate a questo contesto sono quelle già accennate nel secondo capitolo, ovvero la teoria della possibilità/fuzzy set e la teoria dell'evidenza.

È altresì analizzato il problema dell'aggregazione di informazioni qualora siano presenti più esperti che forniscono giudizi sui guasti dei componenti del sistema e quello della propagazione di tale incertezza attraverso l'albero dei guasti, per associare un'incertezza anche all'evento incidentale (Top event).

3.1 Tecniche per il trattamento dell'incertezza nell'analisi del rischio

3.1.1 Approccio intervallare - Imprecise probability

Una prima modalità per trattare l'incertezza è quella di considerare l'intervallo di probabilità, definito per ciascun basic event, tramite un approccio intervallare, noto anche come imprecise probability.

Ciò implica che ciascun basic event ha associato un intervallo in cui si reputa che ricada la probabilità di accadimento dello stesso $[P_i, \bar{P}_i]$, senza avere informazioni aggiuntive sui valori che appartengono a tale intervallo. L'unica conoscenza che si ha è che il valore "vero" della probabilità ricade all'interno dell'intervallo.

L'incertezza sull'accadimento del generico basic event i sarà rappresentata proprio dalla differenza: $\Delta P_i = \bar{P}_i - P_i$.

Se per ciascun evento è definito un unico intervallo di probabilità, attraverso l'aritmetica intervallare sarà possibile propagare l'informazione per valutare la probabilità del top event e, quindi, la probabilità di guasto del sistema.

Ma, dato che non vi è una struttura di incertezza per la variabile di input (le probabilità di guasto dei componenti del sistema), non vi sarà una struttura di incertezza neanche per l'output (la probabilità di guasto del sistema). Si otterrà, quindi, come risultato finale un intervallo di valori all'interno del quale si ritiene che ricade il valore della probabilità di guasto del sistema ma non si avranno informazioni su tale intervallo di probabilità, cioè non si hanno informazioni che permettano di affermare che un valore sia più probabile di un altro.

La propagazione delle informazioni dai basic event al top event può avvenire tramite la classica aritmetica intervallare ma, nel caso di giudizi forniti da più esperti, l'approccio intervallare non prevede regole di aggregazione. Ovvero l'aggregazione potrebbe tradursi nell'operazione di congiunzione e quindi considerare l'intervallo intersezione degli intervalli forniti, ma, nel caso di intervalli disgiunti, l'intersezione è nulla. Ovvero l'aggregazione si potrebbe tradurre nell'operazione unione ma nel caso di intervalli con supporti diversi, l'intervallo aggregato rischierebbe di essere molto ampio.

3.1.2 Probabilità della probabilità: Distribuzione uniforme

Qualora l'informazione intervallare fornita fosse interpretata secondo un approccio probabilistico, l'analista, in base al principio di Laplace della Ragione Insufficiente, può supporre che i valori all'interno dell'intervallo siano ugualmente probabili e ipotizzare, quindi, una distribuzione di probabilità uniforme sull'intervallo stesso.

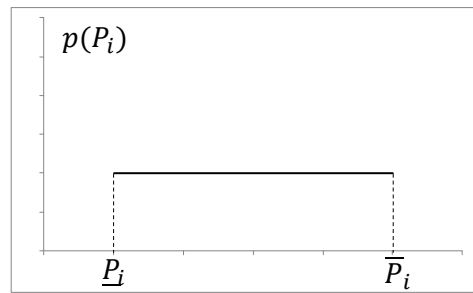


Figura 22: Distribuzione uniforme sull'intervallo $[P_i, \bar{P}_i]$

La simulazione Monte Carlo permette di propagare informazioni tra variabili casuali, in questo caso distribuite uniformemente, tramite le porte AND e OR dell'albero dei guasti. Il vantaggio che, quindi, si ottiene dall'ipotizzare una distribuzione uniforme è quello di ottenere in corrispondenza del top event una funzione di distribuzione cumulata.

L'assunzione relativa alla distribuzione uniforme, però, non è giustificata da alcune evidenze. Pertanto, attribuire una distribuzione uniforme è come aggiungere delle informazioni che effettivamente non sono disponibili e che potrebbero portare a risultati non corretti.

Ad ogni modo, anche accettando l'ipotesi di distribuzione uniforme sull'intervallo, nel caso di informazioni provenienti da più fonti, non si conoscono tecniche per poterle aggregare.

La procedura che si potrebbe adottare nel caso in cui più esperti forniscono più intervalli di probabilità per ciascun basic event, è la seguente. Si estrae casualmente per ogni basic event un intervallo di probabilità e, da questo, un valore di probabilità. Si propagano tramite le porte AND e OR dell'albero dei guasti i valori di probabilità estratti e si ricava, per ogni simulazione, un valore della probabilità di accadimento del top event. Si ottengono, quindi, associati al top event tanti valori di probabilità quante sono le simulazioni effettuate. È possibile, così, costruire una *cdf* (cumulative distribution function) per la probabilità di accadimento del top event.

3.1.3 Teoria della possibilità

Come detto nel paragrafo 2.1.3, la teoria della possibilità permette di rappresentare l'incertezza tramite una funzione di possibilità.

Supposta ad esempio, una funzione di possibilità triangolare, definita nell'intervallo $[P_i, \bar{P}_i]$, r rappresenta il grado di possibilità che un certo valore p^* sia proprio il valore vero della variabile incerta, la probabilità di guasto del componente.

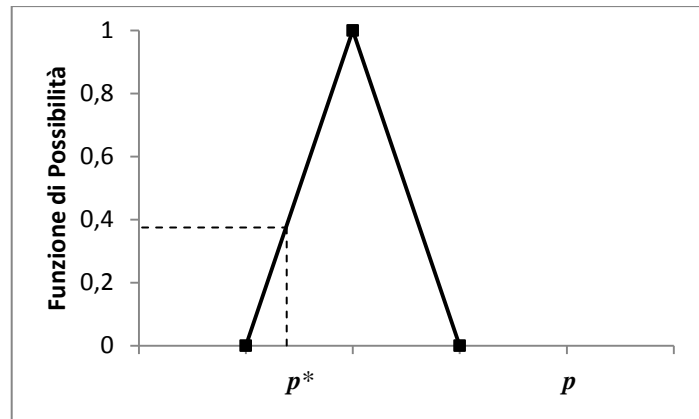


Figura 23: Distribuzione di possibilità sull'intervallo $[P_i, \bar{P}_i]$

Le funzioni di possibilità e necessità, riportate nella figura 24, rappresentano la possibilità e la necessità che il valore vero della probabilità di guasto del componente sia inferiore o uguale ad un certo valore p .

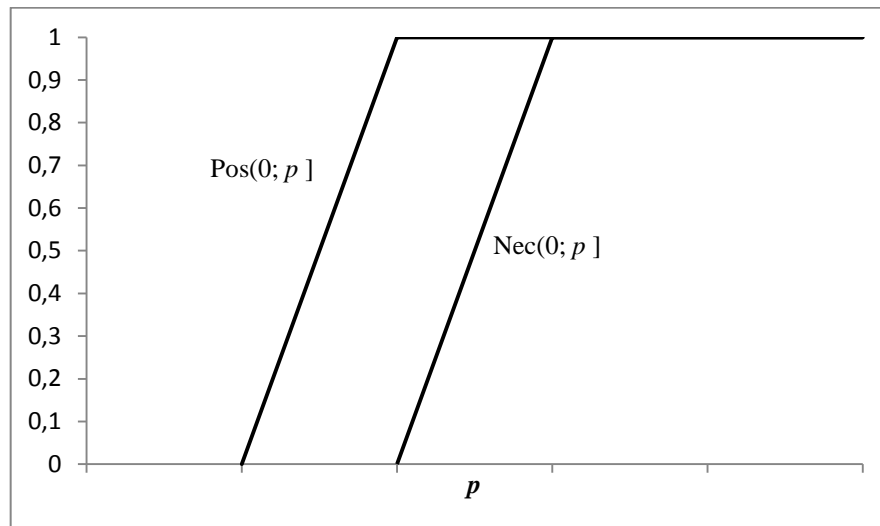


Figura 24: Funzioni di possibilità e di necessità

La teoria della possibilità, in ambito dell'analisi del rischio, trova maggiore applicazione nella sua interpretazione tramite la teoria dei fuzzy set.

3.1.3.1 Teoria dei Fuzzy set nell'analisi affidabilistica

Un'applicazione interessante della teoria della possibilità e degli insiemi fuzzy nell'analisi del rischio è proposto in Markowski *et al.* (2009). Il lavoro presenta un modello definito "bow-tie" per la valutazione del rischio nel caso di scenari caratterizzati dal verificarsi di possibili incidenti che consiste nella rappresentazione combinata dell'albero dei guasti e dell'albero degli eventi con lo scopo di valutare le probabilità del verificarsi di diversi scenari incidentali e dei danni associati. Nella metodologia proposta, tutte le variabili in

gioco sono sostituite da numeri fuzzy e nel lavoro è mostrato come l'applicazione dei fuzzy set può migliorare il processo di acquisizione dei dati e permette di ottenere dei risultati finali più realistici delle tradizionali stime puntuali.

In Ferdous *et al.* (2009a), gli autori presentano una metodologia che introduce la teoria della logica fuzzy e il suo uso nella valutazione del rischio. La robustezza di questo approccio fuzzy è confrontato con la tecnica probabilistica tradizionale.

Anche in Wilcox e Ayyub (2003), gli autori sottolineano l'importanza di selezionare dati appropriati e modellare l'incertezza per migliorare la valutazione del rischio. Essi mostrano che i numeri fuzzy e le rappresentazioni intervallari possono fornire una stima dell'incertezza più accurata rispetto alla teoria della probabilità quando i dati sono soggettivi e imprecisi.

Un approccio semiquantitativo fuzzy per la valutazione del rischio è basato sull'uso della matrice di rischio, proposto da Markowski e Mannan (2008). Gli autori propongono un sistema di inferenza fuzzy (FIS) per la definizione di una matrice di rischio fuzzy. In primo luogo, le componenti di rischio (frequenza e gravità delle conseguenze) sono fuzzificate e l'output che si ottiene è anch'esso fuzzy. Infine, il valore crisp dell'indice di rischio è ottenuto tramite un processo di defuzzificazione.

Anche Sallak *et al.* (2006a, 2006b) suggeriscono l'uso della teoria della possibilità per ridurre l'incertezza nella valutazione dei Safety Integrity Level (*SIL*) quando le probabilità di guasto dei componenti difficilmente possono essere stimate accuratamente.

In Sallak *et al.* (2008), gli stessi autori propongono una *FTA* per valutare la probabilità di guasto su richiesta (*PFD*) dei sistemi *SIS* (Safety Instrumented Systems) e, di conseguenza, il corrispondente *SIL*. Il top event dell'albero è il guasto del *SIS*, mentre ogni basic event è il guasto di un componente, la cui probabilità di accadimento è espressa in termini di probabilità fuzzy. Tramite la risoluzione dell'albero dei guasti, la probabilità di accadimento del top event sarà espressa a sua volta tramite un numero fuzzy.

Come è evidente dalla breve bibliografia appena riportata, la teoria della possibilità tramite l'uso dei fuzzy set ben si adatta alla gestione dell'incertezza associata ai basic event di un'analisi *FTA*.

Nella fuzzy fault tree analysis, le opinioni espresse dagli esperti sui singoli eventi possono, quindi, essere rappresentate tramite numeri fuzzy e la stima della probabilità del top event può essere calcolata tramite l'implementazione dell'aritmetica fuzzy.

L'applicazione dell'approccio fuzzy nell'ambito della Fault Tree Analysis (*FTA*) prevede le seguenti fasi (Ferdous *et al.* 2009a).

1. Acquisizione dei giudizi dagli esperti: gli esperti forniscono dei giudizi sulle probabilità di guasto in forma intervallare; l'analista associa a questo intervallo una funzione di appartenenza, magari chiedendo all'esperto di fornire un valore o un intervallo interno al primo di massima credibilità, in modo da ipotizzare una funzione di appartenenza triangolare o trapezoidale.
2. Aggregazione dei numeri fuzzy. Wagholar (2007) riassume una vasta gamma di operazioni per l'aggregazione di numeri fuzzy, tra cui il valore minimo, il valore massimo, la media aritmetica, la mediana. Una delle più utilizzate è la media pesata.

Lu *et al.* (2006) propongono un metodo di aggregazione che si basa sull'indice di somiglianza dei giudizi. L'idea base è che il peso dell'opinione dell'esperto dovrebbe essere tanto più grande quanto la sua opinione è vicina all'opinione degli altri esperti.

3. Determinazione della probabilità del top event espressa tramite numero fuzzy utilizzando le operazioni aritmetiche fuzzy. La stima della probabilità fuzzy del top event è calcolata attraverso il principio di estensione o, più semplicemente, mediante il metodo degli α -cut, che consiste nell'applicazione dell'aritmetica intervallare ad ogni livello α . Ipotizzata l'indipendenza dei basic event, la FTA richiede due operazioni, moltiplicazione e addizione (rispettivamente porta AND o OR dell'albero dei guasti); per due eventi con probabilità rispettivamente \tilde{P}_1 e \tilde{P}_2 , ognuno dei quali rappresentato da $\tilde{P}_i^\alpha = \{\alpha_i, p_{1L}^\alpha, p_{1U}^\alpha\}$, avendo indicato con p_{1L}^α e p_{1U}^α , i valori minimi e massimi a livello α , le operazioni aritmetiche fuzzy sono riportate nella tabella 2.

| Aritmetica fuzzy | Operazioni | Equazioni |
|----------------------------|--|--|
| Principio di estensione | $\tilde{P}_1 \cdot \tilde{P}_2$ | $[(p_i \cdot p_j, \min\{\mu_{P_1}(p_i), \mu_{P_2}(p_j)\})]$, $p_i \in P_1, p_j \in P_2$ |
| | $\tilde{P}_1 + \tilde{P}_2$ | $[(p_i + p_j, \min\{\mu_{P_1}(p_i), \mu_{P_2}(p_j)\})]$, $p_i \in P_1, p_j \in P_2$ |
| Formulazione α -cut | $\tilde{P}_1^\alpha \cap \tilde{P}_2^\alpha$ | $[p_{1L}^\alpha \cdot p_{2L}^\alpha, p_{1U}^\alpha \cdot p_{2U}^\alpha]$ |
| | $\tilde{P}_1^\alpha \cup \tilde{P}_2^\alpha$ | $[1 - (1 - p_{1L}^\alpha) \cdot (1 - p_{2L}^\alpha), 1 - (1 - p_{1U}^\alpha) \cdot (1 - p_{2U}^\alpha)]$ |

Tabella 2: Operazioni aritmetiche con numeri fuzzy nella fault tree analysis

4. Defuzzificazione dell'output: La defuzzificazione permette di trasformare un numero fuzzy in un valore crisp (Klir e Yaun, 2001). Un'ampia gamma di metodi di defuzzificazione sono presenti in letteratura. Alcuni esempi sono il metodo della massima appartenenza, il metodo della media dei massimi, il metodo del centroide,

il metodo dell'insieme massimizzante e dell'insieme minimizzante e il metodo del valore integrale.

L'approccio fuzzy presenta, però, due limiti:

- dover ipotizzare, per ciascun intervallo fornito dall'esperto, una funzione di membership;
- il numero fuzzy, che rappresenta la probabilità del top event, ha un supporto tanto più esteso quanto più numerosi sono i basic event che costituiscono l'albero dei guasti.

3.1.4 Teoria dell'evidenza nell'analisi del rischio

L'applicazione della teoria di Dempster-Shafer (DST) si sta diffondendo solo negli ultimi anni in ambito affidabilistico. La teoria dell'evidenza, se è abbastanza consolidata in alcuni campi in cui il frame of discernment è costituito da elementi discreti, ha avuto poche applicazioni in settori ingegneristici in cui il frame of discernment è definito come intervallo (finito o infinito) nel campo dei numeri reali.

Di seguito sono riportate le modalità in cui la teoria dell'evidenza può essere applicata nell'analisi affidabilistica.

3.1.4.1 Teoria dell'evidenza: True - False

In letteratura, la prima applicazione della DST in campo affidabilistico si fonda sulla caratterizzazione di ciascun evento attraverso l'utilizzo di un frame of discernment (FOD) Ω discreto del tipo $\{T, F\}$, dove T e F indicano rispettivamente vero e falso. Il power set di Ω , 2^Ω , è quindi composto da quattro sottoinsiemi $\{\emptyset, \{T\}, \{F\}, \{T, F\}\}$ e gli esperti sono chiamati ad esprimere un giudizio su un evento (il guasto di un componente) in termini di grado di credibilità che l'evento sia vero (cioè l'evento si verifica) o falso (cioè l'evento non si verifica). Ad esempio, l'esperto potrebbe affermare che il componente si guasti con una credibilità dell'80%. A differenza della teoria della probabilità, il complemento a 1 di questa massa di credibilità non viene attribuito all'evento complementare (il guasto non avviene) ma all'incertezza e quindi a $m(T, F)$, che rappresenta l'ignoranza dell'esperto sull'accadimento del guasto. Da queste masse di credibilità è possibile calcolare la funzione di Belief e Plausibility dei tre elementi del power set (T, F, TF). Ad esempio, per l'elemento (T) avremo:

$$Bel(T) = m(\{T\}) = 0.8 \quad (38)$$

$$Pl(T) = m(\{T\}) + m(\{T,F\}) = 0.8 + 0.2 = 1 \tag{39}$$

Nell'ambito della fault tree analysis, questo approccio si basa sull'attribuzione di masse di credibilità relative all'accadimento dei basic event. Pertanto, esperti sono interpellati su quanto ritengono vero o falso l'accadimento dei vari basic event che costituiscono l'albero. Un'applicazione di tale approccio è riportato in Ferdous *et al.* (2009b). In questo lavoro la massa di credibilità per ogni evento è acquisita da diverse fonti e aggregate con la regola di combinazione proposta da Dempster e quella proposta da Yager.

La propagazione delle informazioni tramite albero dei guasti può avvenire tramite 3-Value Logic (Guth, 1991) che prevede operatori di unione e di intersezione che caratterizzano rispettivamente le porte di tipo OR e di tipo AND.

Supposti A e B, due basic event, le operazioni relative alle porte OR e AND sono riportate nelle tabelle 3 e 4.

| Gate OR | | A | | |
|---------|--------------|--------------------------------------|--|--|
| | | $(m_1(T))$ | $(m_2(F))$ | $(m_3(T,F))$ |
| B | $(m_4(T))$ | T [$m_1(T) \cdot m_4(T)$] | T [$m_2(F) \cdot m_4(T)$] | T [$m_3(T,F) \cdot m_4(T)$] |
| | $(m_5(F))$ | T [$m_1(T) \cdot m_5(F)$] | F [$m_2(F) \cdot m_5(F)$] | (T,F) [$m_3(T,F) \cdot m_5(F)$] |
| | $(m_6(T,F))$ | T [$m_1(T) \cdot m_6(T,F)$] | (T,F) [$m_2(F) \cdot m_6(T,F)$] | (T,F) [$m_3(T,F) \cdot m_6(T,F)$] |

Tabella 3: Gate OR

| Gate AND | | A | | |
|----------|--------------|--|--------------------------------------|--|
| | | $(m_1(T))$ | $(m_2(F))$ | $(m_3(T,F))$ |
| B | $(m_4(T))$ | T [$m_1(T) \cdot m_4(T)$] | F [$m_2(F) \cdot m_4(T)$] | (T,F) [$m_3(T,F) \cdot m_4(T)$] |
| | $(m_5(F))$ | F [$m_1(T) \cdot m_5(F)$] | F [$m_2(F) \cdot m_5(F)$] | F [$m_3(T,F) \cdot m_5(F)$] |
| | $(m_6(T,F))$ | (T,F) [$m_1(T) \cdot m_6(T,F)$] | F [$m_2(F) \cdot m_6(T,F)$] | (T,F) [$m_3(T,F) \cdot m_6(T,F)$] |

Tabella 4: Gate AND

In questo modo si ottiene un valore di $m(T)$, $m(F)$ e $m(T,F)$ relative al top event. Ricordando che la $Bel(T) = m(T)$ e la $Pl(T) = m(T) + m(T,F)$ si ottiene un intervallo di credibilità relativa all'accadimento del top.

3.1.4.2 Teoria dell'evidenza: Intervallo - $Bel(T)$ - $Pl(T)$

L'analista piuttosto che chiedere all'esperto "con che grado di credibilità ritiene che il guasto di un componente avvenga", potrebbe formulare la domanda come "Con quale intervallo di credibilità ritiene che tale evento possa verificarsi?". In questo modo, gli

esperti forniscono direttamente un limite inferiore e superiore del grado con cui ritengono che il guasto di un componente i possa verificarsi, cioè l'intervallo $[Bel_i, Pl_i]$.

La propagazione tramite aritmetica intervallare permette di ottenere un intervallo di minima $[Bel(Sistema)]$ e massima $[Pl(sistema)]$ credibilità relativa al verificarsi del guasto del sistema, come dimostrato in Cheng (2000).

| | |
|-------------------|--|
| $[Bel(T), Pl(T)]$ | Unione $[Bel_A, Pl_A] \cup [Bel_B, Pl_B] = [1-(1-Bel_A)(1-Bel_B); 1-(1-Pl_A)(1-Pl_B)]$ |
| | Intersezione $[Bel_A, Pl_A] \cap [Bel_B, Pl_B] = [Bel_A \cdot Bel_B, Pl_A \cdot Pl_B]$ |

Tabella 5: Operatori di unione e intersezione

Anche in questo modo, si ottiene un intervallo di credibilità relativa all'accadimento del guasto del sistema.

3.1.4.3 Teoria dell'evidenza: Intervallo di probabilità con relativa massa associata

Nelle applicazioni appena riportate, il frame of discernement è discreto, di tipo $\{T, F\}$.

Si ritiene che un'alternativa potrebbe essere quella di chiedere all'esperto di fornire direttamente un intervallo di probabilità all'interno del quale ritiene che ricada il valore della probabilità e associare a questo una massa di credibilità. Questa massa rappresenta il grado di credibilità con cui si ritiene che il valore vero della probabilità ricada all'interno di tale intervallo. Il FOD, in questo caso, quindi, è continuo coincidente con l'intervallo di probabilità $[0,1]$.

Il giudizio fornito dall'esperto sarà quindi del tipo:

$[P_i, \bar{P}_i]$: intervallo di probabilità fornito dall'esperto con m_i : massa di credibilità associata all'intervallo.

Se non si hanno ulteriori evidenze, il complemento a 1 della m_i , $(1 - m_i)$, sarà attribuito al FOD $[0,1]$.

Se più esperti forniscono altri intervalli per uno stesso basic event, queste informazioni sono aggregate tramite la regola di aggregazione che meglio si adatta al contesto.

Si supponga, ad esempio, che per un basic event i , due esperti forniscono un giudizio intervallare $[P_1, \bar{P}_1]$ e $[P_2, \bar{P}_2]$, con masse associate rispettivamente pari a m_1 e m_2 . Poiché ciascun intervallo con la corrispondente massa rappresenta la conoscenza dell'esperto sul basic event, secondo la teoria dell'evidenza, le masse $(1-m_1)$ e $(1-m_2)$ sono le masse di

ignoranza associate all'intero FOD $[0,1]$. A questo punto, gli intervalli aggregati con le relative masse sono determinate come in tabella 6.

| | | Esperto 1 | | | | |
|-----------|-------------------------------------|-------------------------------------|--|---------------------|-------------------------------------|-------------------------|
| | | Intervallo | Massa | Intervallo | Massa | |
| | | $[\underline{P}_1, \overline{P}_1]$ | m_1 | $[0,1]$ | $1-m_1$ | |
| Esperto 2 | Intervallo | m | | | | |
| | $[\underline{P}_2, \overline{P}_2]$ | m_2 | $[\underline{P}_1, \overline{P}_1] \cap [\underline{P}_2, \overline{P}_2]$ | $m_1 \cdot m_2$ | $[\underline{P}_2, \overline{P}_2]$ | $m_2 \cdot (1-m_1)$ |
| | $[0,1]$ | $1-m_2$ | $[\underline{P}_1, \overline{P}_1]$ | $m_1 \cdot (1-m_2)$ | $[0,1]$ | $(1-m_1) \cdot (1-m_2)$ |

Tabella 6: Intervalli aggregati con relative masse

Si ottengono quindi dei nuovi intervalli, i nuovi focal element, con le relative masse associate:

- $[\underline{P}_1, \overline{P}_1] \cap [\underline{P}_2, \overline{P}_2]$ con massa $m_1 \cdot m_2$;
- $[\underline{P}_2, \overline{P}_2]$ con massa $m_2 \cdot (1-m_1)$;
- $[\underline{P}_1, \overline{P}_1]$ con massa $m_1 \cdot (1-m_2)$;
- $[0,1]$ con massa $(1-m_1) \cdot (1-m_2)$.

Gli intervalli aggregati sono ora propagati attraverso l'albero dei guasti fino al top event. In letteratura, la 3-value logic è stata ampiamente utilizzata per propagare gli intervalli ottenuti dall'applicazione della teoria dell'evidenza (vedi caso *T-F*). Ma, mentre nel caso *T-F* si faceva riferimento ad un frame di tipo discreto, in questo caso, i giudizi sono definiti in un frame continuo. L'approccio da seguire in questo contesto consiste nella propagazione degli intervalli aggregati utilizzando le operazioni aritmetiche intervallari di tabella 5.

Le masse associate a questi intervalli sono calcolate tramite prodotto cartesiano delle masse (Ferson *et al.* 2000, Curcurù *et al.* 2012).

Dopo aver aggregato e propagato gli intervalli di probabilità relativi ai basic event, vari intervalli con relativa massa di credibilità sono associati al top event. Poiché ogni intervallo rappresenta uno scenario possibile compatibile con le informazioni disponibili, non si può scegliere un intervallo come più rappresentativo e escludere gli altri. Ogni intervallo può essere considerato come possibile risultato del processo di propagazione degli eventi guasto e, pertanto, l'analista deve considerarli tutti.

Si ritiene che in un contesto industriale a rischio di incidente rilevante, l'interesse per chi si occupa della sicurezza, può essere focalizzato sulla conoscenza dell'evento $P_{Top} \leq P_{soglia}$ in

cui P_{Top} è la probabilità del top event mentre P_{soglia} è un valore di probabilità limite che si richiede non venga superata.

Quindi, gli intervalli determinati al top possono essere usati per calcolare le funzioni di belief e plausibility dell'evento $P_{Top} \leq P_{soglia}$.

Per calcolare queste due funzioni, gli step da seguire sono:

- 1) ordinare in ordine crescente lower e upper bound di ciascun intervallo;
- 2) cumulare le masse associate in modo da ottenere la *Belief* e la *Plausibility* dell'evento $P_{Top} \leq P_{soglia}$;
- 3) calcolare la *Belief* sommando le masse di credibilità di tutti quegli intervalli I_i , il cui upper bound è inferiore o uguale alla soglia P_{soglia} , cioè gli intervalli completamente inclusi in $[0, P_{soglia}]$:

$$Bel([0, P_{soglia}]) = \sum_{I_i \subset [0, P_{soglia}]} m(I_i) \quad (40)$$

- 4) calcolare la *Plausibility* sommando le masse di credibilità di tutti quegli intervalli I_i che non hanno intersezione nulla con l'intervallo $[0, P_{soglia}]$:

$$Pl([0, P_{soglia}]) = \sum_{I_i \cap [0, P_{soglia}] \neq \emptyset} m(I_i) \quad (41)$$

Un esempio di funzioni di Belief e Plausibility relative all'evento $P_{Top} \leq P_{soglia}$ è riportato in figura 25.

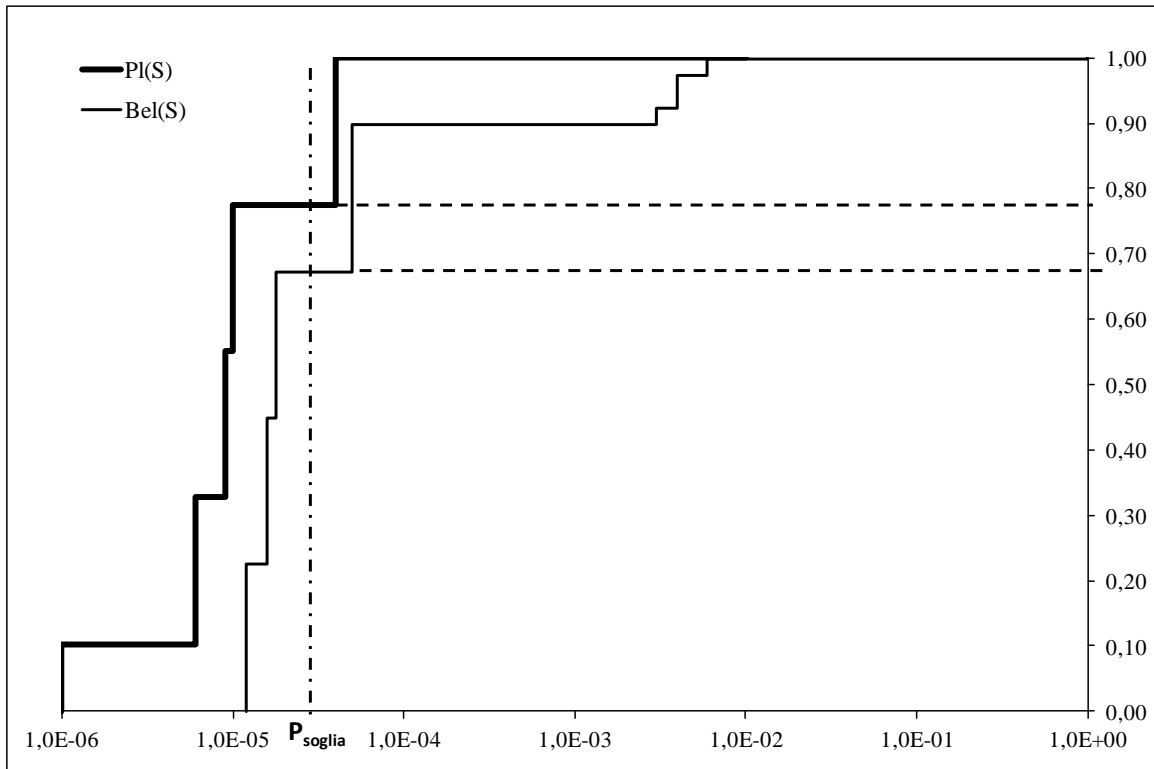


Figura 25: Belief e Plausibility dell'evento $P_{Top} \leq P_{soglia}$

Nella figura 25, la linea più spessa rappresenta la funzione di Plausibility mentre quella più sottile di Belief. I valori che si leggono in ordinata rappresentano proprio il minimo e massimo valore di credibilità che il valore di probabilità non superi il valore di P_{soglia} .

Pertanto le funzioni di Belief e Plausibility non rappresentano intervalli di confidenza nel senso classico. Rappresentano solo la minima e massima credibilità dell'evento $P_{Top} \leq P_{soglia}$ sulla base dell'informazione incerta fornita dagli esperti, aggregata e propagata dall'analista.

3.1.4.4 Teoria dell'evidenza: Intervallo di probabilità

Nel primo approccio proposto in letteratura per applicare la teoria dell'evidenza all'analisi del rischio, è richiesto all'esperto di esprimere un giudizio su quanto ritiene "vero" o "falso" l'accadimento di un evento, quale il guasto di un componente. Sembra, però, improbabile che un esperto sia in grado di attribuire una massa di credibilità relativa agli eventi $\{\{T\}, \{F\}, \{T, F\}\}$. Nel senso che, difficilmente, un esperto può affermare che, ad esempio, all'80% un evento si verifica, al 10% l'evento non si verifica e attribuire il complemento a 1 della massa al FOD $(\{T, F\})$, come in Ferdous *et al.*(2009b).

In Cheng (2000), l'autore sostiene che sia più plausibile che gli esperti forniscano direttamente un lower e upper bound per l'accadimento di un evento, cioè esprimono direttamente la minima e massima credibilità che l'evento avvenga, ovvero l'intervallo di $[Bel(T), Pl(T)]$. Ma anche questo approccio sembra di difficile applicazione in contesti reali. L'esperto dovrebbe, infatti, fornire la credibilità di un evento in forma intervallare.

Nel terzo approccio proposto in letteratura, a differenza dei primi due, il FOD è continuo e coincidente con l'intervallo di probabilità $[0, 1]$ e, quindi, l'informazione che gli esperti forniscono è un sotto-intervallo di $[0, 1]$. Secondo questo approccio, ciascun basic event può essere caratterizzato da uno o più intervalli all'interno dei quali si ritiene che ricada la probabilità di accadimento dell'evento con una massa di credibilità associata.

Si ritiene, però, anche questo caso di complessa applicazione in contesti reali poiché è difficile che l'esperto sia in grado di fornire un intervallo di probabilità con una massa di credibilità associata. L'esperto, infatti, al fine di dare una massa maggiore tenderebbe a fornire intervalli sempre più ampi.

Per applicare la teoria dell'evidenza all'analisi del rischio sono di seguito proposti tre diversi scenari.

Scenario 1: l'analista fissa un certo grado di credibilità, m , e chiede all'esperto di fornire un intervallo in cui ritiene che ricada la probabilità di guasto con quel grado di credibilità.

Il lower e l'upper bound di tale intervallo rappresentano l'incertezza inclusa nell'informazione.

Nel caso in cui tale massa è associata a priori dall'analista, il complemento a 1 viene attribuito al FOD e le informazioni provenienti da più esperti vengono dapprima aggregate tramite una delle regole di combinazione proposte dalla teoria dell'evidenza, come mostrato nella tabella 7.

| | | | Esperto 1 | | | |
|-----------|--------------------|-------|--|-----------------|--------------------|---------------------|
| | | | Intervallo | Massa | Intervallo | Massa |
| | | | $[P_1, \bar{P}_1]$ | m | $[0,1]$ | $1-m$ |
| Esperto 2 | Intervallo | m | | | | |
| | $[P_2, \bar{P}_2]$ | m | $[P_1, \bar{P}_1] \cap [P_2, \bar{P}_2]$ | $m \cdot m$ | $[P_2, \bar{P}_2]$ | $m \cdot (1-m)$ |
| | $[0,1]$ | $1-m$ | $[P_1, \bar{P}_1]$ | $m \cdot (1-m)$ | $[0,1]$ | $(1-m) \cdot (1-m)$ |

Tabella 7: Intervalli aggregati con relative masse (Scenario 1)

Quello che cambia rispetto al paragrafo 3.1.4.3 "Intervallo di probabilità con relativa massa associata" è che la massa attribuita a ciascun intervallo è sempre la stessa.

Scenario 2: l'analista, sulla base di dati storici sul sistema sotto studio o consultando database contenenti dati affidabilistici relativi a sistemi simili, sottopone agli esperti uno o più intervalli di probabilità e chiede loro di attribuire una massa di credibilità, m_i , per ciascun intervallo.

| | | | Esperto 1 | | | |
|-----------|--------------------|---------|--------------------|-----------------------|--------------------|-------------------------|
| | | | Intervallo | Massa | Intervallo | Massa |
| | | | $[P_1, \bar{P}_1]$ | m_2 | $[0,1]$ | $1 - m_2$ |
| Esperto 2 | Intervallo | m | | | | |
| | $[P_1, \bar{P}_1]$ | m_1 | $[P_1, \bar{P}_1]$ | $m_1 \cdot m_2$ | $[P_1, \bar{P}_1]$ | $m_1 \cdot (1 - m_2)$ |
| | $[0,1]$ | $1-m_1$ | $[P_1, \bar{P}_1]$ | $m_2 \cdot (1 - m_1)$ | $[0,1]$ | $(1-m_1) \cdot (1-m_2)$ |

Tabella 8: Intervalli aggregati con relative masse (Scenario 2)

Nel primo scenario, ciascun basic event dell'albero dei guasti è caratterizzato da differenti intervalli con la stessa massa di credibilità, mentre, nel secondo scenario, ogni intervallo è caratterizzato da differenti gradi di credibilità. Si ritiene, però, che il secondo scenario non sia realizzabile, in un contesto caratterizzato da rischi di incidente rilevante poiché, come detto più volte, non si hanno a disposizione sufficienti dati storici e fare riferimento a sistemi simili può condurre a risultati errati.

Scenario 3: l'analista richiede all'esperto soltanto l'intervallo di probabilità e successivamente assegna all'intervallo fornito una massa di credibilità.

Baraldi *et al.* (2014) affermano che le masse di credibilità assegnate a un generico focal element I_i (che, nel caso in esame, sono gli intervalli di probabilità) rappresentano la porzione di tutte le evidenze che supportano l'affermazione che il valore vero della variabile incerta ricada all'interno dell'intervallo I_i . Pertanto, se si dispone di n_e fonti di informazioni, indipendenti e ugualmente affidabili, la massa associata al focal element I_i è pari alla frazione delle fonti che definiscono proprio quel focal element (Helton *et al.*, 2004):

$$m = K(I_i)/n_e \quad (42)$$

in cui $K(I_i)$ è il numero di esperti che forniscono proprio l'insieme I_i . Quindi, se tutti gli esperti fornissero intervalli diversi, la massa assegnata sarebbe pari a $1/n_e$.

Per chiarire la rappresentazione dell'incertezza, Baraldi *et al.* (2014) riportano un esempio in cui due esperti forniscono due intervalli sovrapposti $I_1=[a_1,b_1]$ e $I_2=[a_2,b_2]$. con $a_1 < a_2 < b_1 < b_2$. Applicando le equazioni (20) e (21), si può dire che la probabilità che il valore vero ricada in $I_1 \cap I_2 = [a_2, b_1]$ è tra la $Bel[a_2, b_1] = 0$ e $Pl[a_2, b_1] = 1$. Poiché per il primo esperto il valore vero potrebbe ricadere anche in $[a_1, a_2]$ (prima dell'intersezione), mentre per il secondo esperto il valore vero potrebbe ricadere anche in $[b_1, b_2]$ (dopo l'intersezione), non si hanno evidenze dirette sul fatto che il valore vero ricada all'interno dell'intervallo di intersezione e quindi $Bel[a_2, b_1] = 0$. D'altra parte, però, poiché entrambi gli esperti non escludono che il valore vero possa ricadere nell'intersezione, la plausibilità di tale intervallo è 1. Se, invece, si fosse considerato proprio uno dei due intervalli fornito da uno dei due esperti, supponiamo $I_1=[a_1, b_1]$, il valore della Belief, $Bel[a_2, b_1]$, sarebbe stato pari a 0,5 in quanto si ha un'evidenza diretta su tale intervallo (il giudizio fornito dal primo esperto) mentre il valore della Plausibility, $Pl[a_2, b_1]$, pari a 1, perché il secondo esperto non esclude che il valore vero possa ricadere all'interno di tale intervallo.

Quindi, nel caso in cui l'analista suddivide la massa di credibilità tra le fonti di informazione, si ottiene:

| Esperto | Intervallo | Massa di credibilità |
|---------|--------------------------------|----------------------|
| 1 | $[\underline{P}_1, \bar{P}_1]$ | 1/2 |
| 2 | $[\underline{P}_2, \bar{P}_2]$ | 1/2 |

Tabella 9: Intervalli forniti con relative masse (Scenario 3)

Qualora non reputasse le due fonti ugualmente attendibili, può ripartire diversamente la massa unitaria di credibilità.

L'aggregazione, a prescindere da come la massa viene suddivisa, non viene effettuata poiché il complemento a 1 della massa associata a ciascun intervallo non è attribuito al FOD ma agli altri intervalli. In sostanza l'informazione consente di asserire con certezza che il valore vero della probabilità si trova in uno degli intervalli.

L'analista, infine, può attribuire masse di credibilità agli intervalli forniti in base al grado di affidabilità che attribuisce alle fonti di informazioni. Ad esempio, se reputa una fonte di informazione affidabile al 90%, assocerà all'intervallo fornito da questa una massa pari a 0,9. A questo punto, i vari intervalli possono essere aggregati con una delle regole di aggregazione proposte dalla teoria.

Per la propagazione delle probabilità di guasto dal livello dei basic event al top event si può procedere come esaminato nel paragrafo precedente, utilizzando l'aritmetica intervallare per la propagazione degli intervalli e il prodotto cartesiano per le masse di credibilità. Come nel caso precedente, si otterranno una serie di intervalli di probabilità al top event con associate masse di credibilità. Anche, in questo caso, si ritiene opportuno calcolare la minima e la massima credibilità che un certo valore di probabilità P_{soglia} non venga superato.

3.2 Scelta della tecnica più adeguata a trattare l'incertezza nell'analisi del rischio

La letteratura scientifica, come è stato possibile notare nei precedenti paragrafi, presenta molti lavori riguardanti la classificazione delle diverse tipologie di incertezza e la descrizione delle tecniche per il trattamento dell'incertezza di tipo aleatoria ed epistemica. Sono, inoltre, presenti numerosi lavori in cui questi approcci trovano applicazione, in particolare la teoria della probabilità e della possibilità e, più recentemente, la teoria dell'evidenza.

Si riscontra, però, nella letteratura scientifica la mancanza di una chiara distinzione su quando sia più conveniente applicare un approccio piuttosto che un altro.

Come vedremo in questo e nei seguenti paragrafi, la scelta dipende da molteplici aspetti. Dipende sicuramente dalla conoscenza che ha l'esperto del sistema sotto studio e, quindi, dal livello di dettaglio dell'informazione che sarà in grado di fornire, dipende dal modo in cui l'analista richiede l'informazione all'esperto, da come l'analista interpreterà il giudizio fornito dagli esperti e da come lo elaborerà per adattarlo alla teoria che intende perseguire.

Di seguito, pertanto, vengono riportati diversi scenari. La prima distinzione riguarda le informazioni che possiede l'analista sul fenomeno studiato. Se l'analista non dispone di

informazioni sufficienti per ipotizzare una distribuzione di probabilità sul tempo di guasto dei componenti, l'informazione da egli richiesta agli esperti sarà direttamente la probabilità di guasto. L'esperto, se in grado, può fornire un valore puntuale della probabilità di guasto (Scenario 1), altrimenti può fornire intervalli di probabilità con o senza informazioni aggiuntive (Scenario 2, 3 e 4). Dato che, per ottenere dall'analisi risultati più affidabili, spesso si richiedono giudizi a più esperti, sarà analizzato come aggregare informazioni provenienti da più fonti di informazione (Scenario 5 e 6). Per ciascuno di questi scenari, verrà illustrato quale degli approcci esaminati in questo capitolo (approccio intervallare, probabilistico, possibilistico e teoria dell'evidenza) può essere applicato e come verrà selezionato quello o quelli ritenuti più idonei allo scenario specifico.

L'ultimo scenario analizzato riguarda il caso in cui l'analista ha sufficienti informazione che gli consentono di ipotizzare una distribuzione di probabilità del tempo di guasto, ma non ha dati sufficienti per stimare i parametri della distribuzione. In tale scenario, pertanto, le informazioni richieste dall'analista all'esperto sono proprio informazioni sui parametri della distribuzione. Anche in questo caso, a seconda di come l'esperto fornisce l'informazione sul parametro e dal numero di esperti coinvolti, verrà proposta la tecnica ritenuta più idonea

3.2.1 Scenario 1: Informazione puntuale - Probabilità soggettiva

Si suppone che l'esperto abbia informazioni sufficienti da essere in grado di fornire un valore puntuale della probabilità di guasto dei componenti che determinano il guasto del sistema. L'esperto, quindi, in base alla conoscenza dei componenti e alla sua esperienza, fornisce un valore soggettivo della probabilità di guasto (probabilità soggettiva).

In questo caso, la propagazione dell'informazione dai basic event al top event consiste semplicemente nella risoluzione dell'albero dei guasti.

Qualora più esperti fossero interpellati sulla formulazione dei giudizi e, ognuno di questi, fosse in grado di fornire valori puntuali della probabilità di guasto per ciascun componente, questi potranno essere aggregati tramite la semplice operazione di media, eventualmente pesata.

Considerando, però, come detto più volte, che i sistemi trattati sono affetti da un elevato grado di incertezza, è difficile che un esperto sia in grado di fornire con precisione un valore puntuale della probabilità di guasto di un componente.

3.2.2 Scenario 2: Informazione intervallare – 1 esperto

In questo caso, l'esperto è incerto sul valore della probabilità e tale incertezza è rappresentata proprio dall'ampiezza dell'intervallo da egli fornito. Maggiore è l'ampiezza dell'intervallo, maggiore è la sua incertezza.

A titolo esemplificativo, si riporta un albero dei guasti descritto ad inizio capitolo. L'esperto fornirà un intervallo di probabilità per ciascun basic event. Ad esempio, per il basic event 1 si avrà: $[\underline{P}(A), \overline{P}(A)]$

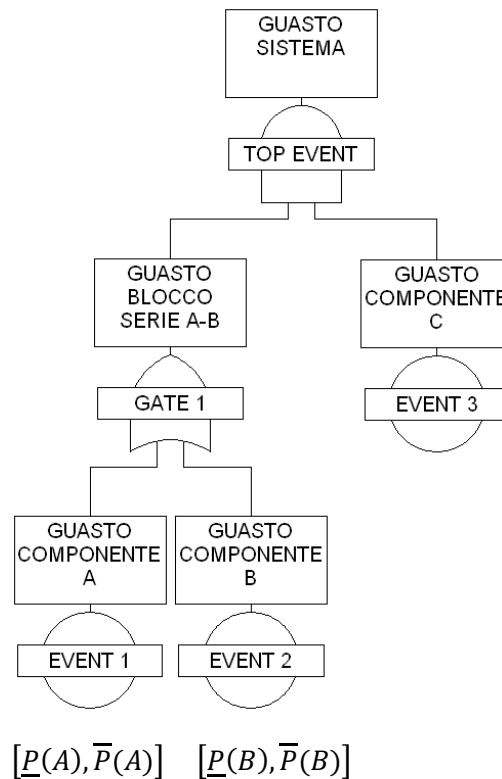


Figura 26: Albero dei guasti – Giudizi intervallari sui basic event forniti da un esperto

Approccio intervallare

La prima alternativa per l'analista è trattare questo intervallo tramite approccio intervallare. La propagazione dell'incertezza attraverso l'albero dei guasti può, quindi, avvenire tramite la classica aritmetica intervallare.

Ad esempio, l'intervallo di probabilità associato all'evento “guasto blocco serie A-B” sarà pari a $[\underline{P}(AB), \overline{P}(AB)] = [1 - (1 - \underline{P}(A)) \cdot (1 - \underline{P}(B)), 1 - (1 - \overline{P}(A)) \cdot (1 - \overline{P}(B))]$

In questo modo, il risultato che si ottiene, in corrispondenza del top event, è un intervallo all'interno del quale ricade la probabilità di guasto del sistema.

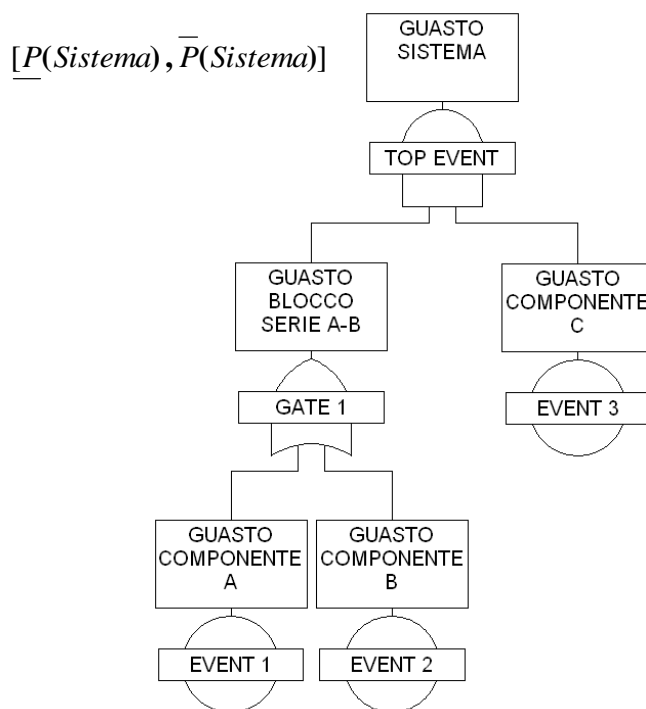


Figura 27: Albero dei guasti – Probabilità del Top Event intervallare

Come detto precedentemente, il limite che si riscontra nell'approccio intervallare è che si ottiene come output solo un intervallo, senza conoscere la struttura dell'incertezza all'interno di tale intervallo.

Approccio probabilistico

Un'alternativa all'approccio intervallare, potrebbe essere quella di utilizzare la classica teoria della probabilità. Non avendo ulteriori informazioni, il probabilista, sulla base del principio di Laplace, può supporre che i valori all'interno dell'intervallo siano ugualmente probabili e, pertanto, ipotizzare una distribuzione di probabilità uniforme su tale intervallo fornito dall'esperto.

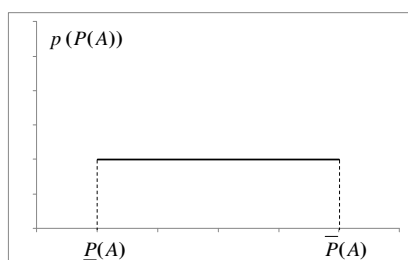


Figura 28: Distribuzione uniforme sull'intervallo fornito dall'esperto

Tramite le operazioni di unione e intersezione tra variabili casuali, l'analista può propagare le informazioni tramite le porte OR e AND rispettivamente, così da ottenere una distribuzione di probabilità della probabilità di guasto del sistema.

Il limite di tale approccio è che l'analista ipotizza una distribuzione di probabilità uniforme, non dettata da alcuna evidenza.

Approccio possibilistico/teoria dei fuzzy set

Allo stesso modo, l'analista potrebbe applicare la teoria della possibilità/teoria dei fuzzy set, ipotizzando una funzione di possibilità/membership sull'intervallo fornito dall'esperto. In questo caso, le probabilità di guasto dei componenti sono rappresentate da numeri fuzzy e la probabilità di guasto del sistema sarà anch'essa un numero fuzzy, ottenuto tramite le operazioni aritmetiche fuzzy che permettono la propagazione dei fuzzy number dai basic event al top (si veda paragrafo 3.1.3.1).

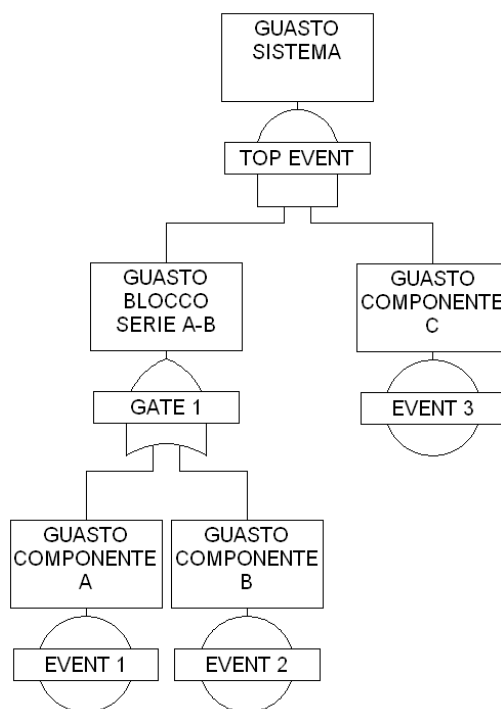
Come per l'approccio probabilistico, anche per l'applicazione della teoria dei fuzzy set, l'analista deve supporre una funzione di possibilità/membership, non dettata da alcuna evidenza. Qualora l'approccio seguito fosse proprio questo, l'analista potrebbe ritenere opportuno richiedere all'esperto di fornire informazioni aggiuntive. Se in grado, l'esperto potrebbe fornire uno o più valori che egli stesso ritiene più probabili all'interno dell'intervallo definito. Questo permetterebbe all'analista di ipotizzare una funzione di possibilità/membership triangolare o trapezoidale.

Teoria dell'evidenza

Infine, l'ultimo approccio che l'analista potrebbe pensare di seguire è quello della teoria dell'evidenza. Egli, per applicare la teoria dell'evidenza, può interpretare l'intervallo fornito dall'esperto come minima (*Belief*) e massima (*Plausibility*) credibilità che l'evento si verifichi, ovvero che il guasto avvenga.

$$[\underline{P}(A), \overline{P}(A)] = [Bel_A(T), Pl_A(T)] \quad (43)$$

Con tale trasformazione, il FOD da continuo, diviene discreto del tipo (T, F) .



$[Bel_A(T), Pl_A(T)]$

Figura 29: Albero dei guasti – Teoria dell'evidenza, Scenario 2

A questo punto, il problema della propagazione viene affrontato tramite approccio intervallare.

In questo contesto specifico, tale trasformazione non comporta alcun vantaggio: si è solo trasformato un intervallo di probabilità in intervallo di credibilità.

Vedremo nello scenario 5, in cui più esperti forniscono intervalli di probabilità, come tale trasformazione si mostrerà utile dal momento che, con l'approccio intervallare non è possibile aggregare informazioni provenienti da più fonti, mentre tale operazione è consentita dalla teoria dell'evidenza

In alternativa, per applicare la teoria dell'evidenza, l'analista deve associare all'intervallo una massa di credibilità. Pertanto, o chiede all'esperto un'informazione aggiuntiva, ovvero chiede direttamente all'esperto con che grado di credibilità ritiene che la probabilità ricada all'interno dell'intervallo fornito (questo ci riconduce allo scenario 3, esaminato di seguito). Oppure potrebbe essere lo stesso analista che, in base all'affidabilità che associa all'esperto, attribuisce una massa all'intervallo e il complemento a 1 al FOD.

In entrambi i casi la propagazione dai basic event al top event avviene tramite aritmetica intervallare per propagare gli intervalli di probabilità e prodotto cartesiano delle masse di credibilità. Il risultato è un intervallo di probabilità del guasto del sistema con relativa massa di credibilità. Se, invece, l'analista non ha motivo di attribuire una massa di

credibilità, è come se, ciascun intervallo avesse massa 1 e quindi ci si riconduce all'approccio intervallare.

In entrambi i casi, come nell'approccio probabilistico e in quello possibilistico, l'analista per poter applicare la teoria dell'evidenza deve, o richiedere informazioni aggiuntive all'esperto o fare delle assunzioni, non dettate da alcuna evidenza.

Pertanto, l'approccio più opportuno in questo scenario si ritiene essere quello intervallare.

3.2.3 Scenario 3: Informazione intervallare con relativa massa di credibilità associata

Si suppone che l'esperto fornisca un intervallo di probabilità e a questo associa un grado di credibilità, ovvero quanto crede che il valore della probabilità ricada all'interno dell'intervallo da egli definito.

Approccio intervallare e possibilistico

In questo scenario, l'analista non riterrà opportuno utilizzare né l'approccio intervallare né quello possibilistico. Infatti, l'approccio intervallare non è in grado di trattare l'ulteriore informazione fornita dall'esperto, ovvero la credibilità. Allo stesso modo, la credibilità non è un'informazione utile per poter ipotizzare una funzione di possibilità.

Approccio probabilistico

L'analista, volendo approcciare il problema tramite teoria della probabilità, potrebbe interpretare tale credibilità come probabilità della probabilità di guasto di un componente e, quindi, come una sorta di intervallo di confidenza. Ma non avendo informazioni sulla forma distribuzionale, non potrebbe utilizzare tale informazione aggiuntiva.

Teoria dell'evidenza

La teoria dell'evidenza, invece, è quella che si presta meglio in presenza di un'informazione di questo tipo. Se, quindi, un esperto fornisce un intervallo relativo all'evento A $[\underline{P}(A), \overline{P}(A)]$ con massa m_A , il complemento a 1 della massa, non avendo ulteriori evidenze, è associato al FOD $[0,1]$.

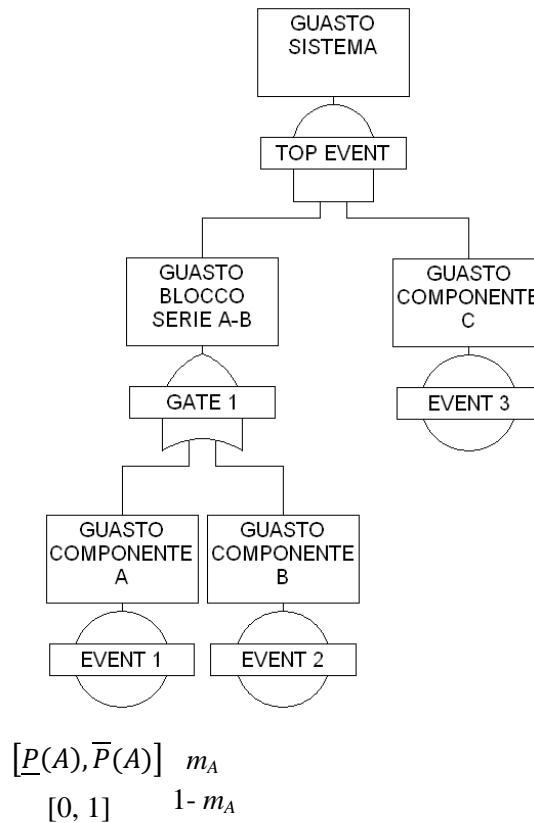


Figura 30: Albero dei guasti – Teoria dell'evidenza, Scenario 3

La propagazione degli intervalli avverrà tramite aritmetica intervallare e le masse di credibilità tramite prodotto cartesiano.

Si otterranno in corrispondenza del top event, vari intervalli di probabilità di guasto del sistema con associate masse di credibilità e si potranno costruire le funzioni di *Belief* e *Plausibility*, come visto nel paragrafo 3.1.4.3.

3.2.4 Scenario 4: Informazione intervallare con valore/i più credibili

Approccio probabilistico e possibilistico

Se l'esperto è in grado di fornire, oltre all'intervallo di probabilità, anche uno o più valori a cui associa una credibilità pari a 1, allora si ritiene che gli approcci più appropriati da seguire siano l'approccio probabilistico e quello possibilistico. Un'informazione di questo tipo, infatti, permetterebbe all'analista di ipotizzare delle distribuzioni di probabilità o funzioni di possibilità.

In particolare, se l'esperto fornisce un intervallo e un valore più credibile, l'analista interpreta questa informazione ipotizzando una distribuzione di probabilità triangolare, qualora scegliesse di utilizzare l'approccio probabilistico, o una funzione di possibilità triangolare, qualora scegliesse di utilizzare l'approccio possibilistico. Allo stesso modo, se

l'esperto fornisce un intervallo e un insieme di valori più credibili, l'analista interpreta questa informazione ipotizzando una distribuzione di probabilità trapezoidale, o una funzione di possibilità trapezoidale.

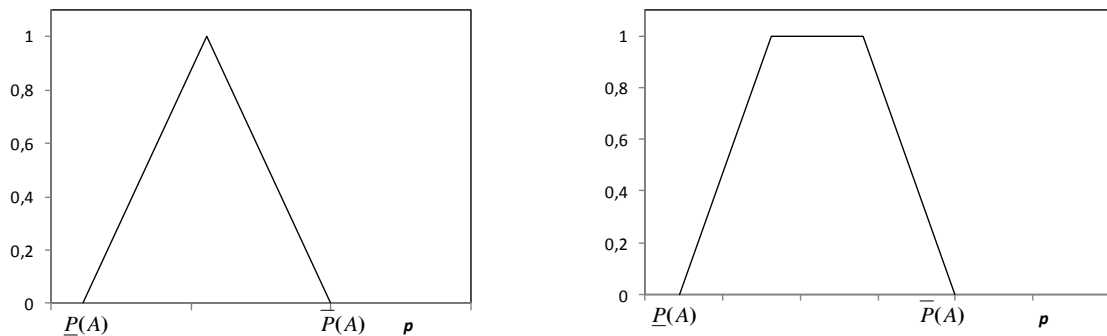


Figura 31: Distribuzione di probabilità/Funzione di possibilità triangolare e trapezoidale

Propagando l'informazione dai basic event al top event, si otterrà una distribuzione di probabilità o funzione di possibilità, rispettivamente se si segue l'approccio probabilistico o possibilistico, relativa alla probabilità di guasto del top event.

Approccio intervallare e teoria dell'evidenza

L'approccio intervallare e la teoria dell'evidenza non possono sfruttare l'informazione aggiuntiva fornita dall'esperto e, pertanto, non sono gli approcci appropriati da utilizzare in questo scenario.

3.2.5 Scenario 5: Più informazioni intervallari – Più esperti

Si suppone che l'informazione disponibile sia costituita da più intervalli, ovvero, per ciascun componente l'intervallo di probabilità di guasto è fornito da più esperti.

Approccio intervallare

In questo caso, l'approccio intervallare non può essere utilizzato poiché tramite la semplice aritmetica intervallare non si riescono ad aggregare più informazioni. Si potrebbe pensare a operatori di unione e intersezione, come visto nel paragrafo 3.1.1, ma se gli intervalli hanno supporti diversi, l'intervallo aggregato tramite unione rischierebbe di essere molto ampio, mentre, nel caso di intervalli disgiunti, l'intervallo aggregato tramite l'operatore di intersezione è un insieme vuoto, poiché è nulla l'intersezione tra gli intervalli.

In alternativa si potrebbe pensare di associare a ciascun intervallo un'uguale probabilità di estrazione. Estratto quindi un intervallo per ciascun basic event si otterrebbe un intervallo per l'output. Ma non si potrebbe dare alcuna interpretazione a ciascun intervallo ottenuto

per le varie simulazioni. Nel caso di più intervalli, l'approccio intervallare è, quindi, impossibile da applicare.

Approccio probabilistico

Seguendo l'approccio probabilistico, su ciascun intervallo l'analista deve ipotizzare una distribuzione uniforme ma, anche facendo questa assunzione, ricadrebbe nel problema dell'aggregazione, visto per l'approccio intervallare.

Alternativamente si può procedere tramite simulazione Monte Carlo. Si estrae casualmente per ogni basic event un intervallo di probabilità e, da questo, un valore di probabilità. Si propagano tramite le porte AND e OR dell'albero dei guasti i valori di probabilità estratti e si ricava, per ogni simulazione, un valore della probabilità di accadimento del top event. Si ottengono, quindi, associati al top event, tanti valori di probabilità quante sono le simulazioni effettuate. È possibile, così, costruire una *cdf* (cumulative distribution function) per la probabilità di accadimento del top event.

Approccio possibilistico

L'analista potrebbe ipotizzare una funzione di possibilità su ciascun intervallo di probabilità fornito dagli esperti. Considerata tale funzione come la membership di un corrispondente fuzzy set (che, a sua volta, è un numero fuzzy in quanto il nostro frame è costituito dai numeri reali compresi tra 0 e 1) si ottengono tanti numeri fuzzy quanti sono gli esperti. Accettata questa ipotesi, a differenza dell'approccio probabilistico, la teoria della possibilità prevede regole di aggregazione fuzzy che permettono di aggregare informazioni provenienti da più esperti. Ottenuto un fuzzy aggregato per ogni basic event, la propagazione al top event è condotta tramite l'aritmetica fuzzy. L'output che si ottiene è, pertanto, un numero fuzzy rappresentante la probabilità di guasto del sistema.

In alternativa, se gli intervalli fossero nested, si potrebbe assegnare una uguale credibilità a ciascuno di essi e costruire la corrispondente funzione di possibilità. Interpretata questa come un fuzzy set e, quindi, nel nostro caso, come un numero fuzzy, si procederebbe come nel caso precedente.

Teoria dell'evidenza

Disponendo solo degli intervalli di probabilità relativi a ciascun basic event, la teoria dell'evidenza in senso classico non può essere applicata poiché manca la massa associata a ciascun intervallo.

Di conseguenza, un primo modo per applicare la teoria dell'evidenza, potrebbe essere quella di interpretare l'intervallo come minima e massima credibilità che l'evento si verifichi [$Bel(T)$, $Pl(T)$]. Così facendo, però, si ricade nel problema dell'aggregazione di

giudizi intervallari. Ma, ricordando che la $Bel(T) = m(T)$ e $1-Pl(T) = m(F)$, le masse di credibilità possono essere combinate con una delle regole di aggregazione proposte dalla teoria dell'evidenza.

In modo alternativo, l'analista potrebbe associare una massa di credibilità pari al grado di affidabilità che associa a ciascun esperto, assegnando il complemento a 1 al FOD, e determinare gli intervalli aggregati per ciascun basic event.

Un altro modo per l'attribuzione delle masse agli intervalli è quello proposto da Helton *et al.* (2004) che prevede di distribuire la massa pari a 1, in modo uguale, se le fonti sono considerate ugualmente credibili. L'aggregazione, in questo caso, non viene effettuata poiché il complemento a 1 della massa associata a ciascun intervallo è distribuita tra le altre informazioni.

Successivamente, utilizzando l'aritmetica intervallare per la propagazione degli intervalli e il prodotto cartesiano per le masse di credibilità, si otterranno una serie di combinazioni di intervalli relativi al top event con associate masse di credibilità. Come visto nel paragrafo 3.1.4.3, dato che ogni intervallo rappresenta uno scenario possibile compatibile con le informazioni disponibili, non si può scegliere un intervallo come più rappresentativo e escludere gli altri. Quindi, si ritiene interessante per il responsabile della sicurezza costruire le funzioni di *Belief* e *Plausibility* dell'evento $P_{Top} \leq P_{soglia}$. Tali funzioni rappresenteranno la minima e massima credibilità che la probabilità di guasto del sistema non superi il valore di probabilità limite fissato, P_{soglia} .

3.2.6 Scenario 6: Più informazioni intervallari con relativa massa associata

In questo scenario si suppone che i giudizi siano espressi da più esperti ognuno dei quali fornisce una credibilità relativa all'intervallo da loro definito.

Teoria della probabilità

La teoria della probabilità non può essere applicata poiché, anche interpretando la credibilità come probabilità, l'assioma dell'additività potrebbe non essere rispettato. In altre parole, dato che gli esperti attribuiscono intervalli di probabilità a ciascun basic event con relativa credibilità, la somma delle credibilità associate a ciascun basic event può essere maggiore di 1.

Approccio intervallare e teoria della possibilità

Come visto nello scenario 3, l'approccio intervallare e la teoria della possibilità non hanno come sfruttare questa informazione aggiuntiva.

Teoria dell'evidenza

La teoria dell'evidenza è la tecnica più opportuna da utilizzare. Infatti i giudizi intervallari associati a ciascun basic event con le corrispondenti masse di credibilità possono essere aggregate con una delle regole proposte dalla teoria stessa. I nuovi intervalli aggregati costituiscono i nuovi focal element. Questi, tramite aritmetica intervallare e prodotto cartesiano delle masse di credibilità, sono propagati fino al top event, secondo le operazioni di unione e intersezione che caratterizzano le porte OR e AND dell'albero dei guasti. Infine, come nello scenario 3, disponendo di vari intervalli a livello del top event, si possono costruire le funzioni di *Belief* e *Plausibility* per conoscere la minima e massima credibilità che un valore soglia della probabilità non venga superato.

3.2.7 Si conosce la forma distribuzionale del tempo di guasto ma i parametri della distribuzione sono affetti da incertezza

Nello scenario 7, le informazioni disponibili sono diverse rispetto ai 6 scenari appena analizzati. Infatti, si suppone che l'analista abbia informazioni sufficienti sul fenomeno probabilistico che descrive l'evento guasto dei componenti, in particolare si conosce la forma distribuzionale del tempo di guasto ma non si conoscono tutti i parametri della distribuzione.

La situazione qui analizzata può essere riepilogata come segue:

- il modello probabilistico che descrive la vita del componente, in termini di processo di degrado, è noto, cioè non è affetto da incertezza: si conosce la funzione di densità $f_i(x_i|\theta_i)$ per ciascuna variabile tempo di guasto x_i , in cui θ_i indica i parametri della distribuzione;
- il modello probabilistico dipende da un numero di parametri non noti θ_i ;
- l'informazione sui parametri incogniti è richiesta ad esperti, ognuno dei quali, per ciascun parametro, fornisce un intervallo in cui ritiene che ricada il valore vero del parametro stesso, eventualmente con gradi di credibilità.

L'analisi, pertanto, deve tenere conto sia dell'informazione probabilistica sia dell'incertezza epistemica, ancora presente per l'incompletezza della prima.

Per trattare l'incertezza epistemica si può procedere come visto nei precedenti scenari con la sostituzione della variabile probabilità con la nuova variabile incerta, il parametro della distribuzione.

Si supponga, ad esempio, che si abbiano informazioni sufficienti per poter ipotizzare che il tempo di guasto dei componenti che costituiscono il sistema si distribuisce secondo una

Weibull, i cui parametri α e β sono incogniti. Gli esperti sono interpellati per avere indicazioni sui valori di tali parametri.

Di seguito, vengono nuovamente analizzati i possibili scenari e viene illustrato come selezionare quello più opportuno a secondo dell'informazione resa disponibile dall'esperto/esperti.

Primo scenario

Nel **primo scenario**, si suppone che uno o più esperti siano in grado di fornire dei valori puntuali relativi a tale parametro. In questo caso, il valore del parametro è semplicemente sostituito nella distribuzione di probabilità e saremo in presenza di sola incertezza aleatoria.

Secondo scenario

Nel **secondo scenario**, in cui un solo esperto fornisce un intervallo per i parametri della distribuzione, i quattro possibili metodi per propagare l'informazione fornita all'output sono di seguito analizzati.

Approccio intervallare

Può essere applicato senza fare alcuna ipotesi aggiuntiva sull'informazione resa disponibile dall'esperto.

Supposto, infatti, che gli intervalli forniti dall'esperto per il generico componente i siano:

- per il parametro α_i : $[\underline{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i]$;
- per il parametro β_i : $[\underline{\beta}_i, \bar{\beta}_i]$.

Attraverso la sostituzione dei valori estremi dell'intervallo nella distribuzione, si ottiene una distribuzione di probabilità minima e massima, da cui è possibile ricavare direttamente un intervallo per la probabilità di guasto del componente i : $[P_i, \bar{P}_i]$.

Ottenuti gli intervalli di probabilità di guasto dei singoli componenti, propagando tramite albero dei guasti tramite classica aritmetica intervallare è possibile calcolare un intervallo di affidabilità o probabilità di guasto del sistema.

Approccio probabilistico

Come visto precedentemente, per approcciare il problema tramite teoria della probabilità si deve ipotizzare una distribuzione, che non può che essere uniforme.

Secondo il modello probabilistico di secondo livello (paragrafo 2.2.2.1) per propagare l'incertezza relativa alle variabili di input alla funzione di interesse è necessaria una doppia

simulazione Monte Carlo. La prima simulazione Monte Carlo è necessaria per estrarre un valore all'interno dell'intervallo fornito dall'esperto per ciascun parametro (si supponga di aver estratto α_1 e β_1). Tali valori sono inseriti nella distribuzione di probabilità per la prima variabile. L'estrazione è effettuata per tutti i parametri delle distribuzioni di probabilità delle variabili aleatorie. La seconda estrazione è effettuata per estrarre un valore della variabile X_i dalla funzione di probabilità $f_i(x_i | \theta_i)$ in cui i parametri incogniti θ_i sono stati sostituiti con i valori dei parametri estratti. Nel nostro caso, $X_i=t_i$ ovvero il tempo di guasto del componente i -esimo.

Per calcolare la probabilità di guasto del top event, bisognerà avere identificato preliminarmente i tagli minimali del sistema.

Quindi, estratti i tempi di guasto di tutti i componenti dalle relative funzione di distribuzione, il tempo di guasto di ogni taglio è il maggiore dei tempi di guasto dei componenti che lo costituiscono e il tempo di guasto del sistema è il più piccolo dei tempi di guasto dei tagli minimali. La probabilità di guasto del sistema entro un tempo fissato sarà stimata come rapporto tra il numero di casi in cui il tempo di guasto del sistema è risultato inferiore al tempo fissato e il numero totale delle simulazioni.

Approccio possibilistico

Come visto precedentemente, per approssimare il problema tramite teoria della possibilità si deve ipotizzare una funzione di possibilità. Secondo il modello possibilistico di secondo livello (paragrafo 2.2.2.2) per propagare l'incertezza relativa alle variabili di input alla funzione di interesse è necessario un approccio ibrido caratterizzato da una simulazione Monte Carlo e il metodo degli α -cut. Secondo tale modello, si estrae un valore di α e si considera l'intervallo dei valori assunti dai parametri a quel livello di α , ad esempio $[\underline{\alpha}_i^\alpha, \bar{\alpha}_i^\alpha]$ e $[\underline{\beta}_i^\alpha, \bar{\beta}_i^\alpha]$.

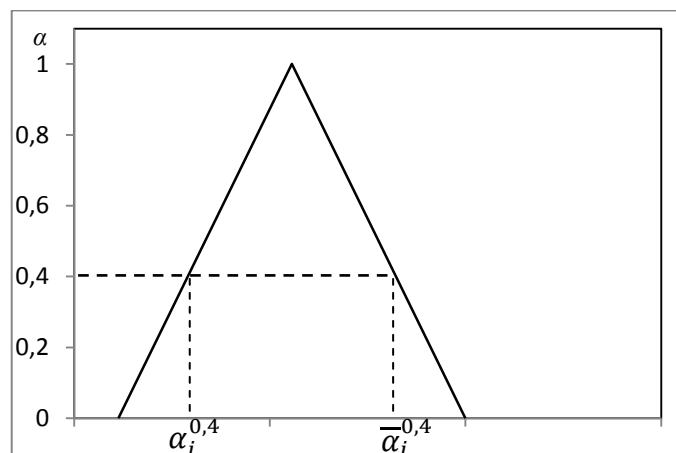


Figura 32: Intervallo del parametro α in corrispondenza di $\alpha = 0,4$

Gli estremi di tale intervallo estratto si inseriscono nella funzione di ripartizione e si estraggono con simulazione Monte Carlo i valori di lower e upper bound del tempo di guasto.

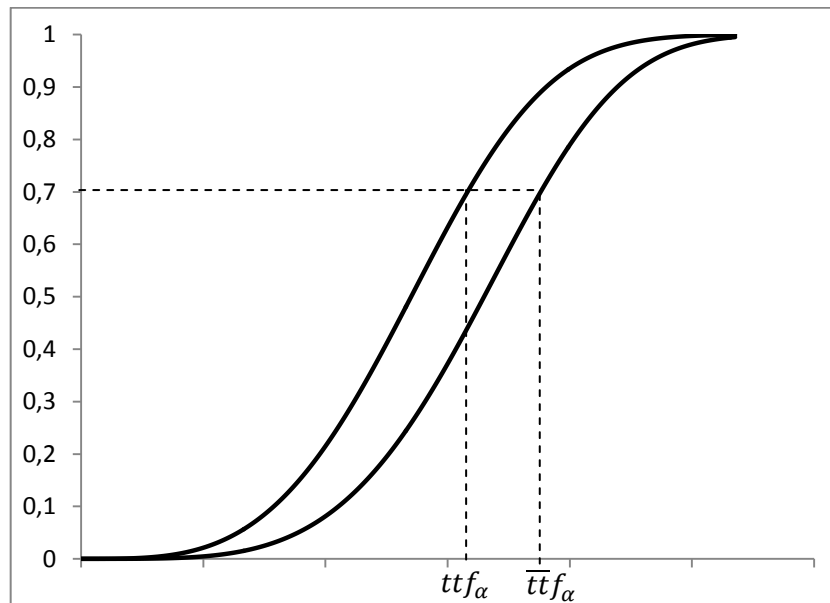


Figura 33: Lower e upper bound del tempo di guasto corrispondente al valore 0,7 estratto

Procedendo in maniera analoga per le restanti variabili, si determina un intervallo per la variabile di output ed i successivi α -cut ottenuti consentono di costruire il numero fuzzy che esprime la probabilità del top.

Teoria dell'evidenza:

Come detto a proposito dello scenario 2, questa teoria si riconduce all'approccio intervallare. Tale teoria risulterà utile quando i giudizi sui parametri saranno forniti da più fonti di informazioni, grazie alle regole di aggregazione.

Terzo scenario

Il **terzo scenario** in cui un solo esperto fornisce un intervallo per i parametri della distribuzione con associata credibilità, non è applicabile al contesto in esame. Si chiederà all'esperto un'informazione intervallare in cui egli ritiene debba ricadere con certezza il valore vero del parametro.

Quarto scenario

Nel **quarto scenario**, in cui l'esperto fornisce un intervallo per ciascun parametro, con uno o più valori più probabili, è possibile ipotizzare una distribuzione di probabilità o di possibilità e, pertanto, l'approccio probabilistico o l'approccio possibilistico sono i più

idonei. La procedura di propagazione è affrontata come esaminato nel secondo scenario per i due approcci.

Quinto e sesto scenario

Nel **quinto scenario** e nel **sesto scenario**, l'informazione su ciascun parametro è costituita da più intervalli forniti da altrettanti esperti.

L'approccio intervallare non può essere utilizzato in quanto vi è il problema di aggregare le diverse fonti di informazione.

Approccio probabilistico

L'approccio probabilistico può essere applicato come segue. Si estrae un intervallo per ciascun basic event e successivamente un punto da ciascun intervallo supponendo, una distribuzione uniforme sull'intervallo. Come nell'approccio probabilistico del secondo scenario, si sostituiscono i valori dei parametri estratti nella funzione di probabilità e si estrae il tempo di guasto.

Approccio possibilistico

Se gli esperti sono in grado di fornire oltre agli intervalli anche uno o più valori che ritengono sicuramente possibili, allora l'analista può essere portato ad ipotizzare per ciascun intervallo una funzione di possibilità. Considerate tali funzioni come le membership di corrispondenti fuzzy set, (nel nostro caso numeri fuzzy dato che il frame è costituito dall'insieme dei numeri reali positivi) i numeri fuzzy ottenuti possono essere aggregati con una delle diverse regole di aggregazione proposte in letteratura. Si procede come visto nello scenario 2. Ciò indipendentemente dal fatto che gli intervalli siano nested o meno.

Se invece gli esperti sono in grado di fornire soltanto gli intervalli, si presentano due casi: intervalli non nested o nested. Nel primo caso non è possibile applicare la teoria della possibilità e bisognerà ricorrere alla teoria dell'evidenza. Nel secondo, a partire dalla struttura informativa costituita dagli intervalli e dalle masse di credibilità attribuite dall'analista, è possibile costruire la corrispondente funzione di possibilità e procedere con il metodo degli α -cut illustrato nel secondo scenario.

Teoria dell'evidenza

L'analista richiede a ciascun esperto di fornire un intervallo all'interno del quale ritiene che ricada il valore vero del parametro incerto. Successivamente l'analista suddivide la massa di credibilità tra le fonti di informazione.

Si estrae un intervallo per ciascun parametro di ciascuna variabile aleatoria. Si sostituiscono nella distribuzione di probabilità gli estremi degli intervalli che restituiscono la funzione di probabilità minima e massima. Si opera con la tecnica Monte Carlo per avere le due realizzazioni delle variabili casuali tempo di guasto estratte dalle due funzioni. La procedura continua come descritto in riferimento all'approccio probabilistico del secondo scenario.

Capitolo 4

Programmazione degli interventi di manutenzione in presenza di incertezza epistemica

Alla base dei recenti incidenti, che hanno portato alla regolamentazione di una norma per il rischio di incidente rilevante, c'è il verificarsi di incendi, esplosioni o emissioni di sostanze tossiche. Generalmente le sostanze pericolose sono contenute all'interno di recipienti, tubazioni o macchinari e il manifestarsi di eventi anomali portano alla fuoriuscita, ed incontrollata diffusione, di sostanze pericolose verso l'ambiente circostante dei siti industriali.

La causa principale del verificarsi di questi eventi è nella maggior parte dei casi una mancata o inefficace manutenzione attuata negli stabilimenti. La norma UNI EN 13306 del 2010, definisce la manutenzione come la *“combinazione di tutte le azioni tecniche, amministrative e gestionali durante il ciclo di vita di un elemento destinato a conservarlo, o riportarlo in uno stato in cui possa eseguire la funzione richiesta”*. L'obiettivo della manutenzione è quindi quello di assicurare ad elementi, che svolgono particolari funzioni nell'impianto, il corretto funzionamento al fine di mantenere le prestazioni per cui gli stessi sono stati progettati. Quando questi elementi non sono più in grado di svolgere la funzione richiesta, alla luce di nuove esigenze, la manutenzione ha anche il compito di procedere alla loro sostituzione per obsolescenza. A differenza delle più note funzioni aziendali, quali produzione o marketing, che vanno direttamente ad influenzare l'economia dell'azienda e le sue prestazioni nel mercato, la manutenzione è una funzione che silenziosamente svolge attività importantissime per l'azienda e si sente più la sua mancanza che la sua presenza in termini di prestazioni. Mentre prima era ancora poco chiara la relazione tra manutenzione e sicurezza degli impianti, con il manifestarsi dei primi incidenti mortali, dovuti ad un'errata gestione manutentiva degli impianti, ci si è resi conto di come sia essenziale mantenere un alto livello di sicurezza per evitare il manifestarsi di incidenti sul lavoro o di malattie professionali. L'implementazione di una corretta politica di manutenzione permette infatti, di garantire un alto livello di affidabilità degli impianti. L'ottimizzazione dell'affidabilità può, quindi, essere ottenuta attraverso un'opportuna selezione dei componenti da mantenere.

Da un'approfondita analisi di letteratura si evidenzia come il problema dell'ottimizzazione dell'affidabilità con dati incerti è stato poco trattato. In questa sezione viene proposta una procedura ottimizzante che permetta di selezionare i componenti sui quali effettuare la

manutenzione allo scopo di massimizzare l'affidabilità di un sistema quando il modello stocastico degli elementi che lo compongono è noto mentre sono incogniti e imprecisi i parametri del modello stesso. Quindi si fa riferimento allo Scenario 7 analizzato nel precedente capitolo. Esperti sono interpellati sull'espressione di giudizi riguardo tali parametri incogniti. Anche in questo contesto, si è ritenuto che fosse più plausibile che l'esperto fornisse un valore intervallare piuttosto che puntuale. In particolare, ciascun esperto fornisce un intervallo in cui ritiene che ricada il valore vero del tempo medio di guasto dei componenti. Come vedremo, la teoria dell'evidenza sembra essere ben adatta a trattare questo problema.

4.1 Introduzione al problema

Per sistemi che operano in modo continuo (come industrie chimiche o centrali elettriche) e altri che operano in modo discontinuo (come aerei e navi), l'evento guasto può provocare danni pericolosi per il personale che vi lavora e/o per l'ambiente circostante. Pertanto, per tali sistemi ridurre la probabilità che un guasto si verifichi è di fondamentale importanza. Al fine di massimizzare l'affidabilità del sistema è necessario selezionare i componenti critici che lo costituiscono su cui devono essere svolte attività di manutenzione.

I sistemi, di seguito analizzati, sono dei sistemi tenuti a svolgere delle missioni di durata predefinita. Per tali sistemi la fermata tra una missione e la successiva rappresenta l'unico momento utile per eseguire la manutenzione sui suoi componenti. Il compito della manutenzione è quello di garantire un elevato livello di affidabilità fino a quando la missione non è stata completata.

Tuttavia, le attività di manutenzione devono rispettare alcuni vincoli, come il rispetto del tempo o del budget pianificato per effettuare la manutenzione. Pertanto, non potranno essere effettuate attività di manutenzione su tutti i componenti del sistema ma deve essere individuato un insieme ottimo di componenti in modo da massimizzare la probabilità che la missione successiva possa essere completata con successo.

Il problema di individuare il set di componenti su cui operare durante la fermata pianificata tra due missioni è stato affrontato in Rice *et al.* (1998). Essi propongono un modello matematico per ottimizzare l'affidabilità dei sistemi serie-parallelo con tempi di guasto indipendenti e identicamente distribuiti e un metodo euristico per risolvere il modello. Cassady *et al.* (2001) estendono il modello precedente includendo il costo di manutenzione. Le tre funzioni, affidabilità, costi e tempo di manutenzione, sono alternativamente considerate: una delle tre come funzione obiettivo e le altre due come

vincoli. Pertanto, vengono considerati tre diversi modelli di ottimizzazione, uno per ciascuna funzione obiettivo. Rajagopalan e Cassady (2006) propongono dei metodi di enumerazione per la scelta degli elementi da mantenere. L'approccio da loro proposto si basa sul presupposto che ogni componente del sistema sia costituito da elementi identici disposti in parallelo. Lust *et al.* (2009) affermano che per un sistema con un gran numero di componenti, il metodo di enumerazione non è più utilizzabile perché il problema cresce all'aumentare dei componenti in modo combinatorio. Gli autori propongono un euristico per generare una prima soluzione e usano questa come input per una procedura costituita da un branch and bound e tabu search. Tuttavia, quando gli elementi non sono identici, il numero di alternative, costituite dalle varie possibili scelte di componenti su cui effettuare manutenzione, aumentano e un approccio euristico diventa inefficiente. Pandey *et al.* (2013) suggeriscono un modello matematico per la manutenzione selettiva sotto l'ipotesi di riparazione imperfetta. In Dao *et al.* (2014), è mostrato uno studio sulla manutenzione selettiva per i sistemi serie-parallelo con dipendenza economica. È implementato un algoritmo genetico per selezionare i componenti da riparare considerando solo il vincolo sulla disponibilità delle risorse. In Galante e Passannanti (2009) è proposto un algoritmo esatto in grado di risolvere rapidamente problemi di grandi dimensioni. In particolare, è garantito un livello di affidabilità richiesto fino alla missione successiva minimizzando il costo di manutenzione.

Per applicare questo algoritmo, come anche gli altri euristici trattati dagli altri autori nei lavori precedentemente discussi, è necessario conoscere le stime delle probabilità di guasto dei componenti che costituiscono il sistema. Quando sono disponibili molti dati storici sui guasti dei componenti o lo stato di funzionamento degli stessi è monitorato, le stime possono essere considerate attendibili. Viceversa, i dati affidabilistici saranno affetti da incertezza. Nello specifico, si suppone che si hanno informazioni tali da conoscere il modello stocastico della vita utile dei componenti, ad esempio, da ipotizzare che il tempo di guasto si distribuisca secondo una Weibull, ma non si dispongono dati sufficienti per avere delle stime affidabili sui parametri della distribuzione, come in Baraldi *et al.* (2014). Come visto nel precedente capitolo, anche in questo contesto, gli approcci che possono essere utilizzati per il trattamento dell'incertezza sono: l'approccio probabilistico, la teoria dei fuzzy set e la teoria dell'evidenza. L'approccio probabilistico classico, richiedendo informazioni empiriche dettagliate, difficilmente disponibili, non è adeguato a questo contesto. Secondo la logica fuzzy, è necessario ipotizzare una funzione di membership, ma, non vi sono informazioni tali da giustificare una scelta. Inoltre, esprimere le affidabilità in

termini fuzzy comporta la formulazione di un problema di programmazione matematica fuzzy. Ulteriori limiti di un tale approccio sono riportati nel paragrafo 4.4.1.

La teoria dell'evidenza, come verrà mostrato, si presta, invece, allo studio in questione.

Nell'approccio che, di seguito, è proposto, esperti del settore saranno coinvolti nella formulazione di giudizi dei parametri incerti e ciascuno di loro fornirà un intervallo in cui ritiene ricada il valore incognito del parametro. L'analista, reputando che difficilmente l'esperto possa fornire un valore puntuale del parametro incognito, chiederà loro di esprimere un giudizio intervallare. Inoltre, al fine di ottenere informazioni più affidabili, saranno interpellati più esperti. Pertanto, nella trattazione del problema sarà preso in considerazione, anche, il problema dell'aggregazione dei giudizi forniti da più fonti di informazione.

4.2 Formulazione del problema

Come sottolineato nell'introduzione, lo scopo è quello della massimizzazione dell'affidabilità R di un sistema a fine missione, ottenuta attraverso l'identificazione dei componenti su cui effettuare la manutenzione durante le fermate pianificate del sistema. Considerando come unico vincolo il tempo disponibile per eseguire le attività di manutenzione T_M^* , il problema può essere formulato come:

$$\max R \quad (44)$$

soggetto a:

$$T_M \leq T_M^* \quad (45)$$

Il tempo complessivo richiesto per effettuare le attività di manutenzione sui componenti selezionati è data da:

$$T_M = \sum_{i \in I} t_i \quad (46)$$

in cui I è l'insieme dei componenti selezionati e t_i è il tempo di manutenzione del generico componente i .

Per trattare il problema è necessario conoscere l'affidabilità dei componenti del sistema a fine missione sia nel caso in cui la manutenzione dovesse essere effettuata sia nel caso in cui non dovesse essere effettuata. L'ipotesi che si è assunta è che il componente mantenuto viene sostituito con uno nuovo (as good as new).

Per chiarezza, si consideri un sistema costituito da due elementi disposti in serie. La funzione obiettivo può essere formulata come:

$$R = [R_1 \cdot (1 - x_1) + R_{1,M} \cdot x_1] \cdot [R_2 \cdot (1 - x_2) + R_{2,M} \cdot x_2] \quad (47)$$

in cui R_1 e R_2 sono le affidabilità sotto l'ipotesi che i componenti non siano mantenuti, mentre $R_{1,M}$ and $R_{2,M}$ rappresentano le affidabilità nel caso in cui i componenti sono mantenuti. Le variabili x_1 e x_2 sono variabili che assumono valore 1 se il componente è mantenuto, 0 nel caso opposto.

L'unico vincolo è quindi espresso come:

$$T_M = t_1 \cdot x_1 + t_2 \cdot x_2 \leq T_M^* \quad (48)$$

Per la risoluzione del problema è necessario conoscere le affidabilità dei componenti. Ma, come detto nell'introduzione, si suppone di non avere dati sufficienti sul modello di guasto dei componenti stessi. Le informazioni necessarie per determinare le affidabilità sono richieste ad esperti conoscitori del sistema in esame.

4.3 Acquisizione delle informazioni da parte di esperti

Si suppone che l'analista conosca il fenomeno fisico che determina il guasto del componente. Questo gli consente di assumere una distribuzione, ad esempio la Weibull come distribuzione dei tempi di guasto, e di esprimere una stima per il parametro di forma β della distribuzione. Tuttavia le sue conoscenze non gli permettono di esprimere una "buona" stima sul parametro di scala α . Pertanto, esperti sono coinvolti nella formulazione dei giudizi sul parametro incognito. Quando sono coinvolti più esperti, le informazioni fornite possono essere anche in conflitto, poichè gli stessi possono avere conoscenze e/o esperienze diverse sul sistema sotto studio. Ad ogni modo, dal momento che informazioni provenienti da più esperti forniscono una migliore stima di quella ottenuta dal giudizio di un solo esperto (Ferdous *et al.*, 2012) si considerano più fonti di informazione.

Si ritiene che sia irrealistico che un esperto possa fornire direttamente un'informazione sul parametro incognito α , ma lo si può interpellare sul tempo medio a guasto (*MTTF*) per ciascun componente del sistema. Pertanto, ogni esperto esprime un giudizio sul *MTTF*, in forma intervallare, $[\underline{MTTF}, \overline{MTTF}]$.

Considerando l'espressione:

$$MTTF = \alpha \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (49)$$

l'analista può determinare il corrispondente intervallo $[\underline{\alpha}, \overline{\alpha}]$ per il parametro α della distribuzione Weibull, noto il parametro β , per ogni componente e per ogni esperto coinvolto.

Sostituendo il lower e l'upper bound di α nell'espressione dell'affidabilità, si ottiene, per ciascun giudizio espresso da ogni esperto, un intervallo di affidabilità, i cui limiti sono:

$$\underline{R}(T) = \exp \left\{ - \left(\frac{T}{\underline{\alpha}} \right)^\beta \right\} \quad (50)$$

$$\overline{R}(T) = \exp \left\{ - \left(\frac{T}{\overline{\alpha}} \right)^\beta \right\} \quad (51)$$

L'intervallo di tempo è uguale al tempo di missione T se il componente è sostituito prima dell'inizio della missione stessa. Quindi, le espressioni precedenti rappresentano rispettivamente il minimo e massimo valore dell'affidabilità.

Quando un componente non viene sostituito, il minimo e massimo valore di affidabilità saranno rispettivamente pari a:

$$\underline{R}(t + T) = \exp \left\{ - \left(\frac{t+T}{\underline{\alpha}} \right)^\beta \right\} \quad (52)$$

$$\overline{R}(t + T) = \exp \left\{ - \left(\frac{t+T}{\overline{\alpha}} \right)^\beta \right\} \quad (53)$$

dove t è l'intervallo di tempo trascorso dall'ultima sostituzione.

Le espressioni precedenti rappresentano il lower e l'upper bound dell'affidabilità del componente quando l'informazione è fornita da un solo esperto. Successivamente è illustrato come aggregare le informazioni, se provenienti da più esperti.

4.4 Trattamento dell'incertezza

Come ampiamente discusso nel secondo capitolo, in letteratura l'incertezza epistemica, relativa ad una non sufficiente conoscenza del fenomeno sotto studio, può essere modellata tramite approccio probabilistico, approccio intervallare, numeri fuzzy o teoria dell'evidenza.

L'approccio probabilistico, richiedendo dettagliate informazioni empiriche, difficilmente disponibili, non è adeguato a questo contesto.

L'approccio intervallare non consente di aggregare informazioni proveniente da più fonti di informazione.

Pertanto, di seguito, sono discusse le restanti due teorie. Per le considerazioni riportate nel seguente sottoparagrafo, si ritiene che l'approccio basato sulla teoria dell'evidenza sia da preferirsi.

4.4.1 Trattamento dell'incertezza tramite fuzzy number

L'informazione sull'affidabilità di un generico componente, espresso in forma intervallare, è un valore impreciso della probabilità che l'analista potrebbe modellare come numero

fuzzy. Infatti, una volta ottenuto l'intervallo di affidabilità $[\underline{R}, \overline{R}]$, l'analista lo potrebbe considerare come il supporto di un numero fuzzy, la cui funzione di membership, in assenza di ulteriori informazioni, potrebbe essere ipotizzata triangolare. Nel caso di giudizi forniti da più esperti, come visto nel precedente capitolo, la teoria dei fuzzy set prevede vari metodi, quali max-min, media aritmetica, medie pesate, metodo Delphi fuzzy, per aggregare tali informazioni.

In questo modo, per ogni componente, si ottengono quattro valori fuzzy di affidabilità $(\underline{\tilde{R}}(T), \overline{\tilde{R}}(T), \underline{\tilde{R}}(t+T), \overline{\tilde{R}}(t+T))$ stimati alla fine delle missioni (lower e upper bound nei due casi in cui la manutenzione venga effettuata o non venga effettuata). Il problema di programmazione matematica, formulato nel paragrafo precedente, diviene un problema in cui la funzione obiettivo presenta coefficienti fuzzy. La difficoltà della programmazione fuzzy, anche nel caso di problemi lineari, è ben nota (Yu e Li, 2001).

Inoltre, come prima menzionato, lo scopo è quello di proporre una procedura di ottimizzazione applicabile a sistemi complessi serie-parallelo e quindi in cui il numero di variabili 0-1 potranno essere un numero elevato così da rendere il problema non lineare.

Sulla base di tali considerazioni, la risoluzione del problema tramite approccio fuzzy sembra non essere conveniente.

4.4.2 Trattamento dell'incertezza tramite teoria dell'evidenza

Nell'ambito della teoria dell'evidenza, il valore dell'affidabilità può essere considerato come la credibilità che il componente sia funzionante, “*working*” (W) a fine missione. Quindi con riferimento all'evento “*working*” (W), i due estremi dell'affidabilità possono essere considerati come il minimo e il massimo valore di credibilità che l'evento accada. Traducendo quanto detto in termini di teoria dell'evidenza, i due valori corrispondono rispettivamente a $Bel(W)$ e $Pl(W)$.

$$[\underline{R}, \overline{R}] \rightarrow [Bel\{W\}, Pl\{W\}] \quad (54)$$

Quindi l'intervallo $[Bel(W), Pl(W)]$ rappresenta l'intervallo di credibilità che un componente sia funzionante a fine della missione. L'incertezza epistemica sarà proprio pari all'ampiezza di tale intervallo $Pl(\{W\}) - Bel(\{W\})$: essa rappresenta la frazione di credibilità che l'esperto alloca alla mancanza di conoscenza riguardante lo stato del componente.

Il frame of discernement è, quindi, di tipo discreto $\{W, F\}$, in cui W e F rappresentano rispettivamente lo stato di *working* e di *failed* del componente.

Il power set corrispondente è costituito dai quattro elementi $\{\emptyset, W, F, WF\}$.

Le *bpa* di ciascun elemento sono calcolate come:

$$m(W) = Bel(W) \quad (55)$$

$$m(F) = 1 - Pl(W) \quad (56)$$

$$m(W, F) = 1 - m(W) - m(F) \quad (57)$$

4.4.2.1 Aggregazione dei giudizi

Come visto nel paragrafo 2.1.4.1, la teoria dell'evidenza propone diverse regole di combinazione per aggregare informazioni provenienti da più esperti. Nel paragrafo 2.1.4.1 è stata illustrata la classica regola di aggregazione di Dempster, poiché è la più usata in vari contesti e il suo utilizzo è stato giustificato da vari autori (Dubois e Prade 1986, Voorbraak 1991).

Tuttavia, tale regola alloca l'evidenza in conflitto tra le fonti di informazione al fattore di normalizzazione, ottenendo così risultati discutibili se il conflitto tra le fonti è elevato (Sentz e Ferson, 2002). Per superare il problema del conflitto, Yager (1987) ha proposto una regola di combinazione che assegna la massa del conflitto all'ignoranza piuttosto che al fattore di normalizzazione. Usando la regola di combinazione di Yager, la massa aggregata di un insieme p_i può essere ottenuto come:

$$m_{c,Y}(p_i) = [m_1 \oplus m_2](p_i) = \begin{cases} 0 & \text{for } p_i = \emptyset \\ \sum_{p_a \cap p_b = p_i} m(p_a) \cdot m(p_b) & \text{for } p_i \neq \Omega \\ \sum_{p_a \cap p_b = p_i} m(p_a) \cdot m(p_b) + k & \text{for } p_i = \Omega \end{cases} \quad (58)$$

Dal confronto di queste due regole di combinazione, è possibile notare che, nella regola di Dempster, il conflitto porta a un incremento della massa aggregata a causa del fattore di normalizzazione, mentre nella regola di Yager, il conflitto è assimilato alla mancanza di conoscenza e, pertanto, attribuito al FOD. Quindi, quando è presente un conflitto elevato tra le fonti di informazioni, la regola di Yager è la più appropriata perché fornisce dei risultati più stabili e robusti della regola di Dempster.

Nel caso trattato, in particolare, il power set è costituito da $\{W, F, WF, \emptyset\}$ e, quindi, p_i rappresenta uno di questi elementi. Tramite le regole di aggregazione è possibile aggregare le informazioni fornite dai diversi esperti, ottenendo i valori combinati di Belief, $Bel_c(W)$, e Plausibility, $Pl_c(W)$, dell'evento "componente funzionante" (W).

4.4.2.1.1 Esempio: regola di aggregazione

Si supponga, ad esempio, che due esperti forniscano i valori del *MTTF* riportati in tabella.

| | \underline{MTTF} | \overline{MTTF} |
|------------------|--------------------|-------------------|
| Esperto 1 | 2 | 4 |
| Esperto 2 | 3 | 6 |

Tabella 10: Intervalli forniti sul *MTTF*

Tramite l'espressione $MTTF = \alpha \cdot \Gamma(1 + \frac{1}{\beta})$ ed ipotizzando $\beta = 2$, è possibile calcolare i corrispondenti intervalli per il parametro incognito α .

| | α_{\min} | α_{\max} |
|------------------|-----------------|-----------------|
| Esperto 1 | 2,256758 | 4,513517 |
| Esperto 2 | 3,385138 | 6,770275 |

Tabella 11: Corrispondenti intervalli di α

Sostituendo tali valori nell'espressione dell'affidabilità, supposto il tempo di missione pari a un'unità temporale $T = 1$, si ricavano la minima e massima credibilità che il componente funzioni a fine missione, per ogni giudizio fornito dall'esperto.

| | $\underline{R} - Bel(W)$ | $\overline{R} - Pl(W)$ |
|------------------|--------------------------|------------------------|
| Esperto 1 | 0,821724958 | 0,952097927 |
| Esperto 2 | 0,916432868 | 0,978419645 |

Tabella 12: Intervalli di affidabilità

Conoscendo i valori di $Bel(W)$ e $Pl(W)$ si ricavano le masse di credibilità tramite le espressioni (55), (56) e (57).

| | $m(W)$ | $m(F)$ | $m(W,F)$ |
|------------------|----------|----------|----------|
| Esperto 1 | 0,821725 | 0,047902 | 0,130373 |
| Esperto 2 | 0,916433 | 0,02158 | 0,061987 |

Tabella 13: Masse di credibilità

Aggregando le masse di credibilità tramite regola di Yager, si ottengono le masse aggregate riportate in tabella 14.

| $m_c(W)$ | $m_c(F)$ | $m_c(W,F)$ |
|----------|----------|------------|
| 0,92347 | 0,006817 | 0,069714 |

Tabella 14: Masse di credibilità aggregate

Da queste masse, è possibile calcolare la Belief e la Plausibility aggregata.

| | |
|------------|-----------|
| $Bel_c(W)$ | $Pl_c(W)$ |
| 0,92347 | 0,993183 |

Tabella 15: Intervallo di credibilità [$Bel_c(W)$; $Pl_c(W)$]

4.4.2.1.2 Differenze regola di aggregazione di Dempster e di Yager

Indipendentemente dal conflitto, considerando le espressioni delle masse aggregate ottenute con la regola di Dempster (22) e con quella proposta da Yager (58) e calcolando le relative $Bel_c(W)$ e $Pl_c(W)$, è possibile osservare che la regola di Dempster fornisce sempre valori più elevati di $Bel_c(W)$ e sempre valori più bassi di $Pl_c(W)$ rispetto alla regola di Yager.

Poichè l'affidabilità gioca un ruolo importante nello studio del comportamento di un sistema, l'analista è più interessato alla $Bel(W)$, che esprime un lower bound dell'affidabilità. Infatti, per ragioni di sicurezza, preferisce attenzionare il valore minimo dell'affidabilità piuttosto che l'estremo superiore, per non rischiare di incorrere in eventi dannosi. Pertanto, l'analista sarà più propenso a utilizzare la regola di Yager che fornisce un valore conservativo della Belief.

Dall'altra parte, come verrà mostrato nel caso di studio, riportato in 4.6, anche la $Pl(W)$ è di interesse per l'analista. È, di seguito, mostrato che l'aumento del valore di $Pl_c(W)$ è molto meno del decremento di $Bel_c(W)$, utilizzando la regola di Yager piuttosto che quella di Dempster.

Per mostrare quanto detto, si assume che due esperti forniscano i valori intervallari per il parametro $MTTF$. In particolare, il primo esperto fornisce un intervallo pari a [2, 4] e il secondo pari a [3, 6]. La tabella 16 mostra i risultati ottenuti aumentano il lower bound degli intervalli della stessa quantità e mantenendo costante l'ampiezza dell'intervallo.

| | | Regola di Dempster | | Regola di Yager | | Dempster vs Yager | | | | |
|----------------|----------------|--------------------|---------------|-----------------|---------------|-----------------------------|-----------------------------|---|----------|----------|
| MTTF Esperto 1 | MTTF Esperto 2 | $Bel_{c,D}(W)$ | $Pl_{c,D}(W)$ | $Bel_{c,Y}(W)$ | $Pl_{c,Y}(W)$ | $Bel_{c,D}(W)-Bel_{c,Y}(W)$ | $ Pl_{c,D}(W)-Pl_{c,Y}(W) $ | $\frac{ Pl_{c,D}(W)-Pl_{c,Y}(W) }{Bel_{c,D}(W)-Bel_{c,Y}(W)}$ | | |
| 2 | 4 | 3 | 6 | 0,98412 | 0,99274 | 0,92347 | 0,99318 | 6,07E-02 | 4,48E-04 | 7,38E-03 |
| 3 | 5 | 4 | 7 | 0,99581 | 0,99757 | 0,95198 | 0,99768 | 4,38E-02 | 1,07E-04 | 2,44E-03 |
| 4 | 6 | 5 | 8 | 0,99847 | 0,99898 | 0,96599 | 0,99901 | 3,25E-02 | 3,32E-05 | 1,02E-03 |
| 5 | 7 | 6 | 9 | 0,99932 | 0,99950 | 0,97442 | 0,99951 | 2,49E-02 | 1,25E-05 | 5,01E-04 |
| 6 | 8 | 7 | 10 | 0,99965 | 0,99973 | 0,98000 | 0,99973 | 1,97E-02 | 5,36E-06 | 2,73E-04 |
| 7 | 9 | 8 | 11 | 0,99980 | 0,99984 | 0,98391 | 0,99984 | 1,59E-02 | 2,55E-06 | 1,61E-04 |
| 8 | 10 | 9 | 12 | 0,99988 | 0,99990 | 0,98676 | 0,99990 | 1,31E-02 | 1,32E-06 | 1,01E-04 |
| 9 | 11 | 10 | 13 | 0,99992 | 0,99993 | 0,98891 | 0,99993 | 1,10E-02 | 7,28E-07 | 6,61E-05 |
| 10 | 12 | 11 | 14 | 0,99995 | 0,99995 | 0,99058 | 0,99996 | 9,37E-03 | 4,23E-07 | 4,52E-05 |
| 11 | 13 | 12 | 15 | 0,99996 | 0,99997 | 0,99189 | 0,99997 | 8,07E-03 | 2,57E-07 | 3,19E-05 |

Tabella 16: Confronto tra la regola di combinazione di Dempster e quella di Yager

Nella tabella, le ultime colonne mostrano che l'aumento dei valori di plausibilità aggregata, $Pl_c(W)$, è sempre meno del corrispondente decremento delle belief, $Bel_c(W)$, e il rapporto diminuisce slittando gli intervalli, per esempio aumentando la credibilità che il componente sia funzionante. Nel caso trattato, il sistema deve avere un'alta affidabilità e, quindi, la condizione $Bel(W) \gg Bel(F)$ è sicuramente verificata per ogni componente. Questo risultato è un'altra giustificazione per preferire la regola di Yager.

4.4.2.2 Propagazione dell'incertezza

Per il calcolo dell'affidabilità del sistema, è necessario propagare l'incertezza attraverso il diagramma a blocchi affidabilistico o attraverso l'albero dei guasti tramite gli operatori di unione e intersezione.

In letteratura, nel caso di un *frame of discernment* di tipo $\{T, F\}$, in cui T e F stanno rispettivamente per vero e falso, la 3-value logic è utilizzata per la propagazione delle informazioni (Guth, 1991) (si veda paragrafo 3.1.4.1).

Questa struttura è assimilabile al frame of discernment utilizzato in questo contesto $\{W, F\}$. In particolare, le informazioni di cui si dispone sono la $Bel(W)$ e $Pl(W)$ per ciascun componente.

Il metodo proposto da Guth (1991) prevede la trasformazione dell'intervallo $[Bel(T), Pl(T)]$ nella forma 3-value, mentre Cheng (2000) propone un metodo di propagazione basato sull'aritmetica intervallare.

Se, infatti, si considerano x_i e y_i i valori di $Bel_i(T)$ e $Pl_i(T)$ del generico evento i . Considerando gli eventi A e B , $p(A)=(x_A, y_A)$ e $p(B)=(x_B, y_B)$ esprimono gli intervalli di credibilità che gli eventi siano veri. Gli operatori AND e OR possono essere formulati come:

$$p(A \cap B) = p(A) \otimes p(B) = (x_A, y_A) \otimes (x_B, y_B) = [x_A \cdot x_B, y_A \cdot y_B] \quad (59)$$

$$\begin{aligned} p(A \cup B) &= p(\overline{\overline{A \cup B}}) = [1, 1] - (1 - p(A)) \otimes (1 - p(B)) = \\ &= [x_A + x_B - x_A x_B, y_A + y_B - y_A y_B] \end{aligned} \quad (60)$$

Cheng (2000) dimostra che i risultati ottenuti dalla 3-value logic o applicando gli operatori OR e AND direttamente agli intervalli, sono equivalenti.

Nel contesto in esame, caratterizzato da analisi di sistemi serie-parallelo complessi, quest'ultimo approccio è preferibile per calcolare la $Bel(W_S)$ and $Pl(W_S)$ dell'evento "sistema funzionante". Il lower bound è ottenuto operando sul valore di *Belief* dei

componenti del sistema tramite gli operatori di unione e di intersezione. Lo stesso dicasi per il calcolo della $Pl(W_S)$.

4.5 Adattamento al problema di un algoritmo di ottimizzazione

Il problema di ottimizzazione formulato nel paragrafo 4.2 diviene:

$$\max Bel(W_S) \quad (61)$$

soggetto a:

$$T_M \leq T_M^* \quad (62)$$

Noto il tempo disponibile per svolgere le attività di manutenzione, noti i tempi di manutenzione per ciascun componente e determinati i valori di $Bel(W)$ e $Pl(W)$, in entrambi i casi di componente mantenuto e componente non mantenuto, per risolvere il problema è necessario identificare i componenti su cui effettuare la manutenzione in una generica fermata del sistema.

Per fare ciò, è proposto un algoritmo di ottimizzazione, presentato in un lavoro precedente ma sviluppato in assenza di incertezza epistemica (Galante e Passannanti, 2009). Di seguito ne è riportata una breve sintesi.

Si consideri un sistema costituito da blocchi in serie: alcuni di questi, sono dei singoli componenti, altri sono costituiti da configurazioni serie-parallelo.

L'algoritmo mette insieme i due possibili stati in cui può trovarsi il primo componente (manutenzione effettuata o no) con i due possibili stati del secondo componente, ottenendo così quattro combinazioni di azioni, che definiamo sequenza. Una sequenza s_1 domina una sequenza s_2 se:

$$R_{s_1} > R_{s_2} \text{ and } T_{s_1} \leq T_{s_2} \quad (63)$$

o

$$R_{s_1} = R_{s_2} \text{ and } T_{s_1} < T_{s_2} \quad (64)$$

e due sequenze sono equivalenti se:

$$R_{s_1} = R_{s_2} \text{ and } T_{s_1} = T_{s_2} \quad (65)$$

Se esistono sequenze dominate, queste sono rimosse dall'insieme delle sequenze. Nel caso in cui siano presenti più sequenze equivalenti, una sola di queste, selezionata in modo random, è mantenuta nell'insieme delle sequenze.

La procedura prosegue aggiungendo i due possibili stati relativi al terzo componente alle sequenze sopravvissute allo step precedente: in questo modo si definisce un nuovo insieme in cui ogni sequenza riguarda tre componenti. Dopo che le sequenze dominate sono state

eliminate, è preso in esame un quarto componente e così via fino a quando tutti i componenti vengono considerati. Per ridurre il numero di sequenze da portare avanti da uno step al successivo, sono aggiunti altri due criteri di eliminazione, considerando che ogni sequenza parziale s confluisce al tempo finale di manutenzione compreso tra due valori estremi:

- Criterio UB: si consideri $UB_{TM}(s)$, l'Upper Bound del tempo totale di manutenzione T_M per la sequenza s , ottenuto ipotizzando che tutti i componenti restanti siano mantenuti. Se $UB_{TM}(s) \leq T_M^*$, allora tutte le altre sequenze parziali che hanno un lower bound inferiore verranno rimosse. Inoltre la sequenza sopravvissuta non richiede di essere ulteriormente scomposta e è completata considerando che tutti i restanti componenti vengano mantenuti dal momento che $UB_{TM}(s) \leq T_M^*$;
- Criterio LB: si consideri $LB_{TM}(s)$, il Lower Bound ottenuto considerando che nessuna manutenzione venga eseguita sui componenti ancora non inclusi in s : questo sarà proprio pari alla somma dei tempi di tutte le attività di manutenzione considerate in s . Se $LB_{TM}(s) > T_M^*$, allora la sequenza parziale s , anche se non dominata da altre, può essere eliminata perché non rispetta il vincolo (62).

La procedura sopra descritta non è implementabile se tra i blocchi disposti in serie ve ne sono alcuni costituiti da configurazioni serie-parallelo. Infatti, sequenze parziali non dominate potrebbero essere eliminate mentre altre sequenze dominate dovrebbero sopravvivere. Ciò è dovuto all'impossibilità di calcolare l'incremento di affidabilità del sistema derivante dalla manutenzione di un componente se l'affidabilità di un altro componente in parallelo non è nota. Per una corretta identificazione delle sequenze non dominate, è necessario considerare tutte le possibili sequenze dei componenti disposti in parallelo. La procedura può essere semplificata seguendo gli step di seguito riportati:

- determinare le sequenze non dominate per ogni ramo;
- determinare tutte le possibili combinazioni, unendo ogni sequenza sopravvissuta di un ramo con quella di un altro ramo.

In altre parole, l'algoritmo preliminarmente elimina le sequenze dominate di un ramo, mantenendo quelle non dominate. Il parallelo è successivamente risolto considerando tutte le possibili configurazioni delle sequenze sopravvissute del primo ramo con quelle del secondo ramo e, come prima, solo le sequenze parziali non dominate sopravvivono.

Il metodo iterativamente continua aggiungendo le sequenze non dominate di un ulteriore ramo a quelle sopravvissute al precedente step.

L'algoritmo risolve i blocchi di configurazioni serie-parallelo, ottenendo per ciascuno le sequenze non dominate e, successivamente, analizza l'intero sistema in cui le configurazioni serie-parallelo sono considerati come elementi in serie caratterizzati dalle sequenze sopravvissute.

4.6 Applicazione a un caso studio

Per mostrare la validità della procedura, è stata preso in esame un sistema costituito da 80 componenti. In particolare i primi 41 componenti costituiscono 5 blocchi disposti in configurazioni serie-parallelo. La figura seguente mostra una rappresentazione schematica del sistema considerato.

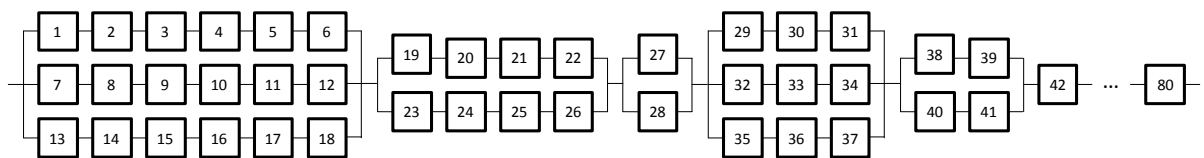


Figura 34: Rappresentazione schematica dei componenti del sistema

Per ogni componente l'analista conosce il parametro β della distribuzione Weibull ed acquisisce i giudizi dagli esperti relativamente al *MTTF* dei componenti.

Nota la durata della missione e noto per quanto tempo il componente ha operato dall'ultima sostituzione, sono stati calcolati il minimo e massimo valore di affidabilità che corrispondono alla $Bel(W)$ e $Pl(W)$ dell'evento "componente funzionante" alla fine della missione nel caso in cui la manutenzione è effettuata o non è effettuata.

Prima di procedere al calcolo dell'intervallo di affidabilità, per quei componenti i cui giudizi sono formulati da più di un esperto, la regola di Yager è stata utilizzata per aggregarli, ottenendo i valori aggregati di $Bel_c(W)$ and $Pl_c(W)$.

Questi valori intervallari e il tempo necessario per eseguire la manutenzione su ciascun componente costituiscono i dati di input dell'algoritmo di ottimizzazione.

Per semplicità, il valore del parametro β è stato posto pari a 2 per tutti i componenti. Gli intervalli relativi al *MTTF*, il tempo di funzionamento dall'ultima sostituzione e i tempi necessari per effettuare la manutenzione sono stati simulati per ciascun componente.

Nella tabella 17, le colonne 2 e 3 mostrano il minimo e massimo valore di credibilità che il componente funzioni alla fine della missione nel caso in cui il componente è mantenuto prima dell'inizio della missione, mentre le colonne 4 e 5 mostrano i valori corrispondenti se il componente non è mantenuto.

| Componente | Con manutenzione | | Senza manutenzione | |
|------------|------------------|--------------|--------------------|--------------|
| | <i>Bel(W)</i> | <i>Pl(W)</i> | <i>Bel(W)</i> | <i>Pl(W)</i> |
| 1 | 0,97805 | 0,98207 | 0,80589 | 0,83870 |
| 2 | 0,98671 | 0,99073 | 0,85548 | 0,89706 |
| 3 | 0,98676 | 0,99078 | 0,95471 | 0,96831 |
| 4 | 0,98550 | 0,98952 | 0,93409 | 0,95202 |
| 5 | 0,98224 | 0,98626 | 0,82195 | 0,85954 |
| 6 | 0,98342 | 0,98744 | 0,90487 | 0,92723 |
| 7 | 0,97805 | 0,98207 | 0,86503 | 0,88854 |
| 8 | 0,98671 | 0,99073 | 0,96256 | 0,97379 |
| 9 | 0,98676 | 0,99078 | 0,86082 | 0,90111 |
| 10 | 0,98550 | 0,98952 | 0,96388 | 0,97382 |
| 11 | 0,98224 | 0,98626 | 0,96595 | 0,97362 |
| 12 | 0,98342 | 0,98744 | 0,97923 | 0,98426 |
| 13 | 0,97805 | 0,98207 | 0,86884 | 0,89173 |
| 14 | 0,98671 | 0,99073 | 0,88590 | 0,91914 |
| 15 | 0,98676 | 0,99078 | 0,95226 | 0,96658 |
| 16 | 0,98550 | 0,98952 | 0,88901 | 0,91867 |
| 17 | 0,98224 | 0,98626 | 0,90063 | 0,92238 |
| 18 | 0,98342 | 0,98744 | 0,82630 | 0,86571 |
| 19 | 0,98963 | 0,99115 | 0,98650 | 0,98848 |
| 20 | 0,99199 | 0,99352 | 0,99017 | 0,99204 |
| 21 | 0,99005 | 0,99157 | 0,94814 | 0,95593 |
| 22 | 0,99362 | 0,99514 | 0,97612 | 0,98178 |
| 23 | 0,98963 | 0,99115 | 0,89757 | 0,91199 |
| 24 | 0,99199 | 0,99352 | 0,91867 | 0,93366 |
| 25 | 0,99005 | 0,99157 | 0,97737 | 0,98081 |
| 26 | 0,99362 | 0,99514 | 0,99324 | 0,99485 |
| 27 | 0,97822 | 0,98456 | 0,87454 | 0,90958 |
| 28 | 0,97822 | 0,98456 | 0,83022 | 0,87675 |
| 29 | 0,97590 | 0,98367 | 0,86253 | 0,90503 |
| 30 | 0,97184 | 0,97961 | 0,95684 | 0,96869 |
| 31 | 0,96810 | 0,97587 | 0,84071 | 0,87746 |
| 32 | 0,97590 | 0,98367 | 0,86335 | 0,90560 |
| 33 | 0,97184 | 0,97961 | 0,70630 | 0,77822 |
| 34 | 0,96810 | 0,97587 | 0,72892 | 0,78803 |
| 35 | 0,97590 | 0,98367 | 0,80602 | 0,86458 |
| 36 | 0,97184 | 0,97961 | 0,76219 | 0,82215 |
| 37 | 0,96810 | 0,97587 | 0,85372 | 0,88767 |
| 38 | 0,98869 | 0,99147 | 0,97157 | 0,97852 |
| 39 | 0,98733 | 0,99012 | 0,91764 | 0,93522 |
| 40 | 0,98869 | 0,99147 | 0,94270 | 0,95655 |
| 41 | 0,98733 | 0,99012 | 0,94622 | 0,95784 |
| 42 | 0,99775 | 0,99824 | 0,98488 | 0,98815 |

| Componente | Con manutenzione | | Senza manutenzione | |
|------------|------------------|---------|--------------------|---------|
| | $Bel(W)$ | $Pl(W)$ | $Bel(W)$ | $Pl(W)$ |
| 43 | 0,99843 | 0,99892 | 0,99272 | 0,99499 |
| 44 | 0,99862 | 0,99911 | 0,98456 | 0,99001 |
| 45 | 0,99837 | 0,99886 | 0,99230 | 0,99461 |
| 46 | 0,99909 | 0,99958 | 0,99590 | 0,99809 |
| 47 | 0,99917 | 0,99965 | 0,99049 | 0,99605 |
| 48 | 0,99860 | 0,99909 | 0,98943 | 0,99312 |
| 49 | 0,99756 | 0,99805 | 0,98010 | 0,98406 |
| 50 | 0,99847 | 0,99896 | 0,98812 | 0,99190 |
| 51 | 0,99831 | 0,99880 | 0,99189 | 0,99423 |
| 52 | 0,99906 | 0,99955 | 0,99613 | 0,99813 |
| 53 | 0,99889 | 0,99938 | 0,99326 | 0,99623 |
| 54 | 0,99834 | 0,99883 | 0,99247 | 0,99468 |
| 55 | 0,99843 | 0,99892 | 0,98015 | 0,98628 |
| 56 | 0,99878 | 0,99927 | 0,99656 | 0,99793 |
| 57 | 0,99841 | 0,99890 | 0,98624 | 0,99045 |
| 58 | 0,99905 | 0,99954 | 0,99717 | 0,99863 |
| 59 | 0,99907 | 0,99956 | 0,99567 | 0,99795 |
| 60 | 0,99917 | 0,99965 | 0,99747 | 0,99895 |
| 61 | 0,99834 | 0,99883 | 0,98460 | 0,98913 |
| 62 | 0,99771 | 0,99820 | 0,99002 | 0,99214 |
| 63 | 0,99792 | 0,99841 | 0,98092 | 0,98537 |
| 64 | 0,99899 | 0,99948 | 0,99575 | 0,99781 |
| 65 | 0,99926 | 0,99975 | 0,99733 | 0,99909 |
| 66 | 0,99777 | 0,99826 | 0,98996 | 0,99216 |
| 67 | 0,99810 | 0,99859 | 0,99575 | 0,99684 |
| 68 | 0,99832 | 0,99881 | 0,99040 | 0,99318 |
| 69 | 0,99894 | 0,99943 | 0,98973 | 0,99444 |
| 70 | 0,99807 | 0,99856 | 0,99168 | 0,99378 |
| 71 | 0,99826 | 0,99875 | 0,98657 | 0,99034 |
| 72 | 0,99935 | 0,99984 | 0,99234 | 0,99809 |
| 73 | 0,99762 | 0,99811 | 0,97282 | 0,97835 |
| 74 | 0,99928 | 0,99976 | 0,99540 | 0,99850 |
| 75 | 0,99929 | 0,99978 | 0,99318 | 0,99785 |
| 76 | 0,99775 | 0,99824 | 0,98622 | 0,98921 |
| 77 | 0,99861 | 0,99910 | 0,98685 | 0,99146 |
| 78 | 0,99848 | 0,99897 | 0,98684 | 0,99107 |
| 79 | 0,99910 | 0,99959 | 0,99784 | 0,99901 |
| 80 | 0,99818 | 0,99867 | 0,99045 | 0,99301 |

Tabella 17: Valori di $Bel(W)$ e $Pl(W)$ dei componenti del sistema

L’algoritmo descritto nel paragrafo 4.5 è applicato per individuare l’insieme di componenti da mantenere per massimizzare la *Belief* dell’evento “sistema working”. Ottenuta questa

soluzione, è possibile calcolare il corrispondente valore di *Plausibility*; in questo modo, l'analista ha un'ulteriore informazione sull'incertezza dell'affidabilità del sistema a fine missione: $Bel(W_S)$ rappresenta il lower bound dell'affidabilità, $Pl(W_S)$ l'upper bound.

Sebbene la soluzione di maggiore interesse per l'analista, per le ragioni di sicurezza precedentemente esposte, è proprio quella che si ottiene dalla massimizzazione della $Bel(W_S)$, potrebbe anche essere interessato alla massimizzazione dell'upper bound della credibilità che il sistema funzioni alla fine della missione, vale a dire alla massimizzazione della $Pl(W_S)$.

La conoscenza del valore di $Pl(W_S)$ massimizzato e il corrispondente valore di $Bel(W_S)$, può, quindi, fornire più informazioni riguardo la risposta del sistema alla manutenzione, specialmente se c'è flessibilità nell'allocare le squadre di manutenzione alle attività. Se infatti più squadre sono disponibili, le attività di manutenzione potrebbero essere svolte in parallelo e non solo in serie, come assunto dal vincolo (62).

Per semplicità, si suppone che le squadre di manutenzione lavorino indipendentemente e che, quindi, un maggior tempo disponibile si possa tradurre in un fittizio incremento del valore T_M^* . L'algoritmo è, quindi, applicato variando il tempo T_M^* , espresso come percentuale della somma dei tempi di manutenzione di tutti componenti. In tabella, sono riportati i valori di *Belief* e *Plausibility* ottenuti massimizzando sia $Bel(W_S)$ che $Pl(W_S)$.

| Disponibilità Tempo di Manutenzione (% tempo totale per attività di manutenzione) | Massimizzazione Belief | | Massimizzazione Plausibility | |
|--|------------------------|-----------|------------------------------|-----------|
| | $Bel(W_S)$ | $Pl(W_S)$ | $Bel(W_S)$ | $Pl(W_S)$ |
| 20% | 0,7436 | 0,8410 | 0,7412 | 0,8419 |
| 30% | 0,8018 | 0,8788 | 0,7960 | 0,8827 |
| 40% | 0,8518 | 0,9110 | 0,8470 | 0,9128 |
| 50% | 0,8870 | 0,9349 | 0,8870 | 0,9349 |
| 60% | 0,9110 | 0,9449 | 0,9085 | 0,9462 |
| 70% | 0,9270 | 0,9534 | 0,9269 | 0,9539 |
| 80% | 0,9371 | 0,9589 | 0,9371 | 0,9589 |
| 90% | 0,9405 | 0,9605 | 0,9405 | 0,9605 |

Tabella 18: Risultati ottenuti tramite la massimizzazione di $Bel(W_S)$ e $Pl(W_S)$ variando il tempo disponibile per effettuare la manutenzione

I risultati mostrano che, aumentando il tempo disponibile per effettuare la manutenzione, i corrispondenti valori di $Bel(W_S)$ e $Pl(W_S)$, ottenuti dalle due procedure di ottimizzazione, tendono a coincidere. Questo risultato potrebbe portare l'analista verso un'assegnazione delle risorse (e, quindi, il tempo disponibile per effettuare la manutenzione) tale che i risultati ottenuti dalle due ottimizzazioni non siano significativamente diversi.

All'aumentare delle risorse assegnate, ovviamente aumentano i costi e quindi l'analista dovrà valutarne la convenienza.

Il run time medio dell'algoritmo di risoluzione è stato pari a 2.3 secondi utilizzando un PC Intel® Core™ i5-4210U CPU, 2.40 GHz, Ram 4.00 GB, ciò confermando l'efficienza dell'algoritmo.

4.7 Risultati

La procedura proposta ha permesso la massimizzazione dell'affidabilità di sistemi complessi, selezionando i componenti su cui effettuare manutenzione nelle fermate pianificate del sistema, in presenza di incertezza epistemica.

In particolare, è stato ipotizzato che la conoscenza relativa al modello stocastico del tempo di guasto dei componenti del sistema fosse incompleta. Nello specifico, si è supposto di conoscerne la forma distribuzionale ma di non disporre di informazioni sufficienti per avere una buona stima del parametro di scala della distribuzione. Le informazioni necessarie per poter stimare tale parametro incognito sono state fornite da esperti; in particolare, questi ultimi sono stati interpellati per esprimere giudizi riguardo il tempo medio a guasto di ciascun componente.

Ritenuto difficile per l'esperto fornire un valore puntuale di tale variabile, si è supposto che essi forniscono intervalli in cui ritengono che ricada il valore "vero" del *MTTF*.

Da tale informazione, l'analista può ricavare un intervallo relativo al parametro di scala incognito e, successivamente, un intervallo di affidabilità per tutti i componenti del sistema.

A questo punto, si sono riscontrati due problemi: l'aggregazione di informazioni provenienti da più esperti, la determinazione di una misura dell'affidabilità del sistema, seppur incerta.

Per risolvere questi problemi, è stata proposta la teoria dell'evidenza. Gli intervalli di probabilità sono stati trasformati nelle due funzioni proprie della suddetta teoria, ovvero la minima (*Belief*) e la massima (*Plausibility*) credibilità che il componente sia funzionante alla fine della missione. Successivamente è stato applicato un algoritmo di ottimizzazione per selezionare i componenti che massimizassero la *Belief* del sistema.

La teoria dell'evidenza si è rivelata preferibile all'utilizzo dei fuzzy number per il trattamento dell'incertezza. Infatti, il secondo approccio avrebbe richiesto informazioni non disponibili per la scelta di una funzione di appartenenza. Inoltre, anche se le informazioni fossero state trattate e aggregate con una delle regole di aggregazione fuzzy,

il problema di ottimizzazione sarebbe diventato un problema di programmazione matematica non lineare binario fuzzy di difficile risoluzione.

Adottando la teoria dell'evidenza, l'informazione fornita dagli esperti è stata aggregata usando la regola di Yager che si è rivelata preferibile nel contesto esaminato rispetto a quella classica di Dempster.

Inoltre, l'approccio proposto ha permesso la risoluzione del problema di ottimizzazione attraverso un efficiente algoritmo ottimizzante. Il modesto run time dell'algoritmo ha permesso di esplorare ed esaminare diversi scenari, variando le risorse allocate disponibili a svolgere la manutenzione e, così, fornendo al decision maker ulteriori informazioni per valutare la pianificazione ottima della manutenzione.

Capitolo 5

Utilizzo di KPI per la valutazione delle performance di manutenzione

Dato che la manutenzione è, sempre più considerata, come un supporto importante nell'organizzazione aziendale, recentemente ad essa sono stati rivolti significativi investimenti (Tsang, 2002).

Una sua gestione efficace ed efficiente è fondamentale per assicurare la performance degli asset, comunemente misurata in termini di disponibilità, livello di sicurezza e qualità dei prodotti.

Al fine di verificare le performance della funzione manutentiva all'interno dell'impianto, è essenziale avere un supporto che aiuti il monitoraggio delle modalità di svolgimento di tale attività. Così, come per altre funzioni aziendali (si pensi agli indici di rotazione per il magazzino, o gli indici finanziari che analizzano la situazione economica dell'azienda), anche la funzione di manutenzione può essere supportata da un sistema di indicatori di performance manutentive. La letteratura manutentiva presenta più di cento indicatori e, nella maggior parte dei casi, è impensabile gestire tali indici per via della difficoltà nel reperire un'elevata mole di dati ed informazioni. È necessaria, pertanto, una procedura standardizzata che permetta di scegliere un numero esiguo di indicatori per un particolare contesto aziendale.

Di conseguenza, una procedura analitica che permetta di ottenere un numero esiguo di indicatori, ma che, nello stesso tempo, sia in grado di fornire un'adeguata quantità di informazioni sul processo manutentivo, abbracciando diversi aspetti dello stesso, è, di seguito, sviluppata.

5.1 Analisi della letteratura scientifica e delle norme tecniche

La misurazione delle performance di manutenzione è diventata un elemento essenziale nella visione strategica delle aziende e supporta il manager nell'identificazione dei processi da migliorare per raggiungere gli obiettivi organizzativi (Parida, 2006).

Nonostante i recenti lavori di ricercatori nell'approfondire il tema legato alla misurazione delle prestazioni di manutenzione, Simões *et al.* (2011) evidenziano che l'ambito relativo alla valutazione delle prestazioni di manutenzione necessita di ulteriori lavori di ricerca più sistematici volti a specifici costrutti teorici, sottolineando la necessità di applicazione a vari contesti.

Negli ultimi due decenni, sono stati proposti da diversi autori vari modelli per la valutazione delle prestazioni riguardo alla valutazione del rendimento globale dell'organizzazione. Di contro, la letteratura non presenta lavori per una misura sistematica delle prestazioni di manutenzione nei contesti aziendali.

Il modello di business performance più conosciuto è la Balanced Scorecard (BSC) di Kaplan e Norton (1996). La BSC è un approccio olistico che considera sia le misure finanziarie che quelle non finanziarie per valutare la performance complessiva dell'organizzazione. È uno strumento strategico che permette all'impresa di “scomporre” la mission aziendale in un insieme di misure e di prestazioni, agevolando il controllo e la misurabilità. Il modello considera quattro prospettive per la misurazione delle performance aziendali:

- prospettiva finanziaria: con il compito di descrivere l'aspetto finanziario e reddituale dell'azienda;
- prospettiva del consumatore: con il compito di descrivere il livello di soddisfazione del cliente;
- prospettiva dei processi interni: con il compito di analizzare l'efficienza ed efficacia dei processi aziendali;
- prospettiva dell'apprendimento e crescita aziendale: con il compito di determinare come l'azienda può sviluppare l'apprendimento, l'innovazione e la crescita.

Per ciascuna prospettiva, sono definiti indicatori, valori di riferimento e le attività necessarie per raggiungere gli obiettivi.

Il modello BSC classico è utilizzato anche per il problema della misurazione delle prestazioni di manutenzione (Tsang 1998, Visser e Pretorius 2003), ma la possibilità di applicare la BSC per la gestione delle prestazioni di una specifica funzione, quale la manutenzione, è ancora un territorio inesplorato che necessita di ulteriori ricerche, come evidenziato da Tsang *et al.* (1999). Infatti, le classiche quattro prospettive del modello BSC non sono in grado di catturare tutti gli aspetti della funzione manutenzione poiché il numero di fattori che influenzano l'efficienza e l'efficacia di manutenzione è molto grande a causa delle diverse interrelazioni tra la manutenzione e le altre funzioni dell'organizzazione, quali, ad esempio, la produzione, la gestione del magazzino ricambi, la funzione budget. Di conseguenza, diversi sono i contributi proposti in letteratura finalizzati all'adattamento della BSC al problema della valutazione delle prestazioni della manutenzione.

Il lavoro più completo realizzato in quest'ottica è senz'altro quello svolto da Daryl Mather (2005), che applica il modello della BSC alla funzione manutenzione stravolgendo per certi aspetti il modello stesso. Se da una parte infatti mantiene la visione su tre livelli aziendali (strategico, tattico e operativo), dall'altra cambia totalmente le prospettive tipiche della BSC che, dalle quattro già note, diventano sei:

- prospettiva produttiva;
- prospettiva di efficienza dei costi;
- prospettiva ambientale;
- prospettiva della sicurezza;
- prospettiva del miglioramento continuo;
- prospettiva della qualità.

L'approccio e l'applicazione rimangono gli stessi, con la relativa scheda di valutazione che accompagna ogni singola prospettiva, ma l'autore mostra la necessità di abbracciare più aspetti rispetto al modello tradizionale.

Alsayouf (2006) propone un approccio BSC modificato per valutare il contributo della funzione manutenzione agli obiettivi strategici di business. Bakhtiar *et al.* (2009) adattano il modello BSC alla funzione manutenzione considerando sei diverse prospettive: innovazione e crescita, produzione, manutenzione, ambiente, cliente e finanza.

Nonostante la maggior parte della letteratura sulle misure delle performance di manutenzione sia basata sull'adattamento del modello BSC, risulta difficile per il personale di manutenzione adottare le prospettive di tale modello. Inoltre, ogni organizzazione è unica nella sua struttura, funzione e business cosicché un modello di misura delle performance può essere adatto per un'organizzazione e può non essere adatto per un'altra, come detto da Parida (2006).

Pertanto, un modello di misurazione delle prestazioni di manutenzione dovrebbe essere incentrato sul particolare contesto organizzativo in modo che siano identificati gli specifici fattori critici che influenzano l'efficacia e l'efficienza della manutenzione. Tali fattori critici devono, successivamente, essere misurati per mezzo di parametri e confrontati con standard di riferimento. Il modo più comune per valutare le prestazioni dei fattori critici in modo da intraprendere opportune misure di miglioramento è quello di fare uso di indicatori.

Per la funzione manutenzione, sono stati già proposti in letteratura diversi Key Performance Index (KPI) (Wireman 1998, Weber e Thomas 2006, EN 15341 2007, SMRP 2007).

Le norme, o standard internazionali, che identificano la maggior parte degli indici di prestazione manutentiva sono:

- Norma UNI EN 15341 del 2007;
- Linea guida VDI (VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE “Associazione degli ingegneri tedeschi”) 2893 del 2006;
- Standard SMRP (2007).

La norma UNI EN 15341 del 2007 descrive un sistema di indicatori per la gestione della manutenzione atti a misurarne le prestazioni considerando i fattori di influenza, quali gli aspetti economici, tecnici ed organizzativi per valutare e migliorare la sua efficienza ed efficacia. Gli indicatori sono, quindi, suddivisi in tre cluster: il primo raggruppa gli indici economici, il secondo i tecnici ed il terzo quegli organizzativi, dove ogni indicatore esplicita un aspetto del gruppo di cui fa parte. In base a questa suddivisione, quando un valore di un indicatore non risulta soddisfacente, in base alle proprie esigenze, il responsabile aziendale viene incoraggiato a migliorare le strategie dell’area di interesse, quale può essere quella economica o quella tecnica o quella organizzativa. A sua volta gli indicatori dentro ogni cluster vengono divisi in livelli. Questa aggiuntiva suddivisione serve per identificare se l’indicatore viene utilizzato per misurare le prestazioni dell’intero impianto di produzione, di una specifica linea di produzione o di un determinato elemento produttivo. In particolare gli indicatori di un livello sottostante sono una descrizione dettagliata degli indicatori di livello superiore.

La linea guida VDI 2893/2006, fornisce indicatori per la pianificazione, il controllo, il monitoraggio e l’analisi della manutenzione. Propone una clusterizzazione degli indicatori in quattro diverse prospettive, tipiche dell’approccio Balanced Scorecard:

- la prospettiva finanziaria che contiene gli indicatori che forniscono informazioni sul successo finanziario e i costi di manutenzione. Questi indicatori forniscono una panoramica delle conseguenze economiche di una errata gestione manutentiva;
- la prospettiva del cliente che mostra la funzione manutenzione dal punto di vista della produzione che richiede il servizio;
- la prospettiva dei processi che contiene indicatori volti a valutare la funzione di manutenzione stessa;
- la prospettiva del personale i cui indicatori attenzionano il personale atto alla manutenzione.

Anche nella linea guida VDI si ha l’identificazione di livelli che permettono la definizione più specifica degli indicatori. Differentemente dalla norma UNI EN 15341, nella presente

linea guida i livelli sono rappresentati dalla scala gerarchica organizzativa aziendale identificata in quattro livelli con diversi obiettivi: livello di system management, livello di strategy management, livello di pianificazione e controllo e il livello esecutivo.

All'inizio del 2004, l'SMRP (Society for Maintenance & Reliability Professionals) iniziò un piano di sviluppo di indicatori di manutenzione che portò nel 2006 all'individuazione di oltre 70 best practices di KPI. Anche la SMRP suddivide gli indici in diversi cluster individuati come i "cinque pilastri": gestione delle imprese, sicurezza del processo di fabbricazione, affidabilità delle apparecchiature, competenze del personale e gestione del lavoro. Fino al 2006 quindi il lavoro fu svolto autonomamente dall'SMRP. Nello stesso anno l'SMRP e l'EFNMS (Federazione Europea delle Società Nazionali di Manutenzione) riunitosi a Basilea, lanciarono un progetto di "armonizzazione" per confrontare le differenze e le somiglianze tra i rispettivi studi in ambito di KPI. I confronti furono realizzati tra le "best practices" dell'SMRP e gli indicatori di manutenzione EN 15341. L'obiettivo è stato quello di realizzare una sola raccolta, utile per il generico responsabile di manutenzione aziendale con tutti gli indicatori di performance manutentiva. Degli oltre 70 indici individuati dall'SMRP autonomamente, soltanto 38 sono risultati essere differenti e non presenti nella normativa EN 15341. Ancora oggi i due organismi continuano processi di "armonizzazione" che mirano all'individuazione di nuovi KPI utili per la funzione di manutenzione industriale.

Tuttavia, tali KPI proposti dalle norme sono stati principalmente definiti con riferimento al settore della produzione di parti discrete. Di conseguenza, alcuni di essi sembrano avere poco significato se applicati a impianti di processo. Inoltre, un modello di valutazione delle prestazioni di manutenzione basato sull'impiego di KPI dovrebbe fare uso di un numero ben definito di indicatori. Quindi non tutti i KPI proposti possono essere calcolati e monitorati nel tempo in modo da avere una descrizione completa e dettagliata delle prestazioni di manutenzione. Infatti, la gestione di un gran numero di KPI può essere controproducente in termini di mancanza di sintesi delle informazioni restituite. Inoltre, calcolare un gran numero di KPI richiede un notevole sforzo in termini di dati di ingresso da registrare. Di conseguenza, i KPI da utilizzare devono essere attentamente selezionati tra quelli proposti in letteratura in modo che, se da un lato devono fornire le informazioni necessarie, dall'altro il loro numero non deve essere troppo elevato.

Negli ultimi anni, diversi contributi sono stati apportati per selezionare un definito set di KPI, utilizzando quelli proposti dalla letteratura, al fine di valutare le prestazioni complessive dell'organizzazione. La maggior parte di tali lavori propongono l'uso di

metodi multi criterio (*MCDM*). Wua *et al.* (2009) propongono un approccio definito *Fuzzy Analytic Hierarchy Process (FAHP)* per la valutazione delle prestazioni di una banca. L'autore in primo luogo riassume gli indicatori proposti dalla letteratura legati al rendimento bancario e quindi coinvolge gli esperti del settore per scegliere i più significativi. I pesi relativi degli indici di valutazione selezionati sono calcolati tramite *FAHP*, mentre per gerarchizzare le prestazioni bancarie sono utilizzati il metodo *SAW*, il *TOPSIS*, e il *VIKOR*.

Lee *et al.* (2008) sviluppano un approccio basato sull'utilizzo della *FAHP* e della *BSC* per la valutazione del reparto IT di una industria manifatturiera. In quest'applicazione viene precedentemente associato un elenco di indicatori di performance a ogni prospettiva del modello classico *BSC* e poi aggiornato mediante colloqui con i gruppi di esperti coinvolti. In particolare, la *FAHP* viene utilizzata per pesare le quattro prospettive della *BSC* e gerarchizzare gli indicatori di performance selezionati.

Per quanto, invece, riguarda la gerarchizzazione di KPI di manutenzione (*MKPI*), si sono riscontrati pochi contributi in letteratura.

Riferendosi ad un impianto di produzione, Amodeo (2005), partendo dal modello *BSC*, definisce gli aspetti fondamentali (*pillar*) a cui fa riferimento la funzione manutenzione. A partire da questi *pillar*, propone una decomposizione gerarchica al fine di giungere alla funzione più bassa misurabile, in modo da valutare gli aspetti più di dettaglio da attenzionare per raggiungere l'obiettivo della valutazione delle performance di manutenzione.

Muchiri *et al.* (2010) fanno riferimento ad industrie belghe per determinare quali sono i KPI più comunemente usati, come vengono scelti e come possono essere utilizzati efficacemente nel supporto alle decisioni e nel miglioramento delle prestazioni. Gli autori trovano che i KPI più utilizzati sono quelli relativi a attrezzature, costi di manutenzione e di sicurezza mentre i KPI che riguardano il processo manutentivo sono meno utilizzati.

Muchiri *et al.* (2011) sviluppano un framework concettuale che fornisce linee guida per la scelta di indicatori per valutare le prestazioni della manutenzione. Gli autori affermano che gli indicatori di performance devono essere il risultato di un'attenta analisi basata sull'interazione della funzione di manutenzione con le altre funzioni e sottolinea la necessità di un approccio metodologico per scegliere gli indicatori di prestazioni di manutenzione più opportuni tra gli indicatori presenti in letteratura.

Un lavoro molto interessante è quello proposto da VanHorenbeek e Pintelon (2014). Partendo da una revisione dettagliata della letteratura sui modelli di misurazione delle

prestazioni di manutenzione (MPM) e sui MKPI, gli autori sviluppano un nuovo framework MPM che si basa sia sulla strategia aziendale che su quella manutentiva e incorpora tutti i livelli organizzativi (strategico, tattico e operativo). Sulla base del framework MPM sviluppato, gli autori suggeriscono un metodo ANP-based per personalizzare il modello MPM proposto.

Come evidenziato anche da Van Horenbeek e Pintelon, la letteratura esistente sui MPM e MKPI è carente principalmente per due aspetti. I framework MPM proposti sono generici, cioè non considerano il contesto specifico in cui dovrebbero essere applicati. Inoltre, il modello più applicato per valutare le prestazioni di manutenzione è la BSC, classica o adattata, che non è in grado di coprire tutti gli aspetti che riguardano l'efficienza e l'efficacia della funzione di manutenzione. Inoltre, le prospettive del BSC di solito non sono facilmente comprensibili da parte del personale di manutenzione. Per quanto riguarda i MKPI, la letteratura propone principalmente liste di MKPI ma manca di un approccio metodologico strutturato per la selezione di specifici indicatori tra quelli proposti.

In questo capitolo si propone una metodologia strutturata per l'individuazione di un panel di MKPI, ottenuto selezionando un numero di MKPI che sia il migliore compromesso tra la capacità descrittiva del fenomeno di interesse e la sinteticità dell'informazione fornita. Il contesto organizzativo che si intende prendere in esame è quello di un impianto di processo a rischio di incidente rilevante in cui è importante il modo in cui la manutenzione è gestita ed eseguita per prevenire il verificarsi di incidenti pericolosi.

La metodologia, di seguito descritta, parte dalla costruzione di una struttura gerarchica customizzata in grado di sintetizzare gli aspetti più significativi che riguardano l'efficacia e l'efficienza del processo di manutenzione per cui esso è progettato. Questa struttura è costituita da più livelli in modo che le informazioni restituite da ogni livello forniscono un maggiore dettaglio sul particolare aspetto di livello immediatamente superiore. In questo modo, sono incorporate tutte le informazioni utili a tutti i livelli organizzativi (strategico, tattico e operativo).

Successivamente, la procedura proposta prevede l'assegnazione dei MKPI, presenti nelle norme, agli aspetti che costituiscono la struttura gerarchica. Il metodo multi criterio AHP (Analytic Hierarchy Process) è utilizzato per la gerarchizzazione dei MKPI e un modello di programmazione matematica è formulato per la selezione del panel di indicatori che sia il miglior compromesso tra la completezza dell'informazione fornita e la sinteticità della stessa.

5.2 Proposta di una metodologia multi step per la valutazione delle performance di manutenzione

La metodologia proposta per la gerarchizzazione dei MKPI è costituita da 6 step:

1. rappresentazione di un framework gerarchico customizzato in grado di sintetizzare tutti gli aspetti che riguardano la valutazione delle performance di manutenzione di una specifica organizzazione industriale;
2. raccolta degli indicatori (MKPI) proposti nelle norme tecniche e nella letteratura scientifica;
3. selezione degli indicatori ritenuti più appropriati per lo specifico contesto organizzativo sotto studio;
4. assegnazione dei MKPI selezionati all'aspetto del framework gerarchico più appropriato;
5. applicazione del metodo multi criterio AHP per gerarchizzare i MKPI;
6. formulazione di un modello di programmazione matematica per l'identificazione del set ottimo di MKPI tra tutti quelli assegnati alla struttura gerarchica che rappresenti il miglior compromesso tra la completezza dell'informazione fornita e lo sforzo computazionale richiesto in termini di quantità e tipologia di dati di input che devono essere registrati.



Figura 35: Flow-chart della metodologia proposta

5.2.1 Definizione di una struttura gerarchica customizzata

Al fine di considerare tutti gli aspetti fondamentali che riguardano l'efficacia e l'efficienza del processo di manutenzione, gestito e applicato in uno specifico contesto organizzativo, si è pensato di progettare inizialmente una struttura gerarchica che includa tutti gli aspetti selezionati. In particolare, lo stakeholder a cui la struttura è indirizzata, è il responsabile della manutenzione che necessita di rendere chiari i risultati della manutenzione sia a coloro che si trovano ai vertici della compagnia sia ai tecnici di manutenzione. Per tale

motivo, gli aspetti da considerare devono essere tali da fornire informazioni adeguate sia a coloro che stanno al vertice sia ai manutentori. Pertanto, per l'individuazione di tali aspetti, è conveniente interpellare lo staff di manutenzione, in collaborazione con il quale selezionare gli aspetti da attenzionare per valutare le performance della manutenzione. Tali aspetti costituiranno il primo livello della struttura gerarchica.

La Figura 36 mostra i nodi associati al primo livello. Ogni nodo è rappresentativo di uno specifico aspetto sulla base del quale misurare le performance di manutenzione e, se necessario, tale nodo, come si vedrà nel proseguo, potrà essere scomposto per dare maggiore dettaglio all'aspetto considerato. Infatti, il modo in cui la struttura gerarchica è stata progettata garantisce che i nodi di livello più alto si riferiscono a informazioni di carattere più generale, mentre i nodi di livello più basso fanno riferimento a sotto-aspetti più dettagliati così da ottenere informazioni utili anche per i tecnici di manutenzione.

Il livello zero della struttura gerarchica rappresenta l'obiettivo, ovvero la valutazione delle performance del processo di manutenzione. Il livello 1 prende in considerazione gli aspetti più critici per la valutazione dell'efficienza e dell'efficacia del processo. Nello specifico, i cinque aspetti assegnati ai nodi di livello 1 sono di seguito riportati.

1. Tecnico (nodo 1). Riguarda l'efficacia delle azioni di manutenzione; ha lo scopo di evidenziare come le azioni di manutenzione influenzano l'affidabilità e la disponibilità dell'impianto.
2. Economico (nodo 2). Riguarda gli aspetti economici della manutenzione (efficienza), dal budgeting alla spesa.
3. Organizzativo (nodo 3). Riguarda il modo in cui le attività di manutenzione sono pianificate, schedate ed effettuate. Include anche la gestione, l'addestramento e la formazione del personale di manutenzione.
4. Health, Safety and Environment (HSE) (nodo 4). Riguarda l'impatto delle azioni di manutenzione sulla salute e sicurezza del personale interno e esterno di manutenzione e sull'ambiente.
5. Magazzino (nodo 5). Ha lo scopo di descrivere l'efficacia e l'efficienza delle gestione dei ricambi di manutenzione.

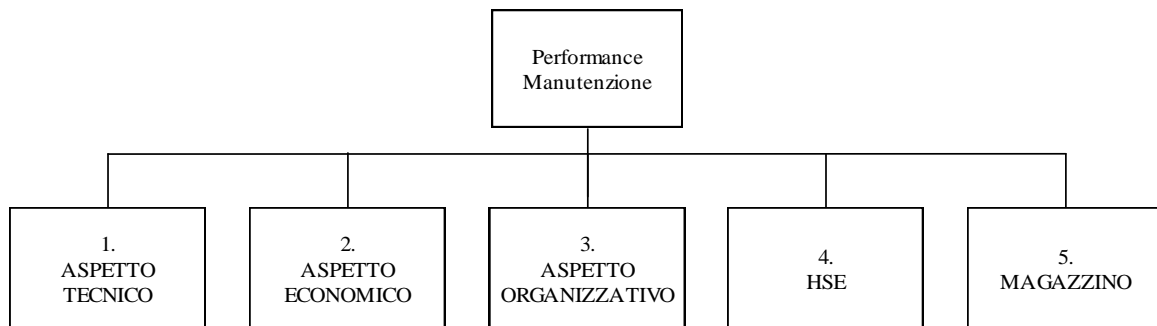


Figura 36: Primo livello della struttura gerarchica

Successivamente, ogni nodo di livello 1 è scomposto in sotto-aspetti di maggiore dettaglio. In particolare il nodo Tecnico (nodo 1), è suddiviso nei nodi Affidabilità (nodo 1.1) e Disponibilità (nodo 1.2). Infatti, affidabilità e disponibilità sono due differenti e comuni parametri su cui valutare il processo di manutenzione. Il nodo Disponibilità (nodo 1.2) è, a sua volta, scomposto nei nodi Manutenzione Correttiva (nodo 1.2.1), Manutenzione Preventiva (nodo 1.2.2) e un nodo di carattere Generale (nodo 1.2.3). In questo modo, l'attenzione è focalizzata sulle due principali politiche di manutenzione eseguite, per avere un maggiore dettaglio su come queste due politiche influenzano l'affidabilità dell'impianto. Il nodo Generale ha lo scopo di descrivere aspetti generali dell'affidabilità che non riguardano una specifica politica di manutenzione.

Il nodo Economico (nodo 2) è ramificato in Manutenzione Correttiva (nodo 2.1), Manutenzione Preventiva (nodo 2.2) e Generale (nodo 2.3). I nodi 2.1 e 2.2 sono relativi all'efficienza delle azioni di manutenzione correttiva e preventiva, mentre il nodo 2.3 restituisce informazioni sull'efficienza dell'intero processo manutentivo, senza fare riferimento a una specifica politica di manutenzione.

Per valutare se le attività di manutenzione sono state opportunamente pianificate, schedate e eseguite in tempo, il nodo Organizzativo (nodo 3) include un aspetto (nodo 3.1) relativo alla pianificazione, schedulazione e esecuzione delle azioni di manutenzione. Il secondo nodo Personale (nodo 3.2) è relativo alle attività di formazione e addestramento che l'organizzazione offre ai suoi dipendenti.

Il nodo HSE (nodo 4) raggruppa un aspetto relativo alla sicurezza del personale interno e esterno (nodo 4.1) e un aspetto che è focalizzato sull'impatto del processo manutentivo sull'ambiente (nodo 4.2). Inoltre, con particolare riferimento all'impianto di raffineria, per il quale tale metodologia è stata proposta, sono stati considerati altri due aspetti. Il primo (nodo 4.3) riguarda il guasto dovuto a errori di manutenzione sulle barriere di sicurezza installate per prevenire l'accadimento di situazioni pericolose o per ridurre, ove possibile, le

conseguenze. Il secondo (nodo 4.4) evidenzia la corretta esecuzione di attività di ispezione sulle barriere di sicurezza.

Infine il nodo Magazzino (nodo 5) riguarda l'efficacia (nodo 5.1) e l'efficienza (nodo 5.2) della gestione dei ricambi di manutenzione.

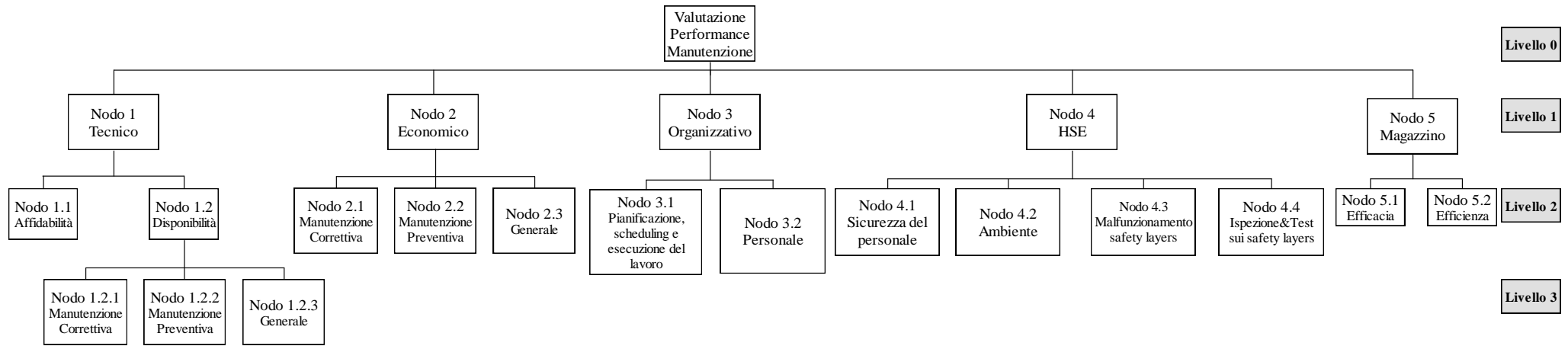


Figura 37: Struttura Gerarchica

5.2.2 Raccolta e assegnazione dei MKPI alla struttura gerarchica

Progettata la struttura gerarchica, la metodologia proposta prevede la raccolta dei MKPI e l'assegnazione degli stessi alla struttura definita. Come detto nell'introduzione, la letteratura tecnica e scientifica propone un vasto numero di MKPI, ma la maggior parte di essi si riferiscono ad industrie di manufacturing per parti discrete. Di conseguenza, considerando che il contesto di applicazione è quello di un impianto di processo a rischio di incidente rilevante, i MKPI proposti nella letteratura tecnica e scientifica sono stati raccolti, rivisti e analizzati in collaborazione con lo staff di manutenzione dell'impianto in cui tale metodologia è stata applicata. Successivamente, ciascun MKPI è stato valutato in termini della sua applicabilità al particolare contesto e alla sua importanza nel descrivere uno specifico aspetto della manutenzione. Quindi, tra gli indicatori raccolti, sono stati selezionati solo quelli ritenuti utili per descrivere il processo manutentivo dello specifico contesto e successivamente sono stati assegnati ai nodi di livello più basso della struttura gerarchica. Inoltre, sono stati aggiunti anche indicatori formulati direttamente dallo staff di manutenzione coinvolto e, opportunamente, assegnati ai relativi nodi.

Per gerarchizzare i MKPI assegnati, è proposto un metodo basato sull'AHP, le cui matrici di confronto a coppie possono risultare anche incomplete. Tale metodo è dettagliato nel paragrafo successivo.

5.2.3 Ranking dei MKPI tramite AHP

5.2.3.1 Analytic Hierarchy Process (AHP) classico

Proposto da Saaty alla fine degli anni Settanta, l'AHP è un metodo decisionale multi-criterio che supporta il decision maker nella valutazione e selezione delle alternative attraverso l'uso di giudizi di confronto a coppie. Infatti, si ritiene che l'espressione di giudizi tramite confronti a coppie tra due alternative sia più semplice, per il decision maker, di esprimere un giudizio assoluto su una particolare alternativa.

Il classico AHP (Saaty, 1994) comprende i seguenti step.

1. Scomposizione del problema e rappresentazione dello stesso tramite struttura gerarchica. In particolare la decomposizione del problema porta all'identificazione dei seguenti elementi:
 - a. l'obiettivo, cioè il problema decisionale da risolvere (goal);
 - b. i criteri e sottocriteri sulla base dei quali valutare le alternative;
 - c. le alternative da gerarchizzare, ed eventualmente selezionare la migliore.

2. Espressione dei giudizi di confronto a coppie. Il decisore esprime un giudizio di confronto tra ogni coppia di elementi (criteri, sottocriteri o alternative) appartenenti allo stesso livello gerarchico relativamente all'elemento immediatamente più alto, al fine di stabilirne un'importanza relativa (ad esempio, due alternative sono valutate in relazione al criterio o sotto-criterio a cui appartengono). I giudizi di valutazione sono espressi attraverso l'uso di scale semantiche, tra le quali la più utilizzata è quella proposta da Saaty (2000). È una scala costituita da 9 punti che permette di tradurre giudizi linguistici in valori numerici. La scala è mostrata in Tabella 19.

| Giudizio di confronto | Spiegazione | Codifica |
|---|---|------------|
| Uguale | I due elementi sono ugualmente importanti | 1 |
| Moderato | Un elemento è moderatamente più importante rispetto all'altro | 3 |
| Forte | Un elemento è fortemente più importante rispetto all'altro | 5 |
| Molto forte | Un elemento è nettamente più importante rispetto all'altro | 7 |
| Estremo | Un elemento è estremamente più importante rispetto all'altro | 9 |
| Valori intermedi tra due livelli successivi | Situazioni di compromesso | 2, 4, 6, 8 |

Tabella 19: Scala di Saaty

Qualora si ritiene che un elemento sia meno importante di un altro, i valori utilizzati sono i valori inversi di quelli riportati in tabella.

Ogni giudizio di confronto a coppie costituisce l'elemento a_{ij} della cosiddetta matrice di confronti a coppie A riportata sotto.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad \begin{cases} a_{ij} = 1 & \forall i = j \\ a_{ji} = 1/a_{ij} & \forall i \neq j \end{cases} \quad (66)$$

Il valore a_{ij} rappresenta il grado di importanza espresso dal decisore dell'elemento i rispetto all'elemento j , in riferimento ad un elemento di livello gerarchico superiore.

Ad esempio, se si ritiene che l'elemento 1 sia moderatamente più importante dell'elemento 2, allora nella relativa cella a_{12} è inserito il valore "3"; se invece si

ritiene che l'elemento 1 sia moderatamente meno importante di "2", allora nella cella a_{12} è inserito il valore reciproco "1/3".

Se n è il numero di elementi da confrontare, la matrice sarà costituita da n^2 elementi. Essendo, inoltre, $a_{ij} = 1/a_{ji}$ e $a_{ii} = 1$, il numero complessivo di giudizi che il decisore dovrà esprimere per ogni matrice è pari a $[n \cdot (n-1)/2]$.

3. Calcolo delle priorità locali. Le priorità locali (definite anche pesi o importanze relative) di ciascun elemento (criterio, sottocriterio e alternative) della struttura gerarchica in relazione al livello gerarchico immediatamente superiore sono calcolate sulla base dei giudizi di confronto a coppie espressi dal decision maker. In letteratura sono state proposte diverse tecniche per calcolare le priorità locali. Tra queste, il metodo più usato è quello dell'autovettore (Saaty 1977).

Nel caso in cui la valutazione sia di gruppo, ovvero coinvolge più decisori, il vettore dei pesi può essere determinato nei due seguenti modi (Ramanathan e Ganesh 1994, Peniwati 1996, Saaty 2000):

- effettuando una media aritmetica dei vettori dei pesi ottenuti per ogni decisore;
 - generando una nuova matrice di confronti a coppie, i cui elementi coincidono con le medie geometriche dei rispettivi elementi delle matrici dei confronti a coppie dei singoli decisori e calcolando il vettore dei pesi risultante.
4. Verifica della consistenza della matrice. Prima di effettuare la sintesi dei risultati è opportuno eseguire un'analisi dell'incoerenza dei giudizi espressi dai decisori. I giudizi del decisore sono perfettamente coerenti, quando, ad esempio nel caso di tre alternative, avendo giudicato l'alternativa A due volte migliore dell'alternativa B e l'alternativa B due volte migliore della C, giudicherà l'alternativa A quattro volte migliore dell'alternativa C. Nell'applicazione del metodo AHP accade che, nella definizione della matrice dei confronti a coppie, la relazione di transitività non venga rispettata a causa dei limiti della razionalità umana. Il livello con cui tale relazione non viene rispettata rappresenta il grado di incoerenza dei giudizi del decisore. L'AHP non richiede una coerenza perfetta dei giudizi, ovvero non impone assiomaticamente la coerenza dei giudizi. La metodologia prevede, quindi, che ci possa essere un certo grado di incoerenza e provvede a misurarla attraverso un indice di coerenza CR .

Pertanto, una volta ottenuti i giudizi di confronti a coppie da parte del decisore, è necessario valutare la consistenza della matrice. Saaty propone un Indice di Consistenza (CI) calcolato come:

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} \quad (67)$$

in cui n è il grado della matrice di confronti a coppie e λ_{max} è il corrispondente autovalore. Il Rapporto di Consistenza (CR) è dato da:

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (68)$$

in cui RI è il Random Index, calcolato da Saaty (1977) simulando in modo random matrici di ordine diverso e calcolando il valore medio dell'indice di coerenza delle matrici dello stesso grado. I valori RI per matrici di differenti grandezze sono mostrate in tabella 20.

| Size | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| RI | 0.00 | 0.00 | 0.58 | 0.90 | 1.12 | 1.24 | 1.32 | 1.41 | 1.45 | 1.49 |

Tabella 20: Consistenze medie di matrici random (valori RI)

Secondo Saaty, per matrici di ordine 4 o superiore, la soglia minima del rapporto di coerenza, tale che si possono ritenere i giudizi espressi abbastanza coerenti, è 0,1. In caso contrario, al decisore è comunemente richiesto di fornire nuovamente i giudizi fino a quando non si ottengono matrici di confronto a coppie inconsistenti ma in modo accettabile.

5. Calcolo delle priorità totali. Per ricavare l'ordinamento finale delle alternative è necessario aggregare i pesi relativi ad ogni elemento rispetto all'elemento di livello gerarchico superiore, sino al goal. La valutazione di ogni alternativa viene determinata effettuando una sommatoria ponderata fra le misure delle alternative in corrispondenza di ogni criterio secondo i pesi dei criteri stessi. Nel caso in cui siano presenti sottocriteri è necessario effettuare un'ulteriore sommatoria ponderata tra le valutazioni delle alternative sotto ciascun sottocriterio e i pesi dei sottocriteri stessi. La sintesi delle priorità di ciascuna alternativa rispetto alla globalità dei criteri ha quindi la seguente espressione:

$$S(a_i) = \sum_k w_k \cdot S_k(a_i) \quad (69)$$

in cui w_k è il peso del criterio k e $S_k(a_i)$ la misura dell'alternativa i sotto il criterio k . Nel caso in cui in corrispondenza del criterio k siano presenti dei sottocriteri, $S_k(a_i)$ sarà pari a:

$$S_k(a_i) = \sum_j p_{kj} \cdot S_{kj}(a_i) \quad (70)$$

Essendo p_{kj} il peso del sottocriterio j in corrispondenza del suo criterio di appartenenza k e $S_{kj}(a_i)$ la valutazione dell'alternativa i rispetto al sottocriterio j . L'ordinamento delle alternative verrà determinato posizionando le stesse in ordine decrescente di $S(a_i)$. Va comunque notato che l'ordinamento dipende dalle modalità con cui si normalizzano i valori $S_k(a_i)$ in relazione ai criteri k .

Di seguito vengono descritte la tecnica distributiva e quella ideale tramite le quali viene normalizzato il vettore delle misure delle alternative $S_k(a_i)$.

Esperimenti statistici hanno dimostrato che il 92% delle volte, in decisioni caratterizzate da dieci criteri e tre alternative, la stessa alternativa occupa la prima posizione negli ordinamenti ottenuti con la tecnica di normalizzazione distributiva che con quella ideale (Kahneman e Tversky 1979, Saaty and Vargas 1993).

Metodo distributivo

Nel metodo distributivo il vettore $S_k(a_i)$ delle misure delle preferenze delle alternative rispetto al criterio generico, viene normalizzato a somma 1. Il vettore $S_k(a_i)$, così normalizzato, viene moltiplicato per il peso del criterio k e quindi è come se si distribuisse il peso del criterio tra tutte le alternative.

In particolare il valore normalizzato di ogni alternativa rispetto ad un criterio/sottocriterio j viene assegnato attraverso l'espressione:

$$W_{ij} = V_{ij} / \sum_i V_{ij} \quad (71)$$

Essendo V_{ij} il valore della preferenza dell'alternativa i rispetto al criterio/sottocriterio j ottenuto dalla matrice dei confronti a coppie.

Metodo ideale

Secondo il metodo ideale (Belton e Gear, 1983), anziché distribuire il peso del criterio fra le alternative, si assegnerà il peso del criterio all'alternativa che possiede la priorità maggiore rispetto a quel criterio (tale alternativa, detta ideale, rappresenterà l'alternativa di riferimento per le altre) e alle altre alternative un peso proporzionale. Ovvero, in corrispondenza del vettore delle misure di preferenza delle alternative sotto ogni criterio, verrà assegnato valore 1 all'alternativa ideale e

alle altre il rapporto tra la loro misura e quella dell'alternativa ideale, per poi moltiplicare il peso del criterio per tali rapporti.

In particolare, il valore normalizzato di ogni alternativa i rispetto ad un criterio/sottocriterio j viene assegnato attraverso l'espressione:

$$W_{ij} = V_{ij} / \max_i V_{ij} \quad (72)$$

essendo V_{ij} il valore della preferenza dell'alternativa i rispetto al criterio/sottocriterio j ottenuto dalla matrice dei confronti a coppie.

Discussioni più dettagliate sui metodi distributive e ideale sono riportate in Saaty e Vargas (2012).

5.2.3.2 Raccolta dei giudizi di confronti a coppie

Il metodo AHP può essere applicato per calcolare i pesi da assegnare agli indicatori di manutenzione. In relazione allo specifico contesto organizzativo, il problema decisionale è la valutazione delle performance di manutenzione (goal) che è stato scomposto secondo una struttura gerarchica, come descritto nel paragrafo 5.2.1.

Le alternativa da valutare e gerarchizzare sono proprio gli indicatori assegnati agli aspetti e sotto-aspetti che costituiscono la struttura gerarchica.

Quindi, mentre nel classico approccio AHP, la struttura gerarchica è costituita da criteri e sottocriteri sulla base dei quali classificare le alternative, la struttura gerarchica qui proposta è costituita da aspetti e sotto-aspetti sulla base dei quali valutare le performance di manutenzione.

L'AHP può essere utilizzato per determinare le importanze relative di ciascun aspetto rispetto ad un altro dello stesso livello gerarchico in riferimento al livello gerarchico immediatamente superiore.

Per esempio, si supponga di confrontare l'aspetto Tecnico (Nodo 1) con l'aspetto Economico (Nodo 2) rispetto al livello immediatamente superiore, ovvero il goal. Esprimere un giudizio di confronto a coppie significa rispondere alla domanda "quanto è più o meno importante l'aspetto Tecnico rispetto a quello Economico nel misurare le performance di manutenzione?" Di seguito, è riportata la matrice dei confronti a coppie tra gli aspetti di livello 1, i quali sono confrontati rispetto al livello immediatamente superiore (il goal), ovvero sulla base della loro importanza nel valutare le performance di manutenzione.

| Valutazione performance di manutenzione (Goal) | Nodo 1 Tecnico | Nodo 2 Economico | Nodo 3 Organizzativo | Nodo 4 HSE | Nodo 5 Magazzino |
|--|----------------|------------------|----------------------|------------|------------------|
| Nodo 1 Tecnico | 1 | ... | ... | ... | ... |
| Nodo 2 Economico | | 1 | ... | ... | ... |
| Nodo 3 Organizzativo | | | 1 | ... | ... |
| Nodo 4 HSE | | | | 1 | ... |
| Nodo 5 Magazzino | | | | | 1 |

Tabella 21: Matrice di confronto a coppie tra gli aspetti di livello 1

Nell’AHP classico, tutte le alternative sono generalmente valutate sulla base di tutti i criteri/sottocriteri. Nella specifica applicazione, invece, come detto, le alternative da confrontare sono i MKPI assegnati a ogni nodo della struttura gerarchica. Quindi, non tutti i MKPI vengono confrontati sulla base di tutti gli aspetti/sotto-aspetti della struttura gerarchica ma, per ogni nodo, sono confrontati solo gli indicatori assegnati a quello specifico nodo. In particolare, il confronto a coppie tra due indicatori è relativo alla capacità di descrivere l’aspetto al quale appartengono. Per esempio, se $MKPI_1$ e $MKPI_2$ sono i due indicatori assegnati a un generico nodo, esprimere un confronto tra $MKPI_1$ e $MKPI_2$ significa rispondere alla domanda “quanto reputi che l’indicatore $MKPI_1$ descriva meglio o peggio di $MKPI_2$ l’aspetto al quale è assegnato, ovvero quanto reputi che l’indicatore $MKPI_1$ sia più o meno importante nel descrivere l’aspetto a cui è assegnato rispetto all’indicatore $MKPI_2$?” La tabella 22 mostra la matrice di confronto a coppie relativa agli m MKPI assegnati al generico nodo della struttura gerarchica.

| | $MKPI_1$ | $MKPI_2$ | ... | ... | $MKPI_m$ |
|----------|----------|----------|-----|-----|----------|
| $MKPI_1$ | 1 | ... | ... | ... | ... |
| $MKPI_2$ | | 1 | ... | ... | ... |
| ... | | | 1 | ... | ... |
| ... | | | | 1 | ... |
| $MKPI_m$ | | | | | 1 |

Tabella 22: Esempio di matrice di confronti a coppie tra MKPI assegnati al generico nodo della struttura gerarchica

Dato che, come visto, la matrice è simmetrica, i giudizi di confronto a coppie richiesti agli esperti sono quelli relativi alle celle della matrice al di sopra della diagonale principale.

Nel caso in cui l'esperto avesse difficoltà nel dare una valutazione su una coppia di indicatori, ad esempio, perché non riesce ad apprezzare la differente capacità descrittiva, si potrebbe procedere come segue:

1. forzare l'esperto nel fornire tutti i giudizi di confronti a coppie richiesti dal metodo AHP;
2. permettere all'esperto di esprimere solo i confronti a coppie di cui si sente ragionevolmente sicuro ed eventualmente forzarlo solo nell'esprimere i giudizi in modo tale da colpire tutti gli elementi della matrice.

Ritenuto più appropriato il secondo modo di procedere, l'esperto può fornire da $(n-1)$ a $[n \cdot (n-1)/2]$ giudizi in modo tale da colpire tutti gli elementi della matrice. Nel senso che nella matrice di confronti a coppie deve essere presente almeno un giudizio per ciascuna riga o colonna della matrice. Ciò consente, come verrà mostrato nel paragrafo successivo, di completare la matrice, riempiendo le celle vuote.

Se la matrice di confronto a coppie è costituita da un numero di confronti a coppie inferiore a $[n \cdot (n-1)/2]$, la matrice è definita incompleta. Di conseguenza, per continuare l'applicazione dei classici step dell'AHP, devono essere determinati i giudizi mancanti. In letteratura sono proposti vari approcci per trattare le matrici di confronto a coppie incomplete (Carmone *et al.* 1997, Fedrizzi e Giove 2007, Gomez-Ruiz *et al.* 2010). Tali metodi determinano i valori mancanti in modo tale da minimizzare l'inconsistenza della matrice. Tra questi, il più utilizzato è il metodo Revised Geometric Mean o algoritmo di matrici di confronto a coppie incomplete proposto da Harker (1987), sintetizzato nel paragrafo seguente.

Si ritiene che il problema dell'incompletezza della matrice non sussiste nei confronti a coppie tra gli aspetti, in quanto si ritiene che l'esperto sia in grado di fornire tutti i giudizi necessari.

5.2.3.3 Completamento delle matrici incomplete: Revised Geometric Mean (RGM) method

Si assuma che l'esperto fornisca la matrice dei confronti a coppie C , il cui generico elemento è c_{ij} . Il giudizio di confronto a coppie mancante è c_{13} e, di conseguenza il suo reciproco c_{31} .

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & - \\ 1/2 & 1 & 2 \\ - & 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

Harker afferma che l'autovettore principale W della matrice C coincide con l'autovettore della matrice quasi-reciproca A i cui elementi a_{ij} sono calcolati come segue:

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{se } c_{ij} \text{ è un giudizio mancante, } i \neq j \\ c_{ij} & \text{se } c_{ij} \text{ non è un giudizio mancante, } i \neq j \\ 1 + m_i & \text{se } i = j \end{cases} \quad (73)$$

in cui m_i è il numero di giudizi mancanti nella riga i della matrice incompleta C . La matrice A risulta:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1/2 & 1 & 2 \\ 0 & 1/2 & 2 \end{bmatrix}$$

Quindi, forniti i giudizi di confronto a coppie, le matrici incomplete sono completate con il metodo di Harker.

5.2.3.4 Valutazione della consistenza della matrice

Come previsto dal classico AHP, per la determinazione delle priorità delle alternative (i MKPI nel contesto esaminato) è necessario che le matrici siano consistenti.

Per il controllo dell'inconsistenza delle matrici complete o delle matrici completate con Harker, si procede come descritto nel paragrafo 5.2.3.1.

Quindi:

1. Si confronta il rapporto di consistenza di ciascuna matrice con quello tabellato da Saaty (Tabella 20).
2. Se la matrice risulta accettabilmente consistente (CR minore o uguale a 0,1), è possibile calcolare le priorità locali degli aspetti e dei MKPI tramite il metodo dell'autovettore.
3. Se la matrice risulta non accettabilmente consistente (CR maggiore di 0,1), l'inconsistenza deve essere ridotta. Come menzionato nel paragrafo 5.2.3.1, il metodo comune di procedere è forzare l'esperto a fornire nuovamente i giudizi e ricalcolare il CR della nuova matrice di confronti e, quindi, ricontrollare la consistenza della matrice. La procedura dovrebbe essere reiterata fino a quando non si raggiunge un'inconsistenza accettabile. In alternativa, in letteratura sono proposti

differenti metodi per ridurre l'inconsistenza delle matrici. La procedura ritenuta più appropriata è dettagliata nel paragrafo seguente.

5.2.3.5 Miglioramento della consistenza delle matrici complete o completate

Le tecniche proposte in letteratura per aumentare la consistenza della matrice (Obata *et al.* 1999, Saaty 2003, Hu *et al.* 2006) identificano inizialmente il giudizio di confronto che genera la maggiore inconsistenza e suggeriscono il valore con cui sostituire il giudizio inconsistente. Sostituito il valore, si calcola il nuovo rapporto di consistenza e il processo viene ripetuto fino a quando non si ottiene un valore di *CR* accettabile.

Nello specifico, il metodo qui utilizzato per aumentare la consistenza delle matrici è quello proposto da Saaty (2003).

Saaty utilizza l'equazione seguente:

$$n \cdot \lambda_{max} - n = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n (\varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ij}^{-1}) \quad (74)$$

in cui λ_{max} è il massimo autovalore della matrice $A=[a_{ij}]$ e ε_{ij} è un generico elemento della matrice E calcolato dal prodotto di Hadamard:

$$A = W \cdot E \quad (75)$$

essendo $W=[w_i/w_j]$ il vettore delle priorità locali della matrice non accettabilmente inconsistente A . Quindi, la matrice $E=[\varepsilon_{ij}]$ è ottenuta come:

$$E = W^{-1}A \quad (76)$$

cioè, ogni elemento ε_{ij} di E è calcolato con l'equazione:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{w_j}{w_i} \cdot a_{ij} \quad (77)$$

Più ε_{ij} è lontano da 1, più il valore a_{ij} genera inconsistenza nella matrice.

Quindi, individuato in a_{ij} il valore che genera maggiore inconsistenza (quello che presenta il valore di ε_{ij} più lontano da 1), tale valore a_{ij} e il corrispondente a_{ji} devono essere eliminate dalla matrice A . Il metodo successivamente prevede di ricompletare la matrice con il metodo di Harker, ovvero si calcola il nuovo autovettore della matrice e il precedente a_{ij} è sostituito dal valore più vicino al rapporto w_i/w_j ottenuto dal nuovo autovettore.

Riassumendo la procedura proposta prevede quindi che l'esperto fornisca solo i giudizi su cui si sente ragionevolmente sicuro. La matrice è completata preliminarmente con il metodo di Harker. Successivamente, per ridurre l'inconsistenza della matrice, qualora

fosse necessario, è applicato il metodo dell' ϵ , sopra descritto, per identificare il giudizio che genera maggiore inconsistenza. Per sostituire tale valore si ritiene che l'esperto venga interpellato una seconda volta per riformulare tale giudizio, se inizialmente tale giudizio era stato fornito proprio dall'esperto stesso. Se, invece, il giudizio più inconsistente non è stato fornito dall'esperto, questo vuol dire che deriva dall'applicazione del metodo di Harker. Quindi, nella prima iterazione della procedura, un giudizio formulato tramite Harker non può essere quello più inconsistente (dato che con Harker il giudizio mancante viene completato con quello che minimizza l'inconsistenza della matrice). Invece, nelle successive iterazioni, anche un giudizio ottenuto dall'applicazione del metodo di Harker potrebbe essere quello più inconsistente. In questo caso, il giudizio viene eliminato e il metodo di Harker applicato nuovamente (infatti, nel caso in cui il giudizio più inconsistente è quello determinato tramite metodo di Harker, non si può chiedere all'esperto di fornire tale giudizio dato che, all'inizio, non era stato in grado di formulare). Nel caso in cui, invece, il giudizio più inconsistente continua ad essere un giudizio già riformulato dall'esperto, allora, anche in questo caso, si procede con il metodo di Harker per ricompletare la matrice, una volta che il giudizio è stato eliminato. È consentito, quindi, all'esperto di riformulare il giudizio solo una volta.

La metodologia descritta è iterata fino a quando non si raggiunge un'inconsistenza accettabile della matrice.

La procedura è sintetizzata dal flow-chart di figura 38.

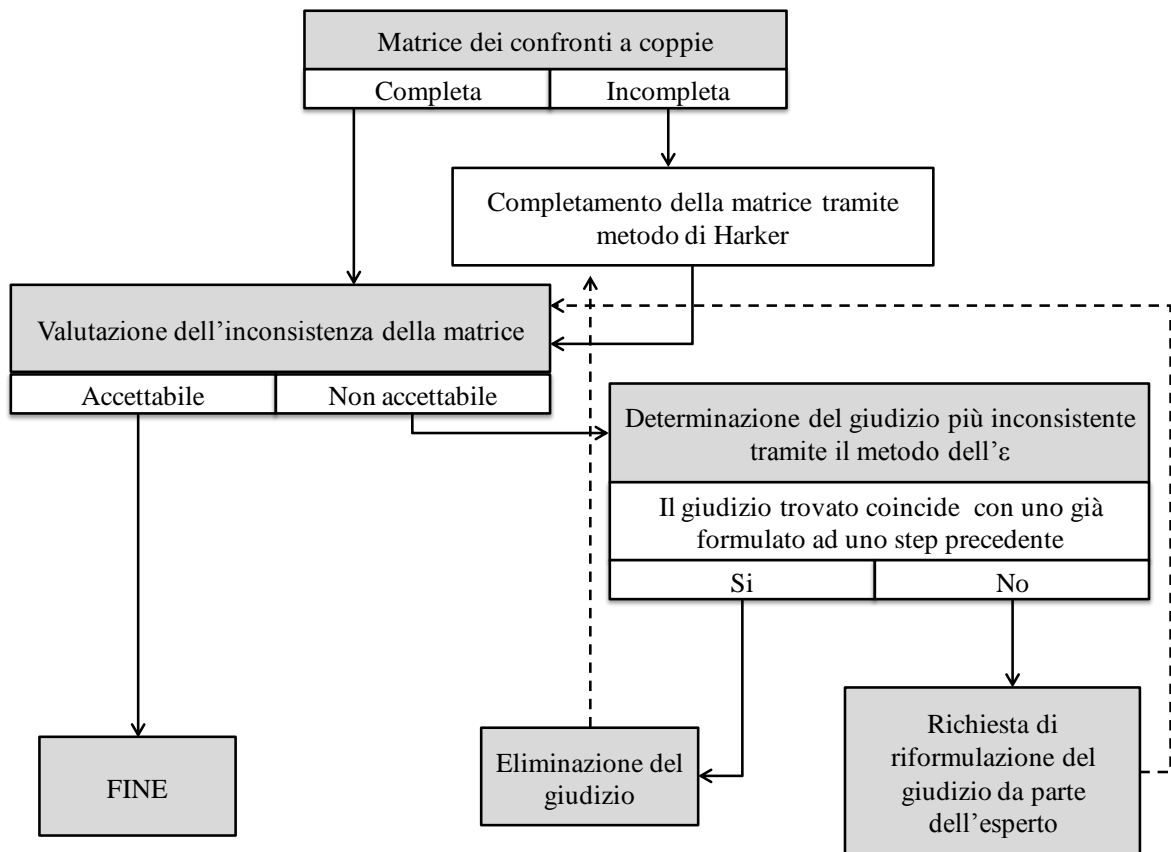


Figura 38: Procedura iterativa per il completamento delle matrici e la verifica di inconsistenza

Rese le matrici di confronto a coppie accettabilmente consistenti, si calcolano i vettori delle priorità locali dei MKPI. Lo step finale dell'approccio basato sulla metodologia AHP è il calcolo del vettore delle priorità globali dei MKPI relativi al goal. Per fare ciò è stato applicato il metodo ideale, descritto nel paragrafo 5.2.3.1. Infatti, in questo contesto, si è ritenuto il metodo ideale preferibile a quello distributivo poiché evita che i MKPI appartenenti a gruppi più numerosi siano svantaggiati rispetto a MKPI assegnati a gruppi più piccoli. Infatti, facendo riferimento a un generico nodo della struttura gerarchica, usando il metodo distributivo si divide il peso corrispondente al nodo tra i MKPI assegnati a quel nodo. Quindi, maggiore è il numero dei MKPI assegnato, minore è il valore della priorità locale di ciascun MKPI. Il metodo ideale, invece, associa al MKPI migliore il peso del criterio e agli altri un peso proporzionale. Così facendo i valori di priorità globali non sono a somma 1. Pertanto, se ritenuto necessario, è possibile rinormalizzare le priorità usando un metodo di normalizzazione tra quelli proposti in letteratura.

5.2.4 Modello di programmazione matematica per la selezione di un insieme ottimo di MKPI

Determinati i valori delle priorità globali di ciascun MKPI, il problema, di seguito affrontato, riguarda la selezione di un insieme ottimo di indicatori. Infatti, gestire un gran numero di indicatori potrebbe essere difficile e perfino controproducente. Calcolare e monitorare nel tempo un gran numero di MKPI potrebbe risultare dispersivo in termini di costo e tempo. Inoltre, si potrebbe ottenere un surplus di informazioni rispetto a quelle che effettivamente sono necessarie per controllare le performance dell'intero processo manutentivo e difficoltà di comunicare i risultati ai possibili stakeholders. Quindi, nasce la necessità di selezionare un insieme ottimo di indicatori, tra quelli precedentemente assegnati alla struttura gerarchica e gerarchizzati tramite AHP. Tale insieme deve rappresentare il miglior compromesso tra la completezza dell'informazione e lo sforzo computazionale richiesto per la registrazione dei dati di input per il calcolo dei MKPI.

Si è pensato, quindi, di formulare un modello di programmazione matematica per individuare l'insieme ottimo di MKPI.

La nomenclatura usata è la seguente:

- i generico indicatore degli N MKPI, con $i=1, \dots, N$.
- j generico nodo del livello 1 della struttura gerarchica, con $j=1, \dots, M$.
- g_i priorità globale del MKPI i ottenuto dall'applicazione dell'AHP.
- p_j priorità locale relative al nodo j appartenente al livello 1 della struttura gerarchica, ottenuto tramite AHP.
- d_i dato di input che rappresenta lo sforzo computazionale (difficoltà di calcolo) richiesto per calcolare il MKPI i . In particolare, d_i può assumere valore 0, 0,5 o 1 a secondo se la difficoltà è bassa, media o alta, rispettivamente.
- R_{ij} dato di input che rappresenta la correlazione tra i MKPI i e j . Tale correlazione si riferisce alla necessità di stesse informazioni di input per calcolare i due indicatori. Quindi, R_{ij} assume valore 0 se non vi è correlazione tra i e j , 1 se presentano input in comune.
- n_{min} numero minimo di MKPI da selezionare da ogni nodo di livello 1.
- α_{ij} valore che assume valore 1 se MKPI i appartiene al nodo j , 0 altrimenti.
- x_i variabile booleana che assume 1 se MKPI i è selezionato, 0 altrimenti.

Il problema è formulato come:

$$\max[k_1 \cdot \sum_{i=1}^N x_i \cdot g_i - k_2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^N \frac{x_i \cdot d_i}{1 + \sum_{j=i+1}^N R_{ij} \cdot x_j}}{\sum_{i=1}^N \frac{d_i}{1 + \sum_{j=i+1}^N R_{ij}}}] \quad (78)$$

soggetto a:

$$(1 - p_j) \sum_{i=1}^N x_i \cdot \alpha_{ij} \geq n_{min} \quad \forall j \quad (79)$$

$$k_1 + k_2 = 1 \quad (80)$$

Il primo termine della funzione obiettivo forza il modello a scegliere i MKPI che garantiscono la maggiore capacità descrittiva mentre il secondo rappresenta lo sforzo computazionale (cioè la quantità e il tipo di dati da registrare) per il loro calcolo. Tale secondo termine deve, ovviamente, essere minimizzato così che, insieme con il primo termine, permette di selezionare i MKPI che garantiscano il miglior compromesso tra la capacità descrittiva e lo sforzo computazionale. Entrambi i termini della funzione obiettivo sono compresi tra 0 e 1. I parametri k_1 e k_2 sono i pesi attribuiti a ciascun termine della funzione obiettivo e rappresentano l'importanza relative che l'esperto associa ai due aspetti del problema.

Il vincolo forza il modello a scegliere almeno un numero fissato, n_{min} , di MKPI assegnati ai nodi di livello 1, in modo tale che ci sia un numero minimo di indicatori che rappresenta ogni aspetto di primo livello. In particolare, garantisce la selezione di un numero maggiore di indicatori per quegli aspetti che presentano pesi più alti.

5.2.5 Risultati

La metodologia proposta è stata implementata in una raffineria del Sud d'Italia allo scopo di valutarne il processo di manutenzione. Lo staff di raffineria è stato coinvolto per la customizzazione della struttura gerarchica, per la selezione dei MKPI, tra quelli proposti in letteratura, ritenuti più significativi per il particolare contesto e per la formulazione di ulteriori MKPI necessari nello specifico impianto. Lo staff è stato, inoltre, coinvolto nella formulazione dei giudizi di confronto a coppie necessari per l'applicazione dell'approccio AHP.

Dei 116 MKPI raccolti dalla letteratura tecnica e scientifica, ne sono stati selezionati 44, in base alla loro applicabilità allo specifico contesto. A questi ne sono stati aggiunti altri 14

opportunamente formulati dallo staff di raffineria. In totale, 58 MKPI sono, quindi, stati assegnati alla struttura gerarchica. Il personale di raffineria è stato coinvolto nell'espressione dei giudizi di confronto a coppie tra i MKPI associati a uno stesso nodo.

La procedura iterativa sintetizzata in figura 38 è stata implementata per completare le matrici di confronto a coppie e renderle accettabilmente inconsistenti, qualora fosse stato necessario. Nel caso di giudizi di confronto a coppie espressi da più esperti, il metodo della media geometrica, riportato nel paragrafo 5.2.3.1 è stato utilizzato, ottenendo così delle nuove matrici di confronto a coppie. Il software Expert Choice (Ishizaka & Labib, 2009) è stato usato come supporto per implementare la metodologia AHP, al fine di ottenere i pesi relativi a ciascun aspetto della struttura gerarchica e le priorità globali dei MKPI. In questo contesto è risultato che il nodo HSE avesse il peso maggiore (0,478), seguito dai nodi Tecnico e Economico (entrambi 0,215), Magazzino (0,06) e Organizzativo (0,032).

Gerarchizzati i MKPI, per individuare l'insieme ottimo di indicatori, è stato risolto il modello di programmazione matematica attraverso il software Lingo, in cui i pesi k_1 e k_2 sono stati settati pari a 0,6 e 0,4 rispettivamente, mentre n_{min} pari a 2 per ogni nodo di primo livello. Dalla risoluzione del modello sono stati selezionati 29 indicatori, 6 relativi al nodo Tecnico, 6 al nodo Economico, 3 a quello Organizzativo, 11 all'HSE e 3 al Magazzino.

| Livello 1 | Livello 2 | INDICATORI ATTIVATI NEL CRUSCOTTO DIREZIONALE |
|---------------------------------|---|--|
| NODO 1 TECNICI | NODO 1.1 AFFIDABILITÀ | Numero disservizi diretti, occorsi nel periodo di riferimento, che causano il fermo impianto Numero di fermate previste a P.O. ma non a budget |
| | NODO 1.2 DISPONIBILITÀ | Ore di lavoro per manutenzione preventiva/Ore totali di manutenzione Tempo di inattività per manutenzione preventiva/gg anno Tempo di inattività per MTA/ gg anno UPAF |
| NODO 2 ECONOMICI | NODO 2.1 STRAORDINARIA | Costi della manutenzione straordinaria/Totale costi manutenzione |
| | NODO 2.2 ORDINARIA | Costi manutenzione ordinaria/Totale costi manutenzione |
| | NODO 2.3 MTA | Costi manutenzione per fermata/Totale costi manutenzione |
| | NODO 2.5 GENERALI | Totale costi di manutenzione/Valore di rimpiazzo di un asset Costo effettivo progressivo mensilizzato/Budget progressivo mensilizzato Forecast/Budget |
| NODO 3 ORGANIZZATIVI | NODO 3.1 GENERALI | Numero di riunioni di II livello Numero di riunioni di III livello |
| | NODO 3.2 FERMATA | Numero di interventi manutentivi per MTA svolti entro i tempi definiti da scheduling/ Numero di compiti schedulati |
| NODO 4 HSE | NODO 4.1 PERSONALE RA.GE. | Indice di frequenza Indice di gravità Numero di infortuni a cui sono soggetti i lavoratori interni di manutenzione/Tempo di lavoro Numero moduli di segnalazione (MS) emessi da MANAFF |
| | NODO 4.2 PERSONALE ESTERNO | Indice di frequenza Indice di gravità |
| | NODO 4.3 AMBIENTE | N. MISE/Intervallo di tempo |
| | NODO 4.4 M.F. SAFETY LAYER | Numero di volte in cui un SIS non si è attivato su domanda |
| | NODO 4.5 ESITO COLLAUDO SAFETY LAYER | Numero collaudi eseguiti sui loop di sicurezza/Numero collaudi programmati sui loop di sicurezza Numero di interventi eseguiti su elementi critici per la sicurezza/Numero di interventi programmati su elementi critici per la sicurezza Percentuale collaudi su PSV che non hanno rilevato un guasto |
| NODO 5 MAGAZZINO | NODO 5.1 EFFICACIA | Stock-out |
| | NODO 5.2 EFFICIENZA | Valore medio dei materiali di manutenzione presenti in magazzino/Valore di rimpiazzo del sito Numero pezzi di ricambio il cui controllo ha evidenziato una non conformità/Numero totale di pezzi di ricambio controllati in ingresso |

Tabella 23: Insieme ottimo di MKPI

5.3 Approccio fuzzy per la gerarchizzazione dei MKPI

Dall'implementazione della metodologia suddetta, si è riscontrata una certa difficoltà da parte degli esperti di effettuare i confronti a coppie sui MKPI associati ad uno stesso nodo della struttura gerarchica.

Inoltre, la metodologia AHP è applicabile se il numero di alternative da confrontare non è elevato (massimo 9). Infatti, si è verificato sperimentalmente che la mente umana non

riesce a confrontare più di un certo numero di elementi contemporaneamente, a meno di non incorrere in errori di giudizio talmente rilevanti da rendere i risultati matematicamente insignificanti. Questo risulta un limite per l'applicazione dell'AHP poiché limita il numero di MKPI che possono essere attribuiti a ciascun nodo della struttura gerarchica.

Nel caso si riscontrassero questi problemi, si è pensato ad un approccio alternativo che prevede che gli esperti forniscano giudizi assoluti su ciascun MKPI. Data la difficoltà che potrebbe avere un esperto nel fornire un valore numerico assoluto per ciascun indicatore, si ritiene che l'esperto possa essere facilitato nell'esprimere un giudizio in forma linguistica.

Dato che uno dei criteri su cui gli esperti devono formulare un giudizio sui MKPI è la capacità di descrivere l'aspetto al quale sono stati attribuiti, la struttura gerarchica definita nel paragrafo 5.2.1 resta immutata. Allo stesso modo, il modello di programmazione matematica, formulato nel paragrafo 5.2.4 può essere risolto per selezionare l'insieme ottimo di MKPI, una volta valutati.

La modifica da effettuare nella procedura prima esposta riguarda proprio la modalità di valutazione dei MKPI.

Il metodo TOPSIS è un metodo multi criterio che permette la gerarchizzazione di alternative valutate sotto vari criteri. A differenza dell'AHP, non è basato su confronti a coppie e, pertanto, permette di superare il limite relativo al massimo numero di confronti tra MKPI. Si ritiene, quindi, questo approccio adatto al problema in esame. Inoltre, dato che i giudizi sono forniti sotto forma di espressioni linguistiche, la logica fuzzy, illustrata nel secondo capitolo, paragrafo 2.1.3.1, permette di tradurre i giudizi qualitativi in valori numerici.

La metodologia AHP viene comunque utilizzata per l'attribuzione dei pesi agli aspetti/sotto-aspetti della struttura gerarchica.

Pertanto, i primi 4 step della procedura restano immutati. Quello che è stato modificato è il quinto step, che ora si scompone in due:

5. a) applicazione della metodologia AHP per attribuire i pesi agli aspetti;
- b) applicazione del metodo FUZZY TOPSIS per la gerarchizzazione dei MKPI assegnati allo stesso sotto-aspetto.

5.3.1 TOPSIS

Il metodo Topsis (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution, Hwang e Yoon, 1981) è utilizzato per determinare la gerarchia di alternative valutate secondo un

certo numero di criteri di diversa natura (quale, ad esempio, economici, ambientali, sociali).

Tale algoritmo si basa sul concetto che si dovrebbe scegliere l'alternativa che presenta la distanza minore dalla soluzione ideale positiva e la maggiore dalla soluzione ideale negativa; esso richiede, quali dati di input, una "matrice decisionale", di seguito definita, e un vettore dei pesi per i criteri sulla base dei quali valutare le alternative.

Gli step che conducono all'implementazione del metodo sono:

1. Definizione della matrice decisionale:

| | c_1 | c_2 | ... | c_k |
|-------|----------|----------|-----|----------|
| a_1 | c_{11} | c_{12} | ... | c_{1k} |
| a_2 | c_{21} | c_{22} | ... | c_{2k} |
| .. | ... | ... | ... | ... |
| a_n | c_{n1} | c_{n2} | ... | c_{nk} |

in cui a_i sono le alternative mentre c_j i criteri di valutazione. In tale matrice vengono riportate le valutazioni c_{ij} delle alternative i rispetto a ciascun criterio j .

2. Definizione della matrice decisionale pesata e normalizzata.

Si costruisce la matrice pesata, moltiplicando i valori normalizzati z_{ij} per i pesi dei criteri w_j .

Il valore normalizzato è calcolato come:

$$z_{ij} = \frac{c_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n c_{ij}^2}} \quad (81)$$

I valori che costituiscono tale matrice sono, quindi:

$$u_{ij} = w_j \cdot z_{ij} \quad \forall i, \forall j \quad (82)$$

Definizione di un ideal point A^+ e di un negative ideal point A^- .

$$A^+ = \{u_1^+, \dots, u_k^+\} = \left\{ \left(\max_{\forall i} u_{ij} | j \in I' \right), \left(\min_{\forall i} u_{ij} | j \in I'' \right) \right\} \quad (83)$$

$$A^- = \{u_1^-, \dots, u_k^-\} = \left\{ \left(\min_{\forall i} u_{ij} | j \in I' \right), \left(\max_{\forall i} u_{ij} | j \in I'' \right) \right\} \quad (84)$$

in cui I' è associato ai criteri di beneficio mentre I'' a quelli di costo.

4. Calcolo della distanza delle alternative dai punti A^+ e A^- .

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^k (u_{ij} - u_j^+)^2} \quad i = 1, \dots, n \quad (85)$$

$$d_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^k (u_{ij} - u_j^-)^2} \quad i = 1, \dots, n \quad (86)$$

5. Valutazione della vicinanza relativa al punto ideale:

$$C_i = \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+} \quad 0 \leq C_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (87)$$

6. Ordinamento delle alternative in base alla grandezza di C_i : se $C_i > C_j$ allora a_i è da preferire ad a_j .

5.3.2 FUZZY TOPSIS

Generalmente gli approcci tradizionali ai problemi di decision making multi-criterio (MCDM) operano in un contesto deterministico e coinvolgono giudizi definiti in modo preciso (Dyer *et al.*, 1992). Nei contesti reali i dati necessari a tali analisi possono essere incerti, imprecisi e soggettivi. Come detto nel secondo capitolo, la teoria dei fuzzy set ben si presta a trattare con dati vaghi e imprecisi (Zadeh 1965, Bortolan e Degami, 1985).

Metodi di valutazione multi criterio fuzzy sono ampiamente utilizzati in diversi settori (Yeh *et al.* 2000, Chiadamrong 1999, Chen 2000, Ding e Liang 2005). La prima estensione della metodologia TOPSIS con dati fuzzy per problemi di decision making è presentata da Jahanshahloo *et al.* (2006). Nel lavoro, il punteggio ottenuto da ogni alternativa e il peso attribuito a ciascun criterio è espresso tramite numero triangolare fuzzy. L'utilizzo dei fuzzy set e dei concetti di soluzione ideale positiva e negativa nei problemi di decision making multi-criterio è riportata anche in Yang e Hung (2007) e Liang (1999).

La metodologia che, di seguito, verrà proposta permette l'espressione di giudizi linguistici secondo una scala predefinita. In particolare, in Aiello *et al.* (2009) è utilizzata una scala di variabili linguistiche tra molto basso (VL) e molto alto (VH). Ogni variabile è trasformata in un numero fuzzy triangolare che rappresenta il giudizio espresso da un esperto. La tabella 24 e la figura 39 mostrano la scala linguistica utilizzata e le corrispondenti funzioni di membership.

| Variabile | Funzione di Membership |
|----------------------------|------------------------|
| Very Low (VL) | (0.00, 0.00, 0.20) |
| Tra Very low e Low (VLL) | (0.10, 0.20, 0.30) |
| Low (L) | (0.20, 0.30, 0.40) |
| Tra Low e Medium (LM) | (0.30, 0.40, 0.50) |
| Medium (M) | (0.40, 0.50, 0.60) |
| Tra Medium e High (MH) | (0.50, 0.60, 0.70) |
| High (H) | (0.60, 0.70, 0.80) |
| Tra High e Very High (HVH) | (0.70, 0.80, 0.90) |
| Very High (VH) | (0.80, 1.00, 1.00) |

Tabella 24: Traduzione giudizi linguistici in numeri fuzzy

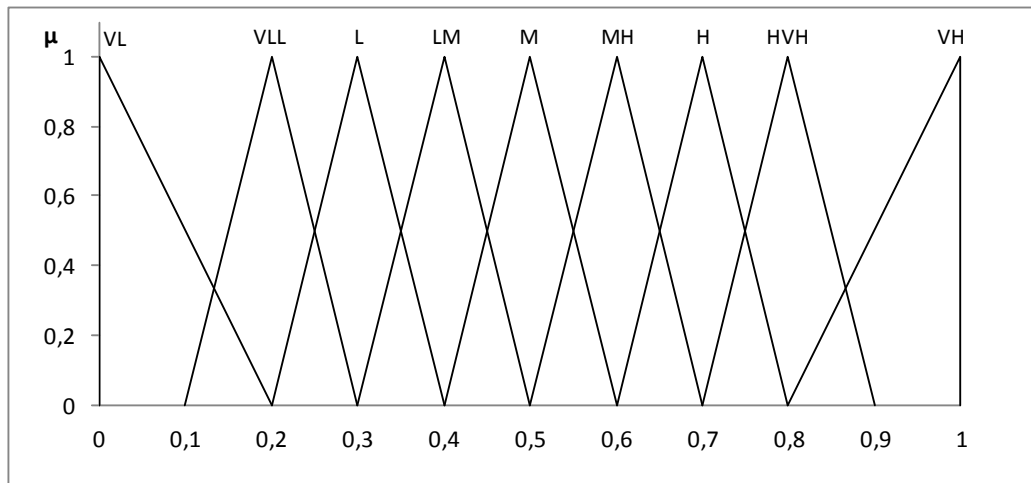


Figura 39: Rappresentazione dei numeri fuzzy

Gli step previsti dal fuzzy topsis sono, quindi, i seguenti:

1. Assegnazione dei giudizi alle alternative per ciascun criterio.

Si suppongono n alternative a_1, a_2, \dots, a_n da gerarchizzare e k criteri c_1, c_2, \dots, c_k sulla base dei quali valutarle; \tilde{x}_{ij} è il numero fuzzy rappresentate la valutazione di a_i in riferimento al criterio c_j . La matrice decisionale fuzzy è:

| | c_1 | c_2 | ... | c_k |
|-------|------------------|------------------|-----|------------------|
| a_1 | \tilde{x}_{11} | \tilde{x}_{12} | ... | \tilde{x}_{1k} |
| a_2 | \tilde{x}_{21} | \tilde{x}_{22} | ... | \tilde{x}_{2k} |
| .. | ... | ... | ... | ... |
| a_n | \tilde{x}_{n1} | \tilde{x}_{n2} | ... | \tilde{x}_{nk} |

Tabella 25: Matrice fuzzy

Il vettore dei pesi dei criteri è:

$$w = [w_1, w_2, \dots, w_k] \quad (88)$$

in cui w_j è il peso del criterio c_j .

Gli esperti, quindi, esprimono i giudizi sulle alternative in riferimento a ciascun criterio in termini linguistici, secondo la scala di tabella 24 e l'analista traduce questi in valori numerici tramite la conversione riportata nella tabella stessa.

Ogni numero fuzzy \tilde{x}_{ij} sarà, quindi, caratterizzato da tre valori:

$$\tilde{x}_{ij} = x_{ij}^L, x_{ij}^m, x_{ij}^U \quad (89)$$

2. Costruzione della matrice fuzzy normalizzata e pesata.

Dato che i valori di conversione dei giudizi linguistici in numerici (Tabella 24) sono già compresi tra 0 e 1, i valori \tilde{x}_{ij} sono già valori normalizzati.

$$\tilde{x}_{ij} = \tilde{z}_{ij} \quad (90)$$

Per costruire la matrice pesata è necessario quindi moltiplicare i valori \tilde{z}_{ij} per i pesi w_j .

| | c_1 | c_2 | ... | c_k |
|-------|----------------------------|----------------------------|-----|----------------------------|
| a_1 | $\tilde{z}_{11} \cdot w_1$ | $\tilde{z}_{12} \cdot w_2$ | ... | $\tilde{z}_{1k} \cdot w_k$ |
| a_2 | $\tilde{z}_{21} \cdot w_1$ | $\tilde{z}_{22} \cdot w_2$ | ... | $\tilde{z}_{2k} \cdot w_k$ |
| .. | ... | ... | ... | |
| a_n | $\tilde{z}_{n1} \cdot w_1$ | $\tilde{z}_{n2} \cdot w_2$ | ... | $\tilde{z}_{nk} \cdot w_k$ |

Tabella 26: Matrice fuzzy pesata e normalizzata

Ottenendo così la matrice pesata e normalizzata.

| | c_1 | c_2 | ... | c_k |
|-------|------------------|------------------|-----|------------------|
| a_1 | \tilde{v}_{11} | \tilde{v}_{12} | ... | \tilde{v}_{1k} |
| a_2 | \tilde{v}_{21} | \tilde{v}_{22} | ... | \tilde{v}_{2k} |
| .. | ... | ... | ... | |
| a_n | \tilde{v}_{n1} | \tilde{v}_{n2} | ... | \tilde{v}_{nk} |

Tabella 27: Matrice fuzzy pesata e normalizzata \tilde{v}_{ij}

3. Definizione di un ideal point A^+ e di un negative ideal point A^- .

$$A^+ = (\tilde{v}_1^+, \tilde{v}_2^+, \dots, \tilde{v}_k^+) \quad (91)$$

$$A^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_k^-) \quad (92)$$

La soluzione ideale positiva può essere considerata, per ciascun criterio, l'alternativa che ha ottenuto il miglior punteggio in riferimento a quel criterio. Allo stesso modo, la soluzione ideale negativa quella che ha ottenuto il punteggio peggiore.

$$\mathbf{A}^+ = (\tilde{v}_1^+, \tilde{v}_2^+, \dots, \tilde{v}_k^+) = \{(\max_i \tilde{v}_{ij} | i = 1 \dots n) \forall j = 1..k\} \quad (93)$$

$$\mathbf{A}^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_k^-) = \{(\min_i \tilde{v}_{ij} | i = 1 \dots n) \forall j = 1..k\} \quad (94)$$

In Jahanshahloo *et al.* (2006) le soluzioni ideali positiva e negativa sono rispettivamente i numeri fuzzy $\tilde{v}_i^* = 1,1,1$ e $\tilde{v}_i^- = 0,0,0$ per ogni criterio.

4. Calcolo delle distanze delle alternative da \mathbf{A}^+ e \mathbf{A}^- .

$$\tilde{d}_i^* = \sum_{j=1}^k d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{ij}^*) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (95)$$

$$\tilde{d}_i^- = \sum_{j=1}^k d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_{ij}^-) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (96)$$

5. Valutazione della vicinanza:

$$\tilde{C}_i = \frac{\tilde{d}_i^-}{\tilde{d}_i^* + \tilde{d}_i^-} \quad (97)$$

6. Ordinamento delle alternative in base al coefficiente di vicinanza \tilde{C}_i .

5.3.3 Applicazione del FUZZY TOPSIS

Come detto precedentemente, si ritiene il metodo multi criterio Topsis adatto a trattare il problema della gerarchizzazione degli indicatori di manutenzione e, in particolare, dato che i giudizi formulati dagli esperti possono essere incerti e non precisi, si fa riferimento al fuzzy Topsis.

Ogni esperto, quindi, fornisce un giudizio linguistico su ciascun MKPI, valutandolo sulla base dei seguenti criteri:

- capacità descrittiva: capacità di descrivere l'aspetto al quale è stato attribuito;
- facilità di misura: indica la facilità nel reperire i dati necessari al calcolo dell'indicatore;
- facilità di comprensione: rappresenta la capacità comunicativa dell'indicatore stesso, ovvero la facilità di comprensione dell'informazione sintetizzata

dall'indicatore sia da parte del responsabile manutentivo, sia per la comunicazione di questi con altri soggetti di livello gerarchico superiore o inferiore.

Il giudizio viene convertito in termini numerici tramite la tabella 24.

L'applicazione del fuzzy topsis richiede preliminarmente informazioni sui pesi da attribuire ai criteri. Si ritiene che la capacità descrittiva sia il criterio più importante per valutare gli indicatori e, pertanto, ad esso è attribuito un peso pari a 0,4 e ai due restanti un peso pari a 0,3.

Dato che il primo criterio di valutazione è proprio la capacità di descrivere un particolare aspetto sul quale la manutenzione viene valutata, si fa sempre riferimento alla struttura gerarchica di figura 37.

Si ritiene che i pesi da attribuire agli aspetti e sotto-aspetti della struttura possano essere sempre determinati tramite AHP e, pertanto, sono gli stessi di quelli determinati nella procedura proposta in 5.2.

Il metodo fuzzy topsis è applicato ai MKPI associati a ciascun nodo dell'ultimo livello della struttura gerarchica ottenendo così, per ogni MKPI, un valore dell'indice di vicinanza C_i . Moltiplicando questi per i pesi (ottenuti tramite AHP) degli aspetti e sotto-aspetti del ramo a cui i MKPI appartengono, si risale la struttura, riportando tutti i MKPI con i relativi valori di priorità a livello 0.

A titolo esemplificativo, si consideri il nodo 1.2.1 "Manutenzione Correttiva". I giudizi forniti dagli esperti per i tre criteri sono quelli riportati in tabella 28.

| | Capacità descrittiva | Facilità di calcolo | Facilità di comprensione |
|---|----------------------|---------------------|--------------------------|
| MTTF | H | H | LM |
| MTTR correttivo | H | H | LM |
| UAF | VH | MH | LM |
| Ore di lavoro per manut. correttiva/Ore totali di manut | MH | VH | H |

Tabella 28: Giudizi espressi sui MKPI relativi al nodo "Manutenzione Correttiva"

I giudizi linguistici tradotti in valori numerici sono quelli riportati nella tabella 29.

| | Capacità descrittiva | | | Facilità di calcolo | | | Facilità di comprensione | | |
|---|----------------------|-----|-----|---------------------|-----|-----|--------------------------|-----|-----|
| MTTF | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
| MTTR correttivo | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
| UAF | 0,8 | 1 | 1 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
| Ore di lavoro per manut. correttiva/Ore totali di manut | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 1 | 1 | 0,6 | 0,7 | 0,8 |

Tabella 29: Traduzione dei giudizi espressi in fuzzy number

Moltiplicando i giudizi per i pesi dei criteri si ottiene la matrice pesata e normalizzata, riportata in tabella 30.

| | Capacità descrittiva | | | Facilità di calcolo | | | Facilità di comprensione | | |
|---|----------------------|------|------|---------------------|------|------|--------------------------|------|------|
| MTTF | 0,24 | 0,28 | 0,32 | 0,18 | 0,21 | 0,24 | 0,09 | 0,12 | 0,15 |
| MTTR correttivo | 0,24 | 0,28 | 0,32 | 0,18 | 0,21 | 0,24 | 0,09 | 0,12 | 0,21 |
| UAF | 0,32 | 0,4 | 0,4 | 0,15 | 0,18 | 0,21 | 0,09 | 0,12 | 0,15 |
| Ore di lavoro per manut. correttiva/Ore totali di manut | 0,2 | 0,24 | 0,28 | 0,24 | 0,3 | 0,3 | 0,18 | 0,21 | 0,24 |

Tabella 30: Giudizi pesati e normalizzati

Per determinare la soluzione ideale positiva e negativa, non si ritiene opportuno considerare l'alternativa, ovvero il MKPI, che ha ottenuto il miglior punteggio in riferimento a quel criterio, come in Awasthi *et al.* (2010). Infatti, si supponga che due MKPI, appartenenti ad uno stesso aspetto, presentano entrambi punteggi bassi, ad esempio L e VL. Questo approccio prevedrebbe di considerare la soluzione con punteggio L come la migliore, attribuendo alla stessa un indice di vicinanza elevato, paragonabile ad un

MKPI appartenente ad un altro aspetto che presenta un punteggio alto, ad esempio VH. Questo condurrebbe, nel momento della selezione dell'insieme ottimo di indicatori, a scegliere anche indicatori che presentano giudizi scarsi.

Si ritiene, invece, che considerare una soluzione ideale positiva e negativa assoluta sia più adeguato in questo contesto. Nello specifico, anziché considerare come in Jahanshahloo *et al.*(2006), le soluzioni ideali positiva e negativa i numeri fuzzy $\tilde{v}_i^+ = (1,1,1)$ e $\tilde{v}_i^- = (0,0,0)$, si ritiene opportuno utilizzare il punteggio migliore e peggiore che i MKPI potrebbero ottenere, ovvero $\tilde{v}_i^+ = (0.8, 1, 1)$ e $\tilde{v}_i^- = (0, 0, 0.2)$.

Pesate le soluzioni ideali con i rispettivi pesi dei criteri si ottengono i valori riportati in tabella 31.

| | Capacità descrittiva | | | Facilità di calcolo | | | Facilità di comprensione | | |
|----------------------------------|----------------------|-----|------|---------------------|-----|------|--------------------------|-----|------|
| Soluzione ideale positiva | 0,32 | 0,4 | 0,4 | 0,24 | 0,3 | 0,3 | 0,24 | 0,3 | 0,3 |
| Soluzione ideale negativa | 0 | 0 | 0,08 | 0 | 0 | 0,06 | 0 | 0 | 0,06 |

Tabella 31: Soluzione ideale positiva e negativa fuzzy

Per il calcolo delle distanze e del coefficiente di vicinanza è necessario utilizzare le operazioni tra numeri fuzzy.

Supponiamo, ad esempio, due numeri fuzzy \tilde{A} e \tilde{B} i cui estremi degli intervalli per ogni α -cut sono $[\underline{a}, \bar{a}]^\alpha$ e $[\underline{b}, \bar{b}]^\alpha$. Le operazioni aritmetiche sugli intervalli si traducono in operazioni aritmetiche sugli estremi degli stessi:

$$[\underline{a}, \bar{a}]^\alpha + [\underline{b}, \bar{b}]^\alpha = [\underline{a} + \underline{b}, \bar{a} + \bar{b}]^\alpha \quad (98)$$

$$[\underline{a}, \bar{a}]^\alpha - [\underline{b}, \bar{b}]^\alpha = [\underline{a} - \bar{b}, \bar{a} - \underline{b}]^\alpha \quad (99)$$

$$[\underline{a}, \bar{a}]^\alpha \cdot [\underline{b}, \bar{b}]^\alpha = [\min(\underline{a} \cdot \underline{b}, \underline{a} \cdot \bar{b}, \bar{a} \cdot \underline{b}, \bar{a} \cdot \bar{b}), \max(\underline{a} \cdot \underline{b}, \underline{a} \cdot \bar{b}, \bar{a} \cdot \underline{b}, \bar{a} \cdot \bar{b})]^\alpha \quad (100)$$

$$[\underline{a}, \bar{a}]^\alpha / [\underline{b}, \bar{b}]^\alpha = [\underline{a}, \bar{a}]^\alpha \cdot [1/\bar{b}, 1/\underline{b}]^\alpha \text{ se } 0 \notin [\underline{b}, \bar{b}]^\alpha \quad (101)$$

Le operazioni aritmetiche che vengono effettuate sui numeri fuzzy devono tenere conto di ciò che la variabile rappresenta.

Klir (1997), infatti, dimostra che il non tenere in considerazione il significato della variabile può condurre a risultati non corretti.

A titolo esemplificativo, Klir considera due variabili identiche rappresentate da due numeri fuzzy uguali $\tilde{A} = \tilde{B}$. Supponiamo che il numero fuzzy sia:

$$A^\alpha = B^\alpha = [2\alpha - 1, 3 - \alpha] \quad (102)$$

Con le classiche operazioni, la differenza tra questi due numeri fuzzy sarebbe:

$$A^\alpha - B^\alpha = [2\alpha - 1 - 3 + \alpha, 3 - \alpha - 2\alpha + 1] = [3\alpha - 2, 4 - 3\alpha] \quad (103)$$

Ovviamente questo risultato non è corretto in quanto la differenza tra due quantità uguali deve essere nulla (0,0,0).

Per ottenere risultati corretti tramite operazioni fuzzy, quindi, si devono tenere in considerazione quelli che Klir definisce “vincoli”, come in questo caso, l’uguaglianza tra le due variabili.

In generale, supposto R il vincolo su $A*B$, in cui $*$ rappresenta una delle quattro operazioni aritmetiche, le operazioni aritmetiche vincolate $(A*B)_R$ sono espresse da:

$$(A * B)_R = \{a * b \mid \langle a, b \rangle \in (A^\alpha \times B^\alpha) \cap R^\alpha\} \quad (104)$$

Ritornando alla metodologia proposta, nel calcolo delle distanze riscontriamo proprio il vincolo di uguaglianza. La soluzione ideale positiva è stata, infatti, posta pari a (0.8, 1, 1) come il punteggio attribuito all’alternativa il cui giudizio linguistico è VH mentre la soluzione ideale negativa pari a (0, 0, 0.2) come il punteggio attribuito all’alternativa il cui giudizio è VL.

Per il calcolo delle distanze bisogna, quindi, considerare che le variabili linguistiche del tipo VH sono identiche alla soluzione ideale positiva, mentre la variabile linguistica VL è uguale alla soluzione ideale negativa. Pertanto, bisogna porre pari al numero fuzzy (0, 0, 0) la distanza tra i giudizi linguistici VH e la soluzione ideale positiva e la distanza tra il giudizio VL e la soluzione ideale negativa.

Nelle due tabelle 32 e 33 sono riportate le distanze dalla soluzione ideale positiva e le distanze dalla soluzione ideale negativa.

| d^+ | Capacità descrittiva | | | Facilità di calcolo | | | Facilità di comprensione | | |
|--|----------------------|----------|----------|---------------------|----------|----------|--------------------------|------|------|
| MTTF | 0 | 0,12 | 0,16 | 0 | 0,09 | 0,12 | 0,09 | 0,18 | 0,21 |
| MTRR correttivo | 0 | 0,12 | 0,16 | 0 | 0,09 | 0,12 | 0,09 | 0,18 | 0,21 |
| UAF | 0 | 0 | 0 | 0,03 | 0,12 | 0,15 | 0,09 | 0,18 | 0,21 |
| Ore di lavoro per manut. correttiva/Ore totali di manut. | 0,04 | 0,16 | 0,2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,09 | 0,12 |

Tabella 32: Distanze fuzzy dei punteggi delle alternative dalla soluzione ideale positiva

| d | Capacità descrittiva | Facilità di calcolo | Facilità di comprensione |
|--|----------------------|---------------------|--------------------------|
| MTTF | 0,16 0,28 0,32 | 0,12 0,21 0,24 | 0,03 0,12 0,15 |
| MTTR correttivo | 0,16 0,28 0,32 | 0,12 0,21 0,24 | 0,03 0,12 0,15 |
| UAF | 0,24 0,4 0,4 | 0,09 0,18 0,21 | 0,03 0,12 0,15 |
| Ore di lavoro per manut. correttiva/Ore totali di manut. | 0,12 0,24 0,28 | 0,18 0,3 0,3 | 0,12 0,21 0,24 |

Tabella 33: Distanze fuzzy dei punteggi delle alternative dalla soluzione ideale negativa

Come è possibile notare, nella tabella 32, dato che l'indicatore "UAF" ha attribuito un giudizio pari a VH in relazione al criterio "Capacità descrittiva", la sua distanza dalla soluzione ideale positiva è posta pari al numero fuzzy (0,0,0), allo stesso modo per l'indicatore "Ore di lavoro per manutenzione correttiva/Ore totali di manutenzione" per il criterio "Facilità di calcolo".

Un ulteriore vincolo da considerare è che le distanze non possono essere negative. Pertanto, qualora dalla differenza risulti un lower bound del numero fuzzy negativo, questo deve essere posto pari a 0. Inoltre, il prendere in considerazione questi ulteriori vincoli permette, in generale, di ridurre l'incertezza insita nei numeri fuzzy. Si consideri, infatti, la distanza, calcolata con le classiche operazioni aritmetiche fuzzy tra l'alternativa con giudizio VH, rappresentata dal numero fuzzy (0.8, 1, 1) e la soluzione ideale positiva, rappresentata dal numero fuzzy (0.8, 1, 1):

$$\tilde{d} = (-0.2, 0, 0.2) \quad (105)$$

Considerando i due vincoli prima esposti (la distanza non può assumere valori negativi e la differenza tra due variabili uguali deve essere nulla), si riduce l'incertezza rappresentata dal numero fuzzy, che assume valore:

$$\tilde{d} = (0, 0, 0) \quad (106)$$

Calcolate le distanze, lo step successivo prevede il calcolo del coefficiente di vicinanza C :

$$\tilde{C}_i = \frac{\tilde{d}_i^-}{\tilde{d}_i^* + \tilde{d}_i^-} \quad (107)$$

Con la classica aritmetica fuzzy, i tre valori del numero fuzzy dovrebbero essere:

$$\tilde{C}_i = \left(\frac{d_{i,LB}^-}{d_{i,UB}^- + d_{i,UB}^+}, \frac{d_{i,m}^-}{d_{i,m}^- + d_{i,m}^+}, \frac{d_{i,UB}^-}{d_{i,LB}^- + d_{i,LB}^+} \right) \quad (108)$$

indicando con LB , m e UB il lower bound, il valore medio e l'upper bound della distanza espressa in numeri fuzzy.

Ma, dato che il valore di \tilde{C}_i deve essere compreso tra 0 e 1, il valore di \tilde{d}_i^- al numeratore deve essere anche presente al denominatore. Non è d'altra parte accettabile che, \tilde{d}_i^- assuma un valore al denominatore e uno differente al numeratore. Per tenere in considerazione questo vincolo, il corretto valore di \tilde{C}_i è:

$$\tilde{C}_i = \left(\frac{d_{i,LB}^-}{d_{i,LB}^- + d_{i,UB}^+}, \frac{d_{i,m}^-}{d_{i,m}^- + d_{i,m}^+}, \frac{d_{i,UB}^-}{d_{i,UB}^- + d_{i,LB}^+} \right) \quad (109)$$

In questo modo si ottengono i valori fuzzy per gli indici di vicinanza riportati in tabella 34.

| | C_{LB} | C_m | C_{UB} |
|--|----------|-------|----------|
| MTTF | 0,3875 | 0,61 | 0,8875 |
| MTTR correttivo | 0,3875 | 0,61 | 0,8875 |
| UAF | 0,5 | 0,7 | 0,8636 |
| Ore di lavoro per manutenzione correttiva/Ore totali di manutenzione | 0,5676 | 0,75 | 0,9535 |

Tabella 34: Indici di vicinanza fuzzy

Tramite uno dei numerosi metodi di defuzzificazione proposti in letteratura, i numeri fuzzy triangolari vengono defuzzificati e, quindi, in questo modo, ciascun indicatore avrà associato un valore crisp del coefficiente di vicinanza. Nello specifico, è utilizzato il metodo del centroide. Tale metodo consiste nell'associare al numero fuzzy considerato un valore crisp che corrisponda all'ascissa x_c del centro di gravità dell'area sottesa dalla funzione di appartenenza. La formula utilizzata, che dipende strettamente dalla forma assunta dalla funzione di appartenenza $\mu(x)$, è la seguente:

$$x_c = \frac{\int \mu(x)x dx}{\int \mu(x) dx} \quad (110)$$

Si consideri, ad esempio, il numero fuzzy relativo all'indice di vicinanza del MKPI "MTTF" (0,3875, 0,61, 0,8875). Dato che le operazioni che sono state effettuate per ottenere questo numero fuzzy comprendono la divisione, il fuzzy ottenuto ha un andamento della membership non lineare che tuttavia per semplicità si approssima ad un numero fuzzy triangolare. Graficamente si ottiene la figura 40.

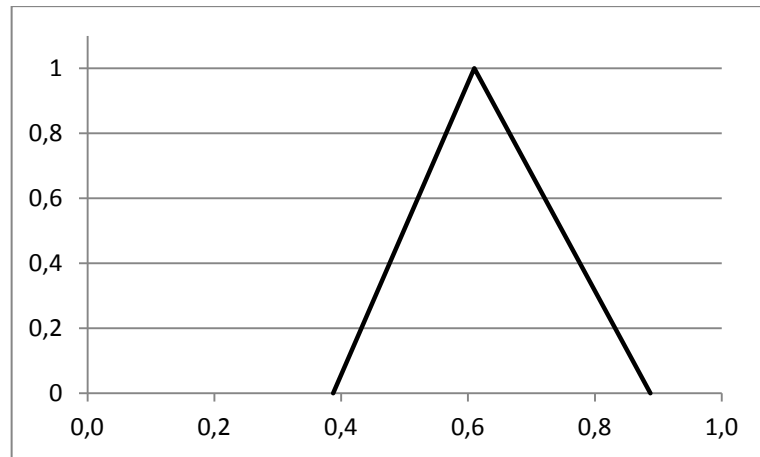


Figura 40: Rappresentazione indice di vicinanza dell'indicatore "MTTF"

La funzione che descrive questo numero fuzzy è:

$$y = \begin{cases} 4,4944x - 1,7416 & \text{per } 0,3875 < x < 0,61 \\ 3,1982 - 3,6036x & \text{per } 0,61 < x < 0,8875 \end{cases} \quad (111)$$

Risolvendo l'integrale:

$$\frac{\int_{0,3875}^{0,61} (4,4944x - 1,7416)x \, dx + \int_{0,61}^{0,8875} (3,1982 - 3,6036x)x \, dx}{\int_{0,3875}^{0,61} (4,4944x - 1,7416) \, dx + \int_{0,61}^{0,8875} (3,1982 - 3,6036x) \, dx} = 0,6283 \quad (112)$$

Si ottiene, quindi, che il valore crisp associato al coefficiente di vicinanza del MKPI "MTTF" è 0,6283.

Ripetendo la stessa procedura per tutti gli indicatori assegnati all'ultimo livello della struttura gerarchica, ognuno di questi sarà caratterizzato da un valore crisp dell'indice di vicinanza. I valori di vicinanza ottenuti, ad ogni nodo, devono essere normalizzati a somma 1. Moltiplicando questi per i pesi degli aspetti/sotto-aspetti ottenuti tramite AHP, gli indicatori sono gerarchizzati a livello top della struttura.

Risolvendo il modello di programmazione matematica è possibile selezionare un insieme ottimo di indicatori. La funzione obiettivo di tale modello deve, però, essere modificata poiché stavolta la difficoltà di calcolo degli indicatori è stata già considerata nel calcolo del peso gerarchico.

La nuova funzione obiettivo diventa, pertanto:

$$\max[k_1 \cdot \sum_{i=1}^N x_i \cdot g_i - k_2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^N \frac{x_i}{(1 + \sum_{j=i+1}^N R_{ij} \cdot x_j)}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{1 + \sum_{j=i+1}^N R_{ij}}}] \quad (113)$$

in cui g_i è il punteggio gerarchico dell'indicatore i -esimo ottenuto tramite il prodotto dell'indice di vicinanza C_i , ottenuto con il metodo Topsis, successivamente defuzzificato, per i pesi degli aspetti e sotto-aspetti del ramo al quale tale indicatore fa parte, ottenuti tramite AHP.

Conclusioni

Il problema del trattamento dell'incertezza nei dati affidabilistici è importante soprattutto per gli impianti a rischio di incidente rilevante. Infatti, in tali contesti, dato il raro verificarsi di incidenti, spesso non è possibile avere a disposizione adeguate informazioni sul comportamento affidabilistico dei componenti.

La gestione dell'incertezza nell'analisi del rischio ha costituito, pertanto, il corpo centrale della tesi. Nell'analisi sono stati attenzionati tre principali aspetti: a) la caratterizzazione dell'incertezza associata alla probabilità di guasto dei componenti che costituiscono il sistema; b) le modalità di acquisizione delle informazioni degli esperti; c) la propagazione dell'incertezza per ottenere la variabile risposta (probabilità di guasto del sistema).

Data la difficoltà nel reperire i dati, si è supposto che esperti del settore forniscano direttamente le probabilità di guasto dei componenti in forma intervallare.

Sono stati proposti l'approccio intervallare, la teoria della probabilità, della possibilità e dell'evidenza per il trattamento delle informazioni incerte.

Qualora le probabilità di guasto siano fornite da un solo esperto, l'approccio intervallare si è dimostrato essere il più appropriato; qualora, invece, siano disponibili più esperti, l'approccio intervallare non è più applicabile poiché non è possibile aggregare i giudizi forniti da più fonti di informazione. Il problema, pertanto, è approcciato tramite teoria della probabilità, della possibilità e dell'evidenza. Per l'applicazione dell'approccio probabilistico e di quello possibilistico è necessario ipotizzare delle funzioni di probabilità e possibilità, spesso non dettate da alcuna evidenza, a meno che l'esperto non sia in grado di fornire informazioni aggiuntive che consentano all'analista di scegliere la forma di tali funzioni. Con l'approccio possibilistico, interpretando la funzione di possibilità come membership di un fuzzy set, è possibile aggregare le informazioni provenienti da più esperti tramite le regole di aggregazione fuzzy. Viceversa, come visto per l'approccio intervallare, l'approccio probabilistico, non consente tale aggregazione. Per superare tale problema, in quest'ultimo caso si fa utilizzo della simulazione Monte Carlo.

Nel caso in cui gli intervalli di probabilità forniti siano nested, è possibile utilizzare un diverso approccio possibilistico, che consente di costruire la funzione di possibilità, utilizzando esclusivamente le informazioni intervallari, senza la necessità da parte dell'analista di ipotizzare una funzione. A tale scopo, l'analista associa una massa agli intervalli forniti, o dividendo in maniera uguale la massa di credibilità unitaria tra le

diverse fonti di informazione o in modo proporzionale all'attendibilità che associa ai singoli esperti.

La teoria dell'evidenza è una generalizzazione della teoria della probabilità e della possibilità. È stata applicata in diverse varianti, in funzione delle informazioni che gli esperti sono in grado di fornire. Se gli esperti, oltre all'intervallo, forniscono anche una massa di credibilità, è possibile applicare le regole di combinazione per ottenere un giudizio aggregato costituito da intervalli con masse associate. Nel caso in cui gli esperti forniscano solo l'intervallo, il problema potrebbe ricondursi al caso precedente qualora l'analista non ritenesse gli esperti del tutto affidabili, attribuendo quindi a ciascun intervallo una massa pari al grado di affidabilità dell'esperto che lo ha espresso. Se invece, l'analista considera gli esperti del tutto affidabili, non è possibile aggregare le informazioni intervallari. L'analista può, comunque, associare a ciascun intervallo una massa di credibilità, uguale o proporzionale al grado di attendibilità dell'esperto, come visto per l'approccio possibilistico. In tutti e tre i casi descritti, la propagazione avviene tramite aritmetica intervallare e prodotto cartesiano delle masse. In questo modo, l'output è costituito da un insieme di intervalli con associate masse di credibilità. Poiché tale informazione è poco fruibile dagli stakeholder, è opportuno calcolare le funzioni di *Belief* (*Bel*) e *Plausibility* (*Pl*) che rappresentano la minima e la massima credibilità che un certo valore di probabilità non venga superato. Fissato quindi un valore di soglia che l'azienda o l'organismo di controllo ritiene non debba essere superato, l'informazione disponibile esprime un lower e un upper bound per il rispetto di tale condizione.

L'analista, in alternativa all'assegnazione di un'uguale massa di credibilità agli intervalli, può interpretare i valori estremi degli stessi come minima e massima credibilità dell'evento guasto del componente e, così, sfruttare le regole di combinazione proposte dalla teoria dell'evidenza. In questo modo il frame of discernment da continuo diviene discreto e la tree value logic può essere applicata per determinare la minima e massima credibilità che il sistema si guasti.

È stato illustrato come, a secondo della conoscenza che l'esperto ha del sistema in studio e, quindi, del livello di dettaglio dell'informazione che è in grado di fornire, del modo in cui l'analista richiede l'informazione all'esperto e interpreta il giudizio fornito, può essere più appropriato applicare un approccio piuttosto che un altro.

Il trattamento dell'incertezza epistemica è stato affrontato anche nel caso in cui l'analista abbia informazioni sul fenomeno aleatorio che descrive l'evento guasto dei componenti, tali da consentirgli di ipotizzare la forma distribuzionale del tempo di guasto, ma non ha

dati sufficienti per stimare i parametri della distribuzione. Anche in questo caso si pensa che l'informazione possa essere costituita da uno o più intervalli per ciascun parametro incognito. È quindi possibile ricondursi alle considerazioni enunciate a proposito dell'informazione intervallare relativa alla probabilità di guasto. Diverso è tuttavia il metodo di propagazione dell'incertezza per l'ottenimento della variabile risposta. Tale problematica è stata trattata nel paragrafo 3.2.7.

Nella tesi è stato considerato il caso in cui la non conoscenza dei parametri della distribuzione riguardava un problema manutentivo.

In particolare, è stata proposta una procedura per la massimizzazione dell'affidabilità di sistemi complessi, il cui obiettivo è la selezione dei componenti su cui effettuare manutenzione nelle fermate programmate del sistema. Si è supposto che le distribuzioni di probabilità fossero delle Weibull e che l'unico parametro incognito fosse il parametro di scala. Le informazioni sono fornite da esperti che vengono interpellati per esprimere giudizi riguardanti il tempo medio a guasto di ciascun componente. Poiché, come più volte sottolineato nella tesi, si ritiene difficile che l'esperto possa fornire un valore puntuale e attendibile di tale parametro, si è supposto che egli fornisca un intervallo in cui ritiene che ricada il valore "vero" del *MTTF*. Da tale informazione, l'analista può ricavare un intervallo relativo al parametro di scala incognito.

Il problema che ci si è posti è stato quello di sfruttare appieno le informazioni disponibili, sintetizzandole in una forma che consentisse la formulazione di una funzione obiettivo da ottimizzare. A tale scopo, dall'intervallo sul parametro si è ricavato, fissato l'intervallo temporale di interesse, il corrispondente intervallo di affidabilità. Al fine di applicare la teoria dell'evidenza all'informazione disponibile, gli estremi di ciascun intervallo sono stati interpretati come la minima (*Belief*) e la massima (*Plausibility*) credibilità che il componente sia funzionante alla fine della missione. In questo modo, le regole di aggregazione possono essere applicate al nuovo frame of discernment discreto (componente funzionante *W*, componente guasto *F*) desunto dal frame continuo $[0, +\infty)$. L'informazione fornita dagli esperti è stata aggregata usando la regola di Yager che si è rivelata preferibile nel contesto esaminato rispetto a quella classica di Dempster. Infatti, è mostrato che, indipendentemente dal conflitto, la regola di Dempster fornisce sempre valori più elevati di $Bel(W)$ e sempre valori più bassi di $Pl(W)$ rispetto alla regola di Yager. Poiché l'attenzione è rivolta all'affidabilità, l'analista è più interessato alla $Bel(W)$, che ne esprime un lower bound. Infatti, per ragioni di sicurezza, preferisce fare riferimento al valore minimo dell'affidabilità piuttosto che all'estremo superiore.

La funzione *Belief* dell'evento "sistema funzionante" è stata assunta, quindi, come funzione obiettivo del problema di ottimizzazione. L'applicazione di un algoritmo ottimizzante ha permesso di selezionare i componenti che massimizzassero la *Belief*.

Si è preferita la teoria dell'evidenza rispetto a quella della possibilità, espressa in termini di fuzzy number, poiché, essendo poco credibile che gli intervalli forniti siano nested, è impossibile definire una funzione di possibilità ricavata da essi. L'unica alternativa per utilizzare l'approccio fuzzy è quella di ipotizzare una funzione di membership su ogni intervallo e aggregare i fuzzy ottenuti con una delle regole di aggregazione fuzzy. Tuttavia, in questo modo, il problema di ottimizzazione sarebbe diventato un problema di programmazione matematica non lineare binario fuzzy di difficile soluzione.

Il modesto run time dell'algoritmo ha permesso di esplorare ed esaminare diversi scenari, variando le risorse allocate disponibili a svolgere la manutenzione e, così, fornendo al decision maker ulteriori informazioni per valutare la pianificazione ottima della manutenzione.

Sempre con riferimento alla manutenzione, si è sviluppata una procedura per la selezione di un insieme di indicatori in grado di valutare sinteticamente l'efficacia e l'efficienza della manutenzione.

La letteratura esistente sulla valutazione delle performance di manutenzione è, infatti, carente in due aspetti. In primo luogo, i modelli proposti per la valutazione della manutenzione sono generici, ovvero non prendono in considerazione lo specifico contesto in cui dovrebbero essere applicati; in secondo luogo, la letteratura tecnico – scientifica propone un'ampia lista di indicatori ma manca di un approccio metodologico per la selezione di specifici indicatori idonei al particolare contesto esaminato. È stata, quindi, proposta una metodologia strutturata per la valutazione delle performance di manutenzione. L'approccio è stato implementato in una raffineria in cui la manutenzione è fondamentale per prevenire l'accadimento di incidenti. Lo staff di manutenzione della raffineria è stato coinvolto nella definizione e nell'implementazione della metodologia. È stata dapprima definita una struttura gerarchica che ha sintetizzato gli aspetti principali sui quali valutare l'efficacia e l'efficienza del processo manutentivo. I nodi a livello più alto della struttura sono rappresentativi di aspetti generici della manutenzione, che potrebbero potenzialmente essere di interesse per il top management dell'impianto; al contrario, i nodi di livello più basso sono aspetti più di dettaglio, di interesse per i tecnici di manutenzione. Assegnati gli indicatori ai nodi della struttura gerarchica, si è utilizzato il metodo multi-criterio AHP (Analytic Hierarchy Process) per la loro gerarchizzazione. Questi sono stati,

infatti, confrontati sulla base della loro capacità di descrivere l'aspetto al quale sono stati assegnati. Lo staff di raffineria ha fornito solo quei giudizi di confronti a coppie su cui si sentiva ragionevolmente sicuro, determinando anche matrici di confronto a coppie incomplete. Una procedura iterativa è stata, quindi, seguita per completare le matrici e per valutarne la consistenza. Un modello di programmazione matematica ha consentito la selezione di un insieme ottimo di indicatori che fosse il miglior compromesso tra la capacità di descrivere le performance del processo manutentivo e la sinteticità dell'informazione fornita.

Dall'implementazione della metodologia si è riscontrata una certa difficoltà da parte degli esperti di effettuare i confronti a coppie tra gli indicatori. Si è pensato, quindi, ad una procedura alternativa nel caso in cui si verifica tale difficoltà. Tale procedura si basa sul metodo multi-criterio Topsis per la gerarchizzazione degli indicatori. Dato che gli esperti difficilmente sono in grado di fornire per ciascun indicatore un giudizio assoluto in termini numerici, è stata proposta la logica fuzzy, che consente di trattare pareri vaghi ed incerti, permettendo di esprimere giudizi in termini linguistici. Tale espressione dei giudizi ha portato ad una formulazione del problema in termini di fuzzy topsis. Sono state, quindi, utilizzate distanze fuzzy pervenendo ad un indice di vicinanza, anch'esso espresso tramite numero fuzzy. La defuzzificazione di tale indice ha portato ad un giudizio crisp associato a ciascun indicatore. Tale giudizio ha costituito l'input del modello di programmazione matematica che ha consentito la selezione dell'insieme ottimo di indicatori.

Bibliografia

- Aiello G, Enea M, Galante GM, La Scalia G. (2009). Clean Agent Selection Approached by Fuzzy TOPSIS Decision-Making Method. *Fire Technology*, 45(4):405-418.
- Alsyouf I. (2006). Measuring maintenance performance using a balanced scorecard approach. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 12(2):133-149.
- Amodeo MM. (2005). A structured methodology for identifying performance metrics and monitoring maintenance effectiveness. Thesis submitted to the Faculty of the Graduate School of the University of Maryland, College Park, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science.
- Aven T. (2011). Interpretations of alternatives uncertainty representations in a reliability and risk analysis context. *Reliability Engineering & System Safety*, 96:353-360.
- Aven T, Baraldi P, Flage R, Zio E. (2014). *Uncertainty in Risk Assessment: The Representation and Treatment of Uncertainties by Probabilistic and Non-Probabilistic Methods*. Chichester, United Kingdom: John Wiley & Sons Ltd.
- Awasthi A, Chauhan SS, Goyal SK. (2010). A fuzzy multicriteria approach for evaluating environmental performance of suppliers. *International Journal of Production Economics*, 126: 370–378.
- Bakhtiar A, Purwanggono B, Metasari N. (2009). Maintenance Function's Performance Evaluation Using Adapted Balanced Scorecard Model. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 34:541-545.
- Baraldi P, Compare M, Zio E. (2014). Uncertainty treatment in expert information systems for maintenance policy assessment. *Applied Soft Computing*, 22:297-310.
- Baudrit C, Dubois D, Guyonnet D. (2006). Joint propagation and exploitation of probabilistic and possibilistic information in risk assessment. *IEEE Transactions on Fuzzy System*, 14(5):593-608.
- Baudrit C, Couso I, Dubois D. (2007). Joint propagation of probability and possibility in risk analysis: Towards a formal framework. *International Journal of Approximate Reasoning*, 45(1):82-105.
- Belton V, Gear A. (1983). On a shortcoming of Saaty's method of analytical hierarchies. *Omega*, 11: 228-230.
- Boole G. (1854). *An Investigation of the Laws of Thought on Which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*. London: Walton and Maberly.

- Bortolan G, Degami R. (1985). A review of some methods for ranking fuzzy subset. *Fuzzy Set System*, 15(1):1-19.
- Carmone FJ Jr, Kara A, Zanakis S.H. (1997). A Monte Carlo investigation of incomplete pairwise comparison matrices in AHP. *European Journal of Operational Research*, 102:538-553.
- Cassady CR, Pohl EA, Murdock WP. (2001). Selective maintenance modeling for industrial systems. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 7(2):104-117.
- Casti JL. (1990). *Searching for certainty*. New York: William Morrow.
- Chen CT (2000). Extensions of the TOPSIS for group decision making under fuzzy environment. *Fuzzy Sets System*, 114(1):1-9.
- Cheng Y. (2000). Uncertainties in fault tree analysis. *Journal of Science and Engineering*, 3(1):23-29.
- Chiadamrong N. (1999). An integrated fuzzy multi criteria decision making method for manufacturing strategies selection. *Computers & Industrial Engineering*, 37(1-2):433-436.
- Cullen AC, Frey HC. (1999). *Probabilistic Techniques in Exposure Assessment: A Handbook for Dealing with Variability and Uncertainty in Models and Inputs*. New York: Plenum Press.
- Curcurù G, Galante GM, La Fata CM. (2012). Epistemic uncertainty in fault tree analysis approached by the evidence theory. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 25:667-676.
- Dao CD, Zuo MJ, Pandey M. (2014). Selective maintenance for multi-state series-parallel systems under economic dependency. *Reliability Engineering and System Safety*, 121:240-249.
- de Finetti B. (1930). Fondamenti Logici del Ragionamento Probabilistico. *Bollettino dell'Unione Matematica Italiana*, 5:1-3.
- Dempster AP. (1968). A generalization of Bayesian inference. *Journal of The Royal Statistical Society*, 30:205-247.
- Ding JF, Liang GS. (2005). Using fuzzy MCDM to select partners of strategic alliances for linear shipping. *Information Science*, 173(1):197-225.
- DPR 17.05.88 n. 175. *Attuazione della direttiva CEE n.82/501, relativa ai rischi di incidenti rilevanti connessi con determinate attività industriali, ai sensi della legge 16 aprile 1987, n.183.*

- Dubois D, Prade H. (1986). On the unicity of Dempster rule of combination. *International Journal of Intelligent System*, 1:133-142.
- Dubois D, Prade H. (1988). *Possibility theory: an approach to computerized processing of uncertainty*. New York, NY: Plenum.
- Dubois D, Prade H. (1998). Possibility theory: qualitative and quantitative aspects. *Handbook of defeasible reasoning and uncertainty management systems*, 1:169–226.
- Dyer JS, Fishburn PC, Steuer RE, Wallenius J, Ziont S. (1992). Multiple criteria decision making, multiattribute utility theory: next 10 years. *Management Science*, 38(5):645-654.
- European Standard EN 15341. (2007). *Maintenance Key Performance Indicators*. European Committee for Standardization (CEN), Brussels, Belgium.
- European Standard EN 13306. (2010). *Maintenance - Maintenance terminology*. European Committee for Standardization, Brussels.
- Fedrizzi M, Giove S. (2007). Incomplete pairwise comparison and consistency optimization. *European Journal of Operational Research*, 183:303–313.
- Ferdous R, Faisal K, Veitch B, Amyotte PR. (2009a). Methodology for computer aided fuzzy fault tree analysis. *Process Safety and Environmental Protection*, 87:217-226.
- Ferdous R, Khan F, Sadiq R, Amyotte P, Vitch B. (2009b). Handling data uncertainties in event tree analysis. *Process Safety and Environmental Protection*, 87:283-292.
- Ferdous R, Faisal K, Sadiq R, Amyotte P, Veitch B. (2012). Handling and updating uncertain information in bow-tie analysis. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 25:8-19.
- Ferson S, Ginzburg, LR. (1996). Different methods are needed to propagate ignorance and variability. *Reliability Engineering & System Safety*, 54:133-144.
- Ferson S, Cooper JA, Myers D. (2000). Beyond point estimates: risk assessment using interval. fuzzy and probabilistic arithmetic. *Workshop Notes at Society of Risk Analysis Annual Meeting*, Baltimore, Maryland.
- Ferson S, Hajagos JG. (2004). Arithmetic with uncertain numbers: rigorous and (often) best possible answers. *Reliability Engineering & System Safety*, 85(1–3):135–152
- Galante G, Passannanti G. (2009). An exact algorithm for preventive maintenance planning of series-parallel system. *Reliability Engineering and System Safety*, 94:1517-1525.
- German standard VDI 2893. (2006).

- Gomez-Ruiz JA, Karanik M, Peláez JI. (2010). Estimation of missing judgments in AHP pairwise matrices using a neural network-based model. *Applied Mathematics and Computation*, 216:2959-2975.
- Guth MAS. (1991). A probabilistic foundation for vagueness & imprecision in fault-tree analysis. *IEEE Transactions on Reliability*, 40(5):563-571.
- Harker PT. (1987). Alternative modes of questioning in the AHP. *Mathematical Modelling*, 9:353-360.
- Helton JC, Johnson JD, Oberkampf WL. (2004). An exploration of alternative approaches to the representation of uncertainty in model predictions. *Reliability Engineering & System Safety*, 85(1-3):39-71.
- Helton JC, Oberkampf WL, Johnson JD. (2005). Competing failure risk analysis using evidence theory. *Risk Analysis*, 25(4):973-995.
- Helton JC, Johnson JD, Sallaberry CJ. (2011). Quantification of margins and uncertainties: example analyses from reactor safety and radioactive waste disposal involving the separation of aleatory and epistemic uncertainty. *Reliability Engineering & System Safety*, 96(9):1014-1033.
- Helton JC. (2011). Quantification of margins and uncertainties: conceptual and computational basis. *Reliability Engineering & System Safety*, 96(9):976-1013.
- Hoffman FO, Hammonds JS. (1994). Propagation of uncertainty in risk assessments: the need to distinguish between uncertainty due to lack of knowledge and uncertainty due to variability. *Risk Analysis*, 14:707-12.
- Hu YC, Tsai JF. (2006). Backpropagation multi-layer perceptron for incomplete pairwise comparison matrices in analytic hierarchy process. *Applied Mathematics and Computation*, 180:53-62.
- Hwang CL, Yoon K. (1981). Multiple Attribute Decision Making. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 186*, Berlin: Springer Verlag.
- IEC 61025. (1990). *Fault Tree Analysis (FTA)*.
- IEC 61882. (2001). *Hazard and operability studies (HAZOP studies) - Application guide*.
- IEC 62502. (2010). *Analysis techniques for dependability e Event tree analysis (ETA) (1st ed.)*.
- Ishizaka A, Labib A. (2009). Analytic Hierarchy Process and Expert Choice: Benefits and limitations. *OR Insight*, 22:201-220.

- Jahanshahloo GR, Hosseizadeh Lotfi F, Izadikhah M. (2006). Extension of the TOPSIS method for decision making problems with fuzzy data. *Applied Mathematics and Computation*, 181:1544–1551.
- Jaulin L, Kieffer M, Didrit O, Walter E. (2001). *Applied interval analysis*. New York, NY: Springer-Verlag.
- Kahneman D, Tversky A. (1979). Prospect Theory: An analysis of Decision under risk. *Econometria*, 47(2): 263-292.
- Kaplan R, Norton D. (1996). *The Balanced Scorecard: Translating Strategy Into Action*. Harvard Business School Press. Boston, MA.
- Klir GJ. (1997). Fuzzy arithmetic with requisite constraints. *Fuzzy Sets and Systems*, 91:165-175.
- Klir JG, Yaun B. (2001). *Fuzzy set and Fuzzy logic Theory and Application*. Prentice: Hall of India Private Ltd.
- Laplace PS. (1812). *Théorie analytique des probabilités*, Paris: Courcier Imprimeur.
- Lee AHI, Chen WC, Chang CJ. (2008). A fuzzy AHP and BSC approach for evaluating performance of IT department in the manufacturing industry in Taiwan. *Expert Systems with Applications*, 34:96–107.
- Liang GS. (1999). Fuzzy MCDM based on ideal and anti-ideal concepts. *European Journal of Operational Research*, 112(3):682–691.
- Lin CT, Wang MJJ. (1997). Hybrid fault tree analysis using fuzzy set. *Reliability Engineering & System Safety*. 58(3), 205-213.
- Lindley DV. (2006). *Understanding Uncertainty*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc. Hoboken.
- Lu C, Lan J, Wang Z. (2006). Aggregation of fuzzy opinions under group decision-making based on similarity and distance. *Journal of Systems Science and Complexity*, 19:63–71.
- Lust T, Roux O, Riane F. (2009). Exact and heuristic methods for the selective maintenance problem. *European Journal of Operational Research*, 197(3):1166-1177.
- Markowski AS, Mannan MS. (2008). Fuzzy risk matrix. *Journal of Hazardous Materials*, 159:152-157.
- Markowski AS, Mannan MS, Bigoszevska A. (2009). Fuzzy logic for process safety analysis. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 22:695-702.

- Mather D. (2005). *The Maintenance Scorecard: Creating Strategic Advantage*. New York: Industrial Press.
- Moore RE. (1966). *Interval analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Moore RE, Bierbaum F. (1979). *Methods and applications of interval analysis*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Muchiri PN, Pintelon L, Martin H, De Meyer AM. (2010). Empirical analysis of maintenance performance measurement in Belgian industries. *International Journal of Production Research*, 48(20):5905–5924.
- Muchiri P, Pintelon L, Gelders L, Martin H. (2011). Development of maintenance function performance measurement framework and indicators. *International Journal of Production Economics*, 131:295–302.
- Obata T, Shiraishi S, Daigo M, Nakajima N. (1999). Assessment for an incomplete comparison matrix and improvement of an inconsistent comparison: computational experiments, *ISAHP*, Kobe, Japan.
- Oberkampf WL, Helton JC, Joslyn CA, Wojtkiewicz SF, Ferson S. (2004). Challenge problems: uncertainty in system response given uncertain parameters. *Reliability Engineering & System Safety*, 85(1–3):11–19.
- Pandey M, Zuo MJ, Moghaddass R, Tiwari MK. (2013). Selective maintenance for binary systems under imperfect repair. *Reliability Engineering and System Safety*, 113:42–51.
- Parida A. (2006). Development of a Multi-criteria Hierarchical Framework for Maintenance Performance Measurement Concepts, Issues and Challenges, Doctoral Thesis, Division of Operation and Maintenance Engineering, Lulea University of Technology.
- Pedroni N, Zio E, Ferrario E, Pasanici A, Couplet M. (2013). Hierarchical propagation of probabilistic and non-probabilistic uncertainty in the parameters of a risk model. *Computers and Structures*, 126:199–213.
- Peniwati K. (1996). The Analytic Hierarchy Process: The possibility theorem for group decision making. In *Proceedings of the Fourth International Symposium on the Analytic Hierarchy Process*, Simon Fraser University, Burnaby, British Columbia, Canada, pp. 202–214.
- Rajagopalan R, Cassady CR. (2006). An improved selective maintenance solution approach. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 12(2):172–185.

- Ramanathan R, Ganesh LS. (1995). Energy resource allocation incorporating quantitative and qualitative criteria: an integrated model using goal programming and AHP. *Socio Economic Planning Sciences*, 29:197–218.
- Ramsey F. (1931) Truth and Probability. *Foundations of Mathematics and other Logical Essays*, London, Routledge & Kegan Paul.
- Rice WF, Cassady CR, Nachlas JA. (1998). Optimal maintenance plans under limited maintenance time. *Proceedings of the seventh industrial engineering research conference*.
- Saaty TL. (1977). A scaling method for priorities in hierarchical structures. *Journal of Mathematical Psychology*, 15:234–281.
- Saaty, T.L. (1994). *The Analytic Hierarchy Process*. New York: McGraw Hill Company.
- Saaty, T.L. (2000). *Fundamentals of Decision Making and Priority Theory with The Analytic Hierarchy Process*. Pittsburg: RWS Publications.
- Saaty TL. (2003). Decision-making with the AHP: Why is the principal eigenvector necessary. *European Journal of Operational Research*, 145:85–91.
- Saaty TL, Vargas LG. (1993). Experiments on rank preservation and reversal in relative measurement. *Mathematical and Computer Modelling*, 17(4-5):13-18.
- Saaty TL, Vargas LG. (2012). *Models, Methods, Concepts & Applications of the Analytic Hierarchy Process*. International Series in Operations Research & Management Science, 175, New York: Springer Science Business Media.
- Sallak M, Simon C, Aubry JF. (2006a). On the use of a new possibilist importance measure to reduce Safety Integrity Level uncertainty. In *Fourth International Conference on Safety and Reliability*, Krakow, Poland.
- Sallak M, Simon C, Aubry JF. (2006b). Evaluating Safety Integrity Level in presence of uncertainty. In *Fourth International Conference on Safety and Reliability*, Krakow, Poland.
- Sallak M, Simon C, Aubry, JF. (2008). A fuzzy probabilistic approach for determining safety integrity level. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 16(1):239-248.
- Sawyer JP, Rao SS. (1994). Fault tree analysis of fuzzy mechanical systems. *Microelectronics Reliability*. 34(4), 653-667.
- Sentz K, Ferson S. (2002). *Combination of evidence in Dempster-Shafer theory*. Albuquerque, NH: Sandia National Laboratories. Sandia Report No: SAND2002e0835.

- Shafer GA. (1976). *A mathematical theory of evidence*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Simões JM, Gomes CF, Yasin MM. (2011). A literature review of maintenance performance measurement A conceptual framework and directions for future research. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 17(2):116-137.
- Singpurwalla ND. (2006). *Reliability and Risk: A Bayesian Perspective*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd.
- Smets P. (1994). What is Dempster-Shafer's model? In *Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence*. San Marco, CA: John Wiley & Sons, Inc., pp. 5-34.
- SMRP Press Release (2007). *Global Indicators for Maintenance and Availability Performance*. Society for Maintenance and Reliability Professionals, McLean, Virginia, USA.
- Stamatis DH (1995). *Failure mode and effect analysis: FMEA from theory to execution*. Milwaukee, WI: ASQC Quality Press.
- Tsang AHC. (1998). A strategic approach to managing maintenance performance. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 4(2):87-94.
- Tsang AHC, Jardine AKS, Kolodny H. (1999). Measuring maintenance performance: a holistic approach. *International Journal of Operations & Production Management*, 19(7):691-715.
- Tsang AHC. (2002). Strategic dimensions of maintenance management. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 8(1):7-39.
- VanHorenbeek A, Pintelon L. (2014). Development of a maintenance performance measurement framework-using the analytic network process (ANP) for maintenance performance indicator selection. *Omega*, 42:33-46.
- Visser JK, Pretorius MW. (2003). The development of a performance measurement system for maintenance. *SA Journal of Industrial Engineering*, 14(1):83-97.
- Voorbraak F. (1991). On the justification of Dempster's rule of combinations. *Artificial Intelligence*, 48:171-197.
- Wagholiar SA. (2007). *Acquisition of Fuzzy Measures in Multicriteria Decision Making Using Similarity-based Reasoning*. Griffith University, Gold Coast, Australia.
- Walley P. (1991). *Statistical Reasoning with Imprecise Probabilities*. London: Chapman and Hall.
- Weber A, Thomas R. (2006). *Key Performance Indicators: Measuring & Managing the Maintenance Function*. Ivara Corporation.

- Wilcox RC, Ayyub BM. (2003). Uncertainty modeling of data and uncertainty propagation for risk studies. In *Fourth International Symposium on Uncertainty Modelling and Analysis*, Maryland, pp. 184-191.
- Wireman T. (1998). *Developing Performance Indicators for Managing Maintenance*. Industrial Press, Inc.
- Wua HY, Tzeng GH, Chen YH. (2009). A fuzzy MCDM approach for evaluating banking performance based on Balanced Scorecard. *Expert Systems with Applications*, 36:10135-10147.
- Xiong F, Greene S, Chen W, Xiong Y, Yang S. (2011). A new sparse grid based method for uncertainty propagation. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 41(3):335-349.
- Yager RR. (1987). On the Dempster–Shafer framework and new combination rules. *Information Sciences*, 41:93-137.
- Yang T, Hung C-C. (2007). Multiple-attribute decision making methods for plant layout design problem. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 23(1):126–137.
- Yeh CH, Deng H, Chang YH. (2000). Fuzzy multicriteria analysis for performance evaluation of bus companies. *European Journal of Operational Research*, 126(3):459–473.
- Yu CS, Li HL. (2001). An algorithm for generalized fuzzy binary linear programming problem. *European Journal Of Operational Research*, 133:496-511.
- Zadeh LA. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3): 338-353.
- Zadeh LA. (1978). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1:3–28.
- Zadeh L. (1984). Book review: A mathematical theory of evidence. *AI Magazine*, 5(3):81-83.
- Zadeh L. (1986). A simple view of the Dempster-Shafer Theory of Evidence and its implication for the rule of combination. *AI Magazine*, 7(2):85-90.
- Zio E. (2013). *The Monte Carlo Simulation Method for System Reliability and Risk Analysis*. Berlin: Springer Verlag, Springer Series in Reliability Engineering.