

Un modello 1D-2D di acque basse per il calcolo della propagazione di piene naturali

Sinagra M.¹, Aricò C.¹, Filianoti F.², Morreale G.¹ & Tucciarelli T.¹

¹ Università degli Studi di Palermo – Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale, Aerospaziale, dei Materiali. Viale delle Scienze edificio 8, 90128 Palermo – e-mail: marco.sinagra@unipa.it, costanza.arico@unipa.it, g.morreale87@gmail.com, tullio.tucciarelli@unipa.it

² Università Mediterranea Reggio Calabria – Dipartimento di Ingegneria Civile, Energia, Ambiente e Materiali. Via Graziella, 89122 Reggio Calabria – e-mail: filianoti@unirc.it

SOMMARIO

Le equazioni 2D del Saint-Venant (SV), o delle acque basse (shallow water), si utilizzano ampiamente per le simulazioni idrodinamiche in fiumi, laghi, zone di estuari e zone golenali. Come ampiamente descritto in letteratura, in base ai termini che si trascurano nell'equazione del momento, si possono distinguere modelli completi, cinematici, diffusivi e a zero inerzia convettiva.

Escludendo eventi estremi di shock, nella normalità dei casi relativi a fenomeni di inondazione, si possono trascurare i termini inerziali nell'equazione del momento, ottenendo il modello diffusivo.

La scelta del modello da utilizzare dipende anche dalla disponibilità e dall'accuratezza dei dati di input (Smith et al., 2004), nonché dall'accuratezza richiesta ai risultati dal problema gestionale che motiva l'uso del modello. I dati di input sono per esempio la topografia, le proprietà idrauliche dei tratti di fiume e delle zone golenali, la conoscenza degli idrogrammi di ingresso. La soluzione del modello completo è molto sensibile all'errore commesso nella stima delle quote topografiche (Aricò et al., 2011), mentre il modello cinematico non è in grado di simulare processi di backwater. Nel presente lavoro si propone un modello diffusivo che è particolarmente adatto alla simulazione degli eventi di piena, quando il dominio di calcolo è costituito dalla parte centrale del canale, in cui si realizza una propagazione di tipo sostanzialmente monodimensionale, nonché dalle fasce laterali, dove la corrente può divagare secondo uno schema tipicamente bidimensionale.

Il modello proposto è di tipo predizione-correzione e garantisce la conservazione della massa, sia localmente che globalmente. Le equazioni di governo sono risolte su mesh miste, composte da domini 2D, discretizzati con elementi triangolari, e da domini 1D discretizzati da elementi quadrilateri. Nei domini 1D si assume una quota piezometrica costante nella direzione normale al flusso, nonché la relazione fra il gradiente piezometrico e la portata data dalla legge di resistenza propria delle sezioni di forma complessa. I flussi scambiati lateralmente con il dominio 2D sono calcolati invece in base alla discretizzazione spaziale degli elementi triangolari. Ciò consente di calcolare il flusso principale, nella direzione dell'alveo, tenendo conto mediante la legge di resistenza anche degli sforzi turbolenti causati dai vortici con asse verticale all'interno dell'alveo, sforzi che altrimenti verrebbero trascurati anche applicando un tradizionale modello completo 2D di acque basse. Utilizzando la schematizzazione suddetta è altresì possibile evitare un drastico aumento della densità della mesh all'interno dell'alveo, altrimenti necessario per una corretta rappresentazione del fondo.

Un ulteriore vantaggio dell'approccio diffusivo consiste nel fatto che l'onere computazionale risulta poco più che proporzionale al numero di elementi di calcolo e non vi è per la stabilità delle soluzioni alcuna restrizione del passo temporale, in base al massimo numero di Courant

calcolato nel dominio di calcolo. L'approccio diffusivo consente infine di trattare facilmente le discontinuità esistenti lungo gli elementi 1D a causa di briglie o salti, ovvero a causa di pareti laterali sub-verticali.

Il sistema di equazioni di governo alle derivate parziali si risolve ad ogni livello temporale frazionandolo in un sistema di predizione ed uno di correzione. Si dimostra che il sistema di predizione ha le caratteristiche funzionali di un problema puramente convettivo, mentre quello di correzione ha le caratteristiche funzionali di un problema puramente diffusivo.

L'input del modello è costituito, per il dominio 1D, dalla geometria delle sezioni trasversali degli elementi 1D, assegnate mediante serie di punti quotati, nonché dalle linee di livello e/o da singoli punti quotati per quanto concerne il dominio 2D. Il software denominato *NETGEN* (Schöberl, 1997), genera quindi una o più mesh triangolari, separate dai canali del dominio 1D. Questi vengono eventualmente frazionati in più elementi di lunghezza inferiore, mediante l'inserimento di nodi che sono condivisi sia dai lati dei triangoli adiacenti che dai lati degli elementi quadrilateri.

Nel modello proposto, le celle di calcolo sono in numero pari al numero dei nodi computazionali. Per i nodi che si trovano nel dominio 2D la cella di calcolo coincide con il poligono di Voronoi definito intorno al nodo, per i nodi che appartengono sia al dominio 2D che ai canali 1D, la cella di calcolo è data dall'unione dei poligoni di Voronoi relativi ai triangoli che condividono i due nodi sul lato generico del canale ortogonale alla direzione dell'alveo, più la metà della superficie di ognuno dei due elementi quadrilateri che condividono lo stesso lato.

Il problema di predizione si risolve mediante una tecnica ad avanzamento spaziale e temporale (MAST), dove i flussi sono calcolati seguendo un approccio di tipo Euleriano e dove le celle di calcolo sono risolte secondo un particolare ordine, che garantisce la conoscenza dei flussi entranti in ogni cella immediatamente successiva a quelle già risolte. Nel problema diffusivo i flussi sono calcolati risolvendo un sistema lineare con M-matrice, sparsa, simmetrica e definita positiva. La dimensione del sistema è pari al numero delle celle di calcolo.

La formulazione proposta è in grado di gestire processi wetting/drying senza richiedere alcun trattamento specifico. L'applicazione della suddetta procedura MAST è stata proposta in passato, coerentemente con l'approssimazione diffusiva, ignorando la presenza dei risalti idraulici. Nel presente lavoro la presenza dei risalti, e la conseguente dissipazione di energia, viene invece ricostruita ipotizzando un movimento lento del risalto, ed individuandone la posizione all'interno di tre sezioni. La prima sezione deve corrispondere ad una corrente veloce, la terza ad una corrente lenta. Il risalto viene localizzato tra la prima e la seconda sezione se la spinta totale della seconda è minore della terza, fra la seconda e la terza viceversa. Nel problema di predizione la sezione iniziale del risalto viene trattata come una sezione di valle con condizione al contorno di diffusione nulla. Nel problema di correzione si trascura invece la diffusione nel canale compreso fra le due sezioni precedente e seguente il risalto.

Riferimenti bibliografici

- C. Aricò, M. Sinagra, L. Begnudelli, T. Tucciarelli (2011), MAST2D diffusive model for flood prediction on domains with triangular Delaunay unstructured meshes, *Advances in Water Resources*, 34(11):1427-1449.
- J. Schöberl (1997), NETGEN - An advancing front 2D/3D-mesh generator based on abstract rules. *Computing and Visualization in Science*, 1(1): 41-52.
- M. B. Smith, D. J. Seo, V. I. Koren, S. M. Reed, Z. Zhang, Q. Duan, F. Moreda and S. Cong (2004), The distributed model intercomparison project (DMIP): motivation and experiment design. *J. Hydrol.*, 298, 4-26.