

RILEVAMENTO DEL SEGNALE TERMOELASTICO A CAMPO INTERO MEDIANTE ANALISI LOCK-IN IN MODALITÀ OFF-LINE

G. Pitarresi^a, A. Pirrello^a

^a Università degli Studi di Palermo - Dipartimento di Ingegneria Chimica, Gestionale, Informatica e Meccanica (DICGIM). Viale delle Scienze, 90128 Palermo, e-mail: giuseppe.pitarresi@unipa.it

Sommario

Il presente lavoro propone una procedura di post-processamento del segnale termografico misurato su provini sollecitati in modo ciclico al fine di ricavare il segnale termoelastico. Dopo aver descritto la Correlazione Lock-In, usata tradizionalmente dai sistemi commerciali per ricavare il segnale termoelastico, il lavoro mostra come tale procedura sia numericamente equivalente alla determinazione delle armoniche della Trasformata di Fourier Discreta (TFD) del segnale campionato. Viene quindi proposta ed implementata una procedura di filtraggio del segnale termoelastico basata sulla applicazione diretta della TFD, che ha il vantaggio di poter in alcune circostanze fare a meno di un segnale di riferimento esterno. Il lavoro mostra quindi i risultati di una campagna sperimentali condotta su provini con campo tensionale noto, dimostrando come la procedura proposta sia semplice da implementare, versatile e robusta.

Abstract

This work proposes a post-processing treatment of the thermographic signal acquired from cyclically loaded samples to retrieve the Thermoelastic Signal. After an initial description of Lock-In Correlation, traditionally used by commercial systems to evaluate the Thermoelastic Signal, the work shows how such treatment is numerically equivalent to a direct extraction of the harmonics of a Discrete Fourier Transform (DFT) of the sampled signal. A procedure based on the direct application of the DFT is then proposed and implemented, which has the potential to perform the analysis without the need of an externally supplied reference signal. The work also presents the results of an experimental validation of the proposed signal treatment, performed on samples with theoretically known stress fields. These results demonstrate that the proposed procedure is straight forward to implement, versatile and robust.

Parole chiave: Thermoelastic Stress Analysis, Correlazione Lock-In, Trasformata di Fourier.

1. INTRODUZIONE

L'effetto termoelastico descrive la correlazione di natura reversibile che c'è tra variazione di temperatura e deformazione elastica in un solido continuo. Nel caso in cui la trasformazione del sistema è adiabatica, si giunge alla seguente relazione [1]:

$$dT = -T_o \frac{\alpha}{\rho \cdot C_p} d(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad (1)$$

dove $\alpha/\rho C_p = K_{TE}$ è la Costante Termoelastica del materiale [2,3], T_o la temperatura assoluta, dT la variazione di temperatura e $d(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ la variazione dell'invariante lineare delle tensioni sulla superficie del corpo. Con il nome di Thermoelastic Stress Analysis (TSA) si indica in generale la tecnica utilizzata

per determinare l'invariante lineare delle tensioni mediante opportuno utilizzo della relazione (1), quindi mediante misure di temperatura su un corpo solido sollecitato elasticamente [2,3]. La TSA, sviluppatasi a partire dai primi anni ottanta del secolo scorso [4], è adesso una tecnica consolidata, la cui modalità di implementazione presenta due caratteristiche principali e peculiari:

- Il corpo è sollecitato da carichi variabili, generalmente in modo ciclico, al fine di soddisfare il requisito di adiabaticità. In particolare l'utilizzo di carichi sinusoidali oltre un certo valore di soglia di frequenza, consente di modulare la variazione di temperatura dovuta all'effetto termoelastico ad un ben preciso valore di frequenza. Ciò rende possibile l'extrapolazione del segnale termoelastico mediante operazione di filtraggio del contenuto in frequenza del segnale di temperatura, rendendo particolarmente efficace l'eliminazione di rumore ed altri effetti spuri dalla misura;
- La temperatura è misurata mediante termocamere ad infrarosso. Tale tecnologia consente misure a campo intero e non a contatto. Poiché la risoluzione di misura del segnale termoelastico dipende dalla risoluzione termica e dalla velocità di campionamento della termocamera, tradizionalmente si sono impiegate esclusivamente termocamere a sensore raffreddato (di tipo fotovoltaico), con valori tipici di $NETD < 25$ mK e frame rate > 50 Hz. Solo recentemente si stanno prendendo in considerazione termocamere con altri tipi di sensore, per le quali la perdita di risoluzione può essere ritenuta accettabile a fronte di un sistema più economico e versatile [5-7].

Storicamente la quasi totalità di applicazioni di TSA in letteratura ha utilizzato sistemi termografici commerciali, conFiguraurati specificatamente per questo tipo di applicazione [3]. In particolare tre sono stati i sistemi proposti: lo *SPATE* (in uso dai primi anni ottanta sino a metà anni novanta) [8], il *DeltaTherm* (dal 1993 ad oggi) [9], e i sistemi *Cedip*, adesso *FLIR* (primi anni duemila ad oggi) [10]. Una peculiarità comune di tali sistemi consiste nel proporre la Correlazione Lock-In come tecnica di processamento del segnale termografico al fine di estrapolare il segnale termoelastico [11,12]. Tutti e tre i sistemi si caratterizzano inoltre per la necessità di ricevere un segnale di riferimento, modulato alla frequenza di applicazione del carico ciclico applicato al provino, al fine di poter effettuare la Correlazione Lock-In.

In questo lavoro si presenta un algoritmo di filtraggio del segnale termoelastico, che mediante una applicazione diretta della Trasformata di Fourier discreta, è in grado di costruire il segnale di riferimento [13], e di filtrare la componente termoelastica del segnale termografico. L'algoritmo agisce in modalità off-line (cioè in fase di post-processing), analizzando una sequenza opportunamente campionata di termogrammi, ed è in grado di estrapolare la componente di segnale termoelastico sia in termini di ampiezza che di fase. Nel lavoro si dimostra che il procedimento implementato è del tutto equivalente alle operazioni di Correlazione Lock-In eseguite dai sistemi commerciali di TSA, ma presenta una serie di vantaggi: non necessità di un segnale di riferimento esterno, può essere facilmente implementato attraverso l'uso di software di uso comune (quale Matlab) o di tipo open source, è particolarmente versatile, riuscendo ad elaborare sequenze di termogrammi indipendentemente dal sistema termografico utilizzato per la loro acquisizione, ed infine è robusto e veloce quanto il software commerciale Thesa della Flir (utilizzato in questo lavoro come metodo di confronto).

Il lavoro quindi presenta i risultati dell'applicazione del algoritmo proposto all'analisi del campo tensionale di due provini di PMMA: una trave sottoposta a flessione a quattro punti, ed una piastra con foro sollecitata a trazione, entrambe sotto l'azione di carichi sinusoidali a diversi valori di ampiezza e frequenza. L'algoritmo in particolare è implementato in ambiente Matlab. I termogrammi analizzati sono stati acquisiti mediante una termocamera Flir X6540SC ed il segnale termoelastico a campo intero ottenuto, è confrontato con la soluzione teorica, e con la soluzione determinata dal software Thesa di Flir. In entrambe i casi l'algoritmo proposto ha fornito i risultati attesi ed è risultato particolarmente robusto e veloce.

2. CORRELAZIONE LOCK-IN

Il segnale termoelastico generato da un corpo sollecitato con carichi sinusoidali avrà anch'esso un andamento sinusoidale con la stessa frequenza del carico, ω_c , ampiezza A_{TE} e fase ϕ . La fase in

particolare dipende soltanto dall'istante di inizio del rilevamento termografico, e dal segno dell'invariante lineare delle tensioni (eq. (1)). Al variare di tale segno si avrà uno sfasamento di 180°, per cui una mappa di fase ideale a campo intero mostrerà zone uniformi di valore ϕ , o $\phi+180^\circ$, a seconda del segno dell'invariante lineare nel punto considerato.

Il segnale termografico, S_{IR} , in generale si può considerare in prima approssimazione come una funzione periodica, e rappresentare mediante Serie di Fourier, ovvero come la somma di un numero infinito di armoniche [12]:

$$S_{IR}(t) = A_{TE} \sin(\omega_c \cdot t + \phi) + \sum_{i=\text{altri}} A_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \quad (2)$$

Dove si è in particolare messa in evidenza l'armonica relativa al segnale termoelastico, per cui:

$$A_{TE} \propto \frac{(\Delta T)_{\text{picco} \neq \text{picco}}}{2} = - \frac{T_o \cdot K_{TE} \cdot \Delta(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})_{\text{picco} \neq \text{picco}}}{2} \quad (3)$$

Attraverso questo formalismo matematico la Correlazione Lock-In si configura come il risultato della moltiplicazione dell'eq. (2) per due segnali sinusoidali di frequenza ω_r , in quadratura uno rispetto all'altro: $F=2\sin(\omega_r t + \phi_r)$ e $G=2\cos(\omega_r t + \phi_r)$. I segnali risultanti da tale operazione hanno la caratteristica di avere come termini costanti le componenti in fase ed in quadratura dell'ampiezza dell'armonica del segnale che ha la stessa frequenza ω_r . Per cui, se $\omega_r = \omega_c$, attraverso un filtraggio passabasso dei segnali mixati che mantenga il solo termine costante, la Correlazione Lock-In restituisce l'Ampiezza e la Fase del segnale termoelastico [11,12]:

$$\begin{cases} S_{IR} \times F = A_{TE} \cdot \cos(\phi - \phi_r) - A_{TE} \cdot \cos(2\omega_c t + \phi_r + \phi) + \sum_{i=\text{altri}} [A_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \cdot F] \\ S_{IR} \times G = A_{TE} \cdot \sin(\phi - \phi_r) - A_{TE} \cdot \sin(2\omega_c t + \phi_r + \phi) + \sum_{i=\text{altri}} [A_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \cdot F] \end{cases} \quad (4)$$

Il filtraggio passabasso dei segnali mixati è in genere eseguito o via hardware (amplificatori Lock-In), o per via numerica. In questo secondo caso la procedura più immediata è attraverso una integrazione delle eq. (4) in un congruo intervallo temporale, per cui i termini armonici si annullano, rimanendo il termine medio (tale risultato può essere dedotto anche richiamando la proprietà di ortogonalità delle funzioni trigonometriche [13]). L'integrazione diventa in realtà una sommatoria dato che i segnali in questione sono campionati in modo discreto. Per cui si avrà ad esempio:

$$A_{TE} \cdot \cos(\phi - \phi_r) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^N (S_{IR})_j \cdot F_j = \frac{2}{N} \cdot \sum_{j=1}^N (S_{IR})_j \cdot \sin\left(\frac{2\pi k}{N-1} j + \phi_r\right) \quad (5)$$

dove N è il numero totale di campioni (corrispondente al numero di termogrammi acquisiti per l'analisi). Si noti che nella (5) l'asse dei tempi è espresso in termini discreti (numero di campioni). La frequenza circolare del segnale di riferimento ω_r è quindi espressa come multiplo della frequenza circolare fondamentale $2\pi/(N-1)$ con k pari al coefficiente moltiplicativo. Considerata la presenza delle armoniche relative al rumore, la valutazione dei termini medi delle eq. (5) è tanto più efficace quanto più lunga è la finestra di campionamento (tempo di integrazione), che idealmente dovrebbe essere un multiplo intero del periodo del ciclo di carico.

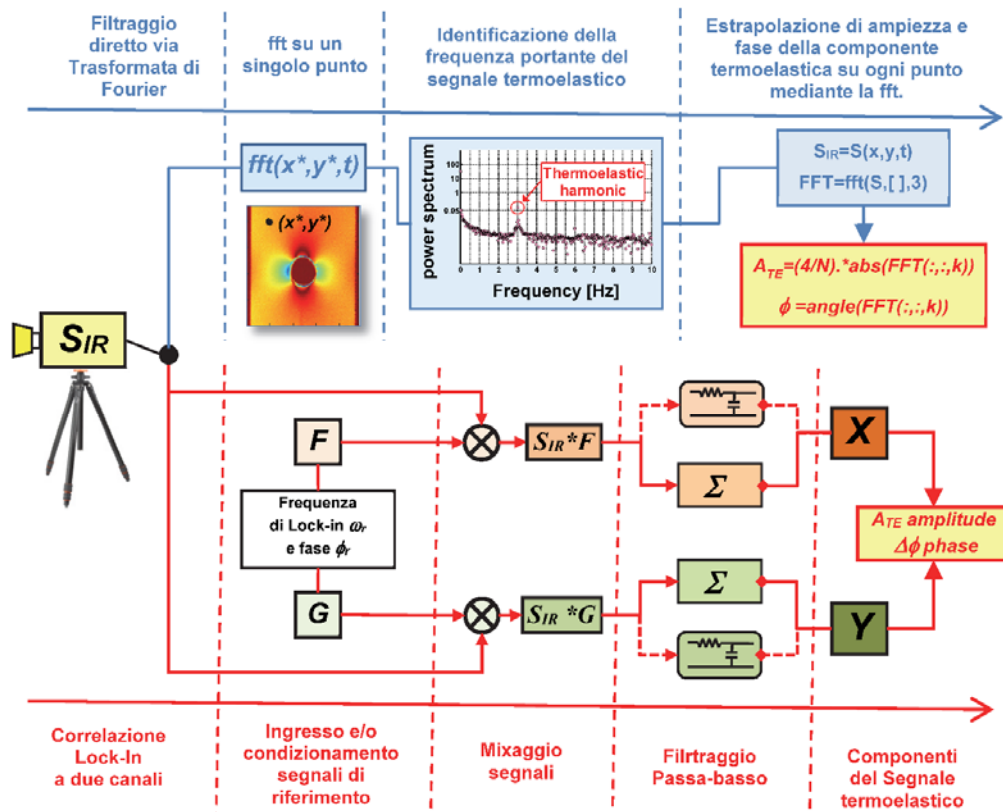
Quindi dall'operazione di filtraggio, o integrazione, si ottengono le componenti in fase e in quadratura del segnale termoelastico rispetto al segnale di riferimento, ovvero:

$$\begin{cases} X = A_{TE} \cdot \cos(\phi - \phi_r) \\ Y = A_{TE} \cdot \sin(\phi - \phi_r) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_{TE} = \sqrt{X^2 + Y^2} \\ \Delta\phi = (\phi - \phi_r) = \tan^{-1}(Y/X) \end{cases} \quad (6)$$

I tre sistemi commerciali per TSA citati nell'Introduzione si differenziano nelle modalità di implementazione della Correlazione Lock-In. In particolare lo SPATE, che è un dispositivo ad unico sensore, utilizza un modulo fisico, inviando il segnale del sensore ad un lock-in amplifier. Il Deltatherm ed i sistemi FLIR, che invece dispongono di una matrice di sensori (Focal Plane Arrays), eseguono fisicamente il mixaggio del segnale termografico con il segnale di riferimento, in moduli hardware in genere integrati nel corpo della termocamera. Il filtraggio passa basso è invece eseguito per via numerica, attraverso la sommatoria su un tempo scelto dall'operatore (tempo di integrazione del segnale termoelastico) delle componenti mixate (termini delle eq. 5).

Una rappresentazione schematica della Correlazione Lock-In descritta in precedenza è fornita in Figuraura 1, dove i filtri passa basso sono definiti con simbolo di sommatoria se implementati numericamente, o come generico schema di circuito RC se realizzati analogicamente (amplificatori lock-in).

Una caratteristica comune a tutti e tre i sistemi commerciali citati, è l'impiego di un segnale di riferimento esterno, che dovendo fornire la frequenza di filtraggio, deve idealmente essere estrapolato dal sistema di carico (cella di carico, generatore di funzione del controller della macchina di carico, ecc..) o generato dalla risposta meccanica del provino (segnale di deformazione mediante estensimetri elettrici, ecc..). In realtà è possibile fornire un segnale di riferimento indipendente dal setup di prova, ad esempio mediante un generatore di funzioni. In questo caso l'operatore sceglierà la frequenza nominale del segnale di riferimento, che però potrebbe discostarsi da quella effettivamente agente sul provino.



Figuraura 1: confronto schematico del trattamento del segnale termografico mediante Correlazione Lock-In (in basso), e applicazione diretta della Trasformata di Fourier (in alto). N è il numero di termogrammi campionati e k l'indice di posizione del valore di frequenza di lock-in nel tensore.

Nell'analisi inoltre si può far variare lo sfasamento tra segnale di riferimento e segnale termografico, per cui il valore di ϕ ottenuto dalla Correlazione Lock-In è in realtà la differenza di fase tra segnale termoelastico e segnale di riferimento, $\Delta\phi$, che in genere non è direttamente correlabile con il significato fisico del segno dell'invariante lineare delle tensioni. Il segnale termoelastico è, per sua natura, sempre in sincrono con il segnale di carico F della macchina di prova, ed è in fase o in opposizione di fase a

seconda se ΔF e $\Delta(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ sono equiversi o meno (ciò dipende dalla natura della distribuzione delle tensioni nel corpo). Se quindi si fa in modo di sincronizzare il segnale di riferimento con il segnale di carico della macchina di prova, allora sarà $\Delta\phi=0^\circ$ o $\Delta\phi=180^\circ$. L'attribuzione dell'angolo corretto dipenderà quindi in ultima analisi dalla capacità di discernere il segno dell'invariante lineare delle tensioni da parte dell'operatore. Può ad esempio essere utile la conoscenza del segno della tensione su un bordo del provino o in un qualsiasi punto particolare.

2.1. Filtraggio della componente termoelastica mediante Trasformata di Fourier

La Correlazione Lock-In descritta in precedenza è in genere riferita come una tecnica atta ad estrarre un segnale modulato con una ben precisa portante da un ambiente estremamente rumoroso in un ampio spettro. Se da un punto di vista fisico la Correlazione Lock-In si traduce nel classico schema di funzionamento degli amplificatori lock-in (rappresentato in Figura. 1), da un mero punto di vista algebrico-numericò, la procedura è del tutto equivalente alla determinazione di una componente armonica di un segnale mediante Trasformata di Fourier.

Infatti la definizione della k -esima armonica della Trasformata Discreta di Fourier (TDF) di un segnale S campionato in un intervallo di tempo $(N-1)\times\Delta t$ è definita come [14]:

$$H_k = \sum_{j=1}^N S_j \cdot \left[\cos\left(\frac{2\pi k}{N-1} j\right) - i \cdot \sin\left(\frac{2\pi k}{N-1} j\right) \right] \quad (7)$$

La parte reale e immaginaria di H_k sono direttamente proporzionali alle definizioni delle componenti del segnale termoelastico X ed Y (vedi Eq. (4) e (5)), ponendo $S=S_{IR}$ e $\phi_r=0$ e la costante di proporzionalità pari a $2/N$.

Sulla base dell'osservazione precedente quindi, nota la frequenza del segnale termoelastico, la Correlazione Lock-In può essere sostituita senza alcuna differenza computazionale da una semplice Trasformata Discreta di Fourier del segnale campionato. Si può in particolare ricavare l'ampiezza del segnale termoelastico dalla componente corrispondente ad ω_r nello spettro di potenza, e la fase dalle parti reali ed immaginarie:

$$(A_{TE})_{peak-to-peak} = 2 \cdot \frac{2}{N} |fft - S_{IR}(\omega_r)| \quad (8)$$

$$\phi = a \tan 2(\text{Im}(fft - S_{IR}(\omega_r)) / \text{Re}(fft - S_{IR}(\omega_r))) \quad (9)$$

eve fft indica la funzione *fast fourier transform* di Matlab che ottimizza il calcolo della TDF, e atan2 la funzione arcotangente a due argomenti per discriminare il segno e quindi il quadrante corretto dell'angolo di fase. Si noti che il primo coefficiente 2 nella eq. (8) si introduce per ottenere l'ampiezza picco-picco.

Per quanto riguarda la fase determinata dalla TDF, essa rappresenterà lo sfasamento del segnale termoelastico rispetto al momento di inizio della finestra temporale di campionamento, e non rispetto al segnale di riferimento come nel caso della Correlazione Lock-In. L'applicazione diretta della TDF consente in particolare di fare a meno del segnale di riferimento, purché sia nota la frequenza ω_r del segnale termoelastico, che individua l'armonico da filtrare.

Nel presente lavoro la procedura appena descritta è stata implementata in ambiente Matlab. La frequenza di filtraggio ω_r è stata scelta in particolare analizzando lo spettro di potenza del segnale su un punto scelto dall'operatore. Se il segnale termoelastico sul punto scelto è sufficientemente grande, l'ampiezza della relativa armonica nel dominio delle frequenze è in genere facilmente individuabile, presentandosi come un picco locale.

Nella prossima sezione si descriverà un set-up sperimentale messo a punto per implementare la procedura di determinazione del segnale termoelastico descritta, e confrontarla con la procedura di Correlazione Lock-In classica, eseguita mediante software commerciale.

3. VALIDAZIONE SPERIMENTALE

L'attività sperimentale è consistita nel ricavare il segnale termoelastico a campo intero dal segnale termografico rilevato su provini con campo tensionale noto, sollecitati da carichi sinusoidali. Il segnale termoelastico è ottenuto sia mediante la procedura prevista dal sistema commerciale, che dall'algoritmo di filtraggio basato sulla TDF, descritto nella sezione 2.1.

3.1. Provini analizzati e piano di prove

L'analisi è stata condotta su un provino di flessione a quattro punti (denominato *fpb*), ed uno di trazione con foro al centro (denominato *th*). I due provini analizzati sono entrambe di polimetilmetacrilato (PMMA). La scelta di tale materiale, facilmente reperibile e sagomabile, è dovuta inoltre alla possibilità di monitorare lo stato tensionale con la Fotoelasticità. Un polariscopio circolare con una sorgente luminosa in luce bianca è stato inserito nella macchina prova materiali consentendo di verificare il campo tensionale effettivamente introdotto sui provini. In Figura 2 sono raffigurate le isocromatiche rilevate sui due provini caricati con polariscopio circolare a campo scuro.

Entrambe i provini sono stati tagliati dalla stessa lastra di PMMA, con spessore 6 mm. Il provino *th* ha una larghezza di 40 mm ed un foro al centro di 10 mm, mentre il provino *fpb* ha dimensioni frontali 175×30 mm, una span maggiore di 120 mm e la minore di 60 mm. I provini sono stati parzialmente dipinti con una vernice nera matta RS, avente l'intento di incrementare ed uniformare l'emissività del materiale nell'infrarosso e ridurre i disturbi ambientali legati alla riflessione.

I provini sono stati sollecitati su una macchina servoidraulica MTS 810. Ogni provino è stato sottoposto a tre ampiezze di carico. Ogni set di parametri di carico è stato applicato con valori di frequenza da 1 a 6 Hz con step di 1 Hz, e per ogni condizione si è misurato il segnale termografico su una finestra temporale di 30 secondi. La tabella 1 riassume le diverse condizioni di carico applicate.

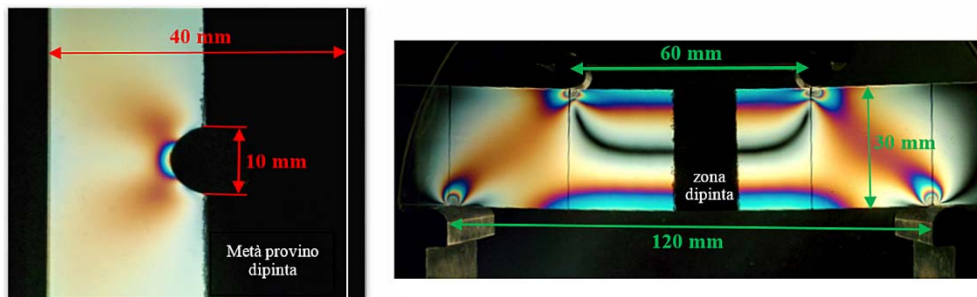


Figura 2: provini *th* (a destra) e *fpb* (a sinistra) con andamento isocromatiche.

Tabella 1: parametri di carico del piano di prove

Provino	Carico medio [N]	Ampiezza di carico [N]	Frequenza [Hz]
<i>fpb</i>	-1	±0.3; ±0.45; ±0.6	1;2;3;4;5;6
<i>th</i>	-1	±0.3; ±0.6; ±0.9	1;2;3;4;5;6

1 linea vuota

3.2. Set-Up termografico

Il segnale termografico è stato misurato con una termocamera Flir X6540sc, dotata di sensore InSb FPA da 640×512 pixels, ed equipaggiata con lente di focale 50 mm ed F2. Per tutte le acquisizioni analizzate in questo lavoro si sono inoltre seguiti i seguenti step di configurazione:

- scelta della modalità di acquisizione ITR (Integrate Than Read), con un *integration time* di 1206 μ s, ottimizzato per un range di temperature da 5 °C a 85 °C;
- correzione NUC (non-uniform conformity) del sensore;
- scelta della modalità full window (no sub-windowing);
- campionamento ad 80 Hz su una finestra temporale di 30 secondi.

La termocamera è stata controllata in remoto mediante il software *Flir Research IR*, con trasferimento dati su PC mediante collegamento Giga-Ethernet. Tale interfaccia ha garantito il corretto trasferimento di tutti i termogrammi secondo i parametri di campionamento impostati.

Ogni sequenza di termogrammi (per ogni set di parametri di carico) è stata salvata da *Research IR* in formato proprietario Flir (.ptw) per il postprocessamento off-line con il software *Flir Thesa*, ed in formato .mat per l'importazione ed il post-processamento in *Matlab*. I dati esportati sono stati i valori di temperatura secondo la calibrazione eseguita dal sistema Flir.

Il *Thesa* in particolare esegue la Correlazione Lock-In per l'estrapolazione del segnale termoelastico. Per poter eseguire tale correlazione il file .ptw deve contenere i dati del segnale di riferimento da correlare con il segnale termografico. Ciò si realizza inviando in ingresso al connettore indicato con *lock-in*, posto sul retro della termocamera, un segnale di riferimento opportunamente condizionato, durante l'acquisizione del segnale termografico. Nel presente lavoro non è stato possibile utilizzare i segnali di uscita del sistema MTS, direttamente correlati alla frequenza di carico applicata ai provini, e ciò a causa della richiesta dell'hardware Flir di segnali ad alta impedenza e della indisponibilità di tale tipo di condizionamento da parte dell'hardware MTS. Si è ovviato al problema generando il segnale di riferimento ad alta impedenza e con ampiezza picco-picco di 3 Volts, con un generatore di funzione Agilent 33220A, impostando manualmente i valori nominali di frequenza di carico relativi ad ogni prova.

3.2. Risultati e discussione

In Figura 3 si riporta lo spettro di potenza nel dominio delle frequenze dalla applicazione della FFT sul segnale misurato su un punto del provino *fpb*. Se il punto scelto genera un segnale termoelastico sufficientemente elevato, allora il valore di potenza alla frequenza di carico nello spettro è ben al di sopra del valore delle altre armoniche. Ciò rende quindi possibile identificare la frequenza di tale armonica come frequenza di "filtraggio". È possibile che il segnale termoelastico sia completamente sepolto da rumore, per cui il picco nello spettro non è identificabile con sufficiente confidenza. In tal caso o si monitorano più punti opportunamente scelti in zone dove è probabile una concentrazione di tensione (segnale termoelastico più elevato), o si deve scegliere la frequenza di filtraggio come quel valore dello spettro più vicino alla frequenza nominale di carico applicata.

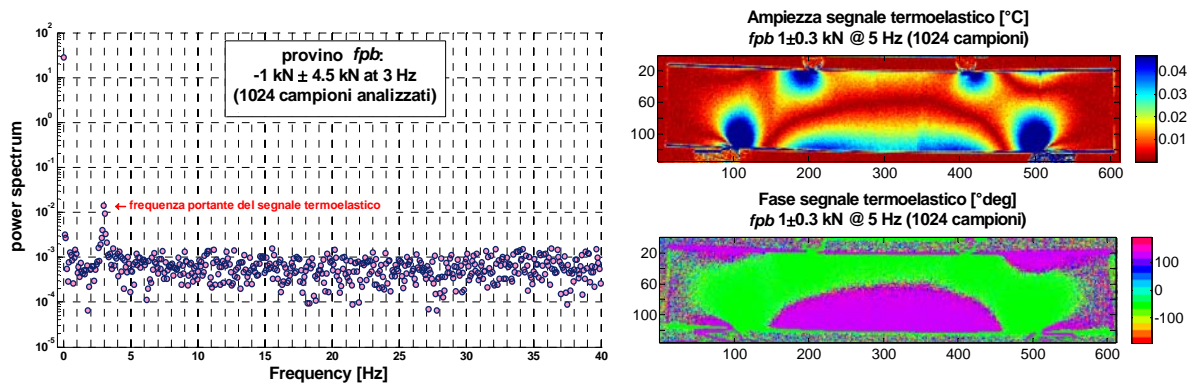


Figura 3: a sinistra un esempio di spettro del segnale termografico su un punto del provino *fpb* ove è possibile riconoscere l'armonica del segnale termoelastico. A destra un esempio di mappe di ampiezza e fase del segnale termoelastico ottenute con il filtraggio diretto dei dati mediante *Fast Fourier Transform*.

In Figura. 3 sono riportati anche due esempi di mappe di ampiezza e fase a campo intero per il provino *fpb* determinate mediante le eq. 8 e 9, e quindi mediante filtraggio diretto con la TDF (o il suo equivalente FFT in Matlab). In Figura 4 si mostra anche un confronto qualitativo tra isopache ed isocromache dal quale si evince che la posizione dell'asse neutro di flessione è individuata dalle due tecniche, TSA e fotoelasticità, nella stessa posizione. Si può notare che l'asse neutro non cade esattamente in mezzeria, probabilmente a causa di effetti spuri di carico non uniforme o imperfezioni geometriche del provino. In ogni caso tali asimmetrie non sono da imputare alla TSA essendo egualmente rilevate dalla fotoelasticità.

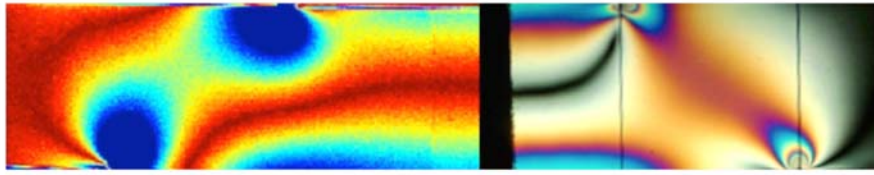


Figura 4: confronto tra isopache ricavate con la TSA (filtraggio via TFD) e isocromatiche per il provino *fpb*.

Dalle Figura. 3 e 4 si nota anche che l'ampiezza del segnale termoelastico è solo lievemente influenzata dalla vernice nera. Quindi l'emissività del PMMA sembra di per se sufficientemente alta da fornire un buon segnale termografico. Si è tuttavia notato che la superficie del PMMA è più prona ad effetti di riflessione, e con la termocamera posta frontalmente al provino non dipinto si possono verificare notevoli disturbi dovuti alla riflessione delle parti calde del corpo macchina, che invece non si verificano con provino dipinto.

Sia le mappe di ampiezza che di fase ottenute a tutti i valori di carico e frequenza analizzati riproducono correttamente il comportamento teorico atteso. In particolare si vede che lo sfasamento di 180° della mappa di fase identifica le zone ove il segno dell'invariante lineare si inverte. Focalizzando l'attenzione nella zona centrale del provino, tra i due punti di carico della span minore, si nota come la mappa di ampiezza, essendo calcolata in modulo, è pari a zero nella zona dell'asse neutro e cresce linearmente spostandosi verso le estremità superiore ed inferiore. La mappa di fase invece discrimina le zone a trazione ed a compressione con uno sfasamento di 180° .

Per brevità si omette di riportare i risultati ottenuti alle varie ampiezza e frequenze di carico. Dall'analisi di tutti i set di carico è comunque emerso che il segnale termoelastico è ben linearmente proporzionale all'ampiezza di carico applicata, e pressoché inalterato al variare della sola frequenza. In particolare anche ad 1Hz non si sono rilevati sintomi di comportamento non-adiabatico, a testimonianza che per le plastiche in genere tale soglia si frequenza è molto bassa.

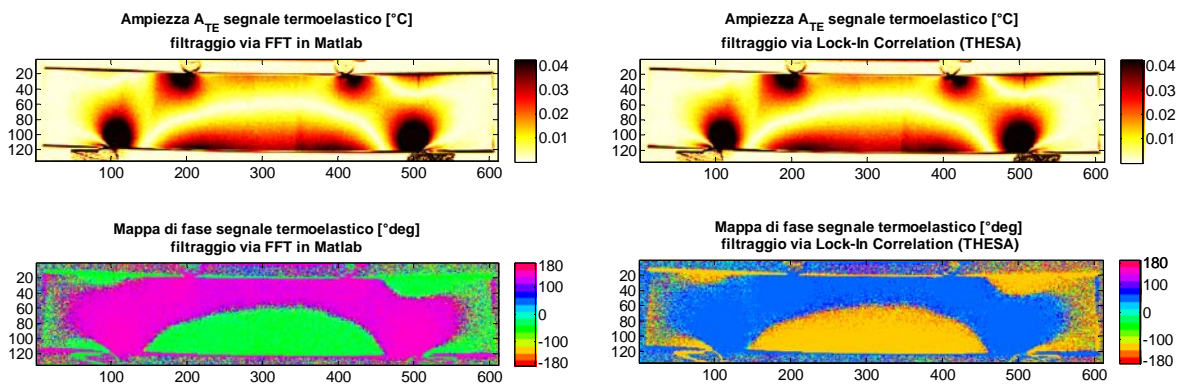


Figura 5: mappe di ampiezza e fase del segnale termoelastico ricavate a (sinistra) con il filtraggio via FFT in Matlab, ed a (destra) dal software *Thesa* di Flir. Provino sollecitato a -1 ± 0.3 kN @ 3 Hz (2048 campioni).

In Figura 5 si riporta un esempio di confronto tra i dati di ampiezza e fase ottenuti con il Thesa, e quelli ottenuti con Matlab ed il filtraggio via FFT. In particolare per quanto riguarda la mappa di ampiezza i risultati del Thesa sono stati importati in Matlab e rappresentati con la stessa colormap e scala usate per i risultati dell'algoritmo FFT, per accentuare come i valori ottenuti con i due metodi sono sostanzialmente identici, confermando l'osservazione fatta nella Sezione 2.1 sulla equivalenza della Trasformata Discreta di Fourier e della Correlazione Lock-In. Anche il confronto tra le mappe di fase appare qualitativamente identico. Quantitativamente si vede che le due mappe sono sempre shiftate di un valore costante. Ciò conferma quanto già detto nella Sezione 2. Infatti la fase calcolata dalla TDF è quella tra segnale termoelastico e l'istante iniziale di campionamento, mentre con la Correlazione Lock-

In eseguita dal Thesa la fase è quella tra il segnale di riferimento e il segnale termoelastico. E' quindi ovvio che le due fasi differiranno di una stessa quantità costante per tutti i punti analizzati.

Combinando la legge dell'effetto termoelastico, con l'espressione dell'andamento delle tensioni in una sezione verticale del provino *fpb* compresa tra i punti di carico (zona a momento flettente costante e taglio nullo), si ottiene facilmente la seguente espressione utile per la calibrazione della costante termoelastica:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Delta T}{T_o} \right) = K_{TE} \cdot \frac{3}{4} \frac{\Delta F (L_e - L_i)}{bh^3} \quad (10)$$

Con z asse verticale, b ed h spessore e larghezza della trave, L_e distanza tra i supporti (span maggiore) ed L_i distanza tra i punti di carico (span minore). Applicando la (10) alle 18 acquisizioni (3 ampiezze di carico per 6 frequenze), si è ottenuto un valor medio della costante termoelastica K_{TE} pari a $45,1 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$, che è un valore plausibile per il PMMA.

Per quanto riguarda il provino *th*, un esempio di mappe di ampiezza e fase del segnale termoelastico ottenute con il filtraggio diretto via FFT è riportato in Figura. 6. In particolare per la mappa di ampiezza A_{TE} si è utilizzata la costante termoelastica ricavato con il provino *fpb* per calibrar la mappa in unità di misura di MPa. Si nota inoltre che tra parte dipinta e non dipinta vi è solo una lieve differenza di emissività e A_{TE} è anzi leggermente più elevata sul lato non dipinto, mentre non si nota alcuna differenza sulla mappa di fase. In Figura 6 è riportato anche l'andamento del segnale lungo la sezione di mezzeria dal bordo del foro al bordo laterale del provino. Tale segnale è normalizzato rispetto al valore nominale mediato su una area lontana dalla zona di concentrazione di tensione. L'andamento normalizzato è ricavato da prove a diversa frequenza di carico e confrontato con la previsione numerica ottenuta con un semplice modello FEM in Ansys. Si può vedere l'ottima corrispondenza tra risultati sperimentali e numerici sino alla prossimità del foro, dove i noti effetti di bordo corrompono il segnale termoelastico non permettendo di rilevare il picco di concentrazione di tensione.

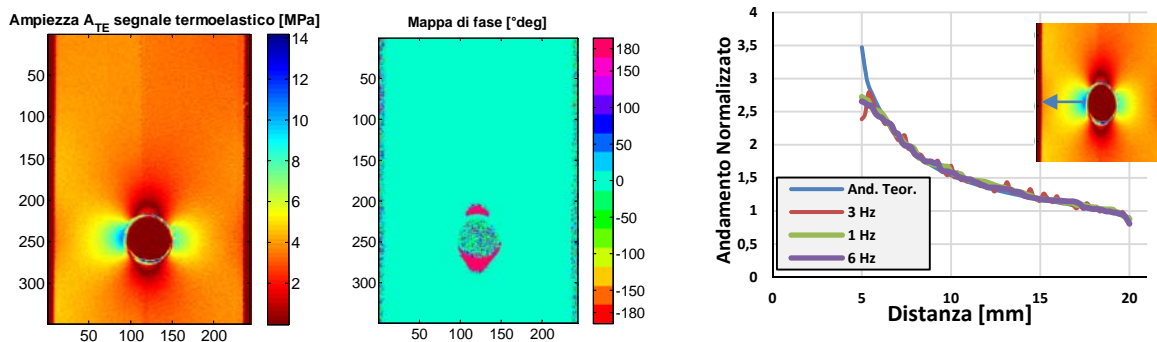


Figura 6: a sinistra mappe del segnale termoelastico sul provino *th* sollecitato con un carico di 1 ± 0.6 kN @ 3 Hz (2048 campioni). Le mappe sono ricavate con l'applicazione il filtraggio diretto via FFT, e calibrate con la costante termoelastica ottenuta dal provino *fpb*. A destra si mostra l'andamento del segnale termoelastico normalizzato sulla sezione di mezzeria del provino.

4. CONCLUSIONI

Nel presente lavoro si è implementato con successo un algoritmo in ambiente Matlab per l'analisi offline del segnale termografico e determinazione del segnale Termoelastico. In particolare nel lavoro si è evidenziato come gli approcci classici di Correlazione Lock-In implementati tradizionalmente nei sistemi commerciali per la TSA siano numericamente del tutto equivalenti alla determinazione delle armoniche del segnale campionato mediante la Trasformata Discreta di Fourier. Nel presente lavoro quindi le sequenze di termogrammi sono importate in Matlab ed analizzate mediante la Fast Fourier Transform. L'armonica relativa al segnale termoelastico è spesso facilmente riconoscibile dallo spettro

di potenza, e quindi l'individuazione della corretta frequenza di filtraggio non necessita di un segnale di riferimento esterno correlato al carico applicato sul provino.

L'algoritmo proposto ha riprodotto gli stessi risultati di software commerciali quali il THESA (FLIR). Inoltre l'algoritmo richiede solo poche e semplici righe di comando, ed ha una velocità e robustezza uguali se non spesso superiori al software commerciale, oltre ad una maggiore versatilità essendo capace di interfacciarsi con sequenze di termogrammi acquisibili con diversi sistemi termografici, e non necessitando dell'informazione del segnale di riferimento tipica della Correlazione Lock-In.

Nel presente lavoro si è quindi validata la procedura proposta di filtraggio del segnale termoelastico su due case studies (un provino di flessione a 4 punti ed un provino di trazione con foro), analizzati variando sia l'ampiezza che la frequenza di carico. In entrambe i casi la determinazione del segnale termoelastico con l'algoritmo proposto ha prodotto i risultati attesi sia rispetto al comportamento teorico previsto, che in confronto con l'analisi con il software THESA.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Pitarresi G, Patterson EA (2003) A review of the general theory of thermoelastic effect. *J. Strain Analysis* 38(5): 405–417.
- [2] Dulieu-Barton JM, Stanley P (1998) Development and applications of thermoelastic stress analysis. *J. Strain Analysis* 33(2):93–104.
- [3] Greene RJ, Patterson EA, Rowlands RE (2008) Thermoelastic Stress Analysis in Handbook of Experimental Solid Mechanics, (ed. Sharpe W.N.Jr.) 3rd edition, Springer Publication - Chapter 26.
- [4] Stanley P (2008) Beginnings and early development of thermoelastic stress analysis. *Strain* 44(4):285–297.
- [5] Audenino AL, Crupi V, Zanetti EM (2004) Thermoelastic and elastoplastic effects measured by means of a standard thermocamera. *Expl Techs* 28:23–28.
- [6] Pitarresi G, D'Acquisto L, Siddiolo AM (2008) Thermoelastic stress analysis by means of an infrared scanner and a two-dimensional fast fourier transform-based lock-in technique. *J Strain Anal Eng. Des.* 43(6):493-506.
- [7] Rajic N, Rowlands D. Thermoelastic stress analysis with a compact low-cost microbolometer system. *Quantitative InfraRed Thermography Journal*. 2013;10(2):135-58.
- [8] Mountain DS, Webber, JMB (1978) Stress pattern analysis by thermal emission (SPATE), *Proc. Soc. Photo Opt. Inst Eng.*, 164:189-196.
- [9] Lesniak JR, Boyce BR (1994) A High-Speed Differential Thermographic Camera. In proceedings of the SEM Spring Conference on Experimental Mechanics, Baltimore, Maryland, 1994:491-499.
- [10] Brémond P, Potet P (2001) Lock-in thermography: a tool to analyze and locate thermomechanical mechanisms in materials and structures. *Thermosense XXIII - Proc. SPIE* 4360:560.
- [11] Breitenstein O, Warta W, Langenkamp M (2010) *Lock-in Thermography*, Springer, 2nd Ed.
- [12] Pitarresi G. Lock-in signal post-processing techniques in infra-red thermography for materials structural evaluation. *Experimental Mechanics*. 2013 (DOI: 10.1007/s11340-013-9827-1).
- [13] Galietti U, Modugno D and Spagnolo. A novel signal processing method for TSA applications. *Measurement Science and Technology*. 16(11), 2005, 2251-2260.
- [14] Petrucci G. *Lezioni di Costruzione di Macchine: Approfondimenti su Fatica ad Ampiezza Variabile*. http://www.unipa.it/giovanni.petrucci/Disp/Fatica3_App.pdf.