



Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture

Graduate School in Structural Engineering

Sede: Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e
Aerospaziale

Università degli Studi di Palermo

Viale delle Scienze, 90128 Palermo (Italy)

Coordinatore: Prof. Lidia La Mendola

**Analisi teorico-sperimentale del comportamento di
regioni diffusive in cemento armato**

Tesi di Dottorato di

Ing. Giovanni Minafò

Relatore:

Prof. Giuseppe Campione

Settore Disciplinare ICAR 09

*Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture - XXIII Ciclo
Palermo, 31 Gennaio 2012*

A mio padre.

INDICE

INTRODUZIONE	I
CAPITOLO 1 - REGIONI DIFFUSIVE: STATO DELL'ARTE	
1.1 Introduzione	1
1.2 Regioni "bernoulliane e regioni "diffusive"	1
1.3 La modellazione tirante-puntone	4
1.3.1.Sviluppo storico	4
1.3.2 Principi del metodo	7
1.4 Elementi soggetti a carichi concentrati	15
1.4.1 Considerazioni generali	16
1.4.2 Modelli teorici	19

1.5 Pilastri forati	36
1.5.1 Considerazioni generali	36
1.6 Travi alte forate	43
1.6.1 Considerazioni generali	44
1.6.2 Modelli teorici	48

CAPITOLO 2 - PROGRAMMA SPERIMENTALE

2.1. Introduzione	57
2.2. Indagine sperimentale su pilastri soggetti alla prova di sovracarotaggio superficiale	58
2.2.1. Confezionamento dei provini	59
2.2.2. Apparecchiature di prova ed acquisizione dati	64
2.2.3. Caratterizzazione meccanica dei materiali	70
2.3. Indagine sperimentale su elementi caricati su una porzione ridotta e su elementi forati	78
2.3.1. Confezionamento dei provini	78
2.3.2. Apparecchiature di prova ed acquisizione dati	80
2.3.3. Caratterizzazione meccanica dei materiali	85
2.4. Indagine sperimentale su travi tozze forate	89

2.4.1. Confezionamento dei provini	90
2.4.2. Apparecchiature di prova ed acquisizione dati	92
2.4.3. Caratterizzazione meccanica dei materiali	94

CAPITOLO 3 – RISULTATI SPERIMENTALI

3.1 Introduzione	99
3.2 Prove di sovracarotaggio e di compressione a rottura su elementi in c.a.	99
3.2.1 Prove di sovracarotaggio	99
3.2.2 Prove di compressione a rottura su elementi forati	107
3.3 Prove di compressione su puntoni a collo di bottiglia ed elementi forati	111
3.3.1 Prove di compressione su puntoni a collo di bottiglia	111
3.3.2 Prove di compressione su elementi forati	116
3.4 Prove di flessione su travi tozze forate	122

CAPITOLO 4 – MODELLAZIONE NUMERICA E ANALITICA

4.1 Introduzione	135
4.2 Cenni alla modellazione numerica attraverso il codice ATENA	136

4.3 Modello per la valutazione della capacità portante di elementi compressi forati	141
4.3.1 Analisi parametrica	150
4.3.2 Confronto con valori sperimentali e analisi numeriche	152
4.4 Modello per la previsione del comportamento flessionale di travi alte forate	156
4.4.1 Analisi parametrica	164
4.4.2 Confronto con valori sperimentali e analisi numeriche	167
4.5 Modellazione del comportamento di nodi esterni trave-colonna	171
4.5.1 Caratterizzazione del comportamento della trave	172
4.5.2 Caratterizzazione del comportamento della colonna	175
4.5.3 Modellazione del nodo	178
4.5.4 Aste compresse della regione nodale	179
4.5.5 Aste tese della regione nodale	181
4.5.6 Contributo del nodo	183
4.5.7 Confronto con valori sperimentali e analisi numeriche	185
CONCLUSIONI	189
BIBLIOGRAFIA	193

INTRODUZIONE

Nonostante siano trascorsi più di cento anni dalla formulazione di Morsch (1902) del traliccio equivalente per lo studio delle travi soggette a taglio, nelle ultime due decadi numerose ricerche hanno studiato il comportamento di regioni diffuse in elementi in cemento armato, con particolare riguardo alle tecniche di modellazione tirante-puntone (“strut-and-tie model”). Infatti, sino a poco tempo fa i metodi di progetto di alcuni elementi strutturali sede di discontinuità statica o geometrica erano basati su formule di carattere empirico, derivanti prevalentemente dall’osservazione sperimentale. Gli studi condotti alla fine degli anni ’80 da Marti (1985) e Schlaich (1987) hanno portato ad un notevole sviluppo della comprensione del comportamento delle regioni diffuse e della tecnica di modellazione “strut-and-tie”, fornendo per quest’ultima le basi teoriche ai fini di una sua razionale applicazione. Tali modelli contribuiscono a dare evidenza fisica all’effettivo comportamento strutturale e consentono al progettista di cogliere sia i meccanismi di trasferimento degli sforzi, che i fenomeni locali finalizzati alla scelta delle disposizioni costruttive di dettaglio. Tuttavia, il vasto ambito applicativo e la varietà di tipologie di regioni di discontinuità hanno reso variegata la produzione scientifica, e conseguentemente le principali normative internazionali (ad esempio gli Eurocodici, le norme

americane ACI, quelle canadesi CSA o le neozelandesi NZS) hanno recepito solo in parte metodi e prescrizioni derivanti dagli studi più recenti. Esempio di quanto detto è il caso degli elementi soggetti a discontinuità geometrica a causa della presenza di un foro circolare, che insieme ai puntoni a collo di bottiglia e ai nodi trave-colonna sono l'oggetto della presente tesi. Sebbene la presenza di fori in alcuni elementi strutturali sia ormai piuttosto frequente (basti pensare alle indagini distruttive o semi-distruttive su edifici esistenti per le quali si eseguono operazioni di carotaggio o ai fori presenti negli elementi strutturali per il passaggio di impianti attraverso travi o pareti), poche indicazioni sono reperibili in letteratura e nelle principali normative per poter tenere conto degli effetti del foro sulla riduzione della capacità portante e sull'aumento della deformabilità dell'elemento strutturale.

La presente tesi ha quindi l'obiettivo di studiare il comportamento di alcune tipologie di regioni diffusive attraverso analisi sperimentali e teoriche; quest'ultime condotte con modelli analitici semplificati di tipo tirante-puntone, validati attraverso dati sperimentali e analisi numeriche con la tecnica degli elementi finiti, che permettono di trarre alcune considerazioni di carattere generale.

Nel primo capitolo della tesi si illustrano le problematiche generali riguardanti il comportamento delle regioni diffusive nelle strutture in cemento armato. Vengono passati in rassegna i principali modelli teorici esistenti in letteratura riguardanti i puntoni a collo di bottiglia, a partire dai modelli classici basati sulla teoria dell'elasticità sino alle più recenti tecniche di analisi basate sull'uso degli elementi finiti. Si analizzano anche i principali studi analitici e sperimentali riguardanti il comportamento di elementi forati.

Nel secondo capitolo vengono introdotte le indagini sperimentali svolte, riguardanti il comportamento in compressione di elementi caricati su una porzione ridotta e di elementi forati soggetti a compressione o a flessione, descrivendo le fasi di confezionamento dei provini, le macchine da prova adoperate e il sistema di acquisizione dati adottato per ogni singola indagine.

Nel terzo capitolo vengono presentati i risultati ottenuti dalle indagini sperimentali condotte. Vengono mostrate le curve carico-accorciamento delle colonne compresse, valutando le riduzioni di capacità portante dovute alla ridotta area di caricamento, nel caso dei puntoni a collo di bottiglia, o alla presenza del foro nel caso di elementi forati. Con riferimento alla seconda indagine sperimentale riguardante la tecnica del sovracarotaggio, vengono mostrati i risultati in termini di deformazioni rilevate durante la prove. Vengono mostrati i risultati delle prove di compressione a rottura condotte sui pilastri soggetti al sovracarotaggio, evidenziando come la presenza del foro modifichi la risposta dell'elemento compresso. Infine vengono illustrati i risultati dell'analisi sperimentale condotta su travi tozze forate, mostrando le curve carico-freccia ottenute e commentando i dati acquisiti in termini deformazioni dei puntoni interni e di quadri fessurativi rilevati.

Il quarto ed ultimo capitolo è dedicato all'analisi teorica e alla modellazione analitica delle regioni diffusive analizzate. Viene presentato un modello semplificato per la valutazione della capacità portante degli elementi compressi forati, mostrando l'influenza dei vari parametri (diametro e posizione del foro, quantitativo di armatura trasversale e longitudinale, resistenza del calcestruzzo) sulla riduzione della resistenza della colonna. Vengono inoltre mostrate alcune applicazioni teoriche e si riportano indicazioni sul massimo diametro del foro consentito e la percentuale minima di armatura trasversale da prevedere. I risultati ottenuti con il modello vengono confrontati con i dati sperimentali rilevati e con le analisi numeriche. Nel seguito viene presentato il modello a traliccio per la previsione della risposta di travi alte forate. Si riportano quindi esempi di curve carico-freccia al variare dei diversi parametri (diametro del foro, percentuali di armatura trasversale e longitudinale) e si forniscono indicazioni sul quantitativo di armatura trasversale minima per evitare significative riduzioni di resistenza. La terza ed ultima modellazione analitica riguarda il comportamento di nodi trave-colonna in strutture in c.a. Viene presentato un macromodello attraverso il quale viene determinata la risposta del sub-assemblaggio.

CAPITOLO 1

REGIONI DIFFUSIVE: STATO DELL'ARTE

1.1 **Introduzione**

In questo capitolo si richiamano i concetti generali riguardanti il comportamento delle zone degli elementi strutturali sede di discontinuità statica e/o geometrica (note nella letteratura anglosassone come “D-regions”) e si forniscono alcuni concetti fondamentali relativamente alla modellazione a traliccio equivalente (“strut-and-tie”). In particolare si focalizza l’attenzione sugli elementi strutturali soggetti a forze concentrate ed elementi forati, entrambi sede di discontinuità statica e geometrica.

1.2 **Regioni “bernoulliane” e regioni “diffusive”**

E’ ormai consuetudine individuare nelle strutture due tipi di regioni definite come B (da Beam o Bernoulli) e D-regions (da Disturbed o Discontinuity regions). Nelle zone B, che si incontrano nelle sezioni lontane dai vincoli e da azioni localizzate di elementi monodimensionali, le abbondanti indicazioni presenti in letteratura ne permettono la progettazione accurata ed attenta, che è in genere effettuata sulla base delle seguenti ipotesi: - conservazione della sezioni piane (ipotesi di Bernoulli-Navier); -

resistenza a trazione del calcestruzzo trascurabile; - perfetta aderenza acciaio-calcestruzzo; - utilizzo di modelli rappresentativi del legame costitutivo ($\sigma - \epsilon$) dei materiali.

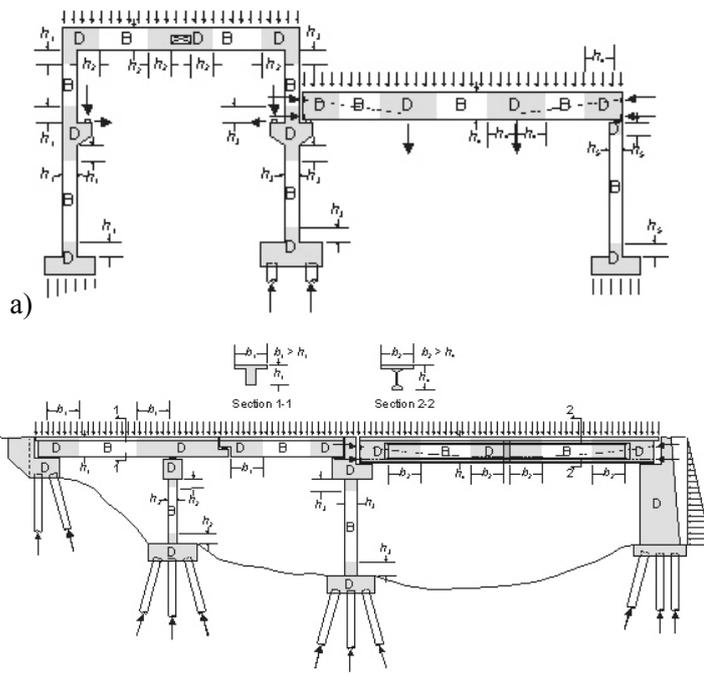


Fig. 1-1 – Esempi di B e D regions in una struttura: a) civile; b) da ponte.

Nelle regioni disturbate invece non è applicabile l'ipotesi di Bernoulli poiché esse sono sede di discontinuità di tipo statico (dovuta ad esempio all'applicazione di forze concentrate o alla reazione dei vincoli) e/o di tipo geometrico (dovuta ad esempio all'irregolarità della forma dell'elemento, come nelle selle Gerber, nelle zone in prossimità di aperture, etc.). Tali discontinuità creano nella strutture o nell'elemento strutturale forti perturbazioni del campo tensionale, tanto maggiori quanto minore risulta l'area di applicazione delle forze. Una struttura può quindi essere idealmente suddivisa, come mostrato in Fig. 1-1a) per una struttura a telaio di tipo civile ed in Fig. 1-1 b) per una struttura da ponte in B-regions e D-regions.

L'individuazione di tali regioni può essere effettuata considerando che le sezioni che separano le due zone si trovano ad una distanza misurata a partire dalla discontinuità pari all'altezza della sezione trasversale dell'elemento, come indicato dall'Eurocodice 2 (2006).

Vi sono dei casi, come ad esempio le mensole tozze, le travi alte e i plinti di fondazione, in cui gli interi elementi strutturali sono sede di discontinuità statica e/o geometrica. Ciò si evince esaminando il tipico andamento delle isostatiche con curvature accentuate e addensate, indotto da azioni concentrate, a differenza dalle B-regions ove le isostatiche sono caratterizzate dalla presenza di campi di sforzo regolari per traiettoria ed intensità. In Fig. 1-2 relativamente ad alcune tipiche regioni diffusive si indicano a tratteggio le isostatiche di compressione ed a tratto intero quelle di trazione.

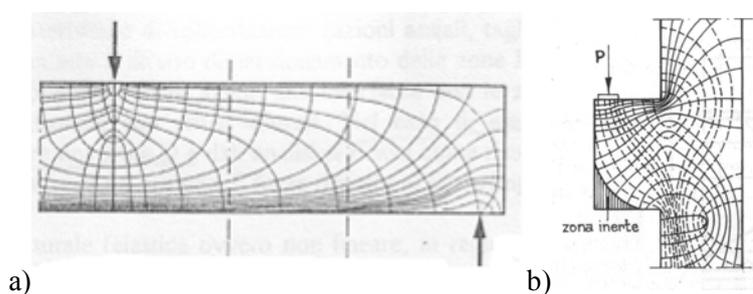


Fig. 1-2 – Traiettorie delle isostatiche di trazione e compressione:

a) trave; b) mensola tozza.

Lo sviluppo e la diffusione del calcolo automatico consente l'utilizzo di programmi di calcolo basati sul Metodo degli Elementi Finiti (FEM) che permettono, attraverso analisi lineari e non lineari –quest'ultime basate su adeguati legami costitutivi dei materiali (in grado di includere i più moderni concetti legati alla meccanica della frattura)– di prevedere la risposta complessiva (sia in termini di spostamenti che di tensioni) delle strutture più complesse tra cui anche le regioni diffusive. In alternativa a questi metodi, si può ricorrere all'utilizzo di schemi discreti (travi reticolari) che, basati sui concetti dell'analisi limite e sulla modellazione della struttura con tralicci

equivalenti, consentono di interpretare con successo il meccanismo di trasmissione dei carichi nei problemi diffusivi e forniscono con un buon livello di approssimazione il carico di rottura.

Il modello a traliccio equivalente se riferito alle zone B viene usualmente indicato in letteratura come "truss model", e se riferito alle zone D viene indicato come modello tirante-puntone ("strut-and-tie model").

1.3 **La modellazione tirante-puntone**

Il modello Strut-and-Tie è una trave reticolare costituita dall'organizzazione di elementi ad asse rettilineo connessi ai nodi che sono sconnessi alla rotazione mentre, per ipotesi, tutte le azioni esterne e le reazioni vincolari sono forze applicate direttamente sui nodi.

L'analisi di una struttura nel suo complesso con il metodo dei tralicci equivalenti richiede l'attivazione delle seguenti fasi: - stima approssimativa delle dimensioni degli elementi principali (base, altezza, spessore); - determinazione di reazioni vincolari e sollecitazioni negli elementi snelli della struttura; - individuazione attraverso un'analisi elastica delle regioni diffusive e bernoulliane; - dimensionamento con le classiche metodologie delle regioni bernoulliane; - individuazione nelle regioni diffusive di adeguati schemi reticolari; - determinazione delle sollecitazioni nei puntoni e nelle regioni nodali; - progetto delle armature costituenti i tiranti e verifica delle condizioni di ancoraggio.

Nel caso di strutture formate solo da regioni diffusive, l'analisi preliminare si riduce invece al calcolo delle sole reazioni vincolari.

1.3.1 **Sviluppo storico**

Le origini del metodo della modellazione tirante-puntone risalgono agli inizi del secolo scorso. Nel 1899 Wilhem Ritter sviluppò un modello a traliccio (Fig. 1-3a) per spiegare il ruolo dell'armatura trasversale nella resistenza a taglio di travi snelle in cemento armato. Infatti, prima di allora si credeva che le staffe esercitassero prevalentemente un effetto di tipo

“spinotto” nei confronti delle deformazioni orizzontali da taglio. La formulazione del traliccio di Ritter chiarì che le staffe erano soggette a trazione e che l'effetto “spinotto” fornito da esse non era il meccanismo resistente principale.

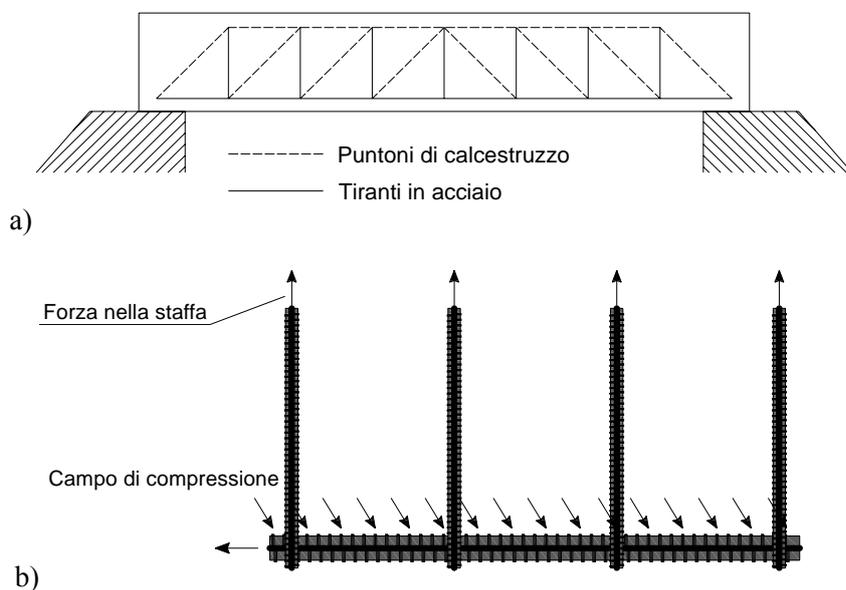


Fig. 1-3 – Primi approcci alla modellazione tirante-puntone: a) modello di Ritter (1899); b) Modifica di Morsch (1902) al modello di Ritter.

Il modello a traliccio di Ritter fu modificato nel 1902 da Morsch, il quale pensò di sostituire le forze concentrate introdotte dalle diagonali compresse attraverso un campo continuo di tensioni di compressione (Fig. 1-3b).

Numerose campagne sperimentali condotte negli Stati Uniti, mostrarono che il modello a traliccio conduceva a previsioni eccessivamente conservative della resistenza a taglio (Talbot, 1909). Esso infatti trascurava la resistenza a trazione del calcestruzzo, che poteva esercitare un ruolo non secondario. Nel 1927, Richart propose un metodo per il progetto delle armature a taglio nel quale i contributi del calcestruzzo e dell'acciaio nella resistenza a taglio erano calcolati separatamente, e quindi successivamente

sommati. In particolare, il contributo del calcestruzzo era dedotto da formule empiriche, basate sull'osservazioni di carattere sperimentale, mentre il contributo delle staffe era calcolato mediante un modello a traliccio nel quale il campo di compressione diagonale aveva una inclinazione di 45° rispetto all'armatura longitudinale. Negli anni a seguire, i modelli a traliccio vennero messi in secondo piano, in favore di modelli sezionali, soprattutto negli Stati Uniti, sino agli inizi degli anni '70, quando il metodo venne ripreso per poter studiare gli elementi in cemento armato soggetti a taglio e torsione.

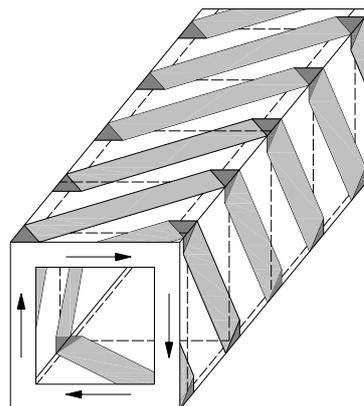


Fig. 1-4 – Traliccio spaziale per la caratterizzazione di un elemento in c.a. soggetto a torsione.

In questo caso, l'elemento strutturale era modellato mediante un traliccio tubolare spaziale che formava una sezione cava (Fig. 1-4) (Lampert and Thürlimann (1971), (Lüchinger (1977), Ramirez and Breen (1983), Mitchell and Collins (1986)).

Il crescente interesse verso il metodo condusse diversi studiosi ad adottare il metodo strut-and-tie per modellare stati tensionali complessi. In particolare Marti (1985) e Schlaich, Schäfer, and Jennewein (1987) proposero diversi approcci alla modellazione di regioni diffusive. Questi lavori fornirono le basi per l'applicazione del metodo a strutture complesse, e vennero recepiti dalle principali normative internazionali. In particolare, le normative canadesi CSA furono le prime a prevedere l'applicazione dei

modelli strut-and-tie (1984), seguite in ordine temporale dalle norme americane sui ponti (AASHTO LRFD Bridge Design Specifications (1998)) ed europee (Eurocodice 2 (2006)). Solo successivamente la modellazione è stata recepita dalle norme tecniche per le costruzioni americane (ACI 318 (2008)) ed italiane (Norme Tecniche per le Costruzioni 2008).

1.3.2 Principi del metodo

Una delle fasi essenziali di questa modellazione è la traduzione dello stato tensionale dedotto dall'analisi strutturale del continuo (2D o 3D) in un corrispondente schema resistente discreto con aste tese e compresse in cui le aste tese simulano le armature disposte. Il modello così fatto risulta quindi la rappresentazione discreta del campo tensionale continuo in un elemento strutturale in calcestruzzo armato fessurato, ed è costituito da elementi compressi ed elementi tesi interconnessi tra loro in regioni nodali.

Gli elementi principali necessari per la formazione di un modello strut-and-tie sono:

- i puntoni di calcestruzzo (bielle compresse o "strut");
- i tiranti in acciaio (bielle tese o "tie") corrispondenti alle armature disposte nell'elemento per l'assorbimento delle trazioni la cui posizione deriva dalla individuazione delle isostatiche di trazione;
- i nodi, punti di incontro delle linee d'asse dei carichi esterni o delle reazioni concentrate con le bielle in esse convergenti.

Le tre categorie di elementi così individuate dovranno essere opportunamente verificate nei confronti degli stati limite di collasso, osservando in particolare che: - la resistenza a compressione uniassiale del calcestruzzo deve essere opportunamente modificata in funzione dell'effettivo stato di sforzo pluriassiale; - deve essere previsto un adeguato ancoraggio degli elementi tesi per garantire l'effettiva possibilità di realizzare il meccanismo resistente ipotizzato; - attorno ai nodi occorre individuare degli elementi che possono avere forma poligonale, ottenuta delimitando le varie bielle confluenti nel nodo. Le regioni nodali devono

essere studiate tenendo conto della posizione e dello sviluppo degli ancoraggi. Inoltre è da notare che occorre evitare l'attivazione di meccanismi fragili ed indesiderati, ed assicurare comportamento duttile della trave reticolare, preoccupandosi cioè che i tiranti raggiungano lo snervamento prima che avvenga la rottura del calcestruzzo che costituisce i puntoni o i nodi.

L'individuazione del traliccio resistente di un elemento in calcestruzzo armato non è un'operazione univoca, spesso non riconducibile ad una procedura generale essendo influenzata da molteplici fattori. Tale aspetto risulta quindi affidato spesso alla sensibilità ed all'esperienza del progettista, anche se la ricerca e la scelta della migliore geometria è subordinata al rispetto di alcune regole generali basate su osservazioni sperimentali riportate nella letteratura specialistica.

In particolare, per l'individuazione ed il posizionamento degli elementi costituenti il traliccio resistente si può adottare una preliminare analisi strutturale, basata sull'applicazione dell'analisi agli elementi finiti, ormai ben consolidata anche grazie alla diffusione di molteplici codici di calcolo.

Avute le isostatiche di trazione e di compressione, si può quindi individuare il traliccio resistente disponendo gli elementi nella direzione delle tensioni principali di trazione e di compressione e determinando successivamente le forze agenti sulle bielle del traliccio con sole equazioni di equilibrio ai nodi nel caso in cui il traliccio sia isostatico. Individuati quindi gli sforzi agenti sui vari elementi è possibile effettuare il loro dimensionamento e successivamente una attenta verifica degli elementi stessi (aste tese, compresse e nodi) garantendosi nei confronti delle condizioni di crisi. In Fig. 1-5 si mostrano alcuni esempi tipici della modellazione strut-and-tie di elementi strutturali come le mensole tozze e i plinti su pali (i tiranti sono rappresentati in tratteggio ed i puntoni con tratto intero).

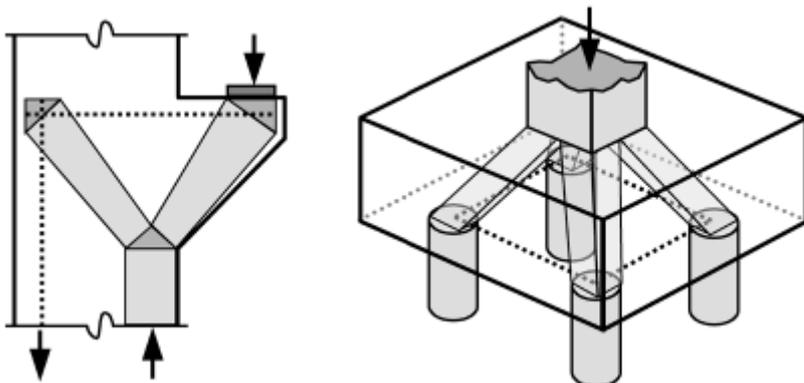


Fig. 1-5 – Schematizzazioni tipiche di strutture o elementi strutturali con modelli tirante-puntone: a) Mensola tozza; b) Plinto su pali.

I puntone del traliccio rappresentano bielle compresse in calcestruzzo e possono essere distinte in funzione della forma assunta (vedi Fig. 1-6) a seconda dei possibili stati di tensione cui sono soggetti come puntone: - prismatico; - a collo di bottiglia; - a ventaglio.

I puntone prismatici (vedi Fig. 1-6a) rappresentano campi di tensione caratterizzati da sforzi di compressione monoassiali e sono tipici delle zone B in cui le tensioni si distribuiscono in modo uniforme in totale assenza di perturbazioni (ad esempio la zona compressa di una trave snella soggetta a carico uniforme).

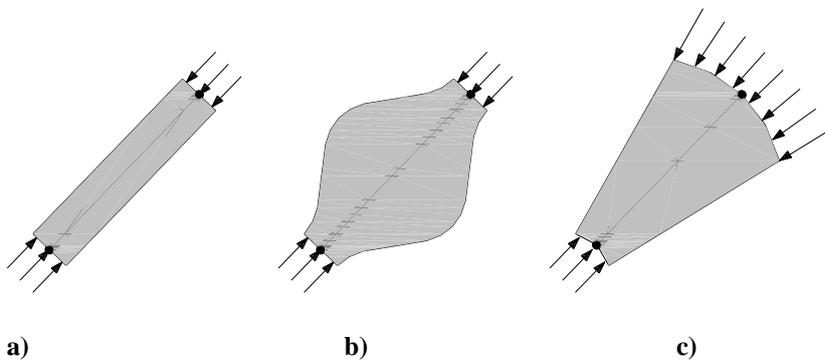


Fig. 1-6 – Tipi di puntone: a) prismatico; b) a collo di bottiglia; c) a ventaglio.

I campi di tensione che caratterizzano i puntoni del tipo a collo di bottiglia e a ventaglio si incontrano nelle regioni diffusive, caratterizzate da flussi tensionali irregolari ed disuniformi.

Il puntone a collo di bottiglia (vedi Fig. 1-6b) rappresenta stati di sforzo biassiali e triassiali ed è inoltre interessato dallo sviluppo di considerevoli tensioni trasversali di trazione. Le distribuzioni di tensione a collo di bottiglia sono generalmente il risultato di un percorso diretto dai carichi esterni verso gli appoggi (è ad esempio il caso di pilastri soggetti a carichi concentrati su aree ridotte). Nei puntoni a collo di bottiglia la presenza di trazioni trasversali, combinate con le compressioni longitudinali, possono causare fessurazioni parallele alle isostatiche di compressione, causando la rottura prematura del calcestruzzo (rispetto alla sua resistenza in regime uni assiale) e determinano, se non si dispongono idonee armature per il controllo della fessurazione in direzione trasversale, riduzione della capacità portante dell'elemento. Un esempio classico di puntone a collo di bottiglia, è quello riscontrabile in una trave alta soggetta a carichi concentrati (vedi Fig. 1-7a).

Il puntone a ventaglio schematizza invece una situazione intermedia in cui si hanno flussi di tensione prevalentemente monodirezionali, per cui, potendo trascurare la curvatura delle isostatiche, è possibile anche trascurare le tensioni trasversali di trazione. Quest'ultimo è, ad esempio, il caso dei campi di compressione che si hanno in una trave alta (trave parete) soggetta a carico uniformemente distribuito, in cui i campi di compressione si sviluppano dalla superficie di applicazione del carico fino agli appoggi (vedi Fig. 1-7b).

La verifica dei puntoni consiste in tutti e tre i casi prima menzionati nel controllare che la massima compressione agente sul calcestruzzo sia inferiore alla resistenza di progetto tenendo conto però di un adeguato fattore di riduzione della resistenza uniassiale che tenga conto del regime pluriassiale.

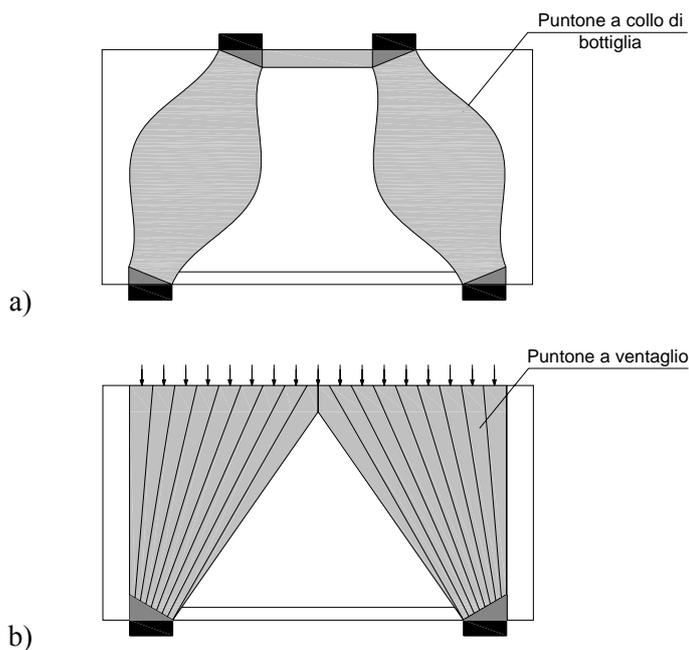


Fig. 1-7 – Esempio di puntone di calcestruzzo nelle travi alte.

Per il progetto dell'armatura, che deve assorbire le trazioni principali o trasversali che si generano nei campi di compressione a forma di bottiglia, si adottano i classici concetti basati sul raggiungimento delle tensioni di snervamento del materiale. Come già detto per evitare rotture fragili nell'elemento strutturale, occorre controllare la gerarchia delle resistenze nel traliccio equivalente accertandosi che i tiranti raggiungano lo snervamento prima che avvenga la rottura del calcestruzzo che costituisce i puntoni e le regioni nodali. Per garantire un adeguato funzionamento d'insieme, per tutti gli elementi costituenti il traliccio resistente devono essere imposti dei limiti di tensione. Nel caso del calcestruzzo, questo deve essere fatto tenendo conto di alcuni fattori, come ad esempio le perturbazioni che si hanno in corrispondenza di fessure e delle armature e tenendo conto dell'eventuale stato di confinamento, e della presenza di regimi di tensione pluriassiali.

Per la verifica del calcestruzzo si utilizza una tensione effettiva determinata come una frazione della resistenza a compressione uniassiale. Il

valore della tensione effettiva si otterrà moltiplicando la tensione limite uniassiale f_c per un coefficiente riduttivo ν .

Nella Tabella 1-1 sono riportati alcuni possibili valori limite della tensione effettiva proposti in letteratura (Schlaich (1987)).

Condizioni del puntone	Limite della tensione effettiva
Stato di compressione monoassiale e indisturbato che si riscontra nei puntone prismatici	$0.80 \cdot f_c$
In presenza di tensioni di trazione e/o di armature perpendicolari all'asse del puntone che possono causare fessure parallele al puntone con apertura normale delle fessure	$0.68 \cdot f_c$
In presenza di tensioni di trazione e/o di armature inclinate rispetto all'asse del puntone che possono causare fessure inclinate con apertura normale delle fessure	$0.51 \cdot f_c$
In presenza di fessure inclinate con eccezionale dimensione delle fessure (specialmente se il modello si allontana significativamente dall'andamento degli sforzi interni ricavabile con la teoria dell'elasticità)	$0.34 \cdot f_c$

Tabella 1-1 – Valori limite della tensione effettiva

I nodi sono, come già detto, delle zone critiche nelle quali avviene l'interazione tra i tiranti e i puntone e quindi soggette alla massima deviazione degli sforzi. Essi rappresentano un volume di calcestruzzo, tale da circoscrivere i punti di intersezione tra gli assi delle bielle e/o le rette d'azione dei carichi e delle reazioni vincolari. Affinché siano soddisfatte le equazioni di equilibrio, è necessario che convergano in ogni nodo almeno tre forze.

I nodi possono essere suddivisi in due categorie:

- nodi diffusi: nei quali la deviazione delle forze in essi convergenti non avviene bruscamente. Essi pertanto si penseranno applicati nelle zone di intersezione di campi di sforzi diffusi o comunque nei punti in cui la particolare distribuzione dell'armatura di ancoraggio permette una graduale deviazione degli sforzi.

- nodi concentrati: nei quali sono applicate forze concentrate e i flussi di tensione subiscono brusche deviazioni. In corrispondenza di queste zone, forze esterne e tensioni interne si fanno equilibrio in regioni localizzate e pertanto rappresentano zone critiche per le quali è richiesta la verifica delle tensioni.

In generale i nodi diffusi non presentano problemi di resistenza se in essi gli ancoraggi delle armature sono adeguatamente eseguiti, infatti al loro interno il trasferimento delle forze avviene in regioni sufficientemente estese e con graduali deviazioni non provocando nel materiale concentrazioni di tensione. Al contrario i nodi concentrati, caratterizzati cioè da zone di trasferimento dei carichi piuttosto ristrette, richiedono un'attenta verifica delle condizioni di ancoraggio delle armature e dei valori massimi delle tensioni cui sono sottoposti, previa determinazione della geometria che li delimita.

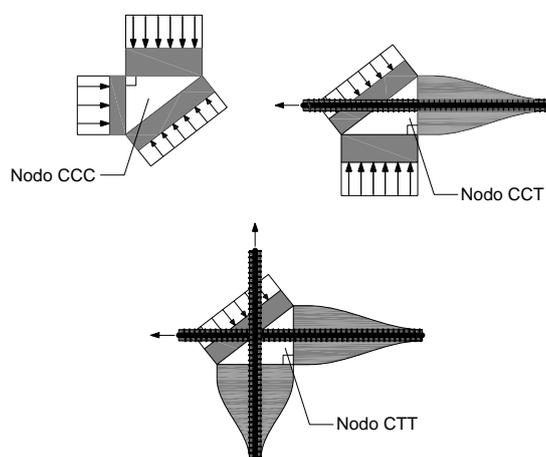


Fig. 1-8 – Alcune tipologie di nodi nei modelli strut-and-tie.

Secondo la normativa ACI-318 (2008) i nodi possono essere distinti in funzione degli elementi che vi convergono (vedi Fig. 1-8) in: - CCC sono nodi in cui convergono tre puntoni; - CCT sono nodi in cui convergono due puntoni e un tirante; - CTT sono nodi in cui convergono un puntone e due tiranti; - TTT sono nodi in cui convergono tre tiranti.

Nella Tabella 1-2 sono riassunti alcuni valori massimi di tensione per le varie tipologie di nodi riscontrabili in letteratura (ACI 318-08 e Schlaich et al.(1987))

Condizioni della regione nodale	Limite della tensione effettiva	
Nodi CCC	$0.85 \cdot f_c'$	ACI 318-08
Nodi CCT	$0.75 \cdot f_c'$	
Nodi CTT	$0.60 \cdot f_c'$	
Nodi CCC	$0.85 \cdot f_c'$	Schlaich et al. (1987)
Nodi in cui l'armatura è ancorata in esso o lo attraversano	$0.68 \cdot f_c'$	

Tabella 1-2 – Valori limite della tensione effettiva nei nodi.

Un metodo classico di progetto dei nodi consiste nel costruire una geometria tale da avere uguali tensioni in tutto il contorno. Ciò può essere fatto dimensionando la frontiera in modo che essa risulti proporzionale e perpendicolare alle forze convergenti nel nodo. Questo criterio crea uno stato di tensione idrostatico che aumenta la resistenza uniassiale del calcestruzzo (Fig. 1-9a). Per garantire la sicurezza sarà sufficiente effettuare la verifica dei puntoni. Tuttavia, i nodi con stato tensionale non-idrostatico (Fig. 1-9b) possono essere anche ammessi nei modelli strut-and-tie, ma a patto di limitare il rapporto tra la tensione massima e minima a valori inferiori a 2 (Schlaich, Schäfer, and Jennewein (1987)).

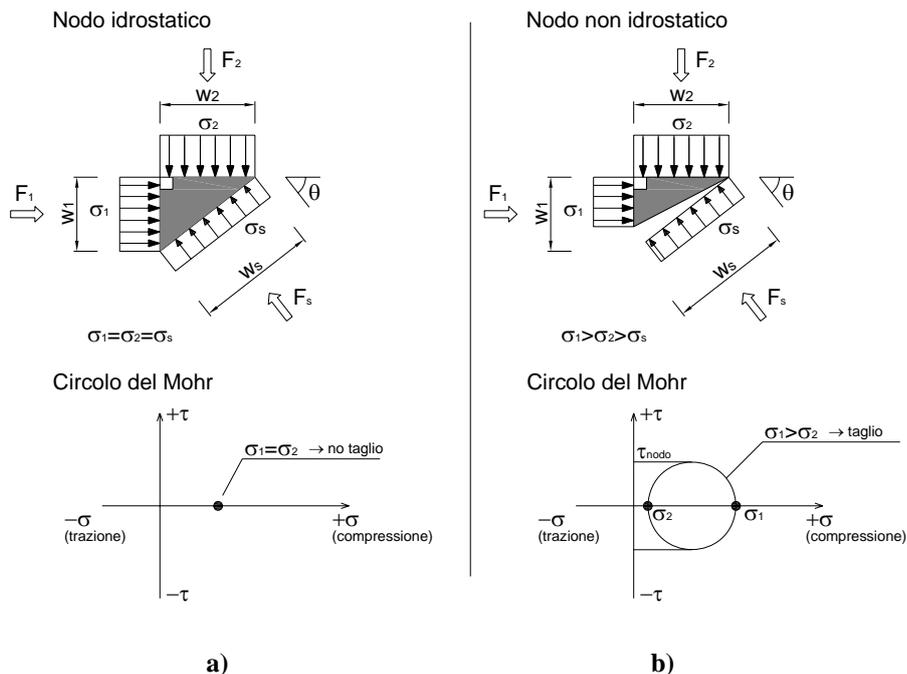


Fig. 1-9 – Geometria e stato tensionale nei nodi idrostatici e non idrostatici (tradotto da Thompson (2002)).

1.4 Elementi soggetti a carichi concentrati

I problemi associati alla diffusione di forze concentrate sono stati oggetto di un' intensa ricerca fin da quando nel 1924 Mörsh introdusse un semplice modello basato sull'equilibrio per visualizzare il flusso di forze in strutture soggette ad un carico concentrato. La presenza di questo stato tensionale complesso in diversi casi applicativi, soprattutto testate delle travi precomprese, ha condotto diversi studiosi ad affrontare l'argomento attraverso diversi approcci. La letteratura scientifica, infatti, annovera molti contributi, dai primi studi basati sulla teoria dell'elasticità alle più recenti analisi non lineari agli elementi finiti o con modelli tirante-puntone.

Alla fine degli anni '60, in seguito ai lavori di Guyon (1953) , Magnel (1954), Zielinski (1962), Iyengar (1962), Gergely (1967), Yettram (1969), l'analisi elastica è già pienamente sviluppata. Tale analisi è stata ed è molto

utile per conoscere la distribuzione di tensione prima della fessurazione e in particolare per predire la probabile ubicazione e orientazione delle fessure.

Tuttavia non è in grado di descrivere la redistribuzione di tensione che ha luogo dopo la fessurazione e il contributo dell'armatura. Per questi motivi, verso la fine degli anni '80, la ricerca si è orientata verso metodi che consentono una migliore comprensione del comportamento della struttura fessurata, quali l'analisi non lineare agli elementi finiti (Collins (1987), Foster (1997)) e i modelli strut-and-tie (Schlaich, Breen et al.(1987)). Negli ultimi anni, infine, si sta valutando la possibilità di applicare nuovi materiali, quali il calcestruzzo fibrorinforzato, per migliorare le proprietà meccaniche delle zone di ancoraggio o nelle regioni compresse (Campione (2008), Nur Yazdani (2002), Man-Cho Choi e Ibell (2004)).

1.4.1 Considerazioni generali

I carichi o forze concentrate sulle strutture portanti sono dovute all'azione di pressioni su una superficie relativamente piccola derivanti dall'esterno come, ad esempio, le reazioni d'appoggio delle travi o delle lastre, i carichi di pilastri e le forze d'ancoraggio nelle testate dei cavi nel caso del cemento armato precompresso. Tali pressioni si propagano all'interno della struttura portante generando uno stato di tensione pluriassiale che ammette componenti di trazione e di compressione in direzione trasversale alla direzione delle forze esterne. Il fenomeno descritto ha comunque effetti localizzati e si verifica fino ad una determinata lunghezza detta d'introduzione l_e oltre la quale si determina una ripartizione rettilinea delle tensioni.

Nella Fig. 1-10 si evidenzia un tipico campo d'introduzione (o campo perturbato di De Saint-Venant) di un elemento soggetto a forza concentrata e la relativa propagazione delle tensioni di compressione. Il pilastro ha sezione trasversale $b \cdot d$ ed è soggetto ad una forza concentrata per mezzo di una piastra di area $a \cdot c$.

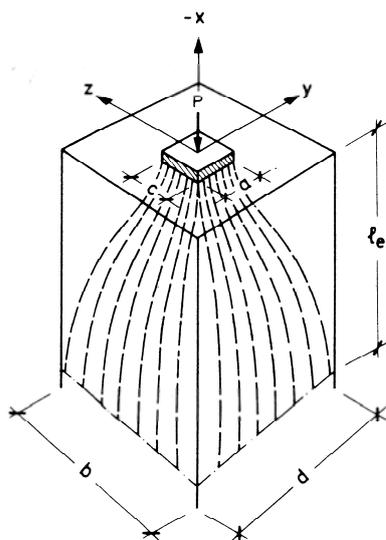


Fig. 1-10 – Andamento delle tensioni principali in un pilastro soggetto a carico concentrato

Là dove le linee di tensione di compressione rappresentate lungo il bordo superiore si addensano, si producono sforzi di compressione di direzione trasversale, il cui compito è quello di deviare in direzione della piastra di carico le tensioni di compressione derivanti dal basso. Più sotto si ripete lo stesso fenomeno ma con segno contrario delle tensioni.

Per tale motivo si richiedono forze di trazione in direzione trasversale mediante un'apposita armatura o con la precompressione del calcestruzzo per annullare le zone tese ed evitare così che la sezione trasversale si spacchi con rottura fragile e riduzione della capacità portante dell'elemento.

Con riferimento alla rappresentazione nel piano $x-y$ (Fig. 1-11) si focalizza l'attenzione sulla determinazione delle forze di trazione e di fenditura ("bursting stresses"). La grandezza delle forze di fenditura dipende dal rapporto tra l'area della sezione trasversale del pilastro $A_1 = b \cdot d$ e l'area della piastra di carico $A_2 = a \cdot c$. Maggiore è questo rapporto A_1/A_2 tanto più il carico applicato deve estendersi affinché si abbiano delle

tensioni verticali σ_x con andamento rettilineo e quindi maggiori sono le forze di fenditura.

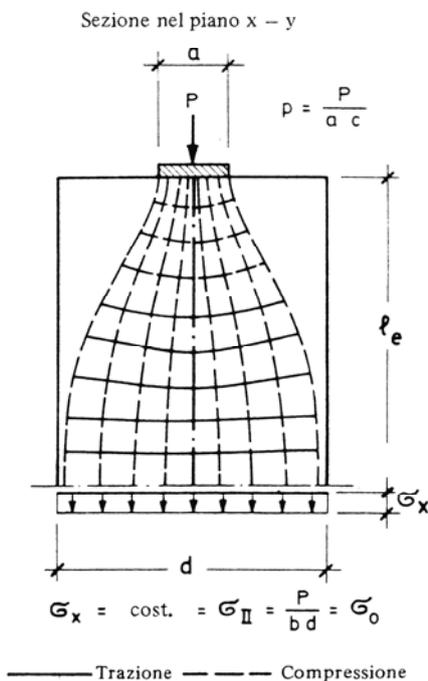


Fig. 1-11 – Tensioni principali nel piano x-y.

Se le dimensioni della sezione trasversale del pilastro sono circa uguali ($b = d$) e l'area della piastra di carico è relativamente piccola e centrata, le tensioni di trazione e fenditura si formano radialmente in tutte le direzioni e mantenute in equilibrio da tensioni anulari (“hoop stresses”).

Accanto all'area di carico, al di fuori della zona individuata dalle linee isostatiche di compressione, si individuano degli “angoli morti” dove si vengono ad avere tensioni di trazione di direzione obliqua e sulle superfici esterne delle tensioni di trazione al bordo (“spalling stresses”) (Fig. 1-12) che possono assumere valori elevati e richiedere pertanto un'armatura idonea. Senza questo ultimo accorgimento si rischia lo sfaldamento di questi angoli senza intaccare comunque la capacità portante dell'elemento

strutturale. Come si evince dalla Fig. 1-12 è possibile eliminare queste zone inerti sagomando l'elemento come mostrato in Fig. 1-12b).

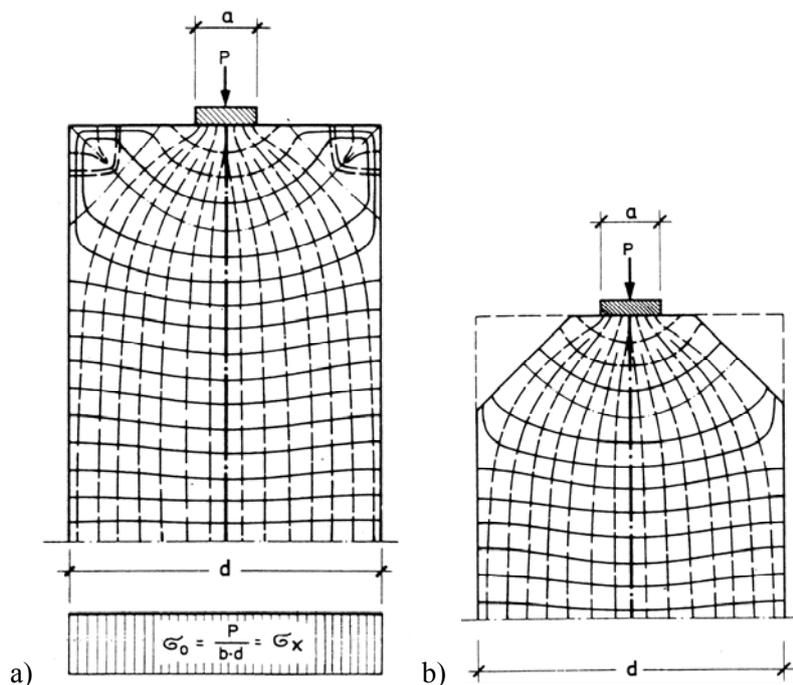


Fig. 1-12 – Stato tensionale in elementi soggetti a carichi concentrati:

a) traiettorie delle tensioni σ_x all'estremità della zona con $x=d$; b) tensioni principali in un corpo con spigoli rastremati.

1.4.2 Modelli teorici

Gli studi sugli elementi soggetti a carichi concentrati possono essere suddivisi sulla base del proprio fondamento teorico, individuando i metodi basati su: - la teoria dell'elasticità; - l'equilibrio; - le indagini foto-elastiche; - le analisi agli elementi finiti; - i modelli strut-and-tie. Nel seguito vengono passati in rassegna i principali modelli esistenti in letteratura descrivendone le caratteristiche principali.

1.4.2.1 Studi basati sulla teoria dell'elasticità

Se si suppone che la zona soggetta alla forza concentrata sia costituita da un materiale omogeneo, isotropo, elastico lineare, si possono studiare gli effetti della diffusione di un carico concentrato con la teoria dell'elasticità. Il maggior contributo iniziale a tale analisi è stato fornito da Guyon (1953), in seguito dettagliatamente sviluppato per la sua importanza. Una serie di altri studi è stata poi condotta intorno ai primi anni '60, la maggior parte dei quali ha fornito risultati generalmente in accordo con quelli presentati inizialmente da Guyon (1953).

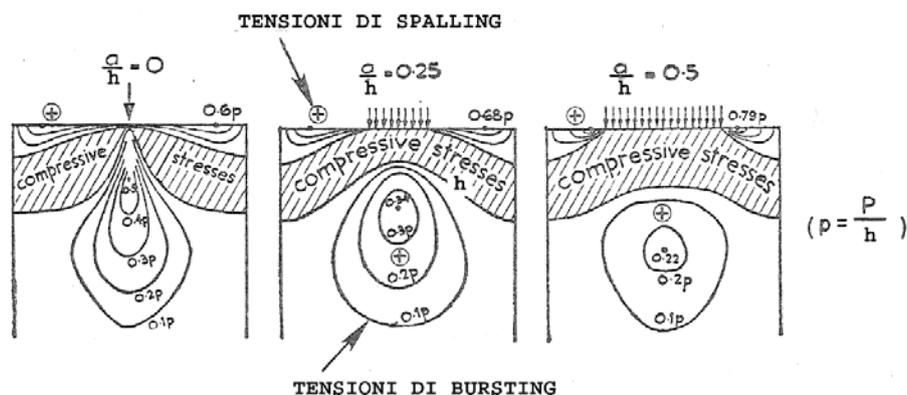


Fig. 1-13 – Zone soggette a tensioni di bursting e di spalling secondo l'indagine fotoelastica di Tesar (1932).

Guyon (1953)

Guyon ha sviluppato una soluzione teorica sulla base di un'analisi elastica bidimensionale delle zone di ancoraggio, che ha poi ricondotto a un pratico metodo di progetto, noto come "l'analogia del prisma simmetrico" (Fig. 1-14), tuttora usato in molti paesi. Tale metodo è basato su una serie di indagini fotoelastiche sviluppate da Tesar (1932) per confermare tale teoria (Fig. 1-13). Oltre a verificare la presenza delle tensioni di fenditura, Tesar (1932) ha studiato anche le tensioni di "spalling". Guyon (1953) ha dimostrato che la variabile più importante nel determinare l'intensità delle tensioni è il rapporto a/h tra l'altezza a della piastra di carico e l'altezza h

della sezione. La forza di fenditura secondo Guyon (1953) è infatti esprimibile nella forma:

$$T = \frac{F}{3} \cdot \left(1 - \frac{a}{h}\right) \tag{1.1}$$

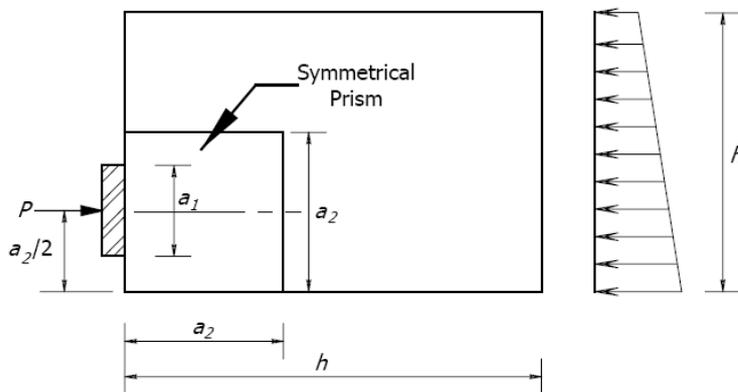


Fig. 1-14 – Analogia del prisma simmetrico secondo Guyon (1953).

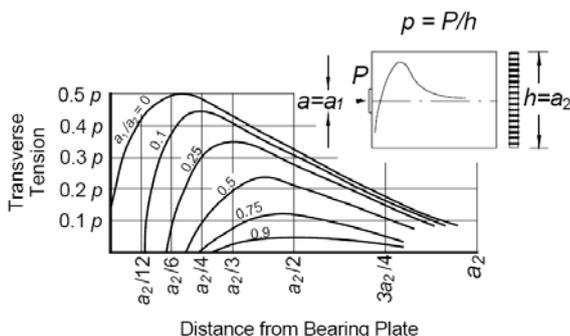


Fig. 1-15 –Distribuzione delle tensioni lungo l’asse nella precompressione centrata secondo Guyon (1953).

Sempre Guyon (1953), molto attento alle implicazioni pratiche dei suoi studi, ha sviluppato una serie di grafici per assistere il progettista in alcune delle più comuni situazioni, quali il singolo cavo rettilineo centrato, il singolo cavo rettilineo eccentrico e ancoraggi multipli.

Nella Fig. 1-15 è illustrata la distribuzione di tensioni trasversali di trazione lungo l'asse per vari valori del rapporto a/h , cioè del rapporto tra la larghezza della piastra di carico e la larghezza della sezione.

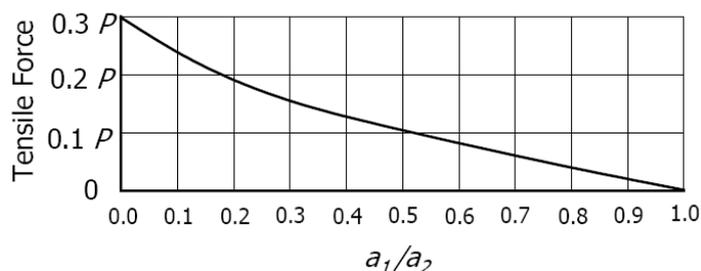


Fig. 1-16 – Forza di fenditura secondo Guyon (1953).

La Fig. 1-16 mostra l'andamento della massima forza di fenditura con cui si deve dimensionare l'armatura, ottenuta per integrazione delle tensioni di trazione. Guyon (1953) ha dimostrato che i risultati ottenuti per la precompressione centrata possono essere ancora utilizzati quando la forza è applicata in maniera eccentrica sulla sezione. L'andamento delle tensioni trasversali e la determinazione della forza di fenditura sono riferite in questo caso non all'altezza h della sezione, ma ad un'altezza a_2 pari a 2 volte la distanza minima del baricentro del cavo dallo spigolo della sezione. La Fig. 1-17 illustra i "contour plots" delle tensioni trasversali nel caso di carico eccentrico. Indica chiaramente che le tensioni di fenditura sono limitate al prisma equivalente. Con eccentricità crescenti, il rapporto a/h usato per il calcolo delle tensioni di fenditura, tende verso il valore unitario. Le tensioni di fenditura quindi diminuiscono all'aumentare dell'eccentricità.

Il concetto del prisma simmetrico può essere applicato anche al caso di ancoraggi multipli agenti sulla sezione, come mostrato in Fig. 1-18. In questo caso, i vari prismi simmetrici sono limitati o dalla distanza da uno spigolo del calcestruzzo o da un prisma adiacente.

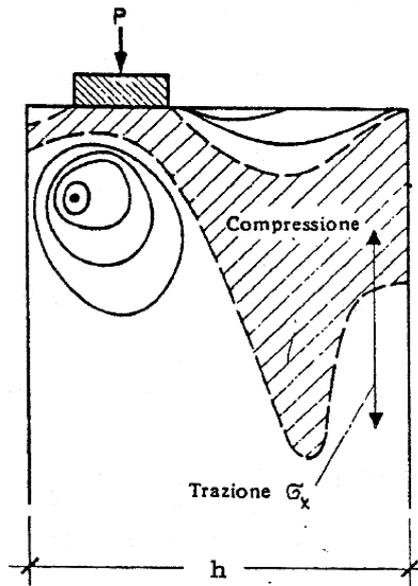


Fig. 1-17 - Contour plots delle tensioni trasversali per un carico eccentrico (Leonhardt (1985)).

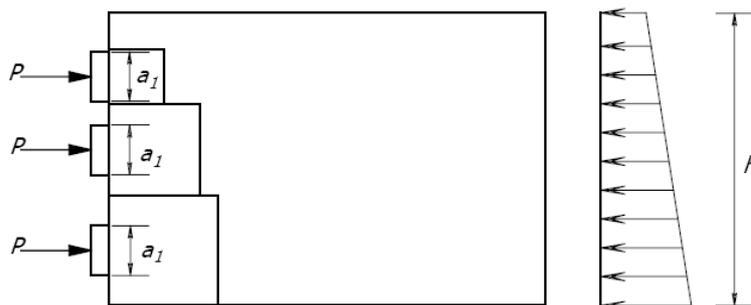


Fig. 1-18 - Metodo delle successive risultanti per il caso di numerosi carichi concentrati secondo Guyon (1953).

Iyengar (1962)

Iyengar (1962) ha presentato una soluzione teorica per il problema bidimensionale trovando distribuzioni delle tensioni di fenditura in accordo con quelli ricavati da Guyon (1953). Sulla base dei suoi studi concluse che il prisma simmetrico è una buona tecnica per modellare in generale la zona di ancoraggio, ma non fornisce una soluzione accurata vicino al bordo o in presenza di tensioni longitudinali e di taglio. Insieme a Prabhakava (1971), ha sviluppato una soluzione elastica tridimensionale per una sezione circolare con un foro concentrico e ha individuato le tensioni di spalling già evidenziate da Guyon (1953). Le tensioni di picco della soluzione elastica di Guyon (1953) sono circa il 12% più piccole di quelle determinate da Iyengar (1962 e 1971).

Sahoo et al. (2009)

Sahoo et al. (2009) hanno recentemente proposto una formulazione semplificata, basata sull'ipotesi di comportamento elastico lineare e sul tracciamento delle isostatiche di compressione. Essi infatti, hanno ipotizzato di approssimare l'andamento di quest'ultime attraverso un polinomio di quinto ordine (Fig. 1-19), i cui coefficienti sono stati determinati imponendo opportune condizioni al contorno.

$$\begin{aligned}
 y &= 1 + 5 \left(\frac{n-1}{4a^3} \right) x^3 - 15 \left(\frac{n-1}{16a^4} \right) x^4 + 3 \left(\frac{n-1}{16a^5} \right) x^5 = \\
 &= 1 + \frac{5(1-b)(b-a)}{4b^3a} x^3 - \frac{15(1-b)(b-a)}{16b^4a} x^4 + \frac{3(1-b)(b-a)}{16b^5a} x^5 \quad (1.2)
 \end{aligned}$$

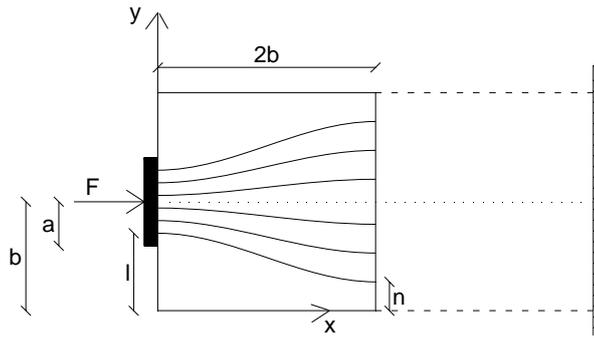


Fig. 1-19 – Modello di Sahoo et al. (2009).

Altra ipotesi di base è quella di supporre che la risultante delle forze di fenditura sia applicata a metà tra la sezione caricata e quella dove il disturbo si esaurisce. In tal caso, il rapporto incrementale tra la forza di fenditura e il carico assiale è analogo alla derivata della funzione, calcolata nel punto considerato ($x = b$).

$$\frac{dT}{dF} = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=b} = \frac{15}{16} \left(\frac{n-1}{a} \right) = \frac{15(1-b)(b-a)}{16ba} \quad (1.3)$$

Sostituendo $dF = f \cdot dl = \frac{F}{2a}$ nell' Eq.(1.3) e integrando si trova:

$$T = -\frac{15F}{64} \cdot \left(1 - \frac{a}{b} \right) = -0.23F \cdot \left(1 - \frac{a}{b} \right) \quad (1.4)$$

1.4.2.2 Metodi di analisi basati sull'equilibrio

I metodi di analisi basati sull'equilibrio sono stati introdotti per risolvere il problema delle zona di ancoraggio di elementi precompressi dopo che la fessurazione ha avuto luogo. In questi metodi si suppone di conoscere la posizione in cui si manifesta la fessura e si impone l'equilibrio della struttura.

Lenschow e Sozen (1965)

Lenschow e Sozen (1965) hanno introdotto un metodo approssimato di analisi delle zone di ancoraggio fessurate basandosi sull'analogia della trave su suolo elastico, come illustrato in Fig. 1-20. L'obiettivo è di determinare le tensioni trasversali di trazione lungo una sezione chiamata piano di riferimento, parallela all'asse longitudinale. Al posto dei classici metodi elastici, la trave può essere rappresentata da più travi. Il metodo usa le relazioni di equilibrio e compatibilità per analizzare la zona di ancoraggio sotto il piano di riferimento come trave su suolo elastico. Le forze nelle molle sono uguali alle tensioni di "bursting". La difficoltà principale di questo metodo consiste nel definire il valore della rigidità delle molle.

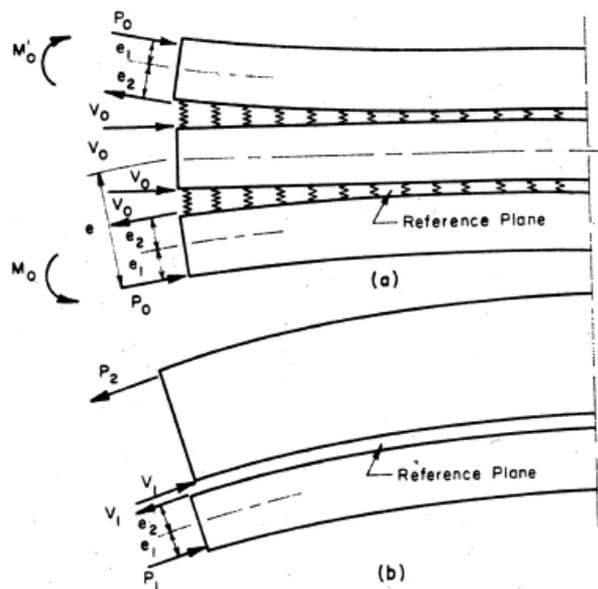


Fig. 1-20 - Analogia della trave su suolo elastico di Lenschow e Sozen (1965).

Gergely e Sozen (1967)

Gergely e Sozen (1967) hanno sviluppato un metodo di analisi basato sulle condizioni di equilibrio di zone terminali fessurate che costituisce un ulteriore sviluppo del lavoro di Lenschow e Sozen (1965). La Fig. 1-21

mostra lo stato tensionale nelle zone soggette a carichi concentrati: la distribuzione della tensione di compressione nel calcestruzzo causata alla forza concentrata diviene lineare ad una distanza l dall'estremità della trave.

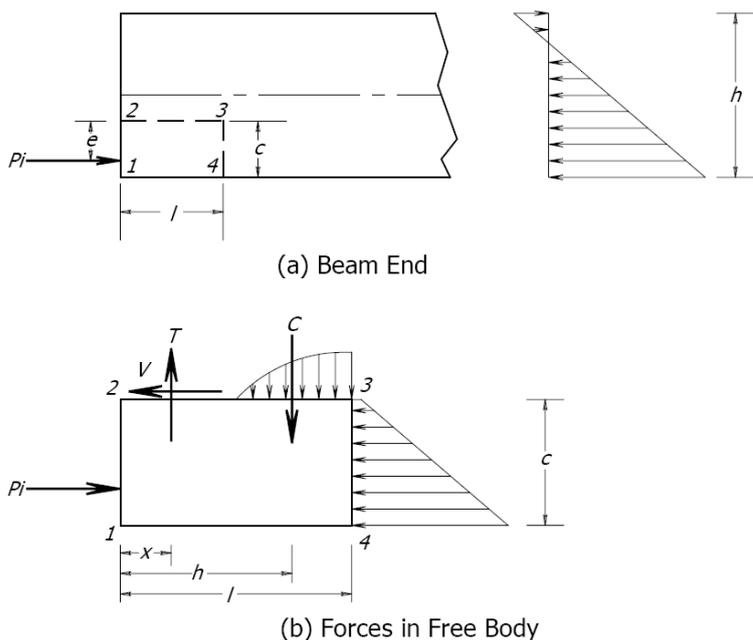


Fig. 1-21 - Analisi della trave di Gergely (1967).

Se una fessura orizzontale si forma ad una distanza c dal bordo inferiore della trave, si possono definire le condizioni di equilibrio del corpo libero definito dai punti 1, 2, 3, 4, come illustrato in Fig. 1-21. La forza assiale non può essere bilanciata solo dalle tensioni normali agenti sulla faccia 3-4 e per l'equilibrio deve generalmente essere presente un momento ed una forza tagliante sulla faccia 2-3.

La posizione più probabile di tale superficie e quindi della fessurazione è individuata trovando l'altezza c per cui assume valore massimo il momento interno M che si manifesta su qualsiasi superficie orizzontale compresa tra la superficie superiore ed inferiore della trave. Questo è il piano su cui probabilmente inizia la fessurazione. Il momento resistente è determinato

dalla forza di trazione T nell'armatura di bursting e dalla forza risultante di compressione C nel calcestruzzo. Approssimazioni conservative suggerite per il progetto consistono nel supporre che la forza C nel calcestruzzo agisca alla fine della fessura e che la relazione aderenza-scorrimento per l'armatura sia rigida plastica con un valore limite di $4\sqrt{f_c}$. Ai fini del progetto Gergely (1967) suggerisce di assumere un valore per la lunghezza della fessura pari all'altezza della trave.

1.4.2.3 Indagini foto-elastiche

Le indagini fotoelastiche sono state usate fino agli anni ottanta per verificare le analisi elastiche. Si ricorda oltre alle indagini di Tesar (1932) usate dallo stesso Guyon (1953) per convalidare parte dei suoi risultati e i lavori di Christodoulides (1957), gli studi di Sargious (1960), riportati da Leonhardt (1964) e l'indagine tridimensionale di Rasheeduzzafar et al. (1984).

Sargious (1960)

Sargious (1960) ha condotto una serie di indagini fotoelastiche bidimensionali per analizzare l'effetto della reazione di appoggio sulla distribuzione di tensione nelle zone di ancoraggio post-tese di elementi precompressi. Ha analizzato travi con sezione rettangolare e a T, soggette sia ad una singola forza eccentrica sia a tre forze, con modesti angoli di inclinazione. I risultati ottenuti sono riportati in Fig. 1-22. Sargious (1960) ha evidenziato che la reazione di appoggio diminuisce il valore della massima tensione trasversale, poiché induce tensioni trasversali di compressione, ma influenza la posizione della tensione massima.

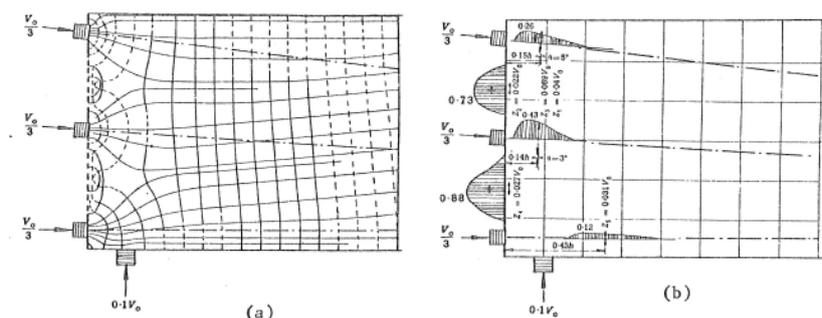


Fig. 1-22 - Risultati dell'indagine fotoelastica di Sargious.

Rasheeduzzafar et al. (1984)

Rasheeduzzafar et al. (1984) hanno condotto indagini fotoelastiche tridimensionali sulle tensioni di compressione dietro il dispositivo di ancoraggio in blocchi rettangolari di travi precomprese. Tale indagine ha analizzato la differenza tra ancoraggi interni ed esterni, il caso di ancoraggi multipli e l'influenza della distanza dalla spigolo della sezione. Sulla base dei loro studi hanno evidenziato che gli ancoraggi interni trasmettono la forza di precompressione in parte per taglio in parte per pressione, con circa un terzo della forza trasmessa per taglio. In tali dispositivi si riscontrano delle tensioni massime minori rispetto agli ancoraggi esterni. Nel caso di ancoraggi multipli, gli autori hanno evidenziato che non c'è un'interazione significativa tra ancoraggi adiacenti se le singole unità sono distanziate di almeno due volte la maggiore dimensione dell'ancoraggio. Hanno quindi concluso che il metodo del prisma simmetrico di Guyon (1953) fornisce risultati ragionevoli per il calcolo delle forze di fenditura.

1.4.2.4 Analisi agli elementi finiti

Yettram e Robbins (1970)

Nel 1970 Yettram e Robbins hanno condotto una vasta analisi elastica-lineare agli elementi finiti delle zone di ancoraggio post-tese, mostrando per primi le potenzialità di tale metodo nel descrivere lo stato tensionale prima

della fessurazione. La ricerca è stata presentata in una serie di tre articoli. Nel primo di questi fu studiato il caso più semplice di precompressione centrata su una sezione rettangolare. Hanno analizzato sia il problema bidimensionale sia quello tridimensionale arrivando alle seguenti conclusioni.

La distanza necessaria per avere uno stato di tensione di compressione uniforme è pari a $1.25 h$, con h pari all'altezza del prisma.

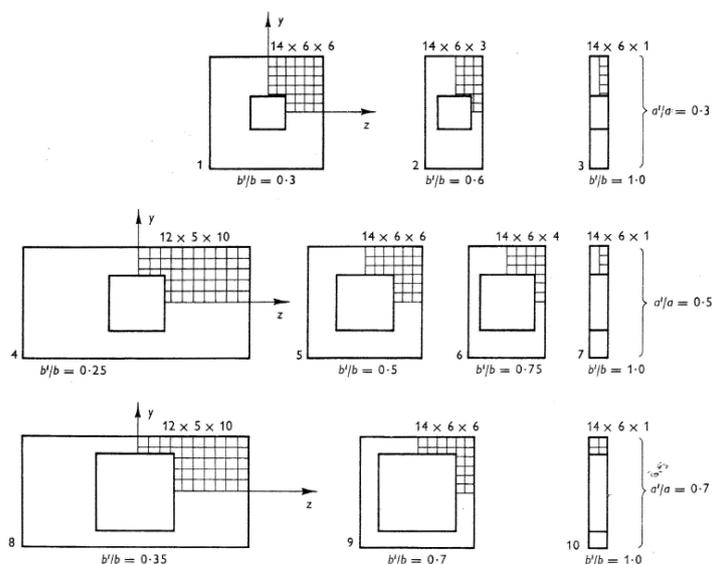


Fig. 1-23 - Analisi agli elementi finiti di Yettram e Robbins (1970).

La variazione del modulo di Poisson tra 0.125 e 0.2 ha scarsa influenza sulla distribuzione di tensione. I risultati dell'analisi elastica bidimensionale di Iyengar (1962) e Guyon (1953) sono in buon accordo con i valori delle tensioni medie ottenute dagli autori, sebbene i precedenti autori non avessero considerato le variazioni trasversali nella distribuzione delle tensioni.

Nel secondo articolo, hanno studiato il problema della precompressione eccentrica in sezioni rettangolari e a I. Dalle analisi svolte, gli autori hanno concluso che il metodo del prisma simmetrico fornisce una rappresentazione soddisfacente delle tensioni di fenditura ai fini progettuali e che in sezioni

non rettangolari, la presenza delle ali per le sezioni a I riduce generalmente l'importanza delle tensioni di "spalling". Infine nel loro terzo articolo, Yettram e Robbins (1970) hanno studiato lo stato tensionale nelle strutture a I con ringrosso finale. In questo studio, la variabile principale è stata la lunghezza del ringrosso e hanno evidenziato che con blocchi di ancoraggio molto corti, le tensioni di fenditura trasversali hanno valori elevati.

Fenwick e Lee (1986)

Fenwick e Lee (1986) hanno condotto un'indagine sperimentale su 18 travi di sezione rettangolare e a "I". Oltre alla forma della sezione, hanno considerato l'influenza dell'area della piastra di carico e l'interasse delle staffe. Hanno convalidato i risultati sperimentali con una serie di analisi bidimensionali agli elementi finiti (Fig. 1-24) in cui hanno utilizzato delle molle nelle zone soggette a trazione per rappresentare l'azione delle staffe che limitano la fessurazione. Hanno evidenziato che la fessurazione comporta una diminuzione della rigidità trasversale dell'elemento e una conseguente diminuzione dell'intensità della forza di fenditura.

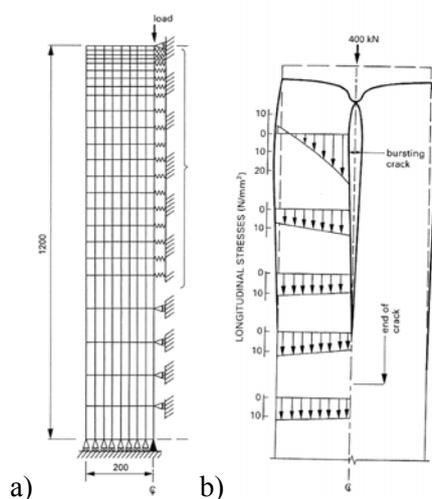


Fig. 1-24 - Analisi di Fenwick e Lee (1986) : a) Modello per l'analisi agli elementi finiti; b) Deformata e distribuzione delle tensioni longitudinali.

Adeghe e Collins (1986)

Adeghe e Collins (1986) hanno condotto un'analisi bidimensionale non lineare agli elementi finiti per studiare l'influenza della distribuzione di armatura nella regione soggetta a tensioni di fenditura. I modelli analizzati avevano un rapporto a/h pari a 0.1 e una lunghezza totale di 1220 mm. Il calcestruzzo era modellato mediante le leggi costitutive definite nella "Modified Compression Field Theory" (MCFT) proposta da Vecchio e Collins (1986) per tenere in conto del regime biassiale (trazione-compressione) di sforzi. Gli autori, analizzando lo stato di deformazione nelle staffe dopo il carico di fessurazione hanno concluso che la concentrazione dell'armatura nelle regioni soggette ad elevate tensioni può provocare un comportamento fragile, mentre un comportamento più duttile si ottiene spalmando l'armatura su l'intera regione soggetta a tensioni di fenditura. La Fig. 1-25 mostra le traiettorie delle tensioni principali per un'analisi elastica lineare e l'analisi non-lineare. L'angolo di diffusione delle tensioni di compressione è maggiore nell'analisi elastica rispetto all'analisi non-lineare. Ciò indica che nell'analisi elastica il baricentro delle forze di fenditura è più vicino alla superficie caricata e quindi è maggiore il quantitativo di armatura richiesto per assorbire le trazioni.

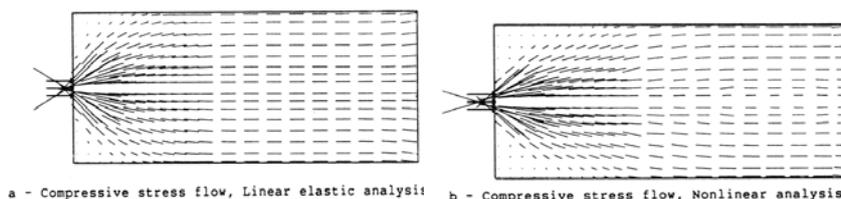


Fig. 1-25 - Confronto tra il flusso delle tensioni di compressione secondo l'analisi elastica lineare e un'analisi non lineare (Adeghe e Collins (1986)).

Burdet (1990)

Burdet (1990) ha condotto un'analisi agli elementi finiti in campo elastico lineare, analizzando diversi tipi di configurazioni: cavo centrato, eccentrico, inclinato, curvo e gli ancoraggi multipli. Nel caso di una forza di precompressione centrata, ha studiato l'influenza del rapporto (a/h) tra

l'altezza della piastra di carico e quella della sezione ottenendo risultati in buon accordo con quelli di Guyon (1953). L'analisi delle forze di "spalling" invece ha mostrato che i valori proposti da Guyon (1953) erano quasi due volte più conservativi rispetto a quelli forniti dal suo studio. I risultati ottenuti sono stati usati anche per valutare l'applicabilità dei modelli strut-and-tie. Burdet (1990) ha evidenziato che un angolo di diffusione di 26.5 gradi, misurato dal centro della piastra a un quarto della sezione, risulta conservativo per il progetto delle zone di ancoraggio con a/h maggiore di 0.15 e sufficientemente accurato per quelle con a/h più piccole 0.15. Burdet (1990) ha confrontato i risultati dei modelli strut-and-tie con lo studio sperimentale condotto da Sanders (1990).

Nel caso di un cavo eccentrico, Burdet (1990) ha stabilito che la distribuzione di tensioni nelle zone di ancoraggio è simile a quella del caso centrato nel caso di limitata eccentricità e cioè con un rapporto e/h pari a 0.167. Per valori maggiori di e/h , si manifesta un'ulteriore tensione di trazione sulla superficie esterna parallela al cavo. Questa tensione viene chiamata tensione longitudinale di bordo, secondo la definizione riportata anche nell'AASHTO. Burdet (1990) ha dimostrato che l'intensità della forza di fenditura decresce all'aumentare del rapporto di e/h e ha convalidato l'applicabilità della teoria del prisma simmetrico di Guyon (1953).

Foster e Rogowsky (1997)

Foster e Rogowsky (1997) hanno studiato le tensioni di fenditura in pannelli di cemento armato soggetti a compressione. L'obiettivo di tale studio è stato quello di analizzare la distribuzione di tensione di fenditura nella struttura fessurata sia in condizioni di servizio sia in condizioni ultime. La Fig. 1-26 evidenzia il modello sviluppato agli elementi finiti.

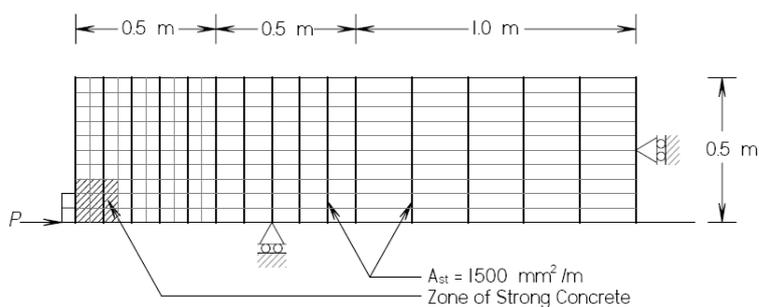


Fig. 1-26 - Modello agli elementi finiti sviluppato da Foster e Rogowsky (1997).

Per la formulazione della matrice di rigidità dell'armatura, gli autori hanno adottato un elemento parabolico a tre nodi con due punti di Gauss. Per il calcolo della matrice di rigidità negli elementi di calcestruzzo sono stati adottati elementi "shell" isoparametrici a nove nodi con una quadratura di Gauss 3×3 . Poiché l'elemento modellato faceva riferimento a testate di travi precomprese, la zona sotto la piastra di carico, che è solitamente rinforzata con una spirale in acciaio, è stata modellata attraverso il legame costitutivo del calcestruzzo confinato, con resistenza pari a :

$$f_{cc} = f_c \cdot \frac{D}{w} \leq 2.5 \cdot f_c \quad (1.5)$$

dove D e w sono rispettivamente la larghezza dell'elemento e della piastra di carico.

Sulla base delle analisi condotte, gli autori proposero una nuova espressione per il calcolo della forza di fenditura:

$$T = \frac{F}{4} \left[1 - \left(\frac{w}{D} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \quad (1.6)$$

La Fig. 1-27 mostra che in condizioni di servizio la distribuzione di tensione ottenuta nell'analisi non-lineare si estende per una lunghezza maggiore e presenta un valore di picco minore a quello previsto dell'analisi lineare.

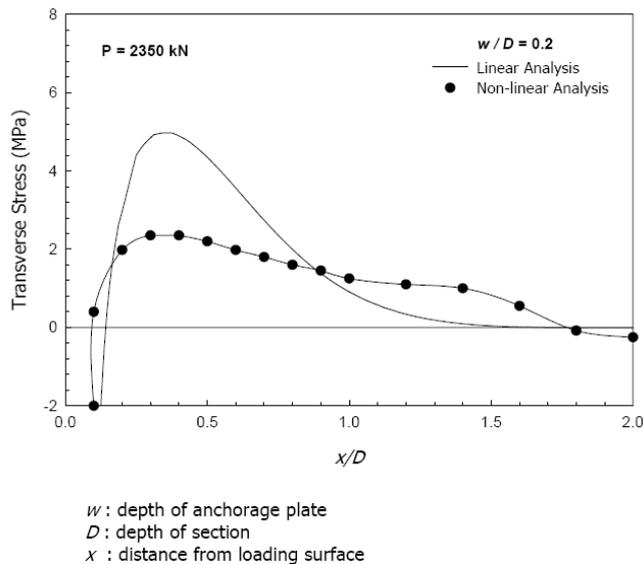


Fig. 1-27 - Distribuzione delle tensioni trasversali (Foster e Rogowsky (1997)).

Byung Hwan et al. (1997)

Byung Hwan et al.(1997) hanno condotto un'analisi sperimentale e numerica sul comportamento di travi rettangolari al fine di determinare la distribuzione locale di tensione e il meccanismo di rottura delle zone di ancoraggio di travi precomprese. L'indagine numerica è consistita in un'analisi agli elementi finiti tridimensionale non lineare. Gli autori hanno analizzato le tensioni di trazione nelle due direzioni perpendicolari al cavo, chiamate rispettivamente tensioni di fenditura radiali e tangenziali (Fig. 1-28). Sia nell'indagine sperimentale sia nell'indagine numerica gli autori hanno evidenziato che le tensioni massime radiali sono minori delle tensioni massime tangenziali. Tali tensioni, quindi, possono essere responsabili della rottura della zona di ancoraggio.

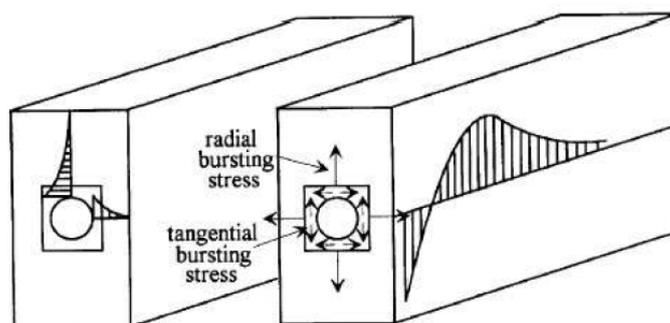


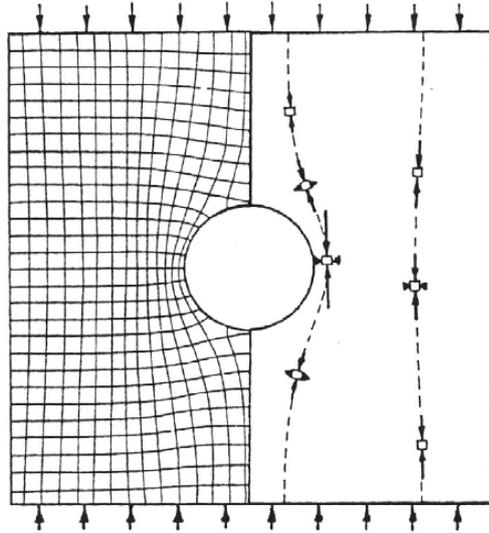
Fig. 1-28 - Tensioni di fenditura radiali e tangenziali secondo Byung (1997).

1.5 Pilastrì forati

Nonostante i diversi esempi applicativi riscontrabili (elementi strutturali soggetti a carotaggio o elementi forati per il passaggio di impianti), pochi studi analitici e sperimentali hanno riguardato l'analisi di elementi compressi in presenza di fori. Infatti in questi casi, la maggior parte degli studi si basa sulle analisi numeriche, avvalorate dai recenti concetti della meccanica della frattura. Nel seguito si approfondisce la trattazione elastica del problema.

1.5.1 Considerazioni generali

Come noto, la realizzazione di un foro in un elemento strutturale determina l'annullamento delle tensioni sul contorno del foro, con redistribuzione degli sforzi che subiscono un notevole incremento nelle immediate vicinanze dell'apertura.



**Fig. 1-29 – Isostatiche di trazione e di compressione in un elemento forato
soggetto a compressione uni assiale.**

La Fig. 1-29 mostra l'andamento delle isostatiche di trazione e di compressione in un materiale elastico nel quale è stato realizzato un foro circolare e soggetto a compressione uniassiale. Si nota che in prossimità del foro le tensioni principali divergono significativamente dalla verticale e dall'orizzontale.

Per capire qualitativamente il problema si sono utilizzate nel passato analogie idrodinamiche relative al caso di un corso d'acqua parzialmente ostruito dalla presenza di una pila circolare (Fig. 1-30).

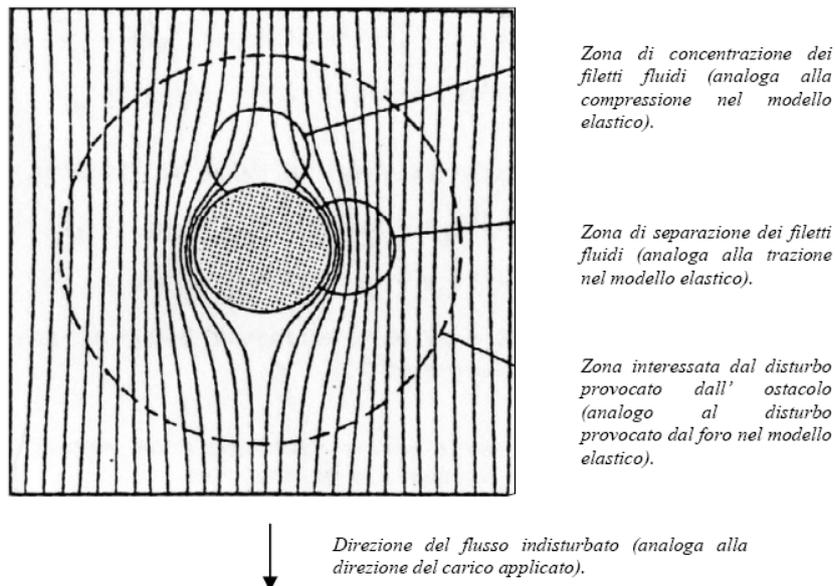


Fig. 1-30 – Analogia idrodinamica.

Infatti si notano zone di separazione delle traiettorie dei filetti fluidi analoghe a zone in trazione in corrispondenza della calotta e della parte bassa del foro nel caso di elemento strutturale soggetto a compressione monoassiale. In campo idraulico si nota una concentrazione dei filetti fluidi nelle parti laterali della pila, il che corrisponde a un incremento delle tensioni di compressione nell'elemento forato compresso. Si nota inoltre che la deviazione delle traiettorie avviene in una zona limitata che è circa tre volte il diametro del foro; esternamente a tale zona le linee isostatiche di compressione mantengono un andamento pressoché rettilineo e quindi non sono influenzate dalla presenza del foro.

1.5.1.1 La soluzione elastica di Kirsch (1898)

Una delle prime soluzioni per uno stato tensionale biassiale attorno un'apertura circolare in un corpo elastico, indefinito, omogeneo, isotropo e infinitamente resistente a taglio, fu fornita da Kirsch (1898). Facendo

rispetto al sistema di riferimento in coordinate polari in Fig. 1-31, la trattazione di Kirsch portò ai seguenti risultati:

Tensioni normali radiali

$$\sigma_r = \frac{1}{2} p_z \left[(1+k) \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + (1-k) \left(1 - 4 \frac{a^2}{r^2} + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \quad (1.7)a$$

Tensioni normali circonferenziali

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2} p_z \left[(1+k) \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - (1-k) \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \quad (1.7)b$$

Tensioni tangenziali

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{2} p_z \left[-(1+k) \left(1 + 2 \frac{a^2}{r^2} + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta \right] \quad (1.7)c$$

dove a rappresenta il raggio del foro, r la distanza del generico punto dal centro e k il rapporto tra tensione orizzontale p_h e verticale p_z .

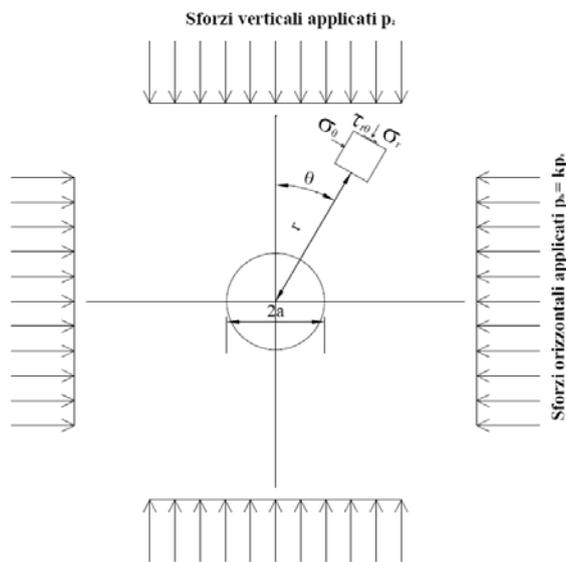


Fig. 1-31 – Sistema di riferimento adottato da Kirsch (1898).

Le equazioni fornite (1.7) mostrano che gli sforzi radiali e quelli tangenziali al contorno ($r = a$) sono nulle. Ponendo $r = a$ si ottengono i seguenti sforzi circolari:

$$\sigma_{\theta} = p_z \left[(1+k) - 2(1-k) \cos 2\theta \right] \quad (1.8)$$

In chiave di calotta ($\theta = 0^\circ$) e nel punto diametralmente opposto ($\theta = 180^\circ$) la Eq.(1.8) diventa:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_h = p_z(3k-1) \quad (1.9)$$

All'imposta di calotta ($\theta = 90^\circ$) e nel punto diametralmente opposto ($\theta = 270^\circ$) si ottiene invece:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_v = p_z(3-k) \quad (1.10)$$

Queste relazioni, ricondotte al caso di compressione monoassiale ($k = 0$), determinano tensioni di trazione in calotta, e delle compressioni all'imposta pari al triplo delle compressioni iniziali.

Nel caso di uno stato tensionale isotropo ($k = 1$), queste relazioni portano in chiave di calotta e all'imposta, delle compressioni pari al doppio delle compressioni iniziali (p_z).

Per uno stato tensionale puramente tangenziale ($k = -1$) si otterrebbe trazione in chiave di calotte, mentre all'imposta si ottiene una compressione pari a 4 volte la compressione iniziale.

All'aumentare della distanza dal foro, l'influenza sullo stato tensionale prodotta dall'apertura del foro decresce. Le modalità di variazione dello stato tensionale con la distanza dal foro dipendono inoltre dalla tipologia dello stato tensionale preesistente.

Dall'analisi delle Eq.(1.7) si evince che la concentrazione di sforzi conseguente alla creazione del foro, si attenua piuttosto rapidamente e che per una distanza all'incirca pari a 3 volte il raggio del foro, il rapporto tra tensioni indotte e preesistenti si avvicina molto all'unità, qualunque sia lo stato tensionale preesistente.

Ciò significa, che oltre questa distanza dal contorno foro, lo stato tensionale nel mezzo interessato, non risente dell'influenza del foro. Questo concetto è ormai ben noto nell'analisi dello stato tensionale in prossimità di aperture. Da ciò si deduce che in un'analisi esaustiva della variazione dello stato tensionale indotta da un foro circolare, occorre analizzare una regione attorno al foro di estensione pari a circa 3-4 volte del raggio del foro, in quanto soltanto in questa zona le variazioni risultano significative. Tuttavia, un attento esame delle Eq. (1.7) mostra che nel caso di aperture circolari, l'andamento delle isostatiche di trazione e di compressione si ripete in ognuno dei quattro quadranti. Quindi per determinare completamente l'andamento dello stato tensionale basta analizzare le Eq. (1.7) per $0^\circ < \theta < 90^\circ$, e quindi per analizzare esaustivamente lo stato tensionale basta analizzare soltanto un quadrante dell'intorno del foro. Nel caso di aperture con un solo asse di simmetria, la variazione dello stato tensionale nell'intorno del foro avviene in maniera simmetrica rispetto all'asse e di conseguenza basta analizzare solo una metà dell'intorno. Nel caso di aperture multiple però, non esiste alcun effetto di simmetria e di conseguenza la modifica dello stato tensionale nell'intorno del foro avviene in maniera non simmetrica.

I risultati ottenuti dalla teoria di Kirsch, mostrano anche che gli sforzi attorno al foro dipendono dall'entità dei carichi applicati e dalla geometria del corpo sollecitato. L'influenza prodotta dalle costanti elastiche e quindi la rigidità del mezzo forato non compare. Ciò significa che la redistribuzione degli sforzi avviene nella stessa maniera qualunque sia il materiale utilizzato, a patto ovviamente che si tratti di un mezzo elastico, omogeneo ed isotropo.

Finora si è trattato per semplicità il caso del foro di forma circolare, il quale costituisce soltanto un caso particolare della forma che può assumere un'apertura. In questo caso, infatti il raggio di curvatura nel contorno si mantiene costante, e tutti gli assi sono di simmetria per cui non si avverte l'influenza della curvatura e dell'inclinazione del foro. Basti pensare ad esempio a un'apertura ellittica con rapporto tra gli assi pari a 2:1 nel caso

rispettivamente di asse maggiore verticale, a 45° e orizzontale, in presenza di stato tensionale monodimensionale verticale (Fig. 1-32).

Le massime tensioni di trazione si hanno in chiave di calotta per asse maggiore orizzontale e verticale, tuttavia un'inclinazione dell'asse maggiore ha l'effetto di aumentare le tensioni di trazione. Da un punto di vista qualitativo si può affermare che per carico verticale, più l'ellisse tende ad una configurazione orizzontale, maggiori saranno le concentrazioni di compressione nel punto più sollecitato.

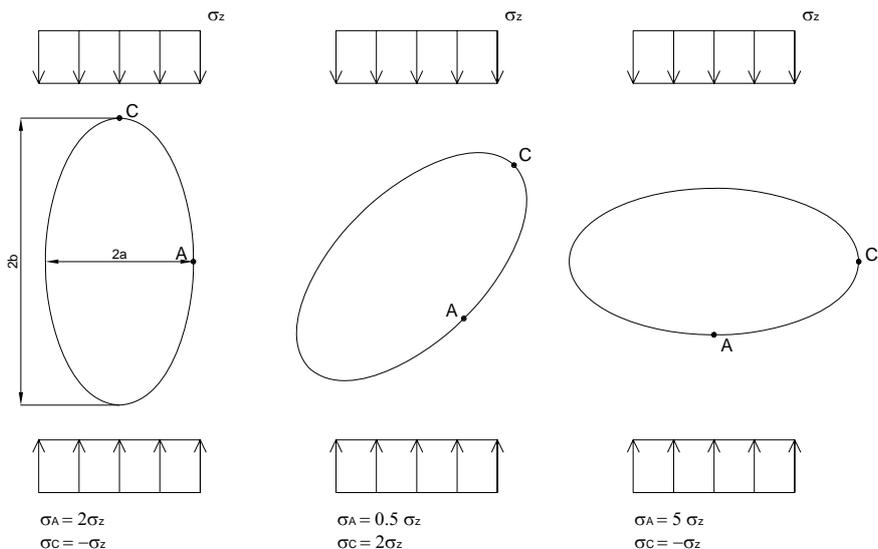


Fig. 1-32 – Tensioni sul contorno di un foro ellittico.

Nel caso di stato tensionale piano, le tensioni normali circonferenziali al contorno di una apertura ellittica sono date dalle equazioni:

$$\begin{aligned} \sigma_A &= \sigma_z \left(1 + 2 \frac{a}{b} - k \right) = \sigma_z \left(1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho_A}} - k \right) \\ \sigma_C &= \sigma_z \left(k \left(1 + 2 \frac{b}{a} \right) - 1 \right) = \sigma_z \left(k \left(1 + 2 \sqrt{\frac{b}{\rho_C}} \right) - 1 \right) \end{aligned} \tag{1.11}$$

dove $\rho_A = b^2/a$ e $\rho_C = a^2/b$ sono i raggi di curvatura in A e C.

La forma della equazioni (1.11) mostra come il raggio di curvatura influenzi la concentrazione degli sforzi; minore è il raggio di curvatura, maggiore è la tensione di compressione. Inoltre la concentrazione degli sforzi diventa sempre maggiore in corrispondenza di spigoli vivi nelle aperture. Si è notato inoltre che la forma più vantaggiosa da conferire al foro dipende dalla forma dello stato tensionale; così mentre per uno stato tensionale monodimensionale appare più conveniente una forma ellittica con l'asse maggiore rivolto lungo la direzione degli sforzi ($\sigma_{max} = 2 \sigma_z$) rispetto ad una forma circolare ($\sigma_{max} = 3 \sigma_z$), per uno stato tensionale isotropo ($\sigma_h = \sigma_z$) la forma circolare appare senz'altro quella che dà le minori concentrazioni degli sforzi rispetto ad altre forme. Una regola generale che viene spesso utilizzata per determinare la forma più adatta del foro consiste nel porre il rapporto tra gli assi dell'ellisse pari al rapporto k tra le tensioni in direzione orizzontale e verticale.

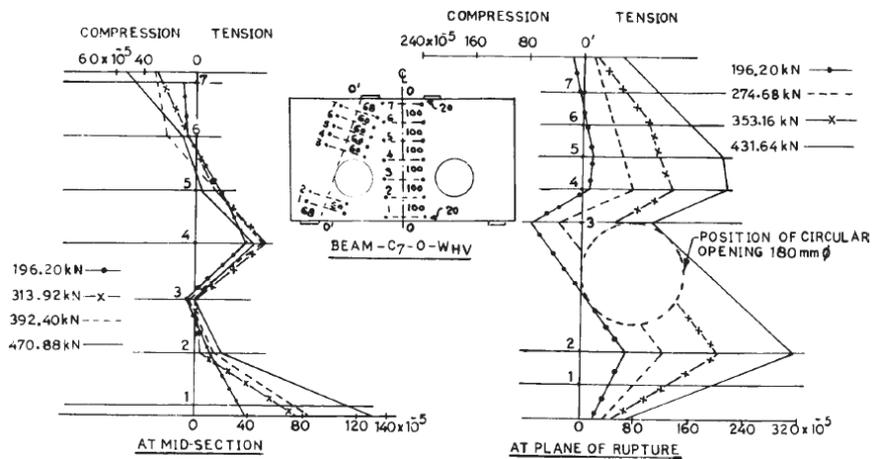
1.6 Travi alte forate

Diversi studi sono stati condotti negli ultimi anni sul comportamento di travi alte in presenza di fori. La presenza di aperture in elementi bidimensionali ha infatti diversi riscontri applicativi, come ad esempio la creazione di aperture per il passaggio di impianti o, in alcuni casi, per veri e propri varchi. Le prime trattazioni delle travi alte forate prendevano spunto dalle osservazioni sperimentali di Kong et al. (1973). Gli autori mostrarono che i fattori principali che influenzano la risposta delle travi alte forate sono:

- il rapporto luce di taglio/altezza delle sezioni;
- la sezione trasversale;
- la quantità e la disposizione dell'armatura longitudinale e trasversale;
- le proprietà del calcestruzzo e dell'acciaio;
- il tipo e la posizione del carico;
- la dimensione, la forma e la posizione del foro.

1.6.1 Considerazioni generali

La Fig. 1-33 mostra l'andamento delle deformazioni determinato sperimentalmente da Kong et al. (1970) per diversi livelli di carico, in una trave alta forata provata a flessione su quattro punti.



**Fig. 1-33 – Andamento delle deformazioni in una trave alta forata
(Kong et al. 1973).**

Dall'andamento delle deformazioni nella sezione di mezzeria, si evince che prima della fessurazione la trave si comporta in maniera elastica, con distribuzione non lineare delle deformazione. L'andamento delle deformazioni lungo il piano di rottura mostra il comportamento della trave anche prima della fessurazione, mettendo in evidenza la presenza di sforzi di trazione.

Nel caso di presenza di fori rettangolari, la prima lesione visibile avviene normalmente nella regione vicina l'appoggio e dagli angoli del foro. Il carico di prima fessurazione rilevato da Ray et al. (1990) varia tra il 40% ed il 50% del carico di rottura.

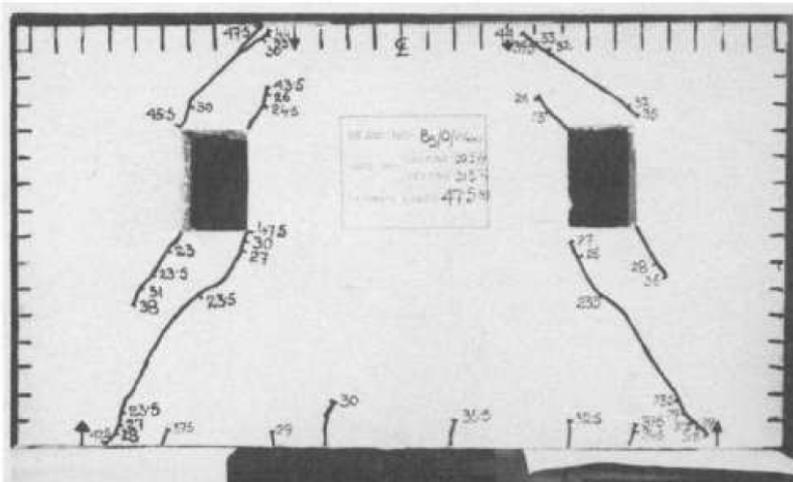


Fig. 1-34 – Quadro fessurativo a rottura di una trave alta con fori rettangolari (Ray et al.1982).

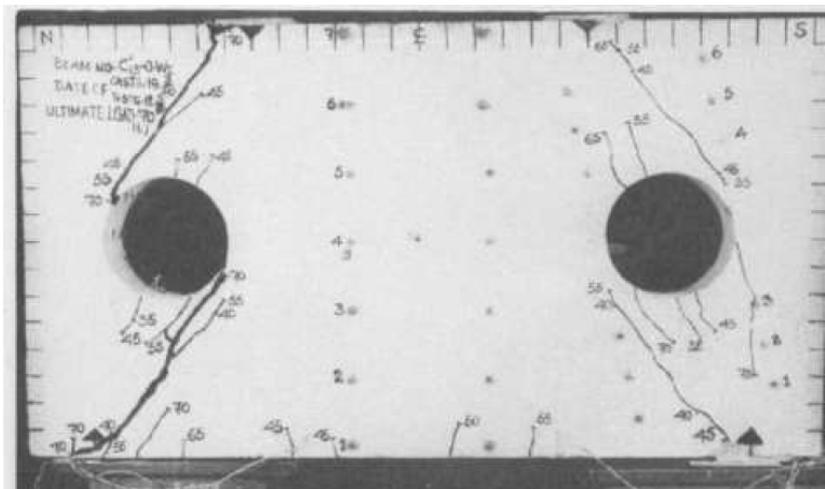


Fig. 1-35 – Quadro fessurativo a rottura di una trave alta con fori circolari (Ray et al.1982).

All'aumentare del carico, tali fessure iniziali di lunghezza ridotta tendono a propagarsi lentamente in direzione diagonale. Per valori di carico compresi nell'intervallo del 50-97% del carico di rottura, si formano delle lesioni

diagonali, più lunghe delle prime (analoghe alle lesioni diagonali critiche nelle travi alte non forate) nelle zone sopra e sotto il foro (Fig. 1-34) anche se distanti da esso e dalle zone di carico e di appoggio. Tali fessure si propagano immediatamente da entrambi i lati (contorno del foro e zone di carico/appoggio) portando il provino a rottura.

Se le aperture hanno forma circolare, le lesioni si formano in posizione diametralmente opposta sui bordi del foro nella luce di taglio (Fig. 1-35) e si propagano lungo le zone di carico/appoggio. Dopo un determinato livello di carico tali lesioni si fermano mentre se ne formano altre: alcune al centro della luce di taglio ma lontane dal foro che avanzano rapidamente in direzione diagonale e tangenzialmente al contorno del foro. Quest'ultime sono responsabili della rottura della trave.

Le lesioni da flessione nelle travi alte forate sono poche e si formano per livelli di carico compresi nell'intervallo del 60-95% del carico di rottura. Difficilmente raggiungono un'estensione di circa tre volte l'altezza dal bordo della trave e si richiudono se il provino viene scaricato. Dalle Fig. 1-34 e Fig. 1-35 si evince che la rottura avviene per fessurazione diagonale indotta dal taglio e che la trave può sopportare elevati valori del carico dopo la stabilizzazione della lesione diagonale nella regione di taglio tra foro e appoggio.

Il foro circolare, oltre ad essere quello più frequente, è anche quello maggiormente adatto alla trasmissione del carico, con un quadro fessurativo diagonale ben definito. Per tale motivo l'attenzione è maggiormente focalizzata su questa tipologia di foro. La massima ampiezza della fessura a rottura sarà più grande quando il centro del foro è collocato al centro della luce di taglio. Tale situazione risulta quindi la più gravosa. Il foro non dovrebbe essere praticato troppo vicino ai bordi della trave, poiché in tal caso le fessure secondarie possono provocare la rottura. La resistenza della trave aumenta quando il foro è collocato fuori dai "quadranti di carico" ("loaded quadrants"), che vengono evidenziati in Fig. 1-36 (Kong et al., 1970, Ray, 1990).

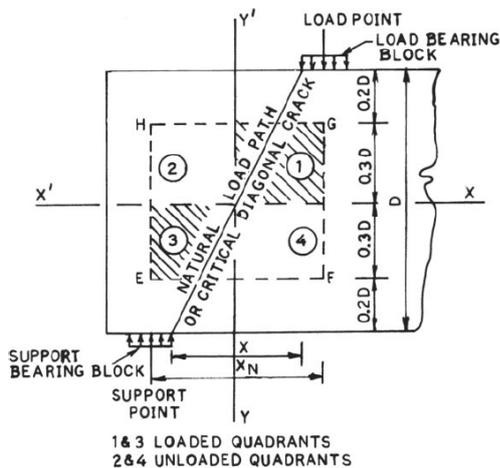
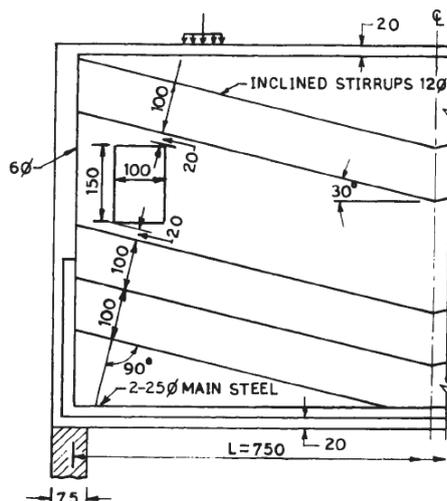


Fig. 1-36 – “Loaded quadrants” e “unloaded quadrants” in una trave alta (Ray, 1990)

Le travi alte forate con foro esterno alla luce di taglio invece, possono essere assimilate a travi non forate come osservato sperimentalmente da Kong et al.(1970). La posizione del foro è quindi il fattore che influenza di più la resistenza della trave. Si nota inoltre dalle relazioni carico-freccia sperimentali che la deformabilità della trave diminuisce se il foro viene spostato dall'appoggio verso la mezzeria della trave, contrariamente alle usuali aspettative per le travi snelle. Ciò è dovuto al fatto che la freccia, nelle travi alte, è governata dalle distorsioni da taglio, e quindi la presenza del foro nella regione di elevato valore del taglio aumenta notevolmente la deformabilità dell'elemento.

L'armatura principale nelle travi alte, non agisce solo come armatura a flessione ma anche a taglio attraverso l'effetto spinotto (“dowel effect”). L'armatura secondaria, ad esempio una rete di armatura, controlla l'ampiezza delle fessure e la freccia anche se il valore del carico di prima fessurazione non è influenzato dalla presenza delle armature. Una delle tipologie di armatura trasversale adoperata è l'armatura inclinata, posizionata perpendicolarmente al piano di rottura (lesione critica diagonale) (Fig. 1-37).



**Fig. 1-37 – Trave alta con foro ed armatura secondaria inclinata
(Kong et al. 1975).**

Altro tipo di armatura è costituita dalle staffe orizzontali che incrementano notevolmente la resistenza della trave, specie se disposte insieme con l'armatura verticale. È stato osservato sperimentalmente che nelle travi alte forate, la presenza di armatura trasversale orizzontale distribuita ugualmente su entrambi i lati del foro incrementa notevolmente i valori del carico ultimo e della freccia ultima. La rottura sarà istantanea nelle travi con debole armatura trasversale mentre sarà più progressiva nelle travi con un maggiore quantitativo di armatura.

1.6.2 Modelli teorici

Come detto in precedenza, i modelli teorici disponibili in letteratura sono stati messi a punto da diversi autori a valle di alcune indagini sperimentali. In particolare, le prime trattazioni teoriche (Kong et al., 1970) adottavano metodi basati sulla teoria del taglio e fornivano espressioni di progetto calibrate con coefficienti empirici determinati attraverso numerosi dati sperimentali. Il progressivo sviluppo della tecnica degli elementi finiti ha permesso analisi più complesse. Queste hanno avuto la finalità sia di studiare

il comportamento a rottura che l'ottimizzazione di modelli strut-and-tie (Wu e Lee (2009)). Studi successivi sfruttarono i concetti dell'analisi limite attraverso la definizione di meccanismi di rottura rigido-plastici (Ashour e Rishi (2000)), mentre i principali contributi basati sulla modellazione strut-and-tie sono dovuti a Tan et al. (2004, 2007).

1.6.2.1 Modelli basati sulla teoria del taglio

Ray (1966)

Ray (1966) ha sviluppato delle formule di progetto per travi alte forate, usando il criterio di Mohr-Coulomb modificato e la teoria del taglio. Ipotizzando la formazione delle fessure critiche, la scrittura delle equazioni di equilibrio conduce alla seguente espressione del carico di rottura per travi senza armatura trasversale:

$$P = \frac{2 \cdot b \cdot h \cdot c}{\sin \beta \cos \beta (\tan \beta + \tan \phi_0)} + 2F_t \left[\tan \beta - \frac{1}{\cos^2 \beta (\tan \beta + \tan \phi_0)} \right] \quad (1.12)$$

con:

$$c = \frac{\sqrt{\sigma_{uc} \cdot \sigma_{ut}}}{2}; \quad \tan \phi_0 = \frac{\sigma_{uc} - \sigma_{ut}}{2\sqrt{\sigma_{uc} \cdot \sigma_{ut}}} \quad (1.13)$$

e avendo indicato con b e h rispettivamente la base e l'altezza della trave, con c la coesione interna del calcestruzzo, con ϕ_0 il coefficiente di attrito interno del calcestruzzo, con β l'inclinazione del piano di frattura con l'orizzontale, mentre σ_{uc} e σ_{ut} rappresentano rispettivamente la resistenza del calcestruzzo a compressione e a trazione.

Kong et al. (1970)

Sulla base di numerosi studi sperimentali, Kong et al. (1970) fornirono delle espressioni per calcolare la resistenza a taglio di travi alte forate per calcestruzzi ordinari ed alleggeriti.

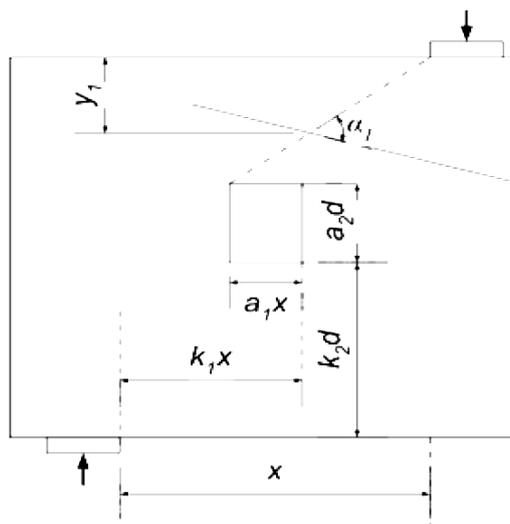


Fig. 1-38 – Modello di Kong et al. (1970).

Con riferimento ai simboli di Fig. 1-38, la resistenza di una trave alta forata secondo il modello di Kong et al.(1970) può scriversi come:

$$P = C_1 \left[1 - 0.35 \frac{k_1 x}{k_2 h} \right] k_2 f_{ct} b h + C_2 \sum \lambda C_2 A_s \frac{y}{h} \sin^2 \alpha_1 \quad (1.14)$$

dove C_1 e C_2 e λ sono coefficienti empirici che dipendono rispettivamente dal calcestruzzo ($C_1=1.40$ per calcestruzzo ordinario, $C_1=1.35$ per calcestruzzo alleggerito), dall'acciaio ($C_2=300$ per barre ad aderenza migliorata, $C_2=130$ per barre lisce) e dal tipo di armatura ($\lambda=1.5$ per armatura trasversale, $\lambda= 1$ per barre longitudinali), x è la luce di taglio netta, y è l'altezza per la quale la generica barra intercetta la fessura critica mentre f_{ct} è la resistenza a trazione del calcestruzzo.

1.6.2.2 Modelli basati sulle analisi numeriche

Wu e Lee (2009)

Wu e Lee (2009) hanno condotto delle analisi numeriche e prove sperimentali con l'obiettivo di valutare la capacità portante di due travi alte continue in presenza di fori, progettate mediante modelli strut-and-tie.

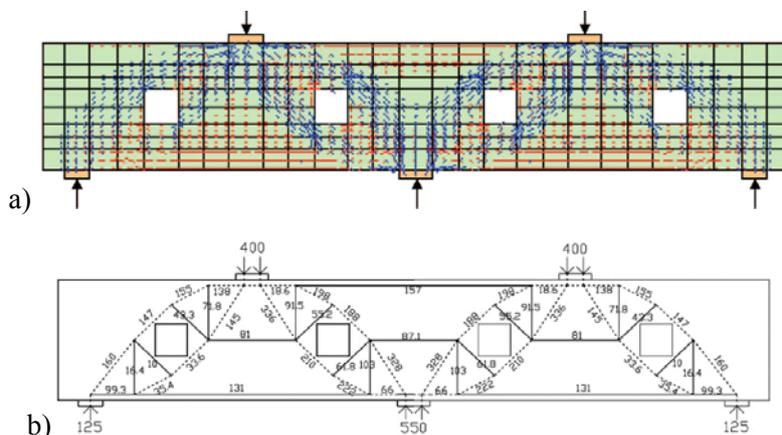


Fig. 1-39 – Modello di Wu e Lee (2009);

a) Direzioni principali di tensione; b) Modello strut-and-tie.

La Fig. 1-39a) mostra le direzioni principali di tensioni derivanti dall'analisi lineare condotta con la tecnica degli elementi finiti; in particolare le direzioni principali di compressione sono segnate in blu mentre quelle di trazione in rosso. La Fig. 1-39b) mostra invece il corrispondente modello strut-and-tie. Gli autori hanno quindi confrontato la resistenza a taglio calcolata con il modello tirante-puntone con i risultati sperimentali, ottenendo un valore effettivo di capacità portante superiore di quello analitico di circa il 40%. Tuttavia Wu e Lee (2009) hanno anche mostrato come il modello strut-and-tie sia in grado di cogliere il quadro fessurativo e la modalità di rottura; gli autori hanno inoltre ottenuto una buona rispondenza tra i valori di tensioni di trazione nell'intorno del foro rilevati sperimentalmente e quelli calcolati il modello strut-and-tie, mettendo in luce la validità del modello a traliccio per il progetto delle travi alte forate.

1.6.2.3 Modelli basati sulla teoria della plasticità

Ashour e Rishi (2000)

Gli autori hanno messo a punto un modello rigido-plastico basato sull'individuazione di due meccanismi di rottura in travi alte continue ed in presenza di fori. I meccanismi individuati si differenziavano a seconda se il foro ricadeva nella luce di taglio interna o esterna.

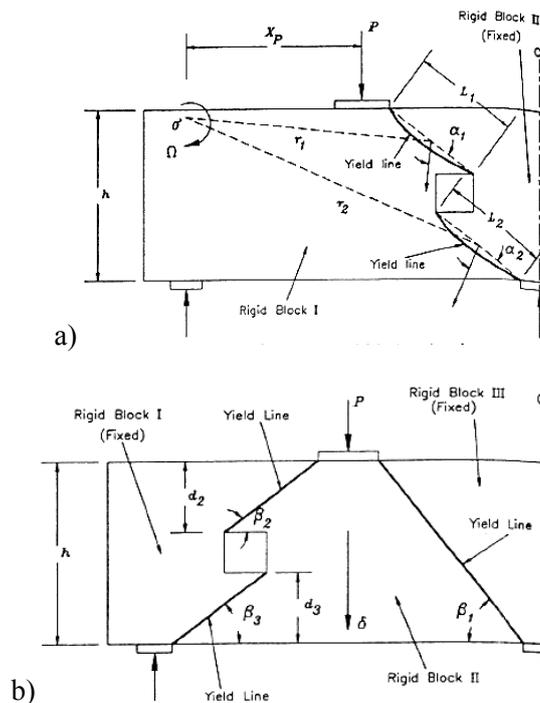


Fig. 1-40 – Meccanismi di rottura in travi alte continue in presenza di fori (Ashour e Rishi (2000): a) foro posizionato nella luce di taglio interna; b) foro posizionato nella luce di taglio esterna.

Nel primo meccanismo, che si verifica nel caso in cui il foro sia collocato nella luce di taglio interna, si ipotizza che la trave si suddivida in tre blocchi rigidi separati da due linee di frattura (Fig. 1-40a); il blocco rigido centrale

(blocco II) è fisso, mentre il blocco rigido I ruota intorno al punto O' , che si trova sulla verticale dal punto di appoggio.

Nel secondo meccanismo (Fig. 1-40b), relativo al caso di foro posizionato nella luce di taglio esterna, il blocco centrale rigido II, si muove verticalmente di un valore δ , mentre gli altri due blocchi (I e III) vengono considerati fissi.

In entrambi i casi, gli autori eguagliano l'energia interna dissipata (calcolata come la somma dei contributi del calcestruzzo e dell'acciaio) con il lavoro compiuto dalle forze esterne, determinando il carico di rottura. Questo viene espresso in forma adimensionale secondo le seguenti espressioni:

Primo meccanismo

$$\lambda = \frac{1}{X_p} \left(\frac{v}{2h} (L_1 r_1 (1 - \sin \alpha_1) + L_2 r_2 (1 - \sin \alpha_2)) + \sum_{i=1}^{N_{\phi v}} \phi_{vi} X_i + \sum_{j=1}^{N_{\phi h}} \phi_{hj} Y_j \right) \quad (1.15)$$

Secondo meccanismo

$$\lambda = \frac{v}{2} \left(\frac{(1 - \cos \beta_1)}{\sin \beta_1} + \frac{d_2 (1 - \cos \beta_2)}{h \sin \beta_1} + \frac{d_3 (1 - \cos \beta_3)}{h \sin \beta_3} \right) + \sum_{k=1}^{N_{\phi}} \phi_{vk} \quad (1.16)$$

dove $\lambda = P / (b \cdot h \cdot f_c)$, h e b sono rispettivamente l'altezza e la base della trave, $\phi_{vi} = (A_{vi} f_{yi}) / (b \cdot h \cdot f_c)$ e $\phi_{hj} = (A_{hj} f_{yj}) / (b \cdot h \cdot f_c)$ sono i rapporti di armatura verticale e orizzontale delle barre che attraversano la linea di frattura, $N_{\phi v}$ ed $N_{\phi h}$ sono i numeri di armature verticali e orizzontali che attraversano le linee di frattura, X_p è la distanza orizzontale dal punto di applicazione del carico applicato del centro di istantanea rotazione O' , L_1 e L_2 sono le lunghezze delle due corde delle due linee di frattura, r_1 e r_2 sono le distanze tra i punti medi delle corde delle due linee di frattura e il centro istantaneo O' , v è il coefficiente di softening del calcestruzzo mentre gli angoli α e β e le distanze d_2 e d_3 sono individuati in Fig. 1-40.

Il carico adimensionalizzato λ è implicitamente espresso in funzione della posizione del centro di istantanea rotazione. La minimizzazione numerica di questa funzione fornisce la posizione ottimale del centro di istantanea rotazione, e quindi, fornisce il minimo valore del parametro λ . In alternativa, la posizione del centro istantaneo può essere situato al livello di armatura di rinforzo longitudinale superiore, mentre le tensioni registrate in queste barre sono lontane dalle tensioni di snervamento.

1.6.2.4 Modelli strut-and-tie

Tan et al. (2004)

Tan et al.(2004) hanno proposto un modello strut-and-tie in grado di calcolare la resistenza a taglio di travi alte forate in presenza di armatura trasversale inclinata. Gli autori, sulla base dell'osservazione delle modalità di rottura ottenute sperimentalmente, hanno individuato due percorsi di carico (Fig. 1-41), ognuno modellato con due coppie di puntoni, quello superiore formato dai puntoni CA e AD (a sinistra del foro, “upper force path”) e quello inferiore costituito dalle bielle CB e BD (a destra del foro, “lower force path”).

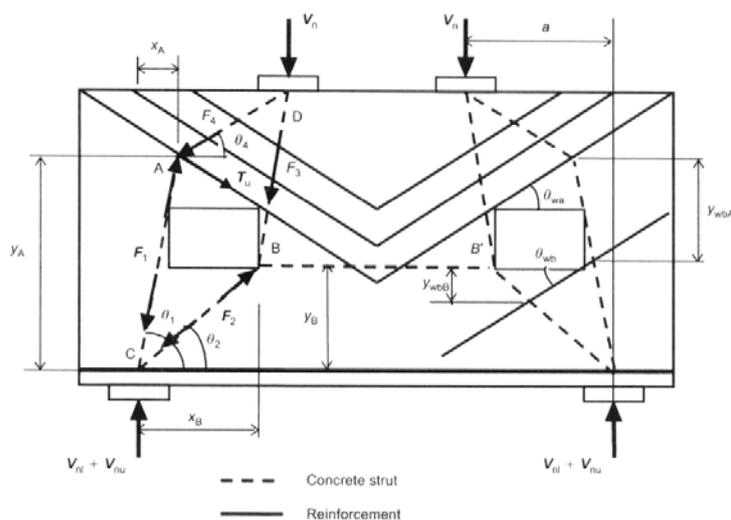


Fig. 1-41 – Modello strut-and-tie proposto da Tan et al.(2004).

La resistenza del puntone superiore è stata determinata ipotizzando la rottura per taglio-trazione attraverso le relazioni di equilibrio del nodo A nell'ipotesi di armatura trasversale snervata; questa può scriversi nella forma:

$$F_{lweb} = \frac{f_{wa} A_{wa} \sin(\theta_{wa} + \theta_4)}{\sin(\theta_1 - \theta_4)} \quad (1.17)$$

dove θ_{wa} è l'angolo dell'armatura inclinata sopra il foro, θ_1 e θ_4 sono gli angoli che i puntoni formano con l'orizzontale, mentre A_{wa} e f_{wa} sono rispettivamente l'area e la tensione di snervamento dell'armatura trasversale disposta sopra il foro.

Tuttavia gli autori mostrano che la resistenza della trave è legata anche alle condizioni biassiali di sforzo del nodo di appoggio C, soggetto a trazione (dovuta all'armatura longitudinale) e compressione (a causa della presenza dei puntoni). Adottando il criterio di Mohr-Coulomb modificato ed introducendo le tensioni derivanti dal puntone 1 e dal tirante, gli autori hanno ricavato la seguente espressione della resistenza del nodo, associata agli sforzi trasmessi dal meccanismo di trasmissione superiore:

$$F_{lnode} = \frac{1}{(\sin(2\theta_1) \sin \theta_1 / f_{t1} A_{c1}) + (1/f_c A_{str1})} \quad (1.18)$$

$$\text{con } f_{t1} = \frac{2A_s f_y \sin^2 \theta_1}{A_{c1}} + 2 \frac{A_{wb} f_{wb} \sin(\theta_1 + \theta_{wb}) \sin \theta_1}{A_{c1}} \cdot \frac{y_{wbA}}{y_A} + f_{ct} \quad (1.19)$$

dove θ_{wb} è l'angolo che forma l'armatura trasversale sotto il foro, y_{wbA} è la distanza verticale misurata dal nodo A sino all'intersezione dell'armatura trasversale e il puntone inclinato AC sotto il foro, A_{c1} è l'area di calcestruzzo effettiva adiacente al foro ($A_{c1} = b_w y_A$), mentre A_{str1} è l'area del puntone ($A_{str1} = b_w l_a \cos \theta_1 + b_w l_b \sin \theta_1$).

Gli autori hanno inoltre mostrato che quando la rottura è governata dal nodo ($F_{lweb} > F_{lnode}$), il valore di forza trasmesso mediante il "lower force

path” è trascurabile, e il taglio ultimo può essere calcolato con la semplice relazione di equilibrio del nodo di appoggio.

$$V_n = F_{\text{Inode}} \sin \theta_1 \quad (1.20)$$

Differentemente, nel caso in cui il nodo sia sovraresistente nei confronti delle forze trasmesse dal puntone AC, è necessario calcolare l'aliquota di resistenza dovuta al meccanismo inferiore (puntoni CB e BD). In questo caso gli autori assumono che la resistenza sia indipendente dall'armatura disposta e dipenda prevalentemente dal nodo. La resistenza a taglio della trave viene quindi determinata attraverso una procedura iterativa.

CAPITOLO 2

PROGRAMMA SPERIMENTALE

2.1 Introduzione

Nel presente capitolo viene descritto il programma sperimentale messo a punto per l'analisi del comportamento di alcuni tipi di regioni diffusive. Si descrive l'apparecchiatura di prova, il sistema di acquisizione dati e si illustrano le modalità ed i risultati relativi alle fasi di caratterizzazione meccanica dei materiali costituenti i provini.

Nella prima indagine sperimentale si esamina il comportamento in compressione di pilastri in cemento armato in presenza di un foro centrato. In tale ambito si valuta la possibile applicazione della tecnica del "sovracarotaggio superficiale" per la valutazione dello stato tensionale in un pilastro esistente. Nella seconda indagine sperimentale si focalizza l'attenzione sull'effetto della presenza di un foro circolare sullo stato tensionale e deformativo di colonne in cemento armato e sulla capacità portante di elementi caricati su una porzione ridotta della propria superficie trasversale (puntoni a collo di bottiglia). Infine, nella terza indagine sperimentale si focalizza l'attenzione sul comportamento flessionale di travi alte forate, analizzando gli effetti della collocazione del foro nonché della presenza delle armature trasversali.

2.2 Indagine sperimentale su pilastri soggetti alla prova di sovracarotaggio superficiale

La sperimentazione in oggetto, ha avuto il duplice obiettivo di valutare, sia l'influenza dei fori sul comportamento in compressione di elementi in cemento armato che l'applicabilità della tecnica del sovracarotaggio superficiale alle stesse colonne.

La tecnica del sovracarotaggio superficiale ("overcoring technique") è una metodologia sperimentale ampiamente applicata nell'ambito della meccanica delle rocce, che consente di ricavare lo stato tensionale in-situ.

Il principio alla base del sovracarotaggio è la misura della variazione dello stato deformativo, provocata dalla rimozione di una parte di materiale attraverso il carotaggio. Le fasi principali della prova, che sono state finalizzate principalmente alla validazione della tecnica, sono riassunte schematicamente in Fig. 2-1.

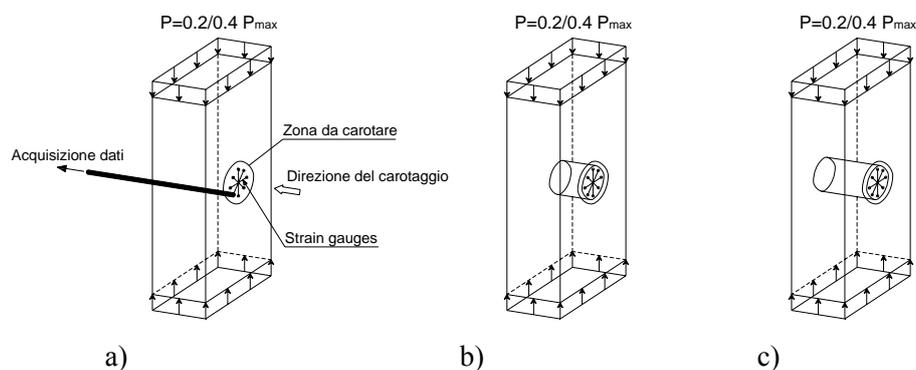


Fig. 2-1 – Fasi della prova di sovracarotaggio;

a) Impostazione del livello di carico; b) Avanzamento del carotaggio e acquisizione dei dati; c) Carotaggio completo.

Inizialmente il provino integro viene sottoposto ad un prefissato livello di carico, (Fig. 2-1a) che viene mantenuto costante; successivamente si comincia a praticare un foro circolare attraverso una carotatrice con punta a corona diamantata; durante il progressivo prelievo della carota, degli strain-

gauges posizionati sulla superficie della zona da carotare, misurano le deformazioni di rilascio (Fig. 2-1b). L'operazione di acquisizione delle deformazioni si conclude a carotaggio completo (Fig. 2-1c).

Successivamente, note le caratteristiche elastiche del materiale e nelle ipotesi di comportamento elastico-lineare e di stato tensionale piano, vengono calcolate le tensioni corrispondenti. I risultati così ottenuti in fase elastica sono molto utili per la valutazione dello stato tensionale esistente, e per la validazione e la calibrazione dei modelli numerici.

Il programma sperimentale prevede l'esecuzione di 4 prove di sovracarotaggio e 4 di compressione a rottura su elementi in cemento armato. Nelle prove di sovracarotaggio, le colonne sono soggette ad un livello costante di carico, in modo da poter confrontare le tensioni rilevate con quelle teoricamente applicate. In particolare sono stati scelti due diversi livelli di carico, rispettivamente pari al 20% e al 40% del carico teorico di rottura, in modo da poter valutare l'applicabilità della tecnica per diversi livelli di sforzo. Oltre all'effetto del livello di carico, nell'ambito delle prove di sovracarotaggio si è cercato di valutare anche l'influenza dell'armatura esistente testando sia elementi armati che non armati.

Con riferimento alle prove di compressione a rottura, sono stati testati due elementi integri e due elementi forati, in modo da valutare sperimentalmente l'influenza del foro sulla capacità portante e l'effetto benefico indotto dall'armatura.

Lo studio sperimentale, costituito dalle fasi di confezionamento dei provini e di esecuzione di prove di laboratorio, si è svolto presso il Laboratorio di Caltanissetta di Sidercem s.r.l - Istituto di Ricerca e Sperimentazione, che ha parzialmente finanziato la ricerca.

2.2.1 Confezionamento dei provini

La fase di confezionamento dei provini ha previsto la realizzazione dei pilastri e dei cilindri e dei cubi per la caratterizzazione meccanica del calcestruzzo.

Si sono confezionate 8 colonne distinte in base alla presenza di armatura, del livello di carico e del tipo di prova cui sono soggette, le cui caratteristiche principali sono riassunte in Tabella 2-1.

n. di provini	Armatura		Prova di sovracarotaggio		Prova di compressione a rottura	
	Barre longitudinali	Staffe	n. di provini	Carico applicato (% del carico di rottura teorico)	Intero	Forato
2	-	-	1	20%	1	1
2	4 Φ 12 mm	6 Φ 6 mm	1	20%	1	1
2	-	-	1	40%	-	-
2	4 Φ 12 mm	6 Φ 6 mm	1	40%	-	-

Tabella 2-1 - Programma sperimentale (prove di sovracarotaggio e di compressione a rottura).

Le casseformi per il confezionamento dei pilastri, sono state realizzate mediante l'uso di pannelli in multistrato di pioppo dello spessore di 18 mm. Tali pannelli sono stati tagliati appositamente in lastre di dimensioni 93x63 cm costituenti la base, in strisce di 63.6x15 cm per le sponde lunghe e di 33.6x15 cm per le sponde corte. L'assemblaggio tra le sponde e la base è stato reso possibile dalla presenza di cunei di tagliati a 45° connessi alla base e alle sponde mediante viti filettate (Fig. 2-2 a). La presenza dei cunei inoltre garantisce un certo irrigidimento alla cassaforma al momento della vibratura del getto durante il confezionamento.

Le pareti interne delle casseformi sono impregnate di olio disarmante, posto immediatamente prima del getto per favorire il successivo disarmo.

Allo stesso tempo si sono preparati i tubi in PVC di diametro 100 mm di diametro necessari al confezionamento dei provini cilindrici con rapporto altezza/diametro pari a 2 per le prove di compressione su cilindri, al fine di caratterizzare meccanicamente il calcestruzzo (Fig. 2-2 b).

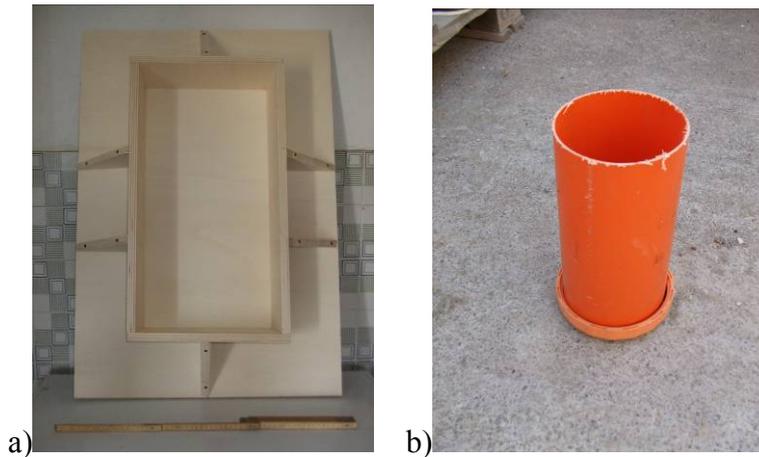


Fig. 2-2 –Casseformi adoperate

a) Cassaforma in multistrato; b) Forma per il confezionamento di provini cilindrici.

Tutte le colonne, eccetto ovviamente quelle senza armatura, sono state armate con la stessa percentuale volumetrica d'armatura longitudinale e trasversale.

L'effetto dell'armatura di confinamento è stato valutato utilizzando staffe d'acciaio chiuse, legate con filo di ferro ai ferri longitudinali costituiti da tondini ad aderenza migliorata di diametro 6 mm. Le armature longitudinali sono costituite da 4 barre di diametro 12 mm. La Fig. 2-3 riassume le principali caratteristiche geometriche dei provini.

L'acciaio utilizzato per le armature longitudinali e trasversali è del tipo B450C con tensione di snervamento $f_{yk} > 450$ MPa e tensione di rottura $f_{tk} > 540$ MPa, come confermato dalle prove di trazione diretta eseguite sulle barre d'acciaio e riportate nel seguito.

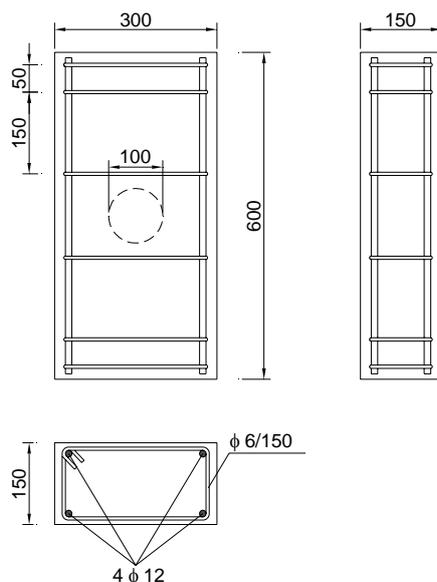


Fig. 2-3 – Caratteristiche geometriche dei provini.

La preparazione del calcestruzzo fa riferimento ad una composizione media riportata in Tabella 2-2, la quale è stata scelta con l'obiettivo di ottenere un calcestruzzo di media resistenza. Per il confezionamento del calcestruzzo necessario al riempimento delle casseformi dei cilindri e dei cubi, si è dapprima mescolato per un paio di minuti l'aggregato con metà dell'acqua d'impasto, per poi successivamente aggiungere, il cemento, la sabbia e la rimanente parte d'acqua.

All'impasto già mescolato si è aggiunto infine l'additivo limitandosi ad una breve mescolazione supplementare.

Componente	Quantità (kg/m ³)
Cemento Portland 32.5 – Tecnocem II-B	350
Acqua (a/c ≈ 0,5)	180
Aggregato (Diametro 6-15 mm)	1100
Sabbia	800
Additivo superfluidificante Axim Superflux	3.5 litri (1% del peso in cemento)

Tabella 2-2 - Composizione media dell'impasto.

Per le colonne armate si è disposta l'armatura all'interno delle casseformi, mediante l'ausilio di appositi distanziatori (Fig. 2-4), in grado di assicurare il copriferro previsto e pari a 2 cm.



Fig. 2-4 - Posizionamento delle armature all'interno delle casseformi.

Dopo aver impregnato di olio disarmante l'interno delle casseformi, il calcestruzzo è stato gettato manualmente al loro interno e successivamente compattato con tavola vibrante, al fine di eliminare i vuoti interstiziali e l'acqua di "bleeding". Le operazioni sopra menzionate, sono state ripetute nei quattro getti eseguiti, all'interno di ciascuno dei quali sono stati prelevati un provino cubico ed un numero variabile da 2 a 5 provini cilindrici, per un totale di 8 pilastri, 4 provini cubici e 12 provini cilindrici.

In Tabella 2-3 si riassumono in dettaglio i provini confezionati per ogni getto.

Getto	Pilastri non armati		Pilastri armati		Cubi		Cilindri	
	n.	Sigla	n.	Sigla	n.	Sigla	n.	Sigla
1	2	1,2	-	-	1	C1	3	1,2,3
2	-	-	2	1A,2A	1	C2	5	4,5,6,7,8
3	2	3,4	-	-	1	C3	2	9,10
4	-	-	2	3A,4A	1	C4	2	11,12

Tabella 2-3 - Dettagli dei provini confezionati per ogni getto.

Dopo 24 ore dal getto i cubi sono stati disarmati e messi a stagionare insieme ai cilindri in camera umida, dove sono soggetti ad una temperatura di 20 ± 2 °C e ad una umidità relativa superiore al 95%, per un periodo medio di 28 giorni. Le colonne sono state invece coperte con teli di iuta costantemente umidificati nei primi giorni di maturazione per evitare l'evaporazione rapida dell'acqua d'impasto, disarmate dopo una decina di giorni e messe a stagionare a temperatura ambiente (Fig. 2-5).



Fig. 2-5 – Pilastro confezionato.

2.2.2 Apparecchiature di prova ed acquisizione dati

Tutte le indagini sperimentali (caratterizzazione meccanica dei materiali prove su elementi strutturali) sono state condotte mediante l'uso di apposite macchine in dotazione al laboratorio Sidercem s.r.l. di Caltanissetta.

In particolare si è utilizzata una macchina universale trazione-compressione Galdabini PM60 da 600 kN è stata adoperata per le prove di trazione sulle barre di acciaio. Si tratta di una macchina che permette di effettuare prove monotoniche, cicliche, di resistenza a fatica e di trazione condotte a controllo elettro-meccanico operante a controllo di forza, di spostamento o di deformazione. La macchina si compone di due parti: il gruppo dinamometrico e la pressa. Il primo gruppo si compone di un

quadrante di lettura, di un volantino di mandata dell'olio, di un volantino di scarico, di un volantino di comando del dispositivo dei carichi costanti e di una manopola di comando della regolazione della portata della pompa. La pressa è costituita invece di un basamento, su cui sono fissate due robuste colonne, all'estremità delle quali è montata una testata. Su di essa è alloggiato un cilindro entro il quale scorre un pistone collegato mediante la piccola traversa e due tiranti al traversone. In tal modo, sollevandosi il pistone, si solleva anche il traversone. L'altezza del portaganasce è regolabile azionando il motore che mette in rotazione la madrevite. Sul traversone si possono montare due supporti spostabili, sui quali può essere poggiata la provetta per prove di flessione e il piatto. Il piatto viene utilizzato per appoggiare il provino per prove di compressione. Nella parte inferiore del cilindro possono essere collocati l'incudine per le prove di compressione. Per la prova di trazione il provino viene fissata tra i portaganasce.



Fig. 2-6 - Pressa Galdabini 500t.

Per le prove di compressione si è utilizzata una pressa Galdabini 500 t (Fig. 2-6) avente portata pari a 5000 kN e operante a controllo servo-idraulico in controllo di forza o di spostamento. La traversa superiore della macchina può muoversi lungo due colonne disposte lateralmente alla stessa per mezzo di una pompa idraulica e la sua posizione è rilevata automaticamente dal software in funzione della distanza tra i piatti della

pressa. La traversa è inoltre dotata di uno snodo sferico che permette alla piastra superiore e quindi alla macchina di adattarsi alle superfici del provino da testare qualora queste presentassero delle piccole irregolarità. Alla traversa inferiore, che in realtà è un pistone cilindrico, è invece collegata la cella di carico che muovendosi verso l'alto permette di applicare il carico.

Sia la macchina di trazione che quella di compressione sono gestite da una centralina elettronica e sono interfacciate con l'utente tramite un Personal Computer dotato del software LTWin, il quale consente di rilevare gli spostamenti dei piatti della pressa durante le prove, oltre che rilevare il carico applicato.

Ulteriori strumenti per l'acquisizione degli spostamento sono stati adottati durante le prove. Infatti, in una prova di sovracarotaggio superficiale appare di fondamentale importanza l'acquisizione in tempo reale delle deformazioni della carota isolata che si registrano durante gli avanzamenti della carotatrice. Tale funzione è stata affidata alla catena di acquisizione dati costituita da: strain gauges LY41-50/120, centralina di acquisizione dati Spider 8 ed il software Catman Professional 5.0.

La misura delle deformazioni della carota è avvenuta mediante trasduttori estensimetrici passivi (strain gauges) provvisti di una tensione di alimentazione. Uno strain gauge trasforma una variazione relativa di lunghezza in una variazione relativa di resistenza secondo il cosiddetto "Gauge Factor", inteso come il rapporto tra la variazione di resistenza e la deformazione. I valori più comuni di tale parametro sono compresi tra 1.8 e 2.2.

Nel caso specifico si sono adoperati degli strain gauges lineari con collegamento a semiponte LY41-50/120 della lunghezza di 50 mm, aventi resistenza di 120 Ω , un Gauge Factor di 2.11 e una tensione di alimentazione massima di 12 V (Fig. 2-7).



Fig. 2-7 - Strain Gauges HBM LY41 50/120

Lo Spider8 è un dispositivo elettronico di misura per PC usato per effettuare misurazioni elettriche di grandezze meccaniche come allungamenti, carichi, pressioni, spostamenti, accelerazioni e temperature (Fig. 2-8).



Fig. 2-8 - Spider 8 HBM.

Tutto il sistema di condizionamento dei segnali – alimentazione per trasduttori passivi ed amplificazione, interfaccia calcolatore e tecnologia di collegamento per un numero massimo di 8 canali – è racchiuso in un solo involucro. Lo Spider8 viene collegato al calcolatore tramite una interfaccia RS-232, oppure tramite il collegamento della stampante. Lo strumento contiene 4 amplificatori di misura digitali completi con tecnica a frequenza portante da 4.8 kHz per trasduttori estensimetrici o induttivi con 0 – 3 canali. Ogni canale lavora con un convertitore A/D proprio, che permette di ottenere velocità di misura da 1/s a 9600/s. In questo modo lo Spider8 riesce a coprire tutto il campo dei probabili problemi di misura meccanici.

Il software Catman Professional ha consentito di acquisire, elaborare e visualizzare i dati di misura. Tale programma consente di salvare all'interno

di un database i dati misurati ed eventualmente calcolati. In seguito all'assegnazione dello strumento di acquisizione (es. Spider 8), e all'impostazione dei canali I/O conformemente ai trasduttori collegati (strain gauges). Con l'avvio dell'acquisizione dati, il software converte i segnali elettrici inviati dalla centralina in valori di deformazione, direttamente nell'unità di misura impostata per quel trasduttore. Se necessario si possono aggiungere dei canali virtuali, per esempio quelli per il calcolo in tempo reale. Tale funzionalità si presenta particolarmente utile nelle prove di sovracarotaggio con la modalità "Strain Gage Rosettes Computation", la quale permette direttamente il calcolo delle componenti di tensione (es. orizzontale e/o verticale) dalle deformazioni rilevate dagli estensimetri. Tale software si presta all'acquisizione dati per un'ampia gamma di compiti di misura: oltre al modulo "Data Logger", utilizzato nella presente sperimentazione, nel quale si esegue una misurazione continua di tutti i canali I/O attivi, sono presenti altri moduli, ossia programmi di misura preimpostati per misurazioni standard.



Fig. 2-9 – Postazione di prova e posizionamento della carotatrice.

L'esecuzione della prova di sovracarotaggio ha evidenziato alcune difficoltà, soprattutto operative, connesse con la necessità di riprodurre in laboratorio una prova che, per sua intrinseca natura, è svolta in situ sulle strutture. La principale preoccupazione connessa allo svolgimento della

prova in laboratorio ha riguardato il posizionamento della piantana della carotatrice, che in situ viene solitamente agganciata all'elemento strutturale indagato, ma che nel caso specifico, a causa delle ridotte dimensioni del pilastro, rende tale soluzione improponibile. Si è quindi ovviato a tale problema attraverso la predisposizione di una struttura ausiliaria, composta da una colonna in acciaio profilo HEA 240, collegata ad una trave sempre in acciaio IPE 500 (Fig. 2-9).

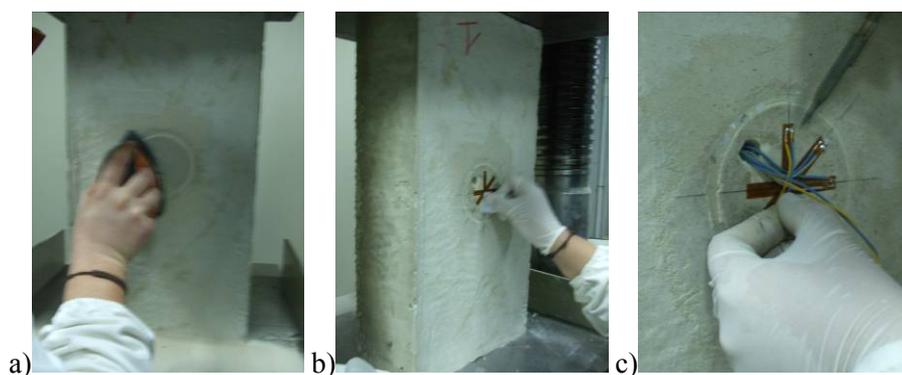


Fig. 2-10 – Preparazione della prova di sovracarotaggio;

a) Levigatura della superficie; b) Incollaggio degli strain gauges; c) Collegamento degli strain gauges.

Le prove hanno richiesto una accurata preparazione; infatti dopo aver individuato il punto di prova occorre eseguire la seguente procedura di preparazione:

- levigatura della superficie di prova (Fig. 2-10a);
- riempimento dei vuoti superficiali presenti con sintolite;
- successiva levigatura della superficie per rimuovere le asperità apportate dalla sintolite;
- pulitura della superficie con un idoneo detergente “RMS1”;
- incollaggio degli strain- gauges (Fig. 2-10b);
- collegamento degli strain-gauges alla centralina di acquisizione (Fig. 2-10c);

- impermeabilizzazione degli strain-gauges con l’ausilio di lacca al poliuretano “PU 140” e una gomma al silicone trasparente, monocomponente e senza solventi “SG 250”.

2.2.3 Caratterizzazione meccanica dei materiali

Le fase di caratterizzazione meccanica dei materiali utilizzati nel confezionamento delle otto colonne in calcestruzzo armato ha previsto l’esecuzione di prove di resistenza a trazione monoassiale su barre di acciaio e prove di resistenza a compressione su cubetti e cilindri di calcestruzzo.

Le prove di trazione sulle barre d’acciaio e quelle di compressione sui cilindri di calcestruzzo sono state eseguite mediante la macchina universale Galdabini PM 60, mentre le prove di rottura a compressione su cubetti in calcestruzzo sono state eseguite per mezzo della pressa Galdabini 500t.

Prove di trazione sulle barre di acciaio

Lo scopo della prova consiste nella determinazione dei valori di snervamento e di rottura, nonché dell’allungamento percentuale a rottura su barre di acciaio per calcestruzzo armato. Con l’impiego della tranciatrice, da ciascuna barra viene tagliata una provetta di circa 50 cm che servirà per la prova di trazione. La barretta viene quindi tacchettata per tutta la sua lunghezza ogni cm.

Sulla macchina per la trazione vengono montate le ganasce adatte in funzione del diametro della barretta. (le ganasce, 2 coppie, portano stampigliati sopra i diametri corrispondenti). Si accende la macchina e si posiziona la barretta tra le ganasce, si serrano le stesse e si chiude il circuito dell’olio posizionando l’incremento di carico con l’orologio manopola posto sul quadro di comando della macchina.

Nel caso specifico, sono state condotte prove a trazione su 2 barre d’acciaio dichiarate B450C aventi diametro 6 mm (siglate come FE1 ed FE2), utilizzate per le staffe delle colonne, e su 2 barre da 12 mm di diametro (siglate come FE3 ed FE4), utilizzate per le barre longitudinali

(Fig. 2-11 a) e b)). La macchina di prova, gestita da una centralina elettronica ed interfacciata con l'utente tramite un Personal Computer dotato del software LTWin, consente di rilevare gli allungamenti della barra all'aumentare del carico. E' stato così possibile ricavare il diagramma carico-allungamento, che consente di distinguere le diverse fasi di comportamento meccanico della barra all'interno della prova.

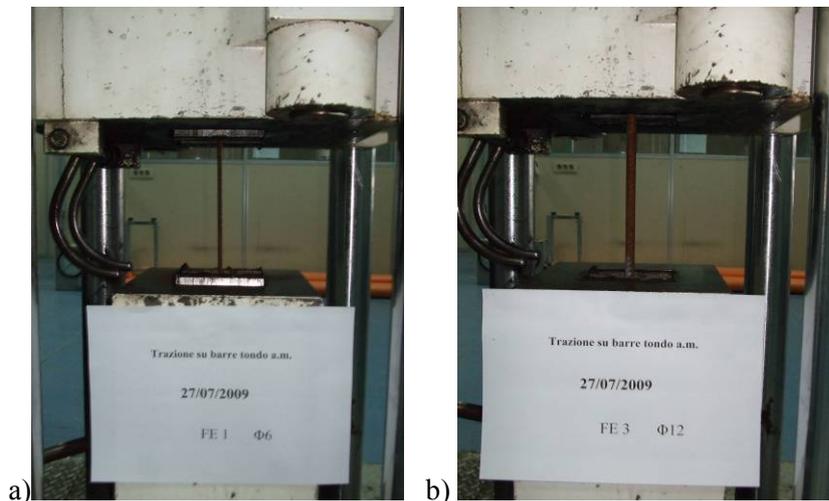


Fig. 2-11 - Prove di trazione sulle barre: a)barra da 6 mm; b) barra da 12 mm.

L'allungamento viene determinato misurando la lunghezza a fine prova di un numero di segmenti, includenti al centro la sezione di rottura, pari a 5 volte il diametro della barra che viene messo in relazione con la lunghezza iniziale. La differenza, diviso L_0 , rapportata a 100 rappresenta il valore di allungamento percentuale a rottura A_g . Le norme UNI EN 10002 introducono inoltre il concetto di allungamento percentuale totale alla massima forza A_{gt} definito come:

$$A_{gt} = A_g + \frac{f_t}{E} 100 \tag{2.1}$$

Si riportano quindi in termini grafici e tabellari i risultati delle prove di trazione (Fig. 2-12, Fig. 2-13 e Tabella 2-4).

Sulla base dei risultati ottenuti, l'acciaio è stato classificato B450C.

Provino	d_{nom} (mm)	A (mm ²)	P/L (g/m)	f_y (MPa)	f_t (MPa)	A_g (%)	A_{gt} (%)
FE1	6	27.77	218	478.9	587.0	24.7	25.0
FE2	6	28.54	224	475.8	569.0	26.0	26.3
FE3	12	116.69	916	461.4	543.1	26.7	26.9
FE4	12	117.20	920	476.3	546.4	27.5	27.8

Tabella 2-4 – Risultati delle prove di trazione sulle barre.

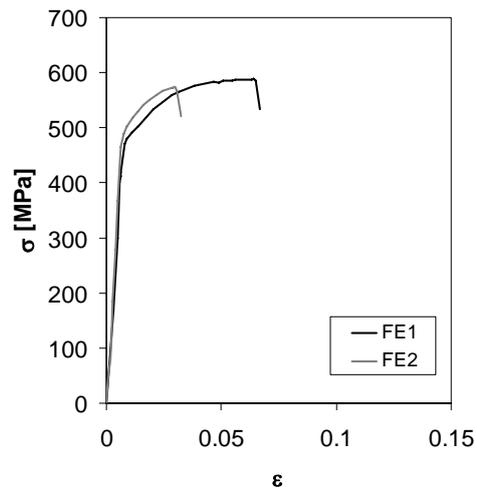


Fig. 2-12 - Diagrammi tensione-deformazione assiale per le barre di diametro 6 mm soggette alla prova di trazione.

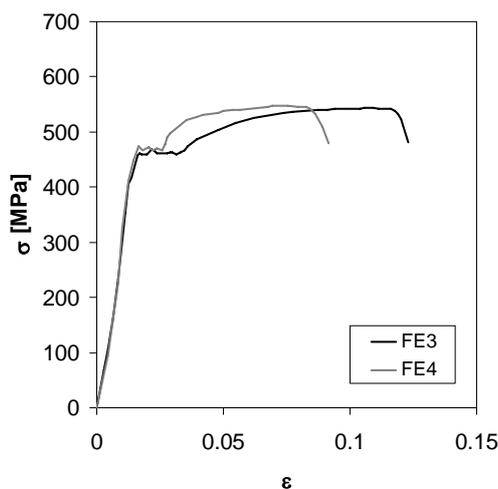


Fig. 2-13 - Diagrammi tensione-deformazione assiale per le barre di diametro 12 mm soggette alla prova di trazione.

Caratterizzazione meccanica del calcestruzzo

La resistenza a compressione del calcestruzzo è stata determinata testando provini cilindrici e cubici.

Con riferimento alla resistenza cubica, sono state condotte prove di compressione su quattro cubetti, uno per ogni getto, secondo le indicazioni fornite dalle norme UNI 12390-1 e UNI 12390-3. Per il confezionamento di tali cubetti si sono utilizzate cubiere di plastica di lato 15 cm, precedentemente impregnate di olio disarmante. Successivamente si è eseguito il getto all'interno delle cubiere e la compattazione del calcestruzzo mediante l'ausilio di una tavola vibrante a frequenza di 40 Hz (2400 cicli al minuto). Dopo 24 ore di maturazione a temperatura ambiente, si sono disarmati i provini e si sono messi a maturare in camera umida per 28 giorni.

Successivamente alla verifica delle tolleranze sulle dimensioni, sulla planarità e sulla perpendicolarità dei provini cubici, come previsto da UNI EN12390-1, è stato possibile eseguire le prove di rottura a compressione

(Fig. 2-14), secondo le prescrizioni della UNI EN 12390-3, la quale impone di condurre le prove di compressione monotoniche con velocità costante di carico compresa tra 0.2 e 1.0 MPa/s. Nel nostro caso si è deciso di adottare una velocità di prova bassa e pari a 0.2 mm/min.

La norma appena accennata, fornisce inoltre molte altre indicazioni sulla preparazione del provino e sul suo posizionamento nella macchina di prova; occorre infatti asciugare l'eccesso di umidità dalla superficie del provino e le superfici portanti della macchina di prova. Inoltre è necessario porre attenzione alla centratura del provino, in modo che il carico sia applicato perpendicolarmente alla direzione di getto.



Fig. 2-14 - Prova di rottura a compressione su cubetti di calcestruzzo.

I risultati ottenuti e i principali dati riguardanti i cubi testati sono sintetizzati in Tabella 2-5, mentre in Fig. 2-15 si riportano le curve tensione-deformazione.

Provino	Parametri fisici		Parametri meccanici	
	Peso (g)	Mv (kg/m ³)	F (kN)	Rc (Mpa)
C1	7514	2212	410	18.22
C2	7640	2249	430.4	19.13
C3	7546	2221	308	13.69
C4	7598	2236	459.8	20.44

Tabella 2-5 – Risultati delle prove di compressione su cubi.

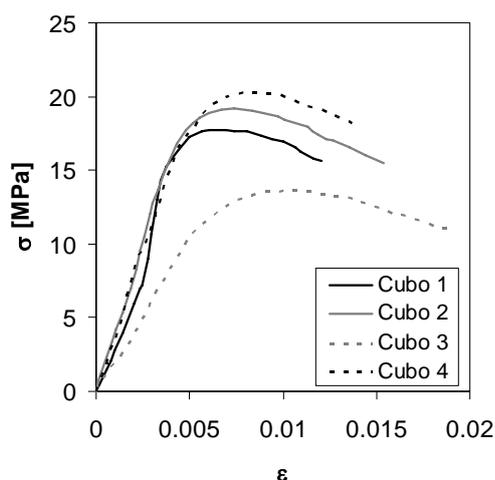


Fig. 2-15 - Curve tensione deformazione per i cubi confezionati.

Ai fini di una completa caratterizzazione della resistenza a compressione del calcestruzzo, sono state condotte dodici prove di compressione su cilindri. Il calcestruzzo adoperato per i provini cilindrici è stato prelevato dai quattro getti, secondo le indicazioni fornite dalle norme UNI 12390-1 e UNI 12390-3.

Per il confezionamento dei provini si sono utilizzati come casseformi tubi in PVC aventi diametro 10 cm. Successivamente si è eseguito il getto all'interno delle casseformi e la compattazione del calcestruzzo mediante l'ausilio di una tavola vibrante a frequenza di 40 Hz (2400 cicli al minuto).

In seguito ad un periodo di maturazione di 28 giorni in camera umida si sono eseguite le procedure per la preparazione dei provini.

Rimosse le casseformi, si è proceduto con la preparazione dei provini in conformità alla UNI 12390-3. Pertanto i cilindri sono stati dapprima tagliati servendosi di una sega rotante in modo che le dimensioni (altezza e diametro) e il loro rapporto geometrico fossero conformi con quanto prescritto dalle norme ($h_m/d_m = 2$) e successivamente sono state spianate le basi per circa 2 mm, utilizzando una spianatrice di tipo meccanico.

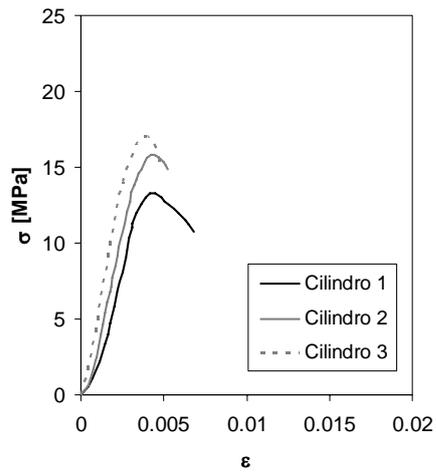
Quest'ultima prescrizione normativa prevede la disposizione di superfici regolari da mettere a contatto con i piatti della macchina di prova.

I cilindri rettificati sono stati quindi sottoposti alla verifica delle tolleranze sulle dimensioni, sulla planarità e sulla perpendicolarità dei provini cilindrici, rispettando le prescrizioni della UNI EN 12390-1.

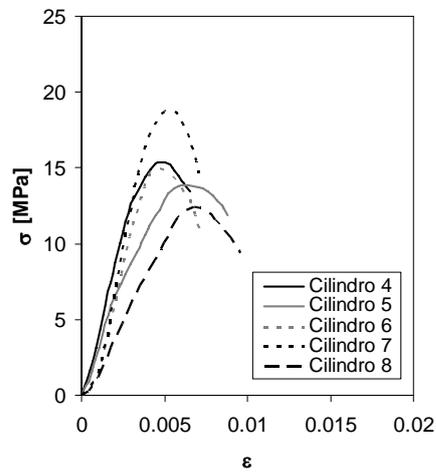
Espletate le fasi preliminari, è stato possibile eseguire le prove di rottura a compressione, i cui risultati sono sintetizzati in forma tabellare e grafica in Tabella 2-6 e in Fig. 2-16.

Getto	Provino	Parametri fisici		Parametri meccanici		
		Peso (g)	Mv (kg/m ³)	F (kN)	f _c (Mpa)	f _{cm} (Mpa)
1	1	3077	2204	97,34	13,20	15,27
	2	3031	2228	115,34	15,77	
	3	3236	2211	124,54	16,85	
2	4	3094	2251	110,92	15,32	15,00
	5	3131	2231	100,68	13,77	
	6	3082	2246	107,34	14,88	
	7	3156	2301	134,5	18,76	
	8	3094	2208	91,1	12,29	
3	9	2974	2174	74,54	10,22	9,47
	10	3040	2181	64,08	8,73	
4	11	3048	2212	89,76	12,01	13,92
	12	3087	2188	118,16	15,83	

Tabella 2-6 – Risultati delle prove di compressione su cilindri.



a)



b)

**Fig. 2-16 – Curve tensione-deformazione per i cilindri:
a) primo getto; b) secondo getto.**

2.3 Indagine sperimentale su elementi caricati su una porzione ridotta e su elementi forati

La seconda indagine sperimentale condotta nell'ambito della tesi ha avuto il duplice obiettivo di valutare la capacità portante di elementi caricati in una porzione ridotta (rispetto all'intera sezione trasversale) e quella di elementi forati attraverso la tecnica del carotaggio. A tal fine, sono state provate a compressione centrata due diverse serie di colonne di calcestruzzo: - una prima serie costituita da dodici elementi prismatici a sezione trasversale rettangolare di lati $t = 150$ mm, $b = 350$ mm ed altezza $H = 800$ mm ed una seconda serie costituita da altri dodici elementi prismatici a sezione trasversale rettangolare di lati $t = 150$ mm, $b = 450$ mm ed altezza $H = 800$ mm. La prima serie è stata utilizzata per valutare l'effetto dell'area di impronta del carico e la seconda per valutare la riduzione della capacità portante per effetto della presenza di un foro.

2.3.1 Confezionamento dei provini

Con riferimento alla prima serie sono stati realizzati sei provini di solo calcestruzzo e sei di calcestruzzo armato (armatura longitudinale e di frettaggio costituita da staffe chiuse come mostrato in Fig. 2-17 a). Per i provini armati si sono adottate barre longitudinali costituite da 4 tondi ad aderenza migliorata di diametro equivalente 8 mm e staffe chiuse di diametro 6 mm disposte a passo costante di 150 mm e con copriferro di 20 mm. L'acciaio impiegato è del tipo B450C.

Della seconda serie quattro provini sono stati confezionati in assenza di armature e quattro con armature (vedi Fig. 2-17 b). Queste, sempre B450C, sono costituite da 8 barre da 8 mm e staffe da 6 mm disposte con passo 250 mm. Il copriferro effettivo è stato assunto pari a 20 mm.

Insieme ai pilastri sono stati confezionati provini cilindrici (100 x 200 mm) per la caratterizzazione del materiale da sottoporre a prove di schiacciamento e di trazione indiretta (prova brasiliana).

Per la prima serie di provini si è scelto di caricare gli stessi a mezzo di una piastra di acciaio di spessore 50 mm ed avente area ridotta $a \times t$ rispetto alla intera sezione trasversale dei provini secondo prefissati rapporti di carico $\beta = b / a = 1, 2 \text{ e } 3$.



Fig. 2-17 – Gabbie di armatura dei provini testati:

a) prima serie; b) seconda serie.

Per la seconda serie di provini, al fine di potere dedurre gli stati deformativi indotti sotto carico dalla presenza di un foro, si sono praticati nella parte mediana dei provini, fori centrali o eccentrici rispetto all'asse del provino stesso.

Il foro eccentrico, anche se indesiderato, può essere praticato qualora nelle operazioni di prelievo per indagini non distruttive si incontrino nella zona centrale armature longitudinali che non vogliono interrompersi ed erroneamente si pratica un foro eccentrico.

Il prelievo è stato effettuato con carotatrice a corona diamantata con estrazione di carota passante per lo spessore del pilastro e di diametro 100 mm. Le principali caratteristiche dei provini sono riassunte in Tabella 2-7.

Serie	Armature presenti	diametro foro [mm]	a [mm]	b [mm]	h [mm]	t [mm]
Prima serie	-	No	350	350	800	150
	-	No	175	350	800	150
	-	No	116.7	350	800	150
	4 Ø 8 mm long., staffe Ø 6/150	No	350	350	800	150
	4 Ø 8 mm long., staffe Ø 6/150	No	175	350	800	150
	4 Ø 8 mm long., staffe Ø 6/150	No	116.7	350	800	150
Seconda serie	-	No	450	450	800	150
	8 Ø 8 mm long., staffe Ø 6/150	No	450	450	800	150
	-	100 centrato	450	450	800	150
	8 Ø 8 mm long., staffe Ø 6/150	100 centrato	450	450	800	150
	8 Ø 8 mm long., staffe Ø 6/150	100 eccentrico	450	450	800	150

Tabella 2-7 – Caratteristiche dei provini.

2.3.2 Apparecchiature di prova ed acquisizione dati

Tutte le indagini sperimentali (caratterizzazione meccanica dei singoli materiali e successive indagini sulle colonne) sono state condotte mediante l'uso di apposite macchine in dotazione al laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale dell'Università degli Studi di Palermo. Nel presente paragrafo viene quindi descritta l'apparecchiatura di prova utilizzata.

Ai fini dell'esecuzione delle prove di compressione è stata adoperata la pressa Zwick/Roell & Toni Technik (Fig. 2-18). Si tratta di una macchina a controllo servo-idraulico operante sia a controllo di forza che a controllo di spostamento avente portata massima di 4000 kN in classe 1 e carico minimo di 24 kN. La macchina è gestita da una centralina elettronica (Tonitroll)

interfacciata con l'utente tramite un PC dotato del software Testxpert v7.11 fornito dal produttore. La traversa superiore può muoversi lungo quattro colonne disposte agli angoli della stessa per mezzo di una pompa idraulica e la sua posizione è rilevata automaticamente dal software in funzione della distanza tra i piatti della pressa.

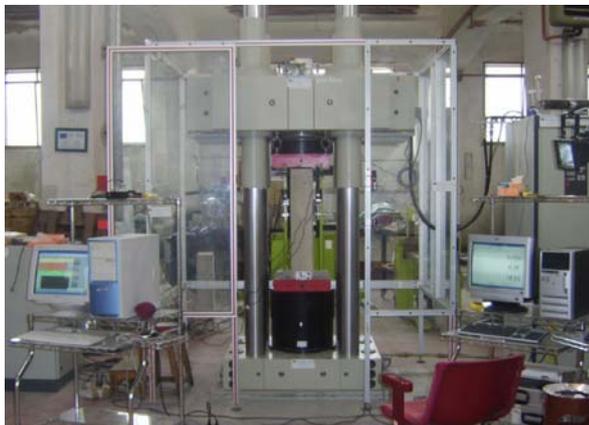


Fig. 2-18 – Pressa Zwick/Roell & Toni Technik da 4000 kN.

La traversa è inoltre dotata di uno snodo sferico che permette alla piastra superiore e quindi alla macchina di adattarsi alle superfici del provino da testare qualora queste presentassero delle piccole irregolarità.

Alla traversa inferiore, che in realtà è un pistone cilindrico avente corsa massima pari a 10 cm e velocità minima pari a 0.1 mm/min, è invece collegata la cella di carico da 4000 kN che muovendosi verso l'alto permette di applicare il carico. I piatti della macchina, aventi dimensione 42x52 cm, distano tra loro da un minimo di 15 cm ad un massimo di 150 cm. Questa macchina, come prima detto, permette di effettuare prove di compressione monotoniche e cicliche condotte a controllo di forza e/o di spostamento. Nel primo caso la forza viene controllata dalla cella di carico mentre nel secondo caso lo spostamento è controllato dal pistone della macchina (dotato di trasduttore interno), da un trasduttore esterno (modello WA dell'HBM) avente una corsa massima di 2 cm e velocità minima di 0.01 mm/min e anche da una coppia di trasduttori esterni (modello DD1 dell'HBM) che

possono essere direttamente montati sul provino da testare e aventi corsa massima pari a 2 mm.

Le prove di trazione sulle barre in acciaio sono state condotte con la macchina universale Zwick/Roell (Fig. 2-19) da 600 kN. Si tratta di una macchina che permette di effettuare prove monotoniche, cicliche, di resistenza a fatica e di trazione condotte a controllo elettro-meccanico operante a controllo di forza, di spostamento o deformazione.



Fig. 2-19 – Macchina universale Zwick/Roell da 600 kN.

Essa è gestita da una centralina elettronica ed è interfacciata con l'utente tramite un Personal Computer dotato del software (Testxpert v10.11) fornito dal produttore. La traversa superiore può muoversi per mezzo di due aste filettate di grosso diametro fino ad una velocità di 200 mm/min e la sua posizione è rilevata da un trasduttore. La traversa inferiore invece rimane fissa ed è collegata alla cella di carico da 600 kN. E' quindi possibile conoscere istante per istante sia la forza impressa al provino che la posizione della traversa superiore. La macchina dispone di una serie di guancette che, collegate ad un compressore esterno, possono esercitare sul provino una pressione iniziale di circa 8 atm consentendo così di effettuare prove di trazione su campioni di forma cilindrica e prismatica, su fili, trecce e trefoli di acciaio e una serie di morse per prove di trazione su bulloni.

Per il controllo degli spostamenti, è possibile installare direttamente sul provino un estensimetro denominato Macro, prodotto dall’HBM e fornito con la macchina, avente base di lettura variabile da 10 a 200 mm e corsa massima pari a 75 mm. La macchina è di classe 1 nell’intervallo di carico compreso tra 0 kN e 6 kN e di classe 0,5 per carico compreso tra 6 kN e 600 kN.

I software Testxpert v7.11 e Testxpert v10.11 danno la possibilità di caricare protocolli di prova cicliche, monotoniche e di resistenza a fatica, mediante file con estensione DOS “*.ZPV”, per elaborarli e salvarli in formato “*.ZSE”. Questi a loro volta possono essere poi esportati in formato “*.TRA” ed essere così elaborati mediante altri software o programmi di calcolo. Dei software Testxpert v7.11 e Testxpert v10.11 viene inoltre fornito il codice sorgente, compilato in C++, dando così la possibilità di aggiornarli o di adeguarli a particolari tipi di prove.

Con riferimento alla prima serie di provini, sono state registrate le deformazioni assiali e trasversali attraverso comparatori differenziali a voltaggio lineare LVDT (“Linear Voltage Differential Transducer”). La base di lettura degli spostamenti verticali è stata scelta per l’intera lunghezza delle colonne, mentre per gli spostamenti orizzontali si sono utilizzati quattro LVDTs, con una base di lettura di 270 millimetri (Fig. 2-20).

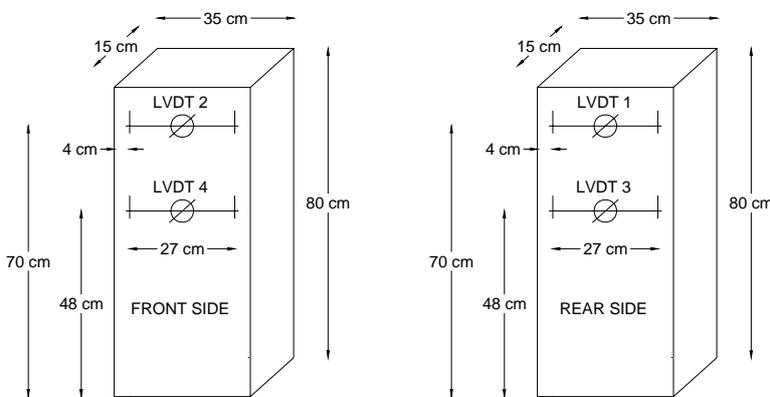


Fig. 2-20 – Geometria e strumentazione dei provini.

Due comparatori (uno per ogni faccia) sono stati disposti a distanza $0.1 H$ ed uno a distanza $0.6 H$ (entrambe misurate dalla parte superiore). Le loro posizioni sono state scelte per misurare gli spostamenti orizzontali in due zone differenti, dove le condizioni biassiali dello sforzo (compressione-compressione nella zona superiore e compressione-trazione nella zona più bassa) sono previste. I provini sono stati soggetti a compressione utilizzando sulla parte inferiore un piatto d'acciaio, avente la stessa dimensione della sezione trasversale delle colonne sulla parte inferiore; sulla parte superiore si utilizza un piatto d'acciaio spesso 50 millimetri ed avente profondità 150 millimetri (ovvero pari alla stessa profondità dei campioni) e lunghezza uguale alla metà e ad un terzo del lato dei provini che corrispondono rispettivamente ai rapporti di carico 1, 2, 3.

Nei campioni della seconda serie (elementi forati) l'accorciamento assiale è stato misurato fra il piatto in cui viene applicata la forza e su una lunghezza di riferimento di 100 millimetri che corrispondono al diametro del foro. Sono stati disposti dieci LVDTs, cinque per faccia, disposti come mostrato in Fig. 2-21.



Fig. 2-21 – Disposizione LVDTs sulla faccia del provino.

Nel foro sono stati utilizzati due LVDTs, posizionati attraverso un dispositivo speciale, mostrato in Fig. 2-22.



Fig. 2-22 – Dispositivo per la misura delle distorsione del foro.

Il dispositivo consiste in una struttura di alluminio formata da due barre spesse separate attraverso una molla elastica che effettua il contatto con il foro per l'intera deformazione trattata e che assicura la lettura degli spostamenti verticali sulla zona del foro durante il processo di carico. Tutti gli spostamenti sono stati registrati da un funzionamento ad alta velocità del sistema di acquisizione con le frequenze di 0.125 hertz (uno lettura per ogni secondo) e sono stati raccolti dal funzionamento del sistema di d DMX-16 C nel sistema di LabView.

2.3.3 Caratterizzazione meccanica dei materiali

Prove di trazione sulle barre di acciaio

Le caratteristiche meccaniche dell'acciaio sono state valutate per mezzo di prove di trazione eseguite su barre d'acciaio dichiarate B450C di lunghezza pari a 600 mm. Le prove sono state condotte a controllo di spostamento utilizzando la macchina universale da 600 kN della Zwick/Roell. Il carico è stato misurato mediante la cella di carico della stessa macchina mentre gli allungamenti sono stati rilevati mediante un apposito

trasduttore capace di stimare spostamenti dell'ordine del millesimo di millimetro con riferimento ad una base di 5 diametri. Poiché le prove di trazione, condotte sulle barre d'acciaio $\varnothing 8$, hanno fornito valori simili a quelli ottenuti dalle prove eseguite sulle barre d'acciaio $\varnothing 6$, per motivi di sintesi si rappresentano, in Fig. 2-23, le sole curve tensione deformazione (σ - ϵ) delle barre d'acciaio con diametro $\varnothing 8$ riassumendo in Tabella 2-8 le caratteristiche geometriche e meccaniche.

Provino	d_{nom} (mm)	A (mm ²)	P/L (g/m)	f_y (MPa)	f_t (MPa)	A_g (%)	A_{gt} (%)
1-d6	6	27.77	218	471	592	9.40	9.68
2-d6	6	28.54	224	476	584	8.41	8.69
3-d6	6	27.81	218	473	478	8.52	8.75
1-d8	8	53.4	419	530	610	4.21	4.5
2-d8	8	55.2	433	508	615	4.81	5.1
3-d8	8	52.5	412	532	608	5.82	6.11

Tabella 2-8 – Risultati delle prove di trazione sulle barre.

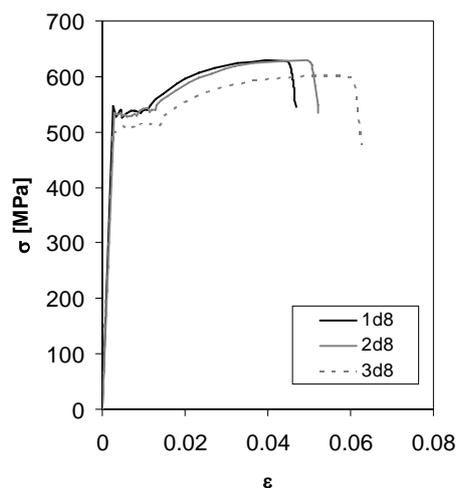


Fig. 2-23 – Curve tensione-deformazione per le barre $\varnothing 8$.

Caratterizzazione meccanica del calcestruzzo

Il calcestruzzo utilizzato per la prima e la seconda serie di prove è di diversa composizione e resistenza. Tale scelta è legata alla circostanza di volere riprodurre in laboratorio due tipiche situazioni di interesse pratico di cui la prima che è compatibile con classi di resistenza cilindrica tra 25 e 30 MPa e valida per pilastri in calcestruzzo ordinario caricati su aree ridotte da elementi su di essi appoggiati; la seconda con classi di resistenza tra 10 e 15 MPa (calcestruzzi scadenti) che riproduce il caso di elementi strutturali da assoggettare a prelievo per indagini conoscitive preliminari all'operazione di rinforzo dello stesso. In particolare la prima serie è caratterizzata dai seguenti dosaggi in kg/m^3 : - 300 di cemento Portland R32,5; - 150 di acqua; - 1200 di pietrisco con massima pezzatura 10 mm; - 850 di sabbia con massima pezzatura 5 mm. Con questa composizione è stato possibile ottenere un calcestruzzo con resistenza media a compressione di 25 MPa. La seconda serie è stata invece ottenuta con i seguenti dosaggi in kg/m^3 : - 250 di cemento Portland R32,5; - 150 di acqua; - 1200 di pietrisco con massima pezzatura 10 mm; - 850 di sabbia con massima pezzatura 5 mm. Con questa composizione è stato possibile ottenere un calcestruzzo con resistenza media a compressione di 10 MPa.

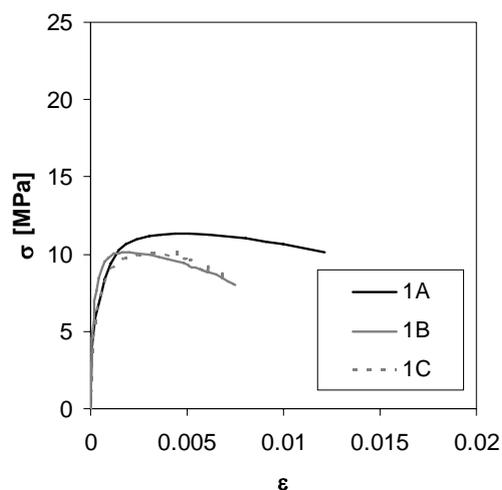
Le fasi di preparazione, taglio, rettifica e centramento dei provini cilindrici ai fini delle prove di compressione sono state condotte secondo la norma UNI EN 12390-3:2003 ed in maniera analoga a quanto descritto al par.2.2.3. I cilindri testati sono stati tre per ogni getto di calcestruzzo effettuato e le curve ottenute sono state fornite direttamente dal software Testxpert v7.11, in dotazione alla macchina di prova.

In Tabella 2-9 si riassumono i risultati per tutti i cilindri testati.

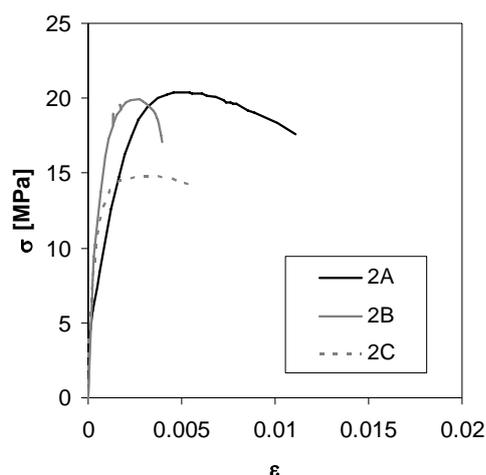
L'unica anomalia riscontrata ha riguardato il cilindro 4C dove la prova è stata falsata da un errore di set-up della macchina, per cui si è preferito non considerare il risultato. Per motivi di brevità si riportano in forma grafica le curve tensione-deformazione relative solo ai provini del primo e del secondo getto (Fig. 2-24 a e b).

Getto	Provino	Parametri fisici		Parametri meccanici		
		Peso (g)	Mv (kg/m ³)	F (kN)	f _c (MPa)	f _{cm} (MPa)
1	1A	2830	2251	73.17	11.36	10.53
	1B	3178	2208	73.17	10.21	
	1C	3082	2212	71.23	10.02	
2	2A	3465	2221	170.11	20.4	18.63
	2B	3500	2201	129.90	15.38	
	2C	3421	2203	172.00	20.12	
3	3A	3576	2219	82.74	9.8	10.30
	3B	3256	2205	92.52	11.78	
	3C	3567	2210	78.83	9.31	
4	4A	3622	2219	167.74	20.12	20.57
	4B	3631	2223	174.28	21.01	
	4C	3644	2231	-	-	
5	5A	3478	2300	191.69	24.47	28.08
	5B	3670	2250	232.74	27.54	
	5C	1889	2243	269.75	32.23	

Tabella 2-9 – Risultati delle prove di compressione su cilindri di calcestruzzo.



a)



b)

Fig. 2-24 – Curve tensione-deformazione peri cilindri di calcestruzzo: a) primo getto; b) secondo getto.

2.4 Indagine sperimentale su travi tozze forate

Un'altra campagna sperimentale è stata condotta al fine di analizzare l'influenza dei fori sul comportamento di travi alte. Il programma sperimentale ha infatti previsto l'esecuzione di prove di flessione su quattro punti su travi tozze, distinte sia sulla base del quantitativo di armatura trasversale che della presenza e posizione del foro. Le travi testate avevano lunghezza complessiva $L = 820$ mm, altezza $H = 480$ mm e base $t = 200$ mm (Fig. 2-25). Sono state caricate a circa un terzo della loro lunghezza, ottenendo così una luce effettiva di circa 540 mm. Il rapporto luce di taglio/altezza a/H della sezione è pari a 0.27. Tale valore risulta molto basso rispetto agli usuali rapporti a/H adottati in indagini sperimentali riportate in letteratura, ed è stato scelto in modo da estendere il campo esaminato di snellezze di travi.

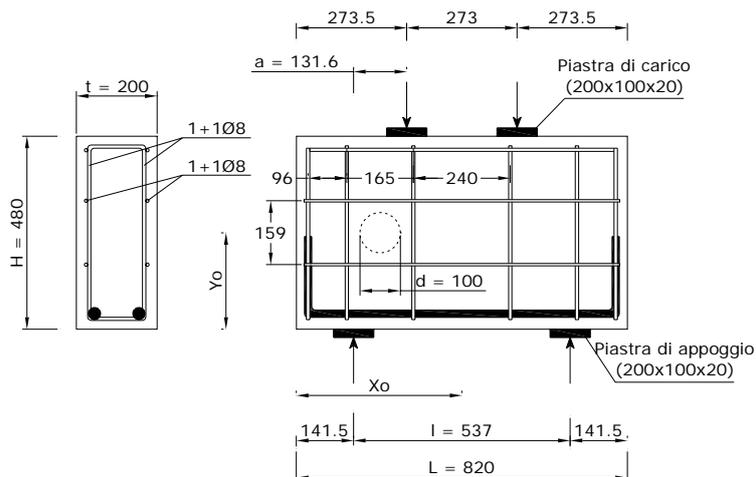


Fig. 2-25 – Caratteristiche geometriche delle travi testate.

2.4.1 Confezionamento dei provini

Con eccezione di due coppie di provini, tutte le travi testate erano armate con due barre $\varnothing 18$ ad aderenza migliorata tipo B450C; la percentuale geometrica di armatura presente era pari a 0.53%. Tale valore elevato è stato adottato al fine di rendere l'elemento sovraresistente a flessione e dunque al fine di studiare la sua resistenza a taglio. Tre coppie di provini erano dotate di armatura verticale, consistente in staffe $\varnothing 8$ ad aderenza migliorata tipo B450C disposte a passo 16.5 cm ($\rho_{st} = 0.91\%$). Altre due coppie di provini invece erano ulteriormente armati con altre staffe $\varnothing 8$ disposte orizzontalmente a passo 16 cm ($\rho_{st} = 0.47\%$).

Il mix-design della miscela è stato condotto al fine di ottenere una resistenza cilindrica di 20 MPa.

La composizione adottata era caratterizzata dai seguenti dosaggi in kg/m^3 : - 300 di cemento Portland R32,5; - 140 di acqua; - 1200 di pietrisco con massima pezzatura 10 mm; - 850 di sabbia con massima pezzatura 5 mm.

Prov.	Posizione del foro		Arm. Long	Arm.trasv. orizz.	Arm.trasv. vert.
	X _o (mm)	Y _o (mm)	Num. e diametro (mm)	Diametro e passo s _h (mm)	Diametro e passo s _v (mm)
1	207.5	240	-	-	-
2	410	240	-	-	-
3	-	-	2Ø18	-	-
4	-	-	2Ø18	-	Ø8/165
5	207.5	240	2Ø18	-	-
6	207.5	240	2Ø18	-	Ø8/165
7	410	240	2Ø18	-	-
8	410	240	2Ø18	-	Ø8/165
9	207.5	240	2Ø18	Ø8/159	Ø8/165
10	410	240	2Ø18	Ø8/159	Ø8/165

Tabella 2-10 – Caratteristiche dei provini testati.

Il confezionamento è stato effettuato mediante casseformi in pioppo di spessore 20 mm, preventivamente lavate ed asciugate. Le gabbie di armatura sono state montate e disposte all'interno delle casseformi attraverso dei distanziatori. Il foro è stato creato inserendo dei tronchi di tubo in PVC di diametro 100 mm (Fig. 2-26). Contestualmente si è proceduto al confezionamento dei cubi e dei cilindri per la caratterizzazione meccanica dei materiali.



Fig. 2-26 – Getto dei provini.

2.4.2 Apparecchiatura di prova ed acquisizione dati

Tutte le travi sono state testate a flessione su quattro punti, il cui schema viene riportato in Fig. 2-27. Le prove sono state condotte in un telaio di contrasto costituito da quattro colonne circolari in acciaio a sezione piena di diametro 75 mm. Queste erano collegate superiormente ad una traversa rigida e inferiormente al piastrone in c.a. che costituisce l'impalcato del laboratorio del DICA. Il carico è stato applicato attraverso un cilindro idraulico di portata massima 2.5 MN a semplice effetto e trasferito al provino attraverso una trave di ripartizione in acciaio costituita da un profilo IPE 200, irrigidita con dei fazzoletti trasversali. In corrispondenza dei punti di carico e di appoggio delle travi sono stati disposti due piastre in acciaio con interposto un cilindro, anch'esso in acciaio, di diametro 50 mm. Le piastre avevano spessore 25 mm, larghezza 100 mm e profondità pari a quella dei provini (200 mm). La scelta di inserire i cilindri ha avuto l'obiettivo di consentire le rotazioni nei punti considerati.

La freccia della trave è stata controllata attraverso un comparatore (LVDT 3 in Fig. 2-27), analogo a quelli descritti in precedenza, fissato al pavimento attraverso una base magnetica e collegato all'intradosso della

trave per mezzo di una piastra metallica spessa 5 mm, in modo da salvaguardare lo strumento nel caso di rottura fragile del provino.

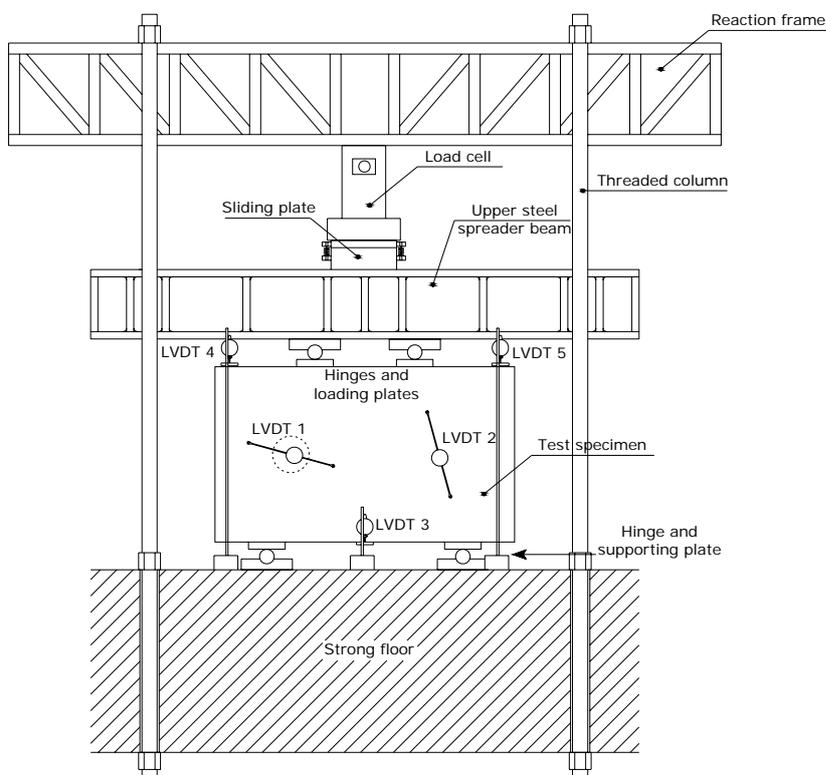


Fig. 2-27 – Schema della prova.

Ai fini del calcolo della freccia effettiva, sono stati disposti due ulteriori dispositivi lungo l'estradosso della trave (LVDT 4 e 5 in Fig. 2-27), aventi lo scopo di valutare lo schiacciamento del calcestruzzo agli appoggi. Infatti come noto, nel caso di elementi molto tozzi ($a/H < 0.5$), gli ordini di grandezza delle misure di tale schiacciamento e della freccia della trave sono confrontabili. Il valore di spostamento rilevato dal comparatore 3, sarebbe quindi influenzato dagli schiacciamenti che subiscono gli appoggi. Il valore della freccia effettiva verrà valutato come la differenza tra il valore registrato mediante il comparatore 3 e quello desunto dalla media dei valori rilevati dai

comparatori 4 e 5. Altri due dispositivi sono stati disposti lungo il lato frontale della trave (LVDT 1 e 2). In particolare il comparatore 1 (Fig. 2-28 a) è stato disposto sul lato sinistro (quello includente il foro) e in direzione ortogonale all'asse teorico del puntone a collo di bottiglia; quest'ultimo è stato valutato come la linea congiungente i punti di carico e di appoggio. Il comparatore 2 (Fig. 2-28 b) è stato invece montato sul lato destro della trave e in asse con la direzione del puntone. Entrambi i comparatori sono stati montati mediante una barra in alluminio di lunghezza pari a 240 mm; la barra era incernierata, mediante due teste a snodo sferico, a degli elementi in ottone con estremità a perno che erano solidali con la trave attraverso delle barre filettate.

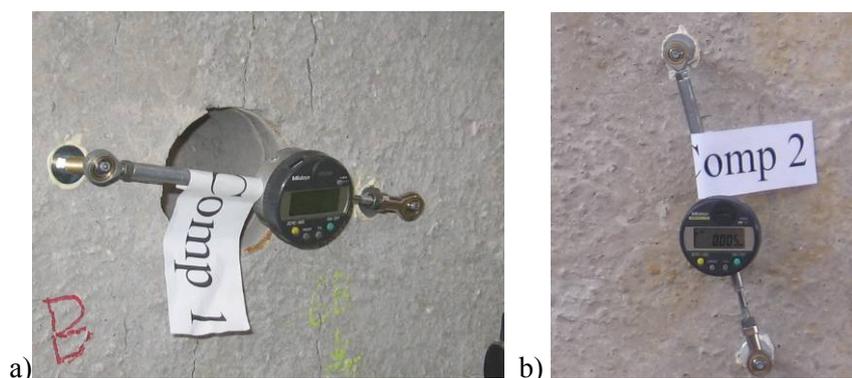


Fig. 2-28 – Dettagli dei comparatori; a) LVDT 1; b) LVDT 2.

Nessun dispositivo è stato montato sul lato “rear” del provino in modo da poter seguire più chiaramente l'evoluzione del quadro fessurativo. Tutte le misure sono state registrate attraverso il sistema descritto al par. 2.3.2.

2.4.3 Caratterizzazione meccanica dei materiali

Prove di trazione sulle barre di acciaio

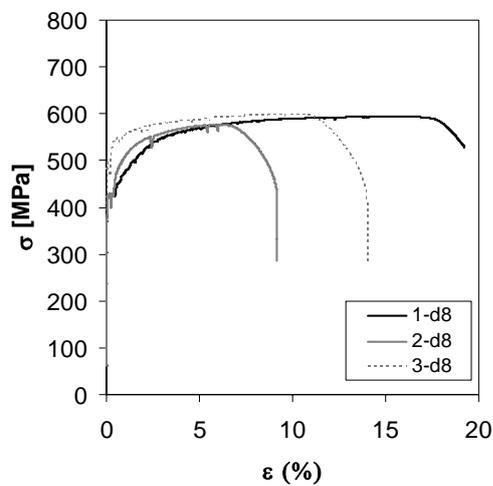
Le caratteristiche meccaniche dell'acciaio sono state valutate per mezzo di prove di trazione eseguite su barre d'acciaio dichiarate B450C di lunghezza pari a 600 mm. In particolare, sono state eseguite 3 prove per ogni

diametro di barra adoperato (8 mm e 18 mm). Le prove sono state condotte secondo le stesse modalità e con lo stesso apparato di prova descritto al paragrafo precedente.

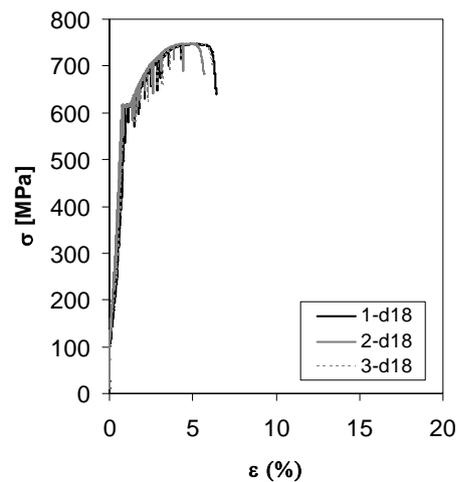
Si riassumono i risultati ottenuti sia in forma tabellare che grafica.

Provino	d_{nom}	A	P/L	f_v	f_t	A_g	A_{gt}
	(mm)	(mm ²)	(g/m)	(MPa)	(MPa)	(%)	(%)
1-d8	8	52.30	411	430	592	17.22	17.5
2-d8	8	55.1	433	432	572	6.36	6.63
3-d8	8	54.5	428	503	597	11.02	11.3
1-d18	18	256.3	2012	605	743	5.18	5.53
2-d18	18	255.6	2006	606	747	5.07	5.43
3-d18	18	255.4	2005	604	747	4.40	4.76

Tabella 2-11 – Risultati delle prove di trazione sulle barre.



a)



b)

Fig. 2-29 – Curve tensione-deformazione per le barre: a) $\phi 8$; a) $\phi 18$.

Caratterizzazione meccanica del calcestruzzo

La caratterizzazione meccanica del calcestruzzo è stata effettuata attraverso prove su 10 cubi e 10 cilindri di calcestruzzo. In particolare, sono state condotte prove di compressione monotonica su 10 cubi e 5 cilindri per ricavare la resistenza cubica e cilindrica, mentre altri 5 cilindri sono stati soggetti alla prova “brasiliana” per poter determinare la resistenza a trazione indiretta. La prova brasiliana è stata effettuata caricando il cilindro in compressione lungo il piano diametrale (Fig. 2-30) e portando a rottura il provino. La resistenza a trazione si calcola come:

$$f_{ct} = \frac{2P}{\pi \cdot d \cdot L} \quad (2.2)$$

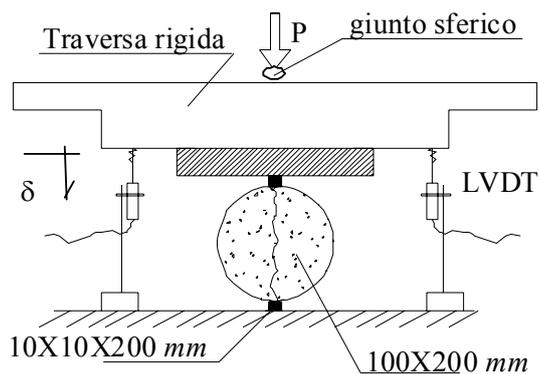


Fig. 2-30 – Schema della prova brasiliana.

Si riassumono nelle seguenti tabelle i risultati ottenuti per tutte e tre le serie di test condotti.

Provino	Parametri fisici		Parametri meccanici	
	Peso (g)	Mv (kg/m ³)	F (kN)	R _c (MPa)
CUB1	7532	2232	540	28.80
CUB2	7518	2228	530	28.27
CUB3	7570	2243	540	28.80
CUB4	7410	2196	500	26.67
CUB5	7504	2223	530	28.27
CUB6	7550	2237	520	27.73
CUB7	7420	2199	510	27.20
CUB8	7440	2204	560	29.87
CUB9	7399	2192	550	29.33
CUB10	7425	2200	570	30.40

Tabella 2-12 – Risultati delle prove di compressione su cubi di calcestruzzo.

Provino	Parametri fisici		Parametri meccanici	
	Peso (g)	Mv (kg/m ³)	F (kN)	f _c (MPa)
CIL1	3235	2232	140	19.37
CIL2	3215	2201	160	21.76
CIL3	3170	2274	130	18.38
CIL4	3205	2270	172	24.31
CIL5	3200	2256	170	23.80

Tabella 2-13 – Risultati delle prove di compressione su cilindri di calcestruzzo.

Provino	Parametri fisici		Parametri meccanici	
	Peso (g)	Mv (kg/m ³)	F (kN)	f _{ct} (MPa)
CIL6	3235	2210	30	0.99
CIL7	3215	2264	80	2.68
CIL8	3225	2259	90	3.00
CIL9	3225	2266	80	2.68
CIL10	3255	2278	75	2.50

Tabella 2-14 – Risultati delle prove di trazione indiretta su cilindri.

CAPITOLO 3

RISULTATI SPERIMENTALI

3.1 Introduzione

Nel presente capitolo si mostrano i risultati ottenuti nel corso delle indagini sperimentali descritte al capitolo precedente, con la finalità di studiare il comportamento di alcune tipologie di regioni diffusive, e con particolare riferimento allo studio dell'influenza dei fori sul comportamento di elementi strutturali compressi ed inflessi.

3.2 Prove di sovracarotaggio e di compressione a rottura su elementi in c.a.

In questo paragrafo si illustrano i risultati relativi alla prima indagine sperimentale descritta nel capitolo precedente. In particolare, si analizzano sia i risultati delle prove di sovracarotaggio che quelli relativi alle prove di compressione centrata su elementi forati, entrambe finalizzate a valutare gli effetti dei fori circolari sui pilastri in c.a.

3.2.1 Prove di sovracarotaggio

I due provini non armati oggetto d'esame sono stati sottoposti ad una compressione centrata rispettivamente pari ad un'aliquota del carico di

rottura (Load Factor, LF) del 20% (LF=0.2) e del 40% (LF=0.4). Si sono scelti prudenzialmente tali livelli di carico basandosi sui risultati di analisi numeriche, dalle quali si riscontra una perdita di capacità resistente dell'elemento strutturale compresso dovuta al foro pari a circa il 40%.

Per gli elementi non armati (provino 1 e 2), considerato che la resistenza cilindrica a compressione media era circa 13 MPa (vedi capitolo precedente), i due livelli di carico applicati sono stati pari rispettivamente a 99.5 kN (LF=0.2) e 198.9 kN (LF=0.4), a cui corrispondono due tensioni normali medie pari a 2.21 MPa (20%) e 4.42 MPa (40%).

La profondità complessiva del carotaggio (somma dei successivi avanzamenti) è stata definita in modo da ottenere una sufficiente stabilizzazione delle deformazioni misurate, raggiungendo cioè quella situazione (idealmente asintotica) nella quale ulteriori avanzamenti del carotaggio non provochino apprezzabili variazioni dello stato deformativo misurato in superficie. Infatti, più l'ulteriore modifica al sistema meccanico ("sorgente") si allontana dalla superficie sede delle misure, più il "segnale" che raggiunge tale superficie risulta smorzato. Tale profondità di stabilizzazione risulta in generale dello stesso ordine di grandezza del diametro della carota (si pensi al ben noto principio di De Saint Venant della teoria delle travi). Nel caso considerato, sono stati adottati degli step di avanzamento del carotaggio di 10 mm, per una profondità complessiva variabile tra i 120 mm e l'intero spessore del provino (150 mm).

Quando il carotaggio non è stato effettuato per l'intera profondità si è successivamente proceduto alla rimozione manuale della carota.

Si riportano di seguito (Tabella 3-1, Fig. 3-1), i valori misurati delle deformazioni al variare della profondità di sovracarotaggio e del tempo di acquisizione, sia in forma grafica che tabellare.

Tempo (sec)	Profondità (mm)	Deformazioni ($\mu\epsilon$)		
		Orizzontale	Obliquo	Verticale
0	0	0	0	0
103	10	-4.891	4.436	-9.213
121	20	17.744	25.137	8.872
136	30	22.408	31.507	21.611
151	40	21.498	28.891	27.299
166	50	19.223	29.460	17.858
180	60	17.289	27.754	12.967
197	70	16.152	27.299	17.517
211	80	14.787	26.730	17.403
227	90	12.626	26.161	20.474
241	100	11.033	25.365	11.943
252	110	10.237	24.910	10.351
269	120	8.986	24.796	16.379
282	130	8.190	24.796	16.720
298	140	7.507	24.910	14.900

a)

Tempo (sec)	Profondità (mm)	Deformazioni ($\mu\epsilon$)		
		Orizzontale	Obliquo	Verticale
0	0	0	0	0
34	10	23.204	23.204	23.318
54	20	57.555	65.289	77.687
71	30	66.540	91.678	113.630
87	40	58.578	98.047	128.645
103	50	50.502	94.408	130.009
120	60	43.564	89.972	126.483
138	70	39.469	84.626	120.796
155	80	40.038	83.602	118.180
170	90	40.493	82.009	115.450
187	100	40.720	79.735	112.265
204	110	43.336	78.711	111.128
224	120	45.043	79.962	111.014

b)

Tabella 3-1 – Risultati della prova di sovracarotaggio su provini non armati;

a) Provino 1 (LF=0.2); b) Provino 2 (LF=0.4).

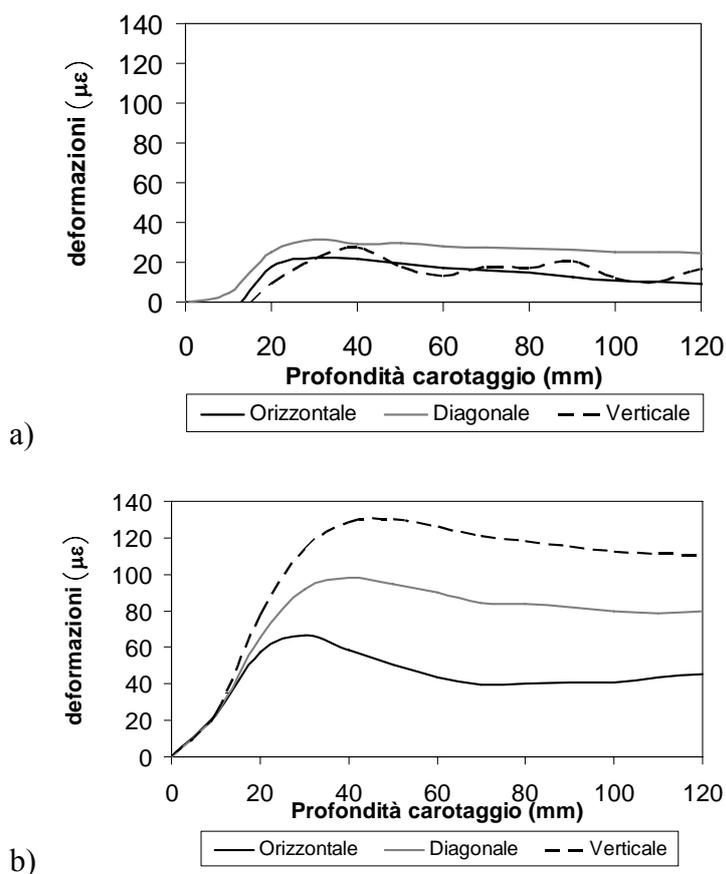


Fig. 3-1 – Deformazioni rilevate nei provini non armati; a) Provino 1 (LF=0.2); b) Provino 2 (LF=0.4).

Ai fini del calcolo del carico da applicare ai provini armati (provino 1A e 2A), è stata considerata una resistenza cilindrica a compressione del calcestruzzo pari a 13 MPa ed il valore di progetto della tensione di snervamento dell'acciaio (391.3 MPa). Conseguentemente, considerata la geometria del provino, i valori di carico applicati sono 134.8 kN (LF=0.2) e 269.7 kN (LF=0.4), a cui corrispondono tensioni medie pari a 3 MPa e 6 MPa.

Tempo (sec)	Profondità (mm)	Deformazioni ($\mu\epsilon$)		
		Orizzontale	Obliquo	Verticale
0	0	0.000	0.000	0.000
36	10	-4.777	4.777	5.346
54	20	-3.299	8.645	12.512
74	30	-0.796	16.152	23.886
93	40	-1.820	16.834	26.730
109	50	-3.981	14.900	25.024
126	60	-6.597	12.284	21.953
149	70	-5.573	12.512	22.066
168	80	-5.801	11.829	20.929
183	90	-5.346	11.602	20.019
199	100	-4.550	11.716	19.678
216	110	-4.322	11.261	18.540
235	120	-3.299	11.716	18.768

a)

Tempo (sec)	Profondità (mm)	Deformazioni ($\mu\epsilon$)		
		Orizzontale	Obliquo	Verticale
0	0	0	0	0
28	10	-1.706	-3.526	-0.796
43	20	2.389	-1.251	8.531
62	30	7.393	2.616	19.678
83	40	3.754	2.502	27.526
100	50	0.114	1.137	28.436
119	60	-1.024	1.251	28.664
138	70	-0.455	1.479	27.299
155	80	0.569	1.479	24.341
169	90	1.251	0.910	21.953
182	100	2.161	-0.455	18.313
195	110	3.185	-0.455	16.834
214	120	5.232	0.569	16.038
228	130	5.346	0.341	14.787
244	140	6.597	-0.227	13.194
255	150	6.597	-0.114	12.398

b)

Tabella 3-2 – Risultati della prova di sovracarotaggio su provini armati; a) Provino 1A (LF=0.2); b) Provino 2A (LF=0.4).

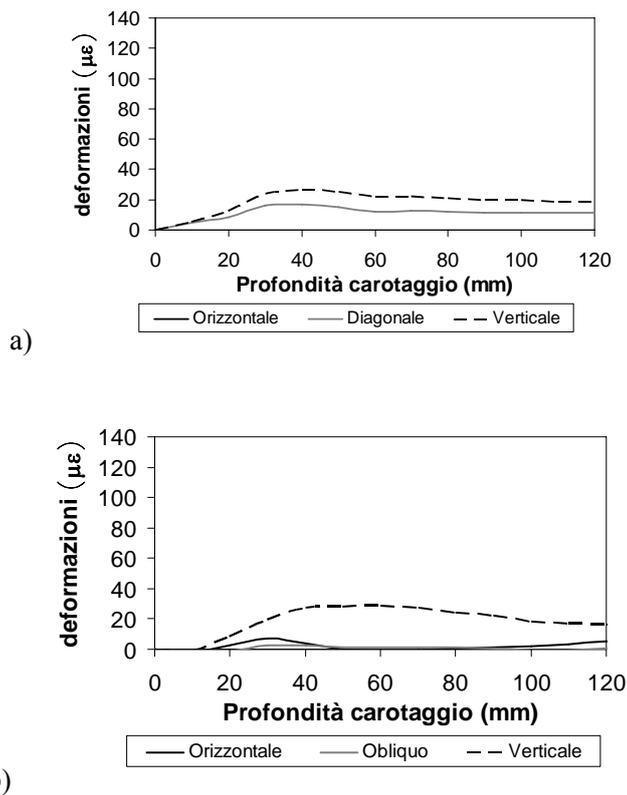


Fig. 3-2 – Deformazioni rilevate nei provini armati; a) Provino 1A (LF=0.2); b) Provino 2A (LF=0.4).

Come evidenziato in precedenza, le tensioni sono state calcolate a partire dalle deformazioni rilevate, nell'ipotesi di comportamento elastico-lineare e di stato tensionale piano attraverso la legge di Hooke:

$$\sigma_{xx} = \frac{E_{cm}}{(1-\nu^2)} (\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{E_{cm}}{(1-\nu^2)} (\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x)$$
(3.1)

dove ε_x e ε_y sono le deformazioni trasversali e longitudinali misurate e ν è il coefficiente di Poisson, assunto in questo caso pari a 0.15.

Dato che le prove sono state condotte in ambiente controllato, il modulo elastico del calcestruzzo E_{cm} è stato considerato indipendente dagli effetti del tempo e della temperatura. In particolare è stata adottata l'espressione suggerita dall'Eurocodice 2 (2004):

$$E_{cm} = 22000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} \quad (3.2)$$

dove f_{cm} è la resistenza cilindrica a compressione media.

In realtà è necessario ricordare che se la tecnica fosse applicata a strutture reali, sarebbe opportuno adottare per la resistenza e per il modulo elastico delle espressioni che includano la dipendenza dal tempo; ad esempio l'Eurocodice 2 suggerisce le seguenti espressioni:

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm}$$

$$\beta_{cc}(t) = e^{s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{1/2} \right]} \quad (3.3)$$

$$E_{cm}(t) = \left(\frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}} \right)^{0,3} \cdot E_{cm}$$

dove t è espresso in numero di giorni ed s è un coefficiente pari a 0.2 per calcestruzzi con cemento ad alta resistenza, 0.25 per calcestruzzo con cemento a normale resistenza o 0.38 per calcestruzzi a lento indurimento.

Si riportano in Fig. 3-3 le tensioni calcolate come funzione della profondità di carotaggio.

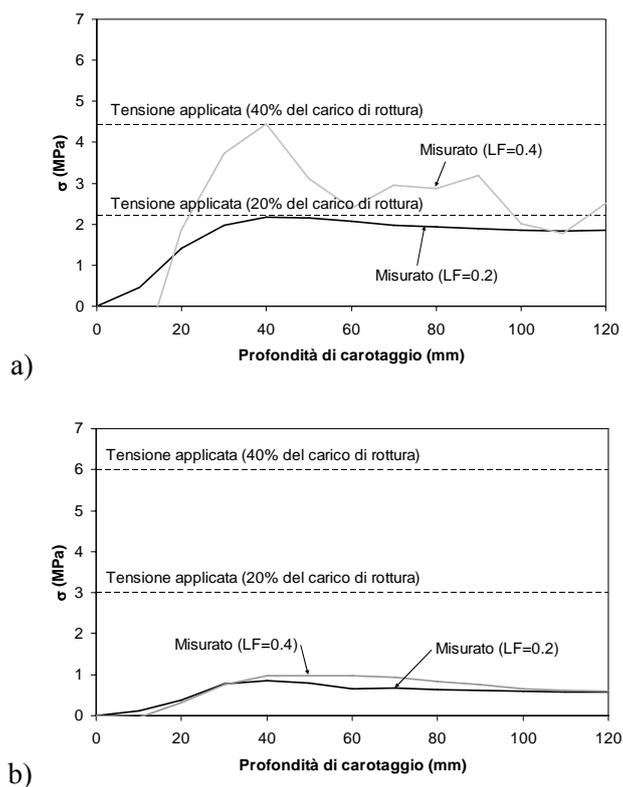


Fig. 3-3 – Confronto tra le tensioni teoriche applicate e quelle misurate;
a) Provini non armati; b) Provini non armati.

Dal confronto emergono i limiti dell'applicabilità della tecnica. Infatti, solo nel caso del provino 1 (LF=0.2 in Fig. 3-3 a) il confronto tra la tensione calcolata e quella teoricamente applicata risulta soddisfacente. Negli altri casi si osservano differenze notevoli tra i valori delle tensioni teoriche e quelle rilevate con la tecnica del sovracarotaggio. Tale risultato può condurre ad alcune considerazioni riguardanti l'affidabilità della tecnica. Come evidenziato in precedenza, l'adattabilità del sovracarotaggio superficiale alle strutture in cemento armato dipende dalla linearità del comportamento della struttura e pertanto la sua applicabilità in tale ambito dipende dal livello di carico e dalla resistenza del calcestruzzo (e quindi dalla sua legge costitutiva) oltre che dalle soluzioni tecniche adottate per effettuare la prova.

Per bassi livelli di carico (inferiori al 20% del carico di rottura), la tecnica può essere adoperata correttamente per la misura delle tensioni in fase elastica, mentre per livelli di sforzo superiori, la forte non linearità del comportamento del calcestruzzo e l'intensificazione degli sforzi sul bordo del foro falsificano la misurazione effettuata. Conseguentemente è sempre opportuno effettuare una stima preliminare dei carichi sull'elemento strutturale da monitorare.

Anche la resistenza del calcestruzzo può influire sull'esito della prova. Infatti, come noto la linearità della legge costitutiva del calcestruzzo aumenta all'incrementare della sua resistenza; in particolare, i calcestruzzi ad alta resistenza mostrano un comportamento lineare ed elasto-fragile fino a rottura. Una valutazione preliminare della resistenza del calcestruzzo, ad esempio tramite indagini non distruttive, potrebbe dare utili indicazioni riguardanti l'applicabilità della tecnica del sovracarotaggio.

In definitiva la tecnica è applicabile a strutture con livelli di carico bassi, come ad esempio le strutture massicce in c.a. (dighe, muri di sostegno, pareti sismiche etc.) ed è tanto più affidabile quanto maggiore è la resistenza del calcestruzzo. Tuttavia lo sviluppo di metodi diversi per l'acquisizione dei dati ed il perfezionamento della tecnica attraverso ulteriori indagini sperimentali potrebbero far superare gli attuali limiti di applicabilità, rendendo il sovracarotaggio una prova particolarmente utile per la valutazione della sicurezza delle strutture in c.a. esistenti.

3.2.2 Prove di compressione a rottura su elementi forati

Come detto in precedenza, la seconda parte di questo studio sperimentale ha avuto l'obiettivo di valutare la perdita di resistenza dovuta alla presenza del foro e l'effetto del sovracarotaggio sulla risposta in compressione di colonne in cemento armato. A tal fine, per rendere significativi i confronti, si sono sottoposti a prova di rottura a compressione sia le colonne precedentemente soggette al sovracarotaggio che altri quattro provini con la stessa geometria e medesime caratteristiche meccaniche di calcestruzzo e di acciaio. I pilastri esaminati sono stati confezionati in due getti diversi, uno

per i pilastri non armati, e uno per quelli armati; per ogni getto è stato praticato un foro da 100 mm tramite carotaggio in un solo pilastro in modo da valutare, a parità di caratteristiche geometriche e meccaniche, l'effetto del foro sulla riduzione della capacità portante e della deformabilità di un elemento strutturale compresso. Dei quattro pilastri non armati confezionati, i pilastri 1 e 2 sono stati sottoposti precedentemente ad una prova di sovracarotaggio superficiale, e pertanto la prova di compressione per essi parte dal livello di carico adottato precedentemente stabilito. Il pilastro 2 inoltre è caratterizzato da un foro non passante. Le colonne hanno avuto modalità di rottura simili, con lesioni diagonali che si originavano agli spigoli, in testa ed al piede del provino, e che si propagavano in maniera instabile sino al contorno del foro (Fig. 3-4).

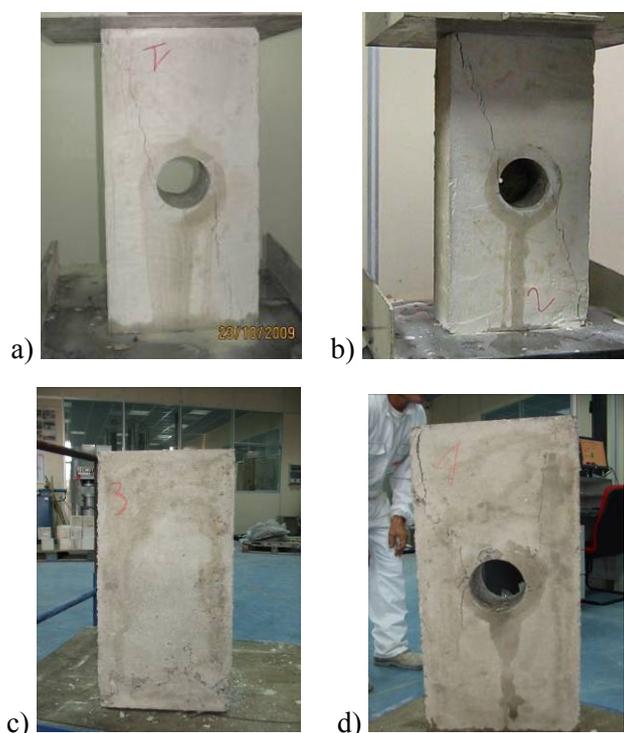


Fig. 3-4 – Provini non armati a rottura;
a) Provino 1; b) Provino 2; c) Provino 3; d) Provino 4.

Il provino di controllo non forato (provino 3) ha raggiunto la rottura per un carico di 559.7 kN a cui corrisponde una tensione media pari a 12.43 MPa (prossimo al valore medio della resistenza cilindrica a compressione determinato $f_c = 13$ MPa). Il provino 4, carotato prima dell'esecuzione della prova e portato successivamente a rottura, ha esibito una riduzione di resistenza di circa il 15%. Il carico ultimo è stato infatti pari a 474.8 kN con una tensione media di 10.6 MPa.

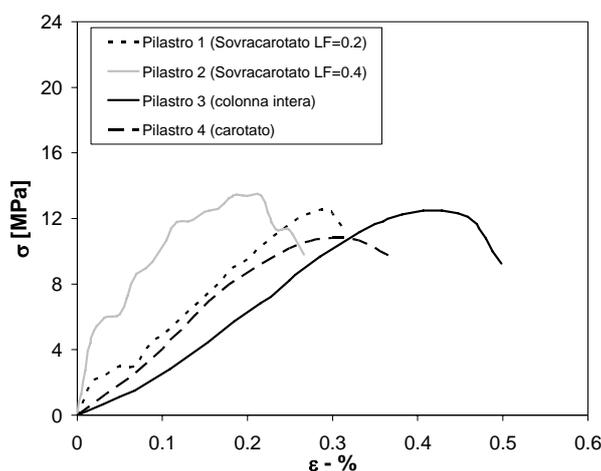


Fig. 3-5 – Curve tensione-deformazione per gli elementi non armati;

Le curve tensione-deformazione rilevate (Fig. 3-5) hanno inoltre evidenziato una particolarità nel comportamento delle colonne preventivamente sottoposte alla prova di sovracarotaggio. Queste infatti, oltre ad esibire carichi massimi elevati e confrontabili con quello della colonna intera, hanno presentato un andamento piuttosto irregolare, caratterizzato da picchi successivi. Il disturbo indotto dal sovracarotaggio è risultato più marcato per il provino che era stato sottoposto ad un carico di circa il 40% del valore massimo.

Gli elementi armati hanno mostrato quadri fessurativi a rottura simili a quelli mostrate dai provini senza armature, con la presenza di lesioni diagonali caratterizzate da un'ampiezza maggiore (Fig. 3-6). Si è verificata l'espulsione del copriferro per bassi livelli di accorciamento e nel caso dei

provini 1A e 2A le barre longitudinali a rottura presentavano la classica configurazione deformata da carico di punta.

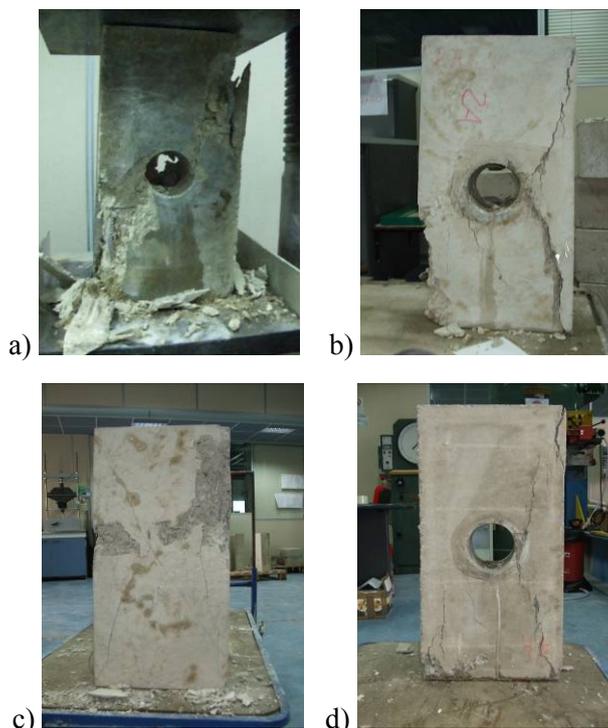


Fig. 3-6 – Provini armati a rottura;

a) Provino 1A; b) Provino 2A; c) Provino 3A; d) Provino 4A.

Il provino di controllo (provino 3A) ha esibito un carico di rottura pari a 1012.1 kN, a cui corrisponde una tensione media di 22.5 MPa ed una tensione nel calcestruzzo di circa 18 MPa. Differentemente da quanto registrato per gli elementi non armati, tutti gli altri carichi di rottura sono risultati inferiori a quello del provino 3A. In particolare, il pilastro 4A ha raggiunto la rottura per un livello di forza pari a 701.7 kN, con una riduzione di capacità assiale di circa il 31%. Gli elementi sovracarotati in precedenza (1A e 2A) hanno mostrato invece carichi di picco intermedi tra quello della colonna intera e quella della colonna forata (Fig. 3-7); il provino 1A, sovracarotato con un livello di carico pari al 20% di quello massimo, ha

esibito una riduzione di capacità portante del 14% ($F_{max}=873$ kN), mentre per il provino 2A (LF=0.4) il carico massimo si è ridotto del 20% ($F_{max}=808.4$ kN).

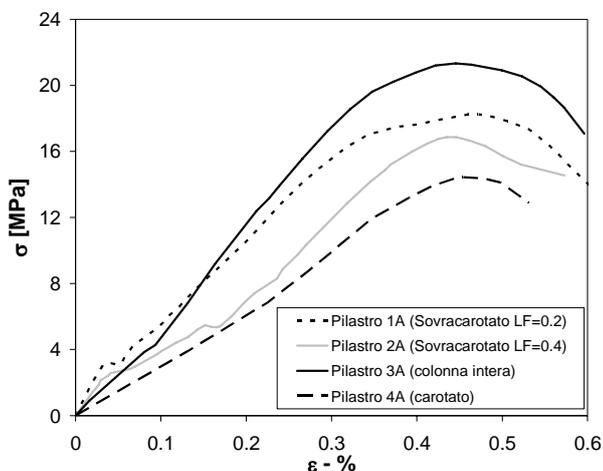


Fig. 3-7 – Curve tensione-deformazione per gli elementi armati;

3.3 Prove di compressione su puntoni a collo di bottiglia ed elementi forati

Come descritto nel capitolo precedente, la campagna sperimentale in oggetto ha avuto il duplice obiettivo di valutare il comportamento in compressione di elementi in c.a. soggetti a carichi concentrati o carichi uniformemente ma in presenza di un foro circolare. Si illustrano nel seguito i principali risultati sperimentali ottenuti.

3.3.1 Prove di compressione su puntoni a collo di bottiglia

Con riferimento al comportamento dei puntoni a collo di bottiglia, sono stati provati a compressione dodici elementi prismatici con tre diversi rapporti di carico $\beta = b / a$ (rapporto tra il lato della colonna e l'estensione della piastra di carico) rispettivamente pari a 1,2 e 3.

Si riportano in Fig. 3-8 le curve carico-accorciamento per elementi non armati e con i tre diversi rapporti di carico. Ogni curva rappresenta la media tra le due coppie di provini testati. Come ci si aspettava, si osserva che incrementando β (ovvero riducendo l'estensione della piastra di carico) la capacità portante diminuisce, anche se la rigidezza iniziale del provino rimane immutata rispetto al caso di $\beta = 1$. Dopo il picco, il comportamento diventa marcatamente più fragile all'aumentare di β .

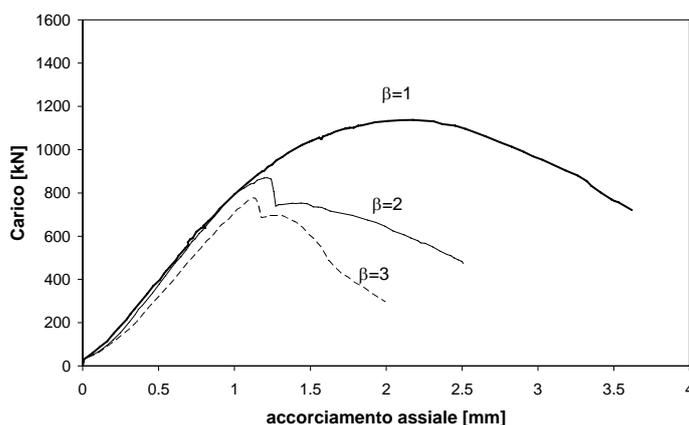


Fig. 3-8 – Curve tensione-deformazione per elementi compressi non armati caricati con diversi rapporti di carico β .

I diversi meccanismi di rottura rilevati sperimentalmente e mostrati in Fig. 3-9, spiegano questo tipo di comportamento.

Per $\beta = 1$ il meccanismo di rottura è quello tipico di un elemento compresso in presenza di attrito tra la piastra di carico e il provino. Per $\beta = 2$ (quando l'area di carico è pari alla metà della sezione trasversale del provino), il meccanismo di rottura è caratterizzato da un "cuneo" di calcestruzzo nella zona immediatamente sotto la piastra di carico con una fessura da spacco in direzione verticale e sottostante il cuneo (Fig. 3-9b)). Nel caso di $\beta = 2$ la tensione media è pari a 16.53 MPa, e la deformazione corrispondente è 0.0016, con riduzioni del 34% e del 44% rispetto ai valori analoghi rilevati nel caso di $\beta = 1$.

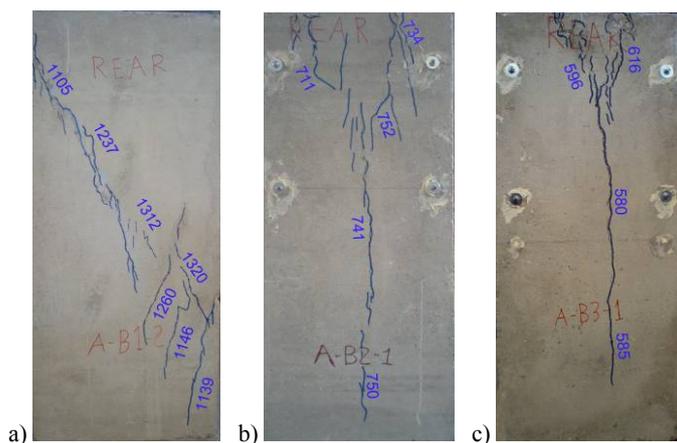


Fig. 3-9 – Meccanismi di rottura di elementi non armati; a) $\beta=1$; b) $\beta=2$; c) $\beta=3$.

La massima riduzione di capacità portante si rileva per $\beta = 3$, quando la larghezza della piastra di carico è pari ad $1/3$ del lato del provino. Il meccanismo di collasso è sempre di tipo “a cuneo centrale” con fessura da “splitting” lungo l’asse del pilastro (Fig. 3-9 c)). In tale caso però l’altezza del cuneo è più piccola, ed approssimativamente coincide con la larghezza della piastra di carico. La rottura avviene per un valore di tensione media di 12.70 MPa e una deformazione di 0.0014, con riduzioni rispetto al caso di $\beta=1$ del 55% in termini di carico e del 62% in termini di deformazione ultima.

Nelle colonne armate con armature longitudinali e trasversali (vedi Fig. 3-10), la rottura del provino con $\beta = 1$ è caratteristica di quella di elementi compressi armati in presenza di attrito. La tensione e la deformazione ultima dipendono dalla presenza dell’armatura trasversale, la quale inoltre applica una distribuzione di pressioni di confinamento sulla colonna, migliorandone la resistenza e la duttilità. La tensione e la deformazione ultima nel caso di elemento armato con $\beta = 1$ sono state rispettivamente 28 MPa e 0.0037. Nel caso di $\beta = 2$ e $\beta = 3$ il meccanismo di rottura è stato simile a quello riscontrato negli elementi non armati ma la formazione del cuneo di calcestruzzo è stata meno evidente. La rottura è stata governata

principalmente dalla formazione di lesioni verticali nella parte centrale del provino, come mostrato in Fig. 3-10 b) e c).

Per $\beta = 2$ i valori della tensione e della deformazione di picco sono stati rispettivamente 19.23 MPa e 0.002, con riduzioni del 32% e del 42% rispetto ai valori registrati nel provino armato con $\beta = 1$.

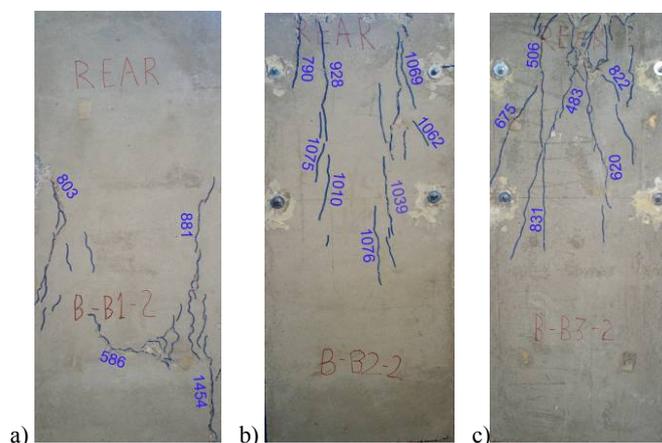


Fig. 3-10 – Meccanismi di rottura di elementi armati; a) $\beta=1$; b) $\beta=2$; c) $\beta=3$.

Nel caso di elementi con $\beta = 3$ la tensione media di picco è stata 16.09 MPa mentre la deformazione era pari a 0.00325. A tali valori corrispondono riduzioni rispetto al caso di controllo del 43%, in termini di tensione, e del 10% in termini di deformazione.

La Fig. 3-11 mostra le curve relative agli elementi armati. Si nota che la presenza dell'armatura trasversale incrementa la capacità portante della colonna a causa dell'effetto "cucente" sulle fessure e dell'aliquota di carico trasmessa alle barre longitudinali. Dopo il picco la risposta è meno fragile, con una maggiore estensione del ramo di softening.

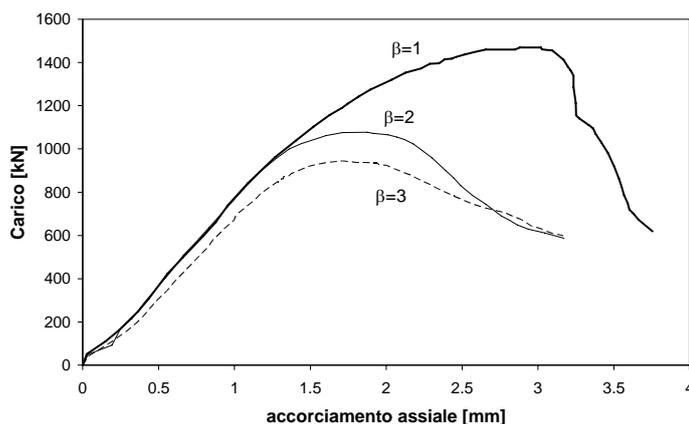
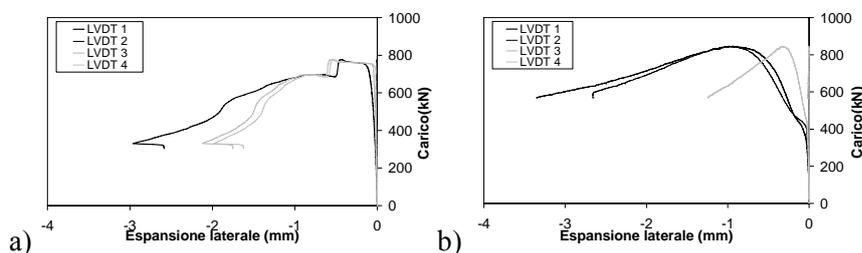


Fig. 3-11 – Curve carico-accorciamento per elementi armati e non armati.

Si riporta in Fig. 3-12 il confronto in termini di curve carico-espansione laterale per pilastri caricati con $\beta = 3$. In particolare Fig. 3-12 a) fa riferimento ad un elemento senza armature mentre Fig. 3-12 b) ad un provino armato. Le letture dei comparatori sono mostrate con gli stessi segni ma è importante evidenziare che gli LVDTs 1 e 3 erano in zona compressa mentre i dispositivi 2 e 4 leggevano allungamenti. Si nota come l'effetto dell'armatura trasversale consente il mantenimento di elevati livelli di carico anche dopo il valore di picco.



**Fig. 3-12 – Curve carico-espansione laterale per elementi caricati con $\beta=3$;
a) provino non armato; b) provino armato.**

3.3.2 Prove di compressione su elementi forati

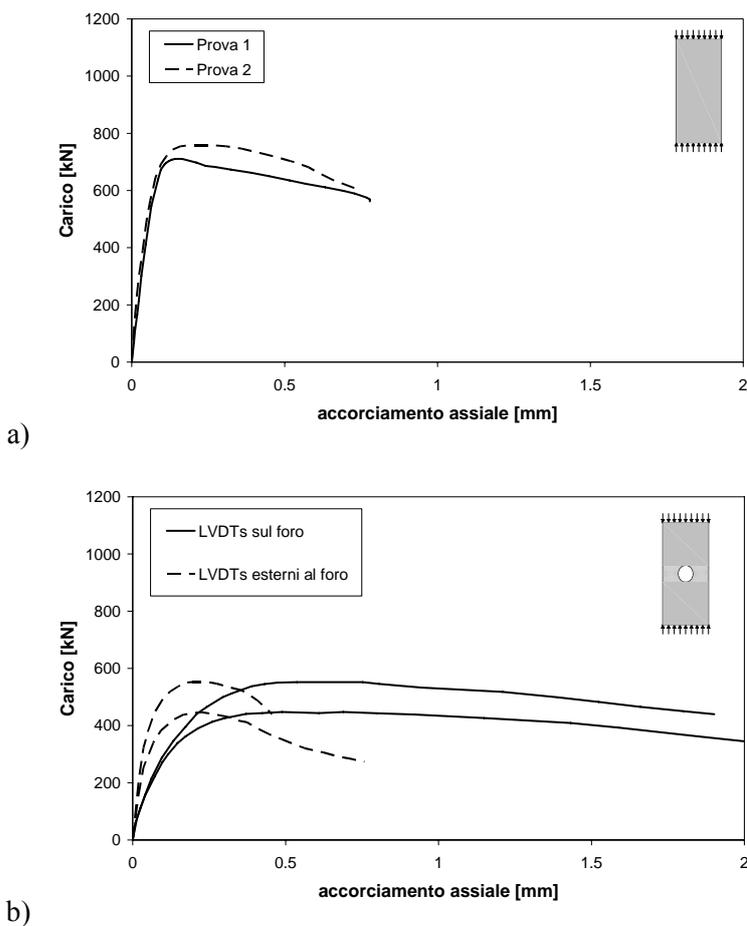
Come detto in precedenza, nell'ambito di questa indagine sperimentale si è voluto investigare, oltre che sul comportamento di elementi caricati su una porzione ridotta, anche sull'influenza dei fori circolari sul comportamento in compressione di elementi prismatici in cemento armato testando dieci colonne in presenza ed in assenza di un foro circolare ed al variare del quantitativo di armatura e della posizione del foro. Si riportano nel seguito i risultati delle prove di compressione eseguite sui pilastri integri e forati.

In Fig. 3-13 si riportano le curve carico-accorciamento dei provini non armati sia in assenza che in presenza di foro centrale. Il carico è quello registrato dalla cella di carico e gli spostamenti quelli risultanti dalla media delle letture dei dieci comparatori.

Per gli elementi forati si riportano due curve: una è relativa al comparatore disposto all'interno del foro mentre l'altra riporta i valori medi dei restanti dispositivi.

Dall'andamento delle curve si evince che il comportamento degli elementi è caratterizzato da una fase iniziale a comportamento elastico, seguito dal progressivo danneggiamento dell'elemento, che dopo il raggiungimento del carico massimo porta alla progressiva rottura del provino (fase di softening).

In assenza di foro le letture dei comparatori sono prossime fra loro e la deformazione di picco risulta circa lo 0.2%, mentre la tensione corrispondente (rapporto tra il carico di rottura e l'area della sezione trasversale del provino) risulta di circa 9.5 MPa, valore prossimo a quello rilevato sui campioni cilindrici provati a schiacciamento per la caratterizzazione del materiale ($f_c = 10$ MPa, vedi capitolo precedente).



**Fig. 3-13 – Curve carico-accorciamento per gli elementi non armati;
a) pilastri integri; b) pilastri forati.**

Le prime lesioni si manifestano per valori di carico compresi tra il 40% e il 53% del carico massimo ed in prossimità degli spigoli laterali da cui si propagano parallelamente agli spigoli della faccia laterale del pilastro, arrestandosi in corrispondenza delle barre longitudinali. Ulteriori lesioni compaiono nella regione frontale del pilastro per valori di carico superiori al 60% del carico massimo. Queste ultime si propagano nella zona centrale del

pilastro. In prossimità del carico di picco si ha la formazione di lesioni diagonali che portano a rottura il provino.

Nel caso di pilastro forato si osserva una significativa riduzione del carico di rottura di circa il 32%. È interessante osservare che tale valore è maggiore del rapporto tra l'area della sezione forata rispetto a quella integra (rapporto che è invece di circa il 22%) mettendo in luce il fenomeno di intensificazione degli sforzi in prossimità del foro.

Le prime lesioni si manifestano in prossimità della zona forata, non appena il carico applicato sul campione raggiunge valori compresi tra il 50-80%, cui fa seguito una graduale diminuzione della rigidezza assiale. Superata la soglia dell'80% del carico le lesioni che precedentemente si erano formate aumentano in maniera graduale, in direzione subverticale; oltre questa soglia, la riduzione della rigidezza assiale diventa più brusca fino al raggiungimento della tensione massima in corrispondenza del quale si hanno le aperture delle lesioni nell'intorno del foro (Fig. 3-14).



Fig. 3-14 –Quadro fessurativo a rottura di un provino con foro centrato.

In Fig. 3-15 si riportano le curve carico accorciamento dei provini armati sia in assenza che in presenza di foro centrale. L'andamento delle curve è sostanzialmente simile a quello già riscontrato nel caso di colonne senza

armature con la differenza che il carico e la deformazione di picco sono più elevati poiché influenzati dalla presenza delle armature longitudinali. Infatti il carico di rottura è praticamente pari alla somma di quello delle colonne in assenza di armature e del contributo delle barre longitudinali snervate. La deformazione di picco è prossima allo 0.3%, valore quest'ultimo coerente con quelli riscontrabili in letteratura per elementi strutturali con debole confinamento.

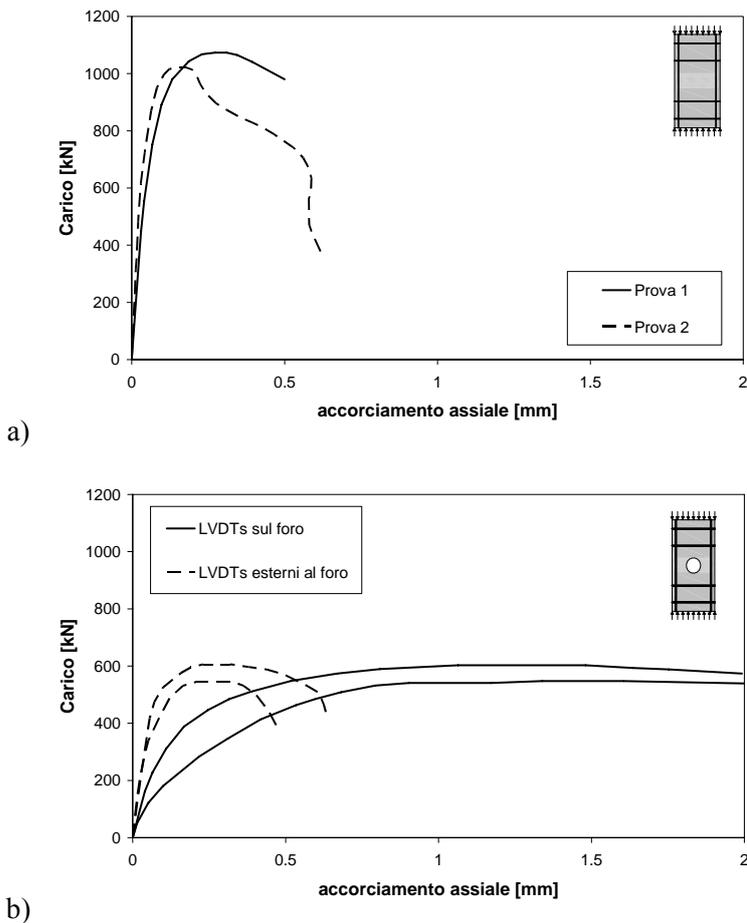


Fig. 3-15 – Curve carico-accorciamento per gli elementi armati; a) pilastri integri; b) pilastri forati.

Nel caso di pilastro forato si osserva una significativa riduzione del carico di rottura di circa il 40%. Anche in questo caso tale valore è maggiore del rapporto tra l'area della sezione forata rispetto a quella integra.

Dall'andamento delle curve si evince che le letture dei comparatori posti al di là del foro mostrano valori tra loro prossimi e più piccoli di quelli dei comparatori posti sul foro ove l'effetto di disturbo anche in termini deformativi è più marcato.

Come ultimo caso esaminato si riportano in Fig. 3-16 le curve carico-accorciamento dei provini armati in presenza di foro eccentrico. In questo caso si osserva che a causa del foro eccentrico si ha modesta ulteriore riduzione di resistenza rispetto a quella di foro centrato. Le deformazioni di picco in prossimità della zona non forata rientrano sempre nei valori attesi per il calcestruzzo non confinato (circa lo 0.2%).

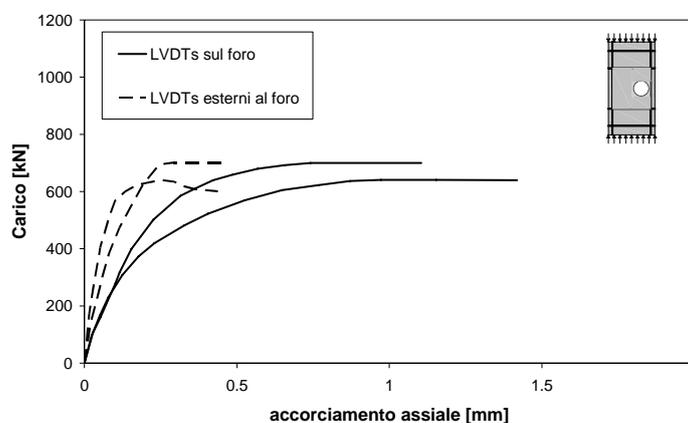


Fig. 3-16 – Curve carico-accorciamento per gli elementi armati con foro eccentrico.

Dal punto di vista deformativo risulta interessante il confronto di Fig. 3-17 in cui si riporta l'andamento degli spostamenti letti dai comparatori posti sulla base di misura di 100 mm al variare della loro posizione e per tre livelli di carico rispettivamente pari a 1/3, 2/3 ed 1 del carico massimo. Gli

spostamenti letti dai comparatori nelle diverse posizioni sono poi stati collegati nei grafici mediante una curva interpolante.

In particolare in Fig. 3-17a) si riporta il caso di pilastro con foro centrato per elementi armati e non armati; si osserva che l'andamento degli spostamenti in corrispondenza di comparatori laterali e di quello centrale sono sostanzialmente diversi al variare del livello di carico esaminato.

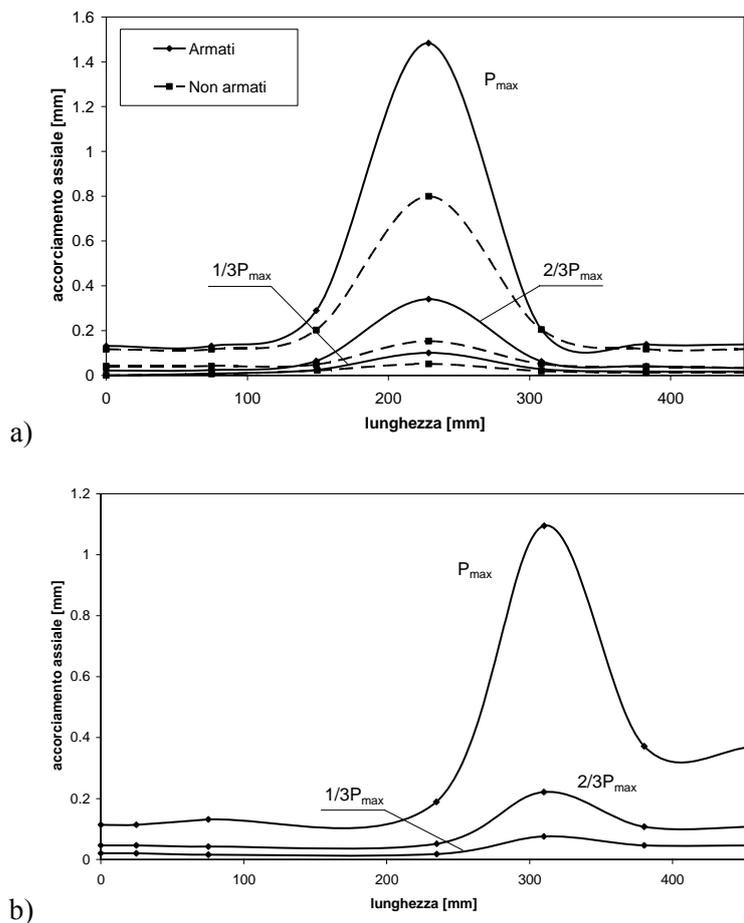


Fig. 3-17 – Andamento degli spostamenti nella sezione con il foro; a) Foro centrato; b) Foro eccentrico.

Si evince che durante il processo di carico la sezione in prossimità del foro non si mantiene piana mostrando un significativo incremento di deformazione. Nell'ipotesi di comportamento elastico lineare del materiale, il rapporto tra lo spostamento in prossimità del foro e quello sul bordo risulterebbe di 2.66, prossimo al valore di intensificazione degli sforzi in prossimità di una lastra caricata in compressione e con foro circolare. Inoltre il valore dello spostamento medio di 0.2 mm (che sulla base di lettura di 100 mm corrisponde ad una deformazione di 0.002) risulta ampiamente superato nella zona limitrofa al foro. Nel caso di elemento armato, la presenza delle armatura contiene i valori degli spostamenti misurati, che dunque risultano inferiori rispetto al caso di elemento non armato. Si rileva infine che nel caso di foro eccentrico (Fig. 3-17b)), si produce pressoflessione retta sulla colonna con conseguenze sul profilo della deformazione.

3.4 Prove di flessione su travi tozze forate

Come descritto al precedente capitolo, l'indagine sperimentale in oggetto ha avuto l'obiettivo di valutare l'effetto di fori circolari sul comportamento di travi alte in cemento armato. Si riportano nel seguito i risultati delle venti prove di flessione su quattro punti eseguite sulle travi descritte al capitolo precedente.

Tutte le travi testate hanno raggiunto la rottura a causa della fessurazione diagonale (taglio-trazione) e dello schiacciamento del calcestruzzo costituente i puntoni (taglio-compressione). Il carico è stato periodicamente tenuto costante durante le prove in modo da poter osservare e segnare le fessure che sono state rilevate attraverso l'ispezione visiva. Sono stati rilevati diverse modalità di rottura tra i provini con il foro all'interno della luce di taglio e quelli con foro nella zona centrale ed inoltre, come confermato in letteratura (Brown et al.(2006), Yang et al. (2006)), la modalità di rottura è risultata indipendente dal quantitativo di armatura.

Gli elementi non armati (Provini 1 e 2) hanno mostrato un comportamento marcatamente fragile. In particolare i provini 1A e 1B hanno mostrato lo stesso meccanismo di collasso degli elementi armati con foro

interno alla luce di taglio, pur senza manifestare un carico di prima fessurazione. Il provino 2A ha mostrato una rottura esplosiva, con l'immediata propagazione delle fessure formatesi lungo gli assi dei puntoni e la conseguente separazione della trave in tre blocchi di calcestruzzo. I valori medi dei carichi di rottura (media per ogni coppia testata) sono stati 198 kN per il provino 1 e 256 kN per il provino 2.

I provini armati e senza foro hanno mostrato a rottura le tipiche lesioni diagonali; le lesioni si sono propagate principalmente dalle piastre di carico verso quelle di appoggio. Lesioni secondarie sono state rilevate anche ai bordi delle piastre a causa degli elevati sforzi di compressione in tali zone. I provini integri (3 e 4) hanno inoltre mostrato una lesione da flessione in mezzeria della trave, che si è manifestata per un carico pari a circa il 25% di quello massimo, mentre la prima fessura diagonale visibile ad occhio nudo è apparsa ad un livello di carico di circa il 60%. Come detto in precedenza, tale fessura è risultata quella responsabile della rottura del provino. I valori medi dei carichi di rottura sono stati pari a 954.6 kN per il provino 3 e 1107.16 kN per il provino 4.

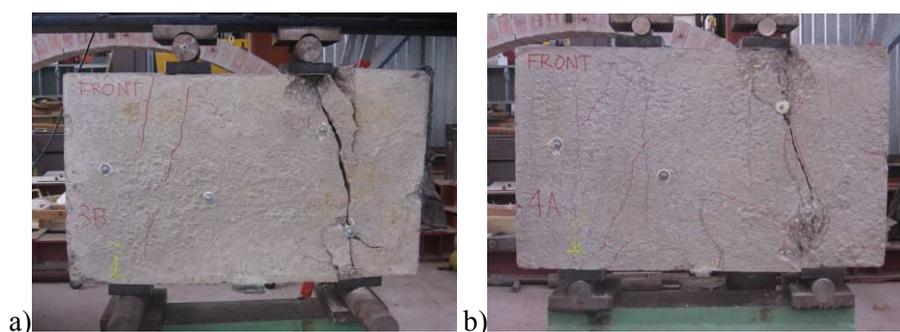


Fig. 3-18 – Meccanismi di rottura delle travi senza foro;

a) Provino 3B; b) Provino 4A.

Tale piccola differenza tra i due valori consente di evidenziare come le staffe verticali contribuiscano poco nel conferire capacità portante alla trave tozza. Infatti, come noto in letteratura (vedi capitolo 1), la rottura in un puntone a collo di bottiglia è dovuta alla presenza di tensioni di trazione in

direzione ortogonale all'asse del puntone (tensioni di fenditura). Quando il valore di tale tensione supera la resistenza a trazione del calcestruzzo si forma la fessura da spacco che, in assenza di armatura trasversale, porta rapidamente a rottura l'elemento, analogamente a quanto avviene in una prova brasiliana. Nel caso delle travi alte, considerando l'inclinazione dell'asse del puntone, si intuisce che le staffe verticali hanno scarsa efficacia nel "cucire" la fessura da spacco. Nei provini con foro posizionato nella zona centrale (provini 7, 8 e 10) si sono manifestate delle lesioni secondarie che si propagavano dal centro delle piastre di carico e di appoggio verso il centro del foro (Fig. 3-19).

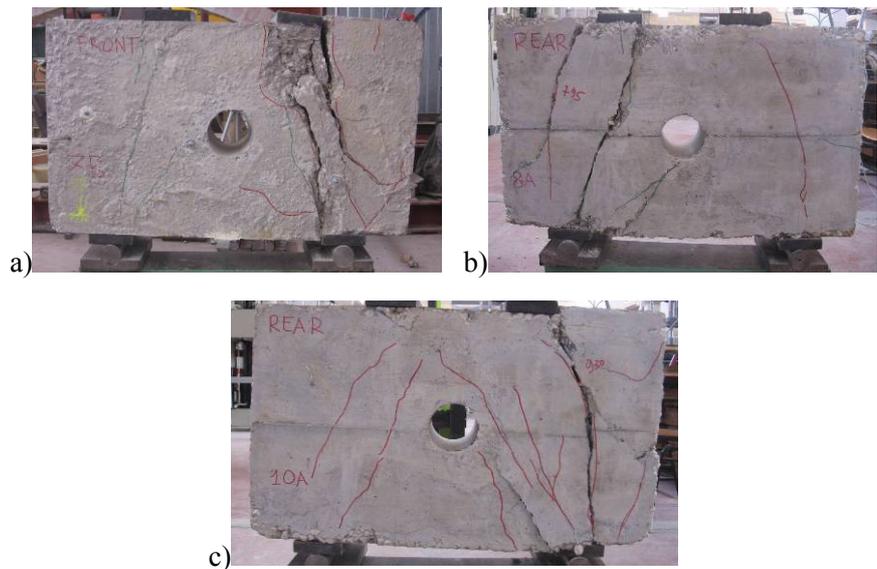


Fig. 3-19 – Meccanismi di rottura delle travi con foro centrale;

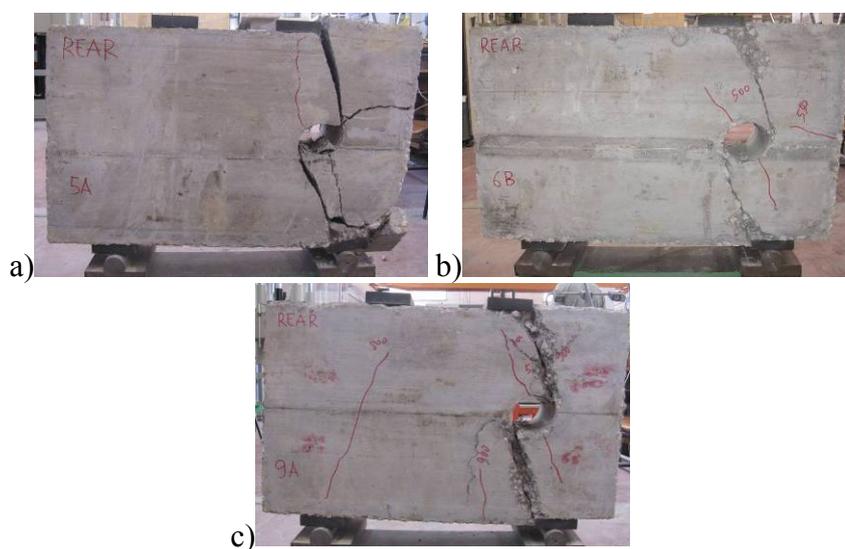
a) Provino 7B; b) Provino 8A; c) Provino 10A.

Il numero e la larghezza delle fessure dipendeva dalla disposizione delle armature; infatti, i provini con un quantitativo maggiore di armatura trasversale hanno (10A e 10B) hanno mostrato un maggior numero di lesioni di ampiezza ridotta mentre nei provini 7 e 8 sono state rilevate meno fessure. Anche in tal caso la rottura è avvenuta per fessurazione diagonale ed in

particolare, attraverso una lesione principale che in generale ha cominciato ad aprirsi in corrispondenza del bordo di una delle piastre di carico.

Nel provino 7B è avvenuto inoltre lo schiacciamento del calcestruzzo sottostante la piastra di carico, attraverso la formazione del “cuneo” di calcestruzzo, tipico dei puntoni a collo di bottiglia e rilevato nell’indagine sperimentale descritta nel paragrafo precedente. I valori medi dei carichi massimi sono stati rispettivamente 937.3 kN, 1173.7 kN e 1209.2 kN per i provini 7, 8 e 10.

Nei provini con foro interno alla luce di taglio (provini 5, 6 e 9), la prima fessura visibile ad occhio nudo si è propagata lungo l’asse del puntone, partendo dal bordo del foro in maniera diametralmente simmetrica (Fig.) ed hanno successivamente arrestato la loro propagazione per bassi livelli di carico. I carichi di prima fessurazione sono stati pari rispettivamente al 31%, 38% e 22% del carico massimo dei provini 5, 6 e 9.

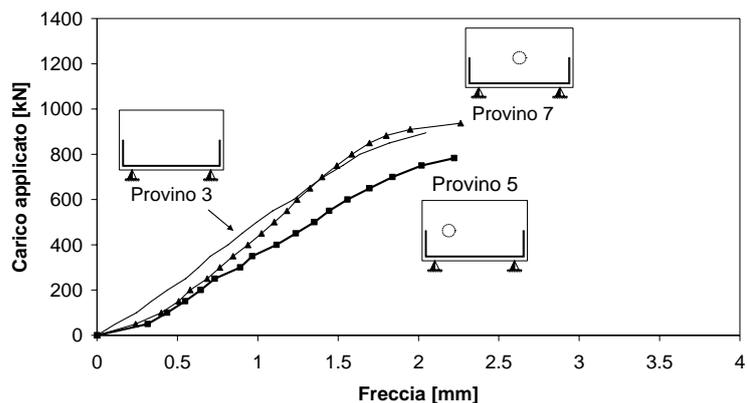


**Fig. 3-20 – Meccanismi di rottura delle travi con foro interno alla luce di taglio;
a) Provino 5A; b) Provino 6B; c) Provino 9A.**

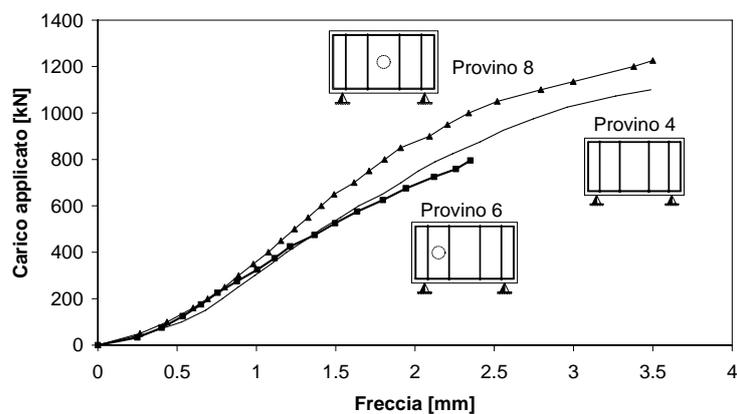
Le fessure principali che hanno portato a rottura le travi si sono invece formate ai bordi delle piastre di carico e di appoggio e si sono propagate in

direzione tangente ai bordi del foro. In tutti i casi, le due lesioni principali sono partite dal bordo interno della piastra di appoggio e da quello esterno della piastra di carico, in maniera antisimmetrica rispetto all'asse del puntone. I valori medi dei carichi di rottura sono stati 783.3 kN per il provino 5, 781.5 kN per il provino 6 e 985.8 kN per il provino 9.

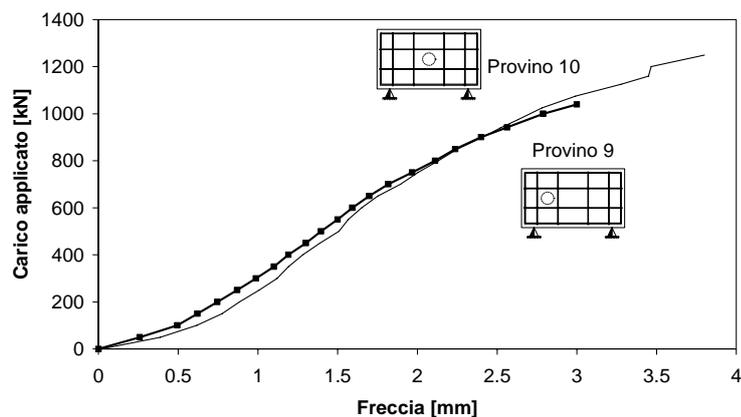
La Fig. 3-21 mostra le curve carico-freccia ottenute per le travi testate e raccolte in tre grafici sulla base della disposizione delle armature. Tutte le curve rappresentano i valori medi di ogni coppia di provini A e B.



a)



b)



c)

Fig. 3-21 – Curve carico-freccia;

a) Provini 3, 5 e 7; b) Provini 4, 6, 8; c) Provini 9 e 10.

La Fig. 3-21a) mostra le curve ottenute per travi con sola armatura longitudinale. L'andamento delle curve, a meno di un tratto non lineare dovuto all'assestamento del macchinario di prova, presenta una fase iniziale lineare, seguita successivamente da una progressiva non linearità dovuta all'insorgere delle fessure. I provini 3 e 7 mostrano inoltre due carichi di picco simili, mettendo in luce come la presenza di un foro nella zona centrale sia poco influente ai fini della capacità portante. Diversamente, il provino 5 manifesta una rigidezza inferiore, ed a parità di freccia ultima rispetto al provino 7 mostra un carico ultimo ridotto.

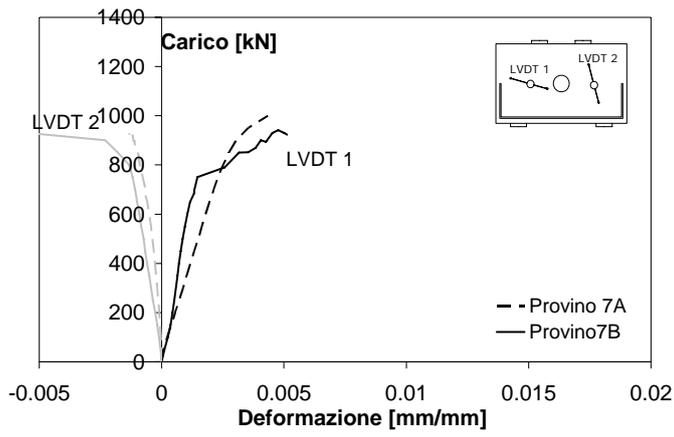
In Fig. 3-21 b) si nota come le curve relative ad elementi armati con armatura longitudinale e staffe verticali abbiano rigidezze simili; anche in tal caso si registra una differenza molto piccola tra il carico di rottura della trave con foro al centro (provino 8) e la trave integra (provino 4), confermando che la presenza del foro in tale zona non influisce sulla capacità portante e sulla freccia ultima. Inoltre, analogamente a quanto evidenziato per le travi senza staffe, il provino con foro nella luce di taglio (provino 6), manifesta un

carico ultimo ridotto di circa il 30% rispetto alle altre travi con analoga armatura.

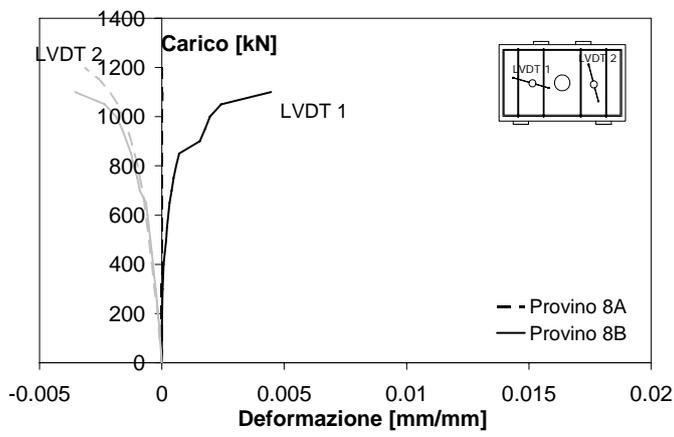
La Fig. 3-21 c) mostra le curve relative ad elementi con armatura longitudinale e trasversale costituita da staffe orizzontali e verticali. Le due curve hanno pendenze simili e mostrano un comportamento più marcatamente non lineare rispetto a quelle mostrate in Fig. 3-21 a) e b), indicando la maggiore diffusione di lesioni nell'elemento prima della rottura. Il confronto tra il provino con foro interno alla luce di taglio (provino 9) e quello con foro in zona centrale (provino 10) ha evidenziato una riduzione della capacità portante di circa il 18%.

Confrontando i carichi di picco si nota che il provino 4 ha esibito un valore di rottura di circa il 15% più grande dell'analogo provino senza staffe (provino 3). Le travi 8 e 10 hanno manifestato valori simili del carico massimo che differiva di circa il 20% con quello del provino 3 che aveva solo armatura longitudinale. Inoltre il provino 6, con foro interno alla luce di taglio e armato con staffe verticali, e il provino 5, analogo al provino 6 ma senza staffe, hanno raggiunto la rottura per valori molto simili del carico, evidenziando l'inefficacia delle staffe verticali quando il foro intercetta il flusso principale delle tensioni.

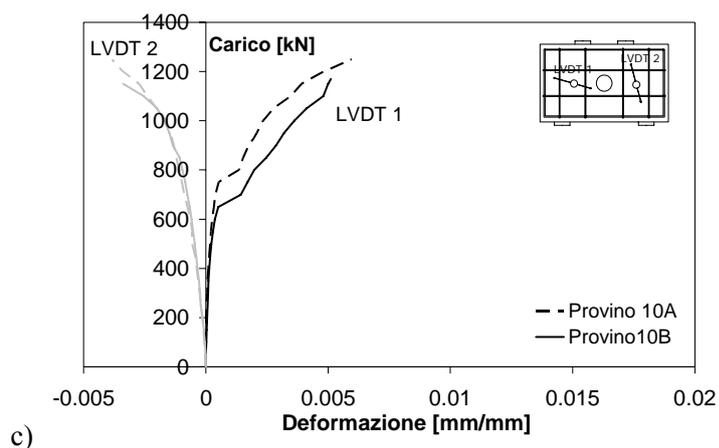
Le letture dei comparatori 1 e 2 hanno consentito di ricavare utili indicazioni riguardanti il coefficiente di "softening" del calcestruzzo. È infatti noto dalla letteratura e confermato da sperimentazioni relativamente recenti, che quando il calcestruzzo è soggetto ad una trazione trasversale che induce la fessurazione, l'effettiva resistenza a compressione è più bassa rispetto al valore misurato sui cilindri. Essendo il coefficiente di softening (o coefficiente di efficacia del calcestruzzo) funzione dell'intensità della trazione trasversale, esso dipenderà dal rapporto a/H tra la luce di taglio e l'altezza della trave, differentemente da quanto previsto in alcune normative internazionali che prevedono un valore costante (ACI 318-08).



a)



b)

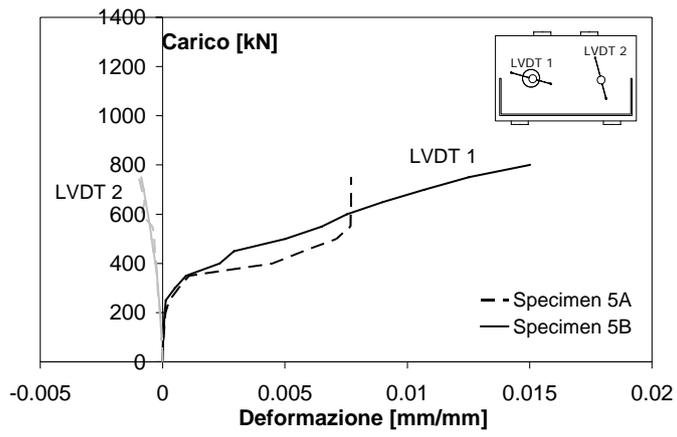


**Fig. 3-22 – Curve carico-deformazione per provini con foro centrale;
a) Provino 5; b) Provino 8; c) Provino 10.**

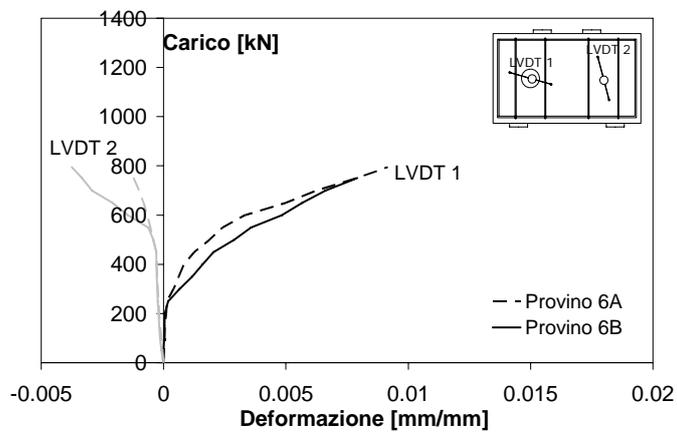
La Fig. 3-22 mostra le deformazioni rilevate dei comparatori 1 e 2 al variare del livello di carico; in particolare si nota che l'LVDT 1 era posizionato in direzione trasversale all'asse del puntone, per cui ha registrato deformazioni di trazione mentre l'LVDT 2, collocato in asse con uno dei due puntoni ha rilevato deformazioni da compressione.

Si nota che per bassi livelli di carico le deformazioni crescono linearmente fino al raggiungimento del carico di prima fessurazione. Dopo tale punto le deformazioni da trazione diventano irregolari e non sono più misurabili, in quanto la registrazione avviene su una lunghezza che include una fessura e dunque non rappresenta più un continuo. Il carico di prima fessurazione per provini con foro in zona centrale varia tra 650 kN e 800 kN.

Le letture del comparatore 2 sono simili per quasi tutti i provini, con un andamento lineare delle deformazioni fino ad un valore di circa 50%-60% del carico di picco, seguito da un tratto non lineare sino a rottura.



a)



b)

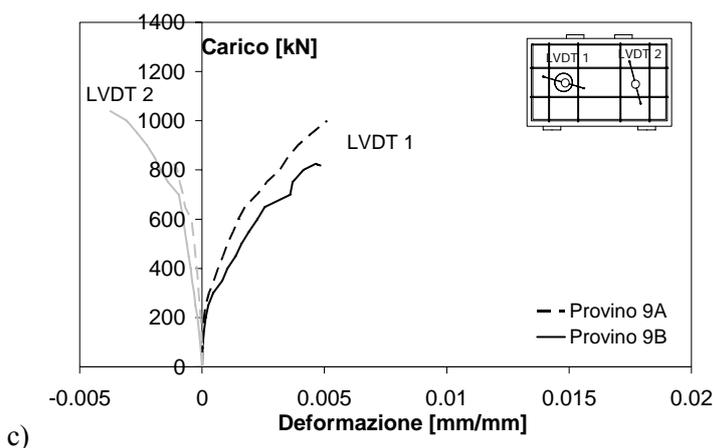


Fig. 3-23 – Curve carico-deformazione per provini con foro nella luce di taglio; a) Provino 5; b) Provino 8; c) Provino 10.

L'andamento delle curve per i provini forati all'interno della luce di taglio ha mostrato caratteristiche differenti (Fig. 3-23). Le curve descrittive delle deformazioni di trazione hanno un tratto iniziale lineare di pendenza simile a quelle descritte precedentemente per i provini non forati, ma con carichi di prima fessurazione più bassi. La deformazione ultima è più grande rispetto ai casi di provini non forati, ad eccezione del caso del provino 10. Tale fatto mette in evidenza come l'armatura orizzontale non solo incrementi la capacità portante e la freccia ultima ma riesca anche a limitare l'apertura delle fessure.

Da un punto di vista teorico, le registrazioni delle deformazioni di compressione effettuate dal LVDT 2 hanno consentito di determinare in forma approssimata i coefficienti di "softening". Infatti, come proposto da Brena e Roy (2009), note le deformazioni medie è possibile calcolare le tensioni attraverso il legame tensione-deformazione proposto da Hognestadt (1951).

$$\sigma_c = \kappa \cdot f_c \left[\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^2 \right] \quad (3.4)$$

dove ε_{c_0} è la deformazione corrispondente alla tensione massima f_c ed il modulo elastico può essere calcolato in via approssimata come suggerito dalla normativa americana ACI 318-08:

$$E_c = 4730\sqrt{f_c} \text{ MPa} \quad (3.5)$$

La tensione di picco $\sigma_{c,max}$ nel puntone può quindi essere determinate dalle deformazioni misurate assumendo $\kappa=1$ al posto del classico valore 0.85, poiché le deformazioni sono state misurate sperimentalmente. Il rapporto tra la resistenza cilindrica a compressione e la tensione di picco fornisce il coefficiente di “softening” in compressione.

Nel caso esaminato, per le travi non forate sono stati determinati coefficienti variabili tra 0.85 e 0.98, confermando che tale parametro è fortemente dipendente dal rapporto a/H .

CAPITOLO 4

MODELLAZIONE NUMERICA E ANALITICA

4.1 Introduzione

Nel presente capitolo vengono illustrati i modelli analitici messi a punto per la previsione del comportamento di alcune tipologie di regioni diffuse oggetto di indagine della presente tesi e descritte in dettaglio nei capitoli precedenti.

In particolar modo si descrive: - il modello semplificato per prevedere la capacità portante di pilastri forati e caricati uniformemente in compressione; - il modello a traliccio in grado per prevedere la risposta flessionale di travi alte in presenza di fori; - il macromodello per lo studio del comportamento di nodi esterni trave-colonna. I risultati ottenuti con i modelli proposti sono stati confrontati sia con quelli sperimentali, descritti in precedenza o disponibili in letteratura, che con delle analisi numeriche condotte in campo non lineare attraverso il codice ATENA2D (Cervenka, 2000). Infine sulla base della modellazione teorica, sono state fornite alcune indicazioni parametriche, utili in fase di progetto/verifica degli elementi strutturali in oggetto.

4.2 Cenni alla modellazione numerica attraverso il codice ATENA (Cervenka, 2000)

In questo paragrafo si presentano le caratteristiche principali del modello numerico sviluppato con il codice ATENA per analizzare il comportamento di alcune tipologie di regioni diffusive. Le analisi condotte hanno consentito una validazione più estesa dei modelli semplificati proposti, nonché di mettere in luce vantaggi e svantaggi derivanti dall'uso di una modellazione piuttosto onerosa da un punto di vista computazionale come quella agli elementi finiti, rispetto ai modelli approssimati.

Gli elementi strutturali analizzati sono stati modellati attraverso elementi "shell" isoparametrici a nove nodi. Il modello materiale adoperato per il calcestruzzo è quello denominato "SBeta" (Cervenka et al.(1993)), che adotta la relazione proposta dal CEB-FIP Model Code 90 per descrivere il ramo ascendente del legame costitutivo in compressione; questa è descritta dalla seguente espressione:

$$\sigma_c = f_c^{ef} \cdot \frac{Kx - x^2}{1 + (K - 2)x}; \quad x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}; \quad K = \frac{E_{c0}}{E_{c,sec}} \quad (4.1)$$

dove E_c è il modulo elastico tangente mentre $E_{c,sec}$ quello secante corrispondente alla tensione massima. L'adozione della Eq.(4.1) consente vari andamenti del legame costitutivi, variabili da quello lineare a quello parabolico sulla base del parametro K , e pertanto risulta adatta sia per calcestruzzi di normale ed alta resistenza.

Si nota inoltre, che f_c^{ef} non rappresenta la resistenza uniassiale a compressione ma quella effettiva, definita attraverso la superficie di rottura di Kupfer (1969), mostrata in Fig. 4-1. Per compressione biassiale il calcestruzzo mostra un incremento della resistenza che è superiore del 25% rispetto alla resistenza uniassiale quando $\sigma_1 = \sigma_2 = 0,5$ e del 16 % quando $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$. Nel caso di trazione biassiale la resistenza è quasi la stessa della resistenza uniassiale a trazione.

Nel caso di trazione-compressione la resistenza a compressione diminuisce in maniera quasi lineare all'aumentare della tensione principale di trazione. Il rapporto tra le tensioni principali $\sigma_1 = \sigma_2$ influenza anche la duttilità e la dilatanza, cioè l'incremento anelastico di volume vicino alla rottura del calcestruzzo.

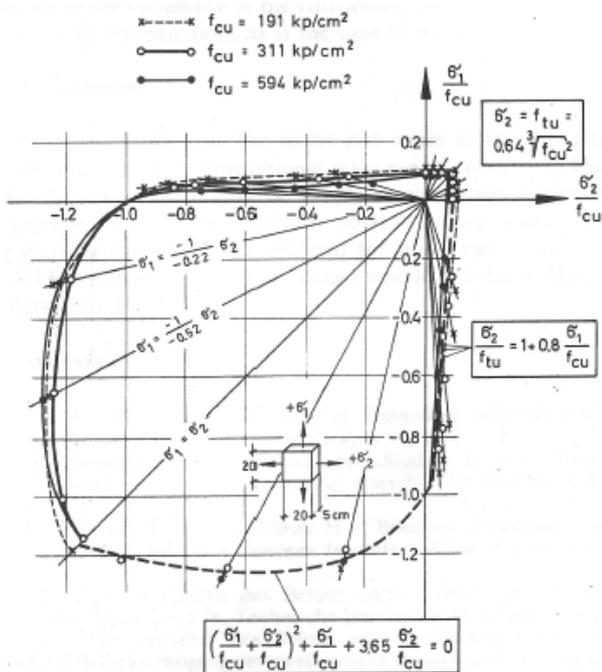


Fig. 4-1 – Superficie di rottura di Kupfer (1969).

Ai fini della definizione del ramo di “softening” in compressione, si tiene conto che per evitare la dipendenza dalla dimensione del provino, la rappresentazione del comportamento deve essere fatta in termini di tensione-spostamento e non tensione-deformazione come messo in luce dagli esperimenti di Van Mier (1969). Nel modello costitutivo implementato in ATENA si suppone quindi che dopo il picco lo spostamento a compressione e la dissipazione di energia siano concentrati in un piano perpendicolare alla

direzione principale di compressione. Il punto finale del ramo di softening, definito sulla base degli esperimenti di Van Mier (1969), è posto pari a $w_d=0.5$ mm. La legge di “softening” tensione-spostamento è trasformata in una relazione tensione-deformazione lineare la cui pendenza è definita tramite due punti: ε_{c0} , la deformazione corrispondente al picco di tensione e ε_d quando la tensione è nulla. La deformazione ultima ε_d è calcolata secondo la seguente formula:

$$\varepsilon_d = \varepsilon_c + \frac{w_d}{L_c} \quad (4.2)$$

dove L_c è la larghezza di banda in cui si suppone che si localizzi la deformazione; questa corrisponde alla proiezione della dimensione dell'elemento nella direzione della tensione principale minima, come illustrato in Fig. 4-2.

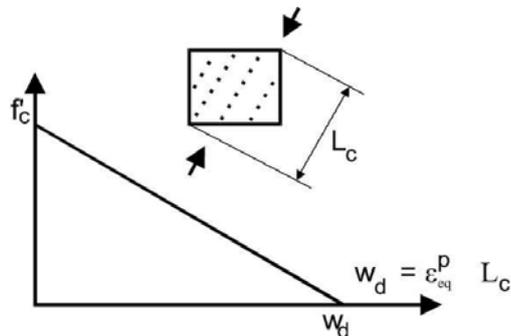


Fig. 4-2 – Ramo di softening e larghezza di banda in compressione.

Il legame costitutivo a trazione del calcestruzzo si assume di tipo lineare prima della fessurazione. Quando la tensione principale massima supera la resistenza a trazione, si forma la fessura. Si assume valido il criterio di Rankine di seguito descritto:

$$F_i^f = \sigma_{ii}^t - f_{ti}^t \leq 0 \quad (4.3)$$

Si assume che le deformazioni e le tensioni siano convertite nelle direzioni materiali, che nel caso del “rotated crack model” corrispondono alle direzioni principali al passo di carico in esame e nel caso del “fixed crack model” sono date dalle direzioni principali all’inizio della fessurazione.

Quindi σ'_{ii} rappresentano le tensioni reali e f'_{ii} è la resistenza trazione nelle direzioni materiali. Si assume che l’incremento di deformazione dovuto alla fessurazione sia normale alla superficie di rottura. Per la superficie k , è calcolato nella forma

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \Delta\lambda \frac{\partial F_k}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4.4)$$

Dopo il picco di trazione è presente un ramo di softening che è definito in accordo agli esperimenti di Hordijk et al.(1990):

$$\frac{\sigma}{f_t} = 1 + \left(c_1 \cdot \frac{w}{w_c} \right) \exp\left(-c_2 \cdot \frac{w}{w_c} \right) - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) \exp(-c^2) \quad (4.5)$$

$$w_c = 5.14 \cdot \frac{G_f}{f_t} \quad (3.13)$$

dove w è l’apertura della fessura, w_c è l’apertura della fessura al completo rilascio di tensione, σ è la tensione normale alla fessura, G_f è l’energia di frattura richiesta per creare l’unità di area di una fessura continua, f_t è la resistenza a trazione derivata dal criterio di rottura. Quindi per definire il ramo discendente occorre conoscere la resistenza a trazione f_t per cui inizia la fessurazione, l’energia di frattura G_f e la forma del ramo discendente. I primi due parametri sono delle proprietà materiali correlati tra loro, mentre l’ultimo dipende dal modello scelto. La deformazione dovuta alla fessurazione è calcolata dall’apertura della fessura dividendo per la lunghezza caratteristica L_t pari alla proiezione dell’elemento nella direzione principale massima, come illustrato in Fig. 4-3.

$$e_{cr} = \frac{w}{L_t} \quad (4.6)$$

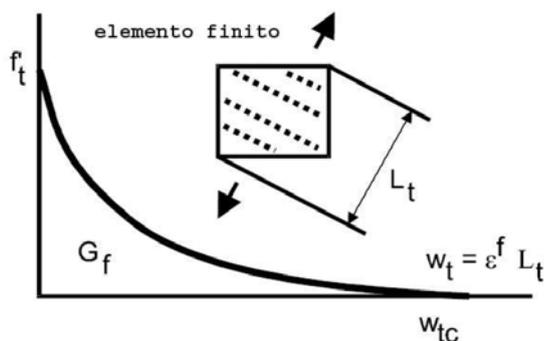


Fig. 4-3 – Ramo di softening e lunghezza caratteristica in trazione.

Uno degli aspetti più critici che il modello deve rappresentare è la fessurazione. La fessura implica la presenza di una superficie libera all'interno della struttura, che provoca una redistribuzione dello stato tensionale e un cambiamento della rigidità dell'elemento. Il modello costitutivo deve essere in grado di predire l'inizio e l'evoluzione della fessurazione. La modellazione si basa sulla meccanica della frattura, analizzando il legame tensione- deformazione che deriva dall'individuazione di possibili piani di fessurazione e dalla definizione delle dimensioni della "fracture zone". Nel metodo agli elementi finiti ci sono fondamentalmente due metodi per modellare le fessure: il modello a fessure discrete ("discrete crack model") e il modello a fessure diffuse ("smeared crack model"), entrambi implementati nei codici agli elementi finiti di ATENA (Fig. 4-4). Nel "discrete crack model", la formazione della fessura è rappresentata con due superficie libere, ottenute separando i nodi della mesh del modello agli elementi finiti. Ovviamente, la variazione della mesh e quindi la ridefinizione della matrice di rigidità, determina notevoli sforzi computazionali, per cui questo metodo non è adatto in problemi che presentano fessure diffuse. Nello "smeared crack model" le fessure sono modellate diminuendo la tensione principale di trazione secondo una legge

costitutiva del calcestruzzo teso. Invece di rappresentare una singola fessura, si rappresentano fessure distribuite perpendicolari alla direzione principale di trazione. Questa approssimazione è abbastanza realistica per il calcestruzzo, in cui il processo fessurativo è preceduto da una microfessurazione del materiale.

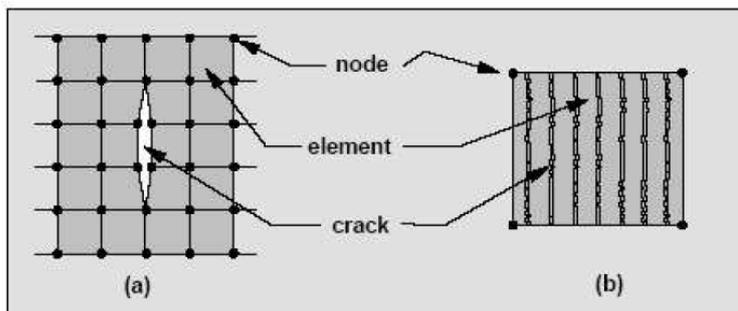


Fig. 4-4 – a) Modello a fessurazione discreta; b) Modello a fessurazione diffusa.

4.3 Modello per la valutazione della capacità portante di elementi compressi forati

Come descritto nel primo capitolo, la presenza di un foro in un elemento compresso uniformemente modifica lo stato tensionale e deformativo a causa del disturbo geometrico indotto dal foro stesso. Tale fenomeno può essere riassunto graficamente rappresentando l'andamento delle isostatiche di compressione in fase elastica e di calcestruzzo non fessurato (Fig. 4-5); queste saranno costrette a deviare la propria traiettoria per evitare la zona forata, dando luogo ad una zona disturbata lungo l'elemento strutturale. L'estensione di tale zona può determinarsi sulla base del principio di De Saint Venant, il quale stabilisce che la modifica dello stato tensionale si esaurisce a partire da una lunghezza pari al lato dell'elemento, misurata dal disturbo applicato.

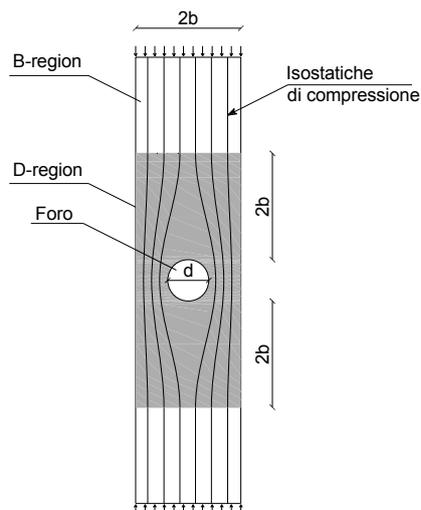


Fig. 4-5 – Andamento delle isostatiche di compressione in una colonna compressa con foro circolare;

Nel caso in esame, avendo chiamato $2b$ il lato della colonna e d il diametro del foro, l'estensione totale della D-region sarà $4b+d$. A causa dell'andamento delle isostatiche di compressione, si svilupperà una forza di trazione ortogonale all'asse della colonna, analoga alla forza di fenditura che si sviluppa nei puntoni a collo di bottiglia. La presenza di tensioni di trazione nel calcestruzzo provoca la formazione di fessure verticali lungo l'asse della colonna, e se l'elemento non è provvisto di sufficiente armatura trasversale (armatura di frettaggio) la rottura potrebbe avvenire in maniera fragile (rottura per "splitting") e prematuramente alla crisi per compressione centrata. La rottura di tipo "split" è infatti legata al comportamento in trazione del calcestruzzo ed è concettualmente analoga alla modalità di crisi dei cilindri in una prova brasiliana.

Lo sviluppo di un modello in grado di prevedere tale fenomeno, fornendo prescrizioni in termini di massimo diametro del foro e quantitativi di armatura, può essere utile soprattutto pensando alla sua applicazione nell'ambito degli elementi strutturali soggetti a carotaggio. Spesso infatti, si

è soliti indagare sulla resistenza del calcestruzzo di strutture esistenti prelevando delle carote dai pilastri. In questi casi, il quantitativo di armatura trasversale disposto potrebbe essere insufficiente, soprattutto in vecchie strutture progettate solamente per carichi verticali, e lo sviluppo della forza di fenditura potrebbe risultare particolarmente dannoso.

Sulla base di quanto detto, si evince che nelle colonne compresse forate, la relazione che lega la forza di fenditura ed il carico assiale deve essere simile a quella che sussiste nel caso di puntone a collo di bottiglia, ma deve dipendere anche dalle caratteristiche geometriche del foro (diametro e posizione).

Come descritto nel primo capitolo, Sahoo et al.(2009) hanno mostrato che nel caso di puntoni a collo di bottiglia, la funzione che descrive le isostatiche di compressione può essere approssimata da una funzione polinomiale. Sulla base di tale approccio, si adotta nel caso di colonna forata un polinomio di settimo ordine:

$$y(x) = K_1 + K_2 \cdot x + K_3 \cdot x^2 + K_4 \cdot x^3 + K_5 \cdot x^4 + K_6 \cdot x^5 + K_7 \cdot x^6 + K_8 \cdot x^7 \quad (4.7)$$

Noto l'andamento delle isostatiche in fase elastica, le otto costanti possono determinarsi sulla base delle seguenti condizioni al contorno:

$$\left\{ \begin{array}{l} y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \\ y''(0) = 0 \\ y(x_0 + \frac{d}{2} + 2b) = 1 \\ y'(x_0 + \frac{d}{2} + 2b) = 0 \\ y''(x_0 + \frac{d}{2} + 2b) = 0 \\ y(x_0) = n \\ y'(x_0) = 0 \end{array} \right. \quad (4.8)$$

dove l ed n sono le generiche coordinate dell'isostatica di compressione rispettivamente nella sezione iniziale ed in quella contenente il centro del foro mentre x_o e y_o sono le coordinate del centro del foro (Fig. 4-6).

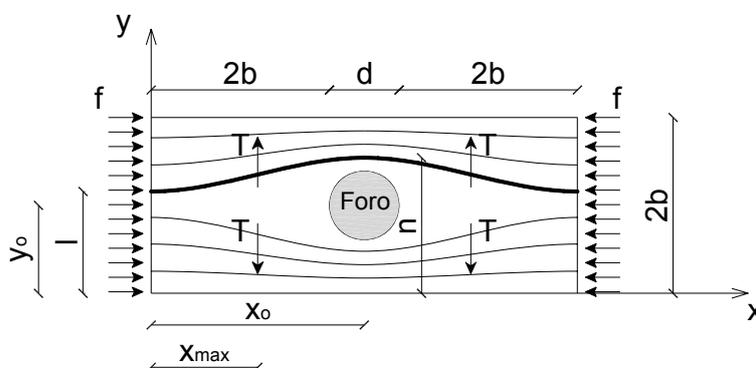


Fig. 4-6 – Modello proposto per elementi compressi forati.

Sulla base di semplici considerazioni geometriche n , può scriversi come:

$$n = \left(\frac{1 - y_o}{2b - y_o} \right) \cdot \left(2b - y_o - \frac{d}{2} \right) + y_o + \frac{d}{2} \quad (4.9)$$

Risolvendo il sistema espresso dalle Eqq.(4.8), si ricava la seguente espressione della funzione $y(x)$ valida per $l \geq y_o$:

$$y(x) = 1 + \frac{d(2b-1)x^3(8b+2d-3x_o)(4b+d+2x_o)^3}{(4b+d)^4 \cdot x_o^3(2b-y_o)} - \frac{2d(2b-1)x^6(9(4b+d)^2+8(4b+d)-48x_o^2)}{(4b+d)^4 \cdot x_o^4(2b-y_o)} + \quad (4.10)$$

$$- \frac{3d(2b-1)x^4(4b+d+2x_o)((4b+d)^2+8(4b+d)x_o-16x_o^2)}{2(4b+d)^4 \cdot x_o^4(2b-y_o)} +$$

$$+ \frac{3d(2b-1)x^5(3(4b+d)^3+14(4b+d)^2x_o-8(4b+d)x_o^2-48x_o^3)}{(4b+d)^4 \cdot x_o^4(2b-y_o)} + \frac{12d(2b-1)x^7(4b+d-2x_o)}{(4b+d)^4 \cdot x_o^4(-2b+y_o)}$$

La (4.10) può semplificarsi notevolmente considerando che in base a quanto espresso dal principio di De Saint Venant l'ascissa del foro è pari a

$x_o = 2b + \frac{d}{2}$. Effettuando tale semplificazione si ottiene:

$$y(x) = 1 + \frac{32d(-2b + 1)(4b + d - x)^3 x^3}{(4b + d)^6 (y_0 - 2b)} \tag{4.11}$$

La determinazione di tale funzione consente alcune semplici applicazioni.

La Fig. 4-7 mostra l'andamento delle isostatiche di compressione secondo il modello proposto e in quattro casi differenti. Tutte le lunghezze sono state normalizzate rispetto al lato del pilastro ($2b$). In fig. Fig. 4-7 a) e b) si riporta il caso di foro avente diametro pari al 5% del lato del pilastro e posizionato nel primo caso in asse con la colonna, mentre nel secondo il suo centro è collocato ad un terzo del lato complessivo. In Fig. 4-7c) si fa riferimento ad un elemento con foro di diametro pari al 10% del lato del pilastro e posizionato ad un terzo, mentre in Fig. 4-7d) il foro ha diametro pari al 16% del lato ed è collocato centralmente.

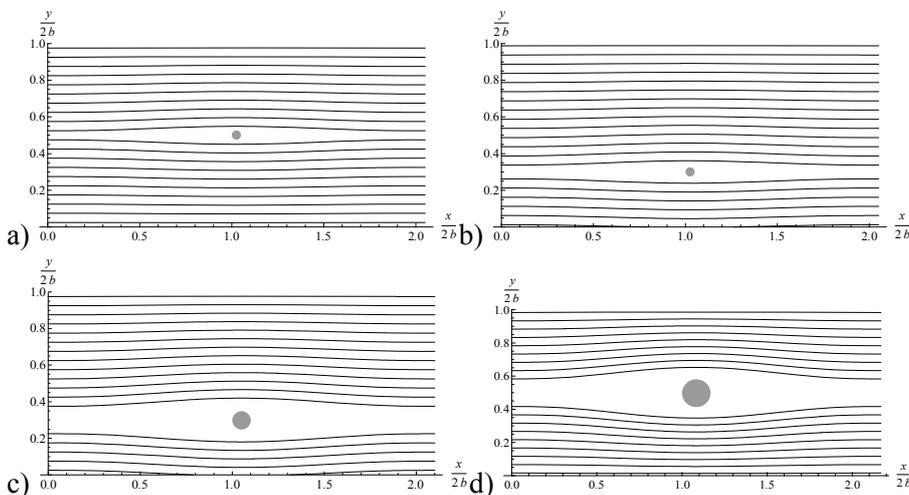


Fig. 4-7 – Tracciamento delle isostatiche di compressione; a) foro centrato e diametro pari al 5% del lato; b) foro eccentrico e diametro pari al 5% del lato; c) foro eccentrico e diametro pari al 10% del lato; d) foro centrato e diametro pari al 16% del lato.

Si nota come l'andamento ricavato delle isostatiche sia coerente con quello atteso e rispetta le condizioni imposte. Inoltre si nota come le

isostatiche tendono a diventare linee rette quanto più il diametro del foro tende a zero. Da un punto di vista matematico, tale evidenza può essere riscontrata sostituendo nell'Eq.(4.11) $d=0$. In tal modo la funzione $y(x)$ restituisce un valore costante in tutto il suo dominio pari a l .

L'espressione della pendenza e della curvatura della generica curva possono essere determinate attraverso la derivata prima e seconda:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{96d(-2b+1)(4b+d-2x)(4b+d-x)^2 x^2}{(4b+d)^6(2b-y_0)} \quad (4.12)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{192d(2b-1)(4b+d-x)x((4b+d)^2 - 5(4b+d)x + 5x^2)}{(4b+d)^6(2b-y_0)} \quad (4.13)$$

Il punto di applicazione della forza di fenditura può essere quindi calcolato trovando dov'è massima (o minima) la derivata prima, ovvero determinando i punti di flesso della funzione.

Imponendo allora l'annullamento della derivata seconda, vengono trovate quattro ascisse a cui corrispondono i punti di flesso. Escludendo $x=0$ e $x=4b+d$, si trovano i seguenti valori:

$$x_{\max} = 0.276(4b+d) \quad (4.14)$$

$$x_{\min} = 0.724(4b+d) \quad (4.15)$$

L'Eq.(4.14) e l'Eq.(4.15) mostrano come, diversamente dal caso di puntoni a collo di bottiglia, il punto di applicazione della forza di fenditura sarà più vicino al foro e non a metà tra il disturbo e la sezione iniziale (ovvero $x=0.25(4b+d)$); ciò risulta coerente con quanto rilevato sperimentalmente attraverso i quadri fessurativi a rottura, che mostrano la formazione di fessure da spacco nelle regioni vicine al foro.

Analogamente a quanto fatto da Sahoo et al.(2009), si indica con dF l'aliquota di carico agente su una lunghezza infinitesima della sezione di estremità e con dT la componente di trazione trasversale prodotta tra due isostatiche infinitamente vicine. Il rapporto dT/dF sarà allora analogo a

dy/dx , e raggiungerà il proprio valore massimo per i valori di x espressi dalla (4.14) e dalla (4.15).

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=x_{\max}} = \frac{dT}{dF} = \frac{7.33 \cdot (1.79b + 0.44d)(2.89b + 0.72d)^2 d(2b - l)}{(4b + d)^4 (2b - y_o)} \quad (4.16)$$

sostituendo $dF = f \times dl$, dove f è la forza applicata per unità di lunghezza della sezione di estremità (pari a $F/2b$) si ottiene:

$$dT = \frac{7.33 \cdot (1.79b + 0.44d)(2.89b + 0.72d)^2 d(2b - l)}{(4b + d)^4 (2b - y_o)} \cdot \frac{F}{2b} dl \quad (4.17)$$

Considerando che la funzione è valida per $l \geq y_o$, la (4.17) può essere integrata tra i limiti 0 e $2b - y_o$, determinando così la relazione cercata tra forza di fenditura T e forza assiale F al variare delle caratteristiche geometriche dell'elemento:

$$\begin{aligned} T &= \int_0^{2b-y_o} \frac{7.33 \cdot (1.79b + 0.44d)(2.89b + 0.72d)^2 d(2b - l)}{(4b + d)^4 (2b - y_o)} \cdot \frac{F}{2b} dl = \\ &= \frac{3.67(1.79b + 0.45d)(2.89b + 0.72d)^2 d \cdot F(2b^2 - 0.5y_o^2)}{b(4b + d)^4 (2b - y_o)} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Analogamente a quanto fatto in precedenza per i puntoni a collo di bottiglia, è possibile rappresentare come varia il rapporto adimensionale T/F con il diametro del foro d e la sua coordinata y_o , entrambi normalizzati rispetto al semilato del pilastro b (Fig. 4-8).

Si nota come la massima forza di fenditura, e conseguentemente la massima riduzione di capacità portante, venga raggiunta quando il foro ha il diametro massimo ed è posizionato centralmente.

Ai fini del calcolo della forza di compressione ultima, legata al meccanismo di fessura da spacco, vale la formula inversa della (4.18):

$$F = T \cdot \frac{0.27b(4b + d)^4 (2b - y_o)}{(1.79b + 0.45d)(2.89b + 0.72d)^2 d(2 \cdot b^2 - 0.5 \cdot y_o^2)} \quad (4.19)$$

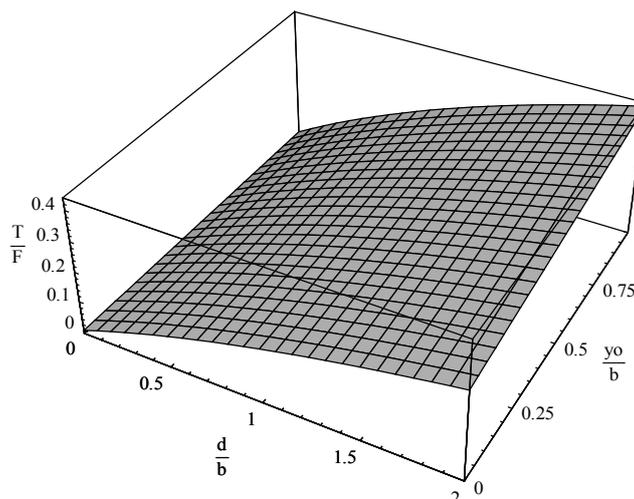


Fig. 4-8 – Variazione del rapporto T/F con il diametro del foro e della sua posizione.

Come risulta evidente dall'Eq.(4.19), ai fini della valutazione della capacità portante di elementi compressi forati, è necessario calcolare la forza T a rottura. La valutazione di tale forza nel caso di puntoni a collo di bottiglia è ampiamente discussa in letteratura, e come mostrato nei precedenti capitoli, esistono diverse espressioni per la sua determinazione in forma approssimata (Guyon (1953), Magnel (1969)). Da alcune recenti indagini sperimentali (Sahoo et al.(2009) e Sahoo et al.(2011)) condotte sempre sui puntoni a collo di bottiglia, è emerso come la distribuzione delle tensioni di trazione ortogonali all'asse dell'elemento possa essere approssimata con sufficiente accuratezza da una distribuzione triangolare, il cui valore massimo è pari alla resistenza a trazione del calcestruzzo f_{ct} (Fig. 4-9). Coerentemente con quanto ricavato analiticamente, la risultante di tale distribuzione di tensioni dovrà essere posizionata in corrispondenza delle coordinate espresse dalla (4.14) e dalla (4.15).

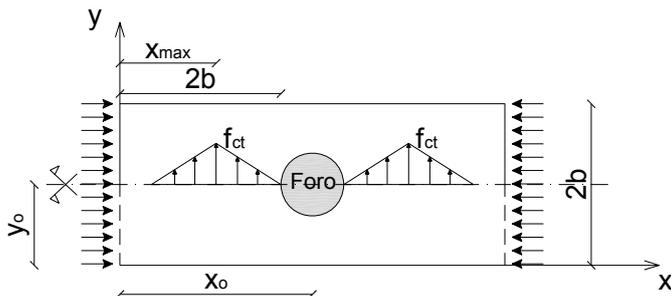


Fig. 4-9 – Distribuzione approssimata delle tensioni di tensione a rottura.

Sulla base di tale ipotesi, la forza di fenditura allo stato ultimo può scriversi come:

$$T_{sp} = (2b - x_{max}) \cdot t \cdot f_{ct} \cong (0.9b + 0.28d) \cdot t \cdot f_{ct} \quad (4.20)$$

dove t è lo spessore dell'elemento, mentre la resistenza a trazione f_{ct} , in assenza di dati sperimentali, può calcolarsi come suggerito dalla normativa americana ACI 318-08:

$$f_{ct} = 0.56\sqrt{f_c} \quad (4.21)$$

Tuttavia in presenza di armature, la forza di fenditura può essere assunta pari alla forza di snervamento dell'armatura trasversale disposta:

$$T_y = \rho_{st} \cdot f_{ys} \cdot t \cdot s \quad (4.22)$$

dove ρ_{st} e f_{ys} rappresentano rispettivamente la percentuale geometrica e la tensione di snervamento dell'armatura trasversale presente, mentre s è il passo tra le staffe.

L'Eq.(4.19) insieme alle Eqq. (4.20) e (4.22) consente di valutare il carico di rottura della colonna dovuto al meccanismo di "splitting". Tuttavia, in alcuni casi (foro molto piccolo o elemento fortemente armato) la resistenza a tale meccanismo potrebbe essere elevata, e la rottura potrebbe avvenire per compressione. In quest'ultimo caso lo sforzo normale ultimo

della colonna deve tener conto della presenza del foro e può esprimersi come:

$$F_{\text{comp}} = (2b - d) \cdot t \cdot 0.85f_c + A_l f_{y_l} \quad (4.23)$$

dove A_l è l'area di armatura longitudinale presente e f_{y_l} la tensione di snervamento.

4.3.1 Analisi parametrica

La Fig. 4-10 mostra come varia la riduzione di capacità portante con il diametro del foro normalizzato rispetto al lato del pilastro, secondo il modello proposto. In particolare è stata considerata una resistenza cilindrica del calcestruzzo pari a 20 MPa ed una percentuale di armatura longitudinale dell'1%. Nello stesso grafico sono riportate tre curve relative a tre diverse percentuali di armatura trasversale (0%, 0.2% e 0.3%). La curva rossa, relativa al caso di assenza di armatura trasversale, è stata tracciata determinando T mediante l'Eq.(4.20) mentre nei casi di elemento armato la forza di fenditura è stata valutata attraverso l'Eq.(4.22). Tutte le curve sono caratterizzate da un andamento inizialmente lineare, evidenziando che per piccoli rapporti $d/2b$ la rottura non è influenzata dalla presenza del foro, mentre per diametri di foro più grandi la riduzione di capacità portante varia in maniera non lineare, raggiungendo valori elevati anche per diametri ridotti. Ad esempio, in una colonna di larghezza $2b=300$ mm, armata con una percentuale di armatura trasversale dello 0.3% (staffe Ø8 a passo 11 cm), un foro di diametro 105 mm ($d/2b=0.35$) causerebbe una riduzione dello sforzo normale ultimo è pari al 54%, che potrebbe aumentare al 70% in assenza di staffe.

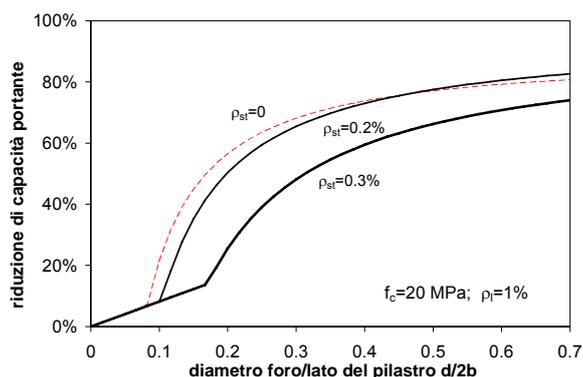


Fig. 4-10 – Riduzione della capacità portante al variare del diametro del foro.

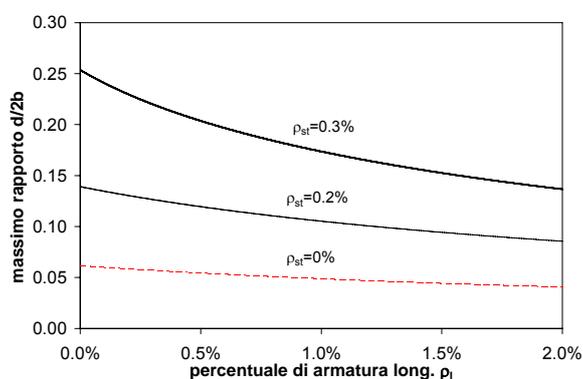


Fig. 4-11 – Massimo diametro del foro al variare della percentuale di armatura longitudinale.

Si nota inoltre che incrementando il quantitativo di armatura trasversale, il passaggio dalla rottura per compressione alla rottura per “splitting” avviene per valori più elevati del rapporto $d/2b$. Sulla base di quest’ultima considerazione si può determinare il diametro massimo consentito per attivare la rottura a compressione, che graficamente può essere interpretato come l’ascissa corrispondente al punto finale della fase lineare delle curve di Fig. 4-10. Tale operazione può essere svolta semplicemente eguagliando l’Eq.(4.19) con la Eq.(4.23). Si riporta quindi in Fig. 4-11 come varia il massimo diametro consentito, sempre in forma adimensionale al variare

della percentuale di armatura longitudinale. Si nota come il diametro massimo diminuisca all'aumentare del quantitativo di armatura longitudinale, in quanto quest'ultima incrementa la capacità portante mentre la presenza di un maggior quantitativo di armatura trasversale consenta diametri massimi più elevati.

4.3.2 Confronto con valori sperimentali e analisi numeriche

Al fine di validare il modello proposto sono stati effettuati confronti con i risultati sperimentali descritti nel capitolo precedente e con delle analisi numeriche condotte in campo non lineare attraverso il codice ATENA.

Nel grafico di Fig. 4-12 si riporta in ascissa il valore ottenuto sperimentalmente per le dieci colonne testate mentre in ordinata il valore calcolato attraverso il modello proposto. Si nota come il modello riesca a cogliere con buona accuratezza i valori sperimentali per tutti i casi.

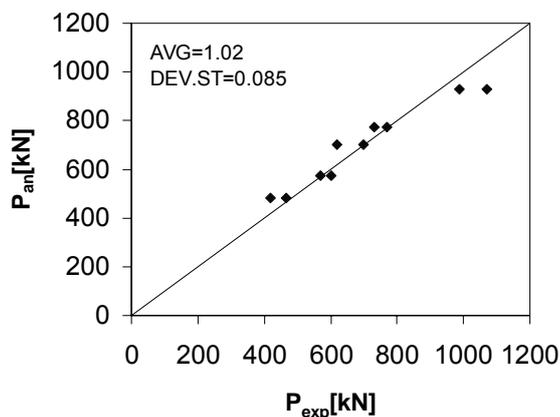


Fig. 4-12 – Confronto analitico-sperimentale per elementi compressi forati.

L'analisi condotta con la tecnica degli elementi finiti, ha consentito di confrontare sia i valori dei carichi massimi che i meccanismi di rottura. La Fig. 4-13 mostra il confronto tra il quadro fessurativo rilevato sperimentalmente nel caso di pilastro con foro centrato e quello ottenuto

dall'analisi non lineare. Si nota una buona rispondenza tra i due quadri fessurativi, con la presenza di fessure da spacco nell'intorno del foro.

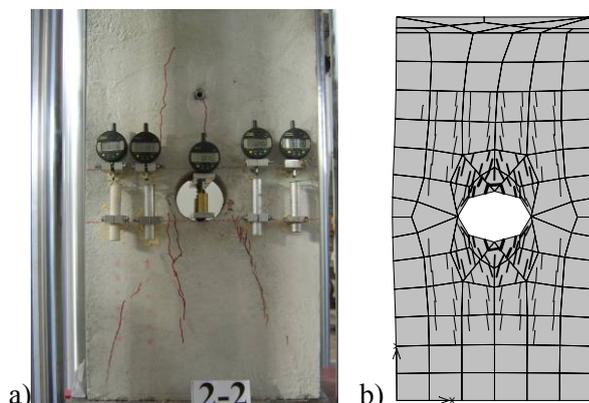


Fig. 4-13 – Quadri fessurativi a rottura; a) Sperimentale; b) Numerico.

Le Fig. 4-14 e Fig. 4-15 mostrano il confronto tra i risultati analitici e quelli numerici per quattro differenti casi, mantenendo costanti i valori delle caratteristiche meccaniche del calcestruzzo e dell'acciaio ($f_c=20$ MPa e $f_y=450$ MPa) e considerando il foro posizionato lungo l'asse della colonna. In particolare si riportano in Fig. 4-14a) i risultati per elementi con sola armatura longitudinale ($\rho_l=1\%$), in Fig. 4-14b) quelli per pilastri con analoga percentuale di armatura longitudinale e con percentuale di armatura trasversale pari allo 0.3%; Fig. 4-15.a) e b) fanno riferimento ad una colonna con percentuale di armatura longitudinale pari al 2% e con percentuale di armatura trasversale pari rispettivamente a 0.2% e 0.3%.

Si nota come i valori ottenuti analiticamente sono sufficientemente in accordo con quelli derivanti dall'analisi numerica, con differenze elevate solo nel campo di piccoli diametri e per elementi non armati. Il modello risulta nella maggior parte dei casi conservativo, differendo dall'analisi numerica in termini di carico ultimo al massimo del 18%.

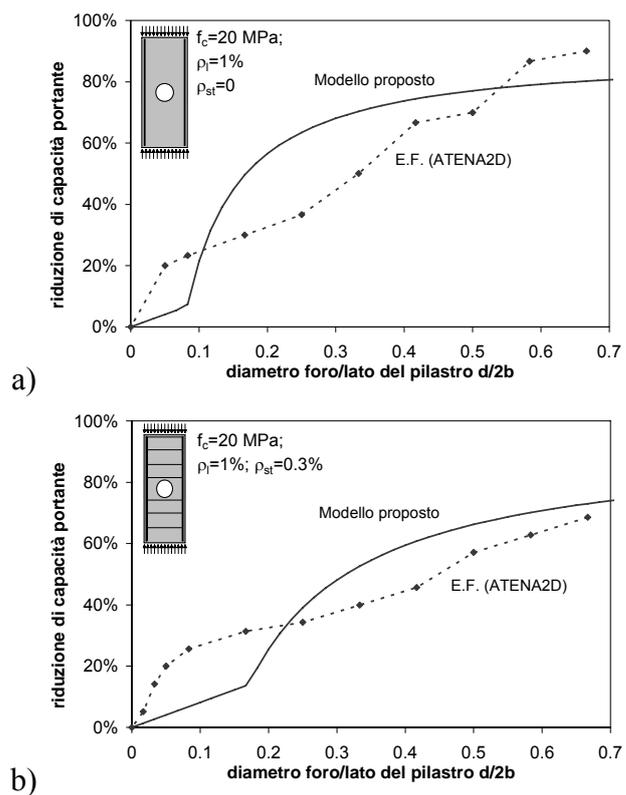


Fig. 4-14 – Confronto analitico-numerico per elementi compressi forati;

a) $\rho_l=1\%$, $\rho_{st}=0$; b) $\rho_l=1\%$, $\rho_{st}=0.3\%$;

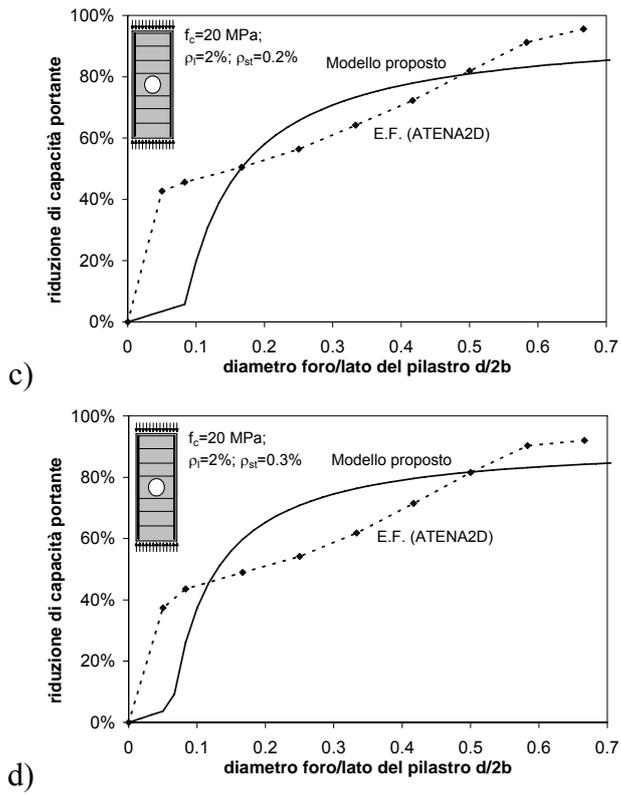


Fig. 4-15 – Confronto analitico-numerico per elementi compressi forati;

a) $\rho_l=2\%, \rho_{st}=0.2\%$; b) $\rho_l=2\%, \rho_{st}=0.3\%$.

4.4 Modello per la previsione del comportamento flessionale di travi alte forate

Nel presente paragrafo viene descritto il modello a traliccio per la previsione del comportamento di travi alte in c.a., includendo l'effetto dell'armatura secondaria e della presenza del foro.

Si fa riferimento ad una trave tozza di altezza H e base t , armata con armatura principale e secondaria; quest'ultima costituita da barre orizzontali e verticali distanziate rispettivamente dai passi s_h e s_v . L'armatura principale ha area A_s e il suo baricentro dista dal bordo inferiore della trave della quantità d_{cov} . Le travi sono soggette ad un carico verticale $V=P/2$ applicato a distanza a dal punto di appoggio.

La Fig. 4-16a) illustra il macro-modello tirante-puntone adottato. Esso è costituito da due puntone diagonali a collo di bottiglia, inclinati di un angolo α rispetto alla direzione orizzontale e da un tirante inferiore costituito dall'armatura principale della trave, e posizionato a distanza z dal baricentro della zona compressa della trave.

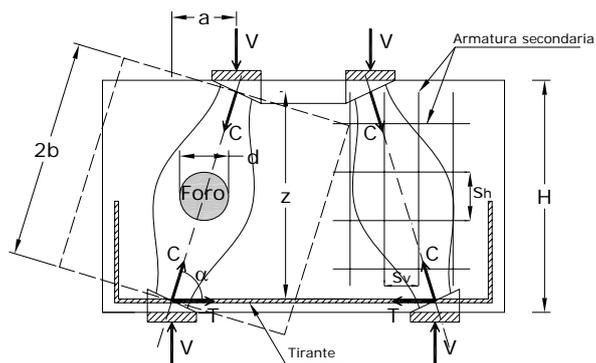


Fig. 4-16 – Macro-modello per la previsione del comportamento di travi alte forate in c.a.;

L'angolo α è legato alla luce di taglio a e al braccio della coppia interna z attraverso una semplice relazione geometrica, come peraltro mostrato da Hwang e Lee (2000) nella forma:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{a - 0.5 \cdot w_l}{z}\right) \quad (4.24)$$

dove w_l è la larghezza della piastra di carico.

Il braccio della coppia interna z può invece determinarsi attraverso la classica espressione valida per la fase elastica (Russo et al. (2006)):

$$z = d_u - \frac{k \cdot d_u}{3} \quad (4.25)a$$

$$k = \sqrt{(n \cdot \rho_f)^2 + 2 \cdot n \cdot \rho_f} - n \cdot \rho_f \quad \text{e} \quad n = \frac{E_s}{E_c} \quad (4.25)b$$

dove k è la posizione dell'asse neutro normalizzata rispetto all'altezza utile della sezione ($k = x_c/d_u$) mentre E_s ed E_c sono i moduli elastici dell'acciaio e del calcestruzzo.

Note le caratteristiche geometriche e meccaniche del macro-modello, è possibile trovare le relazioni che legano il taglio sulla trave alle forze sui singoli elementi, scrivendo le equazioni di equilibrio alla traslazione del nodo di appoggio:

$$T = \frac{V}{\tan \alpha} \quad (4.26)a$$

$$C = \frac{V}{\sin \alpha} \quad (4.26)b$$

dove T e C indicano rispettivamente la forza sul tirante inferiore e sul puntone diagonale.

Le Eq. (4.26) consentono quindi di determinare il valore del taglio V sulla trave in diversi stadi, semplicemente caratterizzando la forza C sul puntone e

la trazione T sul tirante. I valori del taglio corrispondenti alla fessurazione (in assenza di armatura di parete), allo snervamento dell'armatura secondaria ed allo snervamento dell'armatura principale si scrivono come:

$$V_c = C_c \cdot \sin \alpha \quad \text{prima fessurazione} \quad (4.27)a$$

$$V_{cy} = C_{cy} \cdot \sin \alpha \quad \text{snervamento dell'armatura secondaria} \quad (4.27)b$$

$$V_y = F_y \cdot \tan \alpha \quad \text{snervamento dell'armatura principale} \quad (4.27)c$$

dove C_c e C_{cy} rappresentano la forza di compressione sul puntone a prima fessurazione e allo snervamento dell'armatura secondaria, mentre F_y è la forza di snervamento dell'armatura principale.

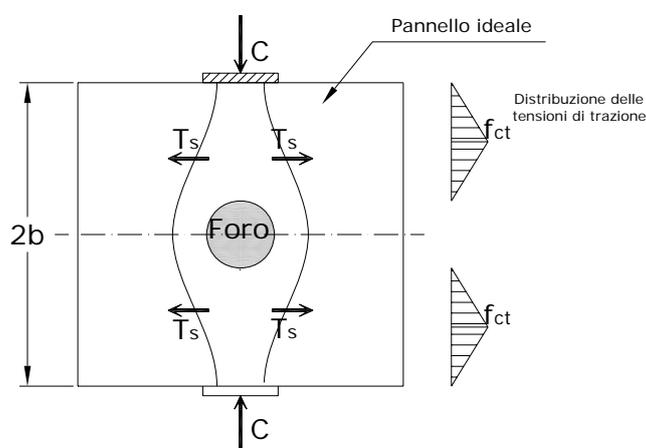


Fig. 4-17 – Pannello equivalente per il calcolo della resistenza del puntone a collo di bottiglia (Sahoo et al. (2011)).

La resistenza del puntone diagonale può calcolarsi come mostrato da Sahoo et al.(2011). Gli autori hanno infatti mostrato come il puntone possa essere idealizzato in un pannello quadrato di lato $2b$, pari alla lunghezza diagonale ($2b = a/\cos\alpha$), caricato lungo una porzione ridotta w_s del suo lato pari a (Fig. 4-17). La larghezza di carico può calcolarsi attraverso semplici relazioni geometriche dei nodi di carico e di appoggio:

$$w_s = w_t \cos \alpha + w_l \sin \alpha \quad (4.28)$$

dove w_t è la larghezza del tirante, che può assumersi pari al diametro dell'armatura longitudinale più due volte il copriferro.

In assenza di armatura secondaria, la forza di trazione ortogonale all'asse del puntone può determinarsi come proposto da Sahoo et al.(2011), ovvero ipotizzando una distribuzione triangolare di tensioni di trazione; la forza di fenditura potrà quindi calcolarsi distinguendo tra il caso di presenza o assenza di foro:

$$T_{sc} = 0.5 \cdot t \cdot 2b \cdot 0.56 \sqrt{f_c} \quad \text{in assenza di foro} \quad (4.29)a$$

$$T_{sc} = 0.5 \cdot 0.56 \cdot b \cdot (2b - d) \cdot \sqrt{f_c} \quad \text{in presenza di foro} \quad (4.29)b$$

ottenute secondo lo schema di Fig. 4-17 e avendo sostituito a f_{ct} l'Eq.(4.21).

Con riferimento ai simboli di Fig. 4-17, Campione e Minafò (2011) hanno mostrato che nei puntone a collo di bottiglia forati vale la seguente relazione tra la forza assiale C sul puntone e la forza T_s di fenditura:

$$T_s = \frac{15}{128} \cdot C \cdot \left(\frac{2b - w_s + d}{b} \right) \quad (4.30)$$

dove d è il diametro del foro.

Dalla formula inversa dell'Eq.(4.30) si ottiene la forza sul puntone:

$$C = \frac{128}{15} \cdot T_s \cdot \left(\frac{b}{2b - w_s + d} \right) \quad (4.31)$$

Sostituendo nell'Eq.(4.31) a T_s , l'espressione determinata tramite la (4.29)b si ottiene la relazione che caratterizza la forza sul puntone a prima fessurazione (o "splitting"):

$$C_c = 2.39 \cdot \left(\frac{b}{2b - w_s + d} \right) \cdot t \cdot (2b - d) \cdot \sqrt{f_c} \quad (4.32)$$

Nel caso di presenza di armatura secondaria, si fa riferimento allo schema di Fig. 4-18. Se A_{si} è l'area della generica barra di armatura trasversale, e f_{yg} è la sua tensione di snervamento, la forza ortogonale all'asse del puntone sarà:

$$T_{ygi} = \sum A_{si} \cdot f_{yg} \cdot \sin \alpha_i \quad (4.33)$$

essendo α_i l'angolo che forma la generica barra di armatura trasversale con l'asse del puntone.

La tensione media lungo la superficie di rottura, allo snervamento dell'armatura secondaria, è espressa quindi dal rapporto tra la sommatoria delle forze di snervamento proiettate in direzione ortogonale all'asse del puntone e la superficie:

$$\sigma_1 = \sum \frac{f_{yg} \cdot A_{si} \cdot \sin \alpha_i}{t \cdot (s_i / \sin \alpha_i)} = \left(\sum \frac{A_{si}}{t \cdot s_i} \cdot \sin^2 \alpha_i \right) \cdot f_{yg} = \rho_s \cdot f_{yg} \quad (4.34)$$

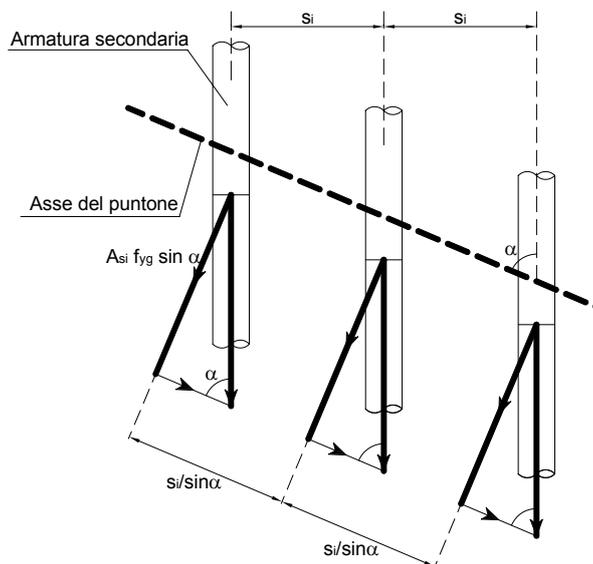


Fig. 4-18 – Determinazione della forza di snervamento dell'armatura secondaria.

mentre in assenza di armatura, la tensione media a rottura va scritta coerentemente con la distribuzione di tensioni mostrata in Fig. 4-17:

$$\sigma_{lc} = \frac{0.5 \cdot t \cdot 2b \cdot f_{ct}}{t \cdot 2b} \quad (4.35)$$

L'Eq.(4.34) mostra come il rapporto geometrico ρ_s di armatura trasversale in una trave alta è espresso con il quadrato del seno dell'angolo di inclinazione:

$$\rho_s = \sum \frac{A_{s_i}}{t \cdot s_i} \cdot \sin^2 \alpha_i \quad (4.36)$$

Ciò ha portato ad evidenziare (Sahoo et al. (2011)) un errore nella normativa americana ACI 318-08, la quale prevede di valutare la percentuale di armatura minima attraverso la seguente espressione:

$$\sum \frac{A_{s_i}}{t \cdot s_i} \cdot \sin \alpha_i \geq 0.003 \quad (4.37)$$

L'Eqq.(4.34) e (4.35) consentono inoltre di ricavare un valore minimo di armatura. Infatti, nell'ottica di una gerarchia delle resistenze interna all'elemento strutturale, dovrà verificarsi che lo snervamento dell'armatura secondaria preceda la crisi del puntone (ovvero $\sigma_{lc} \geq \sigma_l$). Conseguentemente il valore minimo di percentuale di armatura da disporre sarà espresso da:

$$\rho_{s,min} = \frac{0.28 \cdot \sqrt{f_c}}{f_{yg}} \quad (4.38)$$

da cui si nota che per $f_c=25$ MPa e $f_{yg}=450$ MPa risulta $\rho_{s,min}=0.0031$, analogo allo 0.003 espresso dalla normativa americana.

Sulla base di tali considerazioni, per poter caratterizzare la forza sul puntone allo snervamento dell'armatura secondaria, basta sostituire nell'Eq.(4.31) a T_s il valore T_{sy} , espresso dalla seguente formula:

$$T_{sy} = \left(\sum \frac{A_{si}}{t \cdot s_i} \cdot \sin^2 \alpha_i \right) \cdot f_{yg} \cdot (2b - d) \cdot t = \rho_s \cdot f_{yg} \cdot (2b - d) \cdot t \quad (4.39)$$

da cui si ricava il valore cercato di C_{cy} :

$$C_{cy} = 8.53 \cdot \left(\sum \frac{A_{si}}{t \cdot s_i} \cdot \sin^2 \alpha \right) \cdot f_{yg} \cdot \left(\frac{b}{2b - w_s + d} \right) \cdot t \cdot (2b - d) \quad (4.40)$$

Sostituendo l'Eq.(4.32) e l'Eq.(4.40) nelle Eqq.(4.27)a e b si ricavano i valori del taglio nei due stadi considerati:

$$V_c = 2.39 \cdot \left(\frac{b}{2b - w_s + d} \right) \cdot t \cdot (2b - d) \cdot \sqrt{f_c} \cdot \sin \alpha \quad (4.41)a$$

$$V_{cy} = 8.53 \cdot \left(\sum \frac{A_{si}}{t \cdot s_i} \cdot \sin^2 \alpha \right) \cdot f_{yg} \cdot \left(\frac{b}{2b - 2c + d} \right) \cdot t \cdot (2b - d) \cdot \sin \alpha \quad (4.41)b$$

mentre sostituendo nella (4.27)c a F_y il valore della forza di snervamento dell'armatura a flessione, si ottiene l'ultimo valore caratteristico del taglio:

$$V_y = A_f \cdot f_{yl} \cdot \tan \alpha \quad (4.41)c$$

Per determinare le curve carico-freccia delle travi, è necessario imporre le condizioni di compatibilità del modello strut-and-tie adottato.

Gli allungamenti/accorciamenti assiali delle aste che compongono il modello sono esprimibili in funzione delle rispettive deformazioni, semplicemente moltiplicando per le rispettive lunghezze indeformate:

$$\delta_s = \varepsilon_s \cdot a \quad (4.42)a$$

$$\delta_c = \varepsilon_c \cdot \sqrt{a^2 + z^2} \quad (4.42)b$$

dove ε_s è la deformazione nel tirante inferiore in acciaio, ε_c è la deformazione assiale del puntone di calcestruzzo, mentre δ_s e δ_c sono i rispettivi allungamenti/accorciamenti assiali.

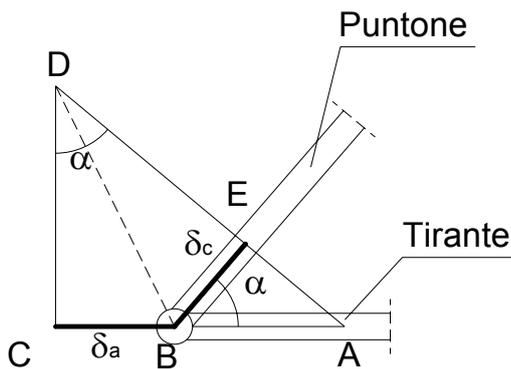


Fig. 4-19 – Condizioni di compatibilità del nodo di appoggio.

Gli accorciamenti assiali nelle singole aste sono legati agli spostamenti nodali attraverso le condizioni di compatibilità. La relazione che lega lo spostamento verticale del nodo con gli allungamenti assiali delle aste può scriversi facendo riferimento allo schema di Fig. 4-19:

$$\begin{aligned} \overline{CD} &= \delta_v = \overline{AC} \cdot \cot \alpha = (\overline{AB} + \overline{BC}) \cdot \cot \alpha = \\ &= \left(\frac{\delta_c}{\cos \alpha} + \delta_a \right) \cdot \cot \alpha = \frac{\delta_c}{\sin \alpha} + \frac{\delta_a}{\tan \alpha} \end{aligned} \tag{4.43}$$

Considerando anche la compatibilità dello spostamento orizzontale, le relazioni che legano gli allungamenti nelle aste con gli spostamenti del nodo sono:

$$\begin{cases} \delta_0 = \delta_s \\ \delta_v = \frac{\delta_s}{\tan \alpha} + \frac{\delta_c}{\sin \alpha} \end{cases} \tag{4.44}$$

Quindi sostituendo le Eqq.(4.42) nelle (4.44) e considerando che gli allungamenti sono scrivibili come il prodotto delle forze nelle aste per le rispettive deformabilità assiali, si trova la relazione cercata tra lo spostamento verticale e le forze nelle aste:

$$\delta_v^c = \left[\frac{a}{\tan \alpha} \cdot \frac{1}{E_f \cdot A_f} \cdot F + \frac{\sqrt{a^2 + z^2}}{E_c b \cdot x_c \sin \alpha} \cdot C \right] \quad (4.45)$$

Infine, ricordando che le forze nelle aste ed il taglio sulla trave sono legati dalle relazioni di equilibrio (Eq.(4.27)), si trova l'espressione che lega in forma diretta la freccia al taglio:

$$\delta_v^c = \left[\frac{a}{\tan^2 \alpha} \cdot \frac{1}{E_f \cdot A_f} + \frac{\sqrt{a^2 + z^2}}{E_c b \cdot x_c \cdot \sin^2 \alpha} \right] \cdot V \quad (4.46)$$

la quale andrà caratterizzata sostituendo a V , i valori determinati attraverso le Eqq.(4.41).

Ai fini del calcolo della freccia corrispondente alla fessurazione, bisogna sostituire al modulo elastico del calcestruzzo E_c un valore ridotto per tener conto della fessurazione. In particolare si calcolerà il modulo secante E_c^u , ridotto del coefficiente di softening ξ :

$$E_c^u = \frac{\xi \cdot f_c}{\varepsilon_{c0}} \quad (4.47)$$

dove ε_{c0} indica la deformazione di picco in compressione che può essere calcolata come suggerito da Razvi and Saatcioglu (1999) mentre ξ può essere valutato come suggerito da Campione (2011) per travi alte.

4.4.1 Analisi parametrica

La Fig. 4-20 mostra un esempio di curva carico-freccia dedotta attraverso il modello proposto per una trave alta in assenza di foro. In particolare è stata adottata la geometria dei provini testati e descritti nel capitolo 3, ma con una percentuale di armatura trasversale pari allo 0.3% mentre quella dell'armatura longitudinale è stata fissata allo 0.2%. Si nota come il modello consenta in modo agevole e senza analisi numeriche agli elementi finiti di controllare la gerarchia delle resistenze dell'elemento strutturale e quindi risulta utile per fornire delle prescrizioni di carattere progettuale.

A tal fine, si riporta in Fig. 4-21, come varia la resistenza a taglio, espressa in termini di tensione normalizzata rispetto ad f_c , al variare della percentuale di armatura trasversale, per due valori di diametro del foro ($d=0$ mm e $d=100$ mm) e di percentuale di armatura longitudinale. In particolar modo sono state considerate le percentuali minime e massime di armatura principale previste dall'Eurocodice 8 (2006) ($1.4/f_{yk}$ e $7/f_{yk}$), mentre per quanto riguarda l'armatura trasversale si è esaminato il campo di valori superiori alla percentuale prevista da ACI 318-08.

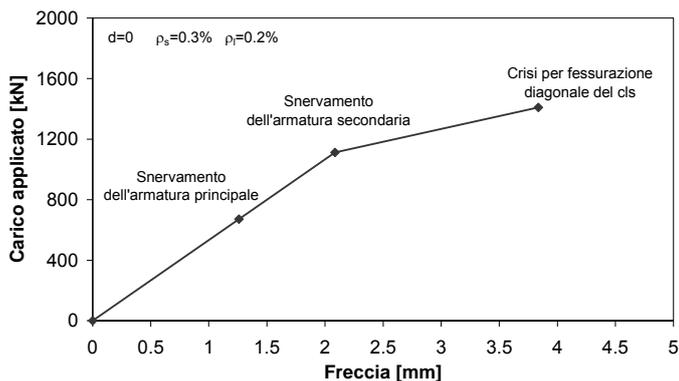


Fig. 4-20 – Curva carico-freccia semplificata e controllo della gerarchia delle resistenze.

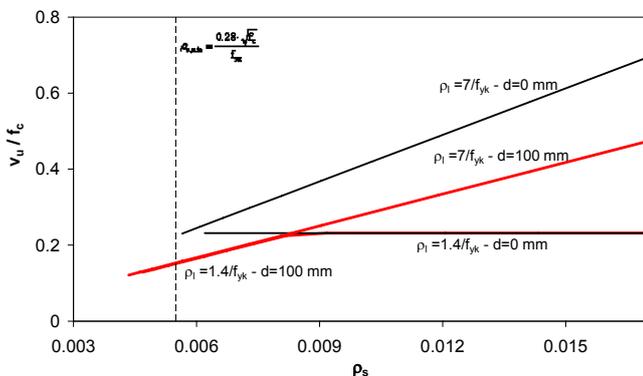


Fig. 4-21 – Effetto del diametro del foro e delle percentuali di armatura sulla resistenza a taglio di travi alte.

Si nota che i valori di resistenza a taglio si mantengono bassi e variano poco con l'armatura trasversale, se nella trave è predisposto il quantitativo minimo di armatura longitudinale; ciò è dovuto al fatto che la crisi avviene nella maggior parte dei casi per flessione, dato il modesto quantitativo di armatura principale. In questo caso l'effetto del foro (curva rossa) è poco marcato, in quanto esso influisce principalmente sul meccanismo di rottura a taglio.

Tuttavia per bassi quantitativi di armatura trasversale (inferiori a circa lo 0.8%), la presenza del foro comporta la rottura a taglio della trave, con conseguente riduzione del carico ultimo. L'effetto dannoso dovuto alla presenza del foro è più marcato se invece si confrontano le curve relative a travi armate adottando la percentuale massima di armatura a flessione. In tal caso la rottura è sempre governata dal taglio e la resistenza dell'elemento strutturale cresce all'aumentare del quantitativo di armatura trasversale. La presenza del foro comporta elevate riduzioni di capacità portante, che raggiungono il 33% rispetto al caso di trave integra.

La Fig. 4-22 mostra le curve carico-freccia dedotte attraverso il modello proposto, al variare del quantitativo di armatura longitudinale e del diametro del foro (che si ipotizza essere collocato al centro della luce di taglio). In particolare si mostrano in Fig. 4-22a) le curve corrispondenti a travi alte aventi la geometria dei provini descritti al capitolo 2 ma con tre diverse percentuali di armatura longitudinale, corrispondenti ai valori minimi e massimi dell'Eurocodice 8 (2006) ed ad un valore intermedio. Si nota come il modello proposto riesca a cogliere la variazione di duttilità dell'elemento strutturale legata ai differenti quantitativi di armatura longitudinale.

La Fig. 4-22 b) mostra invece la risposta della trave per tre diametri di foro diversi; tutte le travi sono armate con il quantitativo massimo di armatura longitudinale. Si evince l'effetto dannoso del foro in termini di riduzione di capacità portante.

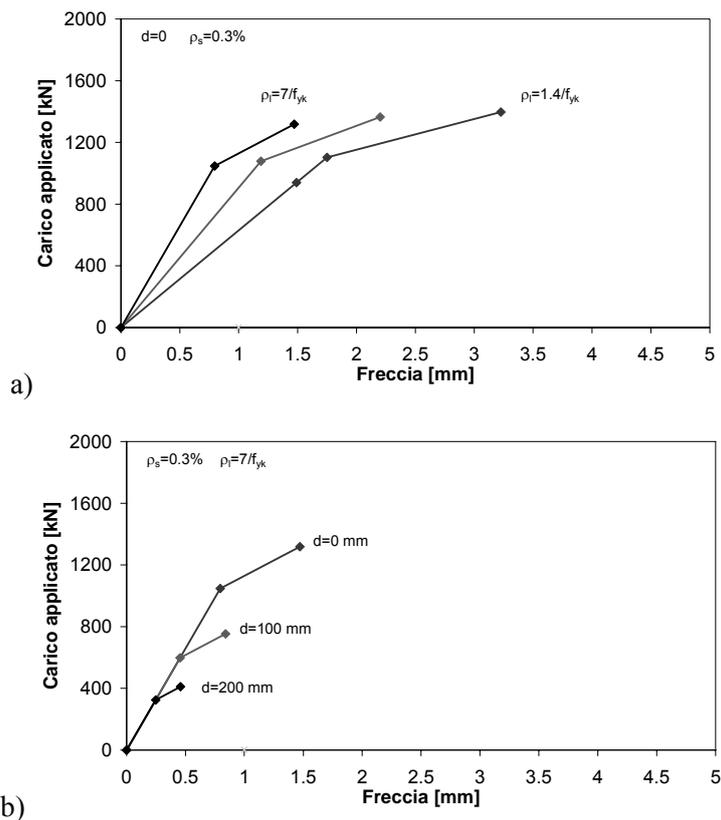


Fig. 4-22 – Effetto dei parametri sulle curve carico-freccia di travi alte;
a) Effetto dell’armatura longitudinale; b) Effetto del diametro del foro.

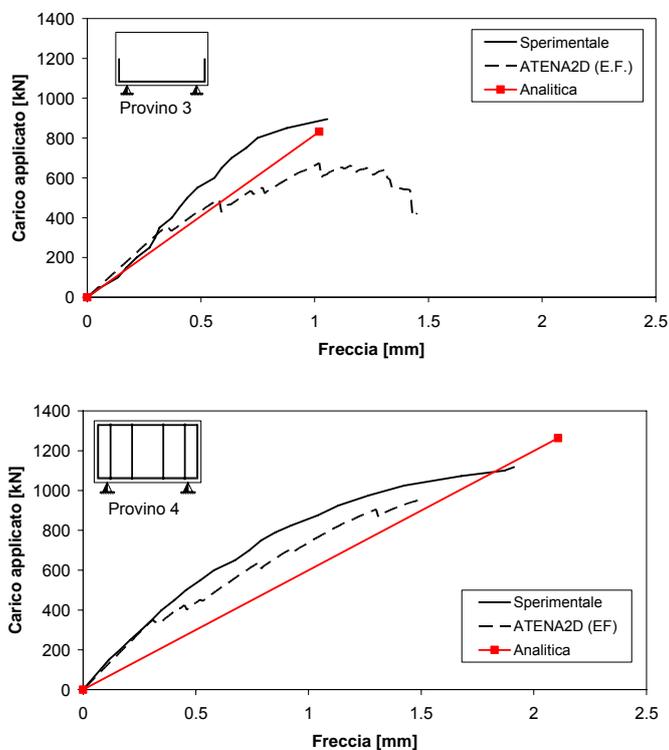
4.4.2 Confronto con valori sperimentali e analisi numeriche

Ai fini della validazione del modello proposto, sono state confrontate le curve carico-freccia dedotte attraverso la procedura analitica descritta precedentemente con quelle ricavate sperimentalmente e quelle derivanti da analisi numeriche condotte in campo non lineare.

Nei grafici di Fig. 4-23 si riportano a tratto continuo le curve carico-freccia dedotte sperimentalmente, in tratteggio quelle derivanti dall’analisi

numerica (quelle teoriche sono riportate in rosso). Dal confronto si evince un accettabile accordo tra la risposta sperimentale e quella analitica e numerica, con maggiore livello di precisione dell'approccio numerico. L'analisi analitica, oltre a fornire una buona stima del comportamento dell'elemento in modo piuttosto semplice, consente di seguire i principali fenomeni fisici che avvengono.

In Fig. 4-24 si riporta infine il confronto tra i quadri fessurativi a rottura determinati sperimentalmente e quelli ricavati dall'analisi condotta con la tecnica degli elementi finiti. Si fa riferimento ai provini con foro interno alla luce di taglio. Anche in tale ambito il modello numerico riesce a cogliere la modalità di rottura, con la formazione delle due fessure diagonali. Si nota inoltre l'incremento del numero di fessure all'aumentare del quantitativo di armatura trasversale.



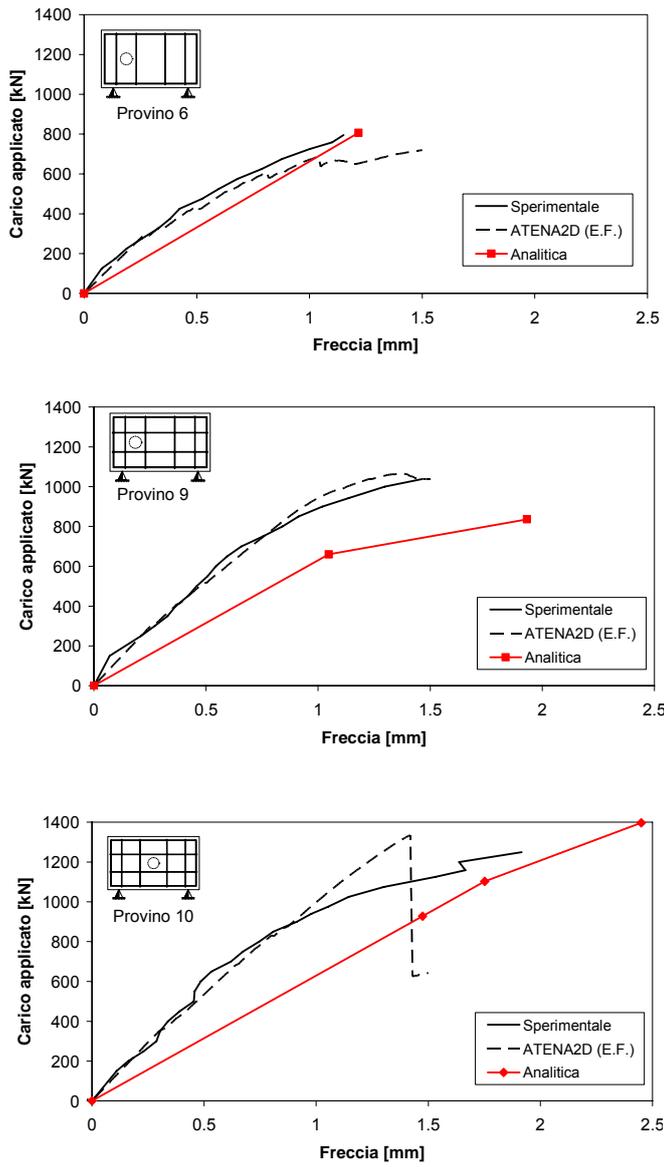
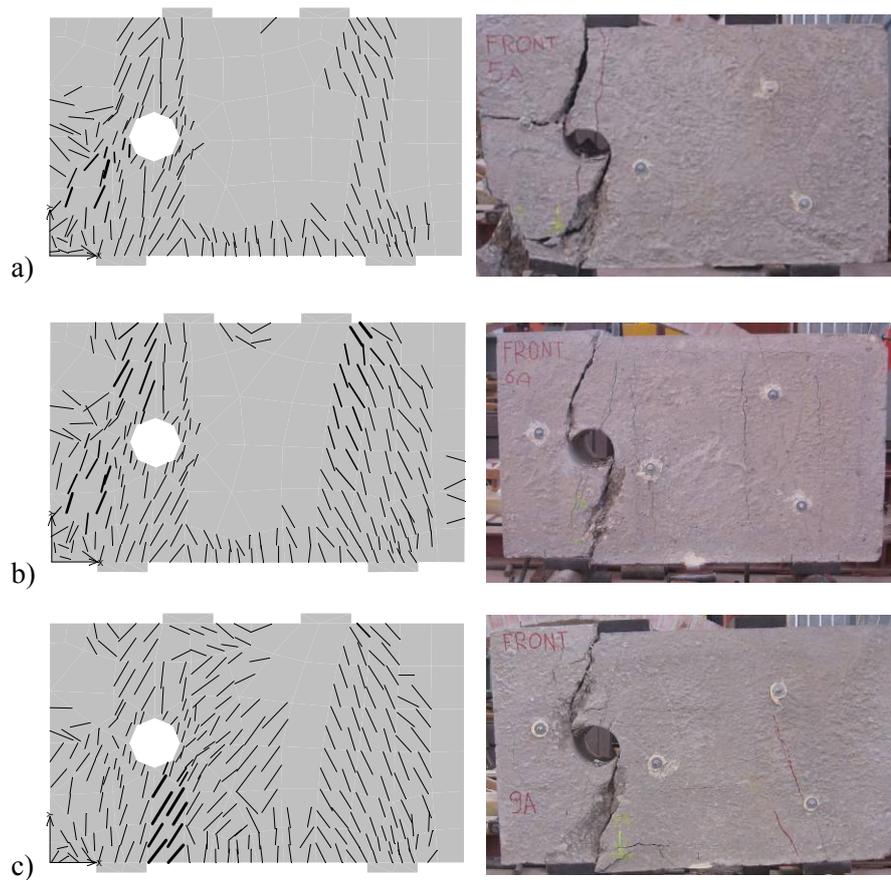


Fig. 4-23 – Confronto tra le curve carico-freccia sperimentali, numeriche e analitiche.



**Fig. 4-24 – Confronto tra i quadri fessurativi a rottura rilevati
sperimentalmente e numericamente; a) Provino 5; b) Provino 6; c) Provino 9.**

4.5 Modellazione del comportamento di nodi esterni trave-colonna

Nel presente paragrafo viene descritto il modello analitico messo a punto per la determinazione della risposta complessiva di un nodo esterno trave-colonna, in termini di curva carico-freccia dell'estremità della semitrave ad esso convergente e per assegnato livello di sforzo normale N sulla colonna. Il modello esclude il caso in cui la rottura del nodo avvenga per perdita di aderenza delle barre d'armatura della trave ed è un esempio di applicazione del metodo strut-and-tie. Il caso al quale si fa riferimento è quello di Fig. 4-25a in cui si mostra un sub-assemblaggio trave-colonna tipico di nodi esterni di strutture intelaiate in c.a. In particolare la trave ha sezione rettangolare di base B_b ed altezza H_b , la colonna, anch'essa di sezione rettangolare, ha base B_c ed altezza H_c e le luci sono pari a L_b e L_c . Il nodo quindi ha dimensioni H_b ed H_c e profondità B_b . Assegnata la forza F all'estremo libero della trave ne risulterà il diagramma dei momenti di Fig. 4-25 b), nel quale il momento massimo sulla trave è $M_b = F \cdot L_b / 2$. La colonna è invece soggetta a sforzo normale N costante e momento flettente variabile linearmente con massimo valore pari a $M_b / 2$. La risposta complessiva della struttura si determina per ogni livello di forza F , valutando il contributo deformativo dovuto alla trave, alla colonna e al nodo.

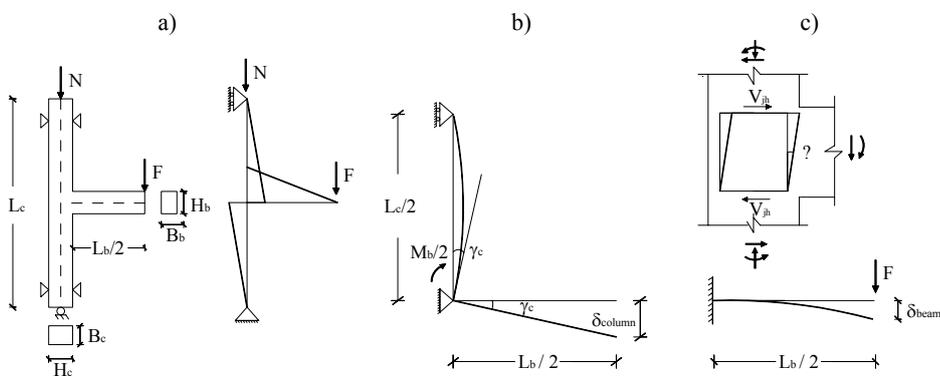


Fig. 4-25 – Sub-assemblaggio trave-colonna e schema di carico

La risposta del sub-assemblaggio è determinata, come mostrato in Fig. 4-25 c), sommando i contributi: - della trave considerata come elemento inflesso incastrato in corrispondenza della zona nodale; - della colonna assunta come elemento appoggiato alle due estremità e soggetta ad un carico assiale costante ed alla coppia applicata; - del nodo modellato tramite un traliccio multiplo costituito da tiranti (staffe orizzontali e barre verticali) e puntoni che simulano le regioni compresse e soggetto alle azioni trasmesse dalla trave e dalla colonna.

Nel seguito sono calcolati separatamente i contributi deformativi della trave, della colonna e del nodo ed infine si opera l'assemblaggio dei singoli contributi.

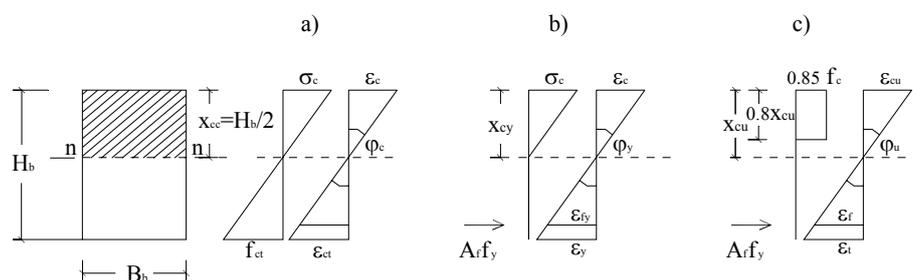


Fig. 4-26 – Schema di calcolo per la trave: a) fessurazione; b) snervamento dell'acciaio teso; c) schiacciamento del calcestruzzo.

4.5.1 Caratterizzazione del comportamento della trave

Dai legami costitutivi dei materiali e dalla geometria della sezione della trave è possibile risalire alle leggi momento-curvatura e carico-spostamento, nel caso di rottura a flessione. Le ipotesi assunte sono: - perfetta aderenza tra barre di acciaio e calcestruzzo (sezioni piane); - calcestruzzo con resistenza a trazione f_{ct} ; - armatura costante lungo lo sviluppo della trave. Inoltre, si assume il modello semplificato secondo il quale la sezione raggiunge la crisi attraverso le tre fasi principali indicate in Fig. 4-26 - fessurazione del calcestruzzo (Fig. 4-26a); - snervamento dell'acciaio teso (Fig. 4-26b); - schiacciamento del calcestruzzo compresso (Fig. 4-26c). Con riferimento

alle situazioni mostrate in Fig. 4-26 è possibile, come mostrato in Campione (2008), ricavare in forma semplificata le curvature e i momenti corrispondenti. In questo caso i momenti di fessurazione M_c , di snervamento M_y ed ultimo M_u e le corrispondenti curvature φ_c , φ_y e φ_u sono quelle riportate in Tabella 4-1. Tra i simboli adottati, $\rho = A_s / (B_b H_b)$ è il rapporto geometrico di armatura e E_{ct} è il valore del modulo di elasticità a trazione assunto in accordo con Rashid e Mansur (2005), pari alla metà del modulo a compressione del calcestruzzo. Tale modulo è calcolato, secondo le prescrizioni proposte da ACI 318-08, come $E_c = 4200 \cdot \sqrt{f_c}$ in cui f_c è la resistenza a compressione cilindrica del calcestruzzo.

Evento	Momento	Curvatura
Fessurazione	$\frac{M_{c, trave}}{B_b \cdot H_b^2} = \frac{MOR}{6}$	$\varphi_{c, trave} = \frac{2 \cdot MOR}{H_b \cdot E_{ct}}$
Snervamento	$\frac{M_{y, trave}}{B_b \cdot d^2} = \rho \cdot f_y \cdot \left(1 - \frac{0.33 \cdot x_{cy}}{d}\right)$	$\varphi_{y, trave} = \frac{f_y}{E_s} \cdot \frac{1}{d - x_{cy}}$
Schiacciamento	$\frac{M_{u, trave}}{B_b \cdot d^2} = \rho \cdot f_y \cdot \left(1 - \frac{0.4 \cdot x_{cu}}{d}\right)$	$\varphi_{u, trave} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_{cu}}$

Tabella 4-1 - Momenti e curvature della sezione della trave nei vari stadi.

In Fig. 4-26 e in Tabella 4-1 si è indicato: - con d l'altezza utile della sezione; - con x_{cy} , x_{cu} la posizione dell'asse neutro allo snervamento ed allo schiacciamento del calcestruzzo ricavabili come già fatto da Campione (2008); - con f_{ct} ed E_s la resistenza di picco a trazione del calcestruzzo ed il modulo di elasticità delle barre di acciaio.

Evento	Freccia	Carico
Fessurazione	$\delta_{c, trave} = \frac{\varphi_c I_b^2}{3}; \quad \varphi_c = \varphi_{c, trave};$	$F_{c, trave} = \frac{2M_{c, trave}}{L_b}$
Snervamento	$\delta_{y, trave} = \frac{a}{2}(\varphi_y - \varphi_c)\left(\frac{2}{3}a + b\right) + \varphi_c a\left(\frac{a}{2} + b\right) + \frac{\varphi_c b^2}{3};$ $\varphi_c = \varphi_{c, trave}; \quad \varphi_y = \varphi_{y, trave};$	$F_{y, trave} = \frac{2M_{y, trave}}{L_b}$
Schiacciamento	$\delta_{u, trave} = \frac{a}{2}(\varphi_u - \varphi_y)\left(\frac{2}{3}a + b + c\right) + \varphi_y a\left(\frac{a}{2} + b + c\right) + \frac{b}{2}(\varphi_y - \varphi_c)\left(\frac{2}{3}b + c\right) + \varphi_c b\left(\frac{b}{2} + c\right) + \frac{\varphi_c c^2}{3};$ $\varphi_c = \varphi_{c, trave}; \quad \varphi_y = \varphi_{y, trave}; \quad \varphi_u = \varphi_{u, trave};$	$F_{u, trave} = \frac{2M_{u, trave}}{L_b}$

Tabella 4-2 – Carichi e frecce dell'estremità libera della trave nei vari stadi.

Per il calcolo del contributo deformativo della trave in termini di curva carico-freccia ($F-\delta$), con riferimento agli stati prima detti, si può utilizzare l'analogia del Mohr adottando lo schema di carico in Fig. 4-27. Gli spostamenti della trave a fessurazione (Fig. 4-27 a), snervamento (Fig. 4-27 b) e schiacciamento (Fig. 4-27 c) risultano quelli riportati in Tabella 4-2.

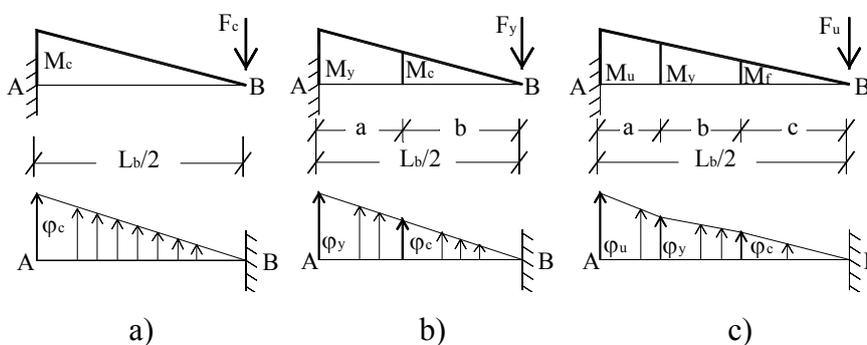


Fig. 4-27 – Modello di calcolo per il diagramma carico-freccia della trave.

4.5.2 Caratterizzazione del comportamento della colonna

Lo schema statico della colonna è quello mostrato in Fig. 4-28. Come per la trave si ipotizza che le armature siano costanti lungo tutta la colonna e che la colonna non subisca rotture per taglio. Tale circostanza è subordinata al rispetto di opportune limitazioni sul rapporto geometrico di armatura longitudinale e trasversale e sul massimo livello dello sforzo normale.

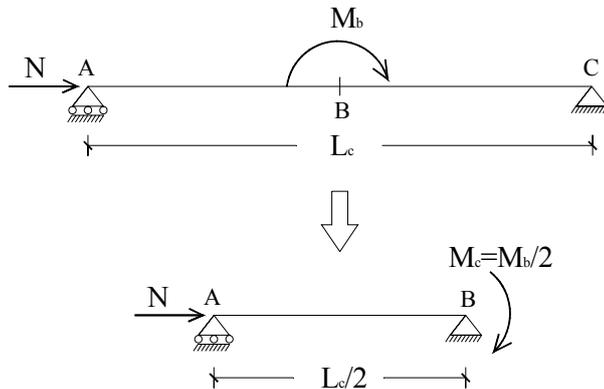


Fig. 4-28 – Schema di carico della colonna.

I momenti e le curvature relative alla situazione di Fig. 4-29 sono riportate in Tabella 4-3. Tali valori sono stati ricavati con procedura analoga a quella delle travi e qui non riportata per brevità.

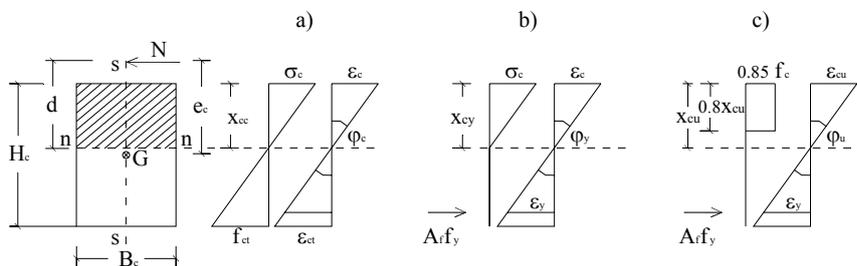


Fig. 4-29 – Modello di calcolo della sezione pressoinflessa a semplice armatura.

Evento	Momento	Curvatura
Fessurazione	$M_{c,col} = N \cdot e_c = N \left(d + \frac{H_c}{2} - x_{cc} \right)$	$\varphi_{c,col} = \frac{\epsilon_{ct}}{H_c - x_{cc}}$
Snervamento	$M_{y,col} = Ne_y = \frac{\sigma_c B_c}{3} x_{cy}^2 + f_y A_f (h_c - x_{cy}) + N \left(\frac{H_c}{2} - x_{cy} \right)$	$\varphi_{y,col} = \frac{\epsilon_y}{h - x_{cy}}$
Schiacciamento	$M_{u,col} = Ne_u = 0.85 \cdot 0.8 \cdot 0.6 f_c B_c x_{cu}^2 + N \left(\frac{H_c}{2} - x_{cu} \right) + f_y A_f (h_c - 0.4 x_{cu})$	$\varphi_{u,col} = \frac{\epsilon_{cu}}{x_{cu}}$

Tabella 4-3 - Momenti e curvatures della sezione della colonna nei vari stadi

Per il calcolo del contributo deformativo della colonna in termini di curva momento-rotazione e quindi carico-freccia, occorre calcolare la rotazione della colonna nella sezione caricata dal momento M_b , lo spostamento della trave risulta pari al prodotto della rotazione anzidetta per la lunghezza della trave secondo lo schema di Fig. 4-30 che sfrutta l’analogia del Mohr.

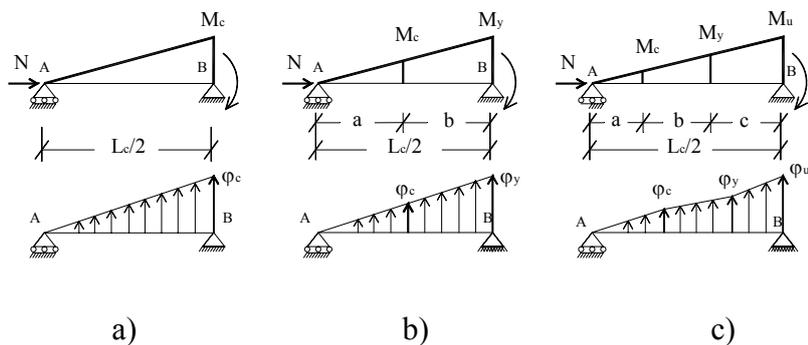


Fig. 4-30 – Modello di calcolo per il diagramma momento-rotazione della colonna.

Le rotazioni sono riferite alle condizioni di fessurazione (vedi Fig. 4-30 a), snervamento delle barre (Fig. 4-30 b) e schiacciamento del calcestruzzo (Fig. 4-30 c).

In Tabella 4-4 si riportano le espressioni delle rotazioni del nodo negli stati anzidetti ricavati caricando la colonna con il diagramma delle curvature secondo lo schema di Fig. 4-30. Nelle formule le grandezze a , b e c sono così definite:

$$a = \frac{\varepsilon_y E_c B_c}{2}; \quad b = f_y A_f + N; \quad c = -h [f_y A_f + N] \quad (4.48)$$

Evento	Rotazione	Spostamento	Forza
Fessurazione	$\gamma_{c,col} = \frac{\varphi_c L_c}{6}; \quad \varphi_c = \varphi_{c,col};$	$\delta_{c,col} = \gamma_{c,col} \frac{L_b}{2}$	$F_{c,col} = \frac{2M_{c,col}}{L_b}$
Snervamento	$\gamma_{y,col} = \frac{\frac{b}{2}(\varphi_y - \varphi_c)\left(\frac{2}{3}b + a\right)}{L_c / 2} +$ $+ \frac{\varphi_c b\left(\frac{b}{2} + a\right) + \frac{\varphi_c a^2}{3}}{L_c / 2};$ $\varphi_c = \varphi_{c,col}; \quad \varphi_y = \varphi_{y,col};$	$\delta_{y,col} = \gamma_{y,col} \frac{L_b}{2}$	$F_{y,col} = \frac{2M_{y,col}}{L_b}$
Schiacciamento	$\gamma_{u,col} = \frac{\frac{c}{2}(\varphi_u - \varphi_y)\left(\frac{2}{3}c + b + a\right)}{L_c / 2} + \frac{\varphi_y c\left(\frac{c}{2} + b + a\right)}{L_c / 2} +$ $\frac{\frac{b}{2}(\varphi_y - \varphi_c)\left(\frac{2}{3}b + a\right) + \varphi_c b\left(\frac{b}{2} + a\right) + \frac{\varphi_c a^2}{3}}{L_c / 2};$ $\varphi_c = \varphi_{c,col}; \quad \varphi_y = \varphi_{y,col}; \quad \varphi_u = \varphi_{u,col};$	$\delta_{u,col} = \gamma_{u,col} \frac{L_b}{2}$	$F_{u,col} = \frac{2M_{u,col}}{L_b}$

Tabella 4-4 – Rotazioni, spostamenti e carichi della colonna ai vari stadi.

4.5.3 Modellazione del nodo

Il modello che si propone per descrivere il comportamento della regione nodale è quello mostrato in Fig. 4-31. Tale modello si ispira a quello di Hwang e Lee (1999) ed è costituito da un traliccio multiplo formato da due bielle tese che rappresentano l'armatura longitudinale e trasversale (staffe) all'interno del nodo, e da sette bielle compresse che simulano le regioni compresse di calcestruzzo.

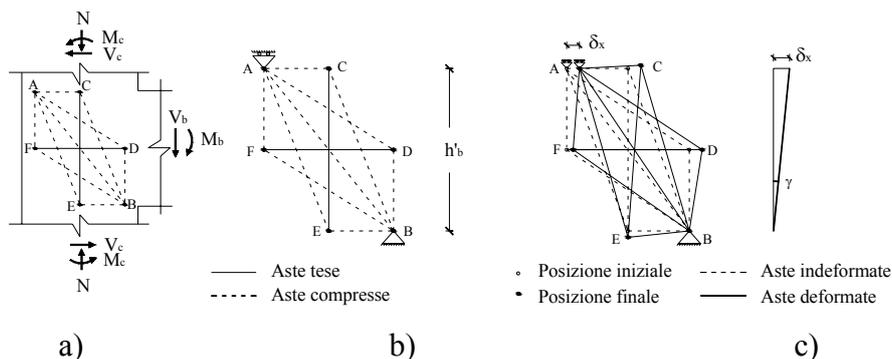


Fig. 4-31 – Modello a traliccio adottato per la regione nodale.

Il traliccio affinché risulti isostatico per vincoli esterni è vincolato con una cerniera fissa in B ed un carrello in A che consente spostamenti in direzione orizzontale. La forza orizzontale V_{jh} applicata in A rappresenta la forza di taglio che il nodo è in grado di trasmettere e che genera sulla trave un momento pari a $M_{b(nodo)} = V_{jh} h'_b$ in equilibrio con le forze interne delle aste del traliccio in cui h'_b è la distanza tra le armature estreme (in trazione e compressione) della trave.

La generica configurazione deformata del nodo, mostrata qualitativamente in Fig. 4-31 c), consente di determinare la distorsione γ e il legame V - γ del nodo da cui risalire alla curva forza-spostamento sulla trave attraverso le seguenti relazioni:

$$F_{(\text{nodo})} = \frac{V_{jh} h'_b}{L_b / 2} \quad \delta_{(\text{nodo})} = \gamma \cdot L_b / 2 \quad (4.49)$$

4.5.4 Aste compresse della regione nodale

Le caratteristiche geometriche del traliccio sono: - l'angolo che le bielle compresse formano con l'orizzontale; - la lunghezza e la sezione di ogni singola asta.

La sezione trasversale A_{str} di ogni asta compressa è calcolata in base alle considerazioni fatte da Hwang e Lee (1999) come:

$$A_{str} = a_s \cdot b_s \quad (4.50)$$

dove a_s è la larghezza della biella diagonale e b_s è la profondità.

La larghezza della biella, se non si forma una cerniera plastica tra la trave e la faccia della colonna è:

$$a_s = \sqrt{a_b^2 + a_c^2} \quad (4.51)$$

dove a_b e a_c sono le lunghezze delle zone compresse della trave e del pilastro rispettivamente. In prossimità della rotture del nodo la zona compressa sulla trave è trascurabile ($a_b \approx 0$), per cui $a_s = a_c$.

La lunghezza della zona compressa della colonna dovuta alla flessione in campo elastico è data dall'espressione fornita da Paulay e Priestley (1992):

$$a_c = \left(0.25 + 0.85 \cdot \frac{N}{A_g \cdot f_c} \right) \cdot H_c \quad (4.52)$$

dove A_g è l'area lorda della sezione del pilastro e H_c è la larghezza della colonna.

La profondità della biella compressa b_s , può essere assunta come l'effettiva profondità del nodo.

L'angolo θ della biella compressa è:

$$\theta = \arctan\left(\frac{h'_b}{h'_c}\right) \quad (4.53)$$

dove h'_b e h'_c sono rispettivamente la distanza tra le armature longitudinali estreme della trave e della colonna.

Per definire la geometria occorrono anche gli angoli che le altre bielle compresse formano con l'orizzontale, indicate con θ_f e θ_s in Fig. 4-32.

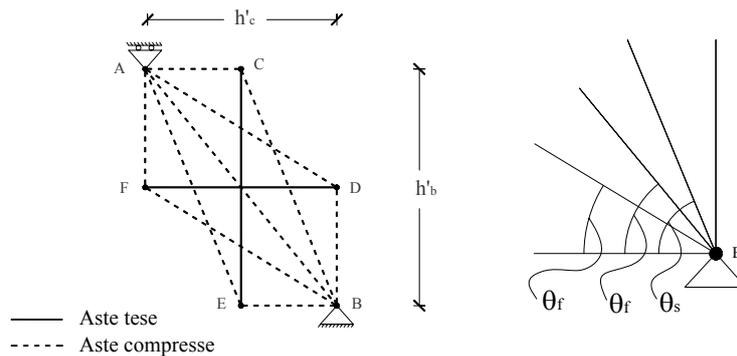


Fig. 4-32 – Geometria del traliccio.

La relazione tra gli angoli è:

$$2 \tan \theta_f = \tan \theta; \quad \tan \theta_s = 2 \tan \theta \quad (4.54)$$

Noti h'_b , h'_c e gli angoli che le bielle formano con l'orizzontale si possono ricavare le lunghezze di tutte le aste attraverso relazioni di tipo geometrico.

La resistenza delle bielle compresse può essere espressa come:

$$T_p = \xi_u \cdot f_c \cdot A_{str} \quad (4.55)$$

dove ξ_u è il coefficiente di softening.

In molti studi si rileva che il valore del coefficiente dipende da numerosi fattori come la resistenza del calcestruzzo, il rapporto a/d , il rapporto geometrico d'armature tesa e così via.

In questo studio il coefficiente di softening ξ_u , in accordo con Campione (2008) è stato calcolato in base alla seguente legge:

$$\xi_u = \frac{1}{1 + 0.66 \cdot \left(\frac{z}{a}\right)^2} \quad (4.56)$$

in cui z , che rappresenta il braccio di leva va sostituito con H_c e a con H_b risultando così:

$$\xi_u = \frac{1}{1 + 0.66 \cdot \left(\frac{H_b}{H_c}\right)^2} \quad (4.57)$$

Tale assunzione trova giustificazione nel fatto che il modello di Fig. 4-32 relativo al nodo è analogo a quello di mensola tozza adottato da Campione (2008) in cui si ottengono buoni risultati se si assume per il coefficiente di softening l'Eq. (4.57).

4.5.5 Aste tese della regione nodale

Le armature cerchianti del nodo costituiscono, come già detto, il tirante orizzontale. Si è osservato per queste armature che le deformazioni che esse subiscono sono maggiori per quelle in posizione intermedia rispetto a quelle di estremità. Per questo motivo nel calcolo dell'area del tirante si assume che le armature posizionate al centro partecipino interamente, mentre quelle di estremità partecipano nella misura del 50%.

Il tirante verticale rappresenta le barre intermedie del pilastro e la sezione trasversale è calcolata allo stesso modo di quella del tirante orizzontale.

Le aree delle sezioni trasversali dei tiranti sono date dalle seguenti espressioni:

Tirante 2 (verticale):

$$A_2 = (\varphi_{long} + 2\delta)^2 n_{long} \quad (4.58)$$

essendo: - φ_{long} il diametro delle barre longitudinali intermedie della colonna; - δ il copriferro; - n_{long} il numero delle barre longitudinali intermedie.

Tirante 3 (orizzontale):

$$A_3 = (\varphi_{staffe} + 2\delta)^2 n_{staffe} N \quad (4.59)$$

essendo: - φ_{staffe} il diametro delle staffe intermedie della colonna; - δ il copriferro; - n_{staffe} il numero delle staffe intermedie; - N il numero delle braccia delle staffe.

Per determinare la risposta degli elementi in trazione (barre di acciaio immerse nella matrice di calcestruzzo) si è supposto un comportamento elasto-plastico per l'acciaio.

Per quanto riguarda le aste tese sono stati considerati tre diversi stadi: - il primo corrispondente alla prima fessurazione della sezione; - il secondo corrispondente allo snervamento dell'acciaio; - l'ultimo corrispondente alla deformazione ultima dell'asta alla rottura della staffa.

Con riferimento alle condizioni prima citate la forza sul tirante risulta:

Fino alla fessurazione

$$T = \varepsilon_s E_s A_s + \varepsilon_t E_{ct} A_{ct} = \varepsilon (E_s A_s + E_{ct} A_{ct}) = \delta \frac{(E_s A_s + E_{ct} A_{ct})}{L_{tirante}} = \delta \cdot k \quad (4.60)a$$

$$\varepsilon \leq \varepsilon_{ct} < \varepsilon_y \quad \Rightarrow \quad \delta \leq \delta_{ct} < \delta_{yt} \quad \text{con} \quad k = \frac{E_s A_s + E_{ct} A_{ct}}{L_{tirante}}$$

Dalla fessurazione allo snervamento dell'acciaio

$$T = \varepsilon \cdot E_s A_s \tag{4.60)b}$$

$$\varepsilon_{ct} < \varepsilon \leq \varepsilon_y \Rightarrow \delta_{ct} < \delta \leq \delta_y$$

Dalla snervamento alla deformazione ultima dell'acciaio teso:

$$T = f_y A_s \tag{4.60)c}$$

$$\varepsilon_y < \varepsilon \leq \varepsilon_{su} \Rightarrow \delta_y < \delta \leq \delta_{su}$$

4.5.6 Contributo del nodo

Costruita la matrice di rigidità globale del traliccio equivalente al nodo, si procede alla risoluzione statica del traliccio. La forza di taglio ultima supportabile dal nodo trave-colonna è rappresentata, nel modello proposto, dalla forza $V_{jh,u}$ applicata al nodo A del traliccio in direzione orizzontale. Questa forza è quella che si ha nella fase in cui cede la biella compressa per superamento della resistenza a compressione effettiva del calcestruzzo fessurato ed essa va ricercata attraverso un processo incrementale in cui il calcestruzzo costituente i puntoni segue la legge in compressione già utilizzata da Sargin (1971) e i tiranti le Eqq.(4.60). Tale processo incrementale passa per alcuni stati fondamentali tra cui la crisi dei puntoni e lo snervamento delle armature orizzontali e verticali mostrati in Fig. 4-33.

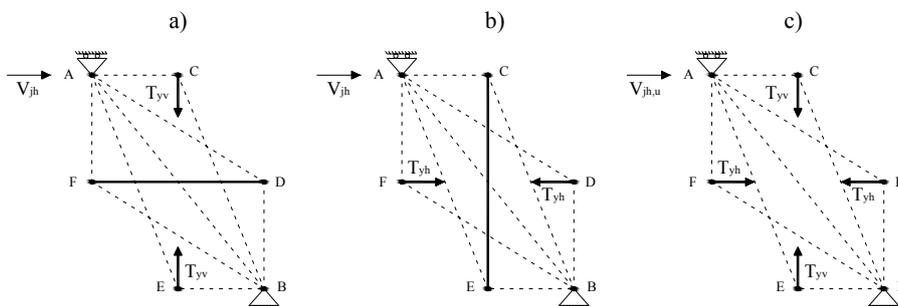


Fig. 4-33 – Evoluzione secondo la gerarchia delle resistenze del modello a traliccio della regione nodale: a) snervamento barre verticali; b) snervamento staffe; c) schiacciamento biella principale.

Nel rispetto della gerarchia delle resistenze è auspicabile che si verifichi la sequenza di Fig. 4-33 cioè che avvenga prima lo snervamento delle barre verticali, poi quello delle staffe orizzontali ed infine la crisi dei puntoni. Se non si rispetta la gerarchia delle resistenze le armature rimangono elastiche e si rompe il puntone principale con un comportamento complessivamente fragile del sistema.

L'ipotesi che le armature trasversali e longitudinali si snervino prima della crisi del puntone trova spesso conforto nelle sperimentazioni disponibili in letteratura in cui la completa degradazione del calcestruzzo e quindi la completa perdita di resistenza del nodo, è per l'appunto sempre preceduta dallo snervamento dei ferri orizzontali o di quelli verticali.

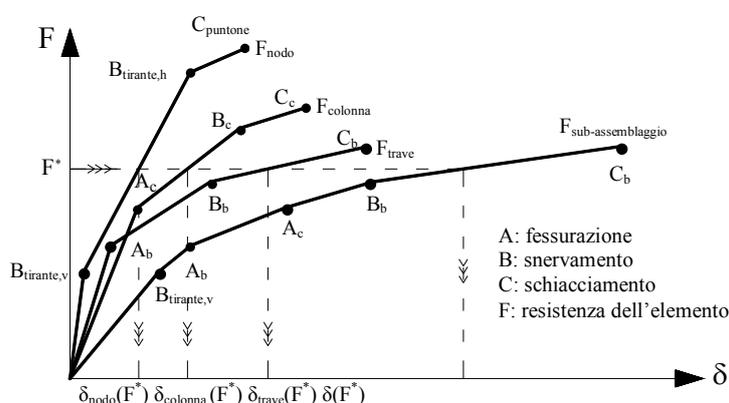


Fig. 4-34 – Curva carico-freccia del sub-assemblaggio.

Determinate le curve carico-spostamento della sezione di estremità della trave, momento rotazione della colonna e taglio scorrimento del nodo, ottenute considerando i contributi deformativi dei singoli elementi costituenti è possibile definire la risposta complessiva del sistema strutturale, sommando i contributi di spostamento della trave, per dato livello di carico F in equilibrio con il sistema, attraverso la relazione seguente:

$$\delta(F) = \delta_b(F) + \delta_c(F) + \delta_j(F) \quad (4.61)$$

Ne consegue che la risposta complessiva risulta quella mostrata in modo qualitativo in Fig. 4-34 nella quale è possibile individuare i contributi dei singoli componenti e l'evoluzione degli eventi caratteristici (crisi nodo, colonna, trave).

4.5.7 Confronto con valori sperimentali e analisi numeriche

In questo paragrafo si opera un confronto teorico-sperimentale tra il modello proposto ed i risultati disponibili in letteratura. Le indagini sperimentali prese in esame si riferiscono a nodi esterni trave-colonna realizzati in calcestruzzo ordinario. Il confronto è stato condotto in termini di risposta complessiva $F - \delta$ del sub-assemblaggio. Analogamente a quanto fatto nell'ambito delle altre modellazioni analitiche, è stata condotta un'ulteriore validazione di carattere numerico attraverso il software agli elementi finiti ATENA 2D.

I campioni di prova studiati sono quelli dei programmi sperimentali condotti da: - Ehsani e Wight (1985); - Failla e Campione (1997); - Gefken e Melvin (1989); - Jiuru et al. (1992); - Filiatrault et al. (1994). Al fine di studiare il ruolo delle staffe nei nodi esterni trave-colonna la sperimentazione condotta da Ehsani e Wight (1985) su campioni in calcestruzzo ordinario è stata usata per i confronti analitico-sperimentali.

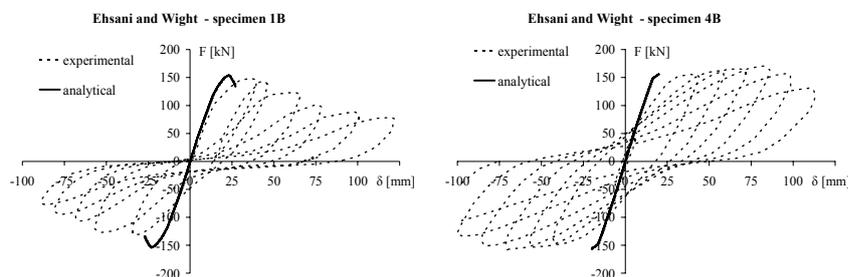


Fig. 4-35 – Confronto con i dati sperimentali di Ehsani et al. (1985).

In Fig. 4-35 si mostrano le curve carico-spostamento sperimentali e teoriche dei campioni 1B e 4B; si osserva un buon accordo in termini di carico ultimo e rigidezza che conferma la buona capacità predittiva del modello. In questi casi il modello indica correttamente le modalità di collasso del nodo. Dal confronto si è osservato anche che il numero di staffe all'interno del nodo influenza la duttilità del sistema trave-colonna-nodo.

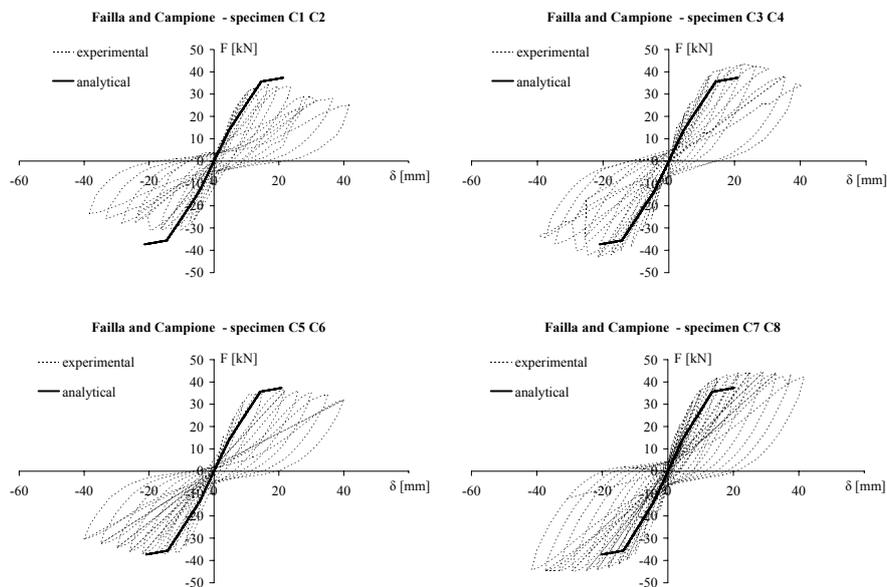


Fig. 4-36 – Confronto con i dati sperimentali di Failla e Campione (1997).

In Fig. 4-36 sono riportate le curve carico-freccia dei campioni debolmente armati C1-C2-C3-C4-C5-C6-C7-C8 testati da Failla e Campione (1997). Anche in questo caso si può notare un buon accordo tra le curve analitiche e sperimentali. Inoltre si è osservato che la modalità di rottura, dovuta alle elevate tensioni di taglio suscitate nella regione nodale, è stata correttamente stimata.

La curva del campione JA1 provato da Gefken et al. (1989) viene riportata in Fig. 4-37. Dall'osservazione delle curve in Fig. 4-37 si nota che la rigidezza della curva analitica è in accordo con quella del primo ciclo di

carico sperimentale sebbene il valore di picco raggiunto sottostimi quello registrato sperimentalmente.

Come detto in precedenza, sono stati inoltre effettuati confronti con i risultati derivanti da analisi numeriche condotte col software ATENA2D.

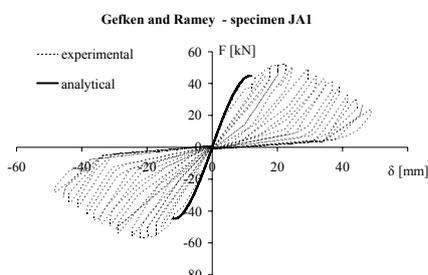


Fig. 4-37 – Confronto con i dati sperimentali di Gefken et al. (1989).

L'indagine sperimentale considerata usata per la validazione numerica del modello proposto, è quella di Ehsani and Wight (1985) con particolare riferimento ai provini di nodo trave-colonna 2B e 3B.

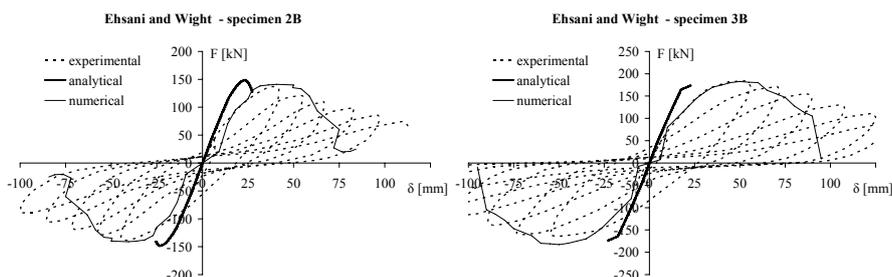


Fig. 4-38 – Confronto con i dati sperimentali di Ehsani e Wight (1985) e con i risultati dell'analisi numerica.

La Fig. 4-38 mostra le curve carico-freccia ottenute sperimentalmente, quelle ottenute usando ATENA2D e quelle derivate attraverso il modello analitico proposto. Dal confronto emerge chiaramente un buon accordo tra le

tre curve nel ramo ascendente per i provini considerati (la cui rottura è dovuta al nodo). Nel ramo post-picco, solo l'analisi numerica è in grado di riprodurre le curve sperimentali. Le curve analitiche risultano inoltre più rigide di quelle ottenute attraverso ATENA 2D ma raggiungono un valore prossimo a quello delle curve sperimentali 2B e 3B.

Il confronto tra le curve numeriche e analitiche mostra dunque che il modello proposto riesce a prevedere il carico ultimo e a fornire un valore approssimato della freccia ultima con un metodo semplice e con una formulazione in forma chiusa, descrivendo inoltre i principali fenomeni fisici che caratterizzano il comportamento del sub-assemblaggio. Si noti che alternativamente tali risultati possono essere raggiunti solamente da uno strumento numerico avanzato come il software ATENA2D.

CONCLUSIONI

Nella presente tesi si è esaminato il comportamento di alcune tipologie di regioni diffusive attraverso analisi sperimentali e teoriche. Sono stati presentati i risultati di tre indagini sperimentali relativamente al comportamento di elementi compressi caricati su una porzione ridotta o forati e sulla risposta flessionale di travi alte forate. E' stata inoltre introdotta una possibile tecnica per la valutazione dello stato tensionale in-situ di strutture in cemento armato (tecnica del sovracarotaggio superficiale).

Dalle analisi condotte è emerso che:

- per gli *elementi caricati su una porzione ridotta*, sono state rilevate riduzioni di resistenza del tra il 30% ed il 55% all'aumentare del rapporto di caricamento β (rapporto tra il lato della colonna e la larghezza della piastra di carico). Sono stati osservati meccanismi fragili di rottura dovuti alla presenza delle forze di fenditura ortogonalmente all'asse dell'elemento e la formazione di un meccanismo “a cuneo” a causa di elevate tensioni di compressione nella zona di calcestruzzo sottostante la piastra di carico. Dal confronto tra il comportamento di elementi non armati ed armati, è emerso che l'armatura trasversale riesce a

limitare il meccanismo di “splitting”, e consente di incrementare sia il carico di rottura che la capacità deformativa dell’elemento.

- per gli *elementi forati compressi* la riduzione di resistenza rilevata sperimentalmente è maggiore rispetto alla riduzione della superficie della sezione trasversale a causa delle concentrazioni di tensione; l’entità di tale riduzione dipende dal diametro del foro, dalla sua posizione e dal quantitativo di armatura longitudinale e trasversale. Le modalità di rottura determinate sperimentalmente dipendono dal diametro del foro. Per fori di diametro superiore a circa il 30% del lato del pilastro (100 mm nel caso esaminato sperimentalmente), la rottura è governata dalla formazione di fessure da spacco nell’intorno del foro. L’analisi teorica ha permesso di mettere a punto un modello semplificato in grado di predire con sufficiente accuratezza la resistenza degli elementi e di fornire prescrizioni riguardanti le dimensioni del foro e i quantitativi di armatura; le analisi svolte hanno evidenziato come il diametro del foro dovrebbe essere limitato a valori inferiori al 20% del lato del pilastro e una percentuale minima di armatura trasversale (pari a circa lo 0.3%) dovrebbe essere presente per evitare eccessive riduzioni di capacità portante;
- la *tecnica del sovracarotaggio superficiale* è difficilmente applicabile ai pilastri in cemento armato a causa del comportamento marcatamente non lineare, degli effetti viscosi, dell’intensificazione degli sforzi nell’intorno del foro e dal disturbo indotto dal carotaggio. I risultati sperimentali hanno infatti evidenziato notevoli differenze tra il valore teorico di tensione applicata con quello misurato, tranne nel caso in cui il provino era caricato con un basso livello di carico (pari al 20% del carico teorico di rottura). Ulteriori indagini dovranno essere condotte per verificare l’applicazione della tecnica a strutture massicce (dighe, muri di sostegno etc.) o a colonne in HSC

(comportamento prevalentemente lineare). Inoltre, un'ulteriore miglioramento della tecnica potrebbe essere apportato attraverso l'adozione di metodi diversi per l'acquisizione delle deformazioni (ad esempio tramite la tecnica della "correlazione digitale" proposta da McGinnis et al. (2011) per travi precomprese);

- la riduzione di resistenza rilevata sperimentalmente nelle *travi alte* dovuta alla presenza del foro dipende prevalentemente dalla posizione di quest'ultimo; la presenza del foro all'interno della luce di taglio può provocare riduzioni di resistenza anche del 40%; tale effetto dannoso è limitabile disponendo un quantitativo anche non elevato di armatura nell'intorno del foro. Da un punto di vista teorico, la modellazione tirante-puntone è adeguata per modellare il comportamento delle travi tozze, a patto di calibrare opportunamente la resistenza del puntone che ingloba il foro. Tale approccio consente di ricavare l'intera risposta anche di elementi più complessi (assemblaggi trave-colonna) ed ha il pregio di poter controllare la gerarchia delle resistenze dell'elemento.

BIBLIOGRAFIA

- AASHTO Specification, (1998). *LRFD Bridge Design Specifications*, American Association of State Highway and Transportation Officials, 2nd edition, 1998.
- ACI Committee 318. (2008). *Building code requirements for structural concrete (ACI 318-08)*, and Commentary ACI 318R-08). American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 2008, 430pp.
- Adeghe, L.N., and Collins, M.P. (1986). *A finite element model for studying reinforced concrete detailing problems*, Department of civil engineering, University of Toronto, Publ. No. 86-12.
- Amato, G., Campione, G., Cavaleri, L., e Minafò, G. (2010). *Comportamento flessionale di nodi esterni in calcestruzzo fibrorinforzato*, Ingegneria Sismica, Anno XXVII N.4.
- Amato, G., Campione, G., Cavaleri, L., e Minafò, G. (2010). *Progetto ed analisi del comportamento di nodi esterni in calcestruzzo fibrorinforzato*, atti del 18° Congresso CTE, Brescia.
- Amato, G., Campione, G., Cavaleri, L., e Minafò, G. (2012). *Flexural behaviour of external R/C steel fibre reinforced beam-*

column joints, European Journal of Civil and Environmental Engineering, Volume 15 , No. 9, Pages 1253 to 1274..

- Ashour, A. F. e Rishi, G. (2000). *Test of reinforced concrete continuous deep beams with web openings*. ACI Structural Journal; 97(3): 418-426.
- Asin, M. e Walraven, J. (1995). *Numerical analysis of reinforced concrete continuous deep beams*. Heron; 40(2):163-178.
- ASTM C 496. (1996) *Standard Test Method for Splitting Tensile strength of Cylindrical Concrete Specimens*. ASTM International, West Conshohocken, Pa., 5 pp.
- Breen, J.E., Burdet, O., Roberts, C., Sanders, D., and Wollmann, G. (1994). *Anchorage Zone Reinforcement for Post-Tensioned Concrete Girders*, National Cooperative Highway Research Program Report No. 356, Washington, DC.
- Brena, S.F., e Roy, N.C. (2009). *Evaluation of load transfer and strut strength of deep beams with short longitudinal bar anchorages*. ACI Structural Journal; 106(5): 678-689.
- Brown, M.D., e Bayrak, O. (2008). *Design of deep beams using strut-and-tie models-Part II: Design Recommendations*. ACI Structural Journal; 105(4): 405-413.
- Brown, M.D., Sankovich, C., Bayrak, O., e Jirsa, J.O. (2006). *Behavior and Efficiency of Bottle-Shaped Struts*. ACI Structural Journal; 103(3): 348-354.
- Burdet, O. (1990). *Analysis and Design of Post-Tensioned Anchorage Zones Concrete Bridges*, Ph.D. thesis, University of Texas at Austin.
- Burdet, O.L. (1990). *Analysis and Design of Anchorage Zones in Post-Tensioned Concrete Bridges*, Doctoral Dissertation, University of Texas at Austin.

- Byung Hwan Oh, Dong Hwan Lim, and Sung Soo Park. (1997) *Stress Distribution and Cracking Behavior at Anchorage Zones in Prestressed Concrete Members*, ACI Structural Journal, Vol. 94, No. 5, Sept.- Oct.
- Campione, G. (2011). *Flexural behavior of steel fibrous reinforced concrete deep beams*. In stampa su Journal of Structural Engineering ASCE.
- Campione, G., e Minafò, G. (2011). *Experimental Investigation on Compressive Behavior of Bottle-Shaped Struts*. ACI Structural Journal; 108(3): 294-303.
- Campione, G., Minafò, G., Scibilia, N., Arena, V., e Gruttadauria, N. (2010). *Tecnica del sovracarotaggio per pilastri compressi in c.a.*, atti del 18° Congresso CTE, Brescia.
- Canadian Standards Association (CSA). CAN/CSA-A23.3-04 (R2010). *Design of concrete structures*. Ontario: Rexdale.
- Cervenka, V. (2000). *Simulating a response*. Concrete Engineering International; 4(4):45-49.
- Christodoulides S. P. (1957), *Three-dimensional Investigation of Stresses in the End Zone Bloks of a Prestressed Concrete Gantry Beam*, The Structural Engineer, Vol. 35, No. 9, pp. 349-356.
- CIRIA Guide 2, *The design of deep beams in reinforced concrete*, Ove Arup and Patners, Jan 1977, 131 pp.
- Collins, M.P., and Mitchell, D. (1997). *Prestressed Concrete Structures*, Response Publications.
- Collins, M.P., Mitchell, D., Adebar, P., and Vecchio, F.J. (1996). *A General Shear Design Method*, ACI Structural Journal, Vol. 93, No. 1, pp. 36-45.
- Comité Euro-International du Béton (CEB-FIP). Model Code 1990.

- CSA Standard CAN3-A23.3-94. (1994). Design of Concrete Structures for Buildings with Explanatory Notes, Canadian Standards Association, Rexdale, Ontario.
- D.M. 14-1-2008. (2008). *Norme tecniche per le costruzioni*. (G.U. 4 febbraio 2008 n. 29 - S. O. n. 30) Ministero Infrastrutture e Trasporti.
- EN 1992-3:2006 - Eurocode 2. (2006). *Design of concrete structures*.
- EN 1998-1:2004 - Eurocode 8. (2004). *Design of structures for earthquake resistance - Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings*, 2004.
- Fenwick R.C. and Lee S. C. (1986). *Anchorage zones in prestressed concrete members.*, Magazine of Concrete Research, Vol. 38, No. 135, June 1986, pp. 77-89.
- Foster, S.J., and Rogowsky, D.M. (1997). *Bursting Forces in Concrete Panels Resulting from In-Plane Concentrated Loads*, Magazine of Concrete Research, Vol.49, no.180, pp. 231-240.
- Foster, S.J. (1998). *Design of Non-Flexural Members for Shear*, Cement and Concrete Composites, Vol. 20, pp. 465-475.
- Gergely, P., and Sozen, M.A. (1967). *Design of Anchorage Zone Reinforcement in Prestressed Concrete Beams*. *PCI Journal*, 12(2), 63-75.
- Guyon, Y. (1953). *Prestressed Concrete*, Contractor's Record LTD, London, England, 543 pp.
- Hognestad E. A. (1951). *Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members*. Bulletin Series No. 399, University of Illinois Engineering Experiment Station, Urbana, IL, V. 49, No. 22, 128 pp.

- Hordijk, D.A. (1991). *Local Approach to Fatigue of Concrete. Doctor dissertation*, Delft University of Technology, The Netherlands, ISBN 90/9004519-8.
- Hu, O.E., Tan, K. H. e Liu, X.H. (2007). *Behaviour and strut-and-tie predictions of high-strength concrete deep beams with trapezoidal web openings*. Magazine of Concrete Research; Vol. 59, No.7, pp. 529 -541.
- Hwang SJ, Lu WY and Lee HJ. (2001). Shear strength prediction of reinforced concrete corbels. ACI Structural Journal. Vol. 97, No.4, pp. 543-552.
- Iyengar K. T. S. R. (1962). *Two-Dimensional Theories in Anchorage Zone Stresses in Post-Tensioned Prestressed Beams*, Journal of the American Concrete Institute, Vol. 59, No.10, pp. 1443-1446.
- Iyengar K. T. S. R., and Prabhkara M. K. (1971). *Anchor Zone Stresses in Prestressed Concrete Beams*, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 97, No. ST3, pp. 807-824.
- Iyengar K. T. S. R., and Yogananda C. V. (1966). *A Three-Dimensional Stress Distribution Problem in the Anchorage Zone of Post-Tensioned Concrete Beam*, Magazine of Concrete Research, Vol. 18, No. 55, pp. 75-83.
- Kirsch, G. (1898). *Die Theorie der Elastizität und die Bedürfnisse der Festigkeitslehre*. Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, 42, 797–807.
- Kong, F. K., Robin, P.J., e Cole, D.F. (1970). *Web reinforcement effect on deep beams*. Journal of the American Concrete Institute, Vol.67, No.12, pp. 1010-1017.
- Kupfer H, Hilsdorf HK, Rüsç, H. (1969). *Behavior of Concrete under Biaxial Stress*, ACI Structural Journal, Proc. Vol. 66, No.8, pp. 656-666.

- Lampert, P. and Thürlimann, B. (1971). *Ultimate Strength and Design of Reinforced Concrete Beams in Torsion and Bending*, IASBE Publications, No. 31-1, pg. 107-131, Zurich, Switzerland.
- Lenschow, R., and Sozen, M. (1965). *Practical Analysis of the in Anchorage Zone Problem in Prestressed Concrete Beams*, Journal of the American Concrete Institute, pp.1421-1437.
- Leonhardt, F., and Walther, R. (1962). *Contribution to Treatment of Shear Problems in Reinforced Concrete*, Beton – Stahlbetonbau, V. 57.
- Lüchinger, P. (1977). Bruchwiderstand von Kastenträgern aus Stahlbeton unter Torsion, Biegung, und Querkraft (Ultimate Strength of Box-Griders in Reinforced Concrete under Torsion, Bending, and Shear), Institut für Baustatik und Konstruktion-ETH, Zurich, Switzerland, Bericht Nr. 69.
- Luciano, R., Manfredi, G., Savoia, G., Valenzi, P.I. (2007). *Analisi e modellazione numerica delle zone di ancoraggio di travi precomprese*. Tesi di dottorato. Università degli Studi di Roma “Tor Vergata”.
- Magnel, G. (1954). *Prestressed Concrete*, McGraw-Hill, New York, 1954.
- Marti, P. (1985). *Truss Models in Detailing*, Concrete International, Vol. 7, No. 12, pp. 66-73, Detroit, Michigan.
- Mau S T and Hsu T T C. (1987). *Shear strength prediction for deep beams with web reinforcement*. Structural Journal of the American Concrete Institute, Vol.84, No.6, pp.513-523.
- Maxwell, B.S. and Breen, J.E. (2000). *Experimental Evaluation of Strut-and-Tie Model Applied to Deep Beam with Opening*, ACI Structural Journal, Vol. 97, No. 1, pp. 142-148.

- Mörsch, E. (1924). *Über die Berechnung der Gelenkquader*, Beton- und Eisen, No. 12, pg. 156-161, Stuttgart, Germany.
- Mörsch, E., 1902, *Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung (Reinforced Concrete, Theory and Application)*. Stuttgart, Germany. 119.
- Muttoni, A., Schwartz, J., and Thürlimann, B. (1997). *Design of Concrete Structures with Stress Fields*, Birkhäuser.
- Ramirez, J. and Breen, J.E. (1983). *Proposed Design Procedures for Shear and Torsion in Reinforced and Prestressed Concrete*, Center for Transportation Research Report No. 248-4F, Austin, Texas.
- Rasheeduzzafar; I. M. Allison; Saadoun Saad Al-Saadoun. (1984). *A photoelastic investigation of anchorage bearing stresses*, Magazine of Concrete Research, Volume 36, Issue 127, 01 June 1984 , pages 81 –91.
- Ray. D. P.(1966). *An Investigation into the Ultimate Strength of Reinforced Concrete Deep Beams*, Journal of Science and Engineering Research. India Institute of Technology. Kharagpur, Vol. 10, pp. 221-238
- Ray S P. (1990). *Deep beams with web openings*. Reinforced Concrete Deep Beams, F.K. Kong, ed., Van Nostrand Reinhold, New York, pp.60-94.
- Razvi, S., and Saatcioglu, M. (1999). *Confinement model for high-strength concrete*, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 125, No.3, pp. 281-288.
- Ritter, W. (1899). *Die Bauweise Hennebique (The Hennebique System)*. Schweizerische Bauzeitung, Bd. XXXIII, No. 7, Zurich, Switzerland.

- Russo G, Venir R, Pauletta, M. (2006). *Reinforced concrete deep-beams-shear strength model and design formula*. ACI Structural Journal, Vol.102, No.3, 429-437.
- Sahoo, D.K., Singh, B., and Bhargava P. (2011). *Minimum reinforcement for preventing splitting failure in bottle-shaped struts*. ACI Structural Journal, Vol.108, No.2, pp. 206-216.
- Sahoo, D.K., Singh, B., and Bhargava, P. (2009). *Investigation of dispersion of compression in bottle-shaped struts*. ACI Structural Journal, Vol.106, No.2, pp. 178-186.
- Sanders, D. H. (1990). *Design and Behaviour of Anchorage Zones in Post-Tensioned Concrete Members*. Ph.D. thesis, University of Texas at Austin.
- Sargious, M. (1960). *Beitrag zur Ermittlung der Hauptzugspannungen am Endauflager vorgespannter Betonbalken*. Diss. TH Stuttgart.
- Schlaich, J., Schäfer, K., and Jennewein, M. (1987). *Towards a Consistent Design of Structural Concrete*, PCI Journal, Vol. 32, No. 3, pg. 74-150, Chicago, Illinois.
- Talbot, A. (1909). *Tests of Reinforced Concrete Beams: Resistance to Web Stresses, Series of 1907 and 1908*, University of Illinois Engineering Experiment Station, Bulletin No. 29, Urbana, Illinois.
- Tan, K. H., Tang, C. Y. e Tong, K. (2004). *Shear strength predictions of pierced deep beams with inclined web reinforcement*. Magazine of Concrete Research; Vol. 56, No. 8, pp. 443 -452.
- Tesar, M. (1932). *Determination expérimentale des tensions dans les extrémités des pièces prismatiques munies d'une semi-articulation*, Abh IVBHL.

- Thompson, M.K. (2002). *The Anchorage Behavior of Headed Reinforcement in CCT Nodes and Lap Splices*, Doctoral Dissertation, University of Texas at Austin.
- Van Mier, J.G.M. (1986). *Multi-axial Strain-softening of Concrete*. Part I: fracture, Materials and Structures, RILEM ; Vol.19, No.111.
- Vos, E. (1983). *Influence of Loading Rate and Radial Pressure on Bond in Reinforced Concrete*, Dissertation, Delft University, pp.219-220.
- Yang, K. H., Chung, H. S., and Ashour A F. (2007). *Influence of shear reinforcement on reinforced concrete continuous deep beams*. ACI Structural Journal, Vol.104, No.4, pp. 420-429.
- Yang, K.H., Eun, H.C., e Chung, H.S. (2006). *The influence of web openings on the structural behavior of reinforced concrete high-strength concrete deep beams*. Engineering Structures, Vol. 28, No.3, pp. 1825-1834.
- Yang, K.Y., and Ashour, A.F. (2008). *Effectiveness of web reinforcement around openings in continuous concrete deep beams*. ACI Structural Journal, Vol.105, No.4, pp. 414-424.
- Yettram, A.L., and Robbins, K. (1970). *Anchorage Zone Stresses in Post-Tensioned Uniform Members with Eccentric and Multiple Anchorages*. Magazine of Concrete Research, Vol.22, No.73, pp. 209-218.
- Wu, T. and Li, B.(2009). *Experimental verification of continuous deep beams with openings designed using strut-and-tie modelling*, The IES Journal Part A: Civil & Structural Engineering,, Vol.2, No.4, pp.282-295.
- Zielinski, T., and Rowe, R.E. (1962). *An Investigation of the Stress Distribution in the Anchorage Zones of Post-Tensioned Concrete Members*”, Cement and Concrete Association, London. Research Report No. 13.