

Premessa

La crescente espansione degli impianti fotovoltaici, a livello mondiale, rende sempre più importante la previsione della producibilità a breve termine finalizzata alle previsioni di “*load flow*” per la programmazione del “*dispatching*” energetico delle reti.

Le previsioni attendibili per il mercato dell'energia e il loro aggiornamento a livello orario, la messa a punto di sistemi di gestione avanzati che ottimizzano l'entità dei consumi di energia e incrementano i rendimenti degli impianti fotovoltaici, sono tutti buoni motivi che spingono sempre più gli attori dello scenario mondiale di gestione dell'energia elettrica ad incentivare la ricerca per la messa a punto di sistemi in grado di prevedere la producibilità commettendo errori sempre più bassi.

Oltre al problema della previsione delle grandezze fisiche ambientali che intervengono nella produzione energetica di un impianto fotovoltaico, anche la soluzione analitica del circuito equivalente della cella fotovoltaica ha destato l'interesse degli studiosi spingendoli a ricercare nuove soluzioni numeriche sempre più performanti che in pratica però non riescono, ad oggi, a descrivere le caratteristiche di funzionamento dei dispositivi con sufficiente precisione e costituiscono la base per la propagazione degli errori.

Tuttavia, la ricerca in questi ultimi anni si è quasi consolidata nell'accettare i risultati conseguiti, proponendo soluzioni analoghe che non cambiano nella sostanza.

In letteratura si trovano diversi esempi di circuiti che modellizzano il funzionamento della cella fotovoltaica ma, fondamentalmente, i più importanti sono quello a cinque e quello a sette parametri.

Ad oggi, le soluzioni numeriche di tali circuiti prevedono la conoscenza di due ulteriori parametri che pur non comparando

fisicamente nei circuiti, dimensionalmente sono delle resistenze ohmiche e costituiscono i cosiddetti *parametri differenziali*.

Pertanto, il circuito a cinque parametri diviene a sette e il circuito a sette diviene a nove.

Su tali modelli molto vi sarebbe ancora da discutere; infatti, dalla soluzione analitica proposta nel prosieguo si evince che il parametro I_{ph} , non strettamente necessario, potrebbe essere sostituito con la corrente di corto-circuito I_{sc} e il parametro differenziale R_{sc} potrebbe sostituire il parametro R_{sh} , riportandolo, però, in uscita a valle della resistenza serie R_s e introducendo un generatore di corrente I_0 .

Per quanto attiene il parametro differenziale R_{oc} , ai fini di una possibile collocazione all'interno del circuito, occorre effettuare ulteriori studi.

Pertanto, la realizzazione di un buon modello di previsione della producibilità di un impianto fotovoltaico prevede la ricerca della soluzione analitica del circuito equivalente a cinque parametri, riferimento imprescindibile per modellare il comportamento della cella alle diverse condizioni operative di funzionamento.

Nel presente lavoro, la ricerca della soluzione del modello circuitale a cinque parametri della cella fotovoltaica è stata affrontata con uno studio analitico completo a partire dai dati forniti solitamente dai costruttori alle condizioni standard di riferimento (STC), cioè i tre punti estremi di funzionamento (a vuoto, in c.to-c.to e alla massima potenza) e di un ulteriore punto di funzionamento intermedio opportunamente scelto.

Il sistema di equazioni descrittivo del modello proposto, costituito da sette equazioni esponenziali implicite, è alquanto complesso e di non facile soluzione.

Tuttavia, introducendo opportune considerazioni di tipo fisico-analitico, si riesce a risolvere agevolmente il sistema, riuscendo altresì a descrivere con precisione superiore le caratteristiche di funzionamento dei dispositivi fotovoltaici alle condizioni standard di

riferimento e mettendo a punto una routine di calcolo dei parametri circuitali del modello implementata col software *Mathematica*.

Altro problema molto discusso, che nasce dalla necessità di correlare la temperatura delle celle alla temperatura ambiente, è stato ampiamente affrontato e in letteratura si trovano diverse correlazioni che modellano il comportamento termico dei dispositivi per gli effetti legati all'inerzia termica ed agli scambi convettivi di calore.

La previsione oraria della radiazione globale e della temperatura si può fare agevolmente mettendo in accordo i valori ottenuti mediante tecniche di *forecasting* con quelli derivanti dalle misure in sito.

Il presente lavoro si propone pertanto, analizzati tutti gli aspetti sopra menzionati, di fornire un nuovo modello di previsione della producibilità oraria di un impianto fotovoltaico che possa, rispetto ai modelli giù presenti in letteratura, fornire stime con livelli di fiducia più alti.

Capitolo Primo

L'energia proveniente dal sole.

Introduzione

L'energia elettrica prodotta da un sistema fotovoltaico dipende da diverse grandezze fisiche ma sostanzialmente è legata al flusso della radiazione solare incidente sui moduli e pertanto è inevitabile la previsione della radiazione solare incidente, che risulta più o meno schermata dalla presenza delle nuvole.

In condizioni di cielo nuvoloso la radiazione incidente risulta inferiore rispetto a quella che si avrebbe a cielo sereno e conseguentemente la producibilità dell'impianto risulta notevolmente ridotta.

Le formulazioni sovente proposte in letteratura, riferite alle condizioni di cielo sereno, prevedono l'utilizzo di opportuni coefficienti di serenità, mentre in condizioni di cielo nuvoloso gli algoritmi di previsione sono basati sostanzialmente sui metodi di *forecasting*.

Altro parametro che sicuramente riveste particolare importanza nella valutazione della radiazione solare è la massa d'aria unitaria, meglio noto a livello internazionale come *Air Mass*, che tiene conto della massa d'aria che la radiazione solare deve attraversare a partire dallo strato esterno dell'atmosfera fino ad arrivare alla crosta terrestre.

1.1 La radiazione solare

Il sole, stella più luminosa della nostra galassia distante 143 km dalla terra, fornisce una parte della energia radiante emessa, corrispondente all'angolo solido di visuale del sole di un operatore posto idealmente sulla superficie del globo terrestre.

Il sole è una sorgente di energia pulita e inesauribile poiché trattandosi di una nana gialla vivrà ancora miliardi di anni.

La radiazione solare che arriva sulla crosta terrestre, consistente in raggi la cui lunghezza d'onda comprende gli ultravioletti, il visibile e il vicino infrarosso, è stata stimata all'esterno dell'atmosfera mediamente pari a 1360 W/m^2 circa [1].

Tuttavia, soltanto una parte della componente diretta e diffusa delle radiazioni elettromagnetiche costituenti l'intero spettro di emissione del sole viene convertita dalla cella fotovoltaica in energia elettrica.

Attualmente, i pannelli solari esistenti in commercio riescono ad assorbire soltanto i raggi ultravioletti e quelli visibili, ma studi recenti basati sull'utilizzo di pigmenti presenti nei vegetali e nei coloranti naturali della frutta, fanno intravedere la possibilità di assorbire anche una parte dei raggi infrarossi contenuti nella radiazione solare.

1.2 Calcolo della radiazione solare incidente.

Attualmente, la radiazione solare si può calcolare con buona precisione, in condizioni di cielo sereno, utilizzando una delle formulazioni disponibili in letteratura [1-5].

La potenza totale emessa dal sole, secondo le misure effettuate dalla NASA impiegando strumentazioni installate nei satelliti, è di circa $3.8 \cdot 10^{23}$ kW.

Di detta potenza, la superficie terrestre avente un raggio medio di 6371 km ne raccoglie una parte pari a $1.73 \cdot 10^{12}$ kW.

La superficie ellittica della calotta della crosta terrestre interessata dalla radiazione solare incidente varia continuamente in funzione della posizione della terra lungo l'orbita ellittica descritta attorno al sole e dell'inclinazione dell'asse terrestre.

Inoltre, la distanza della superficie terrestre dal sole, a causa della ellitticità dell'orbita terrestre attorno al sole, varia da un minimo in corrispondenza dell'afelio dove il 3 gennaio la radiazione raggiunge il massimo di circa 1413 W/m^2 , ad un massimo in corrispondenza del perielio dove il 4 luglio la radiazione raggiunge il minimo di circa 1332 W/m^2 .

Il flusso di radiazione solare, prima di giungere sulla superficie della crosta terrestre attraversando la massa di aria atmosferica, subisce una serie di fenomeni di rifrazione e di riflessione e cede parte dell'energia nei naturali processi di trasformazione dei componenti costituenti l'atmosfera stessa.

La radiazione solare in parte si diffonde nello spazio circostante per poi arrivare indirettamente alla crosta terrestre, costituendo in tal modo una componente diffusa di radiazione solare.

Inoltre, la radiazione solare oltre alle componenti diretta e diffusa arriva alla crosta terrestre anche per riflessione per cui si ha anche la componente riflessa.

La radiazione incidente sulla crosta terrestre è quindi la composizione della tre componenti: la diretta secondo un angolo di incidenza, la diffusa e la riflessa secondo la relazione (1.1).

$$E_{suolo} = E_{dir} \cos \vartheta + E_{dif} + E_{rif} \quad (1.1)$$

Le tre componenti nel loro insieme costituiscono la radiazione globale al suolo che normalmente viene misurata impiegando dei piranometri opportunamente installati e dislocati sull'impianto fotovoltaico.

Poiché la radiazione solare può penetrare all'interno dell'atmosfera con angolazioni diverse, è stato introdotto l'*Air Mass* che, per definizione, è zero all'esterno dell'atmosfera terrestre e uno per un raggio che attraversa radialmente l'atmosfera e giunge sulla crosta terrestre.

In tutti gli altri casi in cui il raggio penetra all'interno dell'atmosfera con una direzione diversa da quella radiale, si adopera la formulazione che deriva semplicemente dall'osservazione che lo spessore di massa d'aria attraversato dalla radiazione solare è inversamente proporzionale al seno dell'angolo formato dal raggio stesso con l'orizzonte locale.

$$AM = \frac{1}{\text{sen}(h)} \quad (1.2)$$

Esplicitando la funzione $\text{sen}(h)$ si ha:

$$\text{sen}(h) = \text{sen}(\delta)\text{sen}(L) + \cos(\delta)\cos(L)\cos(\omega) \quad (1.3)$$

dove:

h è l'*angolo di elevazione* del sole rispetto all'orizzonte locale;
 δ è l'*angolo di declinazione* del sole formato dalla congiungente sole - terra con il piano equatoriale;

L è la *latitudine*, cioè l'angolo formato dalla retta congiungente l'osservatore posto in un punto P sulla crosta terrestre, con il centro della terra e il piano equatoriale e il piano orizzontale. La latitudine è positiva nell'emisfero Nord e negativa nell'emisfero Sud.

ω è l'*angolo orario* valutato rispetto al mezzogiorno.

L'*angolo orario* si può valutare approssimativamente utilizzando la relazione seguente:

$$\omega = \frac{h_f - 12h}{15^\circ} \quad (1.4)$$

dove h_f denota l'ora del fuso.

La *declinazione solare*, è l'angolo che la direzione dei raggi solari forma a mezzogiorno, sul meridiano considerato, col piano

equatoriale, ovvero con la direzione dello zenit sull'equatore e coincide con la latitudine geografica alla quale in un determinato giorno dell'anno il sole a mezzogiorno sta sullo Zenit. E' positiva quando il sole sta al di sopra del piano equatoriale ed è negativa quando il sole è al di sotto di esso.

Considerata l'elevata distanza tra il sole e la terra ed il fatto che il primo ha un diametro circa cento volte maggiore, i raggi solari investono il nostro pianeta tutti paralleli tra di loro ed alla linea immaginaria che congiunge i due centri.

La *declinazione solare* è funzione del giorno dell'anno secondo la relazione (1.5) proposta da Cooper [6].

$$\delta = 23.45^\circ \text{sen} \left[\frac{360^\circ (284 + n)}{365} \right] \quad (1.5)$$

L'attenuazione dovuta al passaggio attraverso l'atmosfera si può stimare in modo approssimato utilizzando la legge (1.6) di Kreith e Kreider [7].

$$I = I_0 \exp(-k \cdot m) \quad (1.6)$$

dove si assume che il cielo è chiaro, I e I_0 sono rispettivamente l'intensità del fascio di radiazione terrestre ed extraterrestre, k è una costante di assorbimento ed m rappresenta l'*Air Mass*.

L'andamento dell'*Air Mass* di un luogo determinato e per un determinato giorno si può diagrammare in funzione del tempo, noti la declinazione e la latitudine.

Diagrammando la funzione (1.5) si ottiene l'andamento caratteristico della declinazione solare annuale in funzione del giorno corrente dell'anno come mostrato in figura 1.1.

La radiazione solare attraversando l'atmosfera terrestre subisce altresì un degradamento a causa dell'energia che viene assorbita e successivamente dispersa dall'atmosfera stessa.

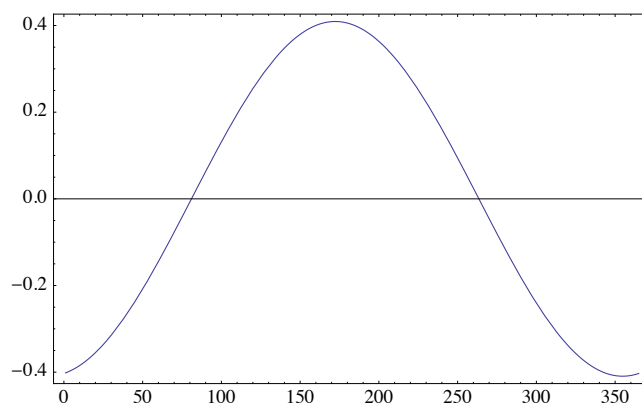


Fig.1.1 Andamento della declinazione solare in funzione del giorno dell'anno.

Il fenomeno di assorbimento e dispersione di cui sopra viene descritto a livello internazionale impiegando lo standard ASTM.

A livello internazionale per il pianeta terra sono stati previsti gli standard mostrati nella figura 1.2.

Lo spettro AM0, basato sullo standard ASTM E490 , è utilizzato per le applicazioni satellitari [8].

Le applicazioni terrestri, sia per la radiazione solare globale che per la radiazione solare diretta, si basano sugli standard ASTM G173 [9].

Lo spettro della radiazione solare globale è descritto dallo spettro solare AM1.5G, mentre quello relativo alla radiazione solare diretta dallo spettro AM1.5D.

Il contenuto energetico della radiazione solare extra atmosferica è pressoché coincidente con quello della radiazione relativa al corpo nero (fig.1.3).

Il contenuto energetico dello spettro terrestre al livello del mare, rispetto allo spettro all'esterno dell'atmosfera, è inferiore a causa dell'assorbimento atmosferico di energia dovuto alla presenza di ozono, ossigeno, acqua e anidride carbonica (fig.1.4).

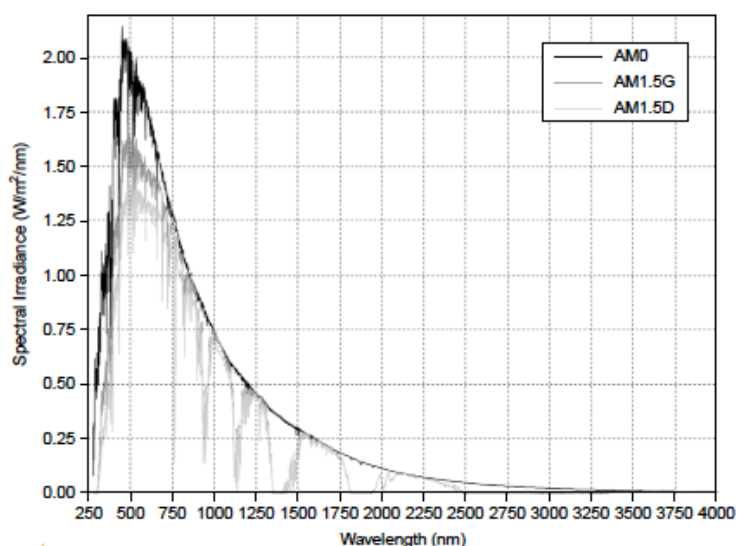


Fig.1.2 Standard terrestri della radiazione solare

In prossimità delle lunghezze d'onda inferiori a circa 300 nm, il contenuto energetico della radiazione solare al livello del mare è praticamente nullo.

La banda di lunghezze d'onda che va da circa 300 nm a circa 1110 nm riesce in parte a filtrare l'atmosfera riducendosi per effetto

dei fenomeni di riflessione dovuti all'albedo (nubi), di diffusione in tutte le direzioni (urto con N_2 , O_2 , vapore, CO_2 , O_3), di rifrazione, di assorbimento e riemissione, da parte dalle molecole costituenti l'atmosfera, sotto forma di raggi infrarossi in tutte le direzioni.

L'atmosfera, quindi, si riscalda e cede calore per effetto della radiazione solare.

Il contenuto energetico delle onde la cui lunghezza appartiene all'infrarosso risulta ridotto a causa sia dei fenomeni di riflessione e rifrazione sia per le interazioni con l'ozono, l'ossigeno, l'acqua e l'anidride carbonica.

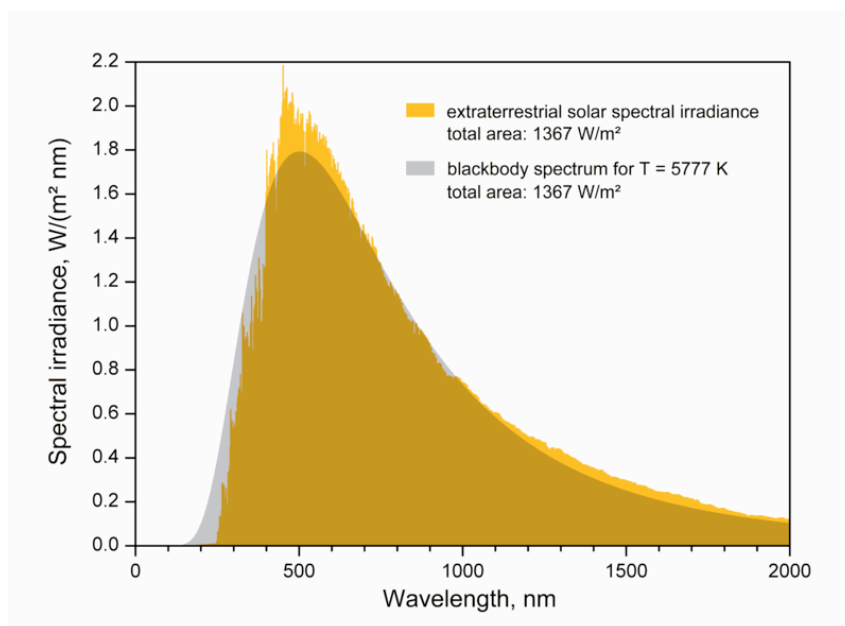


Fig.1.3 Confronto tra lo spettro di radiazione solare extraterrestre e quello di emissione del corpo nero a 5777 °K.

In linea di principio, perché si possa avere generazione elettrica per effetto fotovoltaico il fotone incidente deve avere una energia sufficiente a far passare un elettrone della banda di valenza alla banda di conduzione.

Esprimendo l'energia del fotone in Joule con la nota relazione:

$$\varepsilon = h \cdot \nu \quad (1.6)$$

dove:

$h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Js è la costante di Planck e ν la frequenza della radiazione, dipendente dalla lunghezza d'onda secondo la relazione:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad (1.7)$$

Le radiazioni solari le cui lunghezze d'onda sono più corte hanno un contenuto energetico superiore a quelle le cui lunghezze d'onda sono invece più lunghe.

La massima lunghezza d'onda relativa alle radiazioni convertibili, nel caso del silicio la cui energia del *band-gap* è pari a 1,12 eV, vale:

$$\lambda_{Ph,max} = \frac{h \cdot c}{\varepsilon_{g,Si}} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{1,12 \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 1110 \text{ nm} \quad (1.8)$$

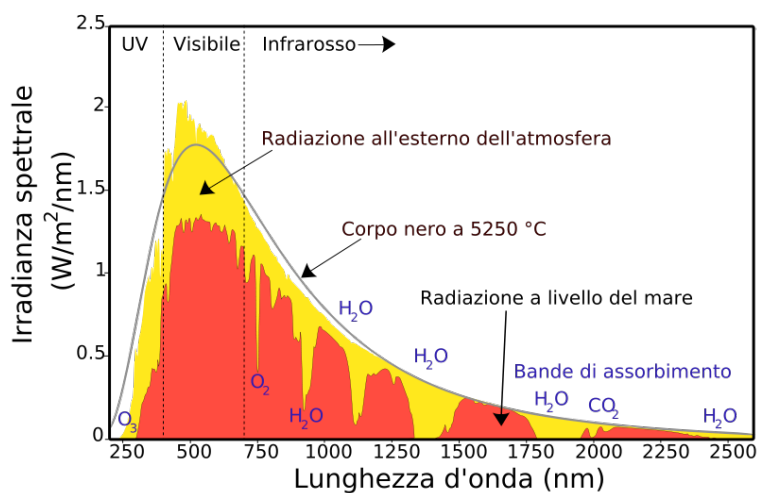


Fig.1.4 Distribuzione spettrale della radiazione solare

Alla luce della relazione (1.8), si evince che le radiazioni dello spettro solare le cui lunghezze d'onda sono inferiori ad 1110 nm partecipano al fenomeno fotovoltaico mentre quelle le cui lunghezze d'onda superano i 1110 nm non hanno energia sufficiente e costituiscono il 25% circa dell'energia contenuta nella radiazione solare.

Pertanto, si può affermare che le radiazioni solari convertibili in energia elettrica con un sistema fotovoltaico hanno lunghezze d'onda contenute nella banda che va dall'ultra violetto al vicino infrarosso (300 - 1110 nm).

1.3 L'interazione della radiazione solare con l'ozono.

I componenti atmosferici responsabili della riduzione del contenuto energetico dell'onda sono sostanzialmente l'ozono, l'ossigeno, il vapore e l'anidride carbonica.

L'ozono, che rispetto agli altri componenti riveste maggiore importanza in termini di assorbimento della radiazione solare, è presente negli strati alti dell'atmosfera concentrandosi soprattutto a 25 km di altezza dove è presente l'ozonosfera.

Considerato un gas serra, oltre a trattenere l'energia proveniente dalla superficie terrestre, l'ozono assorbe e trattiene parte dell'energia proveniente direttamente dal Sole.

Presente in piccola parte anche negli strati più bassi dell'atmosfera, l'ozono è uno dei principali componenti dello smog prodotto dall'uomo nelle grandi città e, diversamente da quello che si trova nella stratosfera, quello troposferico risulta essere un inquinante molto velenoso se respirato a grandi dosi.

L'ozono si forma da molecole di ossigeno (O₂) in prossimità di scariche elettriche, scintille, fulmini, secondo la reazione:



La reazione di formazione dell'ozono è endotermica e necessita dell'assorbimento di un calore di reazione pari a 69.000 Cal. (Fig.1.5).

L'ossigeno è ampiamente e massivamente distribuito a tutta l'atmosfera terrestre.

La radiazione solare penetrando nell'atmosfera terrestre incontra atomi di Ozono che acquisendo l'energia sufficiente si scindono in molecole di ossigeno e atomi di ossigeno che si legano con altri atomi (X = N, H, C) per formare composti del tipo XO.

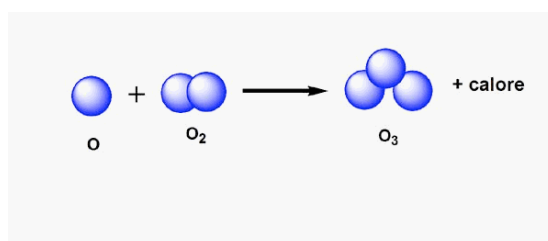
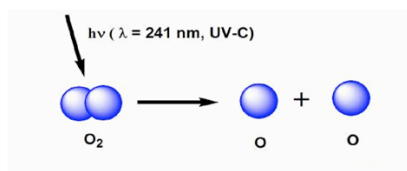
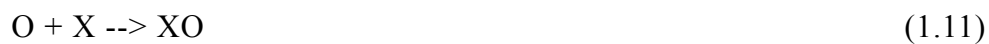
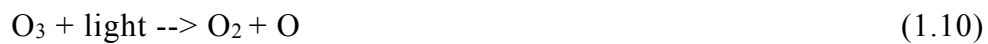


Fig.1.5 Scissione dell'ossigeno e formazione di ozono

In alcune zone, sostanzialmente l'Antartide, si ha il cosiddetto "buco nell'ozono" il che comporta una riduzione di assorbimento dell'energia solare da parte dell'atmosfera e un conseguente aumento della radiazione solare incidente sulla crosta terrestre.

Riferimenti

- [1] Hottel H.C. (1976) “*A Simple Model for Estimating the transmittance of Direct Solar Radiation Through Clear Atmospheres.*” Solar Energy 18, 129
- [2] Erbs D.G., S.A. Klein, and J.A. Duffie, (1982) “*Estimation of the Diffuse Radiation Fraction fro Hourly, Daylt, and Montly Average Global Radiation*” Solar Energy 28,293
- [3] Reindl D.T., W. Beckman and J.A. Duffie, (1990) “*Estimation of Hourly Tilted Surface Radiation Models*”, Solar Energy 45,5.
- [4] Perez R. et al. (1986), “*An Anisotropic Hourly Diffuse Radiation Model for Sloping Surfaces*” Solar Energy 36,481
- [5] Duffie J.A. and W.A. Beckman (1991) *Solar Engineering of Thermal Processes*, Second Edition, John Wiley and Sons, New York;
- [6] Cooper P.L. (1969) *The Absorption of Solar Radiation in Solar Stills*. Solar Energy 12.3
- [7] Kreith F. and Kreider (1978), *Principles of Solar Engineering*, MacGraw-Hill New York;
- [8] ASTM Standard E490;
- [9] ASTM Standard G173-03.

Capitolo Secondo

La misura e la valutazione della radiazione solare.

Introduzione.

La conoscenza della quantità di radiazione solare che cade sulla superficie della terra è di primaria importanza per gli ingegneri e gli studiosi coinvolti nella progettazione degli impianti solari.

In particolare, i metodi di progettazione per molti sistemi termici e fotovoltaici richiedono la radiazione media giornaliera su una superficie orizzontale come input, al fine di prevedere la produzione di energia del sistema su base mensile.

I valori medi a lungo termine della radiazione istantanea (oraria, giornaliera, mensile) globale e dell'irraggiamento diffuso su una superficie orizzontale - necessari in molte applicazioni di progetti di energia solare - vengono misurati in pochi luoghi e laddove non si dispone delle misurazioni è consuetudine effettuare una stima impiegando dei modelli teorici o empirici sviluppati sulla base dei valori misurati.

La radiazione solare, secondo quanto ha mostrato la pratica, è direttamente proporzionale alla durata del soleggiamento.

La formulazione di proporzionalità deriva da misurazioni delle variabili attraverso diagrammi a dispersione e più spesso dalla applicazione di metodi di regressione statistica.

I modelli energetici sono delle forme matematiche lineari simili alle leggi scientifiche di Newton, Hooke, Fourier, Fick, Hubble, Ohm, Darcy etc., che esprimono relazioni lineari tra due variabili rilevanti.

I modelli originali hanno espresso il rapporto tra la radiazione solare e la durata della luce del sole come una linea retta [1].

Il primo tentativo di analizzare i dati della radiazione oraria è dovuto ad Hoyt (1978) che utilizzando i dati di località molto distanti ha tracciato le curve (ora / giorno) della radiazione globale osservata in funzione dell'angolo orario dal sorgere del sole al tramonto con cadenza oraria [2].

L'algoritmo previsionale si basa sulla stima plausibile dei parametri del modello a partire da un insieme di dati.

In linea di massima, la stima dei parametri del modello di Angström si consegue attraverso l'applicazione di un approccio classico di regressione statistica e di una serie di ipotesi restrittive, generalmente non considerate in quasi tutte le applicazioni pratiche.

2.1 Valutazione legale.

Le misurazioni sistematiche dell'energia solare diffusa e della radiazione globale incidente su di una superficie orizzontale, solitamente, sono effettuate da un organismo nazionale, che in molti paesi è l'ufficio meteorologico nazionale.

La misura prevede l'impiego di piranometri, solarimetri e in generale di altri strumenti e/o sonde utili allo scopo.

La radiazione diretta in vari punti, o il fascio di radiazione, è misurato da un pireliometro a multi-giunzione con termopila a rapida risposta.

La radiazione diffusa, invece, viene misurata da una serie di stazioni consistenti in piranometri muniti di banda ombreggiante.

In pratica, è molto importante apprezzare l'ordine delle misure prima di ogni studio di modellizzazione sia per la radiazione solare che per la durata del sole o della luce del giorno.

Attualmente, i modelli di radiazione solare e di luce del giorno si approssimano ai limiti di precisione indicati per le apparecchiature di misura da Perez et al. 1990 e da Gueymard 2003 [3,4].

L'abbondanza di dati relativi alle misure della durata del soleggiamento porta alla comune pratica di correlarli alla radiazione solare.

A tal fine, i registratori di sole Campbell-Stokes, che costituiscono un valido strumento per la registrazione della presenza del sole, sono costituiti semplicemente da una lente sferica che produce una bruciatura su di un disco di carta graduata ogni volta che il fascio di irradiazione è superiore ad un livello critico.

Anche se la soglia critica varia debolmente con le condizioni ambientali, il registratore solare viene utilizzato ampiamente essendo un dispositivo economico e robusto.

Alcune delle limitazioni associate con questo dispositivo sono dovute al fatto che il registratore inizia a produrre la bruciatura sulla scheda per le radiazioni incidenti, il cui limite inferiore è compreso tra circa 150 - 300W/m².

In una giornata limpida e con un cielo senza nuvole, la bruciatura non inizia prima che siano trascorsi circa 15 - 30 minuti (in funzione della stagione) dopo l'alba e cessa di solito circa 15 - 30 minuti prima del tramonto.

Il diametro dell'immagine del sole formata dalla lente sferica è solo di circa 0,7 mm e pochi secondi di esposizione al sole possono

produrre una bruciatura larga circa 2 mm, pertanto il sole intermittente può essere indistinguibile da un lungo periodo di sole continuo.

Gli effetti del moto della terra e quelli atmosferici, in varie località, hanno portato essenzialmente a due tipi di dati di irraggiamento solare come media giornaliera e come dati orari.

A differenza dell'irraggiamento, definito come energia solare per unità di superficie, la radiazione solare è l'energia radiante per unità di area.

La radiazione solare, quindi, è determinata sommando l'irraggiamento solare nel corso del tempo e si esprime di solito in unità di kW/m^2 per giornata.

Il numero di ore di sole al giorno, in un determinato luogo, è il tempo equivalente (in ore) in condizioni ottimali di sole (1000W/m^2) che produce la stessa quantità di insolazione.

La figura 2.1 mostra come il picco di ore di sole è determinato con la costruzione di un grafico con la stessa area che riporta gli irraggiamenti effettivi in funzione del tempo.

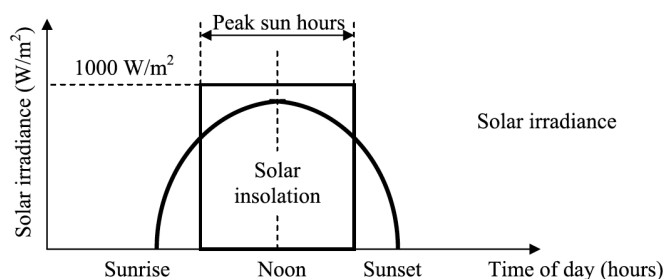


Fig.2.1 Picco solare orario

Al fine di omogeneizzare i dati di durata del sole nella rete mondiale, un progetto speciale della Campbell-Stokes riguarda il

cosiddetto riferimento intermedio di registrazione del sole (IRSR), raccomandato dal WMO 1962 [5].

Secondo il WMO 2003, la durata del sole in un determinato periodo è definita come la somma di quel sotto-periodo per il quale la radiazione solare diretta supera 120W/m^2 [6].

2.2 Errore e incertezza degli strumenti.

Qualsiasi misura include l'errore sistematico, quello casuale e gli errori inerenti le attrezzature.

Angus (1995) ha fornito un'analisi degli errori associati alla misura dell'energia solare, della radiazione e della durata del soleggiamento [7].

Le fonti di errore più comuni, che derivano dai sensori e dalla loro costruzione, sono i seguenti:

- risposta al coseno;
- risposta all'azimut;
- temperatura di risposta;
- selettività spettrale;
- stabilità;
- non-linearità;
- instabilità termica;
- zero-offset da raffreddamento radiativo notturno.

I piranometri impiegati devono soddisfare le prescrizioni tecniche stabilite dalla World Meteorological Organization (WMO).

L'errore dovuto all'effetto del coseno dipende dal fatto che la risposta del sensore varia a seconda dell'angolo con cui la radiazione colpisce la zona di rilevamento.

Al sorgere del sole e al tramonto l'angolo è più acuto e l'errore maggiore si ha ad una altezza del sole inferiore a 6° , per cui è opportuno non tenere conto dei relativi dati registrati.

L'errore relativo all'angolo dell'azimut, invece, è dovuto alle imperfezioni legate alla fabbricazione delle cupole di vetro e produce un errore percentuale simile a quello dovuto all'effetto del coseno.

Per quanto riguarda l'errore dovuto alla risposta del sensore di temperatura, occorre rilevare che lo stesso è individuale per ogni singola cella.

Tuttavia, l'errore percentuale dovuto alle fluttuazioni di temperatura del sensore è ridotto perché i fotometri sono termostatati, ovvero dispongono di un sistema di controllo della temperatura, non molto sofisticato, basato su due cupole di vetro che riducono notevolmente le escursioni della temperatura. In ogni caso, la ventilazione dello strumento è un'ulteriore opzione consigliata.

Ed ancora, la selettività spettrale di alcuni piranometri, che dipende dall'assorbimento spettrale della vernice nera e dalla trasmissione spettrale del vetro, contribuisce in genere con un piccolo errore percentuale.

Ogni sensore, inoltre, possiede un elevato livello di stabilità al deterioramento delle cellule, corrispondente ad una variazione di misura all'anno di circa $\pm 1\%$ a fondo scala.

Infine, la non linearità dei sensori in funzione dei livelli di illuminamento o di irraggiamento, problematica soprattutto con i fotometri, tende a contribuire in piccola percentuale all'errore che inficia i valori misurati.

Particolari accorgimenti devono essere intrapresi per evitare errori operativi, come il non corretto livellamento del sensore, l'orientamento dei sensori verticali così come uno screening dei sensori verticali alle radiazioni *ground reflected*.

2.2.1 Errori operativi.

Le cause degli errori operativi sono auto-esplicative e possono essere classificate come segue:

Completo o parziale disallineamento ombra-ring;
Polvere, neve, rugiada, gocce d'acqua, escrementi di uccelli,
etc;
Sensore di livellamento non corretto;
Ombreggiamento causato da strutture edilizie;
Campi elettrici dovuti a cavi di prossimità;
Carico meccanico su cavi;
Orientamento e/o screening improprio dei sensori verticali da
radiazione *ground reflected*;
Stazione non funzionante;
Uso improprio dei fattori di correzione diffusi (*ombra-ring*);
Errata programmazione delle costanti di calibrazione.

Altra fonte di errore può derivare sia da cavi sotto carico meccanico (effetto piezoelettrico) che dalla polarizzazione elettrica di un materiale conseguente all'applicazione di uno stress meccanico.

Infine, la mancata protezione dei cavi sia dai campi elettrici che dai carichi meccanici può produrre insoliti “ picchi ” nei dati.

2.2.2 Errori nella misura dei dati di irraggiamento diffuso.

Storicamente, gli uffici meteorologici di tutto il mondo hanno applicato una procedura di correzione “*shade-ring*” che si basa sul presupposto di cielo isotropo.

Tuttavia, negli ultimi 15 anni sono stati istituiti metodi più precisi che si basano su di un cielo realisticamente anisotropo (Perez et al.,1990; Kreider e Kreith 1981) [3,8].

Drummond (1965) stima che a livello giornale precisioni di 2 - 3% sono raggiungibili per sommatorie di radiazioni effettuate con piranometri di prima classe [9].

Le sommatorie effettuate a livello orario impiegando attrezzature calibrate con cura possono raggiungere una precisione superiore al 5%.

Inoltre, Coulson (1975) deduce che gli errori associati con le osservazioni di routine possono essere ben superiori al 10% [10].

Pertanto, nel valutare l'accuratezza di un modello occorre tenere conto anche di tali cifre.

2.3 Valutazione statistica di modelli.

L'accuratezza dei modelli matematici descrittivi della radiazione solare è importante a livello progettuale non solo nelle fasi finali, ma soprattutto in quelle iniziali.

Lo studio del diagramma a dispersione e l'esame dei residui sono importanti anche dopo la costituzione del modello stesso.

La procedura consiste nel produrre un grafico dell'errore del modello e valutare la differenza tra le misurazioni, Y_i e le stime corrispondenti del modello,

$$\hat{Y}_i (i=1,2,\dots,n) \quad (2.1)$$

Pertanto, gli errori:

$$(e_i = Y_i - \hat{Y}_i) \quad (2.2)$$

vengono riportati in funzione della variabile indipendente X_i su un sistema di coordinate cartesiane (fig. 2.3) ed è possibile scorgere diversi *patterns* alternativi che sono:

Modello adeguato: la diffusione di punti si presenta come in figura. 2.3a, gli errori del modello sono sparsi in maniera indipendente gli uni dagli altri.

Trasformazione del modello: la banda di dispersione dell'errore si allarga/restringe e X_i o Y_i aumenta/diminuisce, come nella fig. 2.3b, denotandosi una mancanza di varianza costante dei residui in violazione della validità del modello di regressione. La misura correttiva in questo caso è una trasformazione della variabile Y per ricondurre la dispersione dell'errore come nella fig. 2.3a.

Modello linearmente indipendente: il terreno dei residui come in fig. 2.3c indica l'assenza di una variabile indipendente nel modello in esame, che non è un modello adatto.

Modello non lineare indipendente: se la dispersione dei punti è come in fig. 2.3d occorre aggiungere al modello iniziale un termine non lineare.

Un altro importante approccio di verifica nella modellazione è il diagramma di dispersione delle misure a fronte delle stime del modello corrispondente.

Nel caso di un modello adeguato la dispersione dei punti è prossima alla linea a 45° , come mostrato nella Fig. 2.4 [11].

Negli studi pratici, soprattutto nella modellazione della radiazione solare da misure di durata del sole, non è possibile ottenere una trama perfetta su una linea retta a 45 °.

Deviazioni inferiori a $\pm 10\%$ dalla linea a 45 ° sono accettabili in studi pratici, tuttavia, alcuni ricercatori preferiscono $\pm 5\%$ o addirittura meno [11].

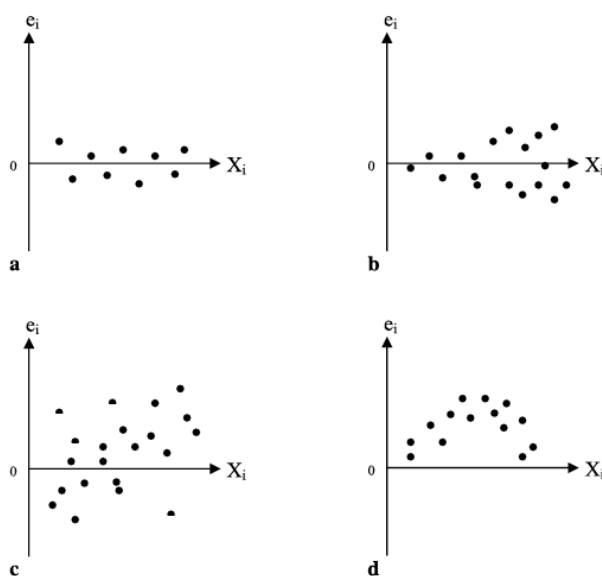


Fig.2.3 Tipiche distribuzioni dell'errore dei modelli lineari

La figura 2.4 presenta alcuni dei casi che si possono verificare nella modellizzazione, che tuttavia non sono esaustivi.

In ogni caso, occorre una interpretazione dei modelli al fine della regolarizzazione, cercando di ricondurli alla situazione ottimale di prossimità alla retta a 45°.

Nella letteratura di settore dell'energia solare è diventata pratica comune riferirsi a modelli di regressione come "*correlazione di equazioni*" in base al noto metodo dei minimi quadrati.

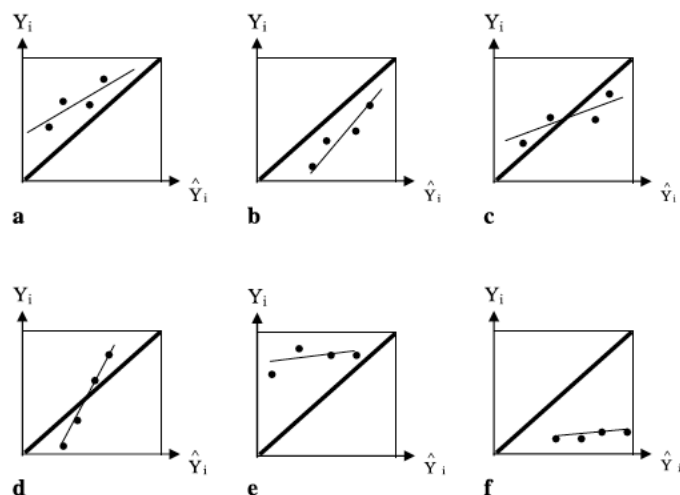


Fig. 2.4 Confronto del modello con i dati sperimentali

La correlazione è il grado di relazione tra le variabili che aiuta a cercare la determinazione di quanto un modello lineare riesce a descrivere una relazione.

D'altra parte, la regressione è una tecnica di adattamento di modelli lineari o non lineari tra un gruppo di n variabili dipendenti, Y_i , ed n variabili indipendenti X_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

Nella modellazione di energia solare spesso si utilizza un'equazione di regressione semplice con una sola variabile indipendente, X , nella forma (2.3).

$$Y = A + BX \tag{2.3}$$

con A e B costanti.

A condizione che n coppie di misure (X_i, Y_i) siano disponibili, le stime dei parametri del modello possono essere trovate con un semplice approccio di classica regressione

$$A = \bar{Y} - B\bar{X} \quad (2.4)$$

$$B = \frac{\overline{YX} - \bar{X}\bar{Y}}{\overline{X^2} - \bar{X}^2} \quad (2.5)$$

D'altra parte, ci sono anche modelli non lineari tra la radiazione solare e la durata del soleggiamento.

Tuttavia, alternative di tali modelli possono avere le seguenti forme matematiche quadratica e potenza:

$$Y = A + BX + CX^2 \quad (2.6)$$

$$Y = A + BX^C \quad (2.7)$$

dove A, B e C sono i parametri del modello.

2.3.1 Coefficiente di determinazione (R^2).

Nella letteratura statistica, il coefficiente di determinazione è la proporzione di variabilità di un insieme di dati che è contabilizzato per un modello statistico, in cui si misura la variabilità quantitativamente come la somma delle deviazioni. Spesso è definito come:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (2.7)$$

Questo può anche essere espresso come:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{Y}_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (0 \leq R^2 \leq 1) \quad (2.8)$$

Y_i e \hat{Y}_i sono rispettivamente le misure e le stime del modello.

R^2 è, quindi, una statistica che fornisce alcune informazioni circa la bontà di adattamento di un modello.

Nella regressione, il coefficiente di determinazione R^2 è una misura statistica di come la regressione lineare approssima i punti dei dati reali.

Un alto valore di R^2 è desiderabile in quanto mostra una variazione contenuta.

Un R^2 pari a 1 indica che la linea di regressione si adatta perfettamente ai dati, il che non è mai valido in ogni modello di stima della radiazione solare.

2.3.2 Coefficiente di correlazione (r).

Il coefficiente di correlazione, definito come la radice quadrata del coefficiente di determinazione, fornisce un'indicazione inerente la validità di una relazione lineare tra due variabili.

$$-1 < r = \sqrt{R^2} < 1 \quad (2.9)$$

Si tratta di una misura della relazione tra le variabili basata su una scala compresa tra -1 e +1.

Se r è positivo o negativo dipende dalla relazione esistente fra X_i e Y_i , cioè a seconda che siano direttamente o inversamente proporzionali.

Una volta che r è stato stimato per qualsiasi modello, il suo valore numerico può essere interpretato come segue.

Se per un dato modello di regressione risulta $r = 0.9$, vuol dire che $R^2 = 0.81$.

In tal senso, l'81% della funzione Y è stato interpretato dal modello, mentre il restante 19% potrà essere interpretato mediante l'impiego di altri metodi.

Il significato di r può essere controllato mediante il t -test di Student, la cui formulazione è la seguente:

$$t = \sqrt{n-2} \left(\frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \right) \quad (2.10)$$

dove n è il numero di punti dati e $(n-2)$ sono i gradi di libertà.

Ad esempio, se per un determinato luogo un modello di regressione tra l'indice di chiarezza media (KT) e la frazione solare media mensile (S/S0) dà $r^2 = 0.64$ per 12 coppie di punti dati, allora calcolando t secondo la relazione (2.11)

$$t = \sqrt{12-2} \left(\frac{0.8}{\sqrt{1-0.64}} \right) = 4.126 \quad (2.11)$$

e poiché, in tal caso, si hanno 10 gradi di libertà, la Tabella.2.1 dei valori percentuali relativi alla distribuzione *t-student* mostra che il valore di $r = 0.8$ è significativo al 99.8%, ma non a 99.9% (si noti che per 10 di libertà, $t = 4.216$ si trova tra 4.144 e 4.587 corrispondente rispettivamente alle colonne di 0.998 e 0.999).

In termini generali, ciò significa che il modello di regressione può produrre stime con il 99.8% di fiducia.

d.f.	Significance level				
	0.95	0.98	0.99	0.998	0.999
	12.706	31.821	63.657	318.310	636.620
2	4.303	6.965	9.925	22.327	31.98
3	3.182	4.541	5.841	10.214	12.924
4	2.76	3.747	4.604	7.173	8.610
5	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
15	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
20	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
25	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
30	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
60	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
200	1.972	2.345	2.601	3.131	3.340
500	1.965	2.334	2.586	3.107	3.310
1000	1.962	2.330	2.581	3.098	3.300
∞	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

Tab.2.1 Valori percentili della distribuzione t-student

2.3.3 Analisi OutLier.

Spesso negli studi di radiazione solare si verifica che alcuni dati si discostano rispetto all'intera popolazione di dati cioè costituiscono dei "valori anomali" detti *OutLier*.

Un valore si può ritenere anomalo quando differisce di tre o quattro volte rispetto alla deviazione standard media di dati della popolazione.

L'*OutLier* indica che il dato non è tipico della popolazione e pertanto va sottoposto ad un attento esame finalizzato ad una possibile spiegazione logica.

Gli *OutLier* non possono essere eliminati senza prima avere fatto l'analisi poiché a volte possono essere il risultato di condizioni insolite.

Viceversa gli *OutLier* possono essere eliminati se sono riconducibili ad osservazioni errate.

Statisticamente un "*OutLier vicino*" è una osservazione che si trova al di fuori di 1.5 volte l'inter-quartile gamma, che è l'intervallo dal primo quartile al terzo quartile.

I quartili ripartiscono la popolazione in quattro parti egualmente popolate.

Il secondo quartile è detto anche mediana e divide la popolazione in due parti egualmente popolate, delle quali il primo e il terzo quartile sono le mediane.

I limiti *OutLier* vicini sono definiti come segue:

OutLier limite inferiore: $1^{\circ}q - 1.5(3^{\circ}q - 1^{\circ}q)$;

OutLier limite superiore: $3^{\circ}q + 1.5(3^{\circ}q - 1^{\circ}q)$.

Allo stesso modo, lontano dai valori anomali si hanno i dati i cui limiti sono:

Limite inferiore: $1^{\circ}q - 3(3^{\circ}q - 1^{\circ}q)$;

Limite superiore: $3^{\circ}q + 3(3^{\circ}q - 1^{\circ}q)$.

2.4 Il modello lineare.

La relazione largamente impiegata per correlare la radiazione solare alla durata solare è la regressione lineare dovuta ad Angström (1929) - Prescott (1940) la cui formulazione è la seguente:

$$\frac{\overline{H}}{\overline{H}_0} = a + b \frac{n}{N} \quad (2.11)$$

dove:

\overline{H} è la radiazione giornaliera media mensile su di una superficie orizzontale;

\overline{H}_0 è la media mensile giornaliera di radiazione orizzontale extraterrestre;

n è il numero di ore di sole al mese;

N è il numero totale di ore luce;

a e b sono delle costanti determinabili empiricamente da un set di dati [12,13].

La determinazione empirica delle costanti a e b costituisce l'handicap maggiore della formulazione di Angström e Prescott [12,13].

Suehrcke (2000) e Mc Cormick (1992) sostengono che per un determinato mese con un numero n di ore di sole luminoso, la frazione di sole chiaro è definibile come:

$$f_{clear} = \frac{\overline{H_b}}{\overline{H_{b,clear}}} \quad (2.12)$$

in cui, $\overline{H_b}$ è la media mensile del fascio giornaliero diretto sulla superficie orizzontale e $\overline{H_{b,clear}}$ è la media mensile su base giornaliera a cielo sereno del fascio di radiazione diretto sulla superficie orizzontale [14].

La correlazione tra H_d e H è dovuta a Page (1961),

$$\frac{\overline{H_d}}{\overline{H}} = 1 - C\overline{K} \quad (2.13)$$

dove,

H_d è la radiazione diffusa incidente mediamente su di una superficie orizzontale;

C è una costante;

K è l'indice di chiarezza giornale [15].

L'indice di chiarezza giornale è definito secondo la relazione (2.14).

$$\bar{K} = \frac{\bar{H}}{\bar{H}_0} \quad (2.14)$$

\bar{H}_0 è la radiazione extraterrestre che mediamente incide su di una superficie orizzontale durante il mese.

Considerando che per definizione è:

$$\bar{H} = \bar{H}_b + \bar{H}_d \quad (2.15)$$

e considerando le equazioni:

$$\bar{H}_b = \bar{H} - \bar{H}_d \quad (2.16)$$

$$\bar{H}_b = \bar{H} - (1 - C\bar{K})\bar{H} \quad (2.17)$$

$$\bar{H}_b = C\bar{K}\bar{H} \quad (2.18)$$

$$\bar{H}_b = C\bar{H}_0\bar{K}^2 \quad (2.19)$$

$$\overline{H_{b,clear}} = C \overline{H_0} \overline{K_{clear}}^2 \quad (2.20)$$

in cui K_{clear} è l'indice di chiarezza medio mensile a ciel sereno.

$$\overline{K_{clear}} = \frac{\overline{H_{clear}}}{\overline{H_0}} \quad (2.21)$$

$\overline{H_{clear}}$ è la radiazione media mensile su base giornale a ciel sereno incidente sulla superficie orizzontale.

Eliminando la costante C si ha:

$$\overline{f_{clear}} = \frac{\overline{H_b}}{\overline{H_{b,clear}}} = \left(\frac{\overline{K}}{\overline{K_{clear}}} \right)^2 \quad (2.22)$$

L'unica costante semi-empirica K_{clear} , è una quantità misurabile legata alle condizioni atmosferiche locali che in accordo con Suehrcke (2000) assume valori tipicamente compresi tra 0.65 e 0.75 [16].

D'altra parte, per definizione, la durata s del sole luminoso è il numero di ore al giorno in cui l'intensità del sole supera una certa soglia predeterminata di luminosità.

Angström (1924-1929) ha proposto una relazione lineare tra il rapporto della radiazione media globale mensile \overline{H} e la radiazione media globale a ciel sereno \overline{H}_{cg} con la durata media mensile del sole,

$$\frac{\overline{H}}{\overline{H}_{cg}} = c_1 + (1 - c_1) \frac{\overline{s}}{S} \quad (2.23)$$

dove $c_1 = 0.25$ ed S è la durata media mensile del giorno astronomico (lunghezza del giorno) [1,12].

Angström ha determinato il valore di c_1 da una serie di dati relativi alla città di Stoccolma, ma sono dovuti passare più di 30 anni per affermare che l'eq. 2.23 è relativa a dati medi mensili e non può essere usata relativamente a dati giornalieri [12].

Al fine di eliminare H da registrazioni di dati solari, il modello di Angström richiede misure di radiazione globale in giorni a cielo sereno, H_{cg} .

Tale limitazione ha indotto Prescott (1940) a sviluppare un modello in grado di fornire una frazione della radiazione extraterrestre H_0 su di una superficie orizzontale piuttosto che H_{cg} , dal momento che H_0 può essere facilmente calcolato [13].

Quindi, il modello modificato Angström, denominato formula Angström-Prescott (Martinez-Lozano et al, 1984; Gueymard et al, 1995) è il seguente:

$$\frac{\overline{H}}{\overline{H}_0} = c_2 + c_3 \frac{\overline{s}}{S} \quad (2.24)$$

dove le costanti $c_2 = 0,22$ e $c_3 = 0,54$ sono state determinate empiricamente da Prescott [17,13].

Partendo dalla correlazione lineare di Angström, Ahmad et al, 1991; Hay 1979, Iqbal 1979; Löf et al, 1966; Rietveld 1978, Şahin e Şen 1998, hanno sviluppato la stima della radiazione globale, diretta e diffusa a partire dal numero di ore di sole luminoso[18-23].

Tutti questi modelli utilizzano coefficienti che sono specifici del sito e/o dipendenti dal periodo medio considerato.

Questo limita la loro applicazione alle stazioni dove i valori dei coefficienti siano stati effettivamente predeterminati o, nella migliore delle ipotesi, per località di clima simile e per lo stesso periodo medio.

Hay (1979) riduce al minimo la dipendenza spaziale e temporale dei coefficienti incorporando gli effetti delle riflessioni multiple, ma la sua tecnica richiede dati di superficie e nuvolosità (albedo) [19].

Più recentemente, Suehrcke (2000) ha sostenuto che il rapporto tra la radiazione globale e la durata del soleggiamento è circa quadratico e quindi che le equazioni lineari (2.23) e (2.24) sono delle forme funzionali scorrette [16].

Solo pochi autori hanno considerato la relazione tra la durata del sole, la radiazione osservata e il potenziale fascio di radiazioni giornaliero a cielo sereno.

Suehrcke e Mc Cormick (1992) prima, hanno proposto la seguente relazione:

$$\frac{\overline{H}_b}{\overline{H}_{b,c}} = \frac{\overline{s}}{\overline{S}} \quad (2.25)$$

dove \overline{H}_b è la radiazione media mensile del fascio quotidiano sulla superficie orizzontale e \overline{H}_{cg} il potenziale medio mensile su base giornaliera della radiazione diretta su di un piano orizzontale a cielo sereno [14].

La stessa relazione è stata successivamente utilizzata per prevedere le prestazioni di un sistema solare per la produzione dell'acqua calda.

Hinrichsen (1994) ha impiegato l'eq. (2.23) per dare un senso fisico ai coefficienti c_2 e c_3 dell'eq. (2.24), mentre Suehrcke (2000) ha usato l'eq. (2.25) per arrivare alla sua relazione non lineare tra la radiazione globale e la durata del sole[16,24].

La stessa relazione sussiste per irradiazione ad incidenza normale.

$$\frac{\overline{H}_{bn}}{\overline{H}_{bnc}} = \frac{\overline{s}}{\overline{S}_c} \quad (2.26)$$

dove \overline{H}_{bn} è la radiazione ad incidenza normale media mensile di, \overline{H}_{bnc} è l'irradiazione media mensile normale a cielo sereno, \overline{S}_c è la lunghezza del giorno in media mensile modificato per tenere conto di quando il sole è sopra un angolo critico di elevazione solare [25].

Le eq. (2.25) e (2.26) esprimono il fatto che per un dato giorno il fascio di radiazione incidente su di una superficie (H_b o H_{bn}) è una frazione, s/S , di quello incidente a cielo sereno tutto il giorno.

In assenza di nuvole, \overline{H}_{bc} e \overline{H}_{bnc} sono funzioni di dispersione atmosferica e dei processi di assorbimento.

Le eq. (2.25) e (2.26) consentono di stimare il potenziale di irradiazione del fascio e non contengono coefficienti empirici.

Tuttavia, quando si usano queste equazioni per stimare il potenziale fascio di irradiazione è consigliabile un minimo periodo, mediamente un mese secondo le indicazioni di Gueymard (1993).

Il tempo medio è necessario in quanto il numero totale di ore di soleggiamento al giorno (s) non fornisce alcuna informazione sulle condizioni di cielo sereno durante una qualsiasi giornata.

Nelle eq. 2.25 e 2.26, dove si ipotizza che le condizioni di torbidità e le precipitazioni di acqua sono le stesse durante le giornate di cielo sereno o poco nuvoloso, le misurazioni di s devono essere accurate e la soglia di registrazione dell'irraggiamento solare costante e nota.

Riferimenti

- [1] Angström A (1924) Solar terrestrial radiation. QJR Meteorol Soc 50:121-126
- [2] Hoyt DV (1978) Percent of possible sunshine and total cloud cover. Mont Weather Rev 105:648-652
- [3] Perez R, Ineichen P, Seals R (1990) Modelling daylight availability and irradiance components from direct and global irradiance. Solar Energy 44:271
- [4] Gueymard CA (2003) The sun's total and spectral irradiance for solar energy application and solar radiation models. Solar Energy 76:423-453
- [5] Riferimento WMO 2003
- [6] Riferimento WMO 1962
- [7] Angus RC (1995) Illuminance models for the United Kingdom. PhD thesis, Napier University, Edinburgh
- [8] Kreider JF, Kreith F (1981) Solar Energy handbook. McGraw-Hill. New York
- [9] Drummond AJ (1965) Techniques for the measurement of solar and terrestrial radiation fluxes in plant biological research: a review with special reference to arid zone. Proc Montpiller Symp, UNESCO
- [10] Coulson KL (1975) Solar and terrestrial radiation. Accademic New York
- [11] Şen Z (2001a) Matematical modeling principles in engineering. Su Vakfi, Istanbul
- [12] Angström A (1929) On the atmospheric transmission of sun radiation and dust in the air. Geografiska Annaler 2:156-166
- [13] Prescott JA (1940) Evaporation from water surface in relation to solar radiation. TRans R Soc Austr 40:114-118
- [14] Suerhcke H, McCormick PG (1992) A performance prediction method for solar energy systems. Solar Energy 48:169-175

- [15] Page JK (1961) The estimation of monthly mean values of daily total short wave radiation on vertical and inclined surfaces from sunshine records for latitudes 40°N–40°S. In: Proceedings of United Nations conference on new resources of energy, Paper S/98, 4:378–380
- [16] Suerhcke H (2000) - On the relationship between duration of sunshine and solar radiation on the horizontal surface: Angstrom's equation revisited - *Solar Energy* 68:417-425
- [17] Gueymard C, Jindra P, Eatrada-Cajigai V (1995) A critical look at recent interpretations of the Angstrom approach and its future in global solar radiation prediction. *Solar Energy* 54:357-363
- [18] Ahmad FA, Burney SM, Husain SA (1991) Monthly average daily global beam and diffuse solar radiation and its correlation with hours of bright sunshine for Karachi, Pakistan. *Renew Energy* 1:115-118
- [19] Hay JE (1979) Calculation of monthly mean solar radiation for horizontal and inclined surface. *Solar Energy* 23:301-307
- [20] Iqbal M (1979) Correlation of average diffuse and beam radiation with hours of bright sunshine. *Solar Energy* 23:169-173
- [21] Lof GOG, Duffie JA, Smith CO (1966) World distribution of solar radiation. *Solar Energy* 10:27-37
- [22] Rietveld MR (1978) A new method for estimating the regression coefficients in the formula relating solar radiation to sunshine. *Agric Meteorol* 19:243-252
- [23] Sain AD e Sen Z (1998) Statistical analysis of the Angström formula coefficients and application for Turkey. *Solar Energy* 62:29-38
- [24] Hinrichsen K (1994) The Angström formula with coefficients having a physical meaning. *Solar Energy* 52:491-495
- [25] Gueymard C (1993) Mathematically integrable parametrization of clear sky beam and global irradiance and its use in daily irradiation applications. *Solar Energy* 50:385-389

Capitolo Terzo

La cella fotovoltaica.

Introduzione

La conoscenza della fisica dei semiconduttori è indispensabile per lo studio della cella fotovoltaica, il cui funzionamento è legato alla teoria quantistica dell'energia di Planck, all'effetto fotoelettrico di Einstein, alla teoria probabilistica di Fermi etc.

Lo sforzo dei ricercatori è volto a migliorare l'efficienza di conversione delle celle e all'utilizzo ottimale delle stesse alle diverse condizioni di esercizio.

Il problema superiore consiste nell'individuare dei modelli migliorativi ai fini della validazione sperimentale alle diverse condizioni operative di funzionamento.

Schokley ha proposto un circuito equivalente della cella fotovoltaica assunto universalmente quale modello di riferimento.

Tuttavia, in tale circuito non trovano posto i parametri differenziali della cella fotovoltaica R_{oc} ed R_{sc} e pertanto si cerca ancora di migliorare il modello.

3.1 Cenni storici.

Storicamente il primo a generare una corrente elettrica attraverso le radiazioni luminose fu Bequerel che nel 1839 notò che della corrente elettrica è generata durante alcune reazioni chimiche indotte dalla luce.

Si dovette attendere circa cinquant'anni prima che lo statunitense Charles Fritz mettesse a punto, nel 1883, la prima cella solare al selenio con una efficienza di conversione dell'1-2%.

Nel 1905 Albert Einstein pubblica la sua teoria sull'effetto fotoelettrico.

Ed ancora, negli anni quaranta la messa a punto del metodo Czochrasy per la produzione di silicio cristallino ad elevato grado di purezza consentì la realizzazione delle prime celle fotovoltaiche e nel 1963 la Sharp produsse i primi moduli fotovoltaici commerciali.

Durante i trascorsi cinquant'anni, gli sforzi della ricerca si sono rivolti ad aumentare l'efficienza di conversione dei dispositivi fotovoltaici attraverso l'impiego di nuovi materiali e di nuove tecnologie competitive con le altre emergenti.

Il materiale semiconduttore in assoluto più utilizzato per la costruzione dei moduli fotovoltaici è il silicio.

Il silicio monocristallino consente di ottenere un'efficienza del 16-17% ma presenta lo svantaggio del costo relativamente elevato e, in quanto tagliato da lingotti cilindrici, anche quello dello spreco di superficie captante a causa degli inevitabili spazi vuoti che si hanno fra i *wafers*.

Il silicio policristallino è più economico rispetto al monocristallino e presenta il vantaggio che si può tagliare in forme adatte ad assemblare dei moduli senza sprechi di superficie captante, ma l'efficienza scende al 15-16%.

3.2 Il fenomeno della conduzione nei semiconduttori.

In assenza di eccitazione termica, cioè alla temperatura corrispondente allo zero assoluto, ed in assenza di ogni eccitazione energetica da agenti esterni quali la luce, i raggi X, gli elettroni fortemente accelerati, etc., la banda di valenza dei semiconduttori della famiglia del carbonio è satura e quella di conduzione è completamente vuota.

In altre parole, tutti i legami di covalenza sono intatti. In queste condizioni, cioè nello stato normale, il cristallo è un perfetto dielettrico.

A temperature finite, l'atomo vibra attorno alla sua posizione normale nel reticolo e l'ampiezza di tale vibrazione aumenta con la temperatura.

Di conseguenza, i legami covalenti sono sollecitati e, talvolta, rotti. Quando questo avviene, un elettrone si libera ed occupa uno stato nella banda di conduzione lasciando uno stato libero nella banda di valenza ovvero uno spazio vuoto chiamato lacuna.

La lacuna ha le caratteristiche di una carica mobile positiva, ossia di un portatore che, a modo suo, può costituire il mezzo per un flusso di corrente.

La creazione di lacune e di elettroni si verifica in proporzioni uguali secondo il processo di *generazione termica dei portatori*.

Lo stato di eccitazione di un elettrone è di breve durata. Alla fine di tale periodo, che può essere definito il suo *tempo libero*, l'elettrone è soggetto ad una transizione che può portarlo ad un altro

stato nella banda di conduzione o ricondurlo ad uno stato vacante della banda di valenza.

Nel secondo caso, il tempo libero della lacuna ha fine simultaneamente.

La generazione termica dei portatori è un processo casuale e, in base ai principi fondamentali della fisica, non si può fare una previsione circa il comportamento di un particolare elettrone in un dato istante.

Vi sono tuttavia alcune leggi statistiche che permettono di prevedere con sicurezza il comportamento probabile degli elettroni; più precisamente, prevedere il numero medio di elettroni che probabilmente occuperanno la banda di conduzione ad una data temperatura.

3.3 Considerazioni statistiche.

La distribuzione degli stati dentro le varie bande di energia del semiconduttore può essere espressa come una funzione continua dell'energia.

In tal senso, si considera una funzione $N(E)$ che rappresenta la densità di stati (numero per unità di volume) per unità di energia.

Pertanto, la densità degli stati che hanno energie comprese tra i due livelli E ed $E + dE$ è:

$$dS = N(E)dE \quad (3.3.1)$$

La densità degli stati dentro una determinata banda di energia, i cui limiti inferiore e superiore sono rispettivamente E_1 ed E_2 si ottiene eseguendo un' integrazione.

$$S = \int_{E1}^{E2} N(E) dE \quad (3.3.2)$$

Estendendo l'integrazione alla banda di valenza del semiconduttore si ottiene il numero totale degli elettroni di valenza per unità di volume del cristallo in esame.

La funzione è una spezzata in presenza di un numero esiguo di stati e tende ad una curva continua al crescere indefinitamente degli stati.

Determinata la distribuzione degli stati nelle diverse bande, si pone il problema della probabilità che tali stati siano occupati.

La risposta a tale quesito è stata fornita da Fermi e da Dirac mediante una funzione in grado di fornire la percentuale media degli stati al livello energetico E occupati in condizioni di equilibrio termico.

Laddove la densità degli stati è molto grande, le fluttuazioni statistiche sono meno importanti e la probabilità è molto più prossima alla certezza.

La funzione di Fermi-Dirac è espressa come segue:

$$f = \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{E - E_F}{kT}\right]} \quad (3.3.3)$$

dove:

E_F è il livello energetico di Fermi che deve essere valutato per un particolare cristallo ad una particolare temperatura;

k è la costante di *Boltzman*, pari a $1.38 \times 10^{-16} \left[\frac{\text{erg}}{^\circ\text{K}} \right]$;

T è la temperatura assoluta, in $^\circ\text{K}$.

Dalla formula di *Fermi-Dirac* si nota che per $T = 0$, la funzione di distribuzione assume la forma degenera per cui il suo valore è uno per $E < E_F$ ed è invece zero per $E > E_F$.

Ciò è rappresentato da una linea spezzata ed è chiaro che se la funzione deve correttamente esprimere il fatto che la banda di valenza è piena e quella di conduzione è vuota nello stato normale E_F deve cadere in qualche punto tra E_v ed E_c .

Il livello di Fermi ha il significato di massima energia possibile per un elettrone in un dato cristallo alla temperatura dello zero assoluto.

3.4 - L'effetto fotovoltaico.

La cella fotovoltaica connessa ad un carico ohmico è elettricamente rappresentabile come in fig.3.1.

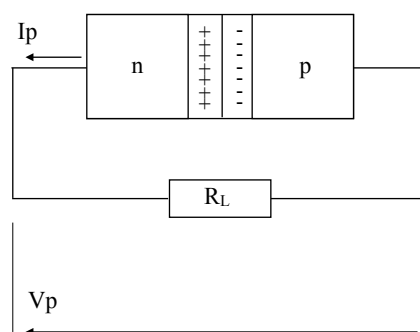


Fig.3.1 La giunzione fotovoltaica

L'effetto fotovoltaico si manifesta allorché un elettrone della zona n , colpito dai fotoni della radiazione solare, acquista l'energia necessaria per passare dalla banda di valenza a quella di conduzione e costituire attraverso la resistenza di carico R_L una corrente elettrica per andare ad occupare un posto vuoto della zona p .

L'andamento della corrente in funzione della tensione di una cella fotovoltaica, a temperatura ed irraggiamento costanti, è riportato nella fig.3.2.

La corrente erogata dal dispositivo varia in funzione della d.d.p. disponibile ai morsetti con legge esponenziale decrescente, partendo dalla massima corrente teoricamente erogabile in condizioni di cortocircuito fino ad azzerarsi in corrispondenza del punto di funzionamento a vuoto.

La caratteristica si può considerare composta da due tratti, uno compreso tra i punti estremi di funzionamento in corto-circuito e alla massima potenza e un secondo tratto compreso tra i punti estremi di funzionamento alla massima potenza e a vuoto.

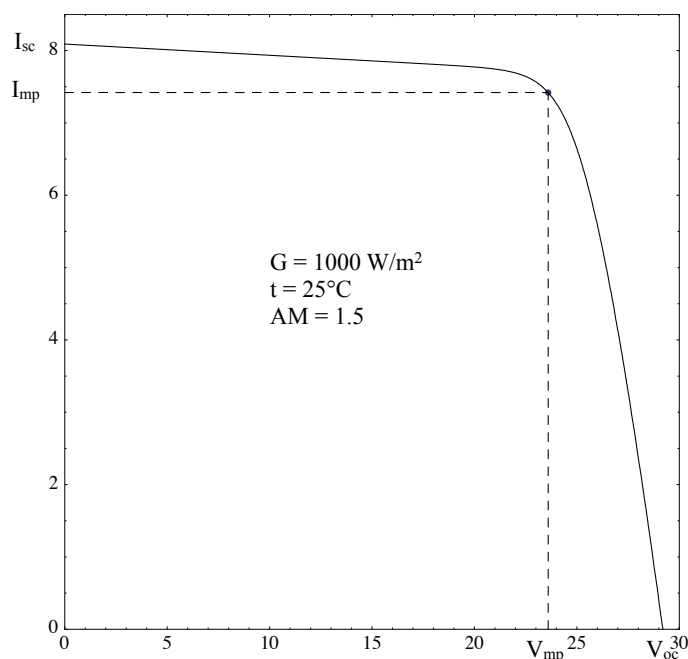


Fig.3.2 Caratteristica I-V di una cella fotovoltaica a temperatura e irraggiamento costanti.

Il punto di funzionamento corrispondente all'erogazione della massima potenza è caratterizzato da una tensione V_{mp} determinata dalla circolazione nel carico $R_{L,mp}$ di una corrente I_{mp} .

Al fine di ottenere il massimo rendimento, il dispositivo deve lavorare erogando la massima potenza realizzando l'adattamento ottimale con una resistenza $R_{L,mp}$ il cui valore ohmico è dato dalla relazione (3.4.3).

Durante il funzionamento a vuoto la barriera di potenziale della giunzione è tale da non consentire alcuna circolazione di corrente.

Non appena la cella è collegata elettricamente ad un carico ohmico, la circolazione della corrente determina una d.d.p ai capi della cella fotovoltaica che determina un abbassamento della barriera di potenziale.

Nel primo tratto, dove le correnti si mantengono molto prossime alla corrente di corto-circuito, ad incrementi modesti della resistenza di carico corrispondono incrementi consistenti della d.d.p. della cella fino a raggiungere la V_{mp} cui corrisponde la massima potenza alla corrente I_{mp} .

Oltre il punto di funzionamento alla massima potenza, per registrare ulteriori incrementi della tensione della cella occorre incrementare di molto la resistenza di carico, con la conseguenza che la corrente della cella decresce molto rapidamente e la potenza segue la stessa sorte fino ad annullarsi del tutto in corrispondenza del punto di funzionamento a vuoto.

$$R_{L,mp} = \frac{V_{mp}}{I_{mp}} \quad (3.4.1)$$

3.5 Il circuito equivalente della cella fotovoltaica.

La cella fotovoltaica è fondamentalmente costituita da una giunzione che durante il proprio funzionamento risulta polarizzata inversamente.

Pertanto, la caratteristica di funzionamento della cella fotovoltaica rispetto a quella della giunzione a semiconduttore risulta ribaltata rispetto all'asse delle tensioni.

Dal punto di vista circuitale, quindi, la cella fotovoltaica potrebbe essere rappresentata da un generatore la cui corrente

fotovoltaica I_{ph} segua, in funzione della tensione, una legge simile a quella di apparizione dei portatori.

Poiché tale legge è legata a quella che definisce la corrente di un diodo in funzione della d.d.p. applicata ai suoi morsetti, il circuito equivalente di una cella fotovoltaica ideale si può ritenere costituito da un generatore ideale di corrente con in parallelo un diodo ideale [1].

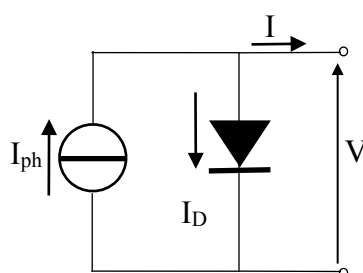


Fig. 3.3 - Circuito elettrico equivalente della cella fotovoltaica ideale modello a 4 parametri.

L'equazione associata a tale circuito è dovuta a Shockley [1]:

$$I = I_{ph} - I_0 \left[\exp\left(\frac{V}{nT}\right) - 1 \right] \quad (3.4.2)$$

$$I = I_{ph} + I_0 - I_0 \exp\left(\frac{V}{nT}\right) \quad (3.4.3)$$

L'equazione (3.4.3) mostra che la corrente fotovoltaica I_{ph} risulta incrementata della corrente inversa di saturazione della cella I_0 ,

e che l'aliquota di corrente drenata a massa attraverso il materiale semiconduttore, pari ad $I_0 \exp(V/nT)$, è inversamente proporzionale alla temperatura della giunzione.

In tale circuito (Fig.3.3) la corrente fotovoltaica è direttamente proporzionale all'energia specifica che colpisce la cella in W/m^2 e dipende dalla temperatura della cella stessa.

Tuttavia, come in tutti i circuiti reali, occorre tenere conto delle perdite dovute alle correnti che prima di essere erogate si disperdono verso massa.

Inoltre, occorre anche tenere conto delle inevitabili cadute di tensione dovute all'attraversamento dei conduttori da parte della corrente cui consegue un abbassamento della tensione generata rispetto a quella disponibile a vuoto.

In entrambi i casi, si ha una perdita di potenza che da un punto di vista puramente elettrico deve tradursi in una dissipazione di potenza.

Le cadute di tensione, dovute alla circolazione della corrente fotovoltaica, che producono le perdite per dissipazione di potenza e l'abbassamento della tensione di funzionamento a vuoto, possono essere rappresentate elettricamente da una resistenza posta in serie.

Introducendo, quindi, una resistenza in serie nel circuito di fig. 3.3 si ottiene il modello a quattro parametri noto in letteratura e rappresentato in fig.3.4.

L'equazione (3.3.2) diviene allora:

$$I = I_{ph} + I_0 - I_0 \exp\left(\frac{V + R_s I}{nT}\right) \quad (3.4.3)$$

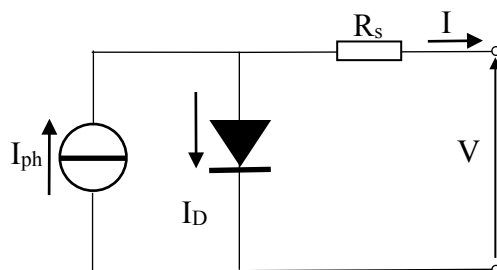


Fig. 3.4 - Circuito elettrico equivalente a 4 parametri della cella fotovoltaica.

La perdita di potenza dovuta all'aliquota della corrente fotovoltaica che drena verso massa può essere realisticamente rappresentata introducendo un componente in parallelo sia al generatore ideale di corrente che allo stesso diodo ideale.

Introducendo una resistenza di shunt R_{sh} nel circuito del modello a quattro parametri si ottiene il circuito visibile in fig.3.4, che presenta ben cinque parametri incogniti ma che da un punto di vista fisico descrive meglio il comportamento della cella.

$$I = I_{ph} + I_0 - I_0 \exp\left(\frac{V + R_s I}{nT}\right) - \frac{V + R_s I}{R_{sh}} \quad (3.4.4)$$

il termine $(V + R_s I)/R_{sh}$ tiene conto del drenaggio di corrente verso massa dovuto alle correnti di dispersione che dai contatti superficiali superiori scaricano verso massa.

I cinque parametri incogniti sono: I_{ph} , I_0 , n , R_s ed R_{sh} .

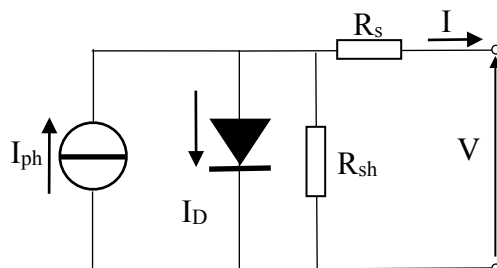


Fig. 3.4 - Circuito elettrico equivalente a 5 parametri della cella fotovoltaica.

Secondo Wolf, poiché nella cella fotovoltaica i catodi sono ricavati da due strisce di deposizioni metalliche distinte e la corrente compie due percorsi diversi all'interno del semiconduttore, occorre aggiungere un ulteriore diodo in parallelo a quello già presente nel circuito a cinque parametri, ottenendo il circuito a sette parametri, mostrato in fig.3.5 [2].

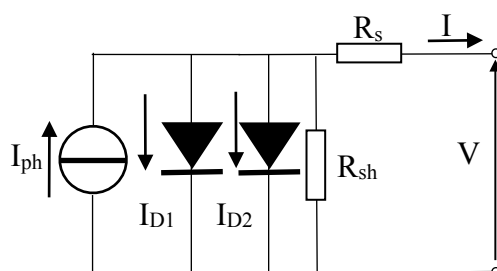


Fig. 3.5 - Circuito elettrico equivalente a 7 parametri della cella fotovoltaica.

I due diodi non sono identici ma presentano correnti inverse di saturazione diverse e coefficienti di idealità pure diversi.

In tal modo si hanno da calcolare i sette parametri: I_{ph} , I_{01} , I_{02} , n_1 , n_2 , R_s ed R_{sh} .

L'applicazione del principio di *Kirchhoff* al circuito di fig.3.5 produce la relativa equazione che fornisce la corrente erogata dalla cella fotovoltaica in funzione dei sette parametri (3.4.5).

$$I = I_{ph} - I_{01} \left[\exp\left(\frac{V + R_s I}{n_1 T}\right) - 1 \right] - I_{02} \left[\exp\left(\frac{V + R_s I}{n_2 T}\right) - 1 \right] - \frac{V + R_s I}{R_{sh}} \quad (3.4.5)$$

Tale circuito, rispetto a quello a cinque parametri, offre sicuramente una simulazione migliore del funzionamento della cella.

Spesso si utilizza l'equazione (3.4.5) considerando $n_1 = n_2 = n$, il che equivale a considerare una cella fisicamente omogenea ed isotropa.

In tal caso, il problema si riduce al calcolo di sei parametri secondo l'equazione riformulata:

$$I = I_{ph} - (I_{01} + I_{02}) \left[\exp\left(\frac{V + R_s I}{n T}\right) - 1 \right] - \frac{V + R_s I}{R_{sh}} \quad (3.4.6)$$

e si parla di circuito equivalente a sei parametri.

3.6 Caratteristiche di funzionamento dei dispositivi fotovoltaici.

Le prestazioni di un dispositivo fotovoltaico, oltre a dipendere dall'efficienza legata alle tecnologie costruttive, dipendono anche dai fenomeni di scambio termico con l'ambiente esterno.

I circuiti elettrici equivalenti della cella fotovoltaica consentono di descrivere bene l'aspetto elettrico mentre, per quanto riguarda i fenomeni termici occorre integrarli con delle equazioni di natura empirica ricavate sulla base dello studio del comportamento dei parametri circuitali e delle grandezze fisiche che intervengono al variare della temperatura della cella ovvero al variare della temperatura ambiente.

L'energia in eccesso, non impiegata ai fini della conversione fotovoltaica, è ceduta all'ambiente esterno sotto forma di calore con l'inerzia termica propria del sistema.

Ciò causa un innalzamento della temperatura delle celle fotovoltaiche che determina una riduzione dell'efficienza di conversione.

La tecnologia del fotovoltaico è volta a ridurre le perdite in modo da aumentare l'efficienza di conversione.

In tal senso i ricercatori sperimentano nuove tecnologie per aumentare l'efficienza di captazione dei raggi solari e ridurre l'inerzia termica dei sistemi fotovoltaici.

Le caratteristiche di funzionamento di un dispositivo fotovoltaico, generalmente fornite dai costruttori, riportano l'andamento della corrente erogata dai dispositivi in funzione della d.d.p. disponibile ai loro morsetti.

L'influenza della temperatura sulle caratteristiche di funzionamento dei dispositivi fotovoltaici si traduce in un innalzamento della curva caratteristica relativamente al primo tratto e

in uno spostamento verso sinistra relativamente al secondo tratto come mostrato in fig.3.6.

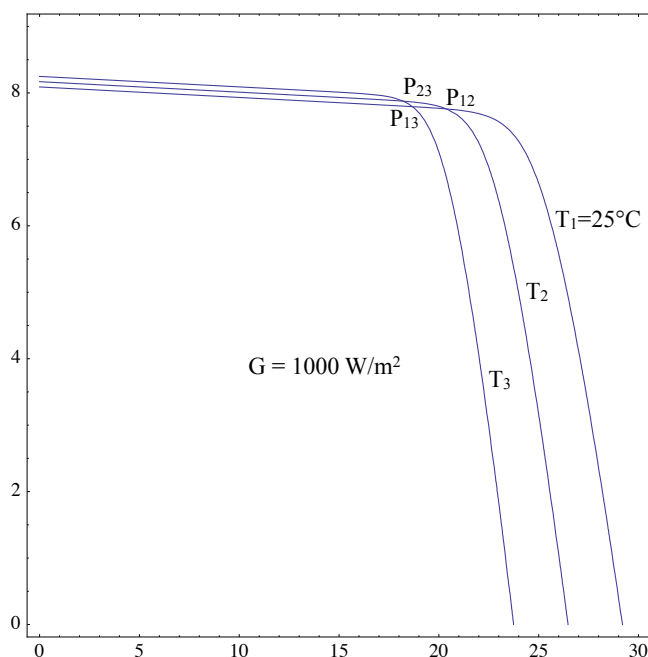


Fig.3.7 Caratteristiche $I-V$ ad irraggiamento costante di una cella fotovoltaica al variare della temperatura.

A parità di irraggiamento solare, l'aumento della temperatura delle celle da T_1 a T_2 comporta una maggiore agitazione termica dei portatori di carica che divengono più disponibili, a parità di potenziale, ad oltrepassare la banda proibita per giungere nella banda di conduzione con conseguente aumento della concentrazione degli stessi portatori, il che si traduce in un innalzamento della curva caratteristica.

L'aumento della temperatura, ad irraggiamento costante, si traduce quindi, a parità di d.d.p., in una diminuzione del band-gap cioè in un decremento delle relative differenze di potenziale necessarie affinché si abbia spostamento di cariche con circolazione di corrente sul carico, il che si traduce in uno spostamento verso sinistra della curva caratteristica.

Tale effetto si verifica entro un certo valore di d.d.p. esistente ai morsetti della cella fotovoltaica che denotiamo V^* ed a cui corrisponde una corrente circolante sul carico pari a I^* .

Oltre il valore V^* , in dipendenza del carico applicato, l'aumento della corrente dovuto all'agitazione termica dei portatori di carica è meno importante rispetto alla diminuzione della corrente dovuta alla presenza di una d.d.p. maggiore, che determina un innalzamento del band-gap con conseguente decremento di corrente.

In corrispondenza del un punto di inversione $P^*(V^*, I^*)$ i due effetti si annullano a vicenda e il dispositivo non risente affatto della variazione di temperatura $T_2 - T_1$.

Un aumento ulteriore di temperatura fa sì che la curva trasli ulteriormente verso l'alto e verso sinistra individuando una nuova posizione del punto di P^* .

Infatti, come si vede dalla fig.3.7, al variare della temperatura da $T_1 = T_r = 25^\circ\text{C}$ a T_2 le curve caratteristiche relative si intersecano in un punto $P_{12}(V_{12}, I_{12})$ che, appartenendo ad entrambe, è un punto di funzionamento invariante con la temperatura.

La curva relativa ad una temperatura intermedia T_2 tale che $T_1 < T_2 < T_3$ si interseca con le curve relative alle due temperature T_1 e T_3 in due punti distinti.

Imponendo il passaggio dell'equazione generale del circuito equivalente a 5 parametri della cella fotovoltaica per il punto P_{12} di intersezione delle curve si ottengono i seguenti sistemi di equazioni:

$$\begin{cases} I_{12} = I_{ph1} - I_{01} \left[\exp\left(\frac{V_{12} + R_{s1}I_{12}}{nT_1}\right) - 1 \right] - \frac{V_{12} + R_{s1}I_{12}}{R_{sh1}} \\ I_{12} = I_{ph2} - I_{02} \left[\exp\left(\frac{V_{12} + R_{s2}I_{12}}{nT_2}\right) - 1 \right] - \frac{V_{12} + R_{s2}I_{12}}{R_{sh2}} \end{cases} \quad (3.4.7.)$$

$$\begin{cases} I_{23} = I_{ph2} - I_{02} \left[\exp\left(\frac{V_{23} + R_{s2}I_{23}}{nT_2}\right) - 1 \right] - \frac{V_{23} + R_{s2}I_{23}}{R_{sh2}} \\ I_{23} = I_{ph3} - I_{03} \left[\exp\left(\frac{V_{23} + R_{s3}I_{23}}{nT_3}\right) - 1 \right] - \frac{V_{23} + R_{s3}I_{23}}{R_{sh3}} \end{cases} \quad (3.4.8)$$

$$\begin{cases} I_{13} = I_{ph1} - I_{01} \left[\exp\left(\frac{V_{13} + R_{s1}I_{13}}{nT_1}\right) - 1 \right] - \frac{V_{13} + R_{s1}I_{13}}{R_{sh1}} \\ I_{13} = I_{ph3} - I_{03} \left[\exp\left(\frac{V_{13} + R_{s3}I_{13}}{nT_3}\right) - 1 \right] - \frac{V_{13} + R_{s3}I_{13}}{R_{sh3}} \end{cases} \quad (3.4.9)$$

Considerando altre curve relative ad altri valori di temperatura si possono scrivere altri sistemi.

In generale, la curva relativa alla temperatura di riferimento avrà in comune i propri punti con i singoli punti delle curve a temperature diverse rispetto alla temperatura di riferimento.

Inoltre, si osserva che le derivate della corrente rispetto alla temperatura variano passando da T_1 a T_2 .

$$\left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{R_{12}, T_1} \neq \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{R_{12}, T_2} \quad (3.4.10)$$

L'aumento dell'irraggiamento, a temperatura costante, influisce sulla curva caratteristica trasladola verso l'alto o, viceversa, verso il basso e spostandola verso sinistra.

Le curve a temperatura costante, relative ad irraggiamenti diversi, invece non si intersecano in alcun punto fig.3.8.

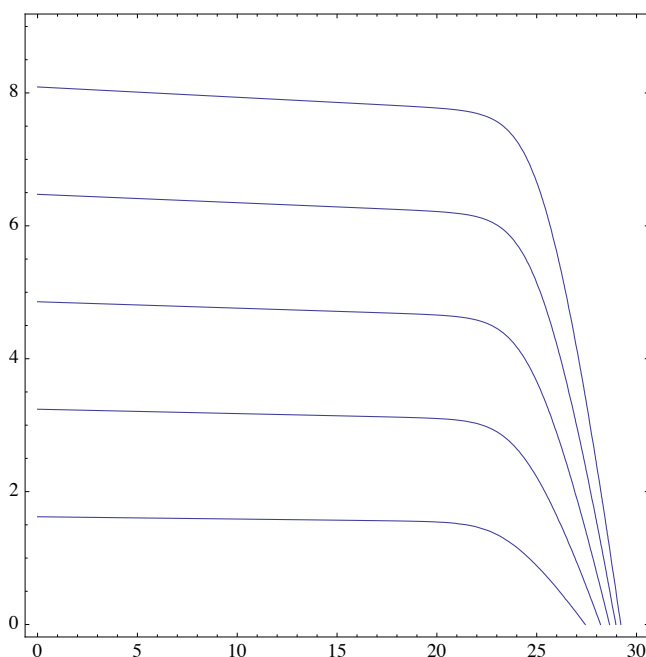


Fig.3.8 Caratteristiche $I-V$ a temperatura costante e irraggiamento variabile, della cella fotovoltaica.

A parità di temperatura delle celle, un decremento della radiazione solare incidente determina un conseguente decremento della corrente generata che si traduce in una traslazione verso il basso delle caratteristiche.

Inoltre, al decremento della corrente corrisponde anche un modesto decremento del *band-gap* che si traduce in un corrispondente decremento della tensione di funzionamento a vuoto, pertanto si ha la relazione (3.4.11)

$$V_{oc} = V_{oc.ref} - V_{oc}(G) \quad (3.4.11)$$

L'andamento della tensione $V_{oc}(G)$ si può determinare sperimentalmente attraverso delle misure della tensione di funzionamento a vuoto al variare dell'irraggiamento, mantenendo la temperatura della cella costante.

La corrente generata da un dispositivo fotovoltaico dipende dall'irraggiamento in W/m^2 incidente sulla superficie di captazione e dalla temperatura delle celle ma soprattutto dalla resistenza di carico che ne limita la circolazione.

La resistenza di carico dovrebbe essere adeguata alla corrente che il dispositivo può generare in un determinato istante ed è controproducente avere $1000 W/m^2$ di radiazione solare incidente se poi la resistenza di carico non lascia circolare l'intera corrente erogabile ma la limita ad una piccola parte causando il surriscaldamento delle celle che dissipano, in tal modo, la maggior parte dell'energia solare sotto forma di calore ceduto all'ambiente esterno.

La potenza erogata dal dispositivo fotovoltaico è pari al prodotto del quadrato della corrente erogata per la resistenza ohmica del carico.

$$P = R_L \cdot I^2 \quad (3.4.7)$$

Mentre la potenza decresce linearmente con la resistenza, la stessa aumenta con legge quadratica in funzione della corrente.

Tuttavia, la resistenza di carico può essere diminuita entro certi limiti altrimenti si ottiene l'effetto contrario, in altri termini si hanno dei punti di inversione della tendenza ad accumulare energia sotto forma di calore o a produrre energia elettrica.

La cella, inoltre, in condizioni di buio presenta una resistenza propria che si aggiunge alla resistenza del carico elettrico contribuendo

a limitare la generazione della corrente e a produrre surriscaldamenti ulteriori della cella stessa con conseguente accumulo di calore dovuto all'inerzia termica propria del sistema.

Alla luce di quanto sopra, lo studio dell'erogazione della potenza del dispositivo fotovoltaico in funzione sia della resistenza di carico che della temperatura delle celle è importante per capire come caricare un pannello per massimizzare la potenza erogata nelle diverse ore del giorno cercando di instaurare una condizione di funzionamento stabile cioè termicamente controllabile.

In particolare, occorre valutare se conviene regolare il valore ohmico del carico applicato per ottenere la massima potenza senza preoccuparsi del surriscaldamento del pannello oppure erogare istantaneamente meno potenza mantenendosi ad un livello medio ed avere sotto controllo la temperatura delle celle.

Riferimenti

- [1] Shockley W (1950) Electrons and holes in semiconductors, Van Nostrand New York
- [2] Wolf M, Rauschenbach H. (1963) Series resistance effects on solar cell measurements, *Advanced Energy Conversion* 3:455-479

Capitolo quarto

Modelli di simulazione del comportamento elettrico di un dispositivo fotovoltaico basati sul calcolo approssimato alle condizioni standard di riferimento dei parametri del circuito equivalente della cella fotovoltaica.

Introduzione

Attualmente, i costruttori di dispositivi fotovoltaici forniscono i punti estremi di funzionamento e le caratteristiche (I,V) alle condizioni standard di riferimento.

Tali dati sono da ritenere assolutamente attendibili poiché vengono valutati sottoponendo i dispositivi ad opportune misure in laboratori specializzati, mantenendo costanti l'irraggiamento e la temperatura della cella.

I principali metodi di risoluzione attualmente noti per il calcolo dei parametri del modello alle condizioni di riferimento standard si basano sulla conoscenza preliminare delle pendenze della caratteristica in corrispondenza dei punti estremi di funzionamento a vuoto e in corto circuito, quindi sulla conoscenza della relativa curva caratteristica [1-5].

La valutazione di tali pendenze avviene graficamente dalla caratteristica (I,V) ovvero attraverso delle misure di laboratorio dedicate.

I problemi che si possono riscontrare, applicando le equazioni attualmente disponibili, sono in parte dovuti alla scarsa precisione con cui si valutano le derivate parziali della corrente rispetto alla tensione nei punti di lavoro estremi del dispositivo a vuoto e in corto-circuito [1-5].

Sostituendo nell'equazione principale del modello i parametri calcolati con i vari metodi, si ottengono delle curve (I,V) che si discostano da quelle effettive fornite dai costruttori, sia per quanto riguarda i reali punti estremi di funzionamento - con particolare riguardo al punto di massima potenza - sia perché le pendenze della caratteristica simulata differiscono da quelle della caratteristica reale [1-5].

La non rispondenza delle curve simulate con quelle effettive fornite dai costruttori, per quanto concerne le pendenze, è sicuramente da attribuire ad errate valutazioni di R_{oc} ed R_{sc} e tale fatto si ripercuote anche nel calcolo degli altri parametri del modello R_s , R_{sh} , n , I_0 e I_{ph} .

Anche fornendo i valori corretti di R_{oc} ed R_{sc} , le equazioni proposte per il calcolo dei cinque parametri circuitali del modello equivalente del dispositivo fotovoltaico forniscono valori approssimati; infatti, sostituendo gli stessi nell'equazione principale del modello non si riesce ad ottenere i dati di partenza e quindi i punti estremi di funzionamento forniti dal costruttore [1-5].

A carico uno degli errori è quello di non considerare la resistenza di carico nell'equazione principale del modello ottenendo dei valori di corrente errati [1-5].

4.1 I Metodi numerici.

Il calcolo dei parametri circuitali dei modelli proposti del dispositivo fotovoltaico comportano, per la presenza del diodo, la risoluzione di sistemi di equazioni implicite e trascendenti impiegando metodi numerici di convergenza alla soluzione cercata.

4.1.2 Lo stato dell'arte.

Attualmente, la ricerca nel campo della modellistica del dispositivo fotovoltaico si è quasi consolidata a modelli ormai obsoleti.

I problemi di ricerca delle soluzioni analitiche dei modelli sia a quattro che a cinque parametri sono stati da sempre considerati improponibili e si è preferito ricorrere ai metodi numerici che tuttavia hanno dato, con i limiti connessi alla ricerca delle soluzioni di equazioni trascendenti a più zeri, risultati ingegneristicamente accettabili.

Gli algoritmi risolutivi dei modelli circuitali a quattro ed a cinque parametri, maggiormente impiegati, sono ad oggi quelli dovuti alle ricerche condotte da *Celik et al.* e da *De Blas et al.*

Tali algoritmi consistono, preliminarmente, nel calcolo dei parametri circuitali del modello alle condizioni standard di riferimento e successivamente nel proiettare le soluzioni alle condizioni operative di funzionamento del dispositivo.

4.2 Il metodo di *Kou et al.*

L'equazione che descrive il funzionamento del circuito equivalente a quattro parametri del dispositivo fotovoltaico è la (4.2.1).

$$I = I_{ph} - I_0 \left[\exp \left(\frac{V + R_s I}{mV_t} \right) - 1 \right] \quad (4.2.1)$$

Il metodo per calcolare i quattro parametri richiesti prescinde dalla conoscenza preliminare dei parametri resistivi rappresentativi delle pendenze della caratteristiche in corrispondenza dei punti estremi di funzionamento del dispositivo.

Il prodotto mV_t viene considerato un unico parametro e denotato con a :

$$a = mV_t \quad (4.2.2)$$

L'approssimazione sulla quale si basa il calcolo della soluzione è quella secondo la quale la corrente di corto - circuito è pari alla intera corrente prodotta per effetto fotovoltaico trascurando la corrente di drenaggio verso massa.

$$I_{sc} = I_{ph} \quad (4.2.3)$$

Le equazioni utilizzate per il calcolo dei parametri del circuito equivalente alle condizioni standard di riferimento impiegando i relativi dati forniti dal costruttore sono riportate di seguito.

$$a_{ref} = \frac{\mu_{V_{oc}} T_{C,ref} - V_{oc,ref} + E_g N_s}{\frac{T_{C,ref} \mu_{I_{sc}} - 3}{I_{L,ref}}} \quad (4.2.4)$$

$$I_{0,ref} = \frac{I_{ph,ref}}{\exp\left(\frac{V_{oc,ref}}{a_{ref}}\right) - 1} \quad (4.2.5)$$

$$R_{s,ref} = \frac{a_{ref} \ln\left(1 - \frac{I_{mp,ref}}{I_{ph,ref}}\right) - V_{mp,ref} + V_{oc,ref}}{I_{mp,ref}} \quad (4.2.6)$$

Dove E_g è il gap di energia in eV del silicio ed N_s rappresenta il numero di celle collegate in serie per formare un modulo.

I parametri della cella alle condizioni operative di temperatura ed irraggiamento si calcolano con le relazioni seguenti:

$$I_{ph} = \left(\frac{G}{G_{ref}}\right) \left[I_{ph,ref} + \mu_{I_{sc}} (T_C - T_{C,ref}) \right] \quad (4.2.7)$$

$$I_0 = I_{0,ref} \left(\frac{T_C}{T_{C,ref}}\right)^3 \exp\left[\left(\frac{E_g N_s}{a}\right) \left(1 - \frac{T_C}{T_{C,ref}}\right)\right] \quad (4.2.8)$$

$$R_s = R_{s,ref} \quad (4.2.9)$$

$$a = a_{ref} \frac{T_C}{T_{C,ref}} \quad (4.2.10)$$

La corrente I_{ph} secondo la relazione (4.2.7) varia sia per effetto della temperatura che dell'irraggiamento.

La corrente I_0 , invece, si ritiene che possa variare solo per effetto della temperatura e che si mantenga costante al variare dell'irraggiamento della cella.

L'equazione (4.2.9) mette in evidenza come la R_s venga ritenuta costante al variare della temperatura e dell'irraggiamento della cella e pari al valore di riferimento $R_{s,ref}$.

L'equazione (4.2.10) consente la variazione del parametro a solo per effetto della temperatura e lo ritiene costante al variare dell'irraggiamento.

Kou et al. non hanno previsto equazioni per descrivere la variazione delle grandezze elettriche rappresentative dei punti estremi di funzionamento della cella al variare delle condizioni operative di funzionamento ed hanno aggirato l'ostacolo proponendo delle relazioni che al variare delle condizioni operative di funzionamento della cella non contengono V_{oc} , V_{mp} , I_{sc} , I_{mp} .

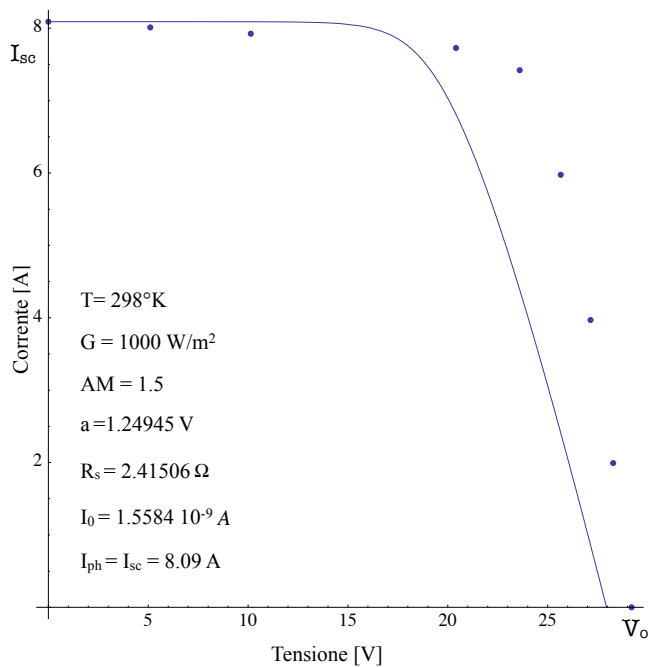


Fig. 4.1 Confronto Kou et al - Kyoicera

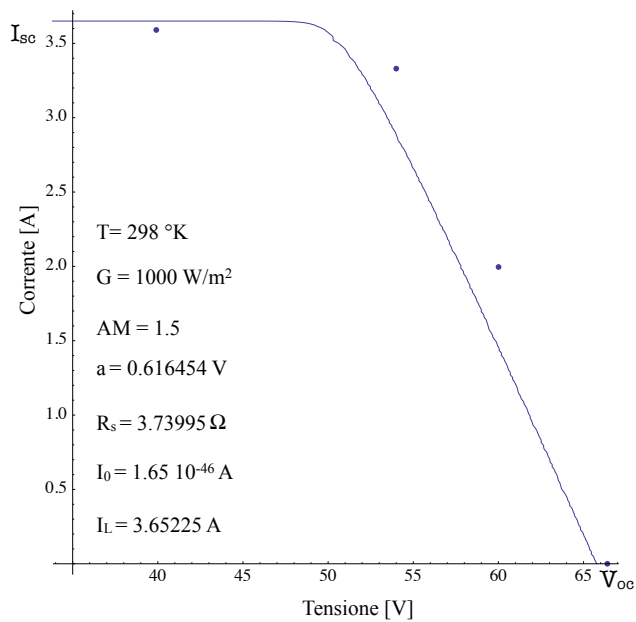


Fig. 4.2 Confronto Kou et Al - Sanyo HIP-180BA19

4.3 Il metodo di Celik et al.

L'equazione che descrive il funzionamento del circuito equivalente a cinque parametri della cella fotovoltaica deriva dall'applicazione del primo principio di *Kirchhoff*:

$$I = I_{ph} - I_0 \left[\exp\left(\frac{V + R_s I}{mV_t}\right) - 1 \right] - \frac{V + R_s I}{R_{sh}} \quad (4.3.1)$$

Il metodo di calcolo dei cinque parametri incogniti si basa sulla conoscenza preliminare dei reciproci delle pendenze in corrispondenza dei punti estremi di funzionamento del dispositivo a circuito aperto ed in corto-circuito.

$$R_{so} = -\left(\frac{\partial V}{\partial I}\right)_{V=V_{oc}} \quad (4.3.2)$$

$$R_{sho} = -\left(\frac{\partial V}{\partial I}\right)_{I=I_{sc}} \quad (4.3.3)$$

Le equazioni proposte per il calcolo dei parametri incogniti sono le seguenti:

$$I_{ph} = I_{sc} \left(1 + \frac{R_s}{R_{sh}} \right) + I_0 \left[\exp\left(\frac{R_s I_{sc}}{mV_t}\right) - 1 \right] \quad (4.3.4)$$

$$I_0 = \left(I_{sc} - \frac{V_{oc}}{R_{sh}} \right) \exp \left(-\frac{V_{oc}}{mV_t} \right) \quad (4.3.5)$$

$$R_s = R_{so} - \left[\frac{mV_t}{I_0} \exp \left(-\frac{V_{oc}}{mV_t} \right) \right] \quad (4.3.6)$$

$$R_{sh} = R_{sho} \quad (4.3.7)$$

$$m = \frac{V_{mp} + R_{so} I_{mp} - V_{oc}}{V_t \left[\ln \left(I_{sc} - \frac{V_{mp}}{R_{sh}} - I_{mp} \right) - \ln \left(I_{sc} - \frac{V_{oc}}{R_{sh}} \right) + \frac{I_{mp}}{I_{sc} - \frac{V_{oc}}{R_{sh}}} \right]} \quad (4.3.8)$$

Alle condizioni operative di temperatura ed irraggiamento di funzionamento del dispositivo occorre considerare le relazioni:

$$I_{sc} = I_{sc,ref} \left(\frac{G}{G_{ref}} \right) + \mu_{I_{sc}} (T_C - T_{C,ref}) \quad (4.3.9)$$

$$V_{oc} = V_{oc,ref} + mV_t \ln\left(\frac{G}{G_{ref}}\right) + \mu_{V_{oc}}(T_C - T_{C,ref}) \quad (4.3.10)$$

che tengono conto delle relative variazioni di V_{oc} ed I_{sc} .

Sostituendo la (4.3.9) e la (4.3.10) si ottengono i valori dei parametri del circuito alle diverse condizioni operative di funzionamento.

La relazione (4.3.7) mette in evidenza come il valore della R_{sh} venga ritenuto costante al variare sia della temperatura che dell'irraggiamento della cella e pari al valore di riferimento R_{sho} .

L'equazione (4.3.8), dal momento che *Celik et al.* non hanno previsto delle relazioni descrittive degli andamenti della V_{mp} e della I_{mp} al variare delle condizioni operative di funzionamento, sembrerebbe utilizzare i valori di riferimento $V_{mp,ref}$ e $I_{mp,ref}$.

Le figure 4.3.1 e 4.3.2 riportano gli andamenti delle caratteristiche di riferimento standard di alcuni pannelli, tracciati impiegando le relazioni proposte da *Celik et al.* a partire dai valori di R_{so} ed R_{sho} calcolati impiegando altri metodi [5].

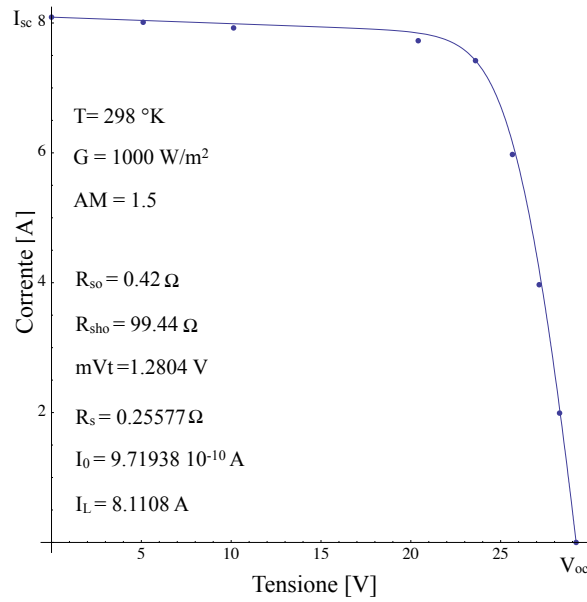


Fig. 4.3 Confronto Celik et Al - Kyocera KC175GHT-2

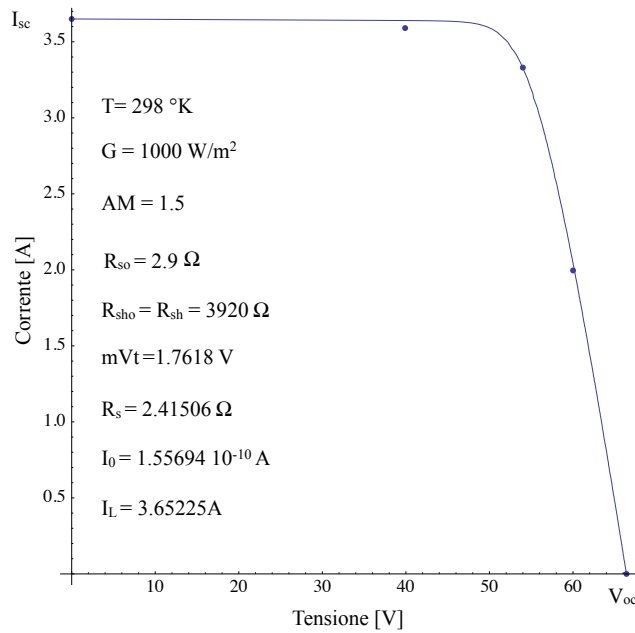


Fig. 4.4 Confronto Celik et Al - Sanyo HIP-180BA19

4.3.1 Limiti del metodo di Celik et al.

La soluzione proposta da *Celik et al.* sia per i circuiti equivalenti a quattro che per quelli a cinque parametri si basa su alcune ipotesi di natura semplificativa.

La necessità di eliminare il termine contenente l'esponenziale dalle equazioni del sistema si traduce nella conoscenza puntuale delle derivate prime della corrente rispetto alla tensione in corrispondenza dei punti di funzionamento considerati.

La metodologia di valutazione di tali derivate, non viene descritta nel metodo poiché le stesse vengono considerate note.

In effetti, sarebbe possibile fare una valutazione di tipo grafico ma in tal caso si avrebbero degli errori di tipo qualitativo dovuti alla scarsa precisione delle curve tracciate e di tipo oggettivo legati alle valutazioni dell'operatore.

L'altro modo potrebbe essere quello di effettuare delle misure specifiche in laboratori opportunamente attrezzati.

Il primo handicap dei metodi proposti da *Celik et al.* è quindi legato all'errore commesso nel valutare le derivate che inevitabilmente si propaga a tutto l'algoritmo di calcolo, con la conseguenza che i valori dei parametri calcolati differiscono notevolmente dai valori esatti e gli andamenti caratteristici si discostano più o meno notevolmente da quelli forniti dal costruttore sia per le pendenze che in corrispondenza dei punti di funzionamento estremi del dispositivo.

4.4 Il metodo di Lo Brano et al.

Lo Brano et al hanno proposto un nuovo modello a cinque parametri descrittivo della caratteristica I-V di un modulo fotovoltaico alle generiche condizioni operative di funzionamento.

I cinque parametri del circuito elettrico equivalente vengono calcolati risolvendo il relativo sistema di cinque equazioni con un metodo numerico a doppio ciclo di iterazioni cioè del tipo “*trial and error*” implementato in *VBA*.

Il metodo proposto non prevede il calcolo delle derivate parziali della corrente rispetto alla tensione alle condizioni standard di riferimento bensì che le stesse vengano valutate graficamente dalla caratteristica fornita dal costruttore.

La valutazione puntuale della derivata parziale della corrente rispetto alla tensione in corrispondenza del punto di funzionamento a vuoto, dove generalmente si ha una pendenza sensibilmente apprezzabile, presenta delle difficoltà tali che il valore numerico ottenuto non lo si può ritenere attendibile.

Ed ancora, la valutazione puntuale della derivata parziale della corrente rispetto alla tensione in corrispondenza del punto di funzionamento in corto-circuito, dove generalmente si ha una pendenza sensibilmente poco apprezzabile - poiché la caratteristica in tale tratto è pressoché rettilinea - presenta delle difficoltà notevoli e tali che il valore numerico ottenuto non lo si può ritenere a maggior ragione attendibile.

Pertanto, i valori delle derivate parziali della corrente rispetto alla tensione valutati graficamente in prossimità dei punti estremi di funzionamento a vuoto e in corto-circuito del pannello non sono né facilmente apprezzabili graficamente né attendibili.

L'equazione principale del circuito equivalente a cinque parametri del pannello fotovoltaico:

$$I = I_{ph} - I_0 \left[\exp\left(\frac{V + R_s I}{nT}\right) - 1 \right] - \frac{V + R_s I}{R_{sh}} \quad (4.4.1)$$

viene riscritta nella forma seguente:

$$I(\alpha_G, T) = \alpha_G I_{ph}(T) - I_0(\alpha_G, T) \left\{ e^{\frac{\alpha_G [V + KI(T - T_{ref})] + R_s I}{\alpha_G n T}} - 1 \right\} - \frac{\alpha_G [V + KI(T - T_{ref})] + R_s I}{R_{sh}} \quad (4.4.2)$$

dove:

$$\alpha_G = \frac{G}{G_{ref}} \quad (4.4.3)$$

è il rapporto tra la generica radiazione solare e quella alle condizioni standard di riferimento.

K è un fattore di correzione termica simile al fattore di correzione della curva descritta dalla *IEC891*.

La corrente fotovoltaica viene valutata con la relazione seguente:

$$I_{ph}(T) = I_{ph,ref} + \mu_{I_{sc}} (T - T_{ref}) \quad (4.4.4)$$

dove $I_{ph,ref}$ è la corrente fotovoltaica alle condizioni standard di riferimento.

I valori numerici dei parametri n , R_s ed R_{sh} si calcolano con riferimento alle condizioni standard e si ritengono costanti al variare sia della temperatura che della radiazione.

Il metodo proposto consiste, quindi, nella risoluzione del seguente sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{sc} = I_{ph} - I_0 \left[\exp\left(\frac{R_s I_{sc}}{nT}\right) - 1 \right] - \frac{R_s I_{sc}}{R_{sh}} \\ \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{sc} = -\frac{1}{R_{sc}} \\ 0 = I_{ph} - I_0 \left[\exp\left(\frac{V_{oc}}{nT}\right) - 1 \right] - \frac{V_{oc}}{R_{sh}} \\ \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{oc} = -\frac{1}{R_{oc}} \\ I_{mp} = I_{ph} - I_0 \left[\exp\left(\frac{V_{mp} + R_s I_{mp}}{nT}\right) - 1 \right] - \frac{V_{mp} + R_s I_{mp}}{R_{sh}} \end{array} \right. \quad (S4.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{sc} = I_{ph} - I_0 \left[\exp\left(\frac{R_s I_{sc}}{nT}\right) - 1 \right] - \frac{R_s I_{sc}}{R_{sh}} \\ \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{sc} = -\frac{1}{R_{sc}} \\ 0 = I_{ph} - I_0 \left[\exp\left(\frac{V_{oc}}{nT}\right) - 1 \right] - \frac{V_{oc}}{R_{sh}} \\ \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{oc} = -\frac{1}{R_{oc}} \\ -\left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{mp} = \frac{I_{ph}}{V_{mp}} - \frac{I_0}{V_{mp}} \left[\exp\left(\frac{V_{mp} + R_s I_{mp}}{nT}\right) - 1 \right] - \frac{1 - R_s \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{mp}}{R_{sh}} \end{array} \right. \quad (S4.1)$$

Tuttavia, occorre notare che il sistema è come se contenesse anche l'equazione (4.4.5)

$$\left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{mp} = -\frac{I_{mp}}{V_{mp}} \quad (4.4.5)$$

Di conseguenza, il sistema (S4.1) utilizzato per il calcolo dei cinque parametri incogniti, che risulta effettivamente costituito da sei equazioni, non garantisce l'unicità della soluzione.

La risoluzione del sistema (S4.1) *“è stata tentata utilizzando Mathematica e Matlab senza di fatto pervenire, sia per via analitica, sia per via numerica ad alcuno risultato”* [5].

Inoltre, nella risoluzione del sistema per via numerica con doppio ciclo di iterazioni dei parametri R_s ed n , il primo annidato nel secondo, per dare inizio alla procedura di calcolo, *“osservando che la forma della curva, in corrispondenza del punto di corto circuito, fa ritenere quasi ininfluenza l'effetto del termine esponenziale....”*, sono state imposte le condizioni (4.4.6) e (4.4.7) [5].

$$I_{ph} = I_{sc} \quad (4.4.6)$$

$$R_{sh} = R_{sc} \quad (4.4.7)$$

Il metodo consiste, allora, nell'assegnare una coppia di valori a R_s ed n , determinare la corrente I_0 , sostituirla nelle ulteriori equazioni non ancora utilizzate del sistema per determinare I_{ph} e la resistenza di shunt R_{sh} .

Reiterando il procedimento, una volta noto il valore di n con la precisione voluta si procede al calcolo della R_s .

Tuttavia, anche le equazioni (4.4.6) e (4.4.7), ottenute in condizioni restrittive a partire da due delle equazioni del sistema (S4.1), si vanno ad aggiungere a quelle del sistema (S4.1) che diventano otto.

Inoltre l'equazione (4.4.6) equivale a ridurre a quattro i parametri del circuito equivalente a cinque parametri.

Il metodo proposto che prevede il calcolo di quattro incognite utilizzando otto equazioni è matematicamente impossibile da risolvere poiché presenta un insieme costituito da infinite soluzioni reali e/o complesse.

Inoltre, la risoluzione numerica del sistema non consente la distinzione delle soluzioni reali da quelle complesse che data la realtà dei valori dei parametri del circuito proposto - le cui resistenze si considerano puramente ohmiche - andrebbero scartate.

Di conseguenza, la soluzione che si ottiene utilizzando il metodo descritto certamente non fornisce gli effettivi valori numerici dei cinque parametri del circuito equivalente della cella fotovoltaica e la relativa curva simulata non corrisponde a quella fornita dal costruttore.

Riferimenti

- [1] M. A. de Blas, J. L. Torres, E. Prieto, A. Garcia, (2002) Selecting a suitable model for characterizing photovoltaic devices, *Renewable Energy* 25:371–380.
- [2] A. Hadj Arab, F. Chenlo, M. Benghanem, (2004) Loss-of-load probability of photovoltaic waterpumping systems, *Solar Energy* 76:713–723.
- [3] W. De Soto, S. A. Klein, W. A. Beckman, (2006) Improvement and validation of a model for photovoltaic array performance, *Solar energy* 80: 78–88.
- [4] A. N. Celik, N. Acikgoz, (2007) Modelling and experimental verification of the operating current of mono-crystalline photovoltaic modules using four-and five-parameter models, *Applied Energy* 84:1–15.
- [5] V. Lo Brano, A. Orioli, G. Ciulla, A. Di Gangi - An improved five-parametr model for photovoltaic modules - *Solar Energy Materials & Solar Cells* 94 (2010) 1358-1370.

Capitolo Quinto

Modelli di simulazione del comportamento elettrico di un dispositivo fotovoltaico basati sul calcolo analitico dei parametri del circuito equivalente della cella fotovoltaica alle condizioni standard di riferimento.

Introduzione

Diversi autori hanno proposto soluzioni numeriche del circuito a cinque parametri che modellizzano il funzionamento di una cella o di un pannello fotovoltaico, tralasciando la soluzione analitica in quanto troppo onerosa.

I metodi numerici condotti hanno fornito, nell'ottica ingegneristica del problema, buoni risultati ma rispondenti solo in parte alle caratteristiche effettive fornite dai costruttori.

Uno degli errori spesso ricorrenti è la non rispondenza dei punti di funzionamento della caratteristica tracciata con quelli relativi alla caratteristica fornita dal costruttore.

In particolare, ciò si verifica per i punti estremi di funzionamento del dispositivo a vuoto, in corto circuito ed alla massima potenza.

Le curve ottenute denotano pendenze diverse e in alcuni tratti copiano la curva fornita mentre in altri se ne discostano visibilmente.

I risultati ottenuti, pertanto, non consentono di ritornare ai dati di partenza e non sono utilizzabili per modellizzare il dispositivo se ad esempio si vuole inseguire il punto di massima potenza.

A partire da considerazioni sia analitiche e fisiche, nell'ottica di ottenere risultati ingegneristici accettabili si è arrivati ad una trattazione analitica del problema con risultati ingegneristicamente corretti.

La soluzione proposta consente il tracciamento della curva caratteristica di funzionamento del dispositivo a partire dalla conoscenza dei punti estremi di funzionamento e di un ulteriore punto della caratteristica.

Il metodo fornisce sette equazioni, di cui sei in forma esplicita ed una nella forma implicita dalle quali è possibile calcolare sette parametri ovvero le pendenze in corrispondenza dei punti estremi di funzionamento a vuoto e in corto circuito e i cinque parametri del modello.

Di contro, le formule analitiche di seguito presentate consentono di ricavare i valori corretti dei parametri circuitali alle condizioni di riferimento standard e di tracciare con precisione le caratteristiche del pannello alle condizioni standard di riferimento (STC) e alla temperatura nominale operativa di funzionamento della cella (NOCT).

5.1 Soluzione analitica del modello a 4 parametri.

La soluzione del modello consiste, dati i punti estremi di funzionamento del dispositivo, nel calcolo dei quattro parametri del circuito equivalente cioè I_{ph} , n , I_0 ed R_s , R_{oc} , R_{sc} .

Le equazioni necessarie per il calcolo dei parametri circuitali incogniti sono sei: quattro per il calcolo dei parametri I_{ph} , n , I_0 ed R_s e due per il calcolo dei parametri differenziali, R_{oc} ed R_{sc} .

Poiché il costruttore fornisce in condizioni di riferimento standard i tre punti estremi di funzionamento del dispositivo il problema è ben posto e consiste, quindi, nella risoluzione di un sistema di sei equazioni linearmente indipendenti, trascendenti e implicite.

Il metodo risolutivo consiste nell'accoppiare l'equazione principale del modello con la derivata.

L'equazione principale del modello a 4 parametri è la seguente:

$$I = I_{ph} + I_0 - I_0 \exp\left(\frac{V + R_s I}{nT_C}\right) \quad (5.1.1)$$

derivando la corrente rispetto alla tensione si ottiene la relazione:

$$\left(\frac{\partial I}{\partial V}\right) = -\frac{I_0}{nT_C} \left[1 + R_s \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)\right] \exp\left(\frac{V + R_s I}{nT_C}\right) \quad (5.1.2)$$

la quale consente di esplicitare l'esponenziale in funzione della derivata parziale della corrente rispetto alla tensione.

$$-I_0 \exp\left(\frac{V + R_s I}{nT_C}\right) = \frac{nT_C \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)}{1 + R_s \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)} \quad (5.1.3)$$

Le prime due equazioni si ottengono imponendo il passaggio dell'equazione principale del modello (5.1.1) e della derivata (5.1.3) per il punto di funzionamento a vuoto della caratteristica del dispositivo avente coordinate $(V_{oc}, 0)$.

Pertanto, durante il funzionamento a vuoto le relazioni (5.1.1) e (5.1.3) divengono rispettivamente:

$$0 = I_{ph} + I_0 - I_0 \exp\left(\frac{V_{oc}}{nT_C}\right) \quad (5.1.4)$$

$$-I_0 \exp\left(\frac{V_{oc}}{nT_C}\right) = -\frac{nT_C}{R_{oc} - R_s} \quad (5.1.5)$$

Sostituendo dalla (5.1.5) nella (5.1.4) segue la relazione:

$$0 = I_{ph} + I_0 - \frac{nT_C}{R_{oc} - R_s} \quad (5.1.6)$$

che consente di ricavare la somma $I_0 + I_{ph}$.

$$I_{ph} + I_0 = \frac{nT_C}{R_{oc} - R_s} \quad (5.1.7)$$

La relazione (5.1.5) fornisce l'equazione per il calcolo della I_0 .

$$I_0 = \frac{nT_C}{R_{oc} - R_s} \exp\left(-\frac{V_{oc}}{nT_C}\right) \quad (5.1.8)$$

Imponendo il passaggio dell'equazione principale del modello (5.1.1) e della derivata (5.1.3) per il punto di funzionamento in cortocircuito della caratteristica del dispositivo avente coordinate $(0, I_{sc})$ si ottengono altre due equazioni:

$$I_{sc} = \frac{nT_C}{R_{oc} - R_s} - I_0 \exp\left(\frac{R_s I_{sc}}{nT_C}\right) \quad (5.1.9)$$

$$-I_0 \exp\left(\frac{R_s I_{sc}}{nT_C}\right) = -\frac{nT_C}{R_{sc} - R_s} \quad (5.1.10)$$

Sostituendo dalla (5.1.10) nella (5.1.9) si ottiene:

$$I_{sc} = \frac{nT_C}{R_{oc} - R_s} - \frac{nT_C}{R_{sc} - R_s} \quad (5.1.11)$$

Essendo $nT_C \neq 0$ si può scrivere:

$$\frac{I_{sc}}{nT_C} = \frac{R_{sc} - R_s - (R_{oc} - R_s)}{(R_{oc} - R_s)(R_{sc} - R_s)} \quad (5.1.12)$$

$$(R_{oc} - R_s)(R_{sc} - R_s)I_{sc} = nT_C(R_{sc} - R_{oc}) \quad (5.1.13)$$

ed infine si ricava R_{oc} :

$$R_{oc} = \frac{nT_C R_{sc} + R_s (R_{sc} - R_s) I_{sc}}{(R_{sc} - R_s) I_{sc} + nT_C} \quad (5.1.14)$$

dalla relazione (5.1.10) si ha:

$$\frac{nT_C}{R_{oc} - R_s} \exp\left(-\frac{V_{oc}}{nT_C}\right) \exp\left(\frac{R_s I_{sc}}{nT_C}\right) = \frac{nT_C}{R_{sc} - R_s} \quad (5.1.15)$$

$$\frac{1}{R_{oc} - R_s} \exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) = \frac{1}{R_{sc} - R_s} \quad (5.1.16)$$

$$\exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) = \frac{R_{oc} - R_s}{R_{sc} - R_s} \quad (5.1.17)$$

$$\exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) = \frac{nT_C R_{sc} + R_s (R_{sc} - R_s) I_{sc} - R_s}{(R_{sc} - R_s) I_{sc} + nT_C} \frac{1}{R_{sc} - R_s} \quad (5.1.18)$$

$$\exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) = \frac{nT_C R_{sc} + R_s (R_{sc} - R_s) I_{sc} - R_s (R_{sc} - R_s) I_{sc} - R_s nT_C}{(R_{sc} - R_s) I_{sc} + nT_C} \frac{1}{R_{sc} - R_s} \quad (5.1.19)$$

$$\exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) = \frac{nT_C (R_{sc} - R_s)}{(R_{sc} - R_s) I_{sc} + nT_C} \frac{1}{R_{sc} - R_s} \quad (5.1.20)$$

$$\exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) = \frac{nT_C}{(R_{sc} - R_s) I_{sc} + nT_C} \quad (5.1.21)$$

$$\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) = \frac{(R_{sc} - R_s) I_{sc} + nT_C}{nT_C} \quad (5.1.22)$$

$$\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) = \frac{(R_{sc} - R_s) I_{sc}}{nT_C} + 1 \quad (5.1.23)$$

$$\left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1\right] = \frac{(R_{sc} - R_s) I_{sc}}{nT_C} \quad (5.1.24)$$

$$R_{sc} - R_s = \frac{nT_C}{I_{sc}} \left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1\right] \quad (5.1.25)$$

Infine si ha la seguente equazione per il calcolo della R_{sc} .

$$R_{sc} = \frac{nT_C}{I_{sc}} \left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1\right] + R_s \quad (5.1.26)$$

Sostituendo nell'equazione (5.1.14)

$$R_{oc} = \frac{nT_C \left\{ \frac{nT_C}{I_{sc}} \left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1\right] + R_s \right\} + R_s \frac{nT_C}{I_{sc}} \left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1\right] I_{sc}}{\frac{nT_C}{I_{sc}} \left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1\right] I_{sc} + nT_C} \quad (5.1.27)$$

$$R_{oc} = \frac{nT_C \left\{ \frac{nT_C}{I_{sc}} \left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1 \right] + R_s \right\} + R_s nT_C \left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1 \right]}{nT_C \left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1 \right] + nT_C} \quad (5.1.28)$$

$$R_{oc} = \frac{\left\{ \frac{nT_C}{I_{sc}} \left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1 \right] + R_s \right\} + R_s \left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1 \right]}{\left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1 \right] + 1} \quad (5.1.29)$$

$$R_{oc} = \frac{\left\{ \frac{nT_C}{I_{sc}} \left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1 \right] + R_s \right\} + R_s \left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1 \right]}{\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right)} \quad (5.1.30)$$

$$R_{oc} = \frac{\frac{nT_C}{I_{sc}} \left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1 \right] + R_s + R_s \exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - R_s}{\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right)} \quad (5.1.31)$$

$$R_{oc} = \frac{\frac{nT_C}{I_{sc}} \left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1 \right] + R_s \exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right)}{\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right)} \quad (5.1.32)$$

$$R_{oc} = \frac{\frac{nT_C}{I_{sc}} \left[\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) - 1 \right]}{\exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right)} + R_s \quad (5.1.33)$$

$$R_{oc} = \frac{nT_C}{I_{sc}} \left[1 - \exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) \right] + R_s \quad (5.1.34)$$

$$R_{oc} - R_s = \frac{nT_C}{I_{sc}} \left[1 - \exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) \right] \quad (5.1.35)$$

Durante il funzionamento alla massima potenza le relazioni (5.1.1) e (5.1.3) forniscono:

$$I_{mp} = \frac{nT_C}{R_{oc} - R_s} - I_0 \exp\left(\frac{V_{mp} + R_s I_{mp}}{nT_C}\right) \quad (5.1.36)$$

$$-I_0 \exp\left(\frac{V_{mp} + R_s I_{mp}}{nT_C}\right) = -\frac{nT_C I_{mp}}{V_{mp} - R_s I_{mp}} \quad (5.1.37)$$

$$I_{mp} = \frac{nT_C}{R_{oc} - R_s} - \frac{nT_C I_{mp}}{V_{mp} - R_s I_{mp}} \quad (5.1.38)$$

sostituendo R_{oc} dalla (5.1.35):

$$I_{mp} = \frac{nT_C}{\frac{nT_C}{I_{sc}} \left[1 - \exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) \right]} - \frac{nT_C I_{mp}}{V_{mp} - R_s I_{mp}} \quad (5.1.39)$$

$$I_{mp} = \frac{I_{sc}}{\left[1 - \exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) \right]} - \frac{nT_C I_{mp}}{V_{mp} - R_s I_{mp}} \quad (5.1.40)$$

$$I_{mp} + \frac{nT_C I_{mp}}{V_{mp} - R_s I_{mp}} = \frac{I_{sc}}{\left[1 - \exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) \right]} \quad (5.1.41)$$

$$\frac{V_{mp} - R_s I_{mp} + nT_C}{V_{mp} - R_s I_{mp}} \left[1 - \exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) \right] - \frac{I_{sc}}{I_{mp}} = 0 \quad (5.1.42)$$

La (5.1.37) fornisce:

$$\frac{nT_C}{R_{oc} - R_s} \exp\left(-\frac{V_{oc}}{nT_C}\right) \exp\left(\frac{V_{mp} + R_s I_{mp}}{nT_C}\right) = \frac{nT_C I_{mp}}{V_{mp} - R_s I_{mp}} \quad (5.1.43)$$

$$\exp\left(\frac{V_{mp} + R_s I_{mp} - V_{oc}}{nT_C}\right) = \frac{(R_{oc} - R_s) I_{mp}}{V_{mp} - R_s I_{mp}} \quad (5.1.44)$$

Sostituendo $R_{oc} - R_s$ dalla (5.1.35) :

$$\exp\left(\frac{V_{mp} + R_s I_{mp} - V_{oc}}{nT_C}\right) = \frac{nT_C \left[1 - \exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) \right] I_{mp}}{(V_{mp} - R_s I_{mp}) I_{sc}} \quad (5.1.45)$$

$$\exp\left(\frac{V_{mp} + R_s I_{mp} - V_{oc}}{nT_C}\right) = \frac{nT_C I_{mp}}{(V_{mp} - R_s I_{mp}) I_{sc}} \left[1 - \exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) \right] \quad (5.1.46)$$

Le equazioni utili per il calcolo di R_s ed nT_C sono:

$$\frac{V_{mp} - R_s I_{mp} + nT_C}{V_{mp} - R_s I_{mp}} \left[1 - \exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) \right] - \frac{I_{sc}}{I_{mp}} = 0 \quad (5.1.47)$$

$$\exp\left(\frac{V_{mp} + R_s I_{mp} - V_{oc}}{nT_C}\right) = \frac{nT_C I_{mp}}{(V_{mp} - R_s I_{mp}) I_{sc}} \left[1 - \exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) \right] \quad (5.1.48)$$

Dalla (5.1.47) si ha:

$$\left[1 - \exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) \right] = \frac{(V_{mp} - R_s I_{mp}) I_{sc}}{(V_{mp} - R_s I_{mp} + nT_C) I_{mp}} \quad (5.1.49)$$

Sostituendo nella (5.1.48)

$$\exp\left(\frac{V_{mp} + R_s I_{mp} - V_{oc}}{nT_C}\right) = \frac{nT_C I_{mp}}{(V_{mp} - R_s I_{mp}) I_{sc}} \frac{(V_{mp} - R_s I_{mp}) I_{sc}}{(V_{mp} - R_s I_{mp} + nT_C) I_{mp}} \quad (5.1.50)$$

$$\exp\left(\frac{V_{mp} + R_s I_{mp} - V_{oc}}{nT_C}\right) - \frac{nT_C}{(V_{mp} - R_s I_{mp} + nT_C)} = 0 \quad (5.1.51)$$

Le relazioni (5.1.51) e (5.1.47) poste a sistema consentono il calcolo numerico di R_s ed nT_c .

$$\begin{cases} \exp\left(\frac{V_{mp} + R_s I_{mp} - V_{oc}}{nT_C}\right) - \frac{nT_C}{(V_{mp} - R_s I_{mp} + nT_C)} = 0 \\ \frac{V_{mp} - R_s I_{mp} + nT_C}{V_{mp} - R_s I_{mp}} \left[1 - \exp\left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT_C}\right) \right] - \frac{I_{sc}}{I_{mp}} = 0 \end{cases} \quad (S4.1)$$

Implementando con *Mathematica* un foglio di calcolo, risolvendo numericamente il sistema (S4.1), ricavati i valori dei parametri R_s ed nT_c e sostituendo questi ultimi nelle equazioni (5.1.35), (5.1.34), (5.1.8), (5.1.7) si calcolano i rispettivi restanti parametri R_{oc} , R_{sc} , I_0 ed I_{ph} .

5.2 Soluzione analitica del modello a 5 parametri.

L'equazione principale del modello equivalente a cinque parametri del dispositivo fotovoltaico deriva dall'applicazione del principio di *Kirchhoff* alle correnti.

$$I = I_{ph} + I_0 - I_0 \exp\left(\frac{V + R_s I}{nT}\right) - \frac{V + R_s I}{R_{sh}} \quad (5.2.1)$$

Derivando la corrente rispetto alla tensione, la relazione (5.2.1) fornisce una forma esplicita del termine contenente l'esponenziale in funzione della derivata stessa.

$$\frac{nT}{R_{sh}} \left[\frac{R_{sh} \left(\frac{\partial I}{\partial V} \right)}{1 + R_s \left(\frac{\partial I}{\partial V} \right)} + 1 \right] = -I_0 \exp\left(\frac{V + R_s I}{nT}\right) \quad (5.2.2)$$

Il circuito durante il funzionamento a vuoto presenta ai morsetti una d.d.p. pari alla tensione a vuoto V_{oc} e non produce alcuna corrente per cui le relazioni divengono:

$$0 = I_{ph} + I_0 - I_0 \exp\left(\frac{V_{oc}}{nT}\right) - \frac{V_{oc}}{R_{sh}} \quad (5.2.3)$$

$$\frac{nT}{R_{sh}} \left[\frac{R_{sh}}{R_{oc} - R_s} - 1 \right] = I_0 \exp\left(\frac{V_{oc}}{nT}\right) \quad (5.2.4)$$

La (5.2.4) sostituita nella (5.2.3) fornisce la relazione (5.2.5) dalla quale è possibile esplicitare la somma $I_{ph} + I_0$.

$$0 = I_{ph} + I_0 - \frac{nT}{R_{sh}} \left[\frac{R_{sh}}{R_{oc} - R_s} - 1 \right] - \frac{V_{oc}}{R_{sh}} \quad (5.2.5)$$

$$I_{ph} + I_0 = \frac{nT}{R_{sh}} \left[\frac{R_{sh}}{R_{oc} - R_s} - 1 \right] + \frac{V_{oc}}{R_{sh}} \quad (5.2.6)$$

Inoltre, sempre dalla (5.2.4) si ricava anche l'espressione per il calcolo della I_0 .

$$I_0 = \frac{nT}{R_{sh}} \left[\frac{R_{sh}}{R_{oc} - R_s} - 1 \right] \exp\left(-\frac{V_{oc}}{nT}\right) \quad (5.2.7)$$

Durante il funzionamento in corto circuito la (5.2.1) e la (5.2.2) divengono rispettivamente:

$$\frac{nT}{R_{sh}} \left[\frac{R_{sh}}{R_{sc} - R_s} - 1 \right] = \frac{nT}{R_{sh}} \left[\frac{R_{sh}}{R_{oc} - R_s} - 1 \right] \exp \left(\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT} \right) \quad (5.2.8)$$

$$I_{sc} = \frac{nT}{R_{sh}} \left[\frac{R_{sh}}{R_{oc} - R_s} - 1 \right] + \frac{V_{oc}}{R_{sh}} - \frac{nT}{R_{sh}} \left[\frac{R_{sh}}{R_{sc} - R_s} - 1 \right] - \frac{R_s I_{sc}}{R_{sh}} \quad (5.2.9)$$

Sostituendo la (5.2.8) nella (5.2.9) ed effettuando una serie di passaggi si ricava l'espressione della R_{sh} .

$$R_{sh} I_{sc} = nT R_{sh} \left[\frac{R_{sc} - R_{oc}}{(R_{oc} - R_s)(R_{sc} - R_s)} \right] + V_{oc} - R_s I_{sc} \quad (5.2.10)$$

$$R_{sh} \left[\frac{(R_{oc} - R_s)(R_{sc} - R_s) I_{sc} - nT (R_{sc} - R_{oc})}{(R_{oc} - R_s)(R_{sc} - R_s)} \right] = (V_{oc} - R_s I_{sc}) \quad (5.2.11)$$

$$R_{sh} = \frac{(R_{oc} - R_s)(R_{sc} - R_s)(V_{oc} - R_s I_{sc})}{(R_{oc} - R_s)(R_{sc} - R_s) I_{sc} - nT (R_{sc} - R_{oc})} \quad (5.2.12)$$

Durante il funzionamento alla massima potenza le relazioni (5.2.1) e la (5.2.2), sostituendo $V = V_{mp}$ ed $I = I_{mp}$, divengono rispettivamente:

$$\frac{nT}{R_{sh}} \left[\frac{R_{sh}}{R_{mp} - R_s} - 1 \right] = \frac{nT}{R_{sh}} \left[\frac{R_{sh}}{R_{oc} - R_s} - 1 \right] \exp \left(\frac{V_{mp} + R_s I_{mp} - V_{oc}}{nT} \right) \quad (5.2.13)$$

$$I_{mp} = I_{ph} + I_0 - I_0 \exp \left(\frac{V_{mp} + R_s I_{mp}}{nT} \right) - \frac{V_{mp} + R_s I_{mp}}{R_{sh}} \quad (5.2.14)$$

Dalle quali, semplificando e sostituendo opportunamente la (5.2.13) nella (5.2.14) si ottiene, dopo una serie di passaggi, l'espressione della R_{oc} .

$$I_{mp} = \frac{nT}{R_{sh}} \left[\frac{R_{sh}}{R_{oc} - R_s} - 1 \right] + \frac{V_{oc}}{R_{sh}} - \frac{nT}{R_{sh}} \left[\frac{R_{sh}}{R_{mp} - R_s} - 1 \right] - \frac{V_{mp} + R_s I_{mp}}{R_{sh}} \quad (5.2.15)$$

$$(R_s + R_{sh}) I_{mp} - (V_{oc} - V_{mp}) = nTR_{sh} \frac{(R_{mp} - R_{oc})}{(R_{oc} - R_s)(R_{mp} - R_s)} \quad (5.2.16)$$

Sostituendo nella (5.2.16) al posto di R_{sh} dalla la (5.2.12), si ha:

$$\begin{aligned}
 & \left(R_s + \frac{(R_{oc} - R_s)(R_{sc} - R_s)(V_{oc} - R_s I_{sc})}{(R_{oc} - R_s)(R_{sc} - R_s)I_{sc} - nT(R_{sc} - R_{oc})} \right) I_{mp} - (V_{oc} - V_{mp}) = \\
 & = nT \frac{(R_{oc} - R_s)(R_{sc} - R_s)(V_{oc} - R_s I_{sc})}{(R_{oc} - R_s)(R_{sc} - R_s)I_{sc} - nT(R_{sc} - R_{oc})} \frac{(R_{mp} - R_{oc})}{(R_{oc} - R_s)(R_{mp} - R_s)}
 \end{aligned} \quad (5.2.17)$$

Effettuando una ulteriore serie di passaggi, si ottiene l'espressione della R_{oc} :

$$\begin{aligned}
 R_{oc} = & \frac{R_s(R_{sc} - R_s)(R_{mp} - R_s)[V_{oc}I_{mp} - (V_{oc} - V_{mp})I_{sc}] + \\
 & + nT \left\{ R_{mp}(R_{sc} - R_s)(V_{oc} - R_s I_{sc}) - R_{sc}(R_{mp} - R_s)[(V_{oc} - V_{mp}) - R_s I_{mp}] \right\}}{(R_{sc} - R_s)(R_{mp} - R_s)[V_{oc}I_{mp} - (V_{oc} - V_{mp})I_{sc}] + \\
 & nT \left\{ (R_{sc} - R_s)(V_{oc} - R_s I_{sc}) - (R_{mp} - R_s)[(V_{oc} - V_{mp}) - R_s I_{mp}] \right\}}
 \end{aligned} \quad (5.2.18)$$

Sostituendo l'espressione (5.2.18) della R_{oc} nell'espressione della R_{sh} si ottiene, dopo una serie di passaggi, l'espressione seguente.

$$R_{sh} = \frac{(R_{mp} - R_s)(R_{sc} - R_s)[V_{mp} - R_s(I_{sc} - I_{mp})]}{(R_{mp} - R_s)(R_{sc} - R_s)(I_{sc} - I_{mp}) - nT(R_{sc} - R_{mp})} \quad (5.2.19)$$

L'espressione della R_{sc} si può ottenere da una delle due relazioni superstiti, la (5.2.8) o la (5.2.13), osservando che sia la

(5.2.8) che la (5.2.13) contengono il parametro R_{oc} la cui eliminazione conduce alla seguente relazione utile al calcolo della R_{oc} .

$$\left[\frac{R_{sh}}{R_{mp} - R_s} - 1 \right] = \left[\frac{R_{sh}}{R_{sc} - R_s} - 1 \right] \exp \left[\frac{V_{mp} - R_s (I_{sc} + I_{mp})}{nT} \right] \quad (5.2.20)$$

Sostituendo la R_{sh} dalla (5.2.19) si ottiene, dopo una serie di passaggi, l'espressione definitiva della R_{sc} .

$$R_{sc} = \frac{R_s [V_{mp} - R_{mp} (I_{sc} - I_{mp})] + R_{mp} nT + [V_{mp} (R_{mp} - R_s) - R_{mp} nT] \exp \left(\frac{V_{mp} - R_s [I_{sc} + I_{mp}]}{nT} \right)}{[V_{mp} - R_{mp} (I_{sc} - I_{mp}) + nT] + [(R_{mp} - R_s) (I_{sc} - I_{mp}) - nT] \exp \left(\frac{V_{mp} - R_s [I_{sc} + I_{mp}]}{nT} \right)} \quad (5.2.21)$$

La (5.2.21) sostituita nella (5.2.19) fornisce:

$$R_{sh} = (R_{mp} - R_s) \frac{nT + [V_{mp} - R_s (I_{sc} - I_{mp}) - nT] \exp \left(\frac{V_{mp} - R_s [I_{sc} + I_{mp}]}{nT} \right)}{nT + \{(R_{mp} - R_s) (I_{sc} - I_{mp}) - nT\} \exp \left(\frac{V_{mp} - R_s [I_{sc} + I_{mp}]}{nT} \right)} \quad (5.2.22)$$

Sostituendo, altresì, la (5.2.22) nella (5.2.18) si ottiene l'espressione definitiva della R_{oc} .

(5.2.23)

$$R_{sc} = \frac{nT(R_{mp} - R_s)[V_{mp} - R_s(I_{sc} - I_{mp})] \left\{ nT + [V_{mp} - R_s(I_{sc} - I_{mp}) - nT] \exp\left(\frac{V_{mp} - R_s[I_{sc} + I_{mp}]}{nT}\right) \right\}}{nT \left\{ (V_{oc} - V_{mp})(R_{mp} - R_s)I_{mp} + [R_{mp}I_{mp} - (V_{oc} - V_{mp})][V_{mp} - R_s(I_{sc} - I_{mp})] \right\} + nT^2[V_{mp} - R_s(I_{sc} - I_{mp})] + [V_{mp} - R_s(I_{sc} - I_{mp})] \left\{ (R_{mp} - R_s)[V_{oc}I_{mp} - (V_{oc} - V_{mp})I_{sc}] + nT[V_{oc} - R_s(I_{sc} - I_{mp}) - R_{mp}I_{mp}] - nT^2 \right\} \exp\left(\frac{V_{mp} - R_s[I_{sc} + I_{mp}]}{nT}\right)} + R_s$$

Il calcolo degli ultimi due parametri rimasti utilizza l'equazione (5.2.8) ed una equazione ottenuta imponendo il passaggio della (5.2.1) per un punto $M(V_M, I_M)$.

$$\left[\frac{R_{sh}}{R_{sc} - R_s} - 1 \right] \exp\left(-\frac{R_s I_{sc} - V_{oc}}{nT}\right) = \left[\frac{R_{sh}}{R_{oc} - R_s} - 1 \right] \quad (5.2.8)$$

$$(R_s + R_{sh})I_M - (V_{oc} - V_m) = nT \left[\frac{R_{sh}}{R_{oc} - R_s} - 1 \right] \left\{ 1 - \exp\left[\frac{R_s I_M - (V_{oc} - V_M)}{nT}\right] \right\} \quad (5.2.24)$$

Le relazioni (5.2.8) e (5.2.24), sostituite le espressioni relative ai parametri R_{sh} , R_{sc} ed R_{oc} , consentono il calcolo numerico dei restanti parametri R_s ed n , che si può fare mediante il calcolatore.

5.3 Soluzione analitica del modello a 5 parametri utilizzando l'ipotesi $R_s + R_{sh} = R_{sc}$.

La risoluzione analitica del modello consiste nel ricavare cinque espressioni che forniscano in forma esplicita i parametri cercati.

Poiché le equazioni del sistema da risolvere sono trascendenti, al fine di esplicitare il sistema, è necessario considerare le derivate parziali della corrente rispetto alla tensione nei relativi punti considerati.

Osservando che la derivata parziale della potenza rispetto alla tensione in corrispondenza del punto di massima potenza è zero, il valore della derivata parziale della corrente rispetto alla tensione in corrispondenza del punto di massima potenza si può esprimere come indicato nella (5.3.1).

I valori delle derivate parziali della corrente rispetto alla tensione, cioè i *parametri differenziali* del modello, in corrispondenza dei punti di funzionamento a vuoto e in c.to-c.to costituiscono altre due incognite del problema che aggiunte ai cinque parametri divengono sette.

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_{mp} = I_{mp} + V_{mp} \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{mp} = 0 \quad (5.3.1)$$

$$\left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{mp} = -\frac{I_{mp}}{V_{mp}} \quad (5.3.2)$$

Poiché si dispone di sei equazioni, ottenute imponendo il passaggio della (5.2.1) per i tre punti di funzionamento forniti dal

costruttore e delle derivate parziali della corrente rispetto alla tensione in corrispondenza di detti punti, occorre aggiungerne un'altra.

L'unico modo per poter scrivere un'altra equazione è quello di imporre il passaggio della (5.2.1) per un altro punto appartenente alla caratteristica.

La risoluzione del modello circuitale del pannello si traduce, pertanto, nella risoluzione di un sistema di sette equazioni linearmente indipendenti nelle incognite: I_L , I_0 , n , R_{oc} , R_{sc} , R_s ed R_{sh} .

La risoluzione analitica del sistema in questione presenta delle difficoltà non indifferenti per cui è necessario introdurre una opportuna semplificazione.

L'equazione (5.2.1) posta nella forma seguente:

$$I = \frac{R_{sh}(I_L + I_0)}{R_s + R_{sh}} - \frac{R_{sh}}{R_s + R_{sh}} I_0 \exp\left(\frac{V + R_s I}{nT}\right) - \frac{V}{R_s + R_{sh}} \quad (5.3.3)$$

osservando che

$$\forall V \in [0, V_{oc}] \Rightarrow I_L + I_0 \geq 0 \quad (5.3.4)$$

ed essendo la caratteristica del dispositivo contenuta nel I° quadrante del piano cartesiano, sia V che I sono sempre positivi e inoltre $R_s > 0$, $R_{sh} > 0$ ed $nT > 0$, si possono scrivere le seguenti relazioni:

$$-\frac{R_{sh}}{R_s + R_{sh}} I_0 \exp\left(\frac{V + R_s I}{nT}\right) < 0 \quad (5.3.5)$$

$$-\frac{V}{R_s + R_{sh}} < 0 \quad (5.3.6)$$

Volendo imporre analiticamente che la massima corrente coincida con la massima corrente che può circolare fisicamente nel circuito, cioè la corrente di corto-circuito, seguono le relazioni (5.3.7) e (5.3.8).

$$-\frac{R_{sh}}{R_s + R_{sh}} I_0 \exp\left(\frac{V + R_s I}{nT}\right) = 0 \quad (5.3.6)$$

$$-\frac{V}{R_s + R_{sh}} = 0 \quad (5.3.8)$$

Mentre la (5.3.6) non si annulla mai, la (5.3.8) implica l'annullarsi della tensione quindi la relazione:

$$V = 0 \quad (5.3.9)$$

e, conseguentemente, che la corrente circolante sia quella di corto-circuito I_{sc} .

Derivando la corrente rispetto alla tensione nell'equazione (5.2.1) e uguagliando a zero.

$$-I_0 \exp\left(\frac{V + R_s I}{nT}\right) = \frac{nT \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right) (R_s + R_{sh}) + 1}{R_{sh} \left(1 + R_s \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)\right)} \quad (5.3.10)$$

Tenendo conto della relazione (5.3.6) si ottiene:

$$\frac{nT \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{sc} (R_s + R_{sh}) + 1}{R_{sh} \left(1 + R_s \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{sc}\right)} = 0 \quad (5.3.11)$$

ovvero

$$\left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{sc} (R_s + R_{sh}) + 1 = 0 \quad (5.3.12)$$

quindi

$$\left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{sc} = -\frac{1}{R_s + R_{sh}} \quad (5.3.13)$$

Ponendo

$$\left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{sc} = -\frac{1}{R_{sc}} \quad (5.3.14)$$

si perviene alla prima equazione utile ai fini della risoluzione del sistema.

$$R_{sh} = R_{sc} - R_s \quad (5.3.15)$$

Alla luce della (5.3.14), il modello durante il funzionamento in corto-circuito è descritto dalle seguenti equazioni:

$$-I_0 \exp\left(\frac{R_s I_{sc}}{nT}\right) = \frac{nT}{R_{sh}} \frac{R_{sc} - (R_s + R_{sh})}{R_{sc} - R_s} \quad (5.3.16)$$

$$I_{sc} = I_L + I_0 - I_0 \exp\left(\frac{R_s I_{sc}}{nT}\right) - \frac{R_s I_{sc}}{R_{sh}} \quad (5.3.17)$$

L'equazione (5.3.15) ottenuta con riferimento al funzionamento del dispositivo in corto-circuito, fornisce:

$$-I_0 \exp\left(\frac{R_s I_{sc}}{nT}\right) = \frac{nT}{R_{sc} - R_s} \frac{R_{sc} - R_s}{R_{sc} - R_s} = 0 \quad (5.3.18)$$

$$I_{sc} = I_L + I_0 - \frac{R_s I_{sc}}{R_{sc} - R_s} \quad (5.3.19)$$

Mentre l'equazione (5.3.17) non produce alcuna relazione, la (5.3.18) fornisce:

$$I_L + I_0 = \frac{R_s I_{sc}}{R_{sc} - R_s} \quad (5.3.20)$$

Pertanto, le equazioni descrittive del funzionamento in cortocircuito del modello sono la (5.3.15) e la (5.3.20) riportate nel sistema S5-I°.

$$\begin{cases} R_{sh} = R_{sc} - R_s \\ I_L + I_0 = \frac{R_s I_{sc}}{R_{sc} - R_s} \end{cases} \quad (S5 - I^\circ)$$

Durante il funzionamento a vuoto del dispositivo, il modello è descritto dalle equazioni seguenti:

$$-I_0 \exp\left(\frac{V_{oc}}{nT}\right) = \frac{nT}{R_{sh}} \frac{\left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{oc} (R_s + R_{sh}) + 1}{1 + R_s \left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_{oc}} \quad (5.3.21)$$

$$0 = I_L + I_0 - I_0 \exp\left(\frac{V_{oc}}{nT}\right) - \frac{V_{oc}}{R_{sh}} \quad (5.3.22)$$

dalle quali, dopo alcuni passaggi, si ricavano le espressioni relative ad I_0 ed n .

$$\begin{cases} nT = \frac{(R_{oc} - R_s)[R_{sc}I_{sc} - V_{oc}]}{(R_{sc} - R_{oc})} \\ I_0 = \frac{R_{sc}I_{sc} - V_{oc}}{R_{sc} - R_s} \exp\left[-\frac{V_{oc}(R_{sc} - R_{oc})}{(R_{sc}I_{sc} - V_{oc})(R_{oc} - R_s)}\right] \end{cases} \quad (S5 - II^\circ)$$

Imponendo il passaggio delle equazioni (5.2.1) e (5.2.2) per il punto di funzionamento alla massima potenza:

$$I_{mp} = I_L + I_0 - I_0 \exp\left(\frac{V_{mp} + R_s I_{mp}}{nT}\right) - \frac{V_{mp} + R_s I_{mp}}{R_{sh}} \quad (5.3.23)$$

$$I_0 \exp\left(\frac{V_{mp} + R_s I_{mp}}{nT}\right) = \frac{nT}{R_{sc} - R_s} \frac{R_{sc}I_{mp} - V_{mp}}{V_{mp} - R_s I_{mp}} \quad (5.3.24)$$

Sostituendo la (5.3.24) nella (5.3.23) ed effettuando una serie di semplificazioni si perviene alla relazione (5.3.25) che consente di calcolare R_s .

$$R_{sr} = \frac{R_{oc}(R_{sc}I_{sc} - V_{oc})(R_{sc}I_{mp} - V_{mp}) - V_{mp}(R_{sc} - R_{oc})[R_{sc}(I_{sc} - I_{mp}) - V_{mp}]}{(R_{sc}I_{sc} - V_{oc})(R_{sc}I_{mp} - V_{mp}) - (R_{sc} - R_{oc})I_{mp}[R_{sc}(I_{sc} - I_{mp}) - V_{mp}]} \quad (5.3.25)$$

Sostituendo la (5.3.25) nella (5.3.24) si calcola R_{oc} con la relazione:

$$R_{oc} = \frac{[R_{sc}(I_{sc} - I_{mp}) - V_{mp}]\left[(2V_{mp} - V_{oc})R_{sc}I_{mp} + V_{mp}(R_{sc}I_{sc} - V_{oc})\ln\left(\frac{R_{sc}(I_{sc} - I_{mp}) - V_{mp}}{R_{sc}I_{sc} - V_{oc}}\right)\right] - (V_{mp} - V_{oc})(R_{sc}I_{sc} - V_{oc})(R_{sc}I_{mp} - V_{mp})}{\left\{[R_{sc}(I_{sc} - I_{mp}) - V_{mp}]\left[(2V_{mp} - V_{oc}) + (R_{sc}I_{sc} - V_{oc})\ln\left(\frac{R_{sc}(I_{sc} - I_{mp}) - V_{mp}}{R_{sc}I_{sc} - V_{oc}}\right)\right] + (R_{sc}I_{sc} - V_{oc})(R_{sc}I_{mp} - V_{mp})\right\}I_{mp}} \quad (5.3.26)$$

Infine, utilizzando un'equazione relativa ad un punto intermedio S si può calcolare anche R_{sc} .

$$I_x = I_L + I_0 - I_0 \exp\left(\frac{V_x + R_s I_x}{nT}\right) - \frac{V_x + R_s I_x}{R_{sh}} \quad (5.3.27)$$

Dopo alcuni passaggi si ottiene un'equazione in forma implicita per calcolare R_{sc} .

$$R_{sc}(I_{sc} - I_x) - (R_{sc}I_{sc} - V_{oc}) \times \exp\left(\frac{(V_x - V_{oc} + R_{oc}I_x)(R_{sc}I_{sc} - V_{oc})(R_{sc}I_{mp} - V_{mp}) - [(V_x - V_{oc})I_{mp} - V_{mp}I_x](R_{sc} - R_{oc})[R_{sc}(I_{sc} - I_{mp}) - V_{mp}]}{(V_{mp} - R_{oc}I_{mp})(R_{sc}I_{sc} - V_{oc})[R_{sc}(I_{sc} - I_{mp}) - V_{mp}]}\right) - V_x = 0 \quad (5.3.28)$$

Le equazioni così ottenute si possono applicare, in qualsiasi condizione di funzionamento, note le leggi di variazione con la temperatura e con l'irraggiamento delle grandezze elettriche V_{oc} , I_{sc} , V_{mp} , I_{mp} , V_s e I_s .

In particolare, le stesse possono essere applicate alle condizioni di riferimento standard (STC) e in condizioni di temperatura operativa della cella (NOCT) poiché il costruttore fornisce solitamente: V_{ocr} , I_{scr} , V_{mpr} , I_{mpr} , V_{ocN} , I_{scN} , V_{mpN} e I_{mpN} .

Per quanto riguarda i punti (V_{sr}, I_{sr}) e (V_{sN}, I_{sN}) , gli stessi si determinano facilmente; infatti, basta fissare un valore della tensione nel tratto pressoché rettilineo della caratteristica e interpolare il corrispondente valore della corrente.

5.4 Applicazione della soluzione analitica del modello equivalente a 4 parametri.

La soluzione numerica del sistema (S4.1) è stata ricercata utilizzando il software *Mathematica* della *Wolfram Research*¹.

Le grandezze elettriche che identificano i punti di funzionamento estremi alle condizioni di riferimento standard forniti dal costruttore vengono iniettate nel foglio di calcolo che restituisce i valori dei quattro parametri e traccia la curva corrispondente all'andamento della corrente in funzione della tensione alle condizioni di riferimento standard.

Il listato del foglio di calcolo utilizzato è riportato nell'appendice A.

Le tabelle 5.1 e 5.2 riportano rispettivamente i valori delle grandezze di riferimento ed i parametri calcolati.

¹ Appendice A

Table 5.1 - Dati forniti dal costruttore alle STC

Temperature	25 °C			
Irradiance	1000 W/m ²			
Panel type	V _{oc} [V]	I _{sc} [A]	V _{mp} [V]	I _{mp} [A]
Kyocera KC175GHT-2	29.2	8.09	23.6	7.42
Sanyo HIP-180BA19	66.4	3.65	54	3.33
Sharp NT-175 (E1)	44.4	5.4	35.4	4.95
Qcells Q6LM	0.608	8.6	0.5	8.29

Table 5.2 - Parametri calcolati alle STC

Temperature	25 °C					
Irradiance	1000 W/m ²					
Panel type	R _{sc} [Ω]	R _{oc} [Ω]	R _s [Ω]	nT [V]	I ₀ [A]	I _{ph} [A]
Kyocera KC175GHT-2	237659	0.30989	0.050672	2.09707	7.25709 10 ⁻⁶	8.09
Sanyo HIP-180BA19	511525	1.33892	-0.09078	5.2184	1.08704 10 ⁻⁵	3.65
Sharp NT-175 (E1)	603108	0.835925	0.261774	3.10042	3.25849 10 ⁻⁶	5.4
Qcells Q6LM	4.5125 10 ¹¹	0.082646	0.006318	0.01674	1.4437 10 ⁻¹⁵	8.6

Le figure 5.1, 5.2, 5.3 e 5.4 pongono a confronto gli andamenti calcolati e quelli forniti dai costruttori.

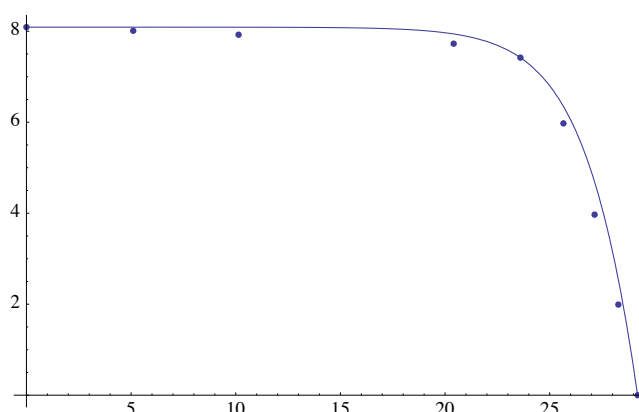


Fig.5.1 - $I = f(V)$ for Kyocera KC175GHT-2 at STC

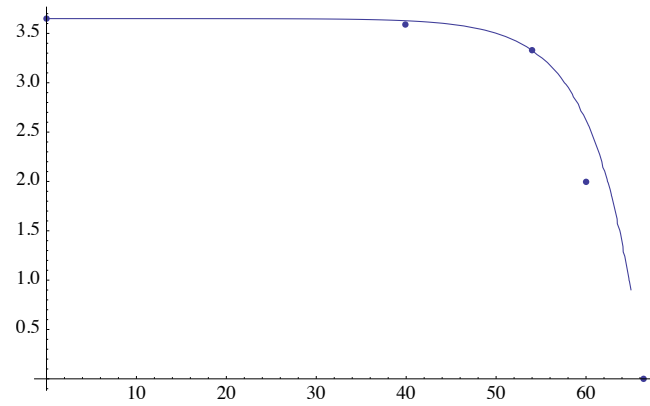


Fig.5.2 - $I = f(V)$ for Sanyo HP-180BA19 at STC

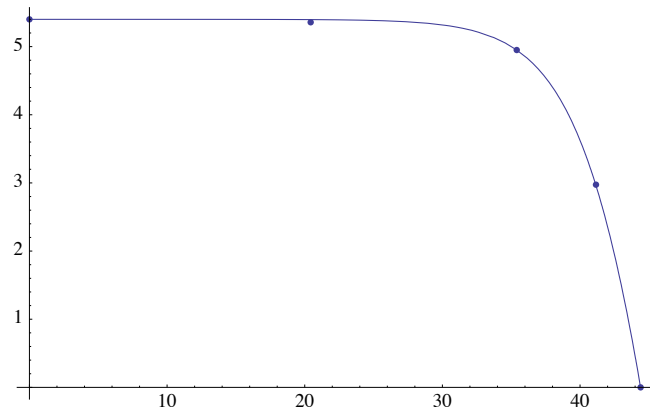


Fig.5.3 - $I = f(V)$ for Sharp NT-175 (E1) at STC

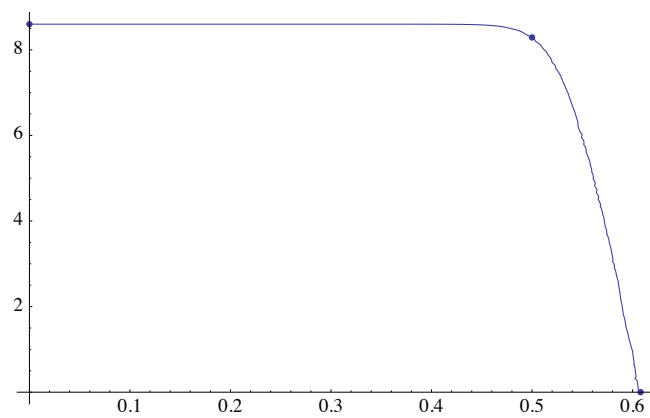


Fig.5.4 - $I = f(V)$ for QCell Q6LM at STC

In particolare, per quanto riguarda gli andamenti forniti dai costruttori vengono riportati i punti estremi di funzionamento ed alcuni punti interpolati graficamente dalle relative caratteristiche.

Lo studio condotto mette in evidenza che il valore calcolato della corrente I_{ph} è sempre pari alla corrente di corto-circuito.

Pertanto, il circuito risulta ridondante poiché basterebbero solo 3 parametri per assolvere alle stesse funzioni.

Tale fatto, anche in considerazione che il circuito equivalente non dispone di una resistenza di shunt, è in accordo con il fatto che il diodo, l'unico componente presente nel circuito che possa drenare la corrente verso massa, assolve a tale compito solo per la corrente inversa di saturazione.

Altro problema è legato alla non rispondenza delle curve tracciate analiticamente con quelle fornite dai costruttori.

Infine, si osserva che nel caso del pannello *Sanyo* il valore della resistenza R_s risulta negativo.

Alla luce di quanto osservato, si può ammettere che il modello a quattro parametri non è in grado di descrivere con precisione ingegneristica il funzionamento del dispositivo fotovoltaico.

Il tentativo di correggere il circuito a quattro parametri consiste, quindi, in prima analisi nel rimuovere la ridondanza dovuta alla presenza del superfluo parametro I_{ph} sostituendolo con la corrente di corto circuito del dispositivo e nell'introdurre al posto del parametro eliminato un nuovo parametro, una resistenza di shunt, che giustifichi il drenaggio della corrente verso massa e un generatore di corrente I_0 .

5.5 Applicazione della soluzione analitica del modello a 5 parametri.

I costruttori di dispositivi fotovoltaici forniscono all'utente le relative specifiche elettriche.

I valori numerici di tensioni e correnti sono riferiti ai punti di funzionamento estremi del dispositivo: tensione di funzionamento a vuoto V_{oc} , corrente di funzionamento in corto circuito I_{sc} , tensione e corrente di funzionamento alla massima potenza V_{mp} , I_{mp} .

In particolare, il costruttore fornisce tali valori numerici (ricavati mediante specifiche prove di laboratorio) alle condizioni standard di temperatura (STC) ovvero alla temperatura della cella di 298°K, air mass 1.5 e irraggiamento della cella di 1000W/m².

Inoltre, il costruttore fornisce anche tali valori alla temperatura nominale della cella (NOCT) cui corrispondono air mass 1.5, irraggiamento di 800 W/m² e temperatura ambiente di 20°C.

Le famiglie di curve caratteristiche del funzionamento del dispositivo, alle temperature diverse da quella di riferimento ($T_r = 298.15^\circ\text{K}$) e/o ad irraggiamento diverso da quello di riferimento ($G_r = 1000\text{W/m}^2$), solitamente fornite dal costruttore, vengono simulate al calcolatore a partire dalla curva di riferimento.

Le caratteristiche presentano come tutti i dispositivi a semiconduttore il problema della dispersione che non consente una connessione rigida delle curve alle specifiche elettriche di un dispositivo.

Le caratteristiche alle STC fornite dai costruttori consentono di estrapolare i punti di funzionamento dei dispositivi che vengono riportati nelle tabelle 5.3, 5.4, 5.5, 5.6

Applicando il modello ai pannelli: *Kyocera KC175GHT-2*, *Sanyo HIP-180BA19*, *Sharp NT-175(E1)* e *Qcells Q6LM*, i cui valori delle grandezze elettriche di input sono riportati nella tabella 5.1, si ottengono i valori dei parametri calcolati, riportati nella tabella 5.7.

Table 5.3 - punti estrapolati dalle caratteristiche fornite dai costruttori alle STC

Temperature	25 °C								
Irradiance	1000 W/m ²								
Panel type	Kyocera KC175GHT-2								
Voltage	0	5.102	10.135	20.412	236	25.656	27.145	28.279	292
Currente	8,09	8.011	7.924	7.727	742	5.975	3.969	1.992	0

Table 5.4 - punti estrapolati dalle caratteristiche fornite dai costruttori alle STC

Temperature	25 °C				
Irradiance	1000 W/m ²				
Panel type	Sanyo HIP-180BA19				
Voltage	0	3.991	54	60.008	66.4
Current	365	359	333	1.996	0

Table 5.5 - punti estrapolati dalle caratteristiche fornite dai costruttori alle STC

Temperature	25 °C				
Irradiance	1000 W/m ²				
Panel type	Sanyo HIP-180BA19				
Voltage	0	20.431	35,4	41.158	44.4
Current	5,4	5.357	4,95	2.974	0

Table 5.6 - punti estrapolati dalle caratteristiche fornite dai costruttori alle STC

Temperature	25 °C				
Irradiance	1000 W/m ²				
Panel type	QCells Q6LM				
Voltage	0	0,5	35,4	0,4	0,608
Current	8,6	8,29	4,95	8,4	0

Table 5.7 - parametri calcolati alle STC

Temperature	25 °C						
Irradiance	1000 W/m ²						
Panel type	R _{sc} [Ω]	R _{oc} [Ω]	R _s [Ω]	R _{sh} [Ω]	nT [V]	I ₀ [A]	I _{ph} [A]
Kyocera KC175GHT-2	64.4029	0.480655	0.363747	64.0392	0.89950	6.12376 10 ⁻¹⁴	8.135
Sanyo HIP-180BA19	984.585	1.57657	0.387317	984.198	4.26739	6.26326 10 ⁻⁷	3.6514
Sharp NT-175 (E1)	400.622	0.951257	0.488507	400.134	2.45339	7.31659 10 ⁻⁸	5.407
Qcells Q6LM	2	0.011586	0.011222	1.98878	0.00304	9.53371 10 ⁻⁸⁷	8.649

Inserendo i parametri calcolati di cui alla tabella 5.7 nell'equazione (5.2.1) e plottando le relative curve (I,V) si ottengono grafici di seguito mostrati (fig.5.1-fig.5.4) che mettono a confronto le curve di riferimento standard fornite dai costruttori e le curve calcolate.

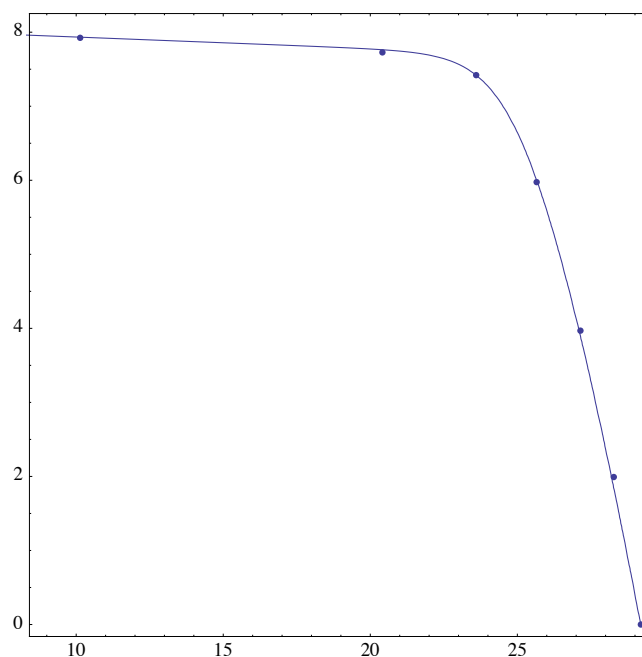


Fig.5.1 I = f(V) Confronto pannello *Kyocera KC175-GHT2*.

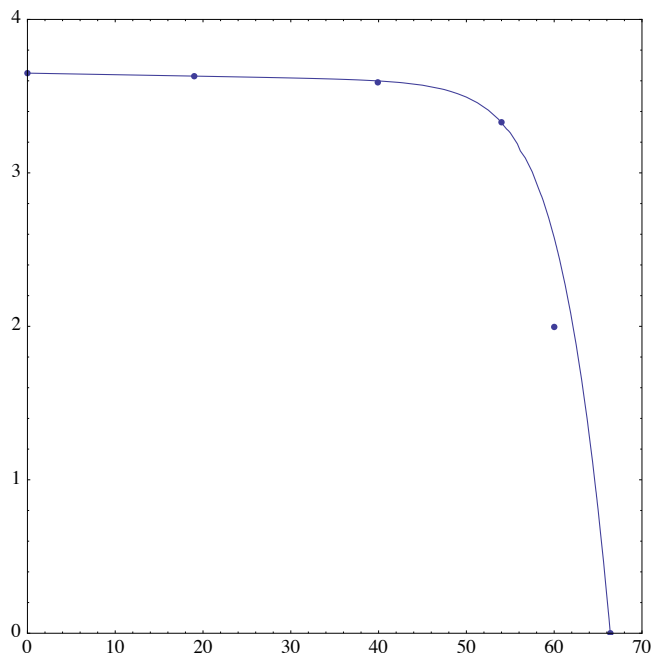


Fig.5.2 - $I = f(V)$ Confronto pannello *Sanyo HIP180-BA19*.

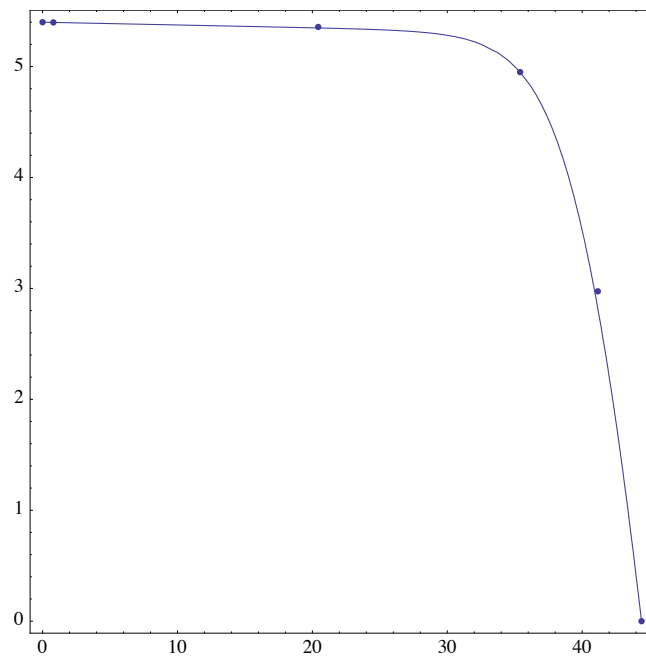


Fig.5.3 - $I = f(V)$ Confronto pannello *Sharp NT-175(E1)*.

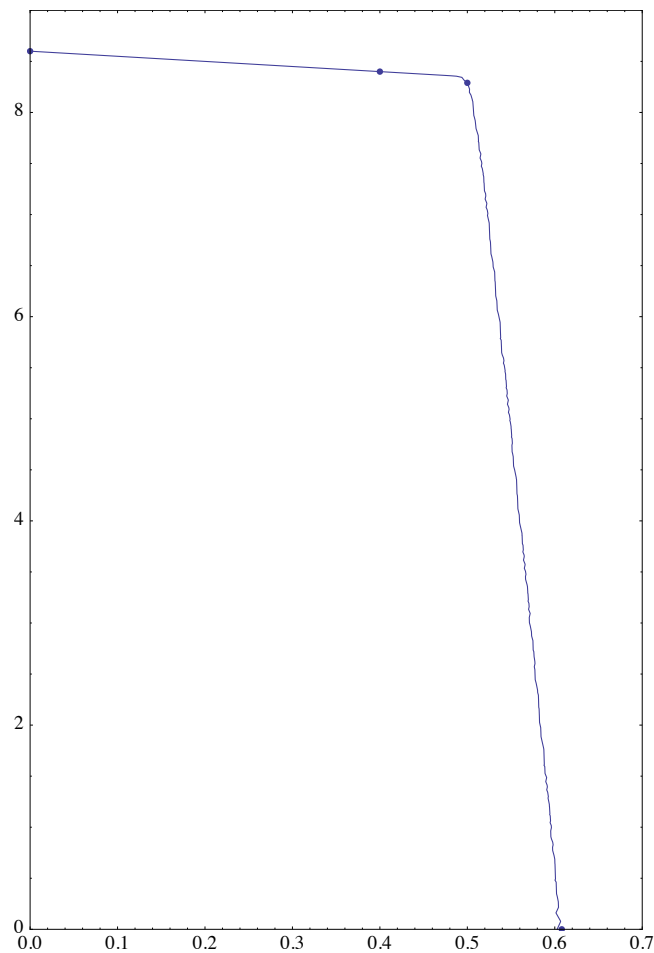


Fig.5.4 - $I = f(V)$ Confronto cella QCells Q6LM.

Riferimenti

- [1] W. Shockle, *Electrons and Holes in Semiconductors*, Van Nostrand, New York, 1950.
- [2] M.Wolf, H. Rauschenbach, Series resistance effects on solar cell measurements, *Advanced Energy Conversion* 3(1963)455–479.
- [3] T. Markvart, L. Costañerv, *Solar Cells. Materials, Manufacture and Operation*, Elsevier, Oxford, 2005.

- [4] N. Enebish, D. Agchbayar, S. Dorjkhand, D. Baatar, I. Ylemj, Numerical analysis of solar cell current-voltage characteristics, *Solar Energy Materials and Solar Cells* 29 (1993)201–208.
- [5] A. Hovinen, Fitting of the solar cell IV-curve to the two diode model, *Physica Scripta T54* (1994)175–176.
- [6] C. L. Garrido - Alzar, Algorithm for extraction of solar cell parameters from I–V curve using double exponential model, *Renewable Energy*10 (1997) 125–128.
- [7] M. Akbaba, M. A. A. Alattawi, A new model for I–V characteristic of solar cell generators and its applications, *Solar Energy Materials and Solar Cells* 37 (1995) 123–132.
- [8] O. Ortiz - Conde, F. J. Garcia Sanchez, J. Muci, New method to extract the model parameters of solar cells from the explicit analytic solutions of their illuminated I–V characteristics, *Solar Energy Materials and Solar Cells* 90 (2006) 352–361.
- [9] T. U. Townsend, A method for estimating the long-term performance of direct-coupled photovoltaic systems, MSc thesis, Mechanical Engineering, University of Wisconsin–Madison, 1989.
- [10] W. De Soto, S. A. Klein, W. A. Beckman, Improvement and validation of a model for photovoltaic array performance, *Solar energy* 80 (2006)78–88. [11] M. A. de Blas, J. L. Torres, E. Prieto, A. Garcia, Selecting a suitable model for characterizing photovoltaic devices, *Renewable Energy* 25 (2002)371–380.
- [12] A. N. Celik, N. Acikgoz, Modelling and experimental verification of the operating current of mono-crystalline photovoltaic modules using four-and five-parameter models, *Applied Energy* 84(2007)1–15.
- [13] A. Hadj Arab, F. Chenko, M. Benghanem, Loss-of-load probability of photovoltaic waterpumping systems, *Solar Energy* 76 (2004)713–723.
- [14] V. Lo Brano, A. Orioli, G. Ciulla, A. Di Gangi - An improved five-parametr model for photovoltaic modules - *Solar Energy Materials & Solar Cells* 94 (2010) 1358-1370.

Capitolo Sesto

Generalizzazione alle condizioni operative di funzionamento della cella fotovoltaica a partire dalla soluzione alle condizioni standard del circuito equivalente a cinque parametri.

Introduzione

Il calcolo dei cinque parametri del circuito equivalente della cella fotovoltaica comporta la conoscenza delle grandezze elettriche, tensioni e correnti, relative ai punti di funzionamento estremi del dispositivo alle condizioni standard di riferimento.

I parametri ottenuti, riferiti alle condizioni standard di riferimento, si potrebbero calcolare anche con riferimento ad una qualsiasi delle condizioni operative di funzionamento della cella, a patto di fornire le relative grandezze elettriche.

Il costruttore, generalmente, fornisce i coefficienti di variazione della corrente e della tensione con la temperatura.

In letteratura esistono già dei modelli che consentono il calcolo dei parametri alle diverse condizioni operative di funzionamento, tuttavia, la soluzione analitica del circuito equivalente a cinque

parametri introduce delle semplificazioni importanti al fine di ridurre ulteriormente gli errori [1-5].

6.1 Applicazione della soluzione analitica approssimata.

L'equazione (5.2.1) si presta anche a modellizzare il funzionamento alle generiche condizioni operative di funzionamento della cella fotovoltaica, infatti, basterebbe fornire i relativi valori delle grandezze V_{oc} , I_{sc} , V_{mp} , I_{mp} , V_M e I_M .

La sostituzione delle equazioni relative al calcolo della corrente fotovoltaica I_{ph} e della corrente di saturazione inversa I_0 , nell'equazione (5.2.1) conduce all'equazione equivalente (6.1.1).

$$I = I_{sc} - \frac{V}{R_{sc}} - \left(I_{sc} - \frac{V_{oc}}{R_{sc}} \right) \exp \left[\frac{(V + R_s I - V_{oc})}{nT} \right] \quad (6.1.1)$$

Nella quale, durante le condizioni operative di funzionamento, occorre anche sostituire alla tensione V l'equazione:

$$V = R_L I \quad (6.1.2)$$

ottenendo la relazione (6.1.3).

$$I = I_{sc} - \frac{R_L I}{R_{sc}} - \left(I_{sc} - \frac{V_{oc}}{R_{sc}} \right) \exp \left[\frac{(R_L + R_s) I - V_{oc}}{nT} \right] \quad (6.1.3)$$

La predetta relazione, che contiene solamente i parametri n , R_s , R_{sc} , V_{oc} e I_{sc} , si presta meglio per lo studio sia del comportamento del modello al variare delle grandezze di riferimento, sia per l'inseguimento del punto di massima potenza.

Alla luce di quanto sopra, occorre esprimere I_{sc} e V_{oc} alle condizioni operative di funzionamento.

Analizzando le caratteristiche fornite dai costruttori, non è difficile scorgere che la corrente di corto circuito subisce una variazione proporzionata sia per effetto dell'irraggiamento che della temperatura, il che è perfettamente in accordo con la relazione (4.3.9) secondo la quale la corrente di corto circuito varierebbe linearmente con la temperatura e con l'irraggiamento [4].

$$I_{sc} = I_{sc,ref} \left(\frac{G}{G_{ref}} \right) + \mu_{I_{sc}} (T_C - T_{C,ref}) \quad (4.3.9)$$

Allo stesso modo, si nota che la tensione di funzionamento a vuoto varia pressoché linearmente per effetto della temperatura, mentre per effetto dell'irraggiamento segue una legge non lineare che ad oggi corrisponderebbe con la relazione (4.3.10) [4,5].

$$V_{oc} = V_{oc,ref} + mV_t \ln \left(\frac{G}{G_{ref}} \right) + \mu_{V_{oc}} (T_C - T_{C,ref}) \quad (4.3.10)$$

Il problema, pertanto, consiste nel determinare due funzioni $\Gamma(G,T)$ e $\Psi(G,T)$ tali che verifichino le equazioni (6.1.4) e (6.1.5).

$$I_{sc}(G,T) = I_{sc.ref} \Gamma(G,T) + \mu_{I_{sc}} (T - T_{ref}) \quad (6.1.4)$$

$$V_{oc}(G,T) = V_{oc.ref} + \mu_{V_{oc}} (T - T_{ref}) + \Psi(G,T) \quad (6.1.5)$$

In tale analisi, poiché i costruttori non forniscono altre informazioni utili oltre ai coefficienti di variazione con la temperatura della corrente di corto-circuito e della tensione a vuoto, occorre utilizzare i dati misurati sperimentalmente durante il funzionamento di alcuni pannelli fotovoltaici assunti quali campioni di riferimento sia a vuoto che in corto-circuito.

L'analisi condotta per verificare la relazione (4.3.9) ha dato risultati relativamente accettabili.

Infatti, diagrammando i valori della corrente di corto - circuito misurati caricando il pannello *Kyocera KC175-GHT2* con una resistenza di 1/100 di Ohm, considerando il coefficiente di variazione della corrente di corto circuito fornito dal costruttore pari a $3.18 \cdot 10^{-3}$ [A/°C], e i relativi valori calcolati utilizzando la relazione (4.3.9) si nota uno scarto quadratico medio di circa 0.63 su di un campione costituito da 110 misure fig.6.1.

La figura 6.2 riporta il corrispondente diagramma a dispersione dal quale si osserva che la scelta della correlazione (4.3.9) è abbastanza adeguata alla serie dei dati costituenti il campione poiché si consegue un coefficiente di correlazione del 97%.

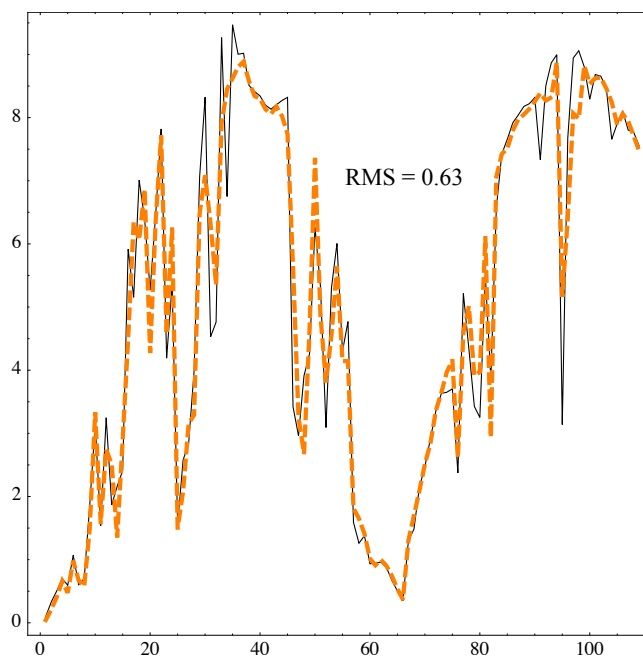


Fig.6.1 Confronto fra la corrente di corto circuito misurata e quella calcolata impiegando la relazione proposta da *Celik et al.* per il pannello *Kyocera KCT175 - GHT2*.

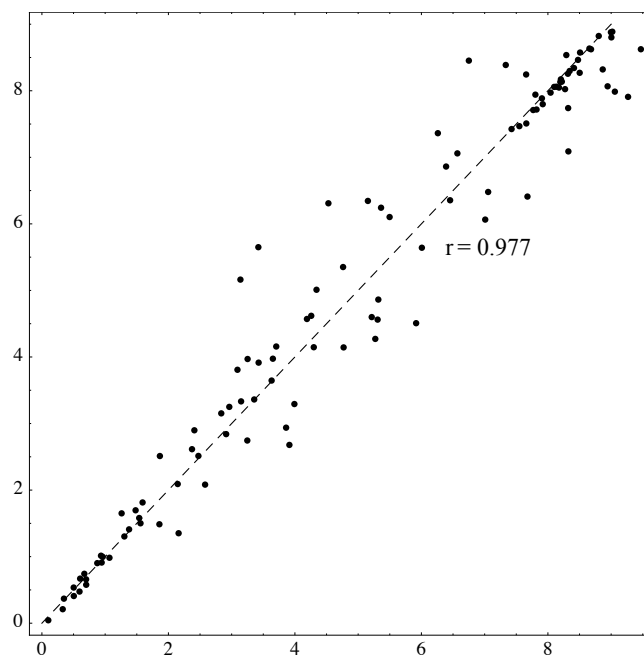


Fig.6.2 Dispersione dei valori della corrente di corto circuito calcolato con quelli relativi alla serie dei dati misurati su *Kyocera KC175-GHT2*.

L'equazione (4.3.10) relativa alla tensione di funzionamento a vuoto, invece, posta a confronto con le misure sperimentali effettuate sul pannello *Kyocera KC175-GHT2* ha prodotto dei risultati meno buoni con uno scarto quadratico medio del 60% ed un coefficiente di correlazione del 52% come visibile nella fig.6.3 e nella fig.6.4.

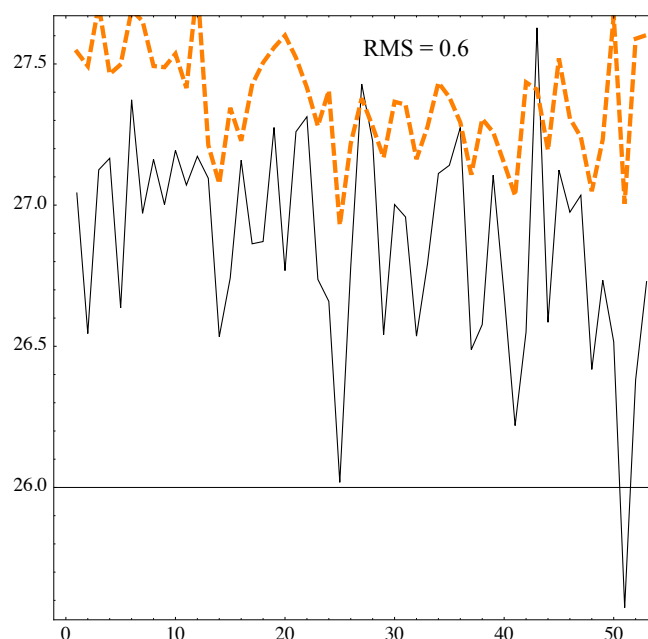


Fig.6.3 Confronto fra la tensione a vuoto misurata e quella calcolata impiegando la relazione proposta da *Celik et al.* per il pannello della *Kyocera KC175 - GHT2*.

Il calcolo della tensione di funzionamento a vuoto utilizzando la (4.3.10) contempla il calcolo del parametro m la cui equazione (4.3.8) prevede la conoscenza di R_{so} e di R_{sho} , la cui valutazione deve essere fatta sperimentalmente ovvero graficamente.

Tale fatto costituisce un limite sia per le difficoltà connesse con la valutazione numerica dei parametri R_{so} ed R_{sho} sia per la scarsa precisione degli stessi qualora vengano determinati graficamente

attraverso la caratteristica di funzionamento standard fornita dal costruttore.

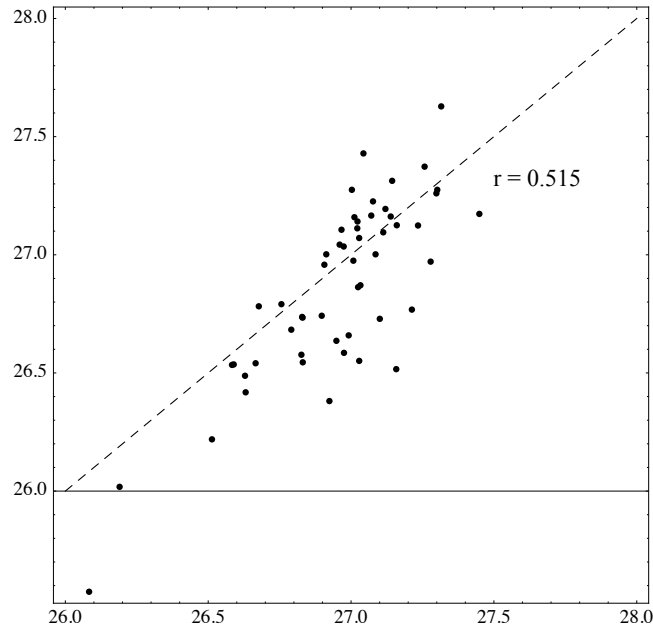


Fig.6.4 Dispersione dei valori della tensione a vuoto calcolati usando la relazione proposta da *Celik et al.* rispetto alla serie dei dati misurati su *Kyocera KC175-GHT2*.

La soluzione analitica anche nella forma semplificata fornisce oltre ai valori dei cinque parametri del circuito equivalente anche i valori dei parametri differenziali R_{so} ed R_{sho} .

La relazione (4.3.10) assume la forma dell'equazione (6.1.6) dove il termine logaritmico, sempre presente, anziché avere un coefficiente mVt , ha un coefficiente pari a $1/nT_r^3$ (essendo $nT = mVt$).

$$V_{oc} = V_{oc,ref} + \mu_{V_{oc}} (T_C - T_{C,ref}) + \frac{V_K^4}{nT_r^3} \ln \left(\frac{G}{G_{ref}} \right) \quad (6.1.6)$$

La tensione V_k , a rigore, dovrebbe essere determinata sperimentalmente effettuando delle misure della tensione a vuoto al variare dell'irraggiamento e mantenendo la temperatura costante e pari a quella di riferimento.

$$V_k = \sqrt[4]{nT_r^3 \frac{V_{oc} - V_{oc,ref}}{\ln\left(\frac{G}{G_{ref}}\right)}} \quad (6.1.7)$$

Per il pannello *Kyocera KC175-GHT2* si assume $V_k^4 \approx 1 [V^4]$, poiché a tale valore corrispondono uno scarto quadratico medio più contenuto e un coefficiente di correlazione più alto, secondo i risultati visibili nella fig.6.5 e nella fig.6.6.

Per quanto riguarda il parametro nT , la relazione più utilizzata per descrivere analiticamente la sua variazione in funzione della temperatura T espressa in °K è data dalla (6.1.5) [1,5].

$$nT = nT_r \left(\frac{T}{T_r} \right) \quad (6.1.8)$$

La resistenza R_s , invece, varia in modo inverso sia con la temperatura T che con l'irraggiamento G.

$$R_s = R_{sr} \left(\frac{T_r}{T} \right) \left(\frac{G_r}{G} \right) \quad (6.1.9)$$

Infine, la resistenza R_{sc} si può ritenere praticamente costante sia per effetto della temperature T che dell'irraggiamento G.

$$R_{sc} = R_{scr} \quad (6.1.10)$$

Alla luce di quanto sopra esposto, l'algoritmo di simulazione del funzionamento alle condizioni operative di un dispositivo fotovoltaico, cella o pannello, è costituito dalle equazioni riepilogate nella tabella 6.1.

Table 6.1 Algoritmo di simulazione del funzionamento alle condizioni operative di un dispositivo fotovoltaico.

$nT = nT_r \left(\frac{T_c}{T_r} \right) \quad R_s = R_{sr} \left(\frac{T_r}{T_c} \right) \left(\frac{G_r}{G} \right) \quad R_{sc} = R_{scr} \quad V_K^4 \approx 1 [V^4]$
$V_{oc} = V_{oc,ref} + \mu_{V_{oc}} (T_c - T_{c,ref}) + \frac{V_K^4}{nT_r^3} \ln \left(\frac{G}{G_{ref}} \right)$
$I_{sc} = I_{sc,ref} \left(\frac{G}{G_{ref}} \right) + \mu_{I_{sc}} (T_c - T_{c,ref})$
$P = R_L \left\{ I_{sc} - \left(I_{sc} - \frac{V_{oc}}{R_{sc}} \right) \exp \left[\frac{(R_L + R_s)I - V_{oc}}{nT_c} \right] - \frac{(R_L + R_s)I}{R_{sc}} \right\}^2$

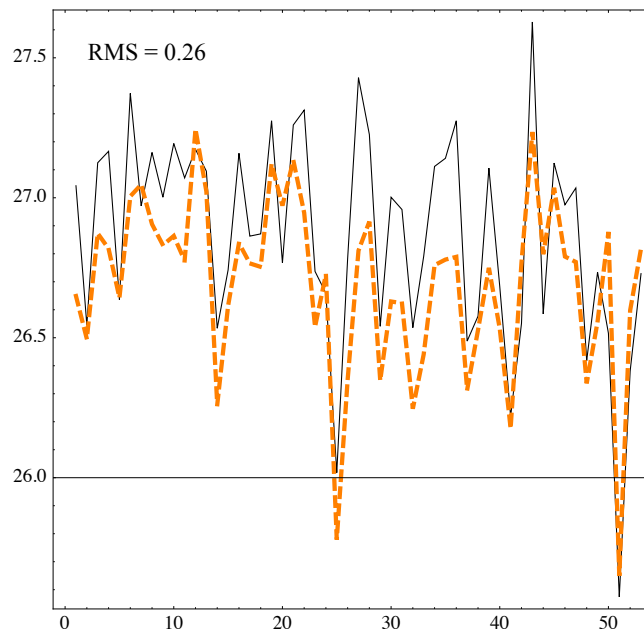


Fig.6.5 Confronto fra la tensione a vuoto misurata e quella calcolata impiegando la relazione (6.1.6) per il pannello della Kyocera KC175 - GHT2.

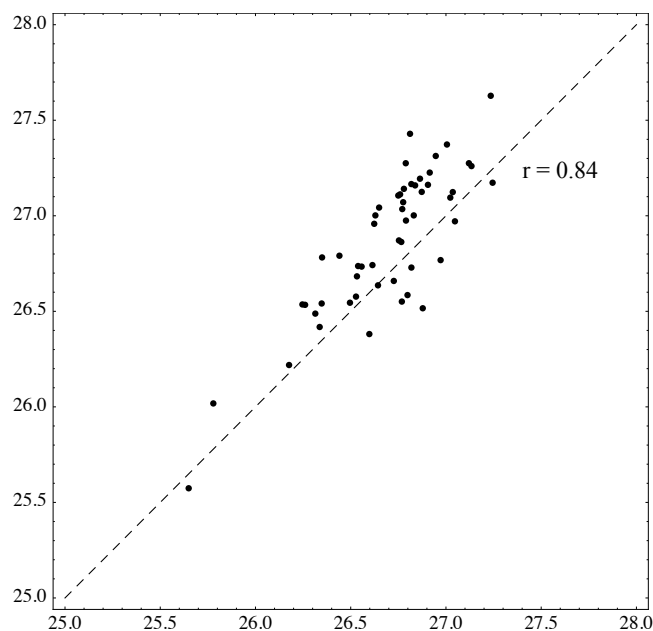


Fig.6.6 Dispersione dei valori della tensione a vuoto calcolati usando la relazione (6.1.6) rispetto alla serie dei dati misurati su Kyocera KC175-GHT2.

L'applicazione dell'algoritmo al pannello *Kyocera KC175-GHT2* ha prodotto i risultati mostrati nei grafici che seguono.

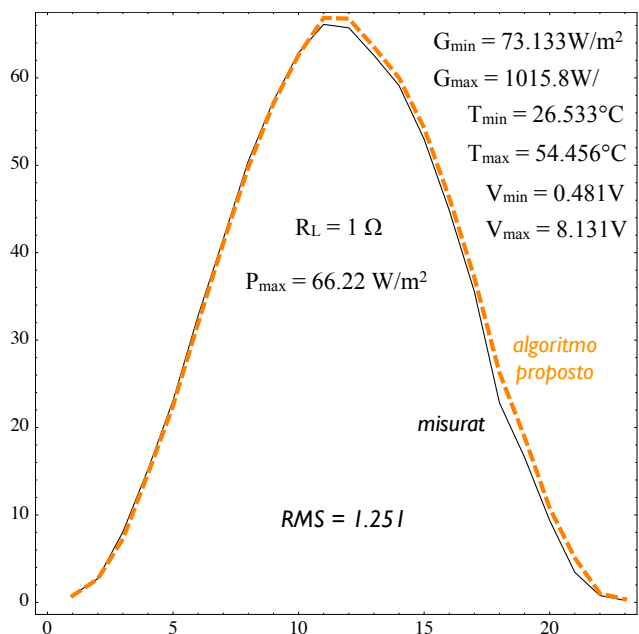


Fig6.7 Confronto fra la potenza misurata e quella calcolata impiegando l'algoritmo proposto in Tab.6.1 per il pannello della *Kyocera KC175 - GHT2* accoppiato con un carico di 1 Ohm.

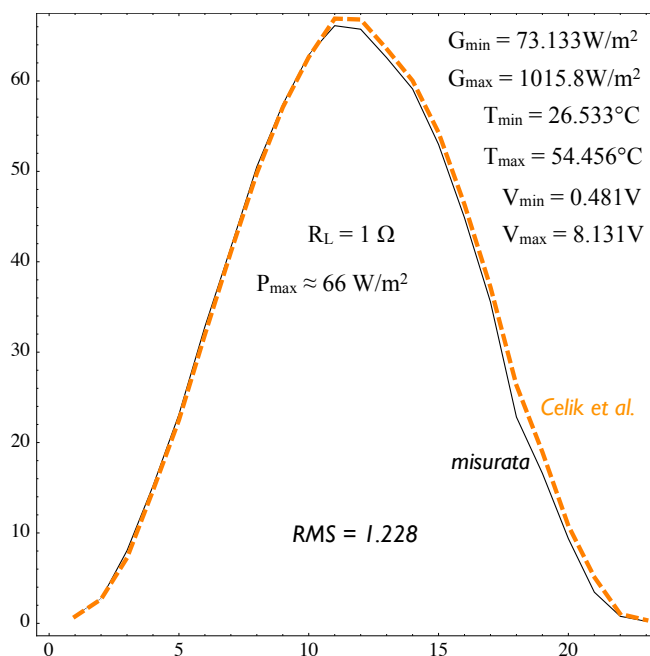


Fig6.8 Confronto fra la potenza misurata e quella calcolata impiegando l'algoritmo proposto da *Celik et al.* per il pannello della *Kyocera KC175 - GHT2* accoppiato con un carico di 1 Ohm.

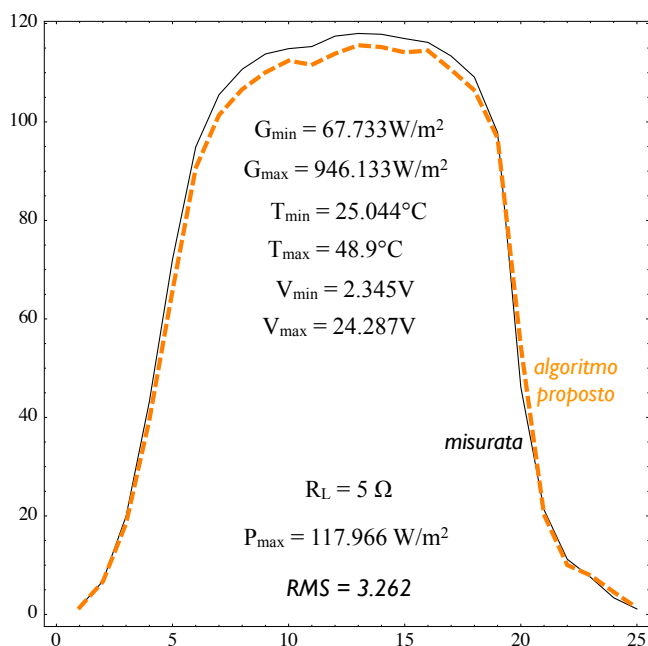


Fig.6.9 Confronto fra la potenza misurata e quella calcolata impiegando l'algoritmo proposto in Tab.6.1 per il pannello della Kyocera KC175 - GHT2 accoppiato con un carico di 5 Ohm.

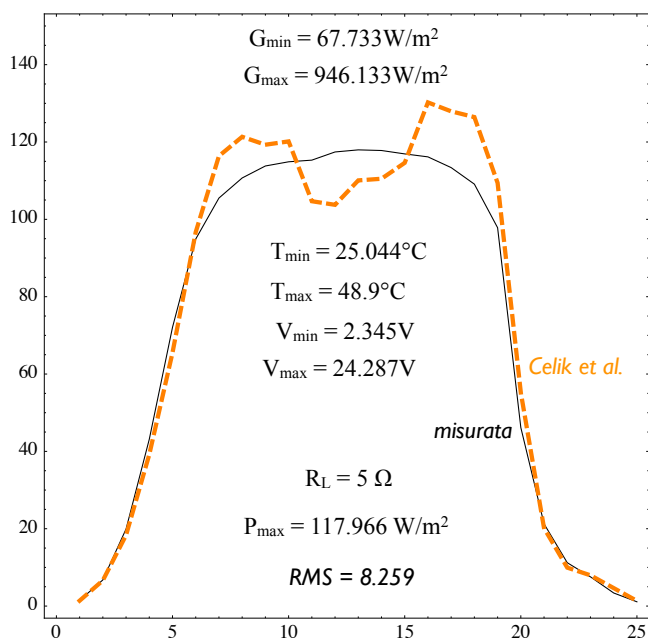


Fig.6.10 Confronto fra la potenza misurata e quella calcolata impiegando l'algoritmo proposto da Celik et al. per il pannello della Kyocera KC175 - GHT2 accoppiato con un carico di 5 Ohm.

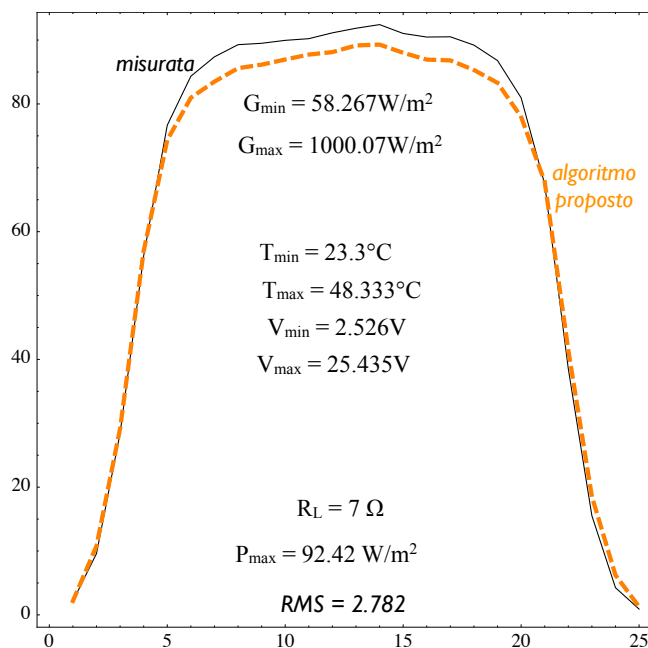


Fig.6.11 Confronto fra la potenza misurata e quella calcolata impiegando l'algoritmo proposto in Tab.6.1 per il pannello della Kyocera KC175 - GHT2 accoppiato con un carico di 7 Ohm.

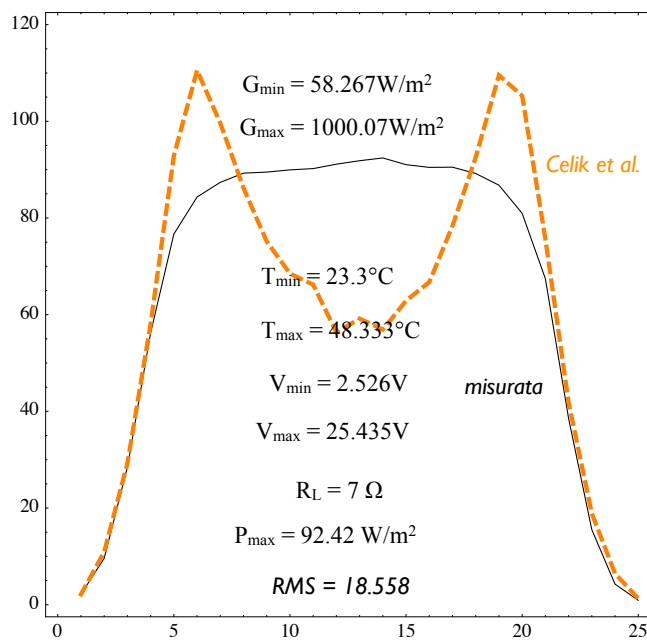


Fig.6.12 Confronto fra la potenza misurata e quella calcolata impiegando l'algoritmo proposto da Celik et al. per il pannello della Kyocera KC175 - GHT2 accoppiato con un carico di 7 Ohm.

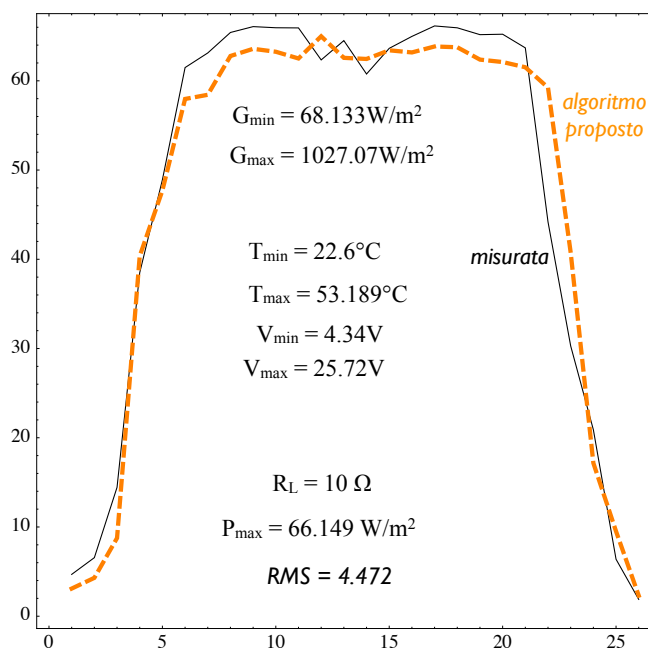


Fig.6.13 Confronto fra la potenza misurata e quella calcolata impiegando l'algoritmo proposto in Tab.6.1 per il pannello della Kyocera KC175 - GHT2 accoppiato con un carico di 10 Ohm.

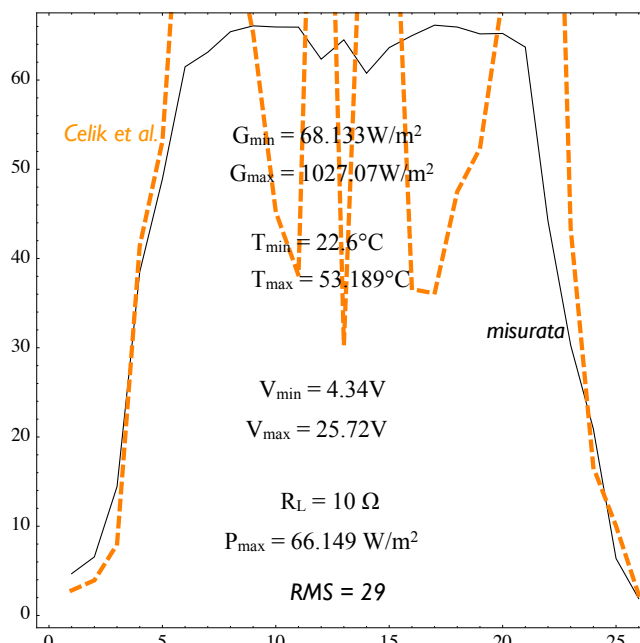


Fig.6.14 Confronto fra la potenza misurata e quella calcolata impiegando l'algoritmo proposto da Celik et al. per il pannello della Kyocera KC175 - GHT2 accoppiato con un carico di 10 Ohm.

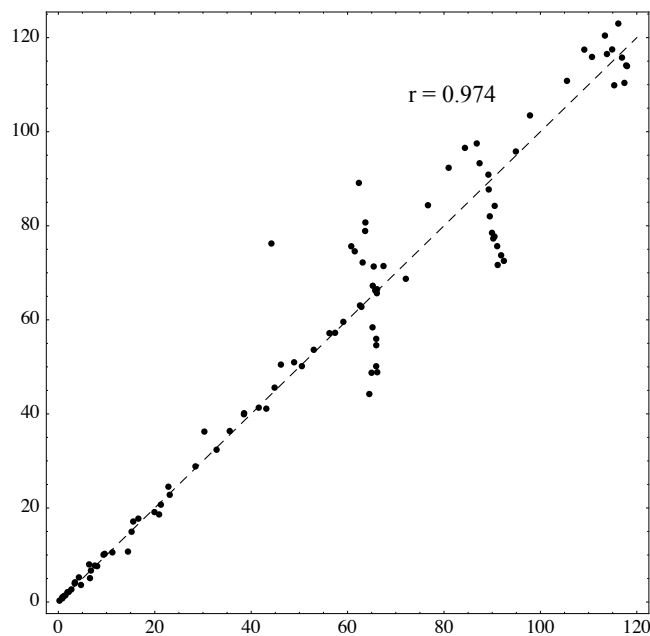


Fig.6.15 Dispersione dei valori della tensione a vuoto calcolati impiegando l'algorithm proposto da *Celik et al.*, rispetto alla serie dei dati misurati su *Kyocera KC175-GHT2*.

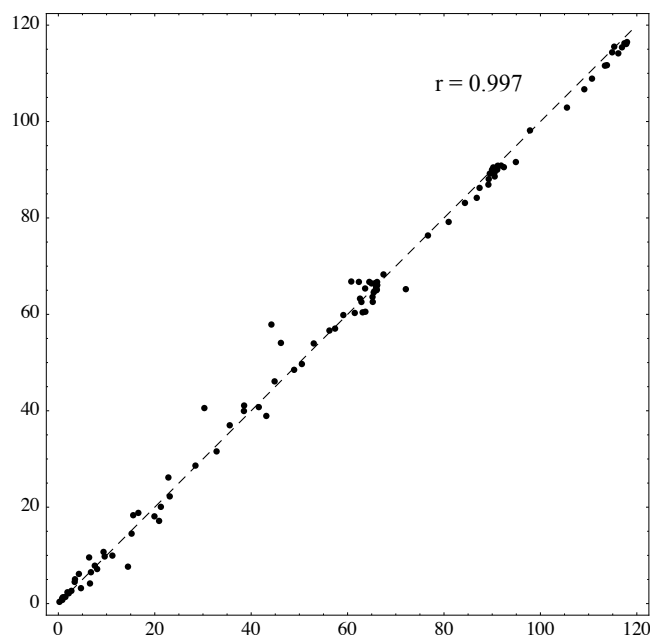


Fig.6.16 Dispersione dei valori della tensione a vuoto calcolati impiegando l'algorithm proposto in Tab. 6.1, rispetto alla serie dei dati misurati su *Kyocera KC175-GHT2*.

6.2 Correlazione della temperatura della cella con la temperatura ambiente.

La misura della temperatura delle celle fotovoltaiche componenti un pannello avviene sistemando nella superficie inferiore un numero sufficiente di termocoppie interfacciate mediante delle schede di acquisizione ad un PC.

In tal modo, la temperatura del pannello si ottiene istantaneamente come media delle temperature registrate.

Poiché della radiazione solare incidente sulla superficie anteriore del pannello una parte viene riflessa e una parte viene assorbita, secondo un coefficiente di assorbimento α e un coefficiente di trasmissione τ , la potenza specifica che arriva al silicio è:

$$G_{Si} = G \cdot \tau \cdot \alpha \quad (6.2.1)$$

Di tale potenza specifica una parte, corrispondente all'energia in eV che occorre fornire al silicio alla temperatura T_c per generare coppie di portatori, viene convertita in energia elettrica cui corrisponde una circolazione di corrente su di un carico R_L ,

$$E_g \Rightarrow R_L I^2 \quad (6.2.2)$$

mentre la restante parte viene accumulata sotto forma di calore dal pannello per poi essere smaltita sia per trasmissione che per

convezione naturale attraverso l'ambiente esterno che si trova a temperatura inferiore.

$$G \cdot \tau \cdot \alpha = \frac{R_L I^2}{A} + h_t (T_c - T_{si}) + h_c (T_{si} - T_a) \quad (6.2.3)$$

Nell'equazione (6.2.3) mentre T_c rappresenta la temperatura misurata da una sonda posta a contatto col silicio, T_{si} è la temperatura media della superficie inferiore del pannello.

Poiché lo strato inferiore di silicio è isolato dall'ambiente esterno da un sottile strato di materiale (TEDLAR), le cui eccellenti caratteristiche termiche facilitano lo smaltimento del calore accumulato dal pannello, la temperatura del silicio spesso viene approssimata a quella della superficie inferiore del pannello.

Lo studio della correlazione (6.2.3) è fattibile soltanto sperimentalmente, poiché, oltre alla misura istantanea, dell'irraggiamento G , della corrente erogata I , della resistenza di carico R_L , della temperatura ambiente T_a e della temperatura T_{si} dello strato superficiale inferiore del pannello, occorrerebbe anche la misura della temperatura T_c del silicio il che comporterebbe l'inserimento di una serie di sonde opportunamente dislocate all'interno del pannello stesso e poste a diretto contatto con il silicio.

L'interesse scientifico rivolto allo studio della convezione al di sotto di un pannello inclinato è notevole, poiché pochi sono gli esempi in letteratura di studi compiuti in tal senso.

Tuttavia, nella pratica relativa alla installazione di parchi fotovoltaici il rilievo delle temperature sui pannelli comporterebbe un notevole dispendio sia in termini di costi relativi alle sonde sia a livello di installazione.

Per tali motivi la correlazione (6.1.3), di fatto, nella pratica trova scarsa applicazione.

Considerando il coefficiente di scambio globale U_c la correlazione (6.1.3) assume la forma:

$$G \cdot \tau \cdot \alpha = \frac{R_L I^2}{A} + U_c (T_c - T_a) \quad (6.2.4)$$

dove U_c è il coefficiente globale di scambio termico pari ad $h_t + h_c$.

Dall'equazione (6.2.4), noti i coefficienti τ , α , U_c , è possibile esprimere la temperatura della cella istantaneamente in funzione della temperatura ambiente, dell'irraggiamento G , della resistenza di carico R_L e della corrente erogata sul carico.

$$T_c = T_a + \frac{\tau \cdot \alpha}{U_c} G - \frac{1}{U_c} \frac{R_L I^2}{A} \quad (6.2.5)$$

Formulazioni analoghe sono presenti in letteratura, in particolare si riporta la correlazione seguente [6].

$$T_c = T_a + \frac{\tau \cdot \alpha - \eta}{U_c} G \quad (6.2.6)$$

La (6.2.6) comporta il calcolo del coefficiente globale di scambio termico U_c , al quale si perviene imponendo $\tau \cdot \alpha \approx 0.9$ ed

osservando che durante il funzionamento a vuoto alle condizioni NOCT, annullandosi il rendimento, si può calcolare il rapporto $\tau \cdot \alpha / U_c$ secondo la relazione (6.2.8).

$$T_{NOCT} = 20 + \frac{0.9}{U_c} 800 \quad (6.2.7)$$

$$U_c = \frac{0.9 \times 800}{T_{NOCT} - 20} \quad (6.2.8)$$

Procedendo secondo la correlazione (6.2.5), nella quale, a differenza della (6.2.6), al posto del rendimento η compaiono la resistenza di carico R_L e la corrente I erogata dal pannello, imponendo la condizione di funzionamento a vuoto alle condizioni di funzionamento NOCT, la corrente generata dalla cella è zero per cui si ha:

$$T_{NOCT} = 20 + \frac{\tau \cdot \alpha}{U_c} 800 \quad (6.2.9)$$

$$\frac{\tau \cdot \alpha}{U_c} = \frac{T_{NOCT} - 20}{800} \quad (6.2.10)$$

sostituendo nella (6.2.5) si ha:

$$T_c = T_a + \frac{T_{NOCT} - 20}{800} G - \frac{1}{U_c} \frac{R_L I^2}{A} \quad (6.2.11)$$

Alla massima potenza, alle condizioni standard di funzionamento (NOCT) , si ha:

$$47 - 20 = \frac{T_{NOCT} - 20}{800} 1000 - \frac{1}{U_c} \frac{V_{mpN} I_{mpN}}{A} \quad (6.2.12)$$

che fornisce l'equazione per il calcolo di U_c .

$$U_c = \frac{V_{mpN} \times I_{mpN}}{0.25 \times A \times (T_{NOCT} - 20)} \quad (6.2.13)$$

Sostituendo nell'equazione (6.2.10) si calcola anche il coefficiente $\tau \cdot \alpha$:

$$\tau \cdot \alpha = \frac{V_{mpN} \times I_{mpN}}{0.25 \times 800 A} \quad (6.2.14)$$

6.3 Validazione sperimentale della correlazione proposta.

Nel caso del pannello Kyocera KC175-GHT2, per il quale $V_{mp} = 20.9V$, $I_{mp} = 5.99A$ si ha:

$$U_c = \frac{20.9 \times 5.99}{1.29 \times 0.99 \times (47 - 20) \times 0.25} = 14.5226 \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (6.2.15)$$

$$\tau \cdot \alpha = \frac{20.9 \times 5.99}{0.25 \times 800 \times 1.29 \times 0.99} = 0.49 \quad (6.2.16)$$

$$\frac{\tau \cdot \alpha}{U_c} = \frac{47 - 20}{800} = 0.03375 \quad (6.2.17)$$

$$\frac{1}{U_c \cdot A} = \frac{1}{14.5226 \times 1.2771} = 0.1496 \quad (6.2.18)$$

$$T_c = T_a + 0.03375G - 0.14964R_L I^2 \quad (6.2.19)$$

Utilizzando i dati sperimentali relativi alle grandezze: T_c , T_a , G , R_L e I , si ha:

$$[\tilde{T}_c] = [T_a] + 0.03375[G] - 0.14964[R_L][I^2]^T \quad (6.2.20)$$

Confrontando il vettore $[\tilde{T}_c]$ con il vettore $[T_c]$ si ottiene un coefficiente di correlazione del 98%.

Analogamente, secondo la correlazione (6.2.6), sempre in relazione allo stesso set di dati, si ottiene un coefficiente di correlazione di 0.98.

Tuttavia, la relazione (6.2.5) rispetto alla (6.2.6) presenta il vantaggio di contenere anche la resistenza di carico R_L .

Introducendo la relazione (7.2.10) nella Tab.6.1 si ha la Tab.6.2.

Table 6.2 Algoritmo di simulazione del funzionamento alle condizioni operative di un dispositivo fotovoltaico.

$$U_c = \frac{V_{mpN} \times I_{mpN}}{0.25 \times A \times (T_{NOCT} - 20)} \quad T_c = T_a + \frac{T_{NOCT} - 20}{800} G - \frac{1}{U_c} \frac{R_L I^2}{A}$$

$$nT = nT_r \left(\frac{T_c}{T_r} \right) \quad R_s = R_{sr} \left(\frac{T_r}{T_c} \right) \left(\frac{G_r}{G} \right) \quad R_{sc} = R_{scr} \quad V_K^4 \approx 1 [V^4]$$

$$V_{oc} = V_{oc,ref} + \mu_{V_{oc}} (T_c - T_{c,ref}) + \frac{V_K^4}{nT_r^3} \ln \left(\frac{G}{G_{ref}} \right)$$

$$I_{sc} = I_{sc,ref} \left(\frac{G}{G_{ref}} \right) + \mu_{I_{sc}} (T_c - T_{c,ref})$$

$$P = R_L \left\{ I_{sc} - \left(I_{sc} - \frac{V_{oc}}{R_{sc}} \right) \exp \left[\frac{(R_L + R_s)I - V_{oc}}{nT_c} \right] - \frac{(R_L + R_s)I}{R_{sc}} \right\}^2$$

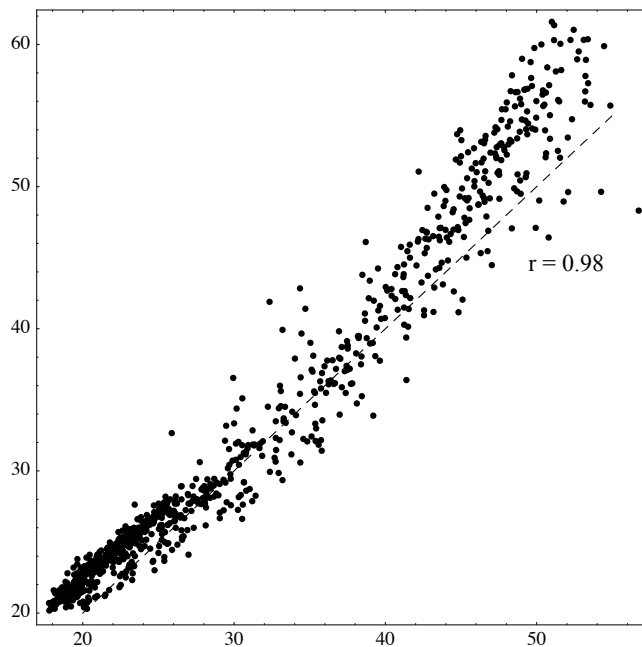


Fig.6.17 Correlazione tra T_c e T_a secondo la (6.2.5)

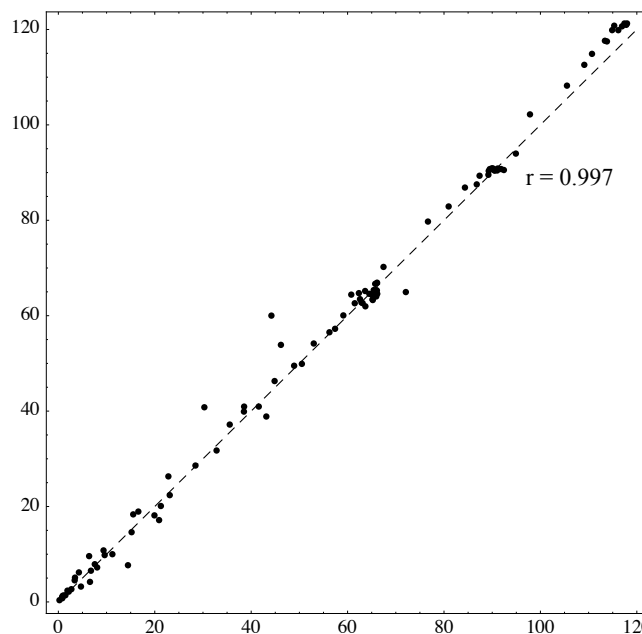


Fig.6.18 Dispersione dei valori della potenza calcolata impiegando l'algoritmo proposto in Tab. 6.2, rispetto alla serie dei dati di potenza misurati su *Kyocera KC175-GHT2*.

In definitiva, utilizzando l'algoritmo di cui alla Tab.6.2, anziché quello di cui alla Tab.6.1, si ottengono praticamente gli stessi risultati con il vantaggio di non dover più misurare la temperatura del silicio delle celle.

Riferimenti

- [1] M. A. de Blas, J. L. Torres, E. Prieto, A. Garcia, (2002) Selecting a suitable model for characterizing photovoltaic devices, *Renewable Energy* 25:371–380.
- [2] A. Hadj Arab, F. Chenko, M. Benghanem, (2004) Loss-of-load probability of photovoltaic waterpumping systems, *Solar Energy* 76:713–723.
- [3] W. De Soto, S. A. Klein, W. A. Beckman, (2006) Improvement and validation of a model for photovoltaic array performance, *Solar energy* 80: 78–88.
- [4] A. N. Celik, N. Acikgoz, (2007) Modelling and experimental verification of the operating current of mono-crystalline photovoltaic modules using four-and five-parameter models, *Applied Energy* 84:1–15.
- [5] V. Lo Brano, A. Orioli, G. Ciulla, A. Di Gangi - An improved five-parametr model for photovoltaic modules - *Solar Energy Materials & Solar Cells* 94 (2010) 1358-1370.
- [6] Mario A. Cucumo - Valerio Marinelli - Giuseppe Oliveri (1994) *Ingegneria Solare* - Pitagora Editrice Bologna.

Capitolo Settimo

Un algoritmo di *forecasting* finalizzato alla previsione della radiazione solare e della temperatura ambiente.

Introduzione

Il problema della correlazione della temperatura delle celle fotovoltaiche con la temperatura ambiente è stato affrontato nel capitolo precedente con discreti risultati; pertanto, per definire il modello di previsione della producibilità di un impianto fotovoltaico occorre conoscere con adeguato anticipo la radiazione solare e la temperatura ambiente.

Tuttavia, la previsione di entrambe le grandezze, in condizioni di cielo nuvoloso, pone non pochi problemi.

Attualmente, è possibile calcolare la radiazione solare incidente in condizioni di cielo sereno, su di una superficie comunque inclinata, utilizzando uno dei metodi disponibili in letteratura [1-4].

L'aleatoria presenza delle nuvole comporta delle difficoltà nella previsione soprattutto a livello orario; infatti, anche impiegando lunghe serie di dati i risultati ottenuti sono relativamente buoni a livello annuale mentre a livello orario decano decisamente poiché presentano una varianza ampia durante il corso dell'anno.

Nel presente capitolo si affronta il problema proponendo un metodo per la stima della radiazione solare ad intervalli di tempo Δh che, partendo dalla conoscenza di soli due punti, riesce a ricostruire la curva di irraggiamento giornaliero con degli errori accettabili.

7.1 Algoritmo di correlazione della radiazione globale e della temperatura ambientale.

Premesso che gli impianti fotovoltaici, oltre ai sistemi necessari alla conversione dell'energia elettrica e alla immissione in rete, sono dotati di un sistema di monitoraggio ambientale per la misura dell'irraggiamento e della temperatura ambiente, è possibile utilizzare i dati relativi al fine di prevedere le stesse grandezze con un anticipo temporale pari a Δh .

Il metodo si basa, come già accennato in premessa, sulla conoscenza dei due punti in prossimità dell'alba.

Il primo punto, relativo all'istante che precede l'alba, se h_a è l'ora solare relativa all'alba, presenta un irraggiamento pari a zero all'istante $h_a - \Delta t$.

Disponendo, allora, della misura dell'irraggiamento solare all'istante successivo $h_a + \Delta h$, è possibile prevedere il valore dell'irraggiamento solare all'istante $h_a + 2\Delta h$ utilizzando una delle formule di interpolazione lineare note.

In particolare, la relazione (7.1.1) consente di calcolare il valore del terzo termine di una serie di dati a partire dai primi due termini.

$$y(x_*) = y_{k-1} + \frac{x_* - x_{k-1}}{x_k - x_{k-1}}(y_k - y_{k-1}) \quad (7.1.1)$$

Tuttavia, applicando la relazione (7.1.1) alla serie di dati relativa alla radiazione globale a livello giornale, in corrispondenza del tramonto si ottengono dei valori negativi (Fig.7.1) che sono fisicamente inaccettabili e pertanto vanno posti a zero ovvero a dei valori intermedi interpolati fra due punti vicini.

Inoltre, occorre verificare che il valore massimo dell'irraggiamento giornale stimato non superi il valore massimo storico giornale stimato dalle serie storiche di dati.

In particolare, analizzate le serie storiche dei dati relativi alla radiazione globale per la città di Palermo per il periodo dal 1998 al 2008 il massimo storico è risultato pari a 1034 W/m².

Analogamente, analizzando le serie storiche di dati relativi alla temperatura ambiente per lo stesso periodo il massimo storico è risultato pari a 43.8°C, mentre il minimo storico è risultato pari a 0°C.

L'algoritmo di previsione, sia per la temperatura ambiente sia per la radiazione globale consiste, allora, nei seguenti passi:

- 1) si calcolano le ore solari h_a e h_t relative rispettivamente all'alba e al tramonto utilizzando la formula:

$$h_a = -h_t = \arccos(-\operatorname{tg}L \cdot \operatorname{tg}\delta) \quad (7.1.2)$$

dove L è la latitudine del sito e δ la declinazione solare;

- 2) si fissa l'intervallo di tempo Δh ;
- 3) si parte dal valore di irraggiamento nullo relativo all'istante $h_a - \Delta t$;
- 4) si attende la misura dell'irraggiamento all'istante $h_a + \Delta h/2$;

- 5) si applica la formula (7.1.1) relativamente all'istante $h_a+\Delta h$;
- 6) si esegue una istruzione condizionale per eliminare gli eventuali valori negativi;
- 7) si esegue una ulteriore istruzione condizionale per verificare il non superamento dei limiti storici osservati.

7.2 Validazione sperimentale del forecasting

Le correlazioni relative all'applicazione dell'algorithmo alle serie di dati inerenti i valori della radiazione globale dell'anno 2008 sono mostrate nelle figure che seguono.

Il coefficiente di correlazione dipende dall'ampiezza scelta per l'intervallo Δh , poiché a un intervallo più piccolo corrisponde una correlazione migliore e viceversa.

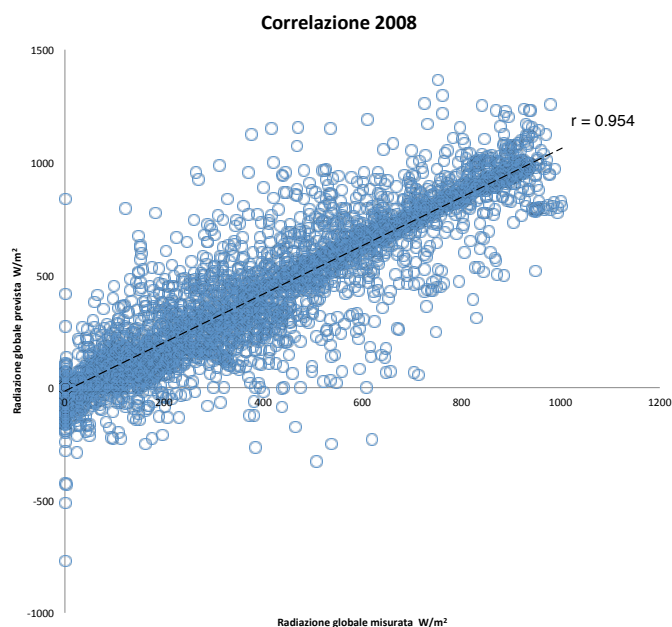


Fig.7.1 Correlazione in presenza di valori negativi ($\Delta h=1$).

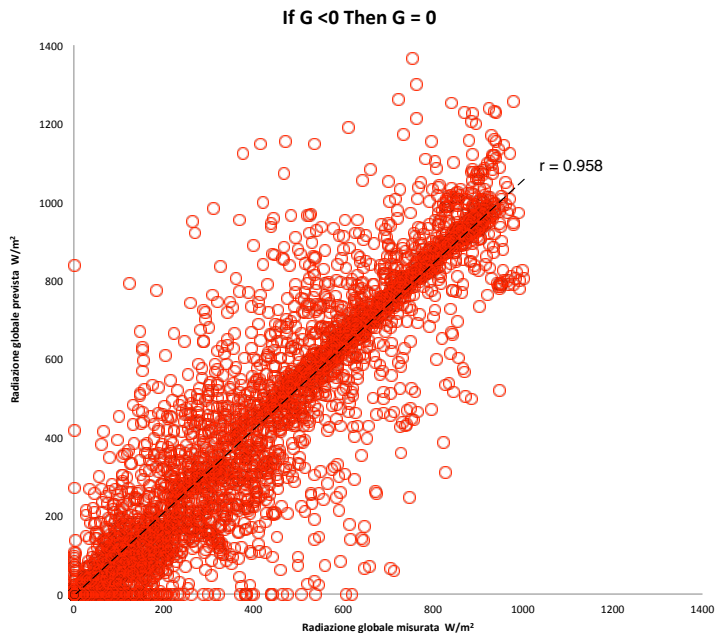


Fig.7.2 Correlazione senza i valori negativi ($\Delta h=1$).

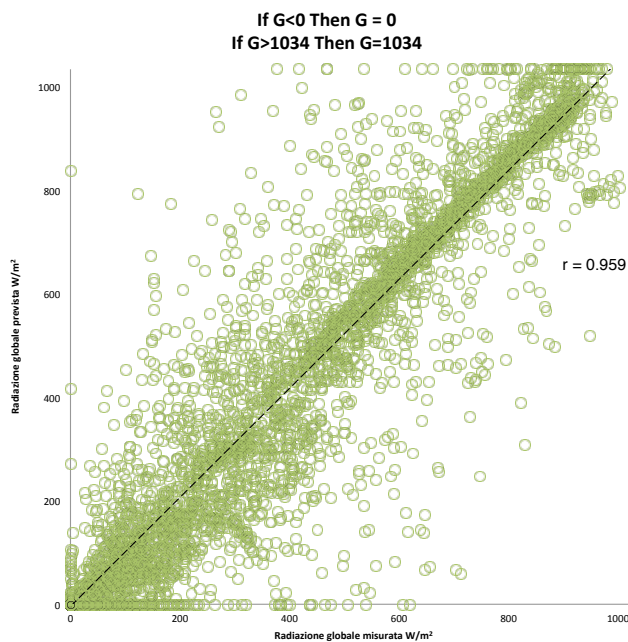


Fig.7.3 Correlazione limitata al massimo storico ($\Delta h=1$).

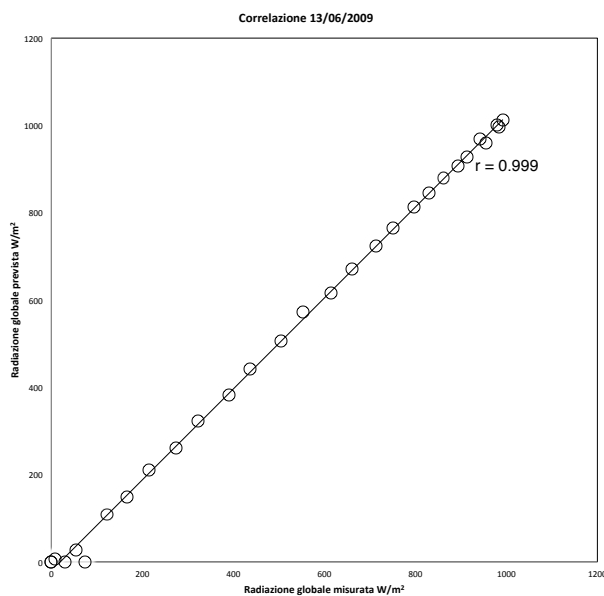


Fig.7.4 Applicazione dell'algorithm proposto alla serie di dati misurati in data 13/06/2009 dall'alba al tramonto ($\Delta h=0.5$).

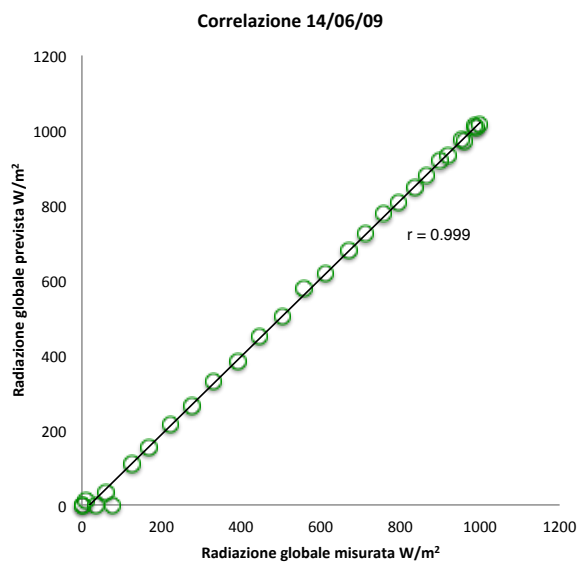


Fig.7.5 Applicazione dell'algorithm proposto alla serie di dati misurati in data 14/06/2009 ($\Delta h=0.5$).

Tab.7.1 Radiazione globale 13/06/09 dall'alba al tram. ($\Delta h=0.5$)

Radiazione globale misurata [W/m ²]	Radiazione globale prevista [W/m ²]
0	0
74,13333333	0
167,2666667	148,2666667
274,4	260,4
389,9333333	381,5333333
503,2666667	505,4666667
613,2	616,6
712,6666667	723,1333333
796,9333333	812,1333333
861,8666667	881,2
911,7333333	926,8
954,5333333	961,6
983,4666667	997,3333333
991,8666667	1012,4
980,0666667	1000,2666667
943,6666667	968,2666667
893,6	907,2666667
828,6	843,5333333
749,6666667	763,6
660,7333333	670,7333333
551,9333333	571,8
437,1333333	443,1333333
323	322,3333333
215,2666667	208,8666667
121,3333333	107,5333333
55,4	27,4
31,33333333	0
8,866666667	7,266666667
0	0

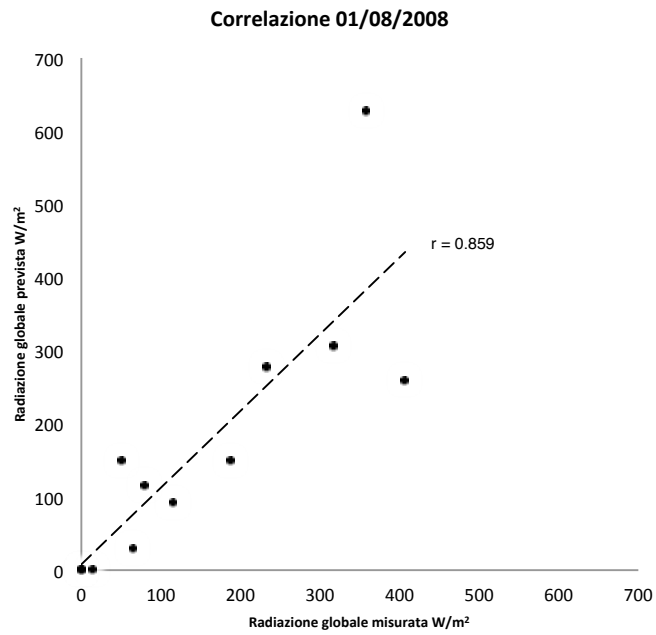


Fig 7.6 Correlazione 01/01/2008 dall'alba al tram. ($\Delta h=1$).

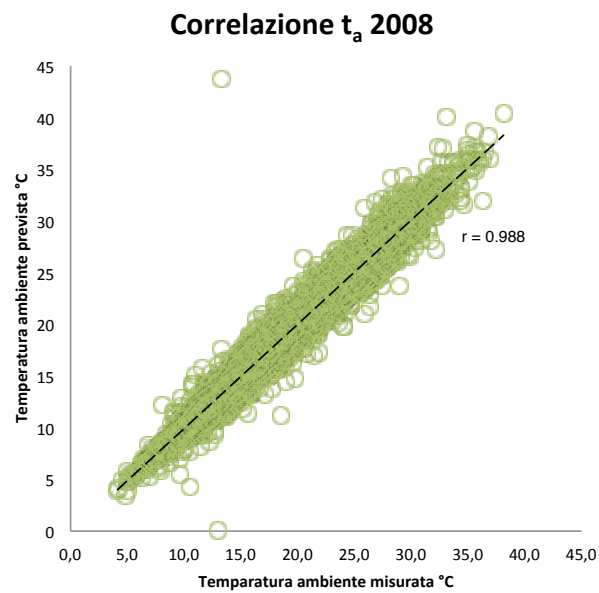


Fig.7.7 Correlazione annuale t_a ($\Delta h=1$).

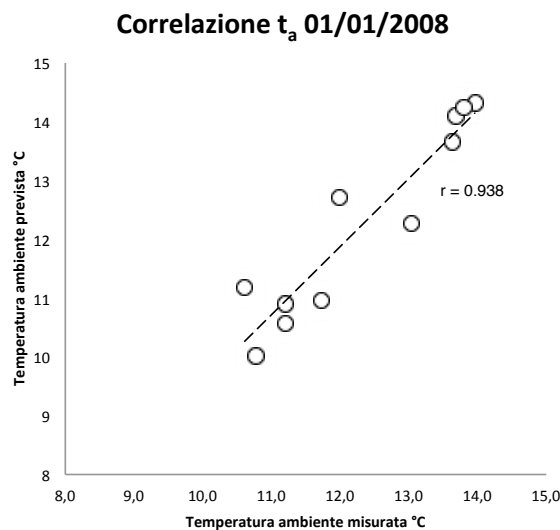


Fig.7.8 Correlazione giornaliera t_a dall'alba al tram. ($\Delta h=1$)

7.3 Validazione sperimentale del modello di previsione della producibilità di un impianto fotovoltaico

Il modello proposto si può riassumere schematicamente con il seguente schema a blocchi:

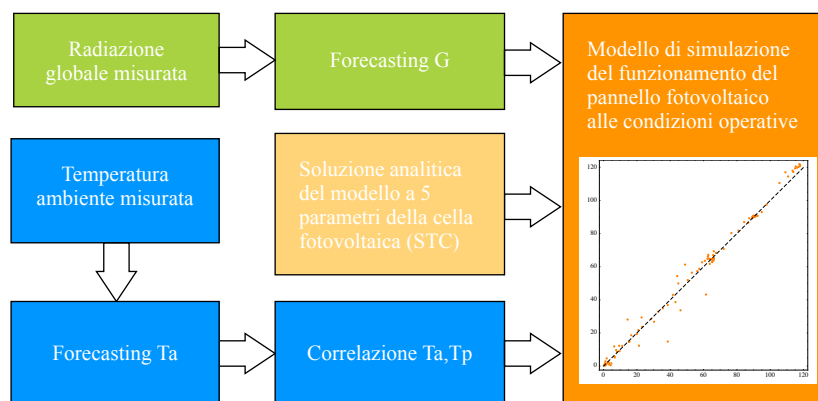


Fig.7.9 Schema a blocchi del modello proposto

Implementando i calcoli con *Mathematica* (Appendice A) si ottengono i coefficienti riportati nella tabella 7.2.

Tab.7.2 Coefficienti di correlazione	
Previsione	(r)
Temperatura ambiente	83%
Radiazione globale	97%
Potenza	99%

Il confronto dei dati di potenza calcolati utilizzando il modello proposto con i dati misurati con riferimento al pannello *Kyocera KC175-GHT2* è riportato nella fig.7.9 e, come si può vedere, il coefficiente di correlazione ottenuto è superiore al 99%; pertanto, il modello proposto riesce a fornire stime della potenza prodotta con buoni livelli di fiducia.

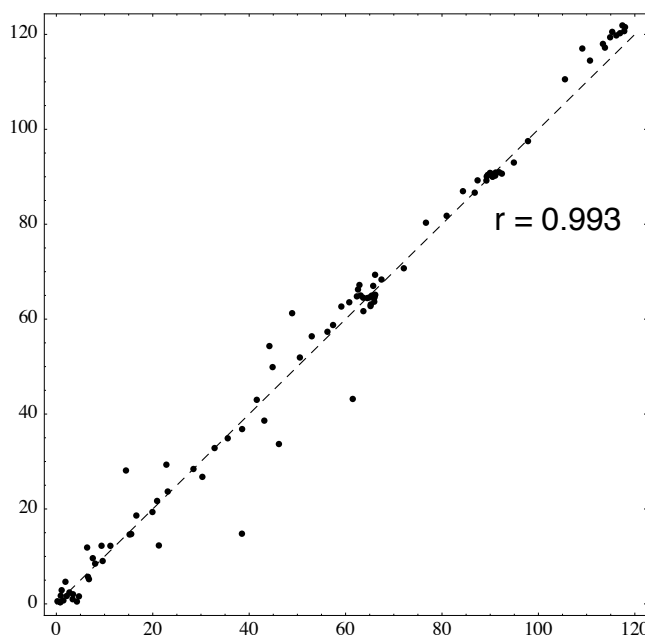


Fig.7.10 Correlazione fra i dati di potenza calcolati applicando

Riferimenti

- [1] Hottel H.C. (1976) *“A Simple Model for Estimating the transmittance of Direct Solar Radiation Through Clear Atmospheres.”* Solar Energy 18, 129
- [2] Erbs D.G., S.A. Klein, and J.A. Duffie, (1982) *“Estimation of the Diffuse Radiation Fraction fro Hourly, Daylt, and Montly Average Global Radiation”* Solar Energy 28,293
- [3] Reindl D.T., W. Beckman and J.A. Duffie, (1990) *“Estimation of Hourly Tilted Surface Radiation Models”*, Solar Energy 45,5.
- [4] Perez R. et al. (1986), *“An Anisotropic Hourly Diffuse Radiation Model for Sloping Surfaces”* Solar Energy 36,481

Conclusioni

La validazione sperimentale della soluzione analitica del circuito equivalente a cinque parametri della cella fotovoltaica ha evidenziato che la stessa è applicabile anche agli impianti fotovoltaici.

Pertanto, i costruttori di dispositivi fotovoltaici potrebbero non dover più fornire per intero le caratteristiche ma soltanto i tre punti estremi di funzionamento più un quarto punto intermedio.

Le coordinate di detto punto si potrebbero ottenere attraverso una misura dedicata, mantenendo costanti sia l'irraggiamento G che la temperatura del dispositivo T in prossimità del funzionamento in cortocircuito.

In tal modo, le caratteristiche dei dispositivi si potrebbero interamente simulare al calcolatore al variare di G e di T utilizzando le equazioni che forniscono i parametri del circuito equivalente.

L'inseguimento del punto di massima potenza, grazie alle formule proposte, si potrebbe realizzare in modo più efficace.

Inoltre, grazie alle relazioni che consentono di esplicitare i parametri del circuito è stato possibile pervenire ad una nuova formulazione dell'equazione principale del circuito stesso.

Tale fatto ha introdotto delle semplificazioni di non poco conto che hanno consentito di mettere a punto un nuovo modello descrittivo del funzionamento di impianto fotovoltaico alle generiche condizioni operative.

Il problema di dover misurare la temperatura media di ogni pannello, già superato da correlazioni con la temperatura ambiente esistenti in letteratura, è stato rivisto e adattato alle condizioni di funzionamento a carico introducendo nella correlazione la resistenza di carico R_L .

La previsione a livello orario sia della temperatura ambiente sia della radiazione solare è stata effettuata impiegando un semplice metodo di forecasting lineare che, a prescindere dal sito, basandosi sulla conoscenza dei primi due punti, riesce a ricostruire l'intera serie dei dati qualunque sia l'intervallo di tempo ΔT scelto.

In definitiva, si può affermare che il nuovo modello proposto a fronte dei coefficienti di correlazione ottenuti, è in grado di prevedere con buon margine di fiducia la potenza prodotta dagli impianti fotovoltaici.