



Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture

Graduate School in Structural Engineering

Sede: Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e
Aerospaziale

Università degli Studi di Palermo

Viale delle Scienze, 90128 Palermo (Italy)

Coordinatore: Prof. Lidia La Mendola

**Analisi teorico-sperimentale dell'efficacia degli
interventi di rinforzo di murature in conci di
calcarenite mediante l'applicazione di FRP**

Tesi di Dottorato di

Ing. Dario Scamardi

Relatore:

Prof. Andrea Failla

Settore Disciplinare ICAR 09

*Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture - XXIII Ciclo
Palermo, 31 Gennaio 2012*

Ringraziamenti

Al termine di questo interessante percorso formativo sento di dovere esprimere una profonda riconoscenza ed un doveroso ringraziamento al Prof. Andrea Failla. Lavorare al suo fianco per un lungo periodo mi ha permesso di conoscere ed imparare la grande dedizione, l'attenzione, la tenacia e la caparbia che bisogna prestare in ogni lavoro. Il suo sostegno, in qualità di tutor, per lo svolgimento dell'attività di ricerca non è stato puramente teorico. Mi ha, infatti, insegnato a muovere i primi passi nel laboratorio del Dipartimento impegnandosi in prima persona nell'esecuzione delle prove sperimentali. Lo ringrazio anche per avermi consigliato, sostenuto e incoraggiato in ogni occasione.

Sento di esprimere un sincero ringraziamento al gruppo di ricerca del laboratorio di dinamica sperimentale del DICA di Palermo, in particolare agli Ingg. Giacomo Navarra e Francesco Lo Iacono, per l'aiuto prestatomi per l'esecuzione e la successiva restituzione dei risultati delle prove dinamiche condotte su un modello di volta ribassata in conci di calcarenite.

Per i (pochi) momenti di relax che abbiamo condiviso e per l'aiuto prestatomi nell'attività sperimentale ringrazio il personale tecnico del laboratorio di strutture del DICA di Palermo: Cataldo Erasmo, La Ciura Valerio, Sapienza Giovanni e Seminara Giuseppe.

Per essersi mostrati sempre disponibili a darmi una mano nel reperimento della bibliografia, ringrazio il personale della Biblioteca del Dipartimento, in particolare il Sig. Ruggero Garaffa e la Dott.ssa M. Rita Cinà.

Infine, sento con affetto di dovere esprimere un profondo riconoscimento ai miei fratelli e soprattutto ai miei genitori, per avere assecondato le mie scelte ed avermi fornito i mezzi per attuarle, a Luana, per il prezioso aiuto ed il sostegno offerto in questi anni, e a tutti i miei cari per essermi stati vicino.

Palermo, Gennaio 2012

Dario Scamardi

Indice

CAPITOLO 1	INTRODUZIONE.....	1
1.1	Premessa	1
1.2	Obiettivi e percorsi della ricerca	3
1.3	Struttura della tesi	4
1.4	Bibliografia	7
CAPITOLO 2	CARATTERIZZAZIONE DEI MATERIALI IMPIEGATI NELLA SPERIMENTAZIONE	9
2.1	Premessa	9
2.2	I conci di calcarenite	9
2.2.1	Prove a compressione ed a trazione della calcarenite	12
2.2.2	Prove di energia di frattura in modo II della calcarenite	18
2.3	La malta	27
2.3.1	Prove a flessione e a compressione	27
2.4	Il sistema di rinforzo (FRP)	29
2.5	Bibliografia	33
CAPITOLO 3	LEGAME DI ADERENZA FRA RINFORZI IN FRP E CONCI DI CALCARENITE	35
3.1	Premessa	35
3.2	L'aderenza	36
3.3	Modelli analitici di riferimento	38
3.3.1	Modello analitico monodimensionale alle sole tensioni tangenziali	39

3.3.2	Analisi numerica con modello bidimensionale alle tensioni normali e tangenziali	58
3.4	Indagine sperimentale e confronti: prove di delaminazione	66
3.4.1	Programma d'indagine sperimentale	76
3.4.2	Risultati delle prove di delaminazione	78
3.4.2.1	Lunghezza ottimale di ancoraggio.....	105
3.4.2.2	Influenza sulla resistenza della rigidità del rinforzo.....	110
3.4.2.3	Influenza sulla resistenza della larghezza della striscia di rinforzo rispetto a quella dell'elemento rinforzato	114
3.4.2.4	Resistenza alla delaminazione	117
3.4.2.5	Legame locale di aderenza	132
3.4.2.6	Influenza sulla resistenza di un preliminare consolidamento della superficie del materiale di base.....	156
3.5	Indagine sperimentale: prove di Pull Off	159
3.6	Analisi del comportamento a lungo termine (creep) dell'unione FRP-conci di calcarenite	162
3.7	Bibliografia.....	176

CAPITOLO 4 VOLTE MURARIE RINFORZATE MEDIANTE FRP... 183

4.1	Premessa.....	183
4.2	Analisi degli archi e delle volte in muratura.....	184
4.2.1	Evoluzione dello studio della statica degli archi e delle volte	184
4.2.2	L'analisi limite applicata al problema delle volte in muratura	188
4.2.2.1	La determinazione della "migliore curva delle pressioni" contenuta nello spessore dell'arco.....	192
4.2.2.2	L'analisi limite di archi in muratura utilizzando leggi di plasticità di tipo associato	198
4.3	Analisi delle volte in muratura rinforzate mediante FRP	205
4.3.1	Generalità	205
4.3.2	Ipotesi meccaniche per la muratura rinforzata.....	207

4.3.2.1	Collasso per formazione di un meccanismo: nuova forma del teorema statico e del teorema cinematico	209
4.3.2.2	Collasso per pressoflessione e taglio.....	210
4.3.2.3	Collasso per rottura a taglio della muratura.....	221
4.4	Indagine sperimentale	224
4.4.1	Riepilogo delle indagini sperimentali pregresse	227
4.4.2	L'indagine sperimentale condotta	231
4.4.2.1	Comportamento statico della volta.....	232
4.4.2.2	Comportamento dinamico della volta	254
4.4.3	Confronti e considerazioni	262
4.5	Bibliografia	270

**CAPITOLO 5 RESISTENZA DI PARETI IN MURATURA
RINFORZATE CON FRP PER AZIONI NEL PROPRIO PIANO275**

5.1	Premessa	275
5.2	Metodi d'analisi delle strutture in muratura.....	276
5.3	Resistenza a taglio dei maschi murari non rinforzati	278
5.3.1	Meccanismi per pressoflessione/ribaltamento	281
5.3.2	Meccanismi per taglio.....	287
5.3.3	Confronti e considerazioni	294
5.4	Resistenza a taglio dei maschi murari rinforzati con FRP	298
5.4.1	Rinforzi a pressoflessione	298
5.4.2	Rinforzi a taglio	300
5.4.3	Considerazioni e confronti con la muratura non rinforzata.....	307
5.5	Indagine sperimentale	308
5.5.1	Campagna d'indagine sperimentale su campioni di muratura sottoposti a prova di compressione diagonale.....	309
5.5.2	Campagna d'indagine sperimentale su un prototipo di parete forata sottoposta a prova di taglio-compressione	326

5.5.2.1	Parete nella condizione di realizzazione sottoposta al solo carico verticale – Determinazione del modulo elastico della muratura	335
5.5.2.2	Parete nella condizione di realizzazione sottoposta a prova di taglio- compressione per due diversi livelli di carico verticale	336
5.5.2.3	Parete rinforzata sottoposta a prova di taglio-compressione	342
5.6	Bibliografia.....	350
CAPITOLO 6 CONCLUSIONI		357

CAPITOLO 1

INTRODUZIONE

1.1 Premessa

Inizialmente applicati nel settore dell'ingegneria aeronautica e navale, oggi gli FRP (fiber reinforced polymer) sono utilizzati anche nell'ambito delle costruzioni civili sotto forma di tessuti, lamelle, profilati o barre.

Gli FRP sono materiali compositi costituiti da una fase continua, denominata matrice e spesso realizzata con resine epossidiche, che avvolge la fase discontinua (tessuti o fibre in generale) caratterizzata da elevate caratteristiche meccaniche a trazione.

Nonostante la crescente conoscenza e la continua diminuzione dei costi, l'utilizzo di tali prodotti nell'ambito delle nuove costruzioni non riesce ancora pienamente ad essere considerata una valida alternativa all'impiego dei materiali "tradizionali". Si può, invece, constatare una larga diffusione del loro utilizzo nell'ambito della riparazione/rinforzo delle costruzioni esistenti quali, in particolar modo, gli edifici e le infrastrutture in cemento armato. La rapidità d'esecuzione degli interventi e la notevole efficacia degli stessi, unitamente alle doti di resistenza al deterioramento e alle alterazioni

chimiche di tali materiali, hanno spinto, infatti, molti progettisti a ricorrere al loro uso.

Più di recente, l'esigenza di conservare e salvaguardare dai terremoti il patrimonio edilizio storico e monumentale esistente, costituito in gran parte da costruzioni in muratura, ha portato ad estendere tale tecnica d'intervento a questa tipologia di costruzioni. La tecnica di riparazione e/o rinforzo con FRP può essere considerata poco invasiva. Essa non incrementa né modifica sostanzialmente la distribuzione delle masse della costruzione alla quale conferisce, però, caratteristiche meccaniche idonee a diminuirne la vulnerabilità migliorandone il funzionamento strutturale. È immediato osservare che, se confrontato con alcune tipiche tecniche "tradizionali" d'intervento, l'uso dei materiali compositi assicura un approccio meno invasivo e "rispettoso" della struttura originaria che, nei ricorrenti casi in cui il rinforzo è progettato per le sole azioni eccezionali, conserva la sua funzione statica originaria.

Come già evidenziato da alcuni autori, la sostanziale differenza tra l'utilizzo dei rinforzi con FRP su strutture in muratura rispetto a quello sulle strutture in calcestruzzo armato consiste nella considerazione che nel primo caso lo spirito dell'intervento non è essenzialmente finalizzato ad ottenere un'efficacia puntuale in termini tensionali quanto invece di intervenire sul comportamento globale dell'elemento strutturale o anche dell'intero edificio limitando, ad esempio, l'innescò di alcune fessurazioni che implicherebbero il formarsi di cinematismi di collasso.

Nonostante la crescente diffusione delle applicazioni già realizzate (ad esempio Croci e Viskovic, 2000; Sparacio e Sangiuliano, 2004; Borri e Giannantoni, 2009) e l'emanazione, a livello normativo nazionale, di istruzioni contenute nel Documento Tecnico del C.N.R. (2004) e nelle Linee Guida per la "Progettazione, l'Esecuzione ed il Collaudo di Interventi di Rinforzo di strutture di c.a., c.a.p. e murarie mediante FRP" del Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici (2009), non sembrano ancora indagate in maniera esaustiva le problematiche inerenti a tale tecnica di intervento sugli edifici in muratura anche a causa della notevole varietà di tali tipologie

costruttive e la difficoltà/impossibilità di dare una formulazione generale valida per qualsivoglia sistema.

La bibliografia scientifica è ricca di memorie riguardanti lo studio del comportamento dei rinforzi in esame applicati ad elementi in calcestruzzo (ad esempio, Chen e Teng, 2001; Wu et al., 2002), ma quanto dedotto per tali tipologie di strutture non sembra possa essere pedissequamente esteso agli elementi in muratura che, com'è noto, presentano caratteristiche fisiche, meccaniche e reologiche profondamente diverse.

1.2 Obiettivi e percorsi della ricerca

L'Italia, nell'ambito della ricerca dell'efficacia di tale tipologia di rinforzo sulle costruzioni in muratura, si trova in una posizione di avanguardia rispetto ad altri paesi. Numerosi sono, infatti, i contributi scientifici sull'argomento (ad esempio La Mendola et al., 2009; Foraboschi, 2004; Aiello e Sciolti, 2006; sintesi critica dell'allora stato dell'arte nel capitolo "consolidamento contemporaneo-edilizia storica" del volume "Trattato sul consolidamento" a cura di P. Rocchi).

La ricerca condotta, sintetizzata nel presente lavoro di tesi, s'inserisce in tale contesto, mirando ad indagare sull'efficacia degli interventi di riparazione/rinforzo con FRP di una particolare tipologia di muratura, molto diffusa in tutta la Sicilia occidentale ed in parte di quella sud orientale, costituita da conci squadri di calcarenite.

Nell'ambito della ricerca intrapresa l'attenzione è stata principalmente rivolta allo studio del legame di aderenza ed alla valutazione dell'efficacia degli interventi di rinforzo di strutture in muratura.

Per quanto concerne il primo punto si osserva che è ormai ben noto che le elevate proprietà meccaniche dei materiali compositi non possono generalmente essere completamente sfruttate in quanto negli incollaggi è fortemente significativo il comportamento dell'interfaccia. Lo studio dei legami d'aderenza, pertanto, non può che diventare un'aspetto centrale nella valutazione della capacità portante di elementi rinforzati esternamente con FRP. La ricerca teorica è stata affiancata dall'ampia campagna d'indagine

sperimentale condotta al fine di indagare sui molteplici aspetti del problema dell'aderenza con prove di delaminazione, prove di pull-off e prove di creep. L'esame dei risultati ottenuti ha permesso di valutare l'efficacia delle principali formulazioni in letteratura, nonché di proporre formule predittive alternative.

Riguardo al secondo aspetto, l'attenzione è stata concentrata sullo studio del rinforzo di volte cilindriche e di pareti sollecitate da azioni nel proprio piano.

Rilevato che il rinforzo di volte mediante l'utilizzo di FRP è ormai diventata una pratica operativa corrente, dopo l'esame dello stato dell'arte, la ricerca è stata mirata allo studio sperimentale, sia in ambito statico che dinamico, di un modello di volta cilindrica ribassata in scala reale.

La ricerca è stata, infine, orientata alla valutazione dell'efficacia del rinforzo con FRP di pareti sollecitate da azioni orizzontali nel proprio piano. Ciò è stato perseguito con l'analisi dello stato dell'arte, affiancata da un'ampia campagna d'indagine sperimentale condotta su pannelli, rinforzati e non, sottoposti a prova di compressione diagonale e con prove di taglio-compressione condotte su un modello di parete forata costituita da due maschi murari, definibili snelli, e da una fascia di piano alta.

1.3 Struttura della tesi

L'attività di studio e ricerca condotta è stata sintetizzata in sei capitoli, compreso il presente che è stato dedicato alle considerazioni introduttive.

Nel secondo capitolo si mostreranno i risultati delle prove di caratterizzazione dei materiali utilizzati nell'attività di indagine sperimentale condotta: calcarenite, malta e rinforzi in FRP. In particolare, per un'accurata conoscenza delle proprietà meccaniche della calcarenite impiegata, oltre ai risultati delle prove a compressione e a trazione, saranno mostrati quelli ottenuti da una campagna d'indagine sperimentale finalizzata alla determinazione dell'energia critica di frattura in modo II della calcarenite,

condotta mediante prove interpretate nell'ambito della meccanica della frattura lineare.

Il terzo capitolo è dedicato allo studio teorico-sperimentale dell'aderenza tra rinforzo in FRP e materiale di base costituito da conci di calcarenite. Dopo l'esame dei principali modelli teorici che interpretano il fenomeno dell'aderenza, vengono presentati ed interpretati i risultati di un'estesa campagna di indagine sperimentale su campioni sottoposti a prove di delaminazione, condotte con la modalità single shear pushing test mediante l'ausilio di un'apparecchiatura appositamente realizzata, a prove di pull-off e a prove di creep. I risultati sperimentali, preceduti da quelli ottenuti numericamente con l'ausilio del codice di calcolo Lusas nei quali l'interfaccia composito-materiale è stato opportunamente modellato, hanno permesso di determinare: la lunghezza ottimale di ancoraggio, l'influenza sulla resistenza della rigidità del rinforzo e della larghezza dello stesso rispetto a quella dell'elemento rinforzato, la resistenza alla delaminazione, la definizione di un appropriato legame di aderenza, l'influenza sulla resistenza di un preliminare consolidamento della superficie del materiale di base ed il comportamento a lungo termine (creep) dell'incollaggio.

Nel quarto capitolo, rivolto allo studio delle volte in muratura, è esaminato lo stato dell'arte e vengono mostrati i risultati di una campagna di indagini sperimentali condotte su una volta a sesto ribassato in scala reale realizzata in conci di calcarenite e malta debole di connessione, provata nelle condizioni di realizzazione, rinforzata solo sull'estradosso e rinforzata sia sull'intradosso che sull'estradosso. I risultati della campagna d'indagine sperimentale condotta sono messi a confronto con quelli ottenuti in precedenti campagne d'indagine. Sono altresì mostrati i risultati della campagna delle prove dinamiche del medesimo prototipo di volta condotte nella configurazione danneggiata e successivamente rinforzata.

Il quinto capitolo è rivolto allo studio del rinforzo di pareti murarie per azioni nel proprio piano. Vengono sviluppati i principali criteri di resistenza formulati per le pareti rinforzate e non, sollecitate da azioni nel proprio

piano. Sono analizzati i risultati di prove di compressione diagonale eseguite su campioni di muratura rinforzata e non e quelli ottenuti da prove di taglio-compressione su una parete forata progettata e caricata per ottenere inizialmente il meccanismo di ribaltamento dei maschi murari e quindi rinforzata per produrre in detti maschi una crisi a taglio per fessurazione diagonale.

Il sesto capitolo è dedicato alle conclusioni dell'attività di ricerca condotta e a indicazioni per eventuali sviluppi futuri.

1.4 Bibliografia

M.A. Aiello, S.M. Sciolti, (2006). “Bond analysis of masonry structures strengthened with CFRP sheets”. *Construction and Building Materials*, Vol 20, 2006, p. 90-100.

A. Borri, A. Giannantoni (2009). “Interventi di consolidamento nella chiesa di S. Filippo Neri a Spoleto”. *Atti del IV Convegno IF CRASC, Napoli 2-4 dicembre 2009*.

J.F. Chen, J.G. Teng, (2001). “Anchorage strength models for FRP and steel plates bonded to concrete”. *J. Struc. Eng. ASCE*, Vol 127, 7, 2001, p. 784-791.

CNR-DT 200/2004 (2004). “Istruzioni per la Progettazione, l’Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l’utilizzo di Compositi Fibrorinforzati”.

Consiglio Superiore LL. PP. (Luglio 2009). “Linee Guida per la Progettazione, l’Esecuzione ed il Collaudo di Interventi di Rinforzo di strutture di c.a., c.a.p. e murarie mediante FRP”.

G. Croci, A. Viskovic (2000). “The use of FRP with aramidic fibers to strengthen the vaults of the Basilica of S. Francis of Assisi”. *Atti del convegno Meccanica delle Strutture in Muratura Rinforzate con FRP Materials: Modellazione, Sperimentazione, Progetto, Controllo*. 7-8 dicembre 2000, Venezia, Italia, p. 191-202.

P. Foraboschi (2004). “Strengthening of masonry arches with fiber-reinforced polymer strips”. *Journal of Composites for Construction*, ASCE, 8(3), p. 191-202.

L. La Mendola, A. Failla, C. Cucchiara, M. Accardi (2009). “Debonding phenomena in CFRP strengthened calcarenite masonry walls and vaults”. *Advances in structural engineering*, Vol. 12, Special issue, p. 745-760

P. Rocchi (2003). “Trattato sul consolidamento”. Ed. Mancosu.

R. Sparacio, C. Sangiuliano (2004). “Comportamento di fabbriche murarie cerchiate con FRP. Il caso del palazzo Roccella in Napoli”. *Atti del convegno Meccanica delle Strutture in Muratura Rinforzate con FRP*

Materials: Modellazione, Sperimentazione, Progetto, Controllo 6-8 dicembre 2004, Venezia, Italia, p. 293-304.

Z. Wu, H. Yuan, H. Niu (2002). "Stress transfer and fracture propagation in different kinds of adhesive joints". J. Eng. Mech. ASCE, Vol 128, No. 5, 2002, p. 562-573.

CAPITOLO 2

CARATTERIZZAZIONE DEI MATERIALI IMPIEGATI NELLA SPERIMENTAZIONE

2.1 Premessa

Nei prossimi capitoli saranno affrontati i temi del legame di aderenza e dell'efficacia dei rinforzi realizzati mediante l'applicazione di strisce di FRP di murature in conci di calcarenite.

Nel presente capitolo, invece, saranno mostrati i risultati delle preliminari prove di caratterizzazione dei materiali impiegati nella sperimentazione, in particolare sui conci di calcarenite e sulle malte impiegate, e saranno riportate le caratteristiche meccaniche dei sistemi di rinforzo utilizzati.

2.2 I conci di calcarenite

Una ricorrente tipologia di muratura presente in tutto il patrimonio architettonico meridionale, in particolare siciliano, è quella in pietra squadrata, comunemente conosciuta con il nome di "tufo". Per la sua presenza in tutta la Sicilia occidentale ed in parte del sud di quella orientale,

che di fatto lo hanno reso il materiale da costruzione più economico in commercio, ha avuto in passato un sopravvento sugli altri materiali da costruzione.

L'ing. G. Salemi Pace (1880), nel suo lavoro sulla “Determinazione sperimentale delle costanti specifiche delle pietre da costruzione della Sicilia” ha lasciato parecchie informazioni sia sulla localizzazione delle antiche cave che sulle proprietà dei materiali estratti. Nell'ambito del presente lavoro è stato utilizzato il materiale estratto da una cava sita in contrada “Torretta” di Campobello di Mazara (TP).

I conci utilizzati hanno forma parallelepipedica presentando, mediamente, le dimensioni di 310x400x170 mm e peso secco dell'unità di volume pari a circa 1500 kg/m³.

Al fine di analizzare la tessitura della roccia e di individuarne i componenti sono state realizzate 15 sezioni sottili da osservare al microscopio petrografico¹; la vista d'insieme di una sezione sottile visualizzata in modalità XPL è riportata in Fig. 2.1.

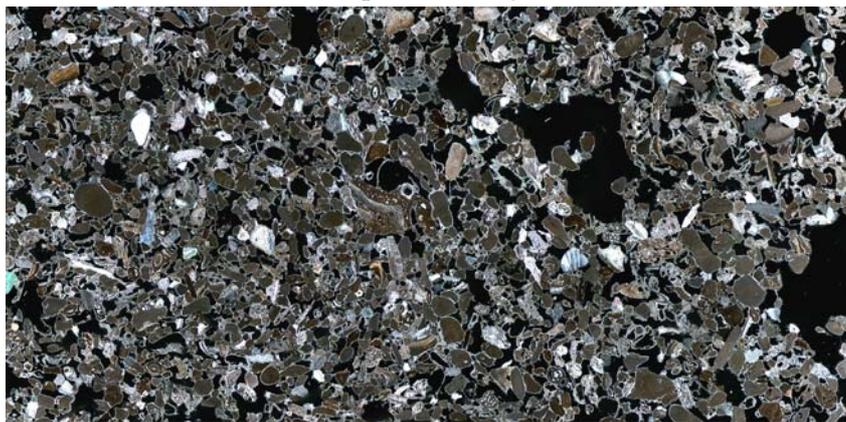


Fig. 2.1 – Immagine d'insieme di una sezione sottile osservata al microscopio

¹ L'osservazione può essere condotta in luce riflessa o in luce trasmessa polarizzata secondo un piano (PPL) o secondo due piani ortogonali (XPL).

Nella Fig. 2.2 si può, invece, osservare una striscia di una sezione sottile mostrata in luce riflessa, dalla quale si evincono i colori della roccia.



Fig. 2.2 – Striscia di una sezione sottile mostrata in luce riflessa

L'osservazione delle sezioni ha consentito di determinare che la roccia in esame è una biocalcarenite. I bioclasti sono prevalentemente di alghe rosse e subordinatamente da foraminiferi, da entrochi e da frammenti di gusci di lamellibranchi, di vermi e di briozoi. È stato rilevato sporadico quarzo in grani mono e policristallini oltre a frammenti di quarzarenite.

I clasti hanno diametro equivalente compreso tra 0,5 e 1,0 mm: pertanto la calcarenite in esame risulta a grana medio-grossa. I grani sono molto arrotondati con sfericità medio bassa (forma appiattita). Si rileva una orientazione preferenziale dei grani poco pronunciata. Il contatto tra i grani è prevalentemente di tipo tangente; più raramente di tipo lungo, ma non è mai completo. Il cemento calcitico riveste completamente i clasti con una frangia sparitica di spessore variabile tra 15 e 30 μm e non occlude i contatti intergranulari. La porosità è di tipo sia intra che infragranulare (v. Fig 2.3a), con prevalenza di quest'ultima. I pori intragranulari hanno dimensioni paragonabili o poco inferiori a quelle dei grani (da 200 a 700 μm), quelli infragranulari, invece, comprese tra 100 e 250 μm . Nella generalità dei casi, i pori intragranulari sono rivestiti da una pellicola di calcite sparitica ma qualche volta (circa nel 5% dei casi) sono totalmente occlusi da drusa di calcite. È stata rilevata la presenza di una bassa percentuale (in numero) di macropori aventi dimensioni medie pari a 5 mm ma che, in alcuni casi, può arrivare a 10 mm (v. Fig. 2.3b).

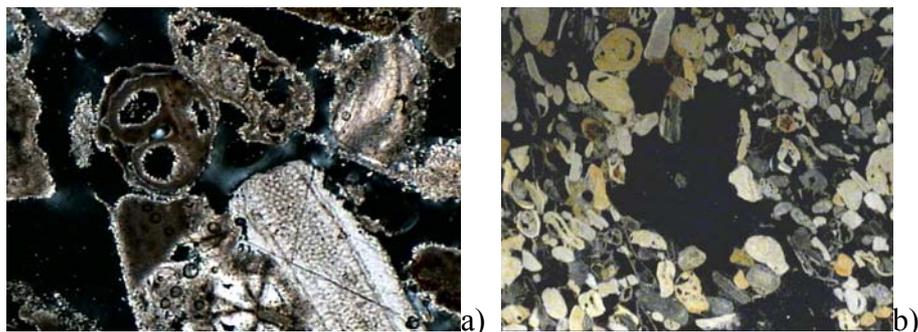


Fig. 2.3 – Particolari delle immagini rilevate al microscopio: a) porosità intra e infragranulare; b) presenza di macropori

2.2.1 Prove a compressione ed a trazione della calcarenite

Numerose prove sono state eseguite per la determinazione delle proprietà meccaniche dei conci di calcarenite ed in particolare per determinarne le resistenze a compressione e a trazione.

Si è, anzitutto, eseguita una caratterizzazione del materiale impiegato per il confezionamento del prototipo di volta, dei muretti da sottoporre a compressione diagonale e della parete forata, con prove su campioni cubici di lato 70 mm.

Sono state, poi, eseguite prove di compressione di provini ricavati da ciascuno dei conci utilizzati per le prove di aderenza, eseguendo, anche, una caratterizzazione meccanica dell'intera fornitura dei conci, con prove di compressione e di trazione su provini cilindrici con rapporto altezza-diametro pari a 2.

La resistenza a compressione dei conci utilizzati per la realizzazione dei modelli e dei campioni da sottoporre a prova di compressione diagonale è stata determinata (v. Tabella 2.1) in accordo alla UNI EN 1926:2007 su 25 campioni cubici di lato 70 mm.

Campione	Peso [daN]	γ_d [daN/cm ³]	N_{max} [N]	$\sigma_{c, max}=N_{max}/A$ [N/mm ²]
1	533	1,55	12750	2,60
2	506	1,48	21850	4,46
3	511	1,49	14400	2,94
4	488	1,42	12600	2,57
5	487	1,42	12150	2,48
6	492	1,43	13250	2,70
7	503	1,47	13500	2,76
8	488,5	1,42	13150	2,68
9	492	1,43	13750	2,81
10	516,4	1,51	13100	2,67
11	490,6	1,43	17000	3,47
12	563,2	1,64	11800	2,41
13	475,2	1,39	19900	4,06
14	498,8	1,45	8950	1,83
15	495,5	1,44	12400	2,53
16	499,8	1,46	14500	2,96
17	513,2	1,50	14200	2,90
18	550,9	1,61	12600	2,57
19	539	1,57	23450	4,79
20	550,9	1,61	26700	5,45
21	500,2	1,46	16400	3,35
22	486,9	1,42	11200	2,29
23	493,5	1,44	13630	2,78
24	506,5	1,48	18400	3,76
25	502,3	1,46	11000	2,24
Media:				3,04
Dev. Standard:				0,86
Coeff. Variazione:				28,14%

Tabella 2.1 – Risultati delle prove di compressione su cubi di lato 70 mm

È stata determinata anche la resistenza a trazione della calcarenite su 25 provini cubici di lato 70 mm ricavati dagli stessi conci di cui sopra, adottando un metodo indiretto simile alla prova brasiliana eseguita per il calcestruzzo e seguendo, per quanto possibile, la norma UNI EN 12390-6:2002.

A tal fine si è proceduto alla realizzazione di una apposita apparecchiatura in acciaio costituita da un semicilindro e da un cilindro (v. Fig. 2.4) tra i quali è stato disposto il provino interponendo lungo la generatrice a contatto strisce di legno duro larghe 7 mm.

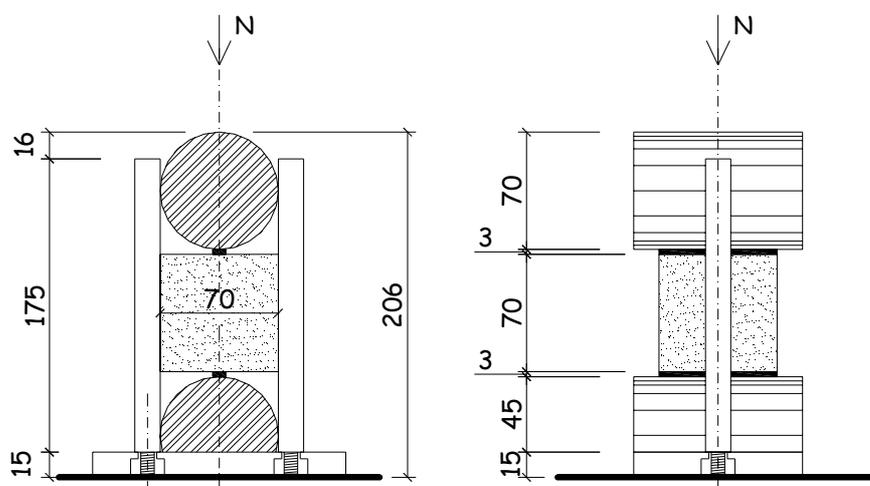


Fig. 2.4 – Apparecchiatura per l'esecuzione della prova di trazione indiretta su cubetti di calcarenite

I risultati delle prove di trazione sono riportati nella Tabella 2.2 che segue.

Campione	Peso [daN]	γ_d [daN/cm ³]	N_{max} [N]	$\sigma_{t, max} = 2 N_{max} / (\pi d L)$ [N/mm ²]
1	497	1,45	4160	0,54
2	548	1,60	8740	1,14
3	502	1,46	4600	0,60
4	500	1,46	3460	0,45
5	488	1,42	4130	0,54
6	484	1,41	4530	0,59
7	501	1,46	4630	0,60
8	504	1,47	3620	0,47
9	490	1,43	3670	0,48
10	492	1,43	4130	0,54
11	494	1,44	4820	0,63
12	504	1,47	4800	0,62
13	570	1,66	7760	1,01
14	472	1,38	3760	0,49
15	496	1,45	3880	0,50
16	495	1,44	4320	0,56
17	493	1,44	5200	0,68
18	515	1,50	5000	0,65
19	552	1,61	7300	0,95
20	545	1,59	8340	1,08
21	500	1,46	3640	0,47
22	481	1,40	3180	0,41
23	497	1,45	3980	0,52
24	512	1,49	5370	0,70
25	507	1,48	4930	0,64
Media:				0,63
Dev. Standard:				0,20
Coeff. Variazione:				31,36%

Tabella 2.2 – Risultati delle prove di trazione indiretta (split-test) su cubi di lato 70 mm

La resistenza a compressione dei conci utilizzati per la realizzazione delle prove di aderenza (prove di delaminazione e di pull-off), allo scopo di correlare a ciascun risultato di dette prove l'esatto valore di resistenza del conco impiegato, è stata determinata estraendo due carote da ciascuno di essi dalle quali sono stati ricavati due provini aventi rapporto altezza-diametro pari ad 1. La media dei risultati ottenuti dai due provini ha fornito la resistenza a compressione del conco. Tali risultati sono riportati nel capitolo che segue unitamente ai risultati delle prove di aderenza.

Nell'ambito della caratterizzazione del materiale, da sei conci di calcarenite sono state prelevate 12 carote, due per conco, e da queste ricavati 12 provini cilindrici con rapporto altezza-diametro pari a 2.

Sei campioni, uno per ogni conco, sono stati utilizzati per la determinazione del modulo elastico del materiale e gli altri sei per eseguire prove di trazione indiretta (split test).

Nella Fig. 2.5 sono mostrate le curve tensione-deformazione dei campioni cilindrici sottoposti a prova di compressione uniassiale, mentre nelle Tabelle 2.3 e 2.4 sono riepilogati i risultati delle stesse prove, in termini di resistenza a compressione e di modulo elastico, e di quelle di trazione indiretta condotte.

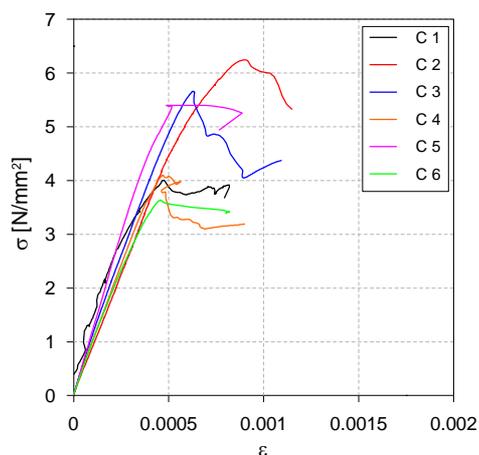


Fig. 2.5 – Curve tensione-deformazione dei sei campioni cilindrici in rapporto diametro-altezza pari a $\frac{1}{2}$ sottoposti a compressione uniassiale

Campione	Tensione di rottura $\sigma_{c, \max} = N_{\max} / A$ [N/mm ²]	Modulo elastico [N/mm ²]
C1	4,01	10300
C2	6,24	9050
C3	5,66	10250
C4	4,1	9600
C5	5,4	12000
C6	3,64	9650
Media:	4,84	10141,67
Dev. Standard:	1,06	1021,48
Coeff. Variazione:	21,90%	10,07%

Tabella 2.3 – Risultati delle prove di compressione uniassiale su cilindri di diametro 100 mm ed altezza 200 mm

Campione	N_{\max} [N]	$\sigma_{t, \max} = 2 N_{\max} / (\pi d L)$ [N/mm ²]
T1	21700	0,67
T2	34000	1,04
T3	34300	1,05
T4	28500	0,88
T5	20000	0,61
T6	27000	0,83
Media:		0,85
Dev. Standard:		0,18
Coeff. Variazione:		21,73%

Tabella 2.4 – Risultati delle prove di trazione indiretta (split-test) su cilindri di diametro 100 mm ed altezza 200 mm

2.2.2 Prove di energia di frattura in modo II della calcarenite

Nel capitolo 3 sarà mostrato come l'energia specifica di frattura, nel seguito indicata con G_f , del legame di aderenza risulti un parametro di particolare importanza per la valutazione del carico di delaminazione. Si rileva, a tal proposito, che la sollecitazione di taglio all'interfaccia ha l'effetto di produrre uno scivolamento relativo dei due lati della fessura, denominato "modo II".

L'indagine sulla resistenza meccanica dei conci di calcarenite è stata, allora, estesa anche alla determinazione sperimentale dell'energia di frattura in modo II.

In letteratura sono presenti numerosi studi teorici e sperimentali inerenti la modalità di propagazione della frattura in puro modo II. Questi hanno evidenziato la difficoltà di separare tale contributo da quello dovuto anche al modo I (dovuto prevalentemente ad azioni assiali o flettenti).

Appare dunque di primaria importanza determinare un adeguato metodo di prova per indagare correttamente sulla propagazione della frattura in modo II. I principali requisiti che deve rispettare un opportuno set-up di prova (Richard, 1981) possono essere così sintetizzati:

- geometria del provino semplice e di facile realizzazione;
- sistema di carico semplice;
- applicazione di taglio puro all'apice della frattura.

Esaminando le più comuni modalità di prova proposte da diversi autori (v. Fig. 2.6) per la determinazione dell'energia di frattura in modo II, di cui un'ampia rassegna appare in Shah et al. (1995), si è potuto evincere che, contrariamente a quanto accade per il modo I di frattura, non è semplice trovare una metodologia di prova adeguata che rispetti quanto sopra detto. A tal proposito Xu et al. (1996) hanno evidenziato che un difetto comune delle modalità di prova mostrate è quello per cui nella direzione ortogonale al piano di frattura è sempre presente uno sforzo di trazione che provoca una frattura mista in modo I e II.

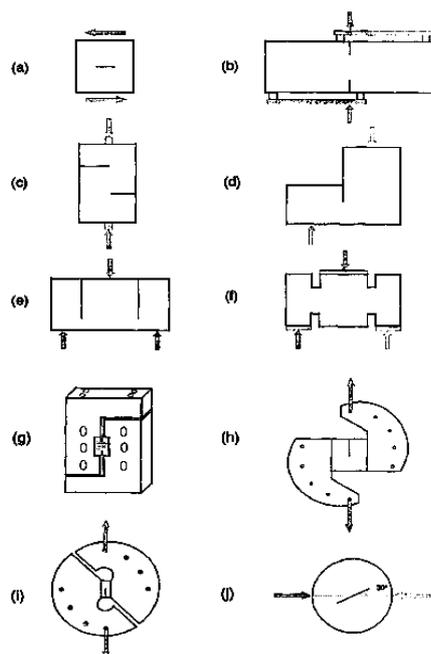


Fig. 2.6 – Differenti modalità di prova per la determinazione dell’energia di frattura in modo II

Osservando, in particolare, la modalità di prova più comunemente utilizzata per determinare tale proprietà per il calcestruzzo, denominata four-point-shear (v. Fig. 2.6b), inizialmente proposta da Iosipescu (1967) e poi utilizzata da numerosi altri ricercatori (Ingraffea e Arrea, 1981; Bazant e Pfeiffer, 1986; Swartz et al. 1988, Scianghe e Van Mier, 1990), è stato mostrato come la modalità di propagazione della frattura risulti molto sensibile a diversi fattori tra cui la presenza di forze di attrito in corrispondenza dei vincoli, la possibilità di rotazione degli appoggi e la distanza fra i carichi intermedi.

Allo scopo di superare tali difficoltà, Reinhardt et al. (1996) hanno proposto un nuovo metodo di prova nel quale il campione è costituito da un prisma di lati prefissati in cui viene praticato un doppio intaglio lungo uno

degli assi verticali di simmetria, così da ottenere due porzioni collegate solo nella parte centrale (Fig. 2.7).

La prova viene condotta misurando il carico applicato, l'abbassamento fra i piatti della pressa e le deformazioni delle due porzioni di campione.

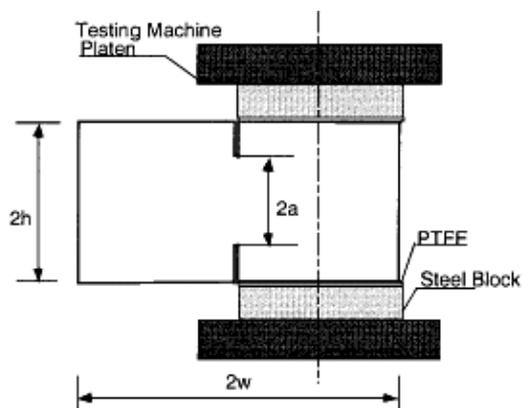


Fig. 2.7 – Geometria del provino (Reinhardt e Xu, 2000)

Comprimendo una di queste due porzioni si genera una distribuzione di tensioni di taglio puro all'apice dell'intaglio. Nella zona di collagamento centrale si ha, infatti, una distribuzione di sforzi di taglio (v. Fig 2.8) e l'andamento delle tensioni normali in direzione orizzontale (σ_{xx}) presenta un cambio di segno (v. Fig. 2.9). Ciò è stato facilmente mostrato con un'analisi in campo elastico lineare del problema, condotta con l'ausilio del codice Lusas Release 13.3.

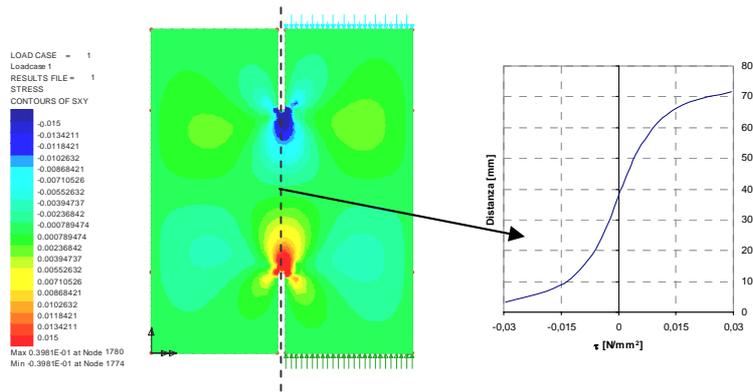


Fig. 2.8 – Distribuzione delle tensioni tangenziali nel provino e lungo l'asse dell'intaglio

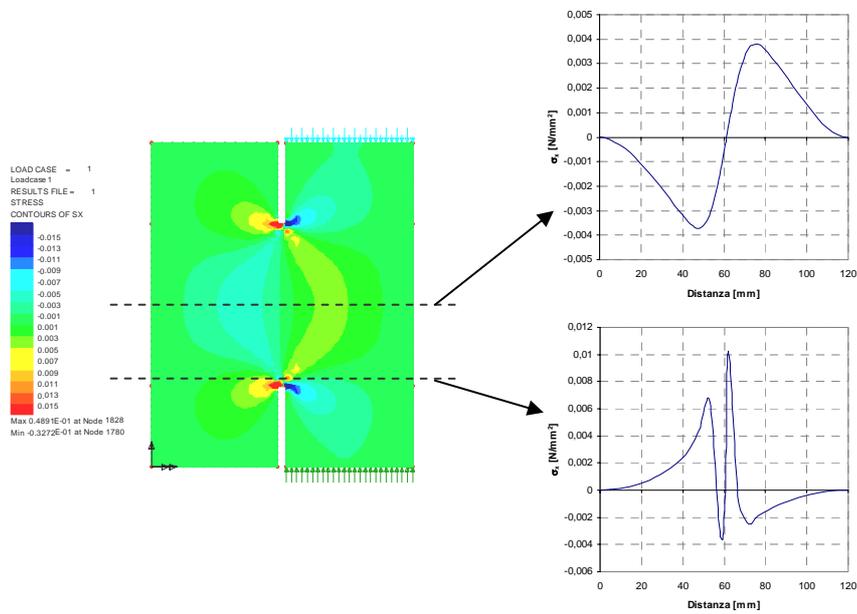


Fig. 2.9 – Distribuzione delle tensioni σ_{xx} nel provino e lungo rette normali all'asse dell'intaglio

Al fine di determinare l'energia di frattura occorre esaminare il provino dal punto di vista della meccanica della frattura, in particolare nell'ipotesi di materiale lineare (LEFM).

Per una lastra infinita, ovvero quando $h \geq 2a$ e $w \geq \pi a$ (v. Fig. 2.7), Tada et al. (1973) hanno determinato i fattori di intensificazione dello stato di sforzo nei modi I e II, trovando:

$$K_I = 0 \quad (2.1a)$$

$$K_{II} = \frac{1}{4} \sigma \sqrt{\pi a} \quad (2.1b)$$

dove σ è la sollecitazione di compressione o trazione uniforme applicata in punti della lastra sufficientemente lontani dall'intaglio.

Per una striscia infinita, ovvero quando $h \geq 2a$ e $w \leq \pi a$ (v. Fig. 2.7), Keer (1974), Keer e Guo (1990) e Reinhardt et al. (1995) hanno determinato i fattori di intensificazione dello stato di sforzo nei modi I e II, trovando:

$$K_I = 0 \quad (2.2a)$$

$$K_{II} = \frac{1}{4} \sigma \sqrt{w} \quad (2.2b)$$

Nell'ipotesi di materiale elastico lineare, l'andamento della tensione nominale critica σ_c (corrispondente al raggiungimento del valore limite sperimentale K_{IIc} e quindi alla propagazione della frattura in modo II) al variare di "a" è mostrato nella Fig. 2.10. Per un provino in cui si ha, inizialmente $w \leq \pi a$ la frattura si propaga a tensione critica σ_c costante, ricavabile dalla (2.2b), fino a che la lunghezza "a" si riduce dal valore iniziale ad $a = w/\pi$. Raggiunto tale valore, per causare un'ulteriore propagazione della frattura occorre una sollecitazione crescente, ricavabile dalla (2.1b).

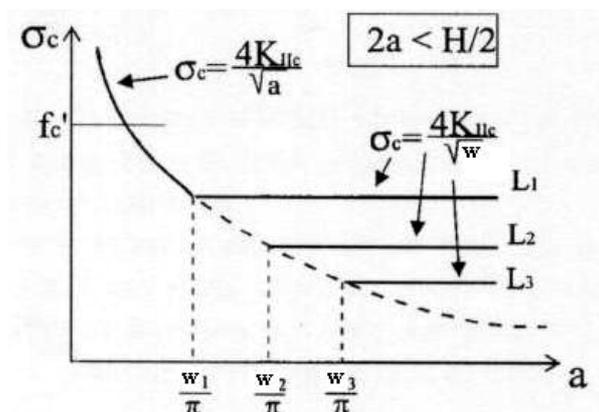


Fig. 2.10 – Andamento della tensione nominale critica (Cedolin et al., 1999)

Il valore del carico a cui segue l’innesco della fessurazione a partire dall’intaglio praticato nel campione (*carico critico*), può essere dedotto dalle curve carico-deformazione ricavate sperimentalmente. Raggiunto il valore limite del carico, infatti, l’andamento della curva carico-deformazione del trasduttore di spostamento applicato all’estremo non caricato del campione mostra una marcata variazione della pendenza. Tale circostanza è stata verificata da Cedolin et al. (1999) mediante misure interferometriche, eseguite predisponendo sul campione di un retino moirè, sulla base delle quali gli autori hanno dimostrato che a detto cambiamento di pendenza corrisponde l’innesco della frattura. Il valore del carico critico può, inoltre, essere individuato dalla curva carico-abbassamento rilevato fra i piatti della pressa che, in corrispondenza di detto valore, presenta un’evidente discontinuità (Reinhardt e Xu, 2000) segnando l’innesco della frattura.

Una volta individuato il valore del carico critico (corrispondente, come detto, all’innesco della fessurazione) si può calcolare con la (2.1b) o con la (2.2b), in funzione della geometria del campione, il corrispondente coefficiente di intensificazione degli sforzi. Dalla relazione:

$$K = \sqrt{G \cdot E} \rightarrow G = \frac{K^2}{E} \tag{2.3}$$

si può risalire, per ogni singola prova, all’*energia critica di frattura*.

L'indagine sperimentale, dopo una prima serie di prove "pilota" qui non riportate per brevità, è stata condotta su 19 campioni prismatici (v. Fig. 2.11b) di larghezza pari a 24,0 cm, altezza pari a 15,0cm e profondità di circa 9,0 cm, utilizzando la macchina universale Zwick/Roel Z600, in dotazione al laboratorio del DICA dell'Università di Palermo, predisposta con piastre per l'esecuzione di prove di compressione. Fra le piastre della macchina e le basi del provino sono state interposte ulteriori piastre di appoggio in acciaio rettificate e specchiate su cui, al fine di eliminare la trasmissione al provino di sforzi tangenziali per attrito, è stata disposta una striscia di teflon. Sulla piastra superiore è stato, inoltre, predisposto un'apposito snodo sferico (v. Fig.2.11a).

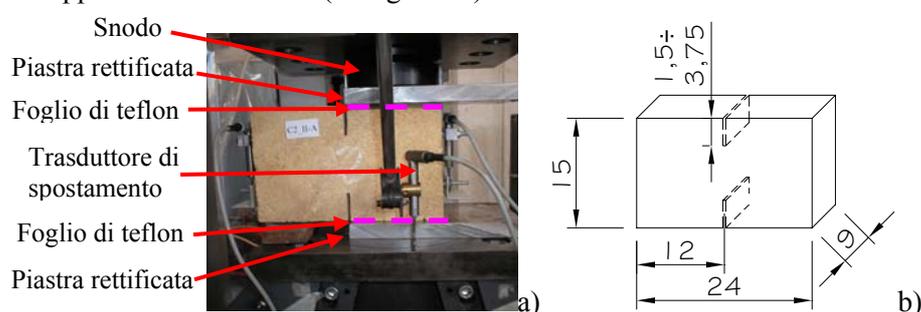


Fig. 2.11 – a) Campione in prova; b) geometria del campione

I campioni, sulle superfici laterali del provino, sono stati strumentati con trasduttori di spostamento induttivi, prodotti dall'HBM designati dalla sigla Wa-L-010W-32K-K2-F1-1-8. Un ulteriore trasduttore della stessa tipologia è stato predisposto, mediante un porta-comparatore, fra i piatti della macchina universale. Questo ultimo, direttamente collegato all'elettronica della macchina universale, ha permesso di condurre le prove in controllo di spostamento con velocità di avanzamento pari a 0,0003 mm/sec.

La descrizione del sistema di acquisizione dei risultati delle prove è identico a quello utilizzato per le prove di delaminazione, che sarà dettagliatamente illustrato nel prossimo capitolo.

I risultati ottenuti sui 19 campioni testati sono riportati nella Tabella 2.5.

Campione	Carico Massimo [N]	Carico critico di frattura [N]	Coefficiente critico di intensificazione degli sforzi K_{II} [Mpa mm^{-2}]	Energia critica di frattura [MPamm]	Resistenza a compressione del materiale		Tipo di rottura
					Campione	Tensione [MPa]	
C1A_II	35399,19	28319,7	7,019	0,0049268	C1B_II	3,72	Lungo gli intagli
C2A_II	51061,42	22977,67	5,695	0,0032434	C2B_II	4,24	Lungo gli intagli
C3A_II	57242,45	30063,47	7,451	0,0055523	C3B_II	3,97	Lungo gli intagli
C4A_II	22852,66	-	-	-	C4B_II	2,38	Localizzata su una base
C5A_II	31421,95	-	-	-	C5B_II	3,64	Localizzata su una base
C6A_II	62727,13	34524,38	8,600	0,0073962	C6B_II	4,35	Innesco lungo gli intagli seguito dalla crisi a compressione
C7A_II	48740,97	24919,69	6,208	0,0038534	C7B_II	6,59	Lungo gli intagli con rottura profonda del campione
C8A_II	47997,03	-	-	-	C8B_II	6,44	Rottura a compressione del campione
C9A_II	26538,63	-	-	-	C9B_II	5,61	Rottura a compressione del campione
I_A	27893,4	25821,5	6,610	0,004369	I_B	3,49	Lungo gli intagli
II_A	33653,58	-	-	-	II_B	3,67	Localizzata su una base
III_A	31130,05	-	-	-	III_B	4,03	Localizzata su una base
VI_A	38222,7	-	-	-	VI_B	8,14	Localizzata su una base
V_A	37548,28	-	-	-	V_B	3,51	Localizzata su una base
VI_A	54369,28	NR	-	-	VI_B	6,80	Lungo gli intagli
VII_A	26616,08	14746,2	3,775	0,0014249	VII_B	4,72	Lungo gli intagli
VIII_A	35534,41	-	-	-	VIII_B	38,14	Rottura a compressione del campione
IX_A	45828,39	-	-	-	IX_B	6,69	Rottura a compressione del campione
X_A	53790,34	NR	-	-	X_B	4,32	Lungo gli intagli

Media: **0,004395**

Dev. Standard: 0,001874

Coeff. Variazione: 42,64%

Tabella 2.5 – Risultati sperimentali e calcolati delle prove di energia di frattura

L'esame dei risultati mostra che la crisi per compressione delle basi caricate (v. Fig. 2.12a) spesso ha preceduto quella attesa lungo gli intagli (v. Fig. 2.12b).

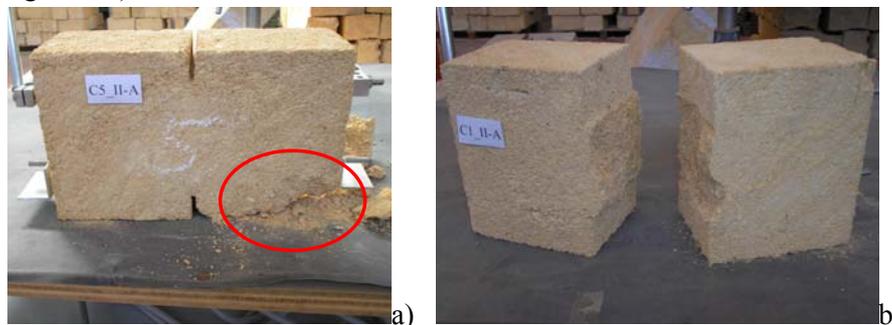


Fig. 2.12 – a) Rottura a compressione localizzata su una base; b) rottura lungo la direzione degli intagli

Ciò non inficia, ovviamente, la validità della tipologia di prova che nel caso delle calcarenite deve fare i conti con la notevole disuniformità del materiale.

Si sottolinea ancora che il risultato trovato rappresenta l'energia critica di frattura in modo II (G_{IIc} = mode II critical energy release rate) che, come già evidenziato da Reinhardt e Xu (2000) differisce notevolmente da quello ottenibile quale energia di frattura (G_{IIr} = mode II fracture energy). Per il calcestruzzo, confrontando i risultati di prove come quelle sopra descritte con prove condotte su campioni non intagliati, gli autori citati hanno trovato che l'energia di frattura in modo II è 8,6 volte maggiore il suo valore critico.

Il valore medio dell'energia critica di frattura della calcarenite utilizzata per il confezionamento dei campioni e dei prototipi presentati in questa tesi di dottorato è risultato pari a $G_c=0,0044$ MPamm (v. Tabella 2.5) mentre, come si vedrà nel prossimo capitolo, il valor medio dell'*energia specifica di frattura del legame d'interfaccia* (per campioni di lunghezza superiore a quella ottimale di ancoraggio) è pari a $G_f=0,1256$ Mpamm. Il rapporto G_f/G_c per le calcareniti utilizzate è, pertanto, uguale a 28,5.

Si ritiene, però, che i risultati ottenuti, seppur interessanti, non possano ritenersi esaustivi e devono essere integrati da ulteriore sperimentazione in cui si tenga conto, indagando campioni di dimensioni differenti, anche dell'influenza di un'eventuale *size effect* riscontrato, ad esempio, da Cedolin et al. (1999) su campioni in calcestruzzo.

2.3 La malta

Per la realizzazione del modello di volta cilindrica, al fine di simulare le reali condizioni delle costruzioni storiche dove la malta, quando presente, possiede scarse caratteristiche meccaniche, ne è stata impiegata una costituita da sola calce aerea e sabbia. Per la realizzazione dei muretti da sottoporre a prova di compressione diagonale e del prototipo di parete forata, invece, è stata impiegata una malta “bastarda” costituita da calce aerea (1 volume), sabbia (5 volumi) e cemento portland (1 volume).

I provini per la determinazione delle caratteristiche meccaniche, costituiti da prismi di dimensioni 40x40x160 mm ottenuti mediante apposita cassaforma metallica, sono stati ricavati prelevando campioni di malta durante il confezionamento degli elementi strutturali.

Per le prove sui provini prismatici è stato seguito quanto prescritto dalla norma UNI EN 1015-11:2007.

2.3.1 Prove a flessione e a compressione

Per la determinazione della resistenza a trazione sono state condotte prove a flessione su sei campioni di malta utilizzata per la realizzazione della volta e su sei campioni di malta utilizzata per la realizzazione sia dei muretti che della parete forata. I campioni prismatici sono stati posizionati su due appoggi posti ad interasse di $l=106$ mm e caricati in mezzera.

Da dette prove si sono ricavati 12 campioni (monconi ottenuti dalla rottura a flessione del provino di malta confezionato) della malta utilizzata per la realizzazione della volta ed altrettanti campioni di quella utilizzata per la realizzazione sia dei muretti che della parete forata. Questi sono stati

sottoposti a prova di compressione, ponendoli all'interno di un'apposita apparecchiatura che trasmette il carico su un'impronta quadrata di lato 40 mm.

I risultati delle prove condotte sulle due tipologie di malta sono rispettivamente contenuti nelle tabelle 2.6 e 2.7 che seguono:

Provino	Carico massimo a flessione F_{max} [N]	Carico massimo a compressione P_{max} [N]	Resistenza a trazione $(3*F_{max}*l)/(2*h^3)$ [N/mm ²]	Resistenza a compressione P_{max}/A [N/mm ²]
1	N.R.	1850	---	1,156
		1950		1,219
2	N.R.	1730	---	1,081
		1905		1,191
3	N.R.	2050	---	1,281
		1930		1,206
4	N.R.	1455	---	0,909
		1400		0,875
5	200	1700	0,497	1,063
		1680		1,050
6	200	1640	0,497	1,025
		1540		0,963
Media:			0,497*	1,085
Dev. Standard:			0,00	0,13
Coeff. Variazione:			0,00%	11,88%

* media calcolata solo sui due valori a disposizione, i restanti quattro campioni si sono rotti a flessione per un carico inferiore a quello minimo misurabile dall'attrezzatura utilizzata

Tabella 2.6 – Resistenza a trazione ed a compressione della malta impiegata per la realizzazione del modello di volta cilindrica

Provino	Carico massimo a flessione F_{max} [N]	Carico massimo a compressione P_{max} [N]	Resistenza a flessione $(3*F_{max}*l)/(2*h^3)$ [N/mm ²]	Resistenza a compressione P_{max}/A [N/mm ²]
1	830	9850	2,062	6,156
		9700		6,063
2	810	9680	2,012	6,050
		9360		5,850
3	860	8220	2,137	5,138
		10160		6,350
4	820	10340	2,037	6,463
		9740		6,088
5	880	8320	2,186	5,200
		8420		5,263
6	798	9500	1,983	5,938
		9750		6,094
Media:			2,069	5,888
Dev. Standard:			0,08	0,45
Coeff. Variazione:			3,75%	7,57%

Tabella 2.7 – Resistenza a trazione ed a compressione della malta impiegata per la realizzazione dei pannelli sottoposti a prova di compressione diagonale e del prototipo di parete forata

2.4 Il sistema di rinforzo (FRP)

Per il sistema di rinforzo sono stati utilizzati nastri in tessuto unidirezionali in fibra di carbonio di due diverse tipologie, ad alto modulo o ad alta resistenza, ed in fibra di vetro. Questi, sinteticamente indicati con le sigle CFRP1, CFRP2 e GFRP, sono prodotti dalla Sika e designati rispettivamente come: SikaWrap Hex-230 C, CARBOSTRU UDHM400 e SikaWrap Hex-430 G. È stata invece impiegata un'unica tipologia di resina

da impregnazione dei tessuti, anch'essa prodotta dalla Sika e designata dalla sigla Sikadur-330.

Le strisce di rinforzo sono state applicate manualmente con la tecnica "wet-lay-up". In particolare i campioni sono stati preparati secondo le prescrizioni fornite dal produttore del sistema di rinforzo e indicate nella scheda tecnica della resina per l'impregnazione impiegata. Le fasi seguite per l'applicazione dei rinforzo possono essere così sintetizzate:

- trattamento del sottofondo tramite sabbiatura o smerigliatura. Nel caso delle calcareniti questa operazione, condotta solo nei casi in cui la superficie si presentava molto irregolare, è stata eseguita con una levigatrice orbitale.
- asportazione delle parti decoese e della polvere con un aspirapolvere industriale;
- impasto della resina, eseguito aggiungendo, in un contenitore, il componente B al componente A rispettando la proporzione in peso $A:B = 4:1$ e miscelando la resina per circa tre minuti;
- applicazione, con una spatola, della resina sul sottofondo preparato;
- inserimento del tessuto nello strato di resina applicato il quale è stato pressato con cura nella stessa fino a farla fuoriuscire dai fasci di fibre;
- applicazione di un nuovo sottile strato di resina, quale copertura del tessuto.

Alcuni campioni sono stati sottoposti, in aggiunta a quanto sopra, ad un preliminare trattamento consolidante della superficie di incollaggio mediante l'applicazione a pennello di un Primer epossidico dato fino a saturazione. Il primer epossidico utilizzato è prodotto dalla Mapei ed è designato dalla sigla Mapewrap Primer 1.

Le caratteristiche meccaniche dei tessuti utilizzati sono sintetizzati nelle tabelle 2.8, 2.9 e 2.10 che seguono.

<i>Tipo di fibra</i>	carbonio ad alta resistenza
<i>Peso del tessuto</i>	230 gr/m ²
<i>Spessore di progetto del tessuto</i>	0,13 mm
<i>Resistenza a trazione delle fibre</i>	superiore a 3500 N/mm ²
<i>Modulo elastico a trazione delle fibre</i>	230.000 N/mm ²
<i>Deformazione a rottura</i>	1,5 %
<i>Larghezza del tessuto</i>	610 mm

Tabella 2.8 – Caratteristiche del tessuto CFRP1 in fibra di carbonio designato dalla sigla SikaWrap Hex-230 C

<i>Tipo di fibra</i>	carbonio ad alto modulo
<i>Peso del tessuto</i>	400 gr/m ²
<i>Spessore di progetto del tessuto</i>	0,23 mm
<i>Resistenza a trazione delle fibre</i>	3000 N/mm ²
<i>Modulo elastico a trazione delle fibre</i>	390.000 N/mm ²
<i>Deformazione a rottura</i>	0,8 %
<i>Larghezza del tessuto</i>	100, 150, 250 mm

Tabella 2.9 – Caratteristiche del tessuto CFRP2 in fibra di carbonio designato dalla sigla CARBOSTRU UDHM400

<i>Tipo di fibra</i>	vetro
<i>Peso del tessuto</i>	430 gr/m ²
<i>Spessore di progetto del tessuto</i>	0,17 mm
<i>Resistenza a trazione delle fibre</i>	2250 N/mm ²
<i>Modulo elastico a trazione delle fibre</i>	70.000 N/mm ²
<i>Deformazione a rottura</i>	3,1 %
<i>Larghezza del tessuto</i>	600mm

Tabella 2.10 – Caratteristiche del tessuto GFRP in fibra di carbonio designato dalla sigla SikaWrap Hex-430 G

Nella tabella 2.11 che segue sono riportate le caratteristiche della resina da impregnazione utilizzata.

<i>Tipo di resina</i>	tixotropica a base di resina epossidica
<i>Temperatura max. di lavoro</i>	+50°C
<i>Rapporto di miscelazione (in peso)</i>	Comp. A : Comp. B = 4 : 1
<i>Densità (comp. A+B miscelati)</i>	1,31 Kg/l
<i>Tempo di lavorabilità</i>	30 min. (a +35°C)
<i>Temperatura di applicazione</i>	sottofondo e ambiente da +10°C a +35°C
<i>Resistenza a trazione (DIN 53455)</i> indurimento: 7 gg. a + 23°C	30N/mm ²
<i>Modulo E a flessione (DIN 53452)</i> indurimento: 7 gg. a + 23°C	3800 N/mm ²

Tabella 2.11 – Caratteristiche della resina da impregnazione dei tessuti per rinforzo strutturale Sikadur-330

La tabella 2.12 che segue mostra, infine, le caratteristiche del primer epossidico utilizzato quale consolidante della superficie di incollaggio.

<i>Tipo di resina</i>	Liquido a base di resine epossidiche, esente da solventi
<i>Rapporto di miscelazione (in peso)</i>	Comp. A : Comp. B = 3 : 1
<i>Densità (comp. A+B miscelati)</i>	1,1 g/cm ³
<i>Tempo di lavorabilità</i>	60 min. (a +30°C)
<i>Temperatura di applicazione</i>	sottofondo e ambiente da +10°C a +30°C
<i>Adesione al calcestruzzo</i>	> 3 N/mm ² (dopo 7 giorni a +23° - rottura del calcestruzzo)

Tabella 2.12 – Caratteristiche del primer epossidico Mapewrap Primer 1

2.5 Bibliografia

Z.P. Bazant, P.A. Pfeiffer (1986). "Shear fracture test of concrete". *Matériaux et Constructions*, Vol. 19, n. 110, p. 111-121.

L. Cedolin, G. Bisi, P. Nardello (1997). "Sulla determinazione sperimentale dell'energia di frattura in modo II per il calcestruzzo". *Studi e Ricerche*, Vol. 18/1997, p. 161-184.

L. Cedolin, G. Bisi, P. Nardello (1999). "Mode II fracture resistance of concrete". *Concrete Science and Engineering*, Vol. 1, March 1999, p. 37-44.

A.R. Ingraffea, M. Arrea (1981). "Mixed mode crack propagation in mortar and concrete". Report 81-13, Department of structural engineering, Cornell University, Ithaca, NY.

N. Iosipescu (1967). "New accurate procedure for single shear testing of metals" *Journal of Materials*, Vol. 2 – 1967, p. 537-566.

L.M. Keer (1974). "Stress Analysis for Bonded Layers". *Journal of Applied Mechanics*, Settembre 1974, p. 679-681.

L.M. Keer, Q. Guo (1990). "Stress analysis for symmetrically loaded bonded layers". *International Journal of Fracture* n. 43, p. 69-81.

N. Nocilla, M. Zimbardo, A. Evangelista, M. Ramondini (2005). "Caratterizzazione geotecnica di tipiche rocce tenere di Palermo". *Atti dell'Incontro annuale dei ricercatori di geotecnica*, Ancona, 29 giugno 2005.

H.W. Reinhardt (1995). "Mode II fracture testing method for highly orthotropic materials like wood". *International Journal of Fracture* n. 75, p. 185-214.

H.W. Reinhardt, S. Xu (2000). "A practical testing approach to determine mode II fracture energy G_{IIF} for concrete". *International Journal of Fracture* n. 105, p. 107-125.

H.A. Richard (1981). "A new compact shear specimen". *International Journal of Fracture* n. 17.

G. Salemi Pace (1880). "Determinazione sperimentale delle costanti specifiche delle pietre da costruzione della Sicilia". Palermo

S.P. Shah, S.E. Swartz, C. Ouyang (1995). "Fracture Mechanics of Concrete". Ed. John Wiley & Sons, Inc.

E. Schlanghen, J.G.M. Van Maier (1990). "A FE-supported investigation of mixed mode fracture in concrete". Proceedings of 9th International Conference on Experimental Mechanics", Copenhagen, 1990, August 20-24, p. 1403-1412.

S.E. Swartz, L.W. Lu, L. Tang (1988). "Mode II fracture parameter estimates for concrete from beam specimen". Experimental Mechanics, Vol. 28-1988, p. 146-153.

H. Tada, P.C. Paris, Gg.R. Irwin (1973). "The stress analysis cracks handbook". Del Research Corp., Hellertown, Pa., 1973.

UNI EN 12390-6:2002 (2002). "Prova sul calcestruzzo indurito - Resistenza a trazione indiretta dei provini".

UNI EN 1015-11:2007 (2007). "Metodi di prova per malte per opere murarie - Parte 11: Determinazione della resistenza a flessione e a compressione della malta indurita".

UNI EN 1926:2007 (2007). "Metodi di prova per pietre naturali - Determinazione della resistenza a compressione uniassiale".

S. Xu, H.W. Rinhardt M. Gappoev (1996). "Mode II fracture testing method for highly orthotropic materials like wood". International Journal of Fracture n. 75, p. 185-214.

CAPITOLO 3

LEGAME DI ADERENZA FRA RINFORZI IN FRP E CONCI DI CALCARENITE

3.1 Premessa

È ormai ben noto che le elevate proprietà meccaniche dei materiali compositi fibrorinforzati (FRP) non possono, generalmente, essere completamente sfruttate in quanto negli incollaggi è fortemente significativo il comportamento dell'interfaccia. Lo studio dei legami di aderenza, sia in termini di distribuzione delle tensioni lungo l'incollaggio, sia in termini di resistenza massima (carico di delaminazione), diventa un aspetto centrale nella valutazione della capacità portante di elementi rinforzati esternamente con FRP.

Il meccanismo di rottura per delaminazione (debonding – perdita di aderenza) è di tipo fragile. Nello spirito della progettazione secondo il criterio della gerarchia delle resistenze tale meccanismo non deve mai precedere il collasso per pressoflessione o per taglio dell'elemento rinforzato.

Nel presente capitolo s'illustreranno i principali modelli analitici/numerici di riferimento e si analizzeranno i risultati di un'estesa campagna di indagine sperimentale rivolta allo studio del legame di aderenza fra rinforzi in strisce di tessuto in fibra di carbonio o di vetro e muratura in conci di calcarenite, che hanno permesso, unitamente a quelli ottenuti da una precedente campagna d'indagine, di calibrare i parametri per la definizione di un'appropriata legge d'interfaccia nonché di fornire un'espressione per la corretta valutazione del legame di aderenza.

Saranno, inoltre, analizzati i risultati di una sperimentazione rivolta alla valutazione degli effetti delle azioni di lunga durata (creep).

3.2 L'aderenza

I meccanismi di adesione che si instaurano fra le strisce di rinforzo in FRP ed il substrato sono di diversa natura e possono (CNR-DT200/2004) essere schematizzati come segue (v. Fig. 3.1):

- *Legame di tipo fisico*, che coinvolge i legami secondari quali le forze di Van der Waals, legami ionici e idrogeno tra le molecole dell'adesivo e dell'aderendo. Per l'interpretazione di tale legame è necessario rifarsi alla teoria dell'attrazione elettrostatica e dell'assorbimento, secondo la quale la qualità dell'adesione dipende dalla capacità che ha l'adesivo di "bagnare" il substrato, ovvero dalla sua capacità di spandersi sulla superficie solida.
- *Legame chimico-covalente*, che coinvolge i legami primari (covalenti) tra le molecole del substrato e dell'adesivo.
- *Legame diffusivo o interdiffusivo*, instaurato tra le due superfici (substrato e adesivo) mediante la diffusione o interdiffusione degli atomi o delle molecole. Tale meccanismo è caratteristico per i composti a matrice polimerica, in cui la mobilità delle catene rende possibile la formazione di "allacciamenti".
- *Aggrappaggio meccanico*, che sfrutta la resistenza allo scorrimento reciproco tra le superfici localmente compenstrate. Da ciò scaturisce l'importanza di avere superfici microscopicamente molto irregolari

attraverso le quali l'adesivo possa infiltrarsi, riempire i pori e le fessure e solidificare.

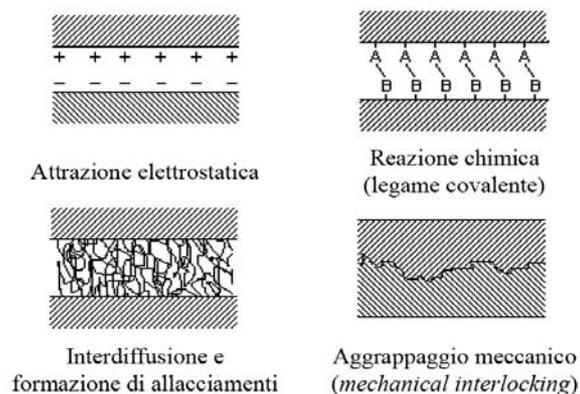


Fig. 3.1 – Meccanismi di adesione (CNR-DT 200/2004)

Una ricorrente schematizzazione dell'interfaccia distingue tale zona in due sotto-strati (v. Fig. 3.2): il *primo* strato è rappresentato dal sottile film d'adesivo che connette il rinforzo substrato ed il *secondo* è relativo al materiale di base consolidato ad opera dell'adesivo stesso.

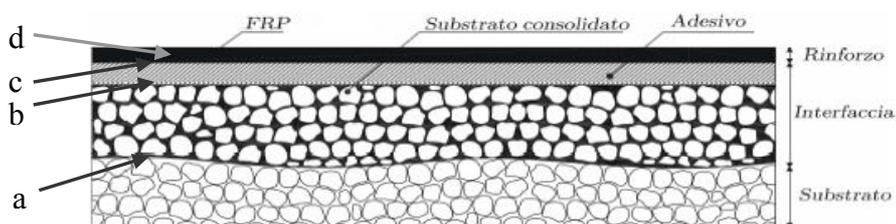


Fig. 3.2 – Schematizzazione dell'interfaccia

Il collasso del sistema rinforzo-materiale di base può avvenire in diverse posizioni (Fig. 3.2):

- a) nel materiale di base in prossimità del contatto con il materiale consolidato;

- b) lungo la superficie di contatto materiale consolidato-adesivo;
- c) al contatto fra il sottile strato d'adesivo e l'FRP (perdita di adesione);
- d) all'interno dell'FRP (rottura interlaminare).

Poiché la resistenza a trazione e a taglio dell'adesivo sono generalmente più elevate di quelle del substrato (calcarenite) si può concludere che il collasso del giunto, nel caso in cui l'incollaggio sia stato realizzato a regola d'arte, avviene generalmente in questo ultimo. Quando ciò accade, a frattura avvenuta, una parte del substrato rimane sul rinforzo. Se la frattura del giunto avviene in corrispondenza dell'interfaccia fra il materiale consolidato e l'adesivo o fra l'adesivo e la lamina allora la causa del fenomeno è legata alla scadente preparazione delle superfici o in una non corretta esecuzione dell'incollaggio. Infine, la rottura della lamina è un modo di collasso secondario che si verifica in genere dopo che la delaminazione è avviata e non è indotto dalle proprietà meccaniche del giunto.

3.3 Modelli analitici di riferimento

Una metodologia rigorosa per introdurre nelle analisi strutturali gli effetti della presenza del giunto, individuando il possibile meccanismo di collasso della struttura per delaminazione, è l'utilizzo del concetto di **modello d'interfaccia** che rappresenta un *dispositivo meccanico che, in conformità ad un'appropriata legge costitutiva, può riprodurre analiticamente o numericamente i modi di frattura del giunto*. Le leggi costitutive d'interfaccia legano le tensioni d'aderenza agli spostamenti relativi tra il materiale di base ed il rinforzo; nel seguito si chiamerà tale spostamento relativo con il termine *scorrimento* (δ).

I modelli proposti in letteratura si possono sostanzialmente suddividere in due categorie:

- un primo modello ritiene che il meccanismo di rottura è essenzialmente governato dalle *sole tensioni tangenziali*;
- un secondo modello tiene conto anche della presenza di sollecitazioni secondarie che accompagnano quelle tangenziali; queste ultime sono

costituite da sforzi normali (ortogonali al piano del rinforzo) sull'adesivo e sul rinforzo e da flessioni e tagli sul rinforzo stesso. Questi sforzi normali, prevalentemente di trazione (peeling), possono determinare un distacco prematuro del rinforzo dal materiale di base.

Il primo modello, di più semplice utilizzo, conduce a risultati soddisfacenti qualora le circostanze siano tali da ridurre al minimo gli effetti delle tensioni trasversali (rigidezza flessionale del rinforzo trascurabile rispetto a quella dell'elemento di base e piccole curvature flessionali dell'elemento riparato/rinforzato). Il secondo modello, sebbene consenta di descrivere sia l'andamento delle tensioni normali al piano del rinforzo che quello delle tensioni tangenziali di aderenza, risulta essere di non facile utilizzo per la complessità computazionale intrinseca a meno di non ricorrere a modellazioni numeriche.

3.3.1 Modello analitico monodimensionale alle sole tensioni tangenziali

In quanto segue si esporrà il modello analitico “alle sole tensioni tangenziali”, che descrive il fenomeno in esame. Questo si basa sulle seguenti ipotesi:

- 1) i materiali di cui è composta la struttura (FRP, materiale di base ed adesivo) seguono la legge di Hooke: comportamento elastico lineare dei materiali;
- 2) gli aderenti sono soggetti alle sole forze assiali e si trascurano dunque gli effetti flessionali e di taglio;
- 3) l'adesivo è sottoposto alle sole tensioni tangenziali;
- 4) lo sforzo di trazione applicato al rinforzo si suppone distribuito uniformemente sulla sezione trasversale (spessore) del rinforzo e nel concio.

Il problema così posto è ricondotto alla scrittura delle equazioni che reggono l'equilibrio per i due distinti elementi, FRP e materiale di base,

considerati come elementi monodimensionali, mentre lo strato di adesivo rappresenta l'elemento di congruenza.

Isolando un elemento infinitesimo di materiale rinforzato ed indicando con "c" il *materiale di base* e con "f" il *rinforzo* (Fig. 3.3), è possibile scrivere le equazioni di congruenza, le equazioni costitutive e le equazioni di equilibrio:

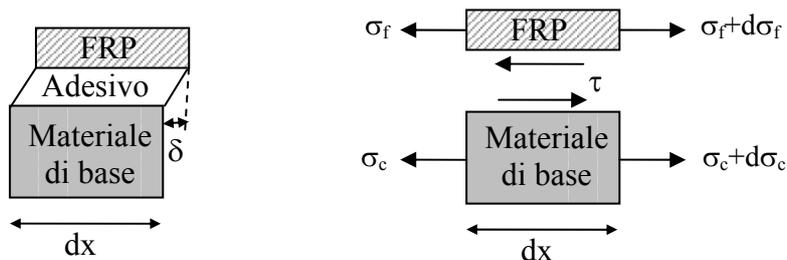


Fig. 3.3 – Tensioni d'interfaccia

Equazioni di congruenza

$$\varepsilon_c = \frac{du_c}{dx} = u'_c \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_f = \frac{du_f}{dx} = u'_f \quad (3.2)$$

Equazioni costitutive

Considerando i due aderenti come materiali a comportamento elastico lineare:

$$\sigma_c = E_c \cdot u'_c \quad (3.3)$$

$$\sigma_f = E_f \cdot u'_f \quad (3.4)$$

Equazioni di equilibrio

Per l'equilibrio del singolo aderendo deve risultare:

$$\tau_f \cdot b_f \cdot dx + N_c + dN_c - N_c = 0 \rightarrow \tau_f \cdot b_f = -\frac{dN_c}{dx} = -N'_c = N'_f \quad (3.5)$$

dove:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_c = \int_{A_c} \sigma_c dA_c = E_c u'_c A_c \longrightarrow u'_c = \frac{N_c}{E_c \cdot A_c} \end{array} \right. \quad (3.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N_f = \int_{A_f} \sigma_f dA_f = E_f u'_f A_f \longrightarrow u'_f = \frac{N_f}{E_f \cdot A_f} \end{array} \right. \quad (3.7)$$

e dove b_f rappresenta la larghezza del rinforzo.

Lo scorrimento relativo δ tra il rinforzo ed il materiale di base è definito come:

$$\delta = u_f - u_c \quad (3.8)$$

Derivando una volta rispetto ad x , si ottiene:

$$\delta' = u'_f - u'_c \quad (3.9)$$

che si può riscrivere utilizzando le (3.6) e (3.7) come:

$$\delta' = \frac{N_f}{E_f \cdot A_f} - \frac{N_c}{E_c \cdot A_c} \quad (3.10)$$

Derivando nuovamente rispetto ad x , si ha:

$$\delta'' = \frac{N'_f}{E_f \cdot A_f} - \frac{N'_c}{E_c \cdot A_c} \quad (3.11)$$

Sostituendo la (3.5) nella (3.11) si ottiene:

$$\delta'' = \frac{\tau_f \cdot b_f}{E_f \cdot A_f} + \frac{\tau_f \cdot b_f}{E_c \cdot A_c} \rightarrow \delta'' - \tau_f \cdot b_f \left(\frac{1}{E_f \cdot A_f} + \frac{1}{E_c \cdot A_c} \right) = 0 \quad (3.12)$$

La (3.12) rappresenta l'equazione differenziale che governa il problema dell'aderenza. È un'equazione del tutto generale in quanto, pur avendo supposto che il comportamento dei materiali sia elastico lineare, non si è posto alcun limite nell'utilizzo dei legami locali di aderenza.

Chiamando con t_f lo spessore della striscia di rinforzo e ponendo:

$$\eta = \frac{E_f}{E_c} \quad (3.13a)$$

$$\mu = \frac{A_f}{A_c} \quad (3.13b)$$

$$\tau_f = f(\delta) \quad (3.13c)$$

si può riscrivere la (3.12) in forma compatta come:

$$\delta'' - \frac{(1 + \eta \cdot \mu)}{E_f \cdot t_f} \cdot f(\delta) = 0 \quad (3.14)$$

Tale equazione differenziale può essere risolta utilizzando un dato legame locale di aderenza $f(\delta)$. Le teorie che attribuiscono la perdita di efficacia del rinforzo alle sole tensioni tangenziali si suddividono, a loro volta, in funzione del legame costitutivo τ - δ utilizzato.

Generalmente il legame locale di aderenza è schematizzato con un ramo inizialmente lineare, dovuto al comportamento lineare del materiale di base e dell'adesivo, a cui segue un ramo caratterizzato da un comportamento softening indotto dai processi di micro-fessurazione del materiale di base. In particolare, se pur rappresenta una semplificazione del più complesso comportamento reale, è stato valutato che la schematizzazione del legame locale con un modello bilineare conduce a risultati soddisfacentemente aderenti al comportamento sperimentale dei campioni e consente una trattazione in forma chiusa del problema. Per tal motivo il modello bilineare ha presto assunto una notevole rilevanza nell'ambito dello studio del fenomeno dell'aderenza fra rinforzi in FRP e strutture in c.a. ed in muratura, tanto da essere introdotto anche in ambito normativo (CNR-DT 200/2004).

Ulteriori teorie, maggiormente complesse dal punto di vista delle derivazioni analitiche, schematizzano l'interfaccia con legami non lineari che spesso richiedono l'utilizzo di soluzioni numeriche del problema.

Modello	Ramo ascendente	Ramo discendente	τ_e	δ_e	δ_u	β_w
Neubaer and Rostasy (1999)	$\tau_e \left(\frac{\delta}{\delta_e} \right)$	0	$1.8 \cdot \beta_w \cdot f_{t,c}$	$0.202 \cdot \beta_w$		$\sqrt{\frac{1.125 \cdot \frac{2 - b_f / b_c}{1 + b_f / 400}}{}}$
Nakaba et al. (2001)	$\tau_e \left(\frac{\delta}{\delta_e} \right) \left[\frac{3}{2 + \left(\frac{\delta}{\delta_e} \right)^3} \right]$		$3.5 \cdot f_{t,c}^{0.19}$	0.065		
Fib Bulletin (2001)	$\tau_e \left(\frac{\delta}{\delta_e} \right)$	$\tau_e \left(\frac{\delta_u - \delta}{\delta_u - \delta_e} \right)$	$c_4 \cdot \sqrt{f'_{t,c}}$	$k \cdot \tau_e$	$c_3 = c_1^2 / c_4$	c_1, c_3, c_4 e k da det. sperimentalmente
Monti et al. (2003)	$\tau_e \left(\frac{\delta}{\delta_e} \right)$	$\tau_e \left(\frac{\delta_u - \delta}{\delta_u - \delta_e} \right)$	$1.8 \cdot \beta_w \cdot f_{t,c}$	$2.5 \tau_e \left(\frac{t}{g} + \frac{50}{E_g} \right)$	$0.33 \cdot \beta_w$	$\sqrt{\frac{1.5 \cdot (2 - b_f / b_c)}{1 + b_f / 100}}$
Savioia et al. (2003)	$\tau_e \left(\frac{\delta}{\delta_e} \right) \left[\frac{2.56}{1.56 + \left(\frac{\delta}{\delta_e} \right)^{2.56}} \right]$		$3.5 \cdot f_{t,c}^{0.19}$	0.051		
Lu et al. (2005)	$\tau_e \left(\sqrt{\frac{\delta}{\delta_e}} \right)$	$\tau_e \cdot \exp \left[-\alpha \left(\frac{\delta}{\delta_e} - 1 \right) \right]$ $\alpha = \frac{1}{\frac{G_f}{\tau_e \delta_e} - 2}$ $G_f = 0.308 \beta_w^2 \sqrt{f_t}$	$\alpha_1 \cdot \beta_w \cdot f_{t,c}$	$0.0195 \cdot \beta_w \cdot f_{t,c}$		$\sqrt{\frac{2.25 - b_f / b_c}{1.25 + b_f / b_c}}$

Tabella 3.1 – Ricorrenti modelli d'interfaccia

Nella Tabella 3.1 sono riepilogati alcuni ricorrenti legami d'interfaccia proposti da diversi autori. Le equazioni che definiscono ciascun legame locale di aderenza ($\tau(\delta)$) fanno riferimento ad alcuni parametri caratteristici generalmente correlati alle proprietà meccaniche del materiale di base (resistenza cilindrica a compressione f'_c e/o resistenza a trazione f_t), tra cui:

- la tensione tangenziale massima τ_e ed il corrispondente scorrimento δ_e ;
- lo scorrimento ultimo δ_u , se finito;
- un parametro geometrico β_w che dipende dal rapporto tra la larghezza del rinforzo e quella dell'elemento rinforzato.

Una rappresentazione schematica dei suddetti legami è riportata nella Fig. 3.4 che segue:

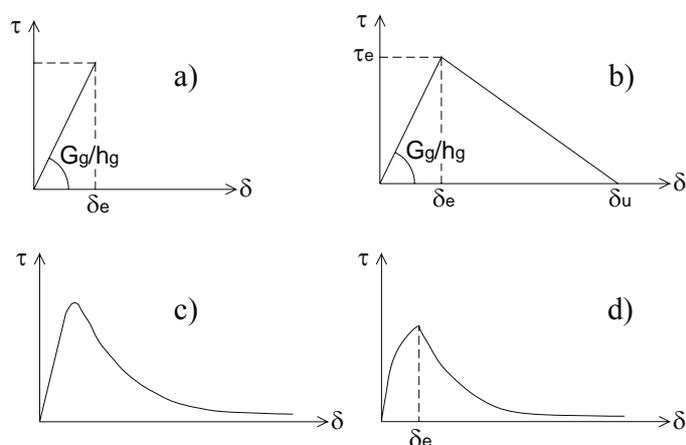


Fig. 3.4 – Legami d'interfaccia: a) Lineare, Neubauer and Rostasy (1999); b) Bilineare, Fib (2001) e Monti et al. (2003); c) Non Lineare, Savoia et al. (2003) e Nakaba et al. (2001); d) Non Lineare, Lu et al. (2005)

In quanto segue si risolve l'equazione differenziale (3.14) utilizzando il modello bilineare (Wu et al., 2002; Yuan et al., 2004).

Basandosi sulla teoria dell'elasto-plasticità, il legame bilineare è rappresentato da una legge che presenta due rami lineari:

- uno crescente il cui comportamento è elastico con rigidezza d'interfaccia $k_t = G_g/h_g = \tau_e/\delta_e$ e delimitato superiormente dalla tensione tangenziale di picco τ_e ;
- uno decrescente, che inizia a seguito del raggiungimento della τ_e , in cui si sviluppano scorrimenti irreversibili. Il distacco completo di un dato punto del rinforzo si ha quando esso raggiunge lo scorrimento massimo δ_u .

Attraverso l'equazione differenziale (3.14) è possibile determinare due soluzioni corrispondenti: una al ramo lineare crescente ed una al ramo post-picco del legame locale di aderenza. Ciò può essere fatto sostituendo al termine $f(\delta)$ le seguenti espressioni che definiscono il legame d'aderenza:

$$f(\delta) = \begin{cases} \frac{\tau_e}{\delta_e} \delta & \text{per } 0 \leq \delta \leq \delta_e & (3.15a) \\ \frac{\tau_e}{\delta_u - \delta_e} \cdot (\delta_u - \delta) & \text{per } \delta_e < \delta \leq \delta_u & (3.15b) \\ 0 & \text{per } \delta > \delta_u & (3.15c) \end{cases}$$

Utilizzando la (3.14) e sostituendo a $f(\delta)$ la relazione¹ $\tau = \frac{\tau_e}{\delta_e} \delta = \frac{G_g}{h_g} \cdot \delta$

per rappresentare il ramo lineare ascendente del legame costitutivo, si ha:

¹ Il termine G_g/h_g che compare rappresenta il modulo di scorrimento (rigidezza) il cui valore dipende dalle proprietà meccaniche dei materiali a contatto: materiale di base, adesivo e FRP. Tale valore deve essere ricavato sperimentalmente, ma alcuni autori (Aiello et al., 2004) suggeriscono di valutarlo come il rapporto tra il modulo di elasticità tangenziale e lo spessore dell'adesivo (valido se la deformabilità dipendesse solo dall'adesivo). Altri autori suggeriscono invece la relazione

$\frac{c_1}{h_g / G_g + h_c / G_c}$, riportata anche nel documento tecnico DT 200/2004 del CNR, in

cui, oltre a comparire lo spessore ed il modulo di elasticità dell'adesivo (h_g e G_g

$$\delta''(x) - \frac{(1 + \eta \cdot \mu)}{E_f \cdot t_f} \cdot \frac{G_g}{h_g} \cdot \delta(x) = 0 \quad (3.16)$$

Ponendo

$$\frac{(1 + \eta \cdot \mu)}{E_f \cdot t_f} \cdot \frac{G_g}{h_g} = w^2 \quad (3.17)$$

si ottiene dalla (3.16) la seguente equazione:

$$\delta''(x) - w^2 \cdot \delta(x) = 0 \quad (3.18)$$

la cui soluzione è del tipo:

$$\delta(x) = A \cdot \sinh(wx) + B \cosh(wx) \quad (3.19)$$

dove A e B sono costanti da determinare imponendo le condizioni al contorno, che dipendono dalla modalità di prova condotta.

Per la condizione schematicamente riportata nella Fig 3.5, riferita alla modalità di prova *single shear push test*, le condizioni al contorno possono scriversi come:

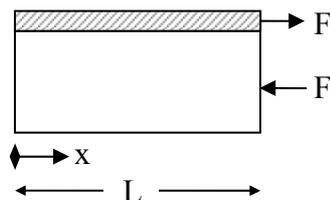


Fig. 3.5 – Schema della modalità di prova single shear push test

$$\text{Per } x=0 \rightarrow N_c(x=0) = 0 \text{ e } N_t(x=0) = 0 \quad (3.20a)$$

$$\text{Per } x=L \rightarrow N_c(x=L) = -F \text{ e } N_t(x=L) = F \quad (3.20b)$$

Derivando una volta la (3.19) e utilizzando la (3.10) si ha:

rispettivamente), compaiono anche lo spessore efficace del materiale di base (h_c) che partecipa alla deformabilità dell'interfaccia (di norma 20-30 mm) ed il suo modulo di elasticità tangenziale (G_c).

$$\delta'(x) = Aw \cosh(wx) + Bw \sinh(wx) = \frac{N_f}{E_f \cdot A_f} - \frac{N_c}{E_c \cdot A_c} \quad (3.21)$$

Dalla (3.21), per $x=0$ si ottiene:

$$\delta'(0) = Aw \cosh(w \cdot 0) = 0 \Rightarrow A = 0 \quad (3.22)$$

Mentre per $x=L$ si ha:

$$\delta'(L) = Bw \sinh(wL) = \frac{F}{E_f \cdot A_f} + \frac{F}{E_c \cdot A_c} \Rightarrow \quad (3.23)$$

$$B = \frac{F \cdot w \cdot h_g}{G_g \cdot b_f} \cdot \frac{1}{\sinh(w \cdot L)}$$

Sostituendo le (3.22) e (3.23) nella (3.19) si ottiene:

$$\delta(x) = \frac{F \cdot w \cdot h_g}{G_g \cdot b_f} \cdot \frac{\cosh(w \cdot x)}{\sinh(w \cdot L)} \quad (3.24)$$

valida per $\delta \leq \delta_e$.

La (3.24) descrive l'andamento (lineare) degli scorrimenti in funzione del carico applicato fino a quando, nell'estremo caricato, non si raggiunge il limite elastico $\delta = \delta_e$.

Sostituendo quest'ultima nell'espressione $\tau = \frac{G_g}{h_g} \cdot \delta$, si ha:

$$\tau_f(x) = \frac{F \cdot w}{b_f} \cdot \frac{\cosh(w \cdot x)}{\sinh(w \cdot L)} \quad (3.25)$$

La (3.25) mostra che la distribuzione delle tensioni tangenziali varia in maniera esponenziale crescente da $x=0$ verso l'estremo caricato ($x=L$).

Quando all'estremo caricato viene superato il limite elastico dove, quindi, interviene il ramo lineare decrescente post-picco del legame locale di aderenza occorre derivare due soluzioni: una relativa al tratto di rinforzo avente comportamento elastico lineare ed una relativa al tratto di rinforzo in cui, invece, si è in campo post-picco (v. Fig. 3.6). Con riferimento alla prova single shear push test ed alla situazione in cui, nell'estremo caricato, si è

superato il limite elastico, si possono scrivere le relazioni di seguito riportate.

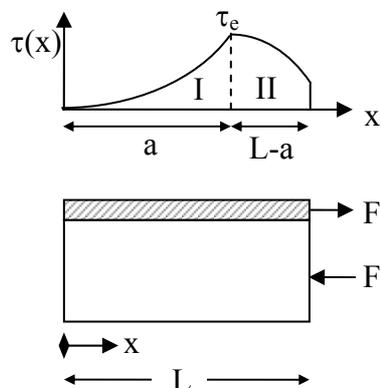


Fig. 3.6 – Schema della modalità di prova single shear push test: caso in cui all'estremo caricato si è superato il limite elastico

Per il tratto I di Fig. 3.6, a comportamento elastico lineare, l'equazione differenziale è quella già vista in precedenza, cioè la (3.18) che si ripete:

$$\delta''(x) - w^2 \cdot \delta(x) = 0 \quad \text{valida per } 0 \leq \delta \leq \delta_e, \quad \text{con } w^2 = \frac{(1 + \eta \cdot \mu)}{E_f \cdot t_f} \cdot \frac{\tau_e}{\delta_e}$$

la cui soluzione, come detto, è:

$$\delta(x) = A \sinh(wx) + B \cosh(wx)$$

e la corrispondente derivata prima:

$$\delta'(x) = Aw \cosh(wx) + Bw \sinh(wx) = \frac{N_f}{E_f \cdot A_f} - \frac{N_c}{E_c \cdot A_c}$$

Imponendo le seguenti condizioni al contorno:

$$\text{Per } x=0 \rightarrow N_c(x=0) = 0 \text{ e } N_f(x=0) = 0 \quad (3.26a)$$

$$\text{Per } x=a \rightarrow \delta(x=a) = \delta_e \quad (3.26b)$$

si ottiene:

$$\text{Per } x=0 \delta'(0) = Aw \cosh(w \cdot 0) = 0 \Rightarrow A = 0 \quad (3.26c)$$

$$\text{Per } x=a \quad \delta(x=a) = \delta_e = B \cosh(w \cdot a) \Rightarrow B = \frac{\delta_e}{\cosh(w \cdot a)} \quad (3.26d)$$

In definitiva, la soluzione per il tratto I si scrive come:

$$\delta(x) = \delta_e \cdot \frac{\cosh(w \cdot x)}{\cosh(w \cdot a)} \quad \text{valida per } x \leq a \quad (3.27)$$

Con semplici passaggi è possibile determinare la seguente espressione per le tensioni tangenziali d'interfaccia:

$$\tau(x) = \tau_e \cdot \frac{\cosh(w \cdot x)}{\cosh(w \cdot a)} \quad \text{valida per } x \leq a \quad (3.28)$$

Per il tratto II di Fig. 3.6, l'equazione differenziale generale (3.14) si scrive come:

$$\delta''(x) - \frac{(1 + \eta \cdot \mu)}{E_f \cdot A_f} \cdot \frac{\tau_e}{(\delta_u - \delta_e)} \cdot (\delta_u - \delta) = 0, \quad \text{valida per } \delta_e < \delta \leq \delta_u$$

Ponendo

$$\tau_e = \frac{G_g}{h_g} \cdot \delta_e \quad (3.29a)$$

$$\lambda^2 = \frac{\delta_e}{\delta_u - \delta_e} \quad (3.29b)$$

$$w^2 = \frac{1 + \eta \cdot \mu}{E_f \cdot t_f} \cdot \frac{G_g}{h_g} \quad (3.29c)$$

si ottiene:

$$\delta''(x) - w^2 \cdot \lambda^2 \cdot \delta(x) = w^2 \cdot \lambda^2 \cdot \delta_u \quad (3.30)$$

che rappresenta l'equazione differenziale non omogenea cercata per il tratto II di Fig. 3.6.

La soluzione di tale equazione è del tipo:

$$\delta(x) = \bar{A} \cdot \sin(w \cdot \lambda \cdot x) + \bar{B} \cdot \cos(w \cdot \lambda \cdot x) + \delta_u \quad (3.31)$$

Le condizioni al contorno che consentono di determinare le due costanti \bar{A} e \bar{B} sono:

$$\text{per } x = a \rightarrow \begin{cases} \delta_{II}(x = a) = \delta_I(x = a) = \delta_e & (3.32a) \\ \delta'_{II}(x = a) = \delta'_I(x = a) & (3.32b) \end{cases}$$

che rappresentano l'uguaglianza dello scorrimento e della tangente nel punto $x=a$ per i due tratti di curva denominati I e II in Fig. 3.6. Ricavando le costanti, l'espressione alla quale si perviene è la seguente:

$$\delta(x) = \delta_u - (\delta_u - \delta_e) \cdot [\cos(\lambda w(x - a)) - \lambda \cdot \text{tgh}(w \cdot a) \cdot \sin(\lambda w(x - a))] \quad (3.33)$$

Derivando una volta la (3.33), ricordando che si è posto $\delta' = \frac{N_f}{E_f \cdot A_f} - \frac{N_c}{E_c \cdot A_c}$, e particolarizzando tale espressione per il single shear push test (per $x=L \rightarrow N_f=F$ e $N_c=-F$), si ottiene:

$$F = \frac{E_f A_f w}{1 + \mu \cdot \eta} [\lambda (\delta_u - \delta_e) \cdot \sin(\lambda w(L - a)) + \delta_e \cdot \text{tgh}(w \cdot a) \cdot \cos(\lambda w(L - a))] \quad (3.34a)$$

$$\tau(x) = -\tau_e \cdot [\lambda \cdot \text{tgh}(w \cdot a) \cdot \sin(\lambda w(x - a)) - \cos(\lambda w(x - a))] \quad (3.34b)$$

Si nota che la forza (eq. (3.34a)) è funzione di "a"; il valore massimo di tale forza, supponendo che nel giunto non si verificano rotture locali, può essere ottenuto derivando la (3.34a) rispetto ad "a" e ponendo tale derivata uguale a zero.

I valori di "a" per i quali si annulla questa derivata sono:

$$a=0 \quad (3.35a)$$

$$\text{tgh}(w \cdot a) = \lambda \cdot \text{tg}(\lambda w(L - a)) \quad (3.35b)$$

Sostituendo la (3.35b) nella (3.34a) si ottiene l'espressione relativa alla forza massima, che può essere ricondotta alla forma:

$$F_{\max} = \frac{\tau_e \cdot b_f}{\lambda \cdot w} \cdot \frac{\delta_u}{\delta_u - \delta_e} \cdot \text{sen}(\lambda w \cdot (L - \bar{a})) \quad (3.36)$$

dove il valore di " \bar{a} " è determinato dall'espressione (3.35b) che può essere risolta per via iterativa.

La forza massima esigibile dal rinforzo è quella corrispondente alla rottura del giunto che si verifica quando nell'estremo caricato si è raggiunto lo scorrimento ultimo, cioè quando $\delta(x=L) = \delta_u$; sostituendo tale condizione nella (3.33) si ricava per $x=L$:

$$0 = (\delta_u - \delta_e) \cdot [\cos(\lambda w(L-a)) - \lambda \cdot \operatorname{tgh}(w \cdot a) \cdot \sin(\lambda w(L-a))] \quad (3.37a)$$

Affinché sia vera questa uguaglianza deve annullarsi il termine entro parentesi quadra:

$$[\cos(\lambda w(L-a)) - \lambda \cdot \operatorname{tgh}(w \cdot a) \cdot \sin(\lambda w(L-a))] = 0 \quad (3.37b)$$

Sostituendo la (3.35b) nella (3.37b) si ottiene:

$$[\cos(\lambda w(L-a)) - \lambda^2 \cdot \operatorname{tg}(\lambda w(L-a)) \cdot \sin(\lambda w(L-a))] = 0, \text{ ossia:}$$

$$[\cos(\lambda w(L-a)) - \lambda^2 \cdot \frac{\sin(\lambda w(L-a))}{\cos(\lambda w(L-a))} \cdot \sin(\lambda w(L-a))] = 0 \quad (3.37c)$$

da cui:

$$\cos^2(\lambda w(L-a)) - \lambda^2 \cdot \sin^2(\lambda w(L-a)) = 0 \quad (3.38)$$

e sostituendo, per la nota proprietà delle funzioni trigonometriche, a $\cos^2(\dots)$ la relazione $1 - \sin^2(\dots)$, si ottiene dalla (3.38) la relazione:

$$1 - (\lambda^2 + 1) \cdot \sin^2(\lambda w(L-a)) = 0 \rightarrow \sin(\lambda w(L-a)) = \sqrt{\frac{1}{\lambda^2 + 1}} \quad (3.39)$$

Analogamente, sostituendo a $\sin^2(\dots)$ la relazione $1 - \cos^2(\dots)$, si ottiene dalla (3.38) la relazione:

$$(1 + \lambda^2) \cdot \cos^2(\lambda w(L-a)) - \lambda^2 = 0 \rightarrow \cos(\lambda w(L-a)) = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} \quad (3.40)$$

Utilizzando la (3.35b) e sostituendovi le (3.39) e (3.40), si ottiene:

$$\operatorname{tgh}(w \cdot a) = \lambda \cdot \operatorname{tg}(\lambda w(L-a)) = \lambda \frac{\sin(\lambda w(L-a))}{\cos(\lambda w(L-a))} = 1 \quad (3.41)$$

Dunque, è possibile sostituire le (3.39), (3.40) e (3.41) nella (3.34a) ottenendo:

$$F_{\max} = \frac{E_f A_f w}{1 + \mu \cdot \eta} \left[\lambda (\delta_u - \delta_e) \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} + \delta_e \cdot \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} \right] \quad (3.42)$$

e ricordando che si è posto: $\tau_e = \frac{G_g}{h_g} \cdot \delta_e$, $\lambda^2 = \frac{\delta_e}{\delta_u - \delta_e}$, $A_f = t_f \cdot b_f$ e

$w^2 = \frac{1 + \eta \cdot \mu}{E_f \cdot t_f} \cdot \frac{G_g}{h_g}$, si perviene alla seguente espressione:

$$F_{\max} = b_f \cdot \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f \cdot \tau_e \cdot \delta_u}{1 + \eta \mu}} \quad (3.43)$$

Questa espressione mostra che la forza massima è funzione del modulo elastico del rinforzo (E_f), dello spessore e della larghezza dello stesso (b_f e t_f), del rapporto tra le rigidezze assiali dei due aderenti ($1 + \eta \mu$), della tensione massima al limite elastico τ_e e dello scorrimento massimo δ_u . Questi ultimi due parametri, τ_e e δ_u , sono rappresentativi del legame locale d'aderenza e dipendono dalle proprietà dell'incollaggio, del rinforzo e del materiale di base. Sinteticamente, l'influenza di questi molteplici aspetti sul legame d'interfaccia può essere stabilita attraverso la valutazione dell'energia di frattura (G_f) in modo II di frattura, cioè l'area sottesa dal legame locale di aderenza che, avendo supposto il legame costitutivo di tipo bilineare, è espresso dalla relazione $G_f = \frac{\delta_u \cdot \tau_e}{2}$.

E' quindi possibile riscrivere la (3.43) come:

$$F_{\max} = b_f \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_f \cdot t_f \cdot G_f}{1 + \eta \mu}} \quad (3.44)$$

che consente di mettere in evidenza un aspetto fondamentale del fenomeno dell'aderenza: la forza massima non dipende dalla forma del legame locale di aderenza (lineare, bilineare o non lineare), ma dall'area sottesa e cioè dall'energia di frattura. La (3.44) è stata ottenuta da diversi autori (Wu et al., 2002; Yuan et al., 2004) risolvendo, in forma chiusa, le equazioni che

governano il fenomeno dell'aderenza o, analogamente, con considerazioni di natura energetica (Taljsten, 1996).

Utilizzando il legame locale di tipo bilineare, risulta agevole analizzare il processo di delaminazione mediante le espressioni analitiche finora derivate.

Infatti, facendo riferimento ad una prova single shear push test, eseguita su un provino rinforzato con un tessuto di larghezza b_f e lunghezza L , è possibile descrivere puntualmente la curva carico-scorrimento, rappresentata in Fig. 3.7, individuando le fasi schematicamente rappresentate in Fig. 3.8.

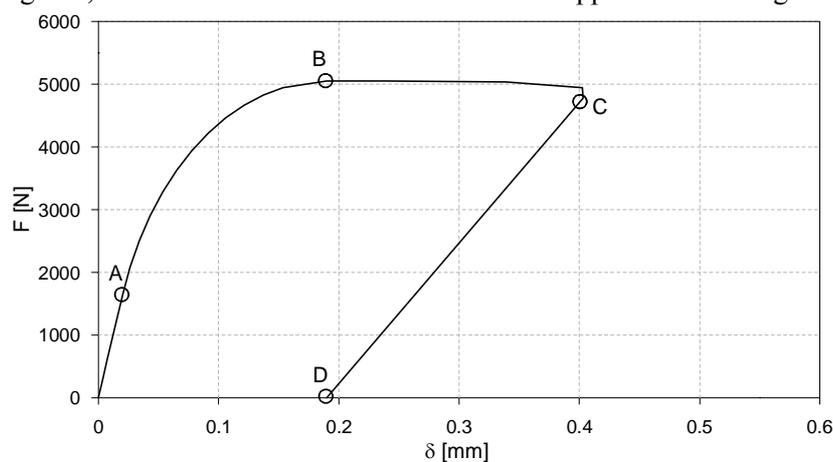


Fig. 3.7 – Curva teorica carico-scorrimento

Analizzando il diagramma carico-scorrimento di una generica prova di delaminazione (v. Fig. 3.7) è possibile, in sintesi, individuare la presenza di tre distinte fasi: (a) una prima fase a comportamento elastico lineare, (b) una fase non lineare che termina con l'innescò della delaminazione nella sezione caricata e (c) un tratto corrispondente alla propagazione della delaminazione che termina col completo distacco del rinforzo dal materiale di base.

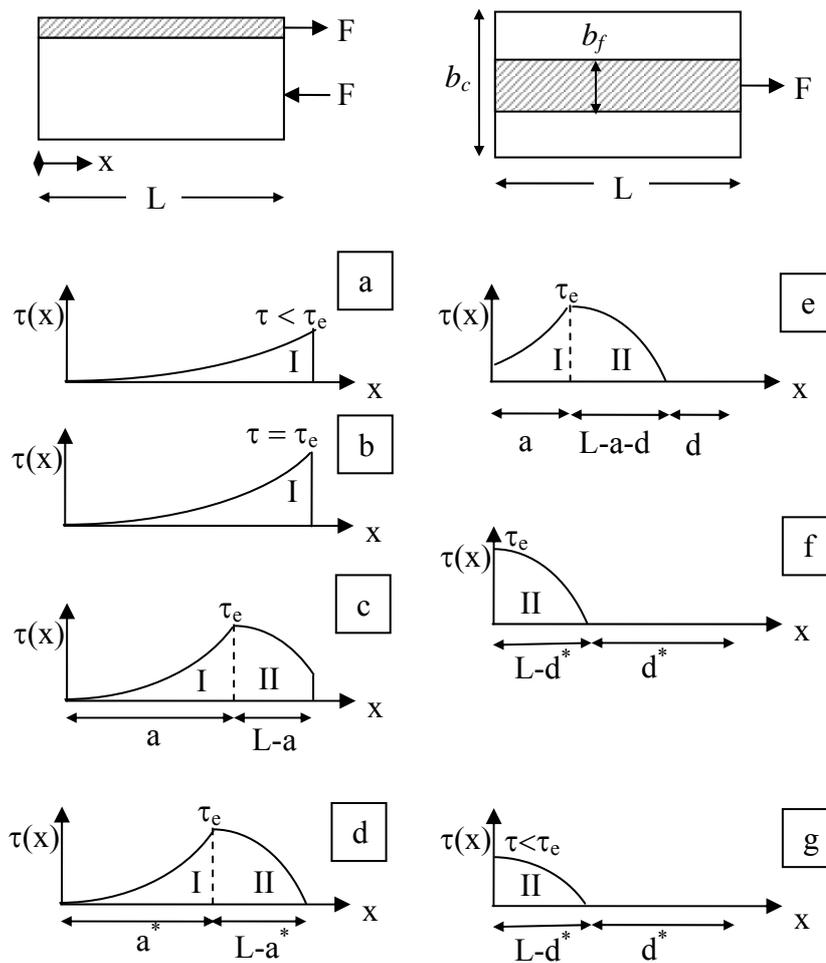


Fig. 3.8 – Rappresentazione schematica delle tensioni tangenziali all'interfaccia in diverse fasi del processo di delaminazione (Yuan et al., 2004)

Per bassi livelli di carico, in particolare fino a quando lo scorrimento dell'estremo caricato risulta inferiore a δ_e (Figg. 3.8a e 3.8b), si è in campo elastico lineare. In tale situazione la prova è descritta analiticamente

dall'espressione (3.24), $\delta(x) = \frac{F \cdot w \cdot \delta_e}{\tau_e \cdot b_f} \cdot \frac{\cosh(w \cdot x)}{\sinh(w \cdot L)}$, e corrisponde al tratto

OA della curva carico-scorrimento rappresentata in Fig. 3.7, nella quale il punto A corrisponde al raggiungimento del limite elastico nell'estremo caricato.

Segue un tratto non lineare della curva carico-scorrimento in cui viene coinvolto il ramo di softening del legame locale di aderenza fino al raggiungimento del punto B. Il tratto AB della curva carico-scorrimento (di Fig. 3.7) è descritto analiticamente dalle espressioni (3.33) e (3.34a). In questa fase, il tratto di rinforzo di lunghezza "a" è in fase elastica mentre il tratto di lunghezza "L-a" è in fase non lineare (Figg. 3.8c e 3.8d).

Il punto B sul grafico di Fig. 3.7 rappresenta la situazione in cui nell'estremo caricato si è raggiunto lo scorrimento ultimo δ_u . Tale configurazione indica che in tale punto si è innescato il fenomeno della delaminazione, essendosi esaurita la riserva energetica del collegamento ossia l'energia di frattura; in altre parole, tale punto rappresenta la situazione in cui il rinforzo, all'estremo caricato, si è staccato dal materiale di base. Si riscontra, in questa fase, il massimo valore della forza esigibile dal rinforzo ed il valore di "a*", corrispondente a questa situazione, può essere determinato dall'espressione (3.33) imponendo che $\delta(L)=\delta_u$, pervenendo alla seguente espressione:

$$[\cos(\lambda w(L - a)) - \lambda \cdot \operatorname{tgh}(w \cdot a) \cdot \sin(\lambda w(L - a))] = 0 \quad (3.45)$$

Risolvendo questa equazione e servendosi della (3.34a) si è mostrato che si può pervenire all'espressione della massima forza esigibile dal rinforzo (equazione (3.44)).

Il successivo tratto della curva carico-scorrimento rappresenta la propagazione del medesimo fenomeno negli altri punti in cui l'incollaggio è ancora integro: *propagazione della delaminazione*. La distribuzione delle tensioni tangenziali lungo il rinforzo, con riferimento alla condizione in cui la delaminazione è già progredita, è schematicamente rappresentata in Fig. 3.8e.

Il valore della forza esigibile dal rinforzo, relativa alla fase di propagazione della delaminazione, può essere ricercato utilizzando l'espressione (3.34a), in cui si deve tenere conto che il tratto di rinforzo che "lavora" nel ramo post-picco non è più "L- a" ma è "L-a-d", mentre per determinare lo scorrimento si deve sommare alla δ_u il termine relativo alla deformabilità assiale del provino e del rinforzo:

$$F = \frac{E_f A_f w}{1 + \mu \cdot \eta} [\lambda (\delta_u - \delta_e) \sin(\lambda w(L - a - d)) + \delta_e \operatorname{tgh}(w a) \cos(\lambda w(L - a - d))] \quad (3.46a)$$

$$\delta(L) = \delta_u + F \cdot d \cdot \left(\frac{1}{E_f A_f} + \frac{1}{E_c A_c} \right) \quad (3.46b)$$

Queste due equazioni descrivono analiticamente il tratto sub-orizzontale della curva carico-scorrimento (tratto B-C della curva di Fig. 3.7). Per determinare la fine di questo tratto occorre ricercare la condizione in cui nessuna parte del rinforzo lavora ancora in fase elastica, cioè quando si annulla il tratto "a" (Fig. 3.8f).

In questa condizione, dalla relazione (3.33), è possibile dedurre il valore di L-d* :

$$[\cos(\lambda w(L - a - d)) - \lambda \cdot \operatorname{tgh}(w \cdot a) \cdot \sin(\lambda w(L - a - d))] = 0 \quad (3.47)$$

e imponendo a=0 si ottiene dalla (3.47):

$$\cos(\lambda w(L - d)) = 0 \rightarrow L - d^* = \frac{\pi}{2 \cdot \lambda \cdot w} \quad (3.48)$$

Al punto C della curva carico-scorrimento di Fig. 3.7, corrispondente alla situazione in cui nessun punto del rinforzo "lavora" ancora in fase elastica, segue un tratto lineare discendente (snap-back) in cui sia il carico che gli scorrimenti decrescono fino a che non si raggiunge la completa delaminazione, punto D della stessa figura.

In tale fase si ha la riduzione delle tensioni tangenziali d'interfaccia nell'ultimo tratto di rinforzo (L-d*) fino a che in x=0 non si raggiunge lo scorrimento ultimo, cioè il completo esaurimento delle suddette tensioni tangenziali (Fig. 3.8g).

Questa fase della prova è rappresentata analiticamente attraverso l'equazione che descrive gli scorrimenti nel tratto sub-orizzontale della curva carico-scorrimento ma utilizzando il valore d^* , come segue:

$$\delta(L) = \delta_u + F \cdot d^* \cdot \left(\frac{1}{E_f A_f} + \frac{1}{E_c A_c} \right) \quad (3.49)$$

Si osserva che questo tratto della curva generalmente non è ottenibile per via sperimentale in quanto, giunti al termine del tratto sub-orizzontale della curva $F-\delta$, un ulteriore incremento dello scorrimento impresso genera il distacco immediato del rinforzo.

Se si assume la ricorrente ipotesi che il materiale di base ha una rigidezza assiale infinita², a partire dall'espressione (3.44) si perviene ad un valore di carico ultimo indipendente dal tipo di prova effettuato giacché il termine $\eta \cdot \mu$ tende a zero. L'espressione della massima forza esigibile dal rinforzo, che assume il significato di carico di delaminazione, diviene:

$$F_{\max} = F_d = b_f \sqrt{2 \cdot G_f \cdot E_f \cdot t_f} \quad (3.50)$$

Tale espressione, valida per una qualsiasi legge d'interfaccia dotata di sufficiente regolarità (Savoia et al., 2003), è stata dedotta da numerosi autori fra cui Wu et al. (2002), nel caso particolare di una legge d'interfaccia bilineare risolvendo in forma esatta l'equazione differenziale che governa il problema dell'aderenza, da Brosens (2001), nel caso di una legge d'interfaccia di potenza, da Ferrari (2003), nel caso di una legge d'interfaccia non lineare analoga a quella proposta da Popovics per il legame costitutivo del calcestruzzo.

² L'ipotesi secondo cui il materiale di base ha rigidezza assiale infinita scaturisce dall'osservazione che, nelle applicazioni comuni, la rigidezza assiale dell'elemento rinforzato risulta molto più grande della rigidezza assiale del rinforzo.

3.3.2 Analisi numerica con modello bidimensionale alle tensioni normali e tangenziali

Assieme ai modelli analitici, nel campo della ricerca tecnico scientifica, si sono sviluppati modelli numerici per l'analisi delle strutture rinforzate con elementi in acciaio e/o in FRP mirati a contemplare, oltre ai modi di rottura tipici degli elementi strutturali (ad esempio, con riguardo ad un elemento in c.a., schiacciamento del calcestruzzo o snervamento dell'acciaio teso), anche la modalità di crisi per delaminazione del rinforzo.

Un aspetto fondamentale delle simulazioni numeriche relative alle strutture rinforzate riguarda dunque la corretta schematizzazione del comportamento dell'interfaccia FRP-materiale di base. Questo, soprattutto negli approcci ingegneristici al problema, è generalmente ignorato ad esempio non modellando l'interfaccia (ipotesi di perfetta aderenza) o modellando solo lo strato di adesivo. Tuttavia, per una corretta simulazione del fenomeno dell'aderenza, non si possono non tenere in considerazione le proprietà meccaniche dell'interfaccia. A tal scopo alcuni codici di calcolo commerciali possiedono elementi finiti d'interfaccia che consentono di valutare l'iterazione fra gli aderenti.

In quanto segue sarà descritto il modello agli elementi finiti, rappresentativo della modalità di prova single shear push test su un campione con lunghezza di incollaggio pari a 150 mm, condotto con l'ausilio del codice Lusas Release 13.3, che è stato utilizzato allo scopo di evidenziare alcuni aspetti caratteristici del problema dell'aderenza.

In tali simulazioni l'interfaccia composito-materiale di base è stata modellata con elementi discreti a spessore nullo e con interpolazione quadratica, denominati IPN6. Questo tipo di elemento, inserito nei piani di potenziale delaminazione tra due elementi continui 2D, risulta particolarmente indicato al fine di modellare la rottura interlaminare, l'inizio e la propagazione di fessure. È un elemento a sei nodi, con spessore zero, che descrive una relazione tra le tensioni e gli spostamenti relativi dei nodi che collegano le due facce a cui sono interposti. In output l'elemento

fornisce, per ogni nodo, il valore della tensione normale e tangenziale e gli spostamenti relativi tra i due punti collegati.

Questi elementi d'interfaccia supportano un modello di danneggiamento chiamato *Delamination Damage Model* caratterizzato da due modi di rottura: modo I e II (v. Fig. 3.9).

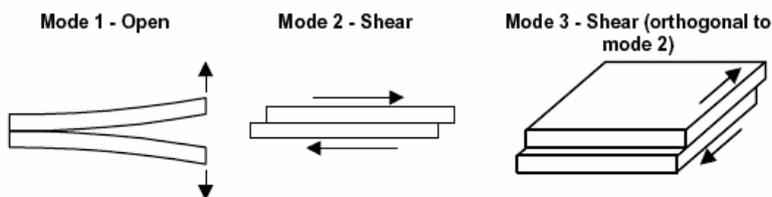


Fig. 3.9 – Modi di frattura del giunto

A ciascun modo di rottura è possibile assegnare un legame costitutivo bilineare identificato da tre parametri:

- area racchiusa del diagramma τ - δ , che rappresenta l'energia di frattura (G);
- tensione tangenziale di picco τ_e ;
- scorrimento corrispondente alla tensione tangenziale di picco δ_e (ovvero corrispondente alla tensione al limite elastico).

Un quarto parametro consente, inoltre, di studiare i vari modi di rottura in maniera accoppiata o non accoppiata, cioè consente di tenere conto o meno del danneggiamento combinato dei due modi di rottura.

Gli elementi "interfaccia" IPN6, prima descritti, sono stati interposti tra quelli bidimensionali denominati QPN8, utilizzati per schematizzare il rinforzo ed il materiale di base. Questi elementi sono quadrilateri regolari ad otto nodi con interpolazione quadratica e regola d'integrazione alla Gauss 3x3. L'elemento ha due gradi di libertà per ogni nodo, rappresentati dagli spostamenti nel piano dell'elemento nelle due direzioni fra loro ortogonali. In output l'elemento fornisce gli sforzi risultanti, il valore delle tensioni e delle deformazioni.

I tipi di elementi finiti utilizzati nelle simulazioni numeriche del presente lavoro sono schematicamente rappresentati in Fig. 3.10.

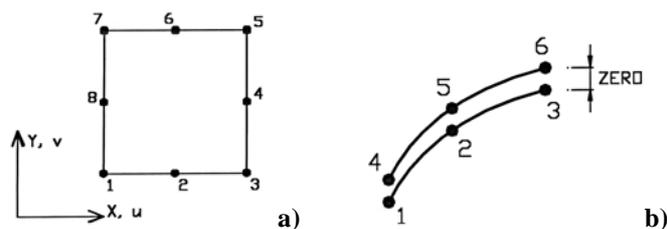


Fig. 3.10 – Tipi di elementi finiti utilizzati: a) Elemento continuo 2D QPM8 e b) elemento di interfaccia IPN6

La simmetria geometrica e meccanica rispetto al piano verticale baricentrico longitudinale del provino reale consente la modellazione 2D. Lo spessore assegnato al provino e all'FRP è costante e pari all'unità, rappresentando quindi la situazione in cui sia il rinforzo che il materiale di base hanno profondità indefinita.

La modellazione scelta esclude la modalità di crisi modo III, dovendo per essa studiare un modello tridimensionale.

Inoltre, al fine di simulare la modalità di prova single shear push test, il rinforzo è stato sollecitato con un'azione di taglio puro all'interfaccia; ciò ha consentito di condurre analisi finalizzate ad analizzare il fenomeno della delaminazione (secondo il modo II) sotto l'aspetto numerico.

Il campione di riferimento analizzato ha le dimensioni di 145x250x1 mm, mentre il rinforzo ha le dimensioni di 0,13x150x1 mm. E' stata adottata una mesh molto fitta di 3 mm di lato per il provino e per la piastra che lo vincola superiormente, una mesh per l'FRP che lo suddivide in 50 parti lungo l'asse y e 2 parti lungo l'asse x, e una mesh suddivisa in 50 parti con spessore nullo per rappresentare l'interfaccia. La scelta della maglia della mesh utilizzata è frutto di una serie di analisi preliminari in cui, lasciando inalterati tutti i parametri di input, veniva fatta variare tale maglia. I risultati ottenuti con tali analisi preliminari hanno mostrato che, a fronte di tempi di calcolo notevolmente differenti, le risposte numeriche relative alla mesh utilizzata risultano pressoché identiche a quelle relative a mesh più fitte.

Il modello analizzato (Fig. 3.11) è rappresentativo delle reali condizioni dei campioni testati (oggetto dell'indagine sperimentale di cui si parlerà nel seguito).

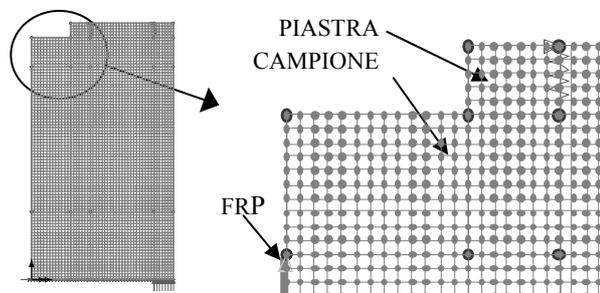


Fig. 3.11 – Modello analizzato

La tecnica di soluzione adottata è del tipo non lineare ad incrementi di spostamento. La procedura di iterazione è quella di Newton-Raphson, in cui la matrice di rigidità tangente è aggiornata prima d'ogni iterazione. E' stata scelta una procedura incrementale tipo "arch-length control", controllata dal parametro "Stiffness ratio to switch to arc-length" fissato al valore 0.4 ed i calcoli sono eseguiti secondo la procedura proposta da Crisfield. L'analisi è stata controllata mediante lo spostamento limite di un nodo sul rinforzo, raggiunto il quale l'analisi si arresta.

Al fine di analizzare il fenomeno della delaminazione si è schematizzato un modello rappresentante la modalità di prova single shear push test assegnando al provino ed al rinforzo un comportamento elastico e isotropo, con moduli elastici rispettivamente pari a 7000 N/mm^2 e 230000 N/mm^2 . L'interfaccia è invece stata schematizzata assegnando il seguente legame costitutivo (bilineare):

$G =$	0,1672	MPamm
$\tau_e =$	1,80	N/mm^2
$\delta_e =$	0,02	mm

Tabella 3.2 – Parametri per la definizione del legame locale di aderenza utilizzato

L'analisi numerica condotta ha fornito la curva carico-scorrimento rappresentata in Fig. 3.12; i valori numerici sono relativi ad un millimetro di profondità del campione.

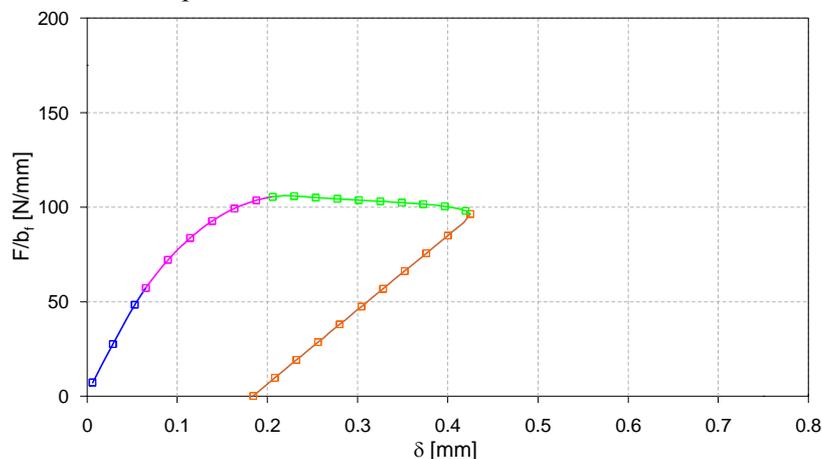


Fig. 3.12 – Curva carico-scorrimento

Dalla curva si evince come, inizialmente, il comportamento del campione è elastico lineare e rimane tale fino a quando nell'estremo caricato non si raggiunge lo scorrimento limite elastico corrispondente alla situazione in cui, in tale estremo, si è raggiunta la massima tensione tangenziale. Quindi la curva diviene non lineare e viene coinvolto, pertanto, il ramo di softening del legame locale di aderenza fino a che, nell'estremo caricato, si è raggiunto lo scorrimento ultimo. Il successivo tratto della curva carico-scorrimento rappresenta la propagazione della delaminazione che avviene ad una forza pressoché pari alla massima forza applicabile all'FRP e prosegue con un tratto lineare decrescente (snap-back) che termina con la completa delaminazione.

Interessanti osservazioni possono essere messe in evidenza dai diagrammi di Figg. 3.13 e 3.14 rappresentanti la distribuzione sulla lunghezza d'incollaggio delle tensioni tangenziali e normali (ortogonale al piano del rinforzo) all'interfaccia. Ciascuna curva riportata nei grafici mostra

la distribuzione della tensione in esame per un dato valore dello scorrimento (δ espresso in mm) relativo alla curva F- δ di Fig. 3.12.

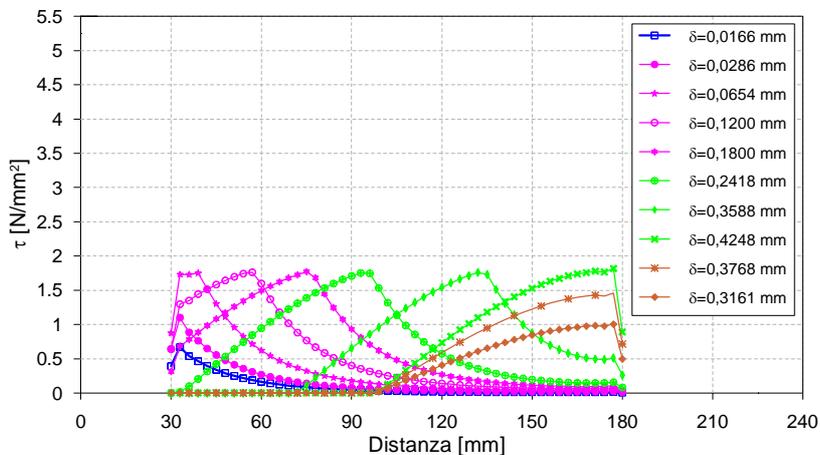


Fig. 3.13 – Distribuzione delle tensioni tangenziali (all’interfaccia) sulla lunghezza d’incollaggio

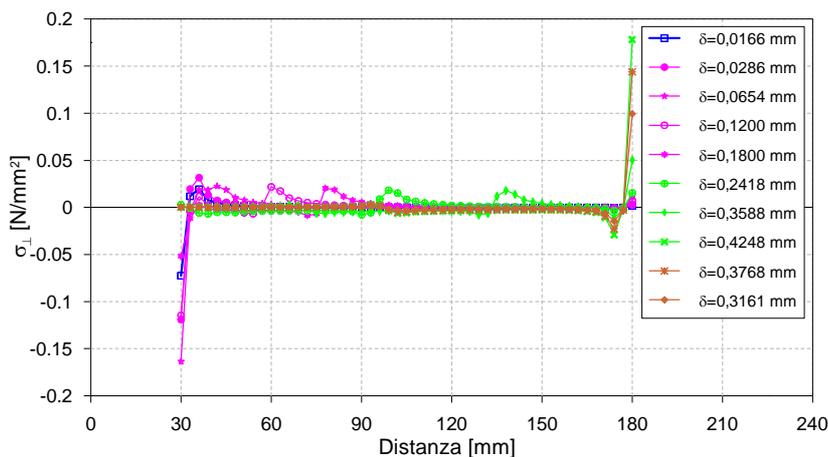


Fig. 3.14 – Distribuzione delle tensioni normali (all’interfaccia) sulla lunghezza d’incollaggio

Nei suddetti grafici è stata rappresentata la fase elastica in colore blu, le curve relative al superamento del limite elastico fino al distacco del rinforzo all'estremo caricato di colore fucsia, le curve relative alla propagazione della delaminazione in verde e le curve relative al ramo di snap-back di colore marrone.

Analizzando la distribuzione delle tensioni tangenziali sulla lunghezza d'incollaggio, al variare dello scorrimento impresso (Fig. 3.13), è possibile osservare come, prendendo in esame l'estremo caricato, la tensione tangenziale cresce al crescere dello scorrimento fino al raggiungimento della massima tensione tangenziale ($1,8 \text{ N/mm}^2$, v. Tabella 3.2) a seguito della quale incomincia la riduzione di tale tensione (corrispondente al tratto softening del legame costitutivo) fino ad annullarsi: questa situazione rappresenta il raggiungimento dello stato limite ultimo. Quando nell'ultimo punto dell'incollaggio si è raggiunta la massima tensione tangenziale, comincia la fase discendente della curva forza-scorrimento (snap-back).

Analoghe considerazioni possono essere messe in evidenza osservando la mappa delle tensioni tangenziali nel provino (Fig. 3.15). Nell'intorno dell'estremo caricato si osserva la fase di crescita delle tensioni tangenziali fino al raggiungimento, in tale punto, dello stato limite ultimo corrispondente alla crisi del collegamento; superata tale situazione si assiste alla traslazione verso il basso di queste tensioni tangenziali e il loro annullamento nei punti che precedono. Ciò mostra come, al crescere dello scorrimento impresso, si ha la propagazione della delaminazione giacché nei punti in cui il collegamento è venuto meno non si ha più la trasmissione delle tensioni tangenziali dall'FRP al provino. La traslazione delle tensioni verso il basso mostra altresì che la propagazione della delaminazione investe zone del collegamento ancora integre.

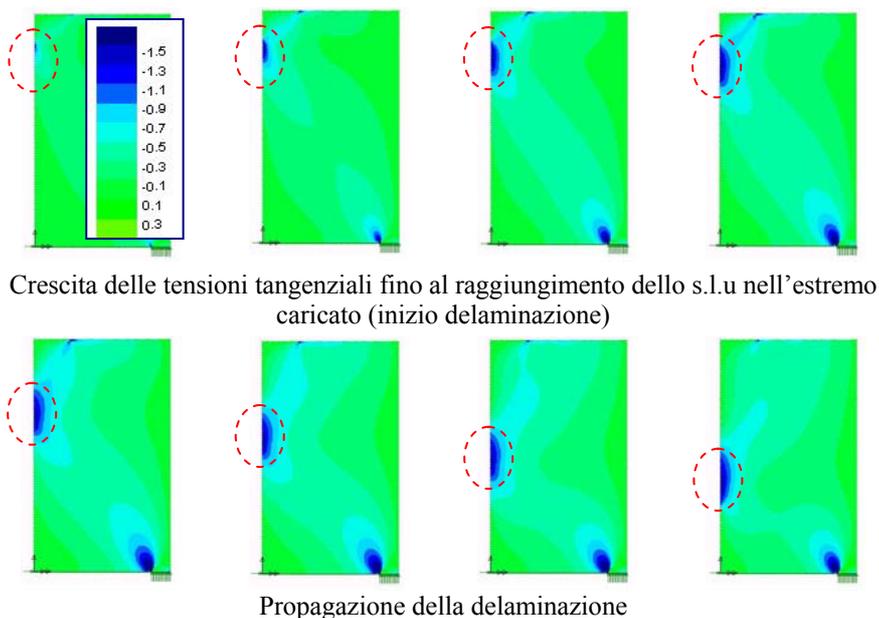


Fig. 3.15 – Mappa delle tensioni tangenziali nel provino al variare dello scorrimento impresso

Un'altra interessante considerazione può essere tratta dal diagramma rappresentante la distribuzione delle tensioni ortogonali alla superficie di incollaggio sulla lunghezza del rinforzo al variare dello scorrimento impresso (Fig. 3.14). Quando la delaminazione è già progredita, si osserva, nella parte terminale dell'incollaggio, un progressivo aumento della tensione normale di peeling all'aumentare dello scorrimento e ciò appare come un'inversione di quello che accade nella parte iniziale dell'incollaggio. Inoltre, tali tensioni di trazione nella parte terminale dell'incollaggio sembrerebbero giustificare la maggiore quantità di materiale di base che generalmente rimane attaccata alla striscia di FRP nel tratto terminale a delaminazione avvenuta.

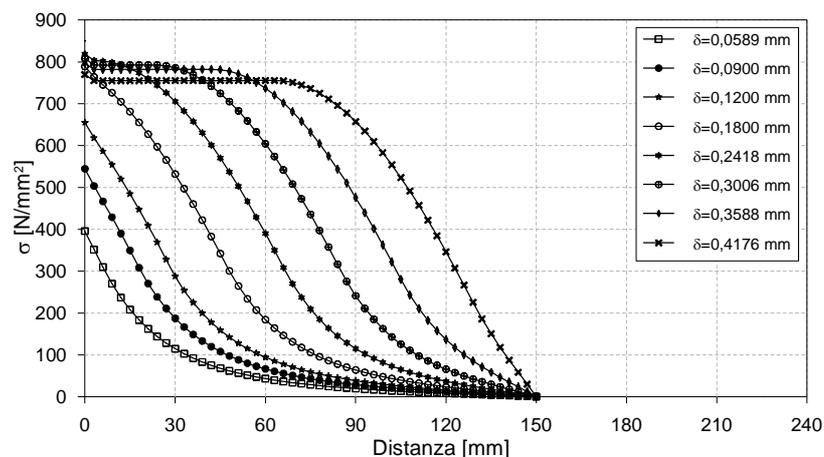


Fig. 3.16 – Tensione lungo l'asse del composito per vari incrementi di scorrimento impresso

Nella Fig. 3.16 è rappresentata la variazione della tensione lungo l'asse del composito per vari scorrimenti; tale diagramma consente di fare un'altra considerazione di carattere qualitativo. Nel tratto vicino all'estremo caricato il grafico presenta la concavità rivolta verso l'alto e ad esso corrisponde il tratto lineare ascendente del legame costitutivo. All'aumentare dello scorrimento impresso si osserva una fase di transizione e in corrispondenza dello scorrimento che genera la crisi del collegamento si registra un cambio della concavità, che risulta rivolta verso il basso. Ciò testimonia il passaggio alla fase softening del diagramma tensioni-scorrimenti.

Il modello qui presentato sarà utilizzato nel seguito, preliminarmente ai risultati sperimentali ottenuti, per mostrare la dipendenza del comportamento dell'interfaccia al variare di alcuni parametri caratteristici.

3.4 Indagine sperimentale e confronti: prove di delaminazione

È ormai noto che la valutazione della resistenza alla delaminazione può essere correttamente condotta solo con il supporto di prove sperimentali che

permettono di individuare i parametri che influenzano il meccanismo di aderenza.

J. F. Chen ha classificato le modalità di prova usualmente utilizzate per la determinazione del legame costitutivo di aderenza come segue (Fig. 3.17):

- a) Double shear pull test;
- b) Double shear push test;
- c) Single shear pull test;
- d) Single shear push test;
- e) Beam test;
- f) Beam test modificato.

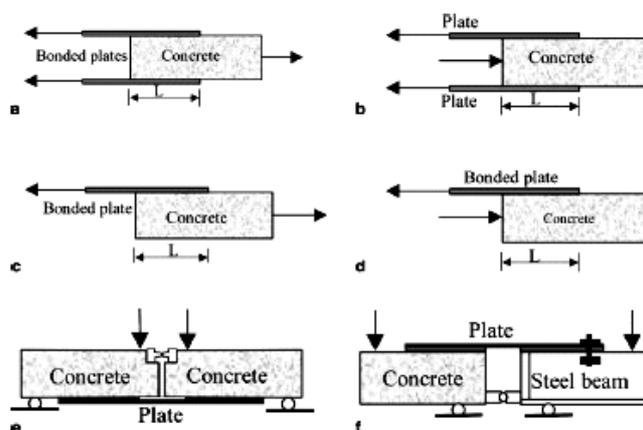


Fig. 3.17 – Rappresentazione schematica delle prove (Chen et al., 2001): (a) Double shear pull test, (b) Double shear push test, (c) Single shear pull test, (c) Single shear push test, (e) Beam test, (f) Beam test modificato

La classificazione individua sinteticamente tre condizioni generali di prova:

- trazione diretta (il materiale di base è in trazione nei casi a e c);
- pull-out (il materiale di base è compresso nei casi b e d);
- beam test.

Sia la tipologia di trazione diretta che il pull-out si possono realizzare con uno schema di carico simmetrico con due strisce di rinforzo incollate

ciascuna su un lato dell'elemento (casi a e b) o con uno schema asimmetrico applicando una sola striscia di rinforzo (caso c e d).

Sia studi sperimentali (ad esempio quelli condotti da Yao et al., 2005) che numerici (ad esempio quelli condotti da Chen et al., 2001), hanno posto in evidenza la possibilità di incorrere in parecchie differenze nella determinazione del legame di aderenza tra lamine o tessuti in FRP e blocchi di materiale di base. Tali studi hanno mostrato che le differenze sono legate, a parità degli altri fattori, alla modalità di esecuzione della prova ed alla dimensione del provino. Ciò ha altresì mostrato l'esigenza di definire una procedura standardizzata della prova sino ad ora non completamente codificata. In merito a ciò, alcuni ricercatori (Savoia et al., 2009) hanno mostrato come i risultati ottenuti su campioni di uguali caratteristiche, realizzati dallo stesso operatore con materiali omogenei ma testati secondo diversi set-up in diversi laboratori, presentino dispersioni elevate in particolare nel caso di rinforzi in tessuto.

Sebbene la modalità di prova beam test sembrerebbe la più adatta a simulare il comportamento di un elemento murario inflesso rinforzato con la tecnica in esame, precedenti prove condotte (Accardi, 2004) hanno evidenziato che, nel caso di campioni in conci di calcarenite, la delaminazione del rinforzo è spesso preceduta da una modalità di crisi a taglio che interessa uno dei due conci, non consentendo quindi di indagare correttamente sull'inizio e sulla propagazione del fenomeno della delaminazione.

Per le finalità della ricerca intrapresa, l'indagine sperimentale è stata condotta ricorrendo alla modalità di prova single shear pushing test che fornisce la minore dispersione dei risultati, assicura che la crisi avvenga per delaminazione in maniera stabile e progressiva senza l'insorgere di quei comportamenti asimmetrici che inevitabilmente si verificano nelle prove condotte utilizzando campioni con strisce di rinforzo su due facce opposte (double shear pushing e double shear pulling test) allorché, in una delle due facce del campione si innesca la delaminazione.

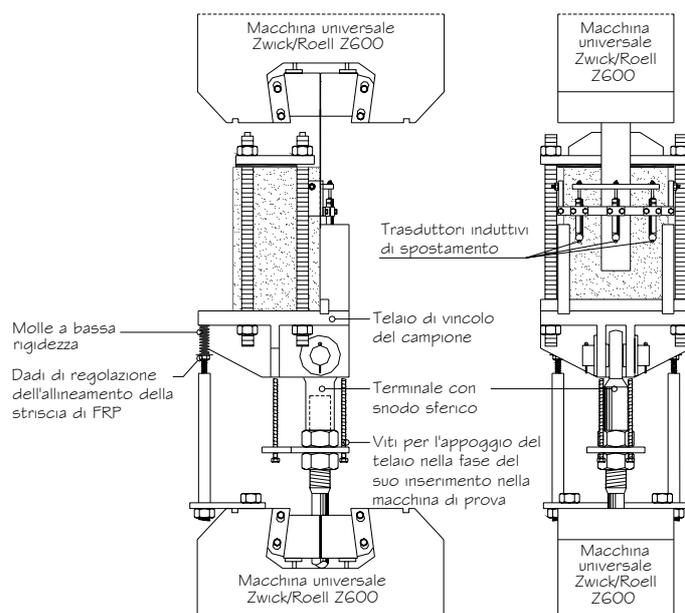


Fig. 3.18 – Apparato meccanico di prova

Per la realizzazione della prova con lo schema *single shear push test* si possono utilizzare macchine universali costruendo un apposito telaio per l'alloggiamento del provino e l'assorbimento delle sollecitazioni dovute all'eccentricità (Faella et al., 2002) oppure si può costruire un'apparecchiatura apposita (Yao et al., 2005; Mazzotti et al., 2007 e 2009).

Nell'ambito del presente lavoro le prove di aderenza sono state eseguite utilizzando la macchina universale Zwick/Roel Z600, in dotazione al laboratorio di strutture del DICA dell'Università di Palermo. Per l'esecuzione delle stesse è stato appositamente realizzato un telaio di vincolo del campione (v. Fig. 3.18) fissato inferiormente alla macchina mediante un terminale a snodo sferico.

Poiché, per le finalità della prova, è necessario che la retta d'azione della forza applicata al rinforzo e della reazione del telaio di vincolo risultino allineate con l'interfaccia rinforzo-concetto, oltre alle ristrette tolleranze

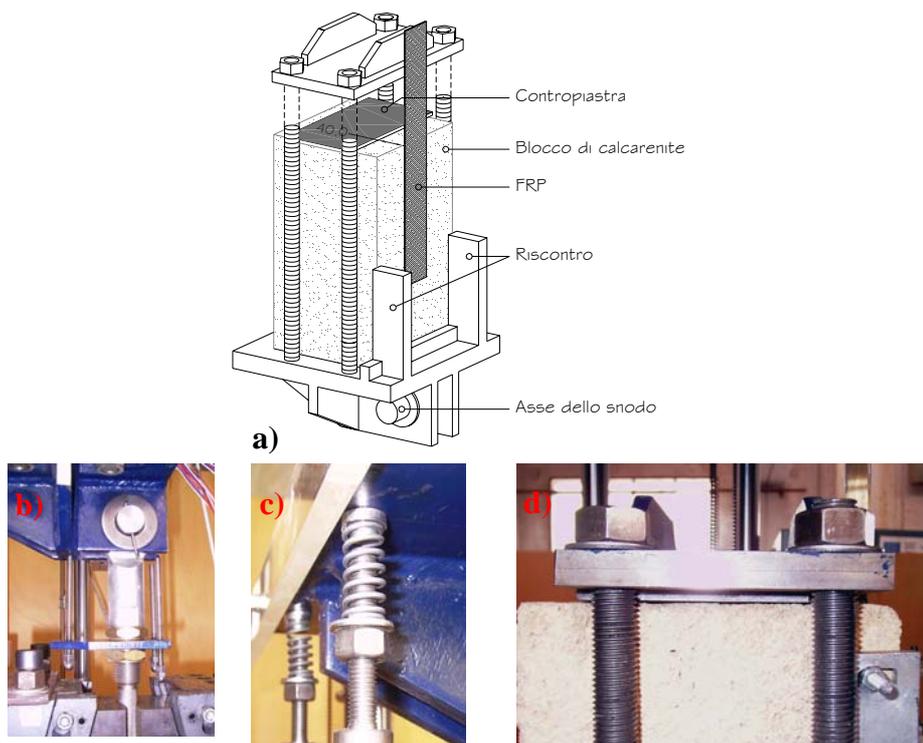
geometriche adottate nella realizzazione del telaio stesso ed alla predisposizione di due riscontri di ortogonalità del campione, è stato utilizzato, come già detto, un terminale con snodo sferico ed il telaio è stato fatto poggiare definitivamente su due molle a bassa rigidità regolabili in altezza in modo da sostituire gli appoggi provvisori che non lasciavano alcuna possibilità di movimento al campione in prova e che, esercitando sempre la stessa reazione, impedivano l'insorgere di azioni ortogonali alla striscia incollata di tessuto (v. Fig. 3.19).

Imperfezioni e dissimetrie nell'applicazione dei carichi ai rinforzi possono, infatti, determinare sensibili riduzioni della resistenza alla delaminazione in quanto possono essere causa di un incremento delle tensioni principali di trazione soprattutto quando le lunghezze di incollaggio sono ridotte (Yao et al., 2005). Gli accorgimenti presi in considerazione hanno consentito di correggere i difetti di ortogonalità fra il piano in cui era vincolato il campione e l'asse dell'asta che connetteva il telaio di vincolo alle macchina di prova utilizzata che, invece, possono facilmente presentarsi in una unione rigida degli stessi mediante saldatura. Inoltre, la possibilità di movimento consentita dallo snodo unitamente alle molle, consente di garantire un'autoallineamento del campione in prova, quando si applica il carico al rinforzo.

Un ulteriore accorgimento adottato riguarda la distanza tra la piastra che superiormente vincola il campione e la superficie di incollaggio del rinforzo. L'estensione della zona compressa del provino può influenzare, infatti, il volume di materiale interessato dalla rottura e quindi il valore del carico di delaminazione. E' stato sperimentalmente osservato (Yao et al., 2005) che all'aumentare della zona di calcestruzzo non soggetta a compressione la resistenza dell'incollaggio aumenta, in quanto il volume di materiale che può essere coinvolto dal meccanismo di aderenza è maggiore. Se la zona compressa è vicina alla superficie dell'incollaggio lo spessore del materiale di supporto che può essere interessato dalla rottura si riduce e con esso l'energia di frattura. Inoltre è stato osservato (Accardi, 2004) che distanze inferiori al centimetro fra detta piastra e la striscia di composito influenzano

la distribuzione delle tensioni tangenziali all'interfaccia, causando valori crescenti della tensione tangenziale, in particolare del valore di picco, al diminuire di tale distanza.

Nella campagna sperimentale condotta, tra la piastra superiore ed il campione è stata interposta una contropiastra che lasciava una distanza dal bordo del campione non compresso pari a 4 cm (v. Fig. 3.19).



**Fig. 3.19 – Schema ed immagine dell'apparato meccanico di prova a) e alcuni dettagli:
b) terminale con snodo sferico, c) molle a bassa rigidezza, d) contropiastra**

È stato inoltre rilevato (Mazzotti et al., 2008) che l'assenza di una “zona libera” tra il bordo del campione e l'inizio della striscia di rinforzo genera un'elevata concentrazione di tensioni di trazione a livello del supporto che porta ad una crisi precoce con distacco di una porzione (a forma di cuneo) del provino. La sperimentazione ha mostrato che la lunghezza del tratto di

striscia non aderente al bordo del campione influenza sia il valore del carico di delaminazione che la distribuzione delle tensioni tangenziali all'interfaccia. Per tali ragioni, nella sperimentazione condotta si è scelto di lasciare in prossimità del bordo superiore del campione una zona non aderente di lunghezza pari a 30 mm, che solo in alcuni casi è stata aumentata a 60 mm.

Il telaio di vincolo è stato realizzato per campioni di larghezza pari a 180 mm, sui quali poter incollare rinforzi fino a 150 mm di larghezza, e di altezza almeno pari a 310 mm, sui quali poter incollare rinforzi fino a 240 mm di lunghezza.

La rappresentazione della geometria adottata per il campione, della distanza del vincolo dal bordo di incollaggio e degli altri parametri geometrici discussi, sono riportati schematicamente in Fig. 3.20.

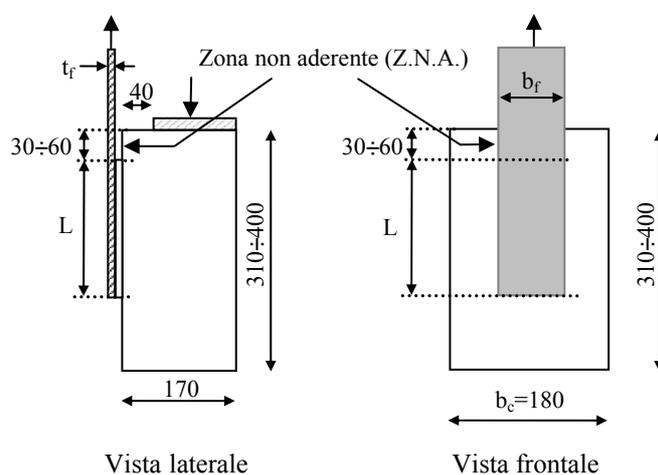


Fig. 3.20 – Geometria dei campioni

I campioni testati sono stati strumentati per rilevare lo scorrimento dell'estremo caricato e le deformazioni lungo il rinforzo, ed è stata rilevata la forza applicata per mezzo della cella di carico della macchina utilizzata per condurre le prove.

In particolare, le prove di aderenza sono state condotte controllando, mediante l'utilizzo di un LVDT (Linear Variable Digital Transducer) disposto in asse al rinforzo, lo spostamento della striscia di tessuto nella sezione caricata registrando simultaneamente la forza corrispondente allo scorrimento impresso al campione in prova. Questo metodo di prova consente di governare in maniera stabile l'inizio e la propagazione della delaminazione e di avere quindi informazioni complete sul comportamento del campione rinforzato sino a rottura, cioè sino al distacco completo del rinforzo dal campione.

Allo scopo di voler verificare anche le eventuali rotazioni nel piano del rinforzo, che possono inficiare la validità della prova, sono stati utilizzati altri due trasduttori di spostamento (LVDT) nella medesima sezione e disposti simmetricamente rispetto all'asse del rinforzo. In tal modo il trasduttore di spostamento centrale governa l'avanzamento della prova e gli altri due trasduttori, assieme a quello centrale, misurano lo scorrimento; la media delle letture eseguite con i tre trasduttori fornisce lo scorrimento medio nella sezione caricata. I tre trasduttori di spostamento utilizzati, HBM Wa-L-010W-32K-K2-F1-1-8, sono trasduttori induttivi con nucleo estraibile.

La misura delle deformazioni lungo il rinforzo è stata eseguita mediante estensimetri elettrici a resistenza (strain gages) HBM 1-LY11-3/350, incollati sulla superficie superiore del rinforzo. La disposizione degli estensimetri sui provini, al fine di ottenere in ogni caso una misura fedele dell'andamento delle deformazioni lungo l'asse del rinforzo, si differenzia in funzione della lunghezza di incollaggio.

Le misure degli spostamenti, del carico e delle deformazioni sono state acquisite in automatico con frequenza di 2 dati al secondo.

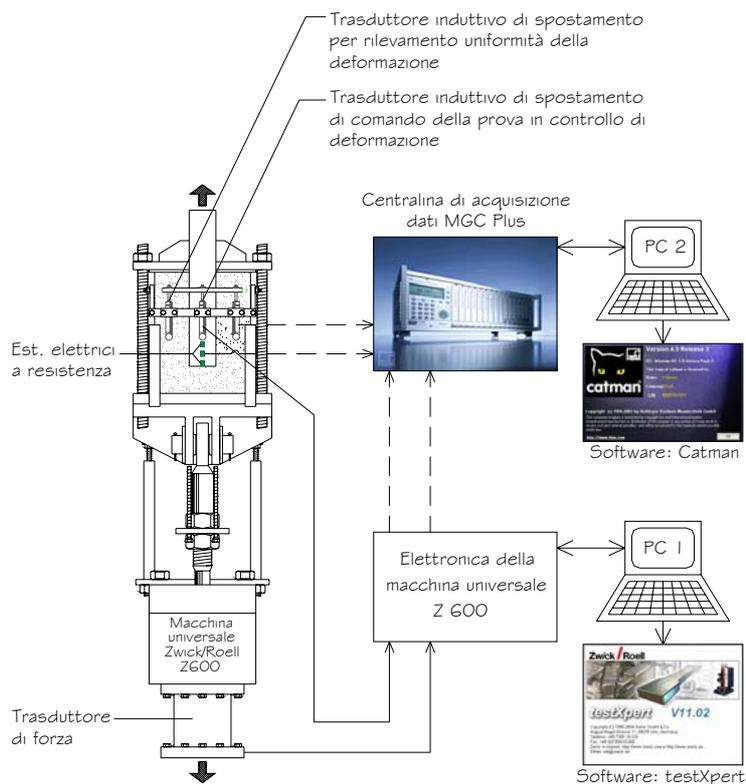


Fig. 3.21 – Schema dell'apparato generale di prova

Lo scorrimento impresso e il corrispondente carico indotto sono stati acquisiti e controllati mediante l'utilizzo di un personal computer collegato, con una porta seriale, all'elettronica della macchina universale Z600 (PC 1 nella Fig. 3.21), interfacciandosi con la stessa mediante il software "TestXpert". Dopo l'esecuzione di una serie di "prove pilota", il protocollo di prova è stato configurato in modo tale da imprimere uno scorrimento δ continuo, controllando lo spostamento dell'LVDT disposto in asse al rinforzo, con velocità di avanzamento pari a 0,00045 mm/sec.

Simultaneamente all'inizio delle prove, è stata attivata l'acquisizione di tutti gli strumenti di misura mediante la centralina HBM MGC Plus,

collegata attraverso una porta USB ad un secondo personal computer (PC 2 nella Fig. 3.21) e interfacciata con l'utente mediante il software "Catman Professional" attraverso il quale si gestiscono i settaggi della centralina e si acquisiscono i dati (le deformazioni fornite dagli strain gages, gli spostamenti letti dai tre trasduttori di spostamento e la cella di carico della macchina Z600).

Nella Fig 3.22 che segue viene riportata una vista d'insieme del sistema di prova, dove possono essere evidenziati i due personal computer utilizzati, la centralina di acquisizione dati MGC plus e la macchina universale Z600 con il campione montato sul telaio di vincolo per le prove di aderenza.



Fig. 3.22 – Apparato generale di prova

Nell'immagine si vede anche il campione campione che è stato utilizzato per la lettura delle deformazioni apparenti (estensimetro compensatore).

3.4.1 Programma d'indagine sperimentale

L'obiettivo principale della campagna di indagine sperimentale in oggetto è quello della determinazione del carico di delaminazione nonché della valutazione delle tensioni tangenziali mobilitate all'interfaccia tra rinforzi in FRP e conci di calcarenite, al fine di determinare il legame di aderenza τ - δ (tensione tangenziale-scorrimento).

L'indagine sperimentale è stata, in particolare, rivolta ad indagare i seguenti parametri:

- la lunghezza ottimale di ancoraggio;
- l'influenza sulla resistenza della rigidità del rinforzo;
- l'influenza sulla resistenza della larghezza della striscia di rinforzo rispetto a quella dell'elemento rinforzato;
- la resistenza alla delaminazione;
- la definizione di un appropriato legame di aderenza;
- l'influenza sulla resistenza di un preliminare consolidamento della superficie del materiale di base.

Per la determinazione dei parametri di interesse, per il fenomeno in esame, è stato scelto il programma sperimentale riportato nella tabella 3.3, costituito da 65 campioni sottoposti a prova single shear pushing test.

In particolare sono state utilizzate tre differenti tipologie di tessuto (due in fibra di carbonio ed uno in fibra di vetro, le cui caratteristiche sono riportate nel capitolo 2) applicato con la tecnica wet-lay-up, utilizzando la medesima resina da impregnazione. Sono stati fatti variare le grandezze geometriche, larghezza e lunghezza delle strisce di rinforzo, ed il numero di strati di rinforzo. In alcuni campioni si è eseguito un preliminare consolidamento della superficie di incollaggio con un primer epossidico.

Campioni	Rinforzo				Prelimin. consolid. della sup.	Lungh. zona non aderente [mm]
	Tipo	b_f [mm]	t_f [mm]	L [mm]		
1, 2, 3	CFRP1	50	0,13	60	NO	30
64, 65	CFRP1	50	0,13	40	NO	60
57, 58, 59, 60	CFRP1	50	0,13	60	NO	60
4, 5, 6	CFRP1	50	0,13	90	NO	30
7, 8, 9	CFRP1	50	0,13	120	NO	30
10, 11, 12	CFRP1	50	0,13	150	NO	30
13, 14, 15, 33, 34, 35	CFRP1	50	0,13	200	NO	30
16, 17, 18	CFRP1	50	0,13x2	150	NO	30
19, 20, 21, 30, 31, 32	CFRP1	50	0,13	300	NO	30
22, 23, 24	CFRP1	100	0,13	200	NO	30
42, 43, 44	CFRP1	25	0,13	240	NO	30
36, 37, 38, 45, 46, 47	GFRP	50	0,17	240	NO	30
54, 55, 56	GFRP	50	0,17x2	240	NO	30
48, 49, 50, 61, 62, 63	CFRP2	50	0,23	240	NO	30
25, 26, 27, 28, 29	CFRP1	50	0,13	200	SI	30
39, 40, 41	CFRP1	50	0,13	240	SI	30
51, 52, 53	CFRP1	50	0,13	210	SI	60

(b_f =larghezza dell'FRP, t_f =spessore dell'FRP, L= lunghezza di incollaggio, CFRP1=tessuto in fibra di carbonio con modulo $E_f=230000$ Mpa, CFRP2=tessuto in fibra di carbonio con modulo $E_f=390000$ Mpa, GFRP=tessuto in fibra di vetro con modulo $E_f=70000$ MPa)

Tabella 3.3 – Programma d'indagine sperimentale

3.4.2 Risultati delle prove di delaminazione

Si riportano di seguito i risultati più significativi delle prove di delaminazione condotte.

In primo luogo si mostrano, nei grafici di Figg. 3.23-3.39, i risultati ottenuti in termine di curve carico-scorrimento. Al fine di mostrare efficacemente a quale tipologia di campioni si riferiscono le curve, è stato inserito in ogni grafico una tabella che riassume la geometria del rinforzo e la lunghezza della zona non aderente della striscia di rinforzo all'estremità del campione (Z.N.A.).

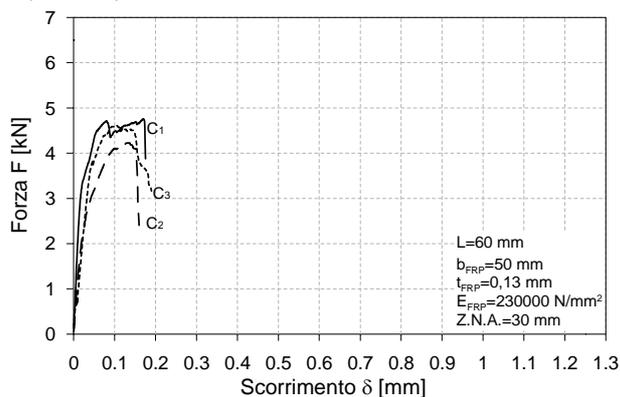


Fig. 3.23 – Curva carico-scorrimento dei campioni 1, 2 e 3

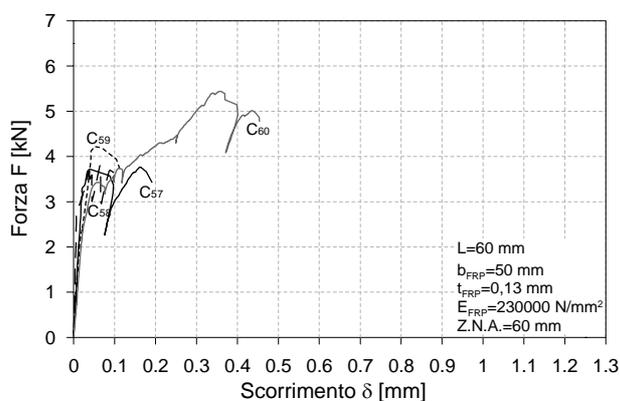


Fig. 3.24 – Curva carico-scorrimento dei campioni 57, 58, 59 e 60

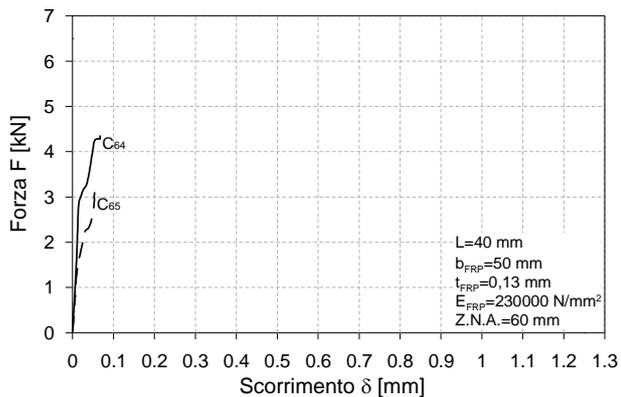


Fig. 3.25 – Curva carico-scorrimento dei campioni 64 e 65

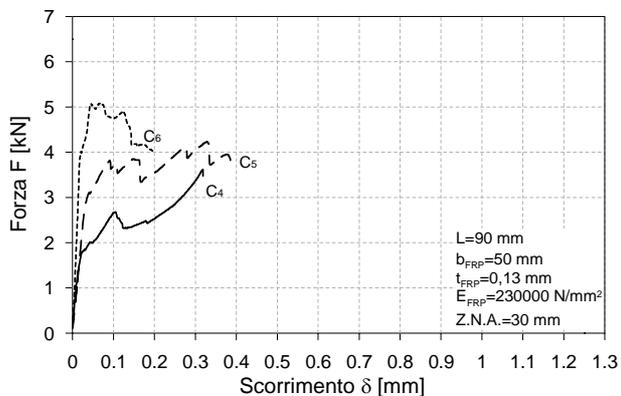


Fig. 3.26 – Curva carico-scorrimento dei campioni 4, 5 e 6

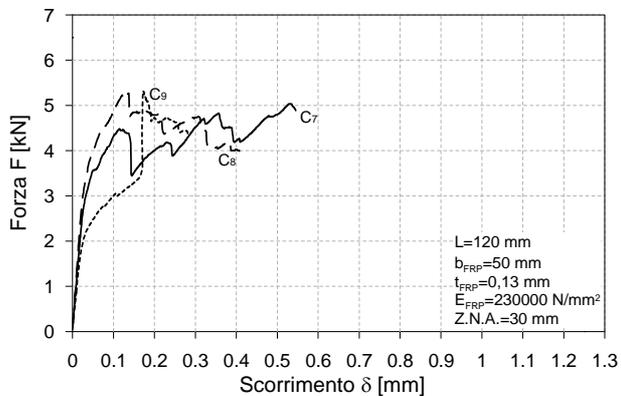


Fig. 3.27 – Curva carico-scorrimento dei campioni 7, 8 e 9

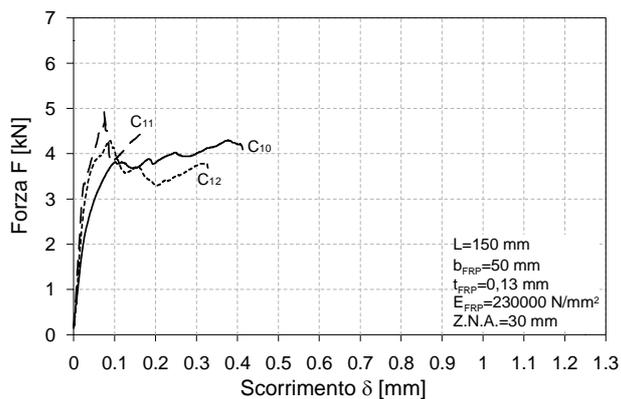


Fig. 3.28 – Curva carico-scorrimento dei campioni 10, 11 e 12

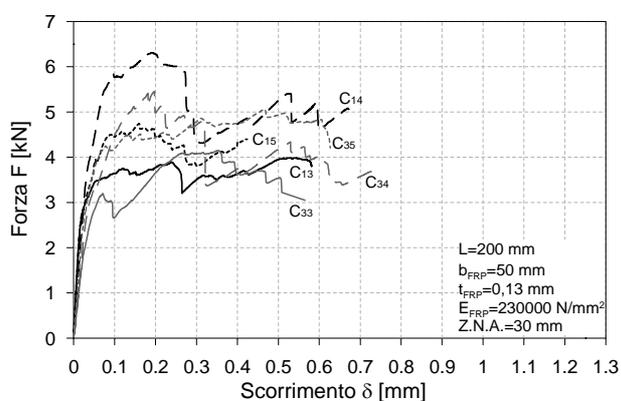


Fig. 3.29 – Curva carico-scorrimento dei campioni 13, 14, 15, 33, 34 e 35

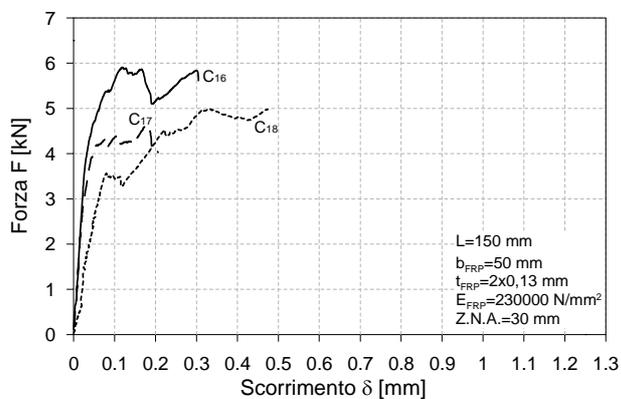


Fig. 3.30 – Curva carico-scorrimento dei campioni 16, 17 e 18

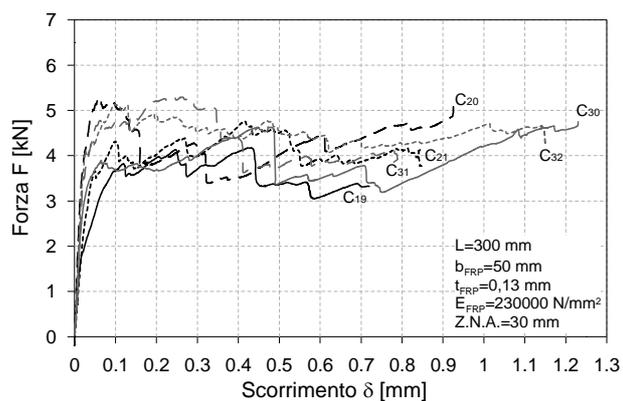


Fig. 3.31 – Curva carico-scorrimento dei campioni 19, 20, 21, 30, 31 e 32

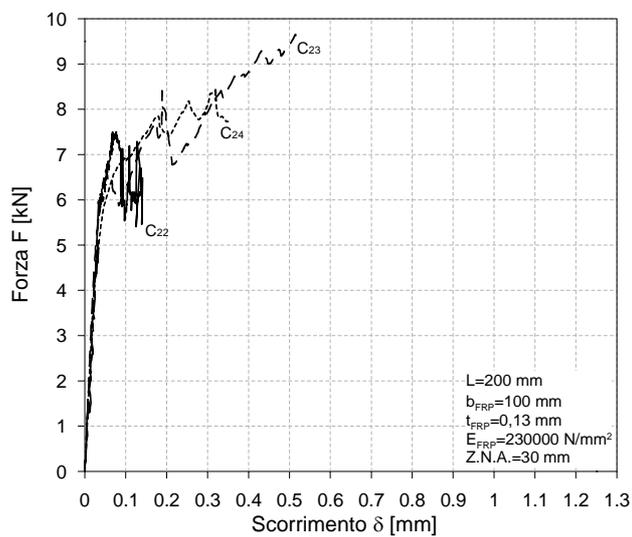


Fig. 3.32 – Curva carico-scorrimento dei campioni 22, 23 e 24

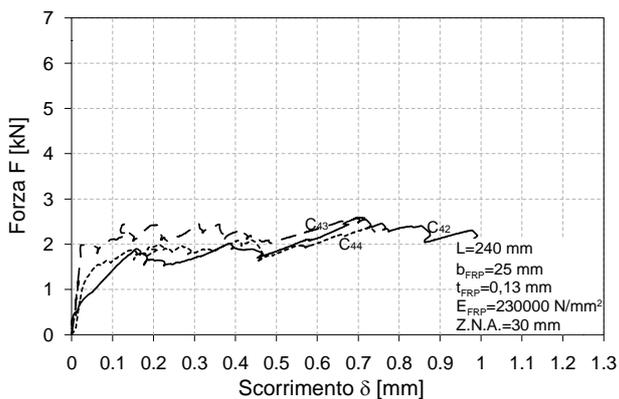


Fig. 3.33 – Curva carico-scorrimento dei campioni 42, 43 e 44

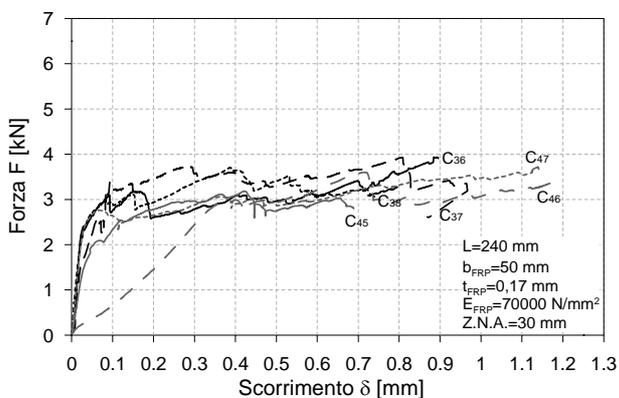


Fig. 3.34 – Curva carico-scorrimento dei campioni 36, 37, 38, 45, 46 e 47

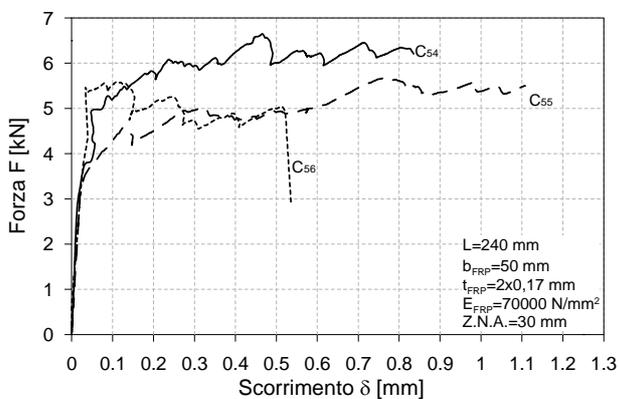


Fig. 3.35 – Curva carico-scorrimento dei campioni 54, 55 e 56

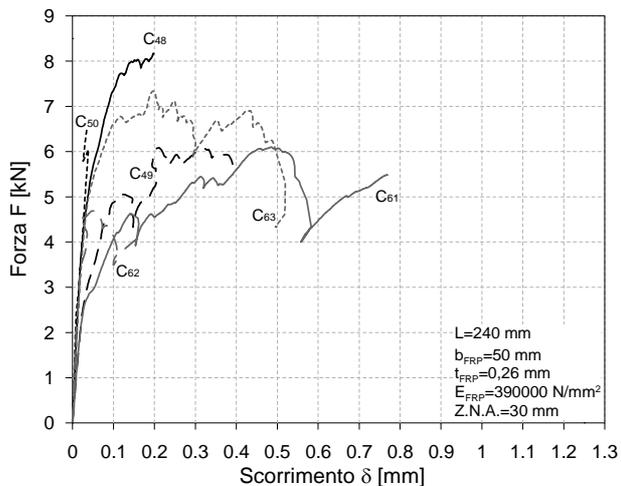


Fig. 3.36 – Curva carico-scorrimento dei campioni 48, 49, 50, 61, 62 e 63

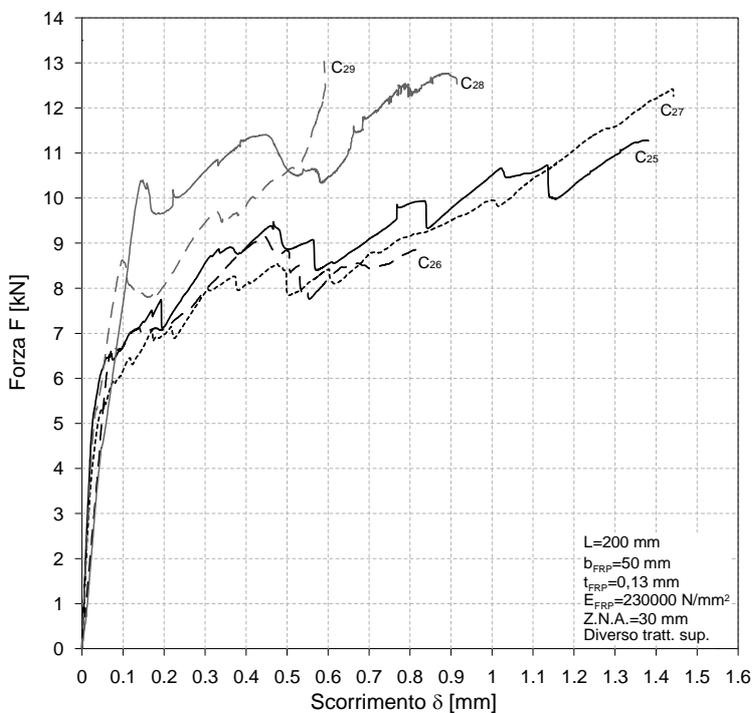


Fig. 3.37 – Curva carico-scorrimento dei campioni 25, 26, 27, 28 e 29

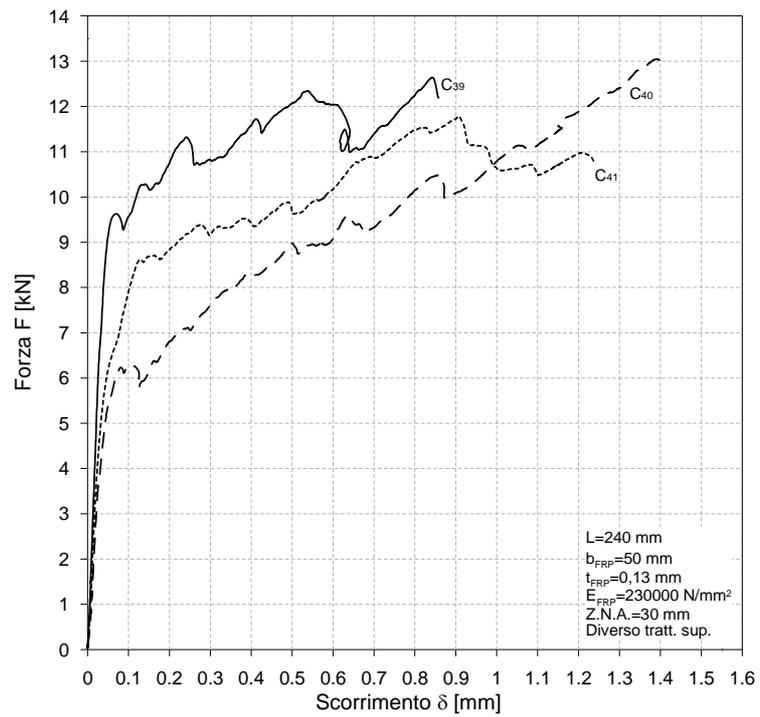


Fig. 3.38 – Curva carico-scorrimento dei campioni 39, 40 e 41

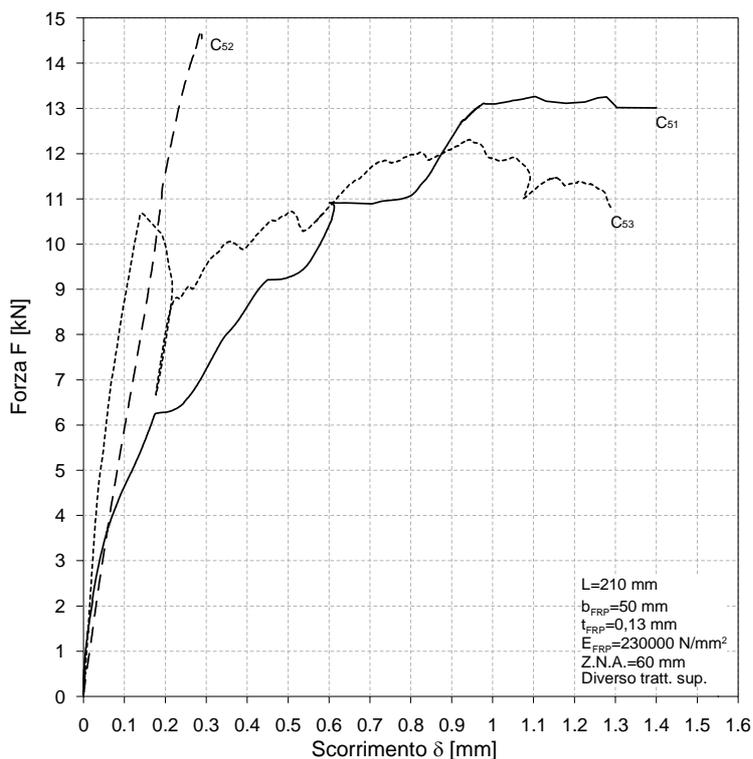


Fig. 3.39 – Curva carico-scorrimento dei campioni 51, 52e 53

Da una prima analisi dei grafici riportati si può notare come, in generale, le curve presentano inizialmente un ramo sufficientemente lineare, cui segue un ramo non lineare che termina con un picco seguito da una brusca riduzione del carico o da una breve stabilizzazione dello stesso. Tale picco denuncia l'innescarsi della delaminazione in tratti più o meno lunghi dell'incollaggio.

Si osserva che il carico limite elastico è mediamente inferiore al 50% del carico che si attinge al primo picco.

Le curve proseguono poi con un tratto legato alla propagazione della delaminazione che aumenta con il crescere della lunghezza di incollaggio: nei campioni con $L=40\div 60$ mm (Figg. 3.23-3.25) è praticamente nullo, mentre nei campioni con $L=300$ mm (Fig 3.31) il tratto è tale da estendersi

fino a valori di δ superiori al millimetro con un andamento complessivamente crescente.

Tale aspetto, già mostrato da altri ricercatori per via numerica e/o sperimentale, è dovuto al fatto che la delaminazione interessa progressivamente zone del campione ancora integre. Chiaramente nei campioni con lunghezze maggiori la propagazione, se stabile, può comportare scorrimenti ultimi elevati.

Nelle Figg. 3.40-3.69 che seguono sono riportati, per i campioni strumentati anche con estensimetri, i diagrammi che mostrano la distribuzione delle deformazioni sulla lunghezza di incollaggio per successivi incrementi dello scorrimento impresso. Queste curve rappresentano, in altre parole, una rappresentazione istantanea delle deformazioni rilevate sul composito e ciascuna di esse si riferisce ad un dato valore dello scorrimento impresso. In ogni grafico è riportato uno schema della disposizione degli estensimetri sul rinforzo, dove l'origine dell'asse x è posto all'estremo caricato.

Da queste si trae che al crescere dello scorrimento complessivo impresso, si vanno progressivamente “attivando” gli estensimetri. Nelle fasi iniziali della prova crescono sensibilmente le deformazioni nelle aree del campione vicine all'estremo caricato, mentre crescono poco quelle delle zone più vicine all'altro estremo. All'aumentare dello scorrimento impresso, e in particolare durante il processo di inizio e propagazione della delaminazione, crescono in maniera più evidente le deformazioni nelle regioni più lontane dall'estremo caricato.

Nella tabella 3.4 sono, poi, riportati in sintesi i risultati in termini di carico di delaminazione per tutti i campioni ad eccezione di quelli in cui il substrato è stato preliminarmente consolidato, che verranno dettagliatamente trattati al paragrafo 3.4.2.6.

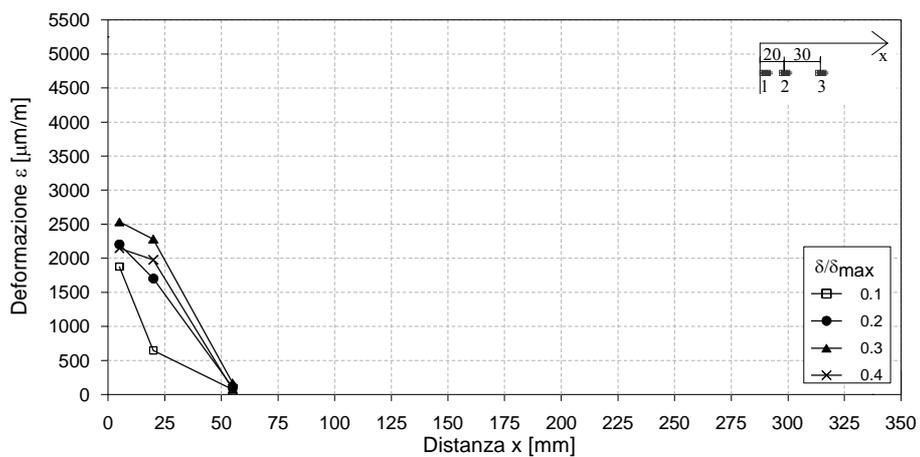


Fig. 3.40 – Curva ε-x del campione 1

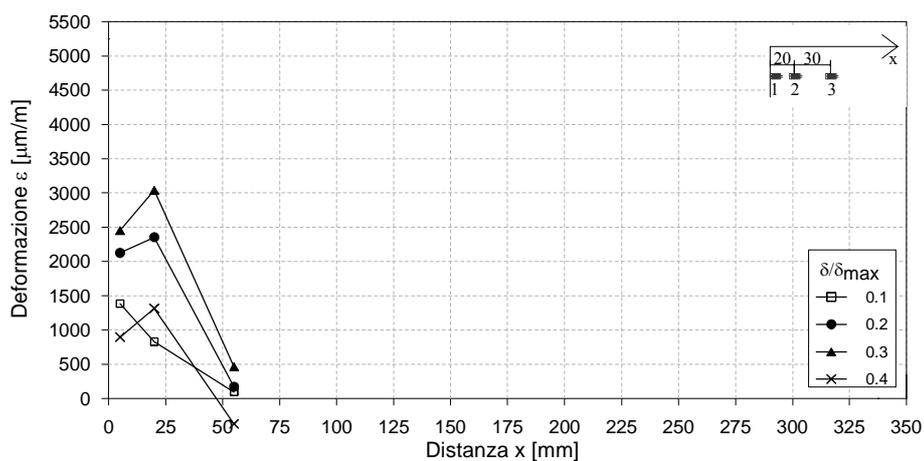


Fig. 3.41 – Curva ε-x del campione 2

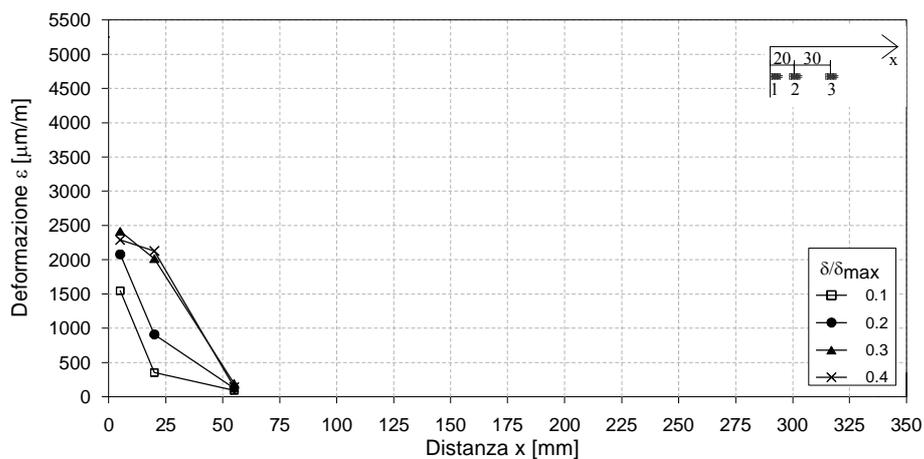


Fig. 3.42 – Curva ε-x del campione 3

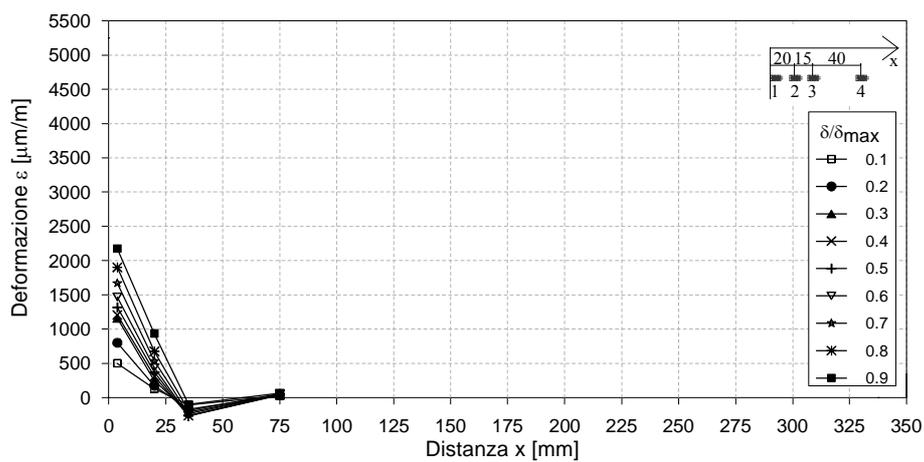


Fig. 3.43 – Curva ε-x del campione 4

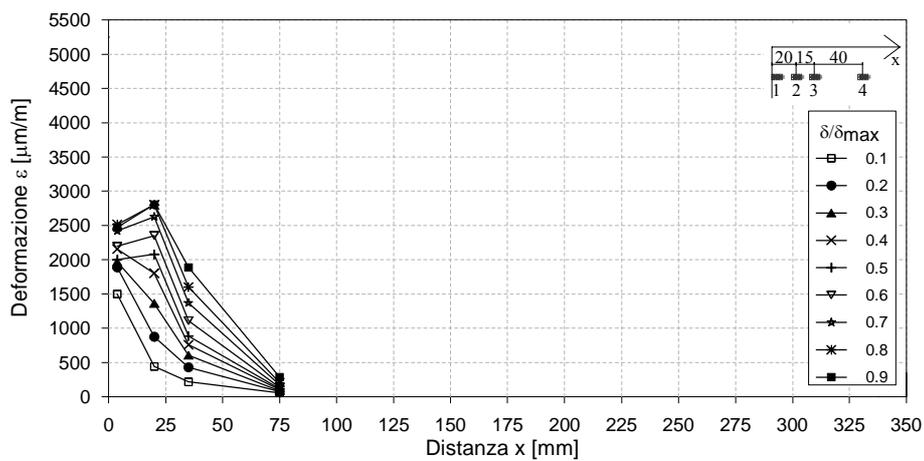


Fig. 3.44 – Curva ϵ -x del campione 5

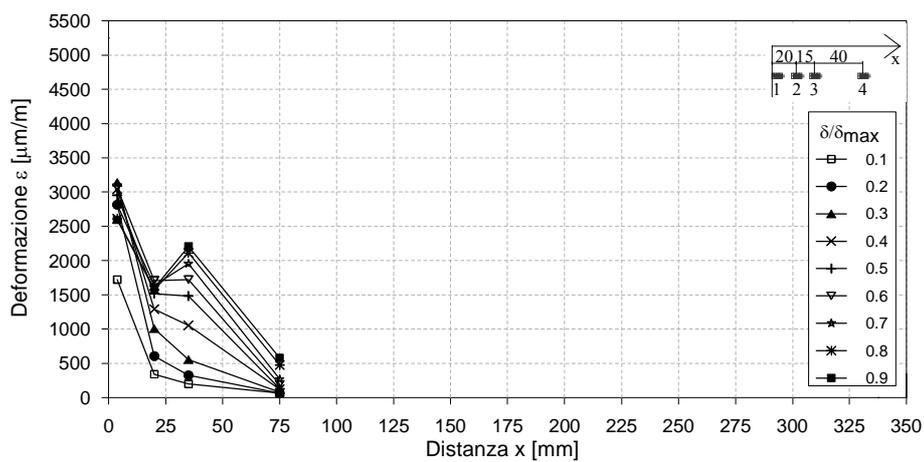


Fig. 3.45 – Curva ϵ -x del campione 6

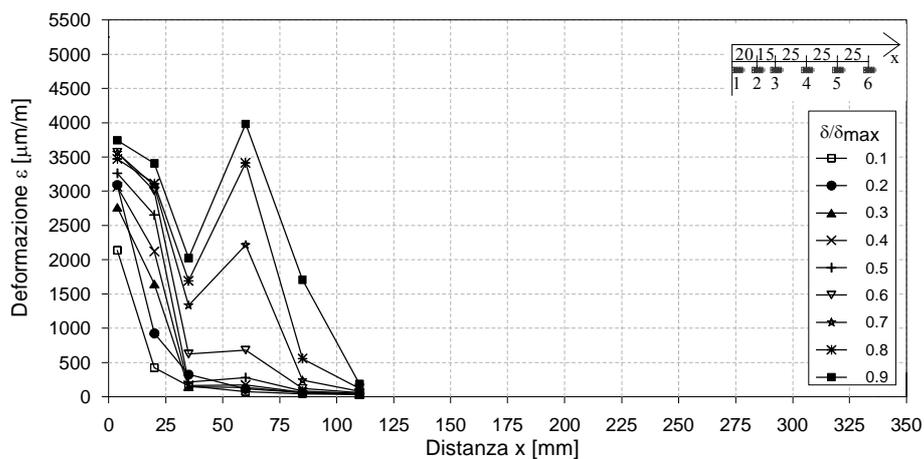


Fig. 3.46 – Curva ε-x del campione 7

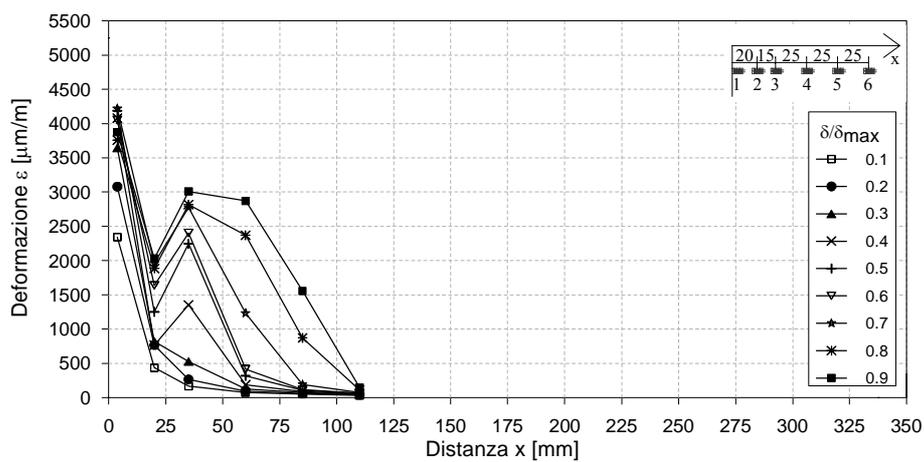


Fig. 3.47 – Curva ε-x del campione 8

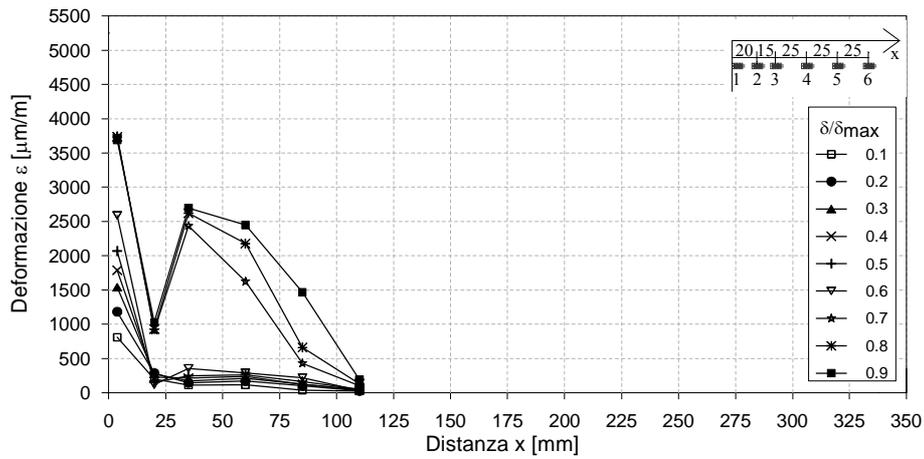


Fig. 3.48 – Curva ε -x del campione 9

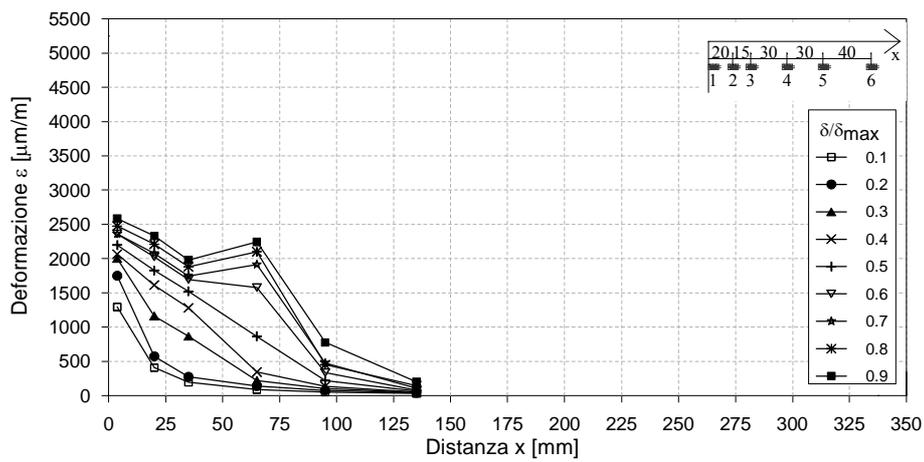


Fig. 3.49 – Curva ε -x del campione 10

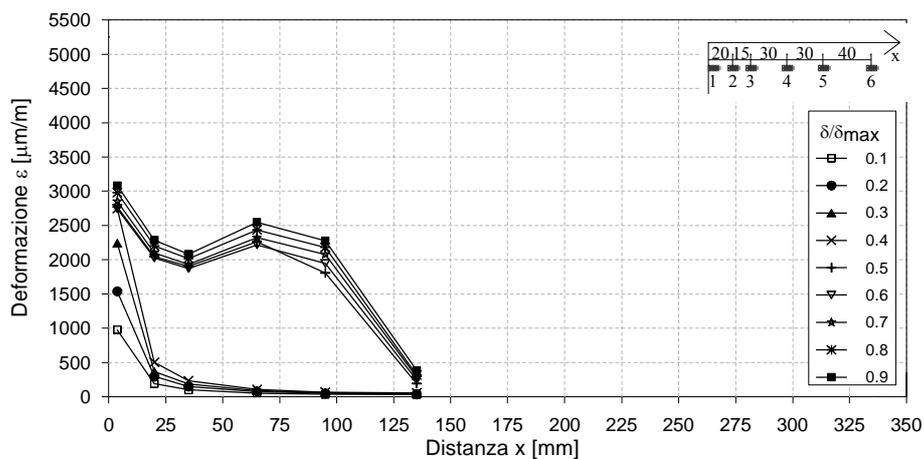


Fig. 3.50 – Curva ε-x del campione 11

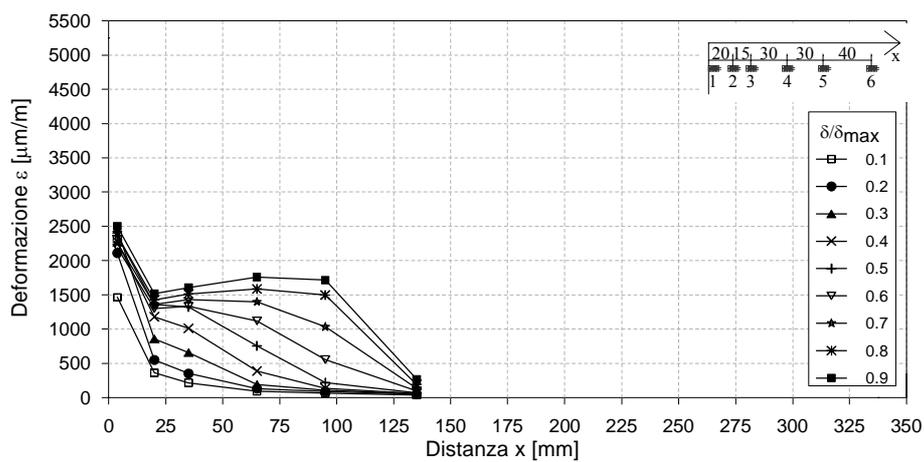


Fig. 3.51 – Curva ε-x del campione 12

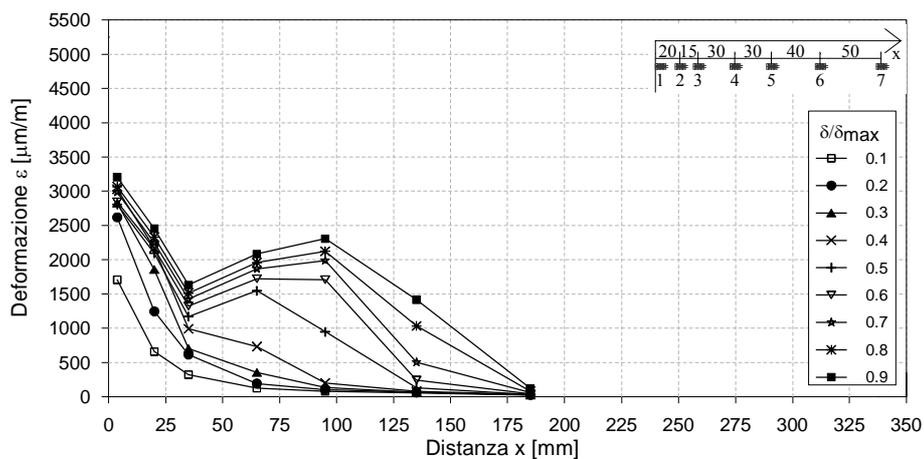


Fig. 3.52 – Curva ϵ -x del campione 13

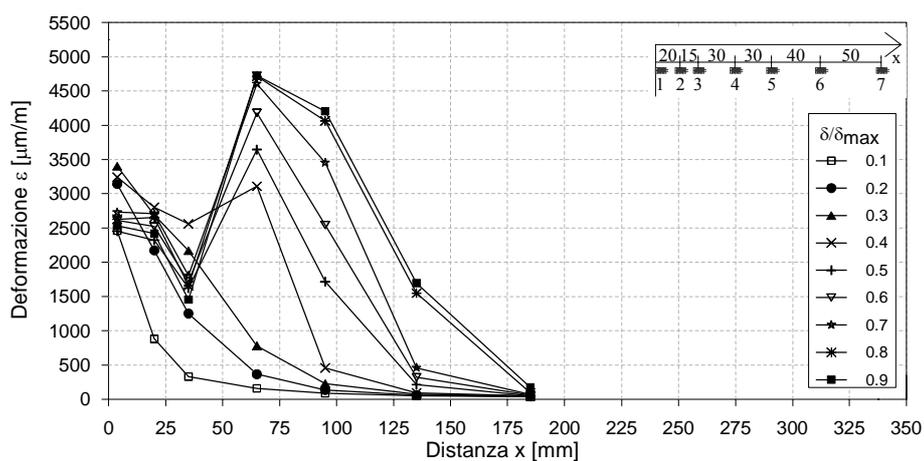


Fig. 3.53 – Curva ϵ -x del campione 14

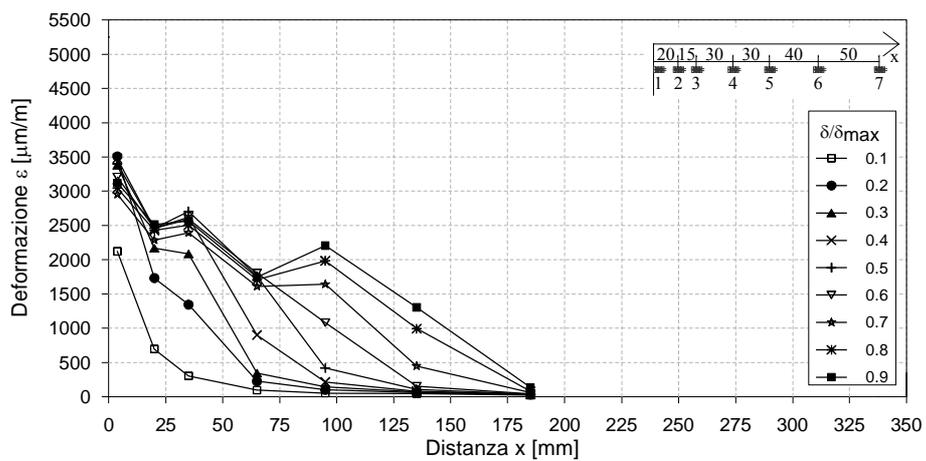


Fig. 3.54 – Curva ϵ - x del campione 15

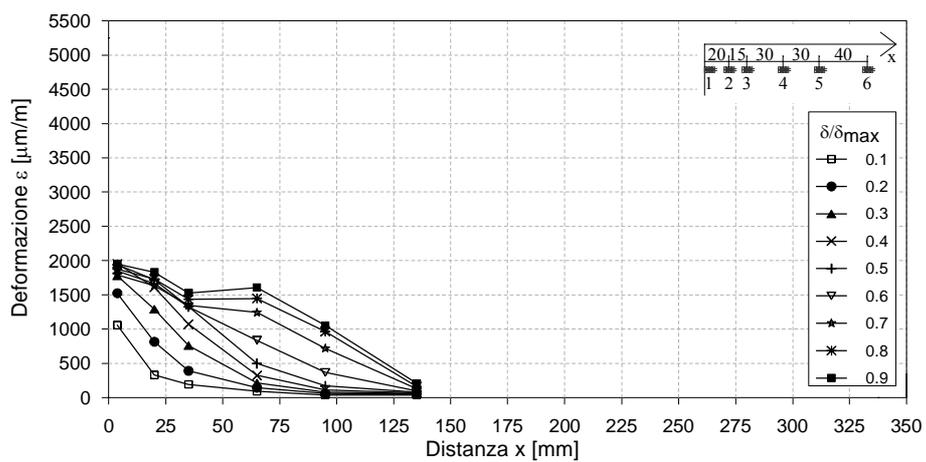


Fig. 3.55 – Curva ϵ - x del campione 16

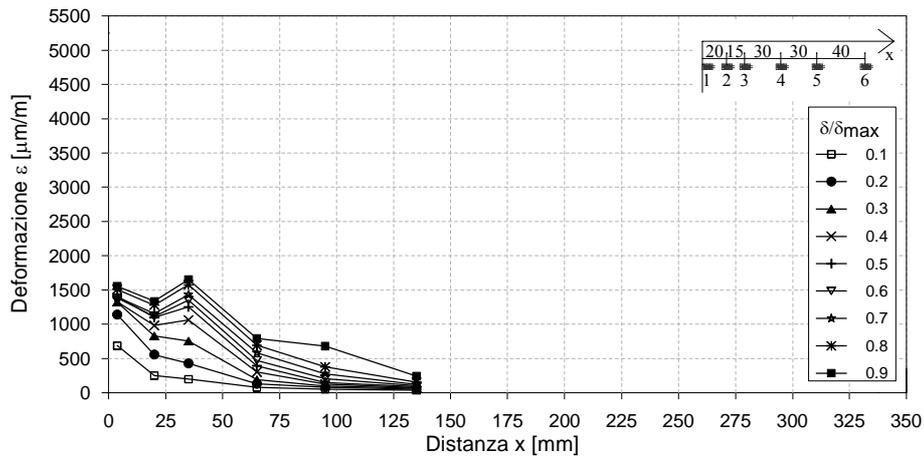


Fig. 3.56 – Curva ϵ - x del campione 17

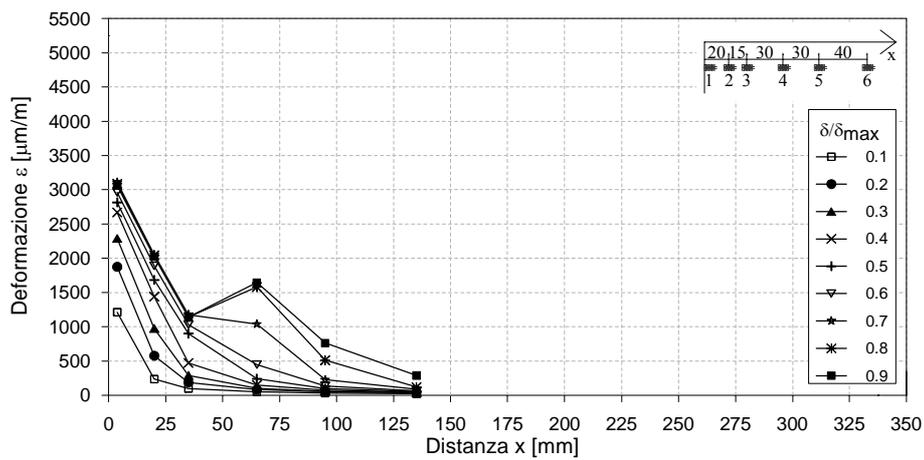


Fig. 3.57 – Curva ϵ - x del campione 18

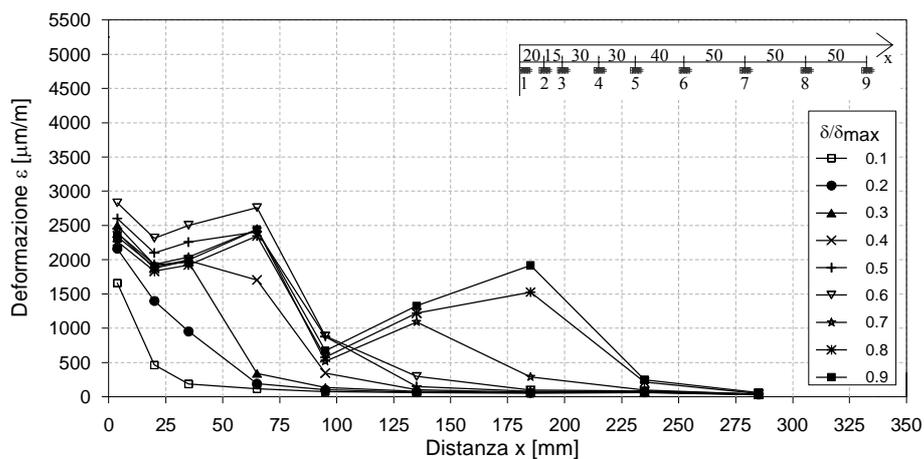


Fig. 3.58 – Curva ϵ -x del campione 19

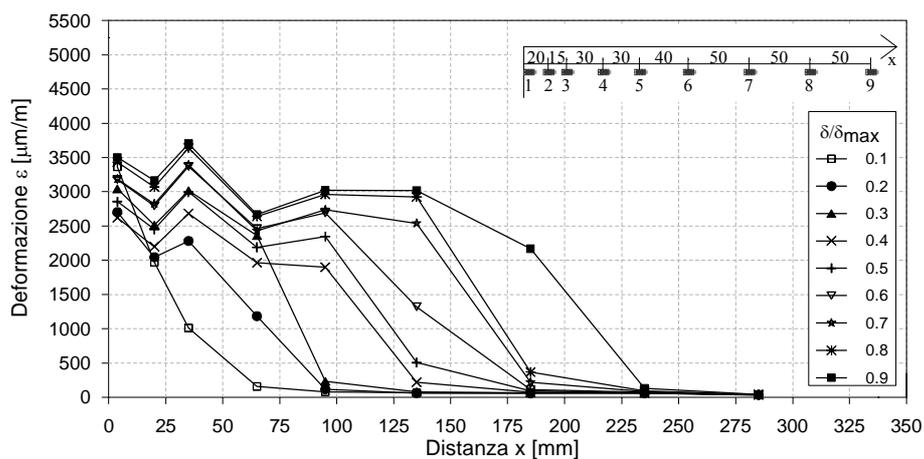


Fig. 3.59 – Curva ϵ -x del campione 20

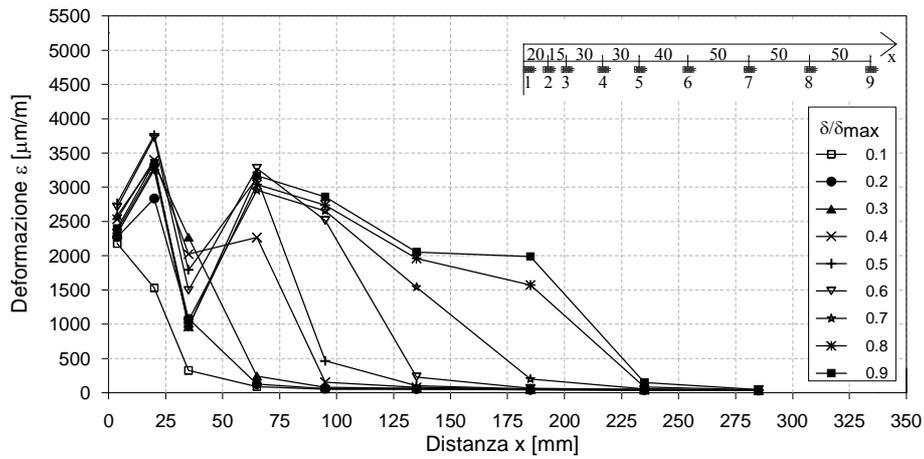


Fig. 3.60 – Curva ϵ - x del campione 21

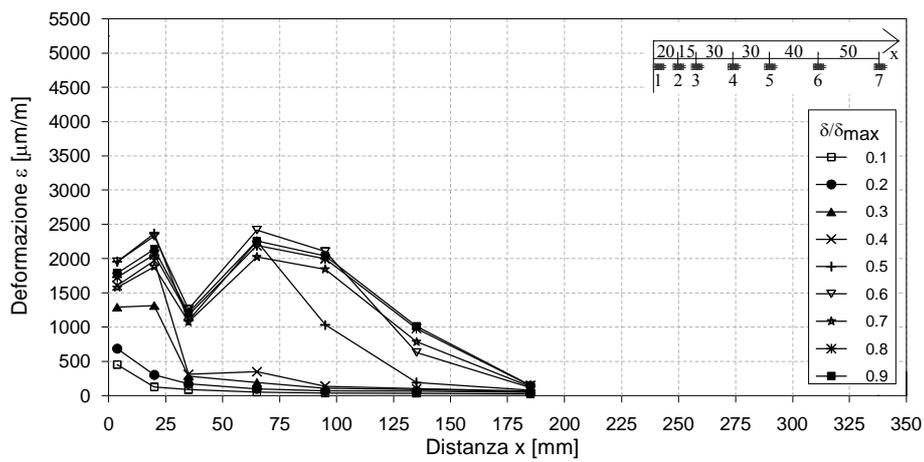


Fig. 3.61 – Curva ϵ - x del campione 22

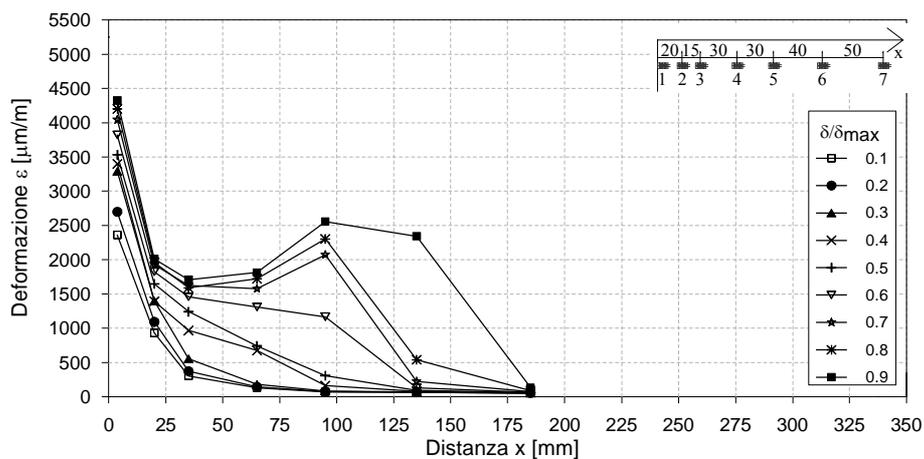


Fig. 3.62 – Curva ϵ - x del campione 23

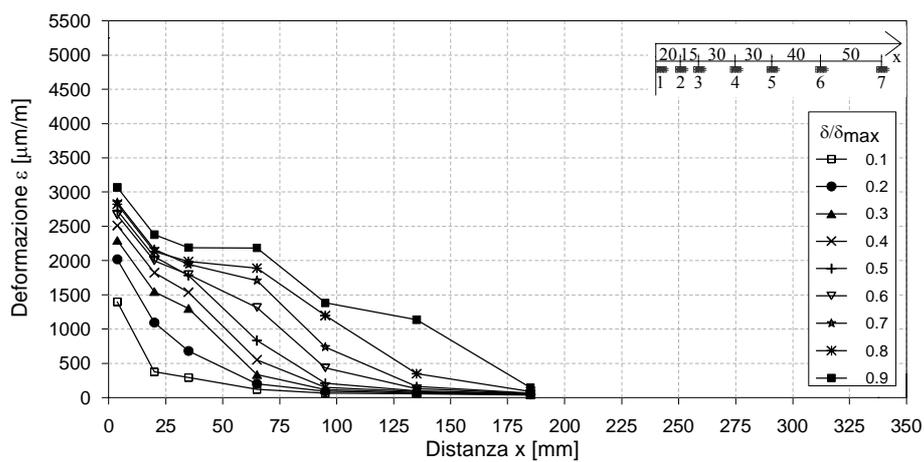


Fig. 3.63 – Curva ϵ - x del campione 24

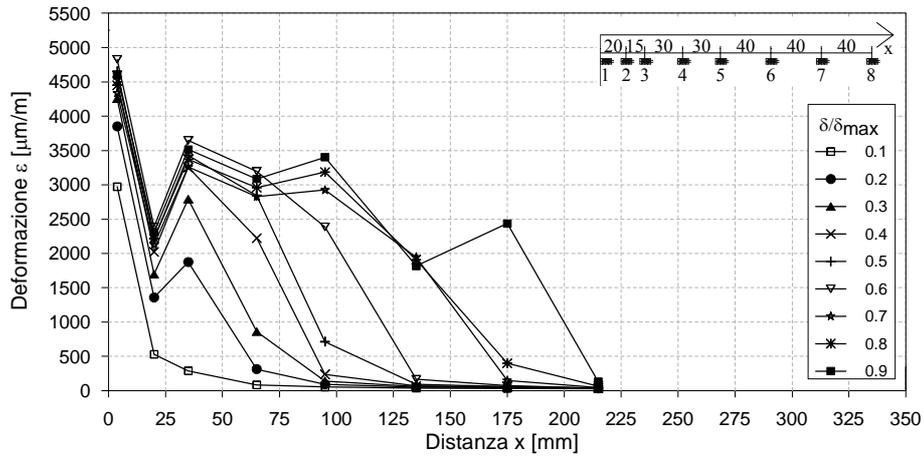


Fig. 3.64 – Curva ε - x del campione 45

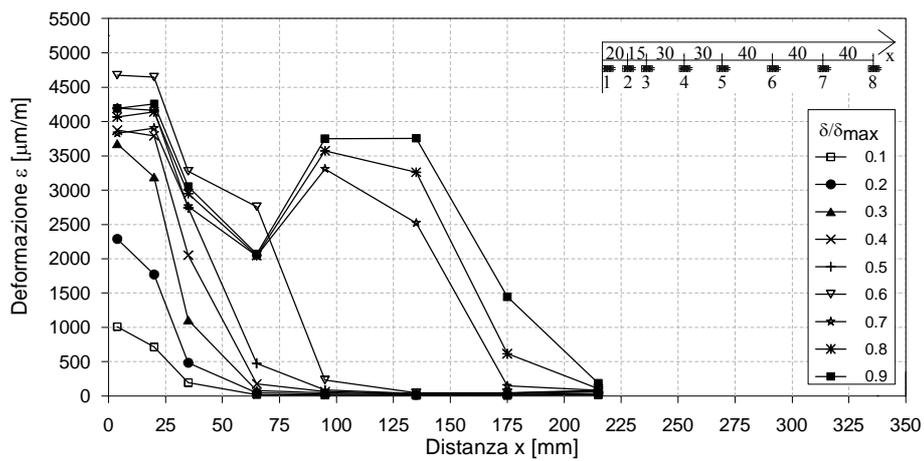


Fig. 3.65 – Curva ε - x del campione 46

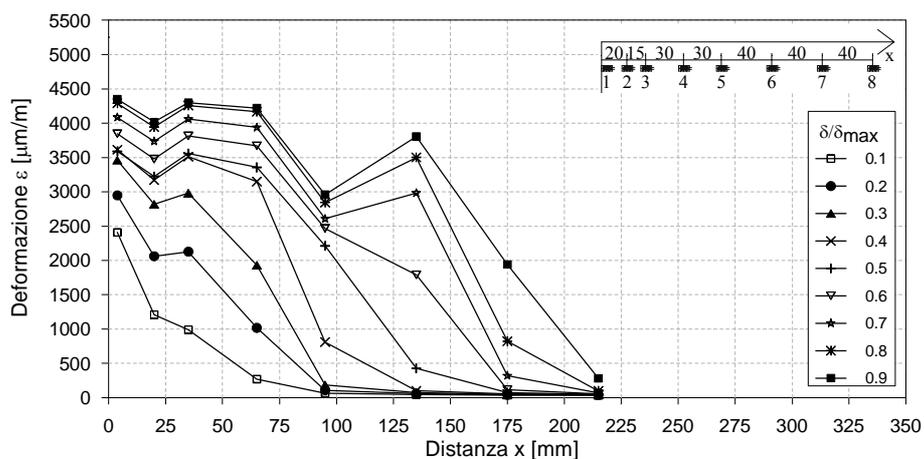


Fig. 3.66 – Curva ϵ -x del campione 47

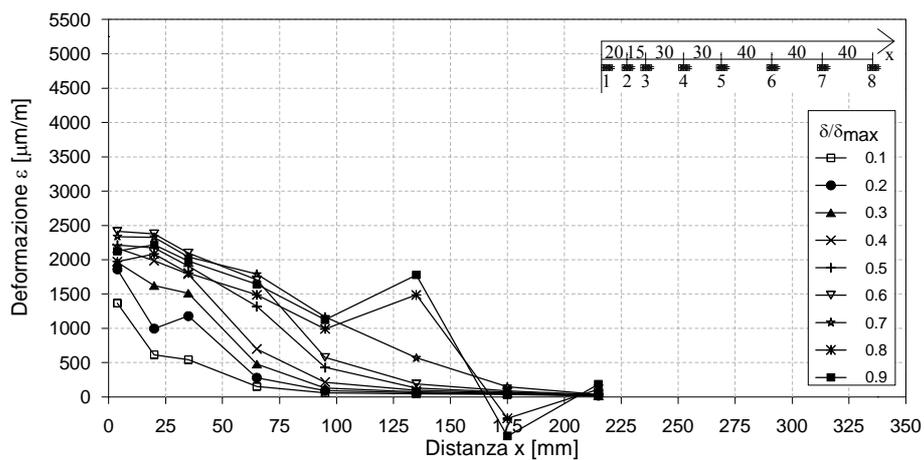


Fig. 3.67 – Curva ϵ -x del campione 61

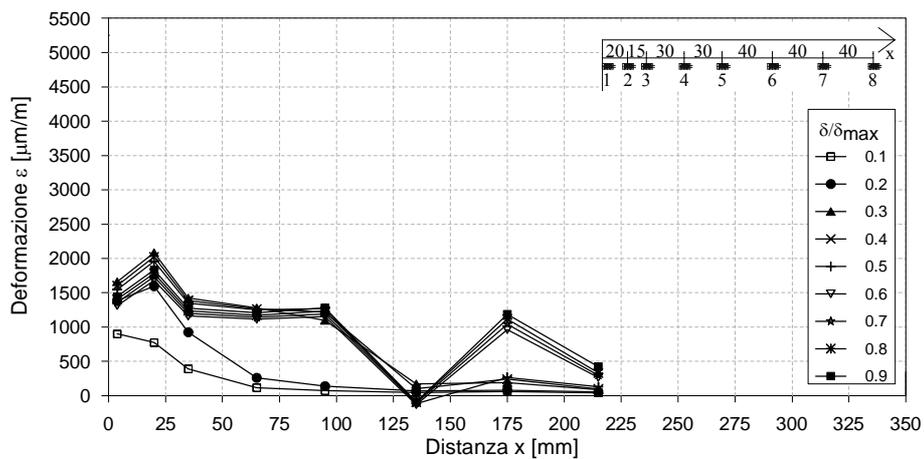


Fig. 3.68 – Curva ϵ - x del campione 62

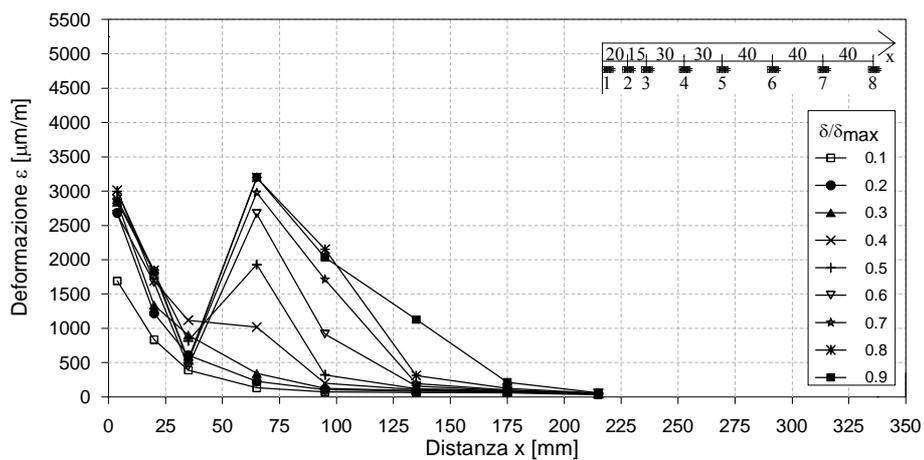


Fig. 3.69 – Curva ϵ - x del campione 63

Campioni	Concio		Rinforzo					F_d [kN]	Tipo di rottura
	b_c [mm]	f_b [Mpa]	Tipo	b_f [mm]	t_f [mm]	L [mm]	E_f [Mpa]		
1	180	4,61	CFRP1	50	0,13	60	230000	4,71	R.P.
2	180	3,80	CFRP1	50	0,13	60	230000	4,18	R.P.
3	180	3,71	CFRP1	50	0,13	60	230000	4,61	R.P.
4	180	4,43	CFRP1	50	0,13	90	230000	2,68	D.
5	180	3,62	CFRP1	50	0,13	90	230000	3,82	D.
6	180	5,31	CFRP1	50	0,13	90	230000	5,07	R.P.
7	180	4,33	CFRP1	50	0,13	120	230000	4,47	D.
8	180	2,33	CFRP1	50	0,13	120	230000	5,23	D.
9	180	3,29	CFRP1	50	0,13	120	230000	5,32	D.
10	180	2,83	CFRP1	50	0,13	150	230000	3,82	D.
11	180	3,90	CFRP1	50	0,13	150	230000	4,61	D.
12	180	2,95	CFRP1	50	0,13	150	230000	4,29	D.
13	180	3,57	CFRP1	50	0,13	200	230000	3,76	D.
14	180	2,79	CFRP1	50	0,13	200	230000	5,85	D.
15	180	3,69	CFRP1	50	0,13	200	230000	4,50	D.
16	180	3,97	CFRP1	50	0,26	150	230000	5,89	D.
17	180	3,23	CFRP1	50	0,26	150	230000	4,30	D.
18	180	4,76	CFRP1	50	0,26	150	230000	3,57	D.
19	180	2,24	CFRP1	50	0,13	300	230000	3,82	D.
20	180	2,70	CFRP1	50	0,13	300	230000	5,30	D.
21	180	5,37	CFRP1	50	0,13	300	230000	4,31	D.
22	180	2,06	CFRP1	100	0,13	200	230000	7,50	D.
23	180	5,21	CFRP1	100	0,13	200	230000	7,71	D.
24	180	3,88	CFRP1	100	0,13	200	230000	7,85	D.
30	180	2,24	CFRP1	50	0,13	300	230000	3,89	D.
31	180	2,70	CFRP1	50	0,13	300	230000	4,78	D.
32	180	5,37	CFRP1	50	0,13	300	230000	5,14	D.

(b_c = larghezza del concio, f_b = resistenza a compressione del concio; b_f =larghezza dell'FRP, t_f =spessore dell'FRP, L=lunghezza di incollaggio, E_f =Modulo elastico del tessuto; F_d = carico di delaminazione; Tipo di rottura: D.=delaminazione – R.P.=Rottura profonda – T.=Rottura a trazione del rinforzo)

Tabella 3.4 – Sintesi dei risultati sperimentali

Campioni	Concio		Rinforzo					F _d [kN]	Tipo di rottura
	b _c [mm]	f _b [Mpa]	Tipo	b _f [mm]	t _f [mm]	L [mm]	E _f [Mpa]		
33	180	2,06	CFRP1	50	0,13	200	230000	4,09	D.
34	180	5,21	CFRP1	50	0,13	200	230000	5,41	D.
35	180	3,88	CFRP1	50	0,13	200	230000	4,25	D.
36	180	2,79	GFRP	50	0,17	240	70000	3,09	D.
37	180	3,82	GFRP	50	0,17	240	70000	3,38	D.
38	180	2,63	GFRP	50	0,17	240	70000	3,11	D.
42	180	2,49	CFRP1	25	0,13	240	230000	1,90	D.
43	180	5,16	CFRP1	25	0,13	240	230000	1,97	D.
44	180	3,33	CFRP1	25	0,13	240	230000	1,86	D.
45	180	2,79	GFRP	50	0,17	240	70000	3,10	D.
46	180	3,82	GFRP	50	0,17	240	70000	2,98	D.
47	180	2,63	GFRP	50	0,17	240	70000	3,05	D.
48	180	5,19	CFRP2	50	0,23	240	390000	8,17	D./ T.
49	180	4,88	CFRP2	50	0,23	240	390000	6,09	D.
50	180	4,03	CFRP2	50	0,23	240	390000	6,47	T.
54	180	3,29	GFRP	50	0,34	240	70000	4,98	D.
55	180	2,34	GFRP	50	0,34	240	70000	4,58	D.
56	180	2,73	GFRP	50	0,34	240	70000	4,59	D.
57	180	1,49	CFRP1	50	0,13	60	230000	3,72	D.
58	180	2,96	CFRP1	50	0,13	60	230000	3,96	D.
59	180	1,49	CFRP1	50	0,13	60	230000	4,22	D.
60	180	2,96	CFRP1	50	0,13	60	230000	3,80	D.
61	180	3,29	CFRP2	50	0,23	240	390000	5,41	D.
62	180	2,34	CFRP2	50	0,23	240	390000	4,69	D.
63	180	2,73	CFRP2	50	0,23	240	390000	5,77	D.
64	180	3,29	CFRP1	50	0,13	40	230000	3,23	D.
65	180	2,57	CFRP1	50	0,13	40	230000	2,20	D.

(b_c= larghezza del concio, f_b = resistenza a compressione del concio; b_f=larghezza dell'FRP, t_f=spessore dell'FRP, L=lunghezza di incollaggio, E_f=Modulo elastico del tessuto; F_d= carico di delaminazione; Tipo di rottura: D=delaminazione – R.P.=Rottura profonda – T=Rottura a trazione del rinforzo)

Tabella 3.4 (seguito) – Sintesi dei risultati sperimentali

Si sottolinea che il valore della resistenza cubica a compressione dei conci è stato determinato estraendo, ortogonalmente al piano di incollaggio, due carote per ciascun cono dalle quali sono stati ricavati provini con rapporto diametro/altezza pari a 1. Questa scelta non è casuale in quanto, pensando agli interventi su strutture esistenti, la resistenza a compressione nella direzione ortogonale al piano di incollaggio è un parametro di facile determinazione.

L'esame dei campioni testati mostra che il distacco del rinforzo dal provino comporta generalmente l'asportazione di un sottile strato superficiale (v. Fig. 3.70a), dell'ordine di 1÷3 mm, del materiale di base (delaminazione).

Alcuni provini, tuttavia, esibiscono un tipo di rottura con asportazione di una parte più profonda del materiale di base, di spessore anche superiore a 20÷25 mm, verificatosi in prossimità dell'estremo caricato, (v. Fig 3.70b). In particolare, le rotture che coinvolgono il distacco di un consistente spessore del materiale di base si sono verificate per i campioni con lunghezze di incollaggio pari a $L=60$ mm e lunghezza del tratto di rinforzo non aderente pari a 30 mm. Raddoppiando la lunghezza del tratto non aderente si sono ottenute, anche per le minori lunghezze di incollaggio, rotture per delaminazione.

Solo due campioni hanno manifestato rottura a trazione nel rinforzo (v. Fig. 3.70 c), presumibilmente causata dalla presenza di un difetto nella striscia di tessuto impiegata.

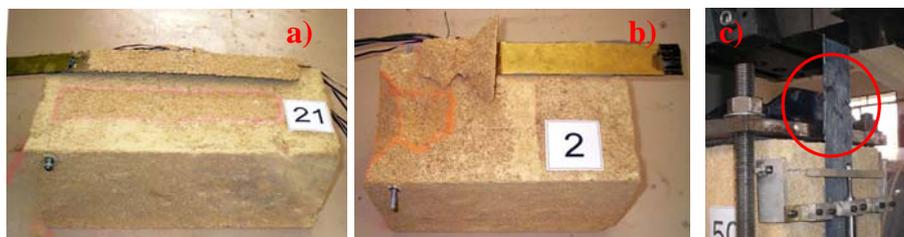


Fig. 3.70 – Diverse modalità di rottura: a) delaminazione, b) rottura profonda, c) rottura del rinforzo

3.4.2.1 Lunghezza ottimale di ancoraggio

Al paragrafo 3.3.1 è stata derivata l'espressione analitica (equazione 3.50) per la valutazione del carico di delaminazione. Tale carico è, in generale, funzione della lunghezza d'incollaggio; infatti gli studi condotti hanno mostrato che, a partire da incollaggi di modesta lunghezza, il carico di delaminazione cresce al crescere di tale lunghezza fino a che non si raggiunge la lunghezza ottimale di ancoraggio (L_e). Essa rappresenta la *lunghezza minima necessaria per trasmettere il massimo sforzo*. Lunghezze di incollaggio superiori a quella ottimale non portano ad un incremento del carico ultimo.

Tale circostanza è stata confermata da una serie di simulazioni numeriche (v. Fig. 3.71) condotte con l'ausilio del modello agli elementi finiti descritto al paragrafo 3.3.2 dove, lasciando inalterati tutti gli altri parametri, sono state analizzate sei diverse lunghezze di incollaggio: 30, 60, 90, 120, 150 e 180 mm.

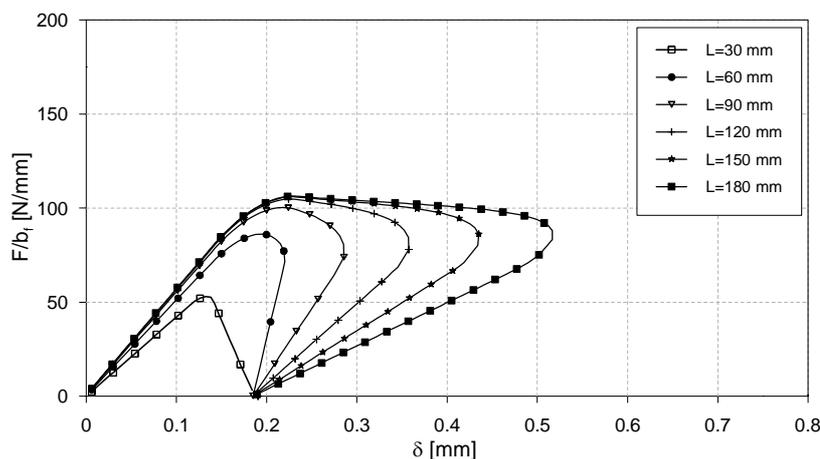


Fig. 3.71 – Curve carico-scorrimento per sei diverse lunghezze d'incollaggio ottenute dal modello numerico agli elementi finiti

Dal grafico di Fig. 3.71 si può osservare come il carico massimo aumenta al crescere della lunghezza di incollaggio per rinforzi di lunghezza inferiore a 120 mm, mentre si mantiene costante per lunghezze superiori; ciò

testimonia che la lunghezza efficace riscontrata in questo caso è pari a circa 120 mm.

Alla luce di questa considerazione, si deduce che la (3.50) può essere meglio espressa introducendo un fattore (β_L) che tiene conto dell'effettiva lunghezza d'incollaggio, mediante il quale si perviene alla seguente espressione:

$$F_{\max} = \beta_L \cdot b_f \sqrt{2 \cdot G_f \cdot E_f \cdot t_f} \quad (3.51)$$

dove $\beta_L=1$ per $L > L_e$ ed assume valori inferiori all'unità per $L < L_e$.

La lunghezza ottimale di ancoraggio può essere calcolata ricorrendo alla soluzione analitica del problema dell'aderenza condotta per il legame bilineare, riportata nel paragrafo 3.3.1. Servendosi della definizione proposta da Yuan et al. (2004), secondo cui la lunghezza ottimale è quella per la quale la distribuzione delle tensioni tangenziali sulla lunghezza del rinforzo offre una resistenza totale che è almeno pari al 97% del carico massimo esigibile da un incollaggio di lunghezza infinita, si perviene alla seguente espressione:

$$L_e = (L - a) + \frac{1}{2 \cdot w} \ln \frac{w + (\lambda \cdot w) \tan(\lambda \cdot w \cdot (L - a))}{w - (\lambda \cdot w) \tan(\lambda \cdot w \cdot (L - a))} \quad (3.52a)$$

con

$$(L - a) = \frac{1}{\lambda \cdot w} \arcsin \left(0,97 \cdot \sqrt{\frac{\delta_u - \delta_e}{\delta_u}} \right) \quad (3.52b)$$

In alternativa, la lunghezza L_e può essere stimata attraverso la seguente relazione, tra l'altro suggerita anche nel documento CNR DT 200/2004, basata sui risultati di diverse sperimentazioni condotte (Holzenkämpfer, 2004; Neubauer e Rostásy, 1997-1999):

$$L_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{c_2 \cdot f_{tm}}} \quad (3.53)$$

dove f_{tm} è la resistenza media a trazione del materiale di base e c_2 è un coefficiente di natura sperimentale che nel documento CNR DT 200/2004 e secondo la formulazione di Neubauer e Rostásy viene posto pari a 2, mentre nel modello di Holzenkämpfer viene posto pari a 4. Si osserva che poiché la

coesione tra FRP e muratura è generalmente assicurata all'interfaccia tra i conci ed il rinforzo (CNR-DT200/2004), il valore di f_{tm} da considerare nella formula (2.53) è la resistenza media a trazione dei soli conci costituenti la muratura.

Chen e Teng (2001) hanno poi proposto un'espressione analoga alla (2.53) in cui però compare la resistenza cilindrica a compressione del materiale di base:

$$L_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{\sqrt{f_c}}} \tag{3.54}$$

Altri autori invece, come Maeda et al. (1997), hanno proposto espressioni per la lunghezza ottimale L_e del tipo:

$$L_e = e^{6.13 - 0.580 \ln(E_f t_f)} \tag{3.55}$$

(con E_f in GPa e t_f in mm). L'espressione (3.55) presenta, al variare della rigidità del rinforzo, un'andamento totalmente differente rispetto alle altre espressioni citate, come mostrato dalla Fig. 3.72 che segue, ed è incoerente con le risultanze sperimentali.

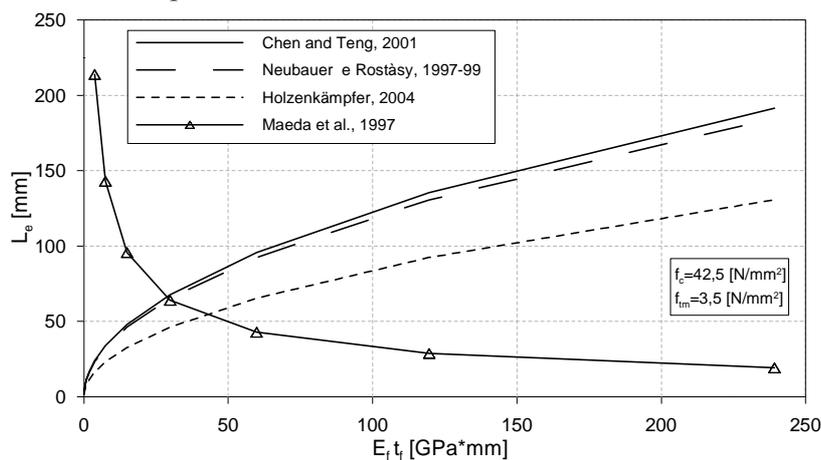


Fig. 3.72 – Lunghezze ottimali di ancoraggio al variare della rigidità del rinforzo

Il coefficiente β_L che compare nella (3.51) può essere valutato mediante l'espressione definita da Chen e Teng (2001):

$$\beta_L = \sin\left(\frac{\pi \cdot L}{2 \cdot L_e}\right) \text{ per } L \leq L_e \quad (3.56)$$

o, in alternativa, mediante l'espressione definita da Neubauer e Rostasy (1997):

$$\beta_L = \frac{L}{L_e} \cdot \left(2 - \frac{L}{L_e}\right) \text{ per } L \leq L_e \quad (3.57)$$

Nel grafico di Fig. 3.73 che segue sono stati riportati i valori, tratti dalle sei analisi numeriche condotte (v. Fig. 3.71), del carico di delaminazione al variare della lunghezza di incollaggio. Al fine di effettuare un confronto con le suddette espressioni analitiche, sono state anche tracciate le curve che forniscono la variazione del carico di delaminazione in funzione della lunghezza di incollaggio (equazione (3.51)) utilizzando le due differenti espressioni del coefficiente β_L (equazioni (3.56) e (3.57)).

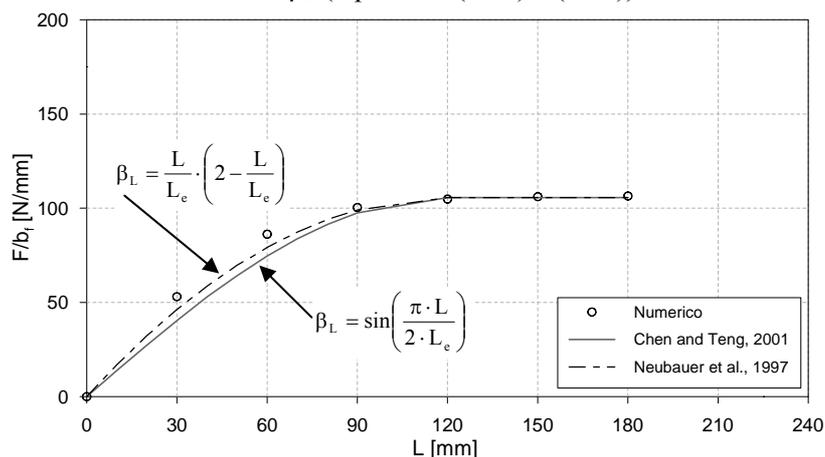


Fig. 3.73 – Curve carico-lunghezza di incollaggio e confronto con due espressioni analitiche

Nell'ambito dell'indagine sperimentale condotta, si è indagato sulla lunghezza ottimale di ancoraggio variando, esclusivamente sui campioni rinforzati con strisce di tessuto in CFRP1, le lunghezze di incollaggio dei campioni sottoposti a prove di aderenza. I relativi risultati sono sintetizzati nel grafico di Fig. 3.74 che riporta i risultati, in termini di carico di delaminazione al variare della lunghezza di incollaggio, dei soli campioni in cui la modalità di rottura è stata per delaminazione. Oltre ai risultati ottenuti nell'ambito del presente lavoro sono riportati quelli ottenuti da una precedente campagna d'indagine sperimentale (Accardi, 2004), su campioni in calcarenite rinforzati con il medesimo sistema di rinforzo.

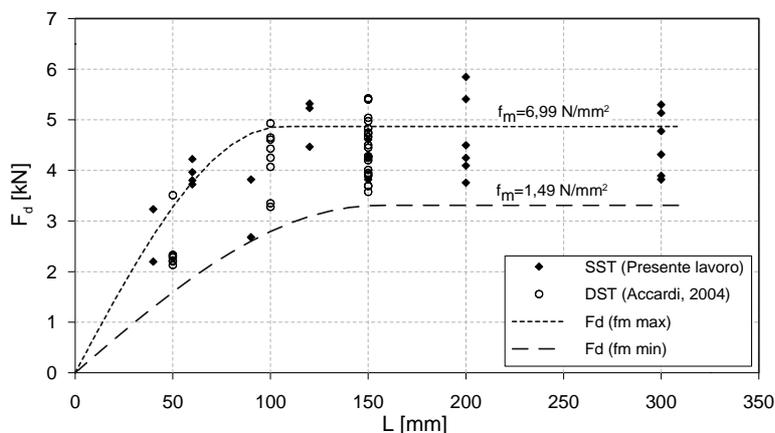


Fig. 3.74 – Carico di delaminazione vs. lunghezza di incollaggio: confronto fra i risultati sperimentali e le curve teoriche tracciate per i due valori estremi di resistenza a compressione dei conci di calcarenite

Nel grafico di Fig. 3.74 sono state, inoltre, tracciate le curve rappresentative dell'andamento teorico, secondo il modello proposto da Chen e Teng (2001), del carico di delaminazione al variare della lunghezza di ancoraggio per i due valori estremi (massimo e minimo) della resistenza a compressione dei conci di calcarenite impiegati. Dal confronto mostrato si evince una buona aderenza dei risultati sperimentali con il modello teorico impiegato.

3.4.2.2 Influenza sulla resistenza della rigidità del rinforzo

Dalla (3.50) si evince che, a parità di tutte le altre condizioni, il carico di delaminazione dipende dal prodotto fra il modulo elastico e lo spessore della striscia di rinforzo (che rappresenta la rigidità assiale riferita ad un rinforzo di larghezza unitaria).

Tale circostanza è stata confermata da una serie di simulazioni numeriche, condotte con l'ausilio del modello agli elementi finiti descritto al paragrafo 3.3.2 dove, lasciando inalterati tutti gli altri parametri, sono stati analizzati quattro diversi moduli elastici del rinforzo³.

Per ciascuno di questi sono state fatte variare le lunghezze di incollaggio al fine di determinare sia la lunghezza ottimale di ancoraggio che il corrispondente carico di delaminazione.

Nel grafico di Fig. 3.71 sono stati riportati i risultati delle analisi condotte con strisce di modulo elastico pari a 230000 MPa. Nelle Figg. 3.75, 3.76 e 3.77 che seguono sono, invece, rappresentati i risultati delle analisi condotte con strisce di modulo elastico rispettivamente pari a 460000 MPa, 690000 MPa e 115000 MPa.

³ Si è scelto di intervenire esclusivamente sul modulo elastico delle strisce e non sul loro spessore al fine di non modificare la geometria e la discretizzazione dei modelli.

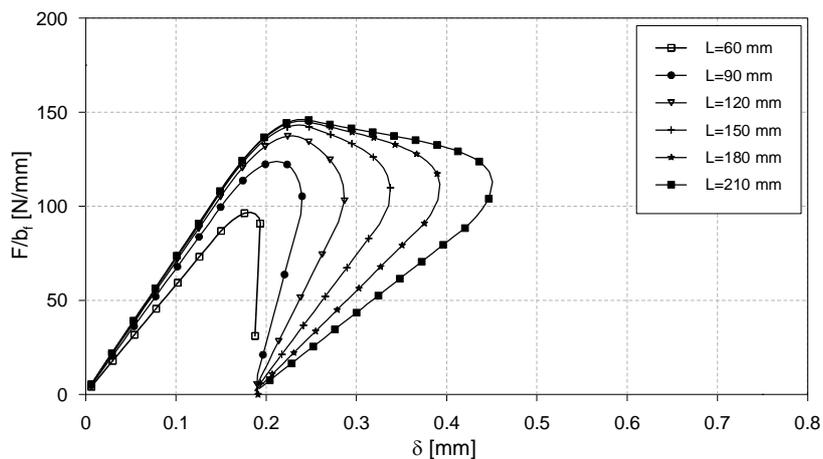


Fig. 3.75 – Curve carico-scorrimento per sei diverse lunghezze di incollaggio di strisce con modulo elastico pari a 460000 MPa

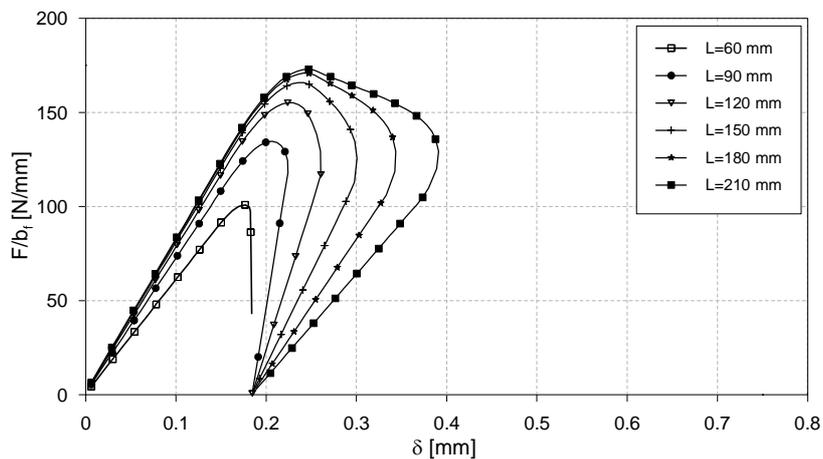


Fig. 3.76 – Curve carico-scorrimento per sei diverse lunghezze di incollaggio di strisce con modulo elastico pari a 690000 MPa

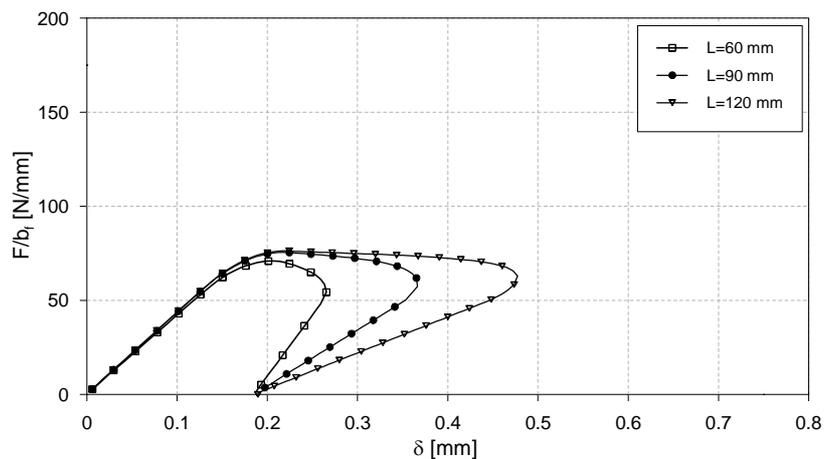


Fig. 3.77 – Curve carico-scorrimento per sei diverse lunghezze di incollaggio di strisce con modulo elastico pari a 115000 MPa

Nei grafici di Figg. 3.78 e 3.79 sono sintetizzati i risultati ottenuti, in termini di carico di delaminazione e di lunghezza ottimale di ancoraggio, per i quattro moduli elastici considerati.

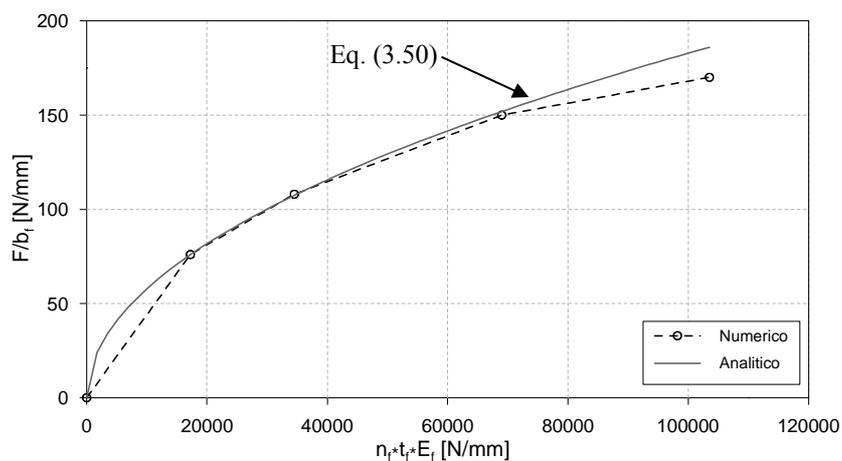


Fig. 3.78 – Curve carico di delaminazione-modulo di rigidezza unitario e confronto con l'andamento teorico

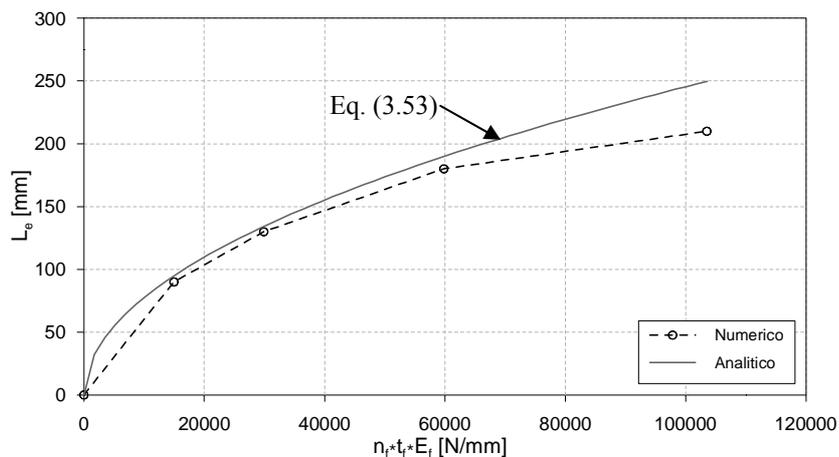


Fig. 3.79 – Curve lunghezza ottimale del rinforzo-modulo di rigidezza unitario e confronto con l'andamento teorico

I diagrammi di Figg. 3.78 e 3.79 consentono di evidenziare come all'aumentare del modulo elastico cresce il valore della forza massima e, di conseguenza, il valore della lunghezza ottimale di ancoraggio.

Nell'ambito dell'indagine sperimentale condotta, lasciando invariata la larghezza delle strisce (pari a 50 mm) ed utilizzando lunghezze di incollaggio sicuramente superiori a quella ottimale di ancoraggio, si è indagata l'influenza sulla resistenza della rigidezza del rinforzo variando tre diverse tipologie di tessuto applicati in singolo e/o in doppio strato.

I risultati sperimentali ottenuti sono sintetizzati nel grafico di Fig.3.80, in cui si mostra il confronto fra i valori del carico di delaminazione ricavato sperimentalmente, per diversi valori del prodotto fra il modulo elastico dei rinforzi ed il loro spessore, e quelli teorici rappresentati dalle due curve tracciate per i due valori estremi (massimo e minimo) della resistenza a compressione dei conci di calcarenite utilizzati.

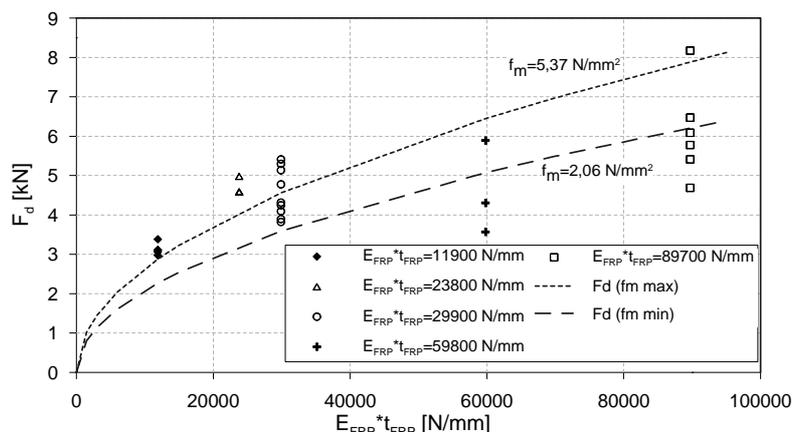


Fig. 3.80 – Carico di delaminazione vs. rigidità del rinforzo: confronto fra i risultati sperimentali e le curve teoriche tracciate per i due valori estremi di resistenza a compressione dei conci di calcarenite

3.4.2.3 Influenza sulla resistenza della larghezza della striscia di rinforzo rispetto a quella dell'elemento rinforzato

Un ulteriore parametro che può influenzare la resistenza alla delaminazione è legato al rapporto di forma tra la larghezza del rinforzo e quello dell'elemento rinforzato.

Indagini sperimentali condotte da Yao et al. (2005), su campioni in calcestruzzo sottoposti a prova single shear pushing test, hanno evidenziato che all'aumentare del rapporto geometrico tra la larghezza del rinforzo e quella dell'elemento rinforzato si riduce la resistenza alla delaminazione.

Secondo Chen et al. (2001) tale influenza è giustificata considerando che al ridursi della larghezza del rinforzo rispetto a quella dell'elemento rinforzato, il trasferimento della forza comporta l'instaurarsi di una distribuzione delle tensioni tangenziali lungo la larghezza dell'elemento sempre meno uniforme. In tal caso le tensioni tangenziali nell'adesivo a rottura sono maggiori e conseguentemente il carico di delaminazione è più alto, perché si coinvolge nel meccanismo di trasferimento una parte del materiale di base esterno all'area su cui la lamina è direttamente incollata.

Mentre, quando la larghezza del rinforzo è prossima a quella dell'elemento rinforzato insorgono probabilmente effetti di bordo che riducono gli effetti benefici di tale fenomeno.

Altri autori ancora (Carloni et al., 2005) giustificano tale circostanza considerando che la zona di materiale di base non coinvolta nel trasferimento delle tensioni svolge una funzione di confinamento. Ciò implica che il contrasto fornito dal circostante materiale di base si riduce all'aumentare della larghezza del rinforzo rispetto a quella dell'elemento rinforzato.

Nelle formulazioni teoriche per la valutazione della resistenza alla delaminazione il fenomeno è tenuto in conto attraverso un fattore di forma (generalmente indicato con il simbolo $\beta_w \geq 1$) che amplifica il valore dell'energia di frattura. Alcune espressioni di tali coefficienti, tra quelle disponibili in letteratura, sono già state riportate in tabella 3.1. Di particolare rilevanza risultano le espressioni (3.58) e (3.59) seguenti che rappresentano due diverse formulazioni, rispettivamente riportate nel CNR-DT200/2004 e in Chen and Teng, 2001:

$$\beta_w = \sqrt{2 - \frac{b_f}{b_c} / 1 + \frac{b_f}{400}} \geq 1 \text{ [lunghezze in mm]} \quad (3.58)$$

valida per $\frac{b_f}{b_c} \geq 0,33$, mentre per $\frac{b_f}{b_c} < 0,33$ si adotta il valore di β_w

corrispondente a $\frac{b_f}{b_c} = 0,33$.

$$\beta_w = \sqrt{2 - \frac{b_f}{b_c} / 1 + \frac{b_f}{b_c}} \quad (3.59)$$

Nell'ambito dell'indagine sperimentale condotta, per lo stesso sistema di rinforzo costituito da strisce di tessuto in CFRP1 e per lunghezze di incollaggio sicuramente superiori a quella ottimale di ancoraggio, sono state indagate (v. Fig. 3.81) tre diverse larghezze del composito (25, 50 e 100 mm) lasciando invariata la larghezza del concio (pari a 180 mm).



Fig. 3.81 – Prove single shear pushing test: tre diverse larghezze di una stessa tipologia di rinforzo

I risultati sono stati messi a confronto (v. Fig. 3.82 e 3.83), al variare della larghezza della striscia di rinforzo rispetto a quelle dell'elemento rinforzato (rapporto b_f/b_c), sia in termini di tensione normale nel composito, definita come $\sigma = F_d / (b_f \cdot t_f)$, che in termini di energia di frattura ricavata indirettamente mediante l'espressione (3.50) a partire dai valori sperimentali del carico di delaminazione.

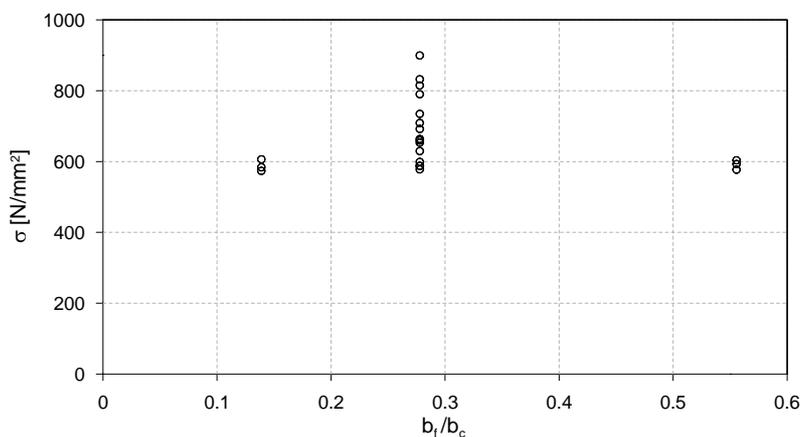


Fig. 3.82 – Tensione normale nel rinforzo vs. rapporto b_f/b_c

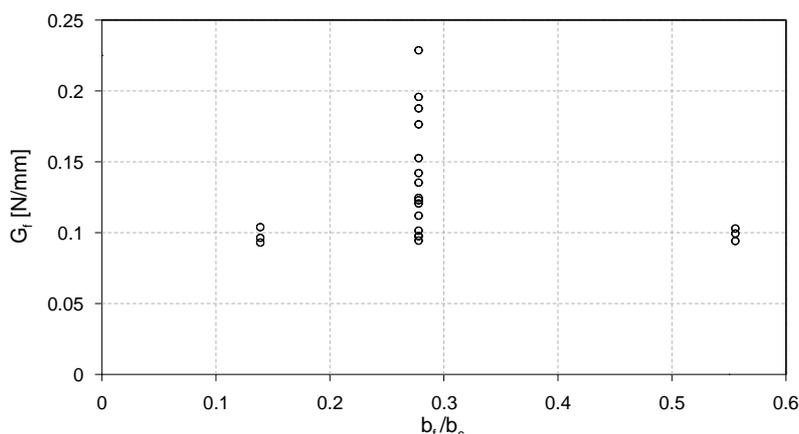


Fig. 3.83 – Energia di frattura vs. rapporto b_f/b_c

Dai suddetti grafici, vista la notevole dispersione dei risultati ottenuti, non è possibile stabilire con chiarezza la presenza di una dipendenza sulla resistenza del rapporto b_f/b_c . Per tal motivo, oltretutto pensando alle applicazioni su elementi strutturali costituiti da blocchi a giunti sfalzati in cui la larghezza b_c cambia ad ogni concio, si ritiene di non dover tener conto di tale aspetto. Si osserva, inoltre, che lo stesso documento tecnico del CNR non tiene conto di tale coefficiente nelle formulazioni per le strutture in muratura.

3.4.2.4 Resistenza alla delaminazione

Un obiettivo di primario interesse tecnico nell'ambito della progettazione dei rinforzi in FRP è costituito dalla corretta valutazione del carico di delaminazione.

In tale ambito, le linee guida europee del CEB-FIP, il documento tecnico del CNR e numerose ricerche condotte da svariati autori, suggeriscono delle espressioni più o meno pratiche per la valutazione del carico di delaminazione. Nella quasi totalità dei casi, la calibrazione dei parametri che intervengono nei modelli è stata condotta utilizzando i risultati di prove di delaminazione eseguite su provini in calcestruzzo.

In quanto segue si riporta una disamina, tra le numerose disponibili in letteratura, delle principali relazioni per la valutazione del carico di delaminazione utilizzate per un confronto con i risultati sperimentali ottenuti nell'ambito del presente lavoro. Queste sono derivate dalla risoluzione dei modelli analitici o numerici del fenomeno dell'aderenza oppure sono di natura semiempirica.

Tra le espressioni ricadenti alla prima classe è, come già detto, di rilevante importanza la relazione dedotta da Wu et al. (2002) risolvendo in forma esatta, nel caso particolare di legge d'interfaccia bilineare, l'equazione differenziale che governa il problema dell'aderenza: equazioni (3.50) e (3.51). In dette espressioni compare il termine G_f che, come detto, rappresenta l'energia specifica di frattura. Si deduce, allora, che il valore del carico di delaminazione non dipende dalla forma del legame locale di aderenza, lineare o non lineare, ma dall'area sottesa dallo stesso.

Tale circostanza è stata confermata da una serie di simulazioni numeriche condotte con l'ausilio del modello agli elementi finiti descritto al paragrafo 3.3.2 dove, lasciando inalterati tutti gli altri parametri, sono state analizzate tre diverse forme del legame d'interfaccia bilineare (v. Tabella 3.5) a parità di energia di frattura.

	G [N/mm]	τ_e [N/mm ²]	δ_e [mm]
Leg. 1	0,1672	1,80	0,02
Leg. 2	0,1672	1,80	0,10
Leg. 3	0,1672	6,00	0,02

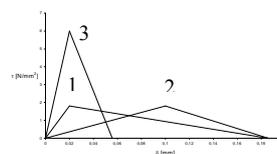


Tabella 3.5 – Parametri dei tre legami d'interfaccia bilineari utilizzati

Nella Fig. 3.84 sono rappresentate le curve carico-scorrimento ottenute dalle simulazioni numeriche di un modello riprodotto la modalità di prova single shear pushing test su un campione di lunghezza d'incollaggio pari a 150 mm, per i tre legami d'interfaccia definiti in Tabella 3.5.

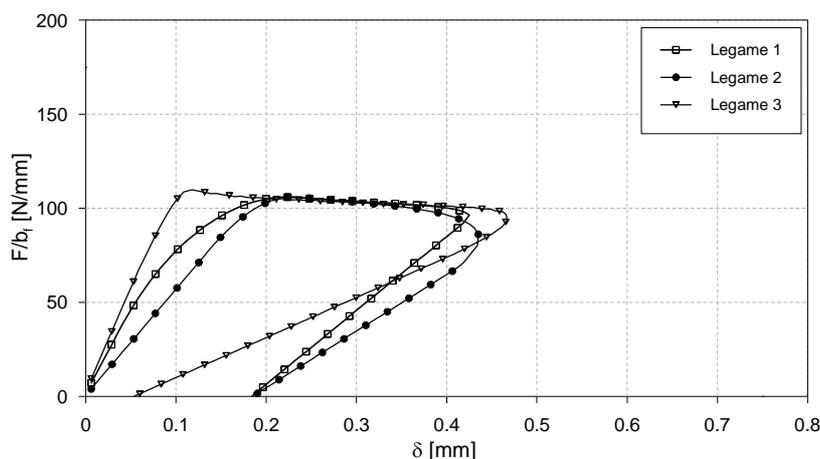


Fig. 3.84 – Curve carico-scorrimento per i tre diversi legame d’interfaccia definiti in Tabella 3.5

Dal grafico si evince come all’aumentare della rigidezza del legame d’interfaccia utilizzato cresce la rigidezza del ramo elastico delle curve carico-scorrimento. In tutti e tre i casi analizzati il carico massimo ed il ramo inerente la propagazione della delaminazione si attestano ad un uguale valore a conferma di quanto in precedenza affermato.

Visto che nel caso di una corretta esecuzione dell’incollaggio la delaminazione interessa un sottile strato del materiale di base, il valore dell’energia di frattura viene correlata alle proprietà meccaniche di questo. Secondo le prescrizioni del CNR-DT200/2004 si può adottare la seguente relazione:

$$G_f = 0,015 \cdot \sqrt{f_{mk} \cdot f_{mtm}} \tag{3.60}$$

con f_{mk} = resistenza caratteristica a compressione della muratura e $f_{mtm} = 0,10f_{mk}$ = resistenza media a trazione della muratura.

Il documento tecnico definisce inoltre la lunghezza ottimale di ancoraggio mediante la relazione:

$$L_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2 \cdot f_{mtm}}} \tag{3.61}$$

ed introduce un coefficiente β_L correttivo del valore del carico massimo in funzione della lunghezza di ancoraggio, pervenendo alla (3.51) con:

$$\beta_L = \begin{cases} \frac{L}{L_e} \cdot \left(2 - \frac{L}{L_e} \right) & \text{per } L \leq L_e \\ 1 & \text{per } L > L_e \end{cases} \quad (3.62)$$

Contrariamente a quanto mostrato dall'espressione (3.60), in cui l'energia di frattura viene correlata alla radice quadra del prodotto della resistenza a trazione e a compressione del materiale di base, alcuni autori (Toutanji et al., 2006) hanno proposto una relazione bilineare per il calcolo dell'energia di frattura, dove il valore di quest'ultima varia linearmente con la resistenza a compressione del materiale di base, fino a $f_c=46,2$ MPa, assumendo un valore costante per resistenze a compressione del substrato maggiori:

$$G_f = \begin{cases} 0,014 \cdot f_c & \text{per } 0 \leq f_c \leq 46,2 \text{ MPa} \\ 0,65 & \text{per } f_c > 46,2 \text{ MPa} \end{cases} \quad (3.63)$$

La relazione che ne deriva, sostituendo la (3.63) nella (3.51), indica che il carico di delaminazione dipende dalla sola resistenza a compressione ($f_c^{1/2}$).

Sempre utilizzando la sola resistenza a compressione del materiale di base, Accardi (2004) ha dedotto, sulla base di prove di delaminazione condotte su campioni ricavati da conci di calcarenite, la seguente espressione dell'energia di frattura:

$$G_f = 0,06 \sqrt{f_b} \quad (3.64)$$

che conduce ad una relazione del carico ultimo che dipende da $f_b^{1/4}$.

In maniera analoga, Camorani (2010) ha proposto di valutare l'energia di frattura mediante la seguente:

$$G_f = 0,150 \cdot (f_b)^{0,516} \quad (3.65)$$

con f_b = resistenza a compressione del blocco.

Un'ulteriore relazione per la valutazione del carico di delaminazione in cui interviene la sola resistenza a compressione del materiale di base, dipendente anche questa volta da $f_c^{1/4}$, è rappresentata dal modello proposto da Chen e Teng (2001), di seguito riportato:

$$F_{\max} = 0,427 \cdot \beta_L \cdot \beta_W \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_f \cdot L_e \quad (3.66)$$

con:

$$\beta_L = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi \cdot L}{2 \cdot L_e}\right) & \text{per } L \leq L_e \\ 1 & \text{per } L > L_e \end{cases} \quad (3.67a)$$

$$\beta_W = \sqrt{\frac{2 - b_f/b_c}{1 + b_f/b_c}} \quad (3.67b)$$

$$L_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{\sqrt{f_c}}} \quad (3.67c)$$

Un'espressione, in cui invece compare la sola resistenza a trazione del materiale di base, è quella proposta dal Fib bulletin 14 (2001):

$$F_{\max} = \beta_L \cdot \alpha \cdot c_1 \cdot k_c \cdot k_b \cdot b_f \cdot \sqrt{E_f \cdot t_f \cdot f_{ctm}} \quad (3.68)$$

con:

$$\beta_L = \begin{cases} \frac{L}{L_e} \cdot \left(2 - \frac{L}{L_e}\right) & \text{per } L \leq L_e \\ 1 & \text{per } L > L_e \end{cases} \quad (3.69a)$$

$$\alpha = 0,9, \quad c_1 = 0,64, \quad k_c = 0,67 \quad (3.69b)$$

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - b_f/b_c}{1 + b_f/400}} \quad \text{per } (b_f/b_c \geq 0,33) \quad (3.69c)$$

$$L_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2 \cdot f_{ctm}}} \quad (3.69d)$$

Sempre basato su una correlazione tra il carico di delaminazione e la resistenza a trazione del materiale di base, il modello di Lu et al. (2005) conduce all'espressione (5.7) in cui l'energia di frattura viene valutata come:

$$G_f = 0,0308 \cdot \beta_w^2 \cdot \sqrt{f_{ct}} \quad (3.70)$$

con:

$$\beta_w = \sqrt{\frac{2,25 - b_f/b_c}{1,25 + b_f/b_c}} \quad (3.71)$$

Ulteriori due rilevanti modelli di natura semiempirica, sinteticamente presentati in Lu et al.(2005), sono quello di Iso (2003) e di Yang (2001), mostrati rispettivamente nelle (3.72) e (3.74).

$$F_{\max} = b_f \cdot L^* \cdot \tau_u \quad (3.72)$$

con:

$$\tau_u = 0,93 \cdot f_c^{0,44} \quad (3.73a)$$

$$L_e = 0,125 \cdot (E_f \cdot t_f)^{0,57} \quad (3.73b)$$

$$L^* = \begin{cases} L_e & \text{se } L > L_e \\ L & \text{se } L < L_e \end{cases} \quad (3.73c)$$

$$F_{\max} = \left(0,5 + 0,08 \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{100 \cdot f_t}} \right) b_f \cdot L_e \cdot \tau_u \quad (3.74)$$

con:

$$\tau_u = 0,5 \cdot f_{ct} \quad (3.75a)$$

$$L_e = 100 \quad (3.75b)$$

Nel seguito si riportano i grafici $F_{d,sperimentale}-F_{d,calcolato}$ che mostrano la rispondenza o meno dei citati modelli con i valori del carico di delaminazione, dedotto sperimentalmente.

Al fine di fornire uno strumento analitico che indichi la bontà di un modello è stato riportato su ogni grafico il valor medio (μ) e il coefficiente di

variazione⁴ (CV) del rapporto tra il risultato sperimentale ed il relativo risultato analitico.

I confronti (v. Figg. 3.85-3.93) sono stati condotti con i risultati delle prove single shear push test (SST), oggetto del presente lavoro, e delle prove di double shear pull test (DST), riportate in Accardi (2004), entrambe eseguite su campioni ricavati da conci di calcarenite provenienti da una medesima cava siciliana.

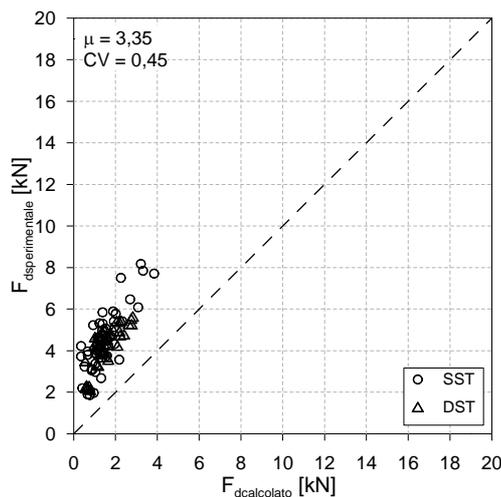


Fig. 3.85 – Confronto fra i valori del carico di delaminazione sperimentale-teorico utilizzando il modello proposto in CNR-DT200/2004

⁴ Il coefficiente di variazione è un indice di dispersione dei valori attorno alla media. E' definito, per un dato campione di dati, come il rapporto tra la deviazione standard

ed il valore assoluto della media aritmetica: $CV = \frac{\sigma}{\mu} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{|\mu|} - 1 \right)^2}$.

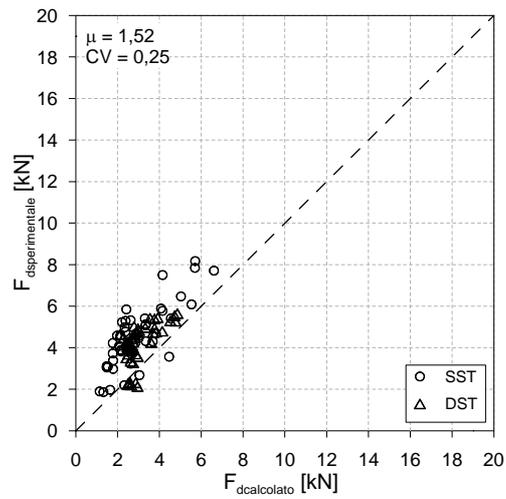


Fig. 3.86 – Confronto fra i valori del carico di delaminazione sperimentale-teorico utilizzando il modello proposto in Toutanji et al., 2006

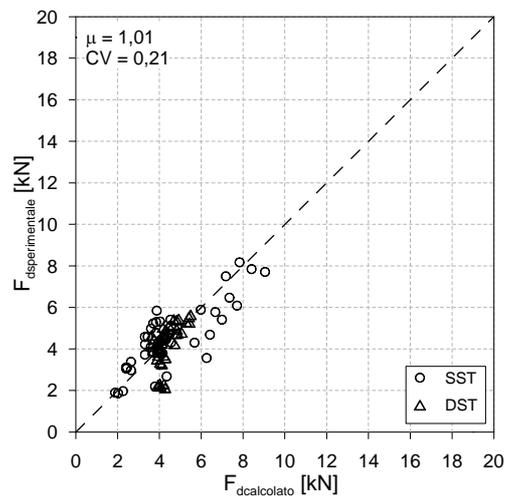


Fig. 3.87 – Confronto fra i valori del carico di delaminazione sperimentale-teorico utilizzando il modello proposto in Accardi, 2004

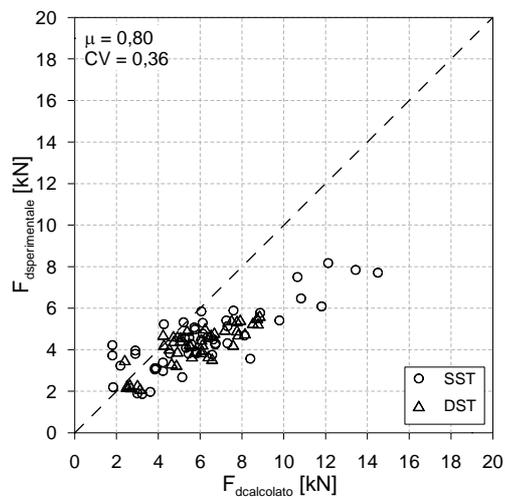


Fig. 3.88 – Confronto fra i valori del carico di delaminazione sperimentale-teorico utilizzando il modello proposto in Camorani, 2010

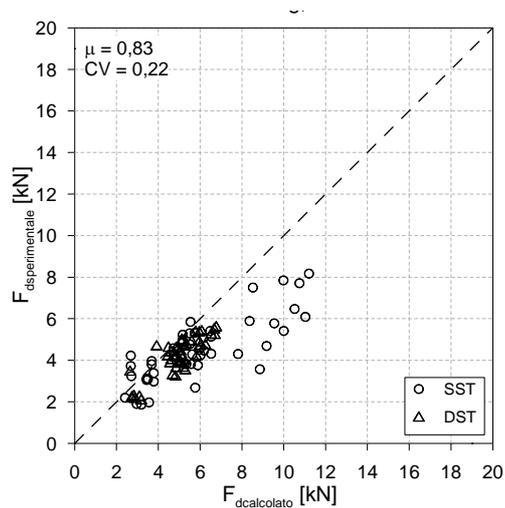


Fig. 3.89 – Confronto fra i valori del carico di delaminazione sperimentale-teorico utilizzando il modello proposto in Chen e Teng, 2001

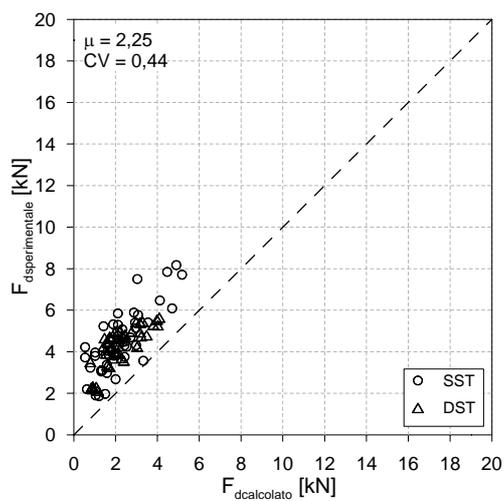


Fig. 3.90 – Confronto fra i valori del carico di delaminazione sperimentale-teorico utilizzando il modello proposto in Fib bulletin 14, 2001

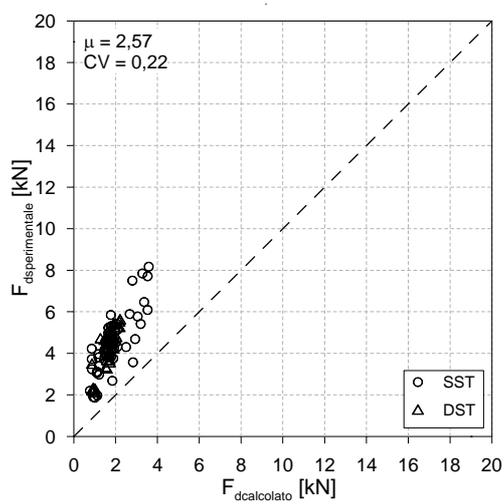


Fig. 3.91 – Confronto fra i valori del carico di delaminazione sperimentale-teorico utilizzando il modello proposto in Lu et al., 2005

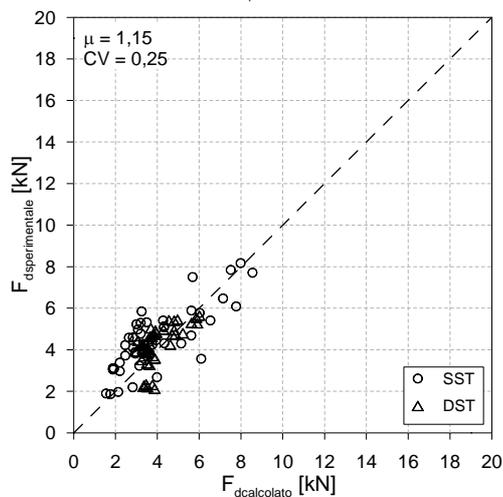


Fig. 3.92 – Confronto fra i valori del carico di delaminazione sperimentale-teorico utilizzando il modello proposto in Iso, 2003

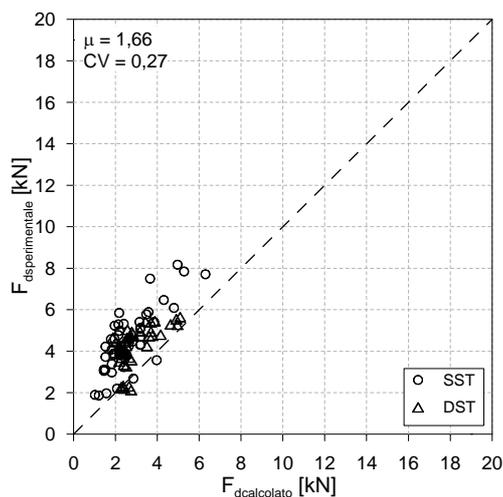


Fig. 3.93 – Confronto fra i valori del carico di delaminazione sperimentale-teorico utilizzando il modello proposto in Yang, 2001

Si osserva che, sebbene i modelli proposti nel documento tecnico del CNR e in Camorani (2010) siano calibrati per rinforzi di strutture murarie, la loro validità nel prevedere valori del carico di delaminazione aderente ai risultati sperimentali ottenuti non è fra le migliori rispetto ai modelli qui presentati. Ciò a conferma dell'estesa varietà di tipologie di muratura e dell'impossibilità di formulare una trattazione valida per qualsivoglia sistema.

I modelli di Chen e Teng e quello di Iso, se pur calibrati sui risultati di prove eseguite su campioni in calcestruzzo, sembrano, tra i modelli citati, anche ben interpretare il comportamento dei campioni testati.

Il modello proposto da Accardi (2004) è, chiaramente, quello che meglio interpreta i risultati sperimentali visto che deriva da una interpolazione dei risultati ottenuti con le prove DST condotte su campioni di calcarenite.

In quanto segue, utilizzando i risultati della campagna d'indagine sperimentale condotta, si mostrerà la procedura adottata per la calibrazione del modello proposto dall'attuale strumento normativo nazionale (CNR-DT200/2004) e si deriverà un nuovo modello per la valutazione del carico di delaminazione.

Noti i valori del carico di delaminazione dei campioni con lunghezza di incollaggio almeno pari a 150 mm, a partire dalla (3.50), si è ricavata indirettamente l'energia di frattura mediante l'espressione (3.76) che segue.

$$G_{f,i} = \frac{F_{d,i}^2}{2 \cdot b_f^2 \cdot E_f \cdot t_f} \quad (3.76)$$

Considerando che nel modello proposto dal documento tecnico del CNR l'espressione per la valutazione dell'energia di frattura è del tipo $c_1 \cdot \sqrt{f_b \cdot f_{btm}}$, si è potuto ricavare (v. Fig. 3.94) mediante regressione lineare (con il metodo dei minimi quadrati) il coefficiente c_1 in relazione ai risultati sperimentali a disposizione (quelli del presente lavoro e quelli in Accardi, 2004).

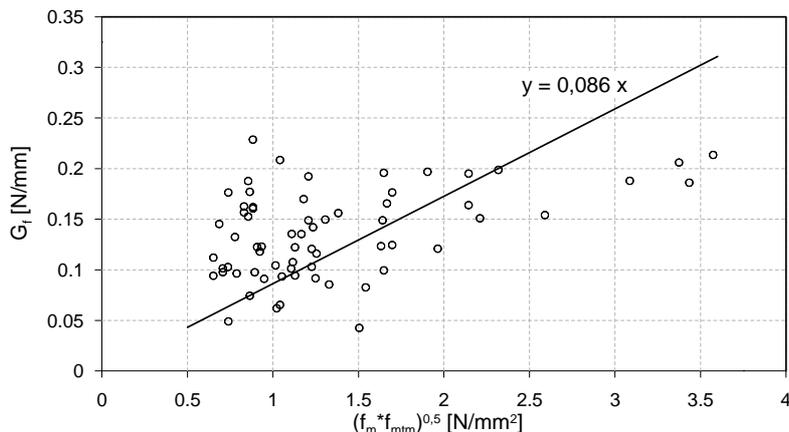


Fig. 3.94 – Regressione per la determinazione del coefficiente c_f relativo all’espressione dell’energia di frattura del modello proposto dal CNR

Relativamente alle prove condotte si è in definitiva dedotta l’espressione:

$$G_f = 0,086 \cdot \sqrt{f_b \cdot f_{btm}} \tag{3.77}$$

Con detta relazione, il confronto tra il carico di delaminazione dedotto sperimentalmente e quello calcolato è riportato in Fig. 3.95 che segue:

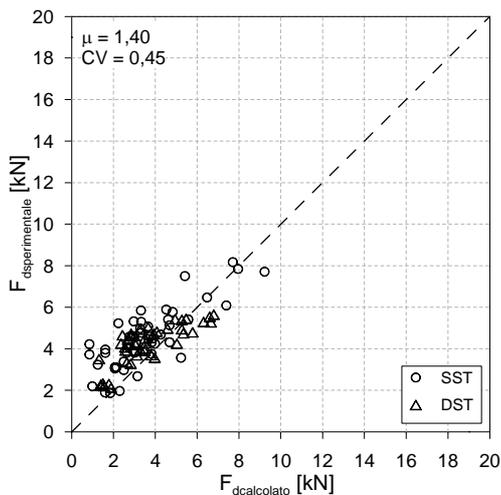


Fig. 3.95 – Confronto fra i valori del carico di delaminazione sperimentalmente-teorico utilizzando il modello proposto in CNR-DT200/2004 e modificato dalla (3.77)

In maniera analoga, è stata dedotta (v. Fig. 3.96) un'espressione per la valutazione dell'energia di frattura che meglio interpreta il comportamento sperimentale.

Questa è, in particolare, riferita al solo valore della resistenza a compressione dei conchi di calcarenite.

E' doveroso sottolineare che il risultato trovato è valido per un range di resistenza a compressione dei conchi di calcarenite che va da 2 a 12 N/mm². Il fatto che le equazioni trovate non hanno intercetta uguale a zero non vuol dire che l'energia di frattura ha un valore diverso da zero per valori di resistenza a compressione del materiale di base (teoricamente) nulli. Si ritiene pertanto che non è corretta un'estrapolazione del modello trovato per valori di resistenza a compressione dei blocchi inferiori a 2 N/mm². Per definire una legge dell'energia di frattura valida per valori di f_m (resistenza a compressione dei blocchi) compresi tra 0 e 2 N/mm² sarebbero necessarie ulteriori indagini da condurre con elementi di minore resistenza rispetto a quelli utilizzati nella campagna di indagine sperimentale condotta.

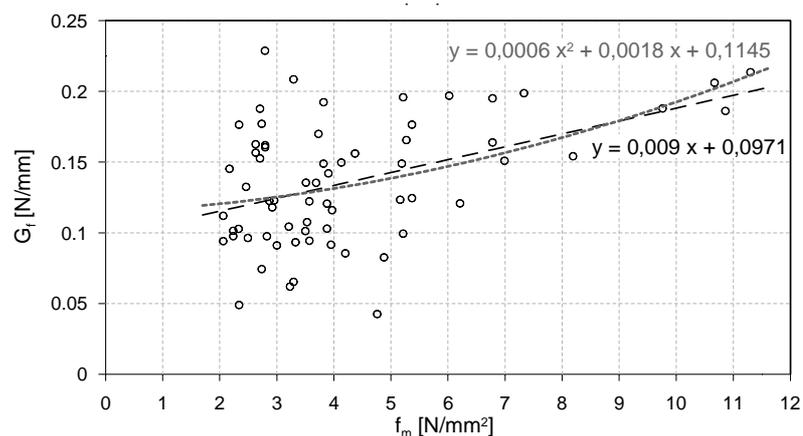


Fig. 3.96 – Regressione per la calibrazione di un'appropriata espressione per la valutazione dell'energia di frattura

Relativamente alle prove in esame sono state dedotte le espressioni predittive alternative di seguito riportate:

$$G_f = 0,0006 \cdot f_m^2 + 0,0018 \cdot f_m + 0,1145 \quad (3.78a)$$

$$G_f = 0,009 \cdot f_m + 0,0971 \quad (3.78b)$$

Utilizzando la (3.78b) nonchè le espressioni proposte da Chen e Teng (2001) per la definizione della lunghezza ottimale di ancoraggio e del coefficiente β_L , rispettivamente equazioni (3.54) e (3.56), si ottiene il confronto riportato in Fig. 3.97 che segue:

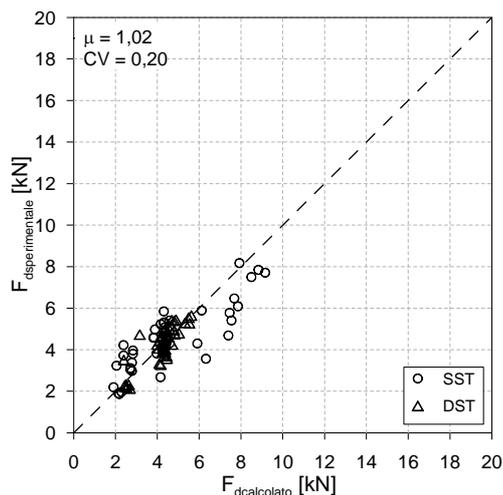


Fig. 3.97 – Confronto fra i valori del carico di delaminazione sperimentale-teorico utilizzando il modello qui proposto

Nella Fig. 3.98 che segue è, infine, mostrato il confronto fra il carico di delaminazione teorico, ricavato ricorrendo alla stesso modello utilizzato per il precedente confronto, ed i risultati sperimentali ottenuti sia nell’ambito del presente lavoro che numerosi altri (reperiti in letteratura) ottenuti da altri ricercatori su elementi murari naturali e/o artificiali.

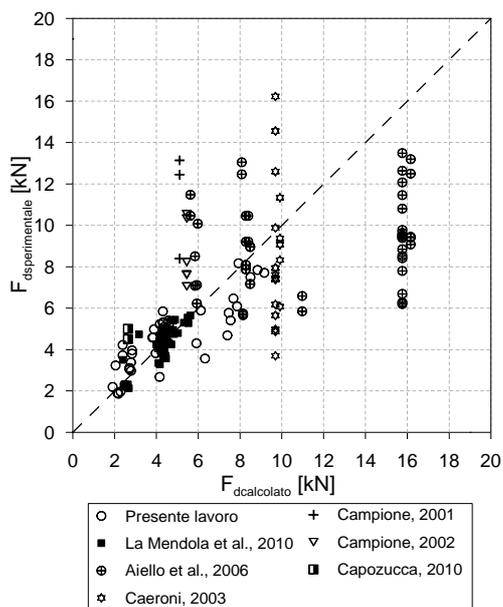


Fig. 3.98 – Confronto fra i valori del carico di delaminazione sperimentale-teorico utilizzando il modello qui proposto. I dati sperimentali si riferiscono ad un gran numero di test eseguiti su elementi murari naturali e/o artificiali

3.4.2.5 Legame locale di aderenza

La definizione di una legge d'interfaccia è un lavoro molto complesso per svariate ragioni. Dal punto di vista sperimentale, le prove nelle quali vengono rilevate solo curve forza-scorrimento non forniscono i dati necessari alla definizione di una legge d'interfaccia, ed è pertanto necessario strumentare il rinforzo con estensimetri o ricorrere ad altre tecniche per la lettura delle deformazioni sul composito. Inoltre, la legge d'interfaccia è fortemente non lineare. Già a livelli medi di carico (pari cioè a circa il 50% del carico massimo), lo scorrimento può superare il valore corrispondente alla tensione tangenziale massima, coinvolgendo quindi il ramo di softening.

Nel presente lavoro, al fine di definire una modellazione, se pur semplificata, del legame di aderenza rinforzo in FRP-conci di calcarenite

sono stati innanzitutto dedotti i legami sperimentali a partire dalle deformazioni misurate in diversi punti sul composito.

Note le deformazioni rilevate lungo il rinforzo a differenti livelli di scorrimento impresso, e considerando un comportamento elastico lineare del rinforzo stesso, la tensione tangenziale media tra due estensimetri successivi può essere ricavata attraverso la seguente equazione di equilibrio tra le tensioni tangenziali d'interfaccia e lo sforzo normale nel rinforzo (Fig 3.99):

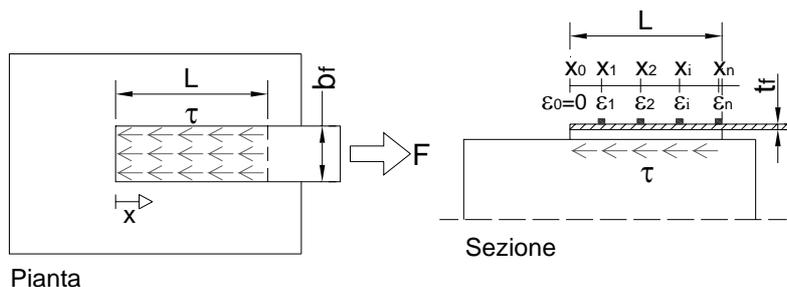


Fig. 3.99 – Elaborazione delle misure estensimetriche

$$\tau(\bar{x}) \cdot b_f \cdot (x_{i+1} - x_i) = b_f \cdot t_f \cdot E_f \cdot (\epsilon_{i+1} - \epsilon_i) \quad (3.79)$$

da cui si ricava:

$$\tau(\bar{x}) = t_f \cdot E_f \cdot \frac{(\epsilon_{i+1} - \epsilon_i)}{(x_{i+1} - x_i)} \quad (3.80)$$

con i e i+1 estensimetri contigui e \bar{x} l'ascissa media tra i punti x_i e x_{i+1} .

Assumendo la perfetta aderenza rinforzo-materiale di base in corrispondenza della posizione del primo estensimetro posto ad x_0 , trascurando la deformabilità del materiale di base rispetto a quella del rinforzo, ed assumendo una variazione lineare delle deformazioni tra due estensimetri consecutivi, l'integrazione di queste ultime conduce alla seguente espressione per lo scorrimento in una data sezione:

$$\delta(x_i) = \delta(x_{i-1}) + \int_0^{x_i} \epsilon(x) dx = \delta(x_{i-1}) + \frac{1}{2} (\epsilon_{i-1} + \epsilon_i) (x_{i-1} - x_i) \quad (3.81)$$

Lo scorrimento all'ascissa media tra i punti x_i e x_{i+1} si ottiene, pertanto, come:

$$\delta(\bar{x}) = \frac{\delta(x_i) + \delta(x_{i+1})}{2} \tag{3.82}$$

Le coppie dei valori tensione tangenziale media-scorrimento medio $(\tau(\bar{x}) - \delta(\bar{x}))$ vengono considerati valori locali, cioè che individuano un punto nel legame d'interfaccia che è appunto un legame costitutivo locale.

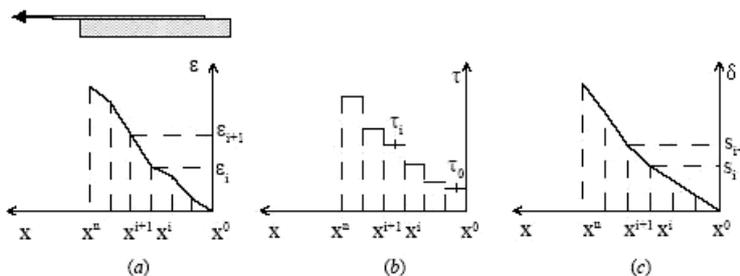


Fig. 3.100 – Elaborazione delle misure estensimetriche: (a) deformazione nell'FRP, (b) tensione tangenziale media, (c) scorrimento

I risultati di queste elaborazioni, per i campioni testati, sono riportati nelle Figg. 3.101-3.123 che seguono.

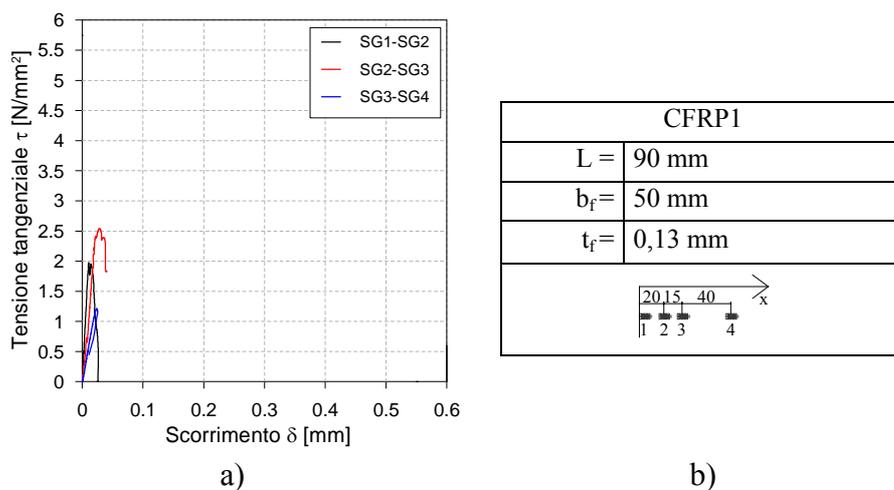
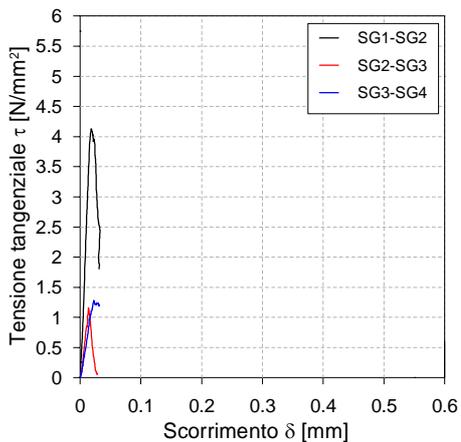


Fig. 3.101 – Campione 5: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

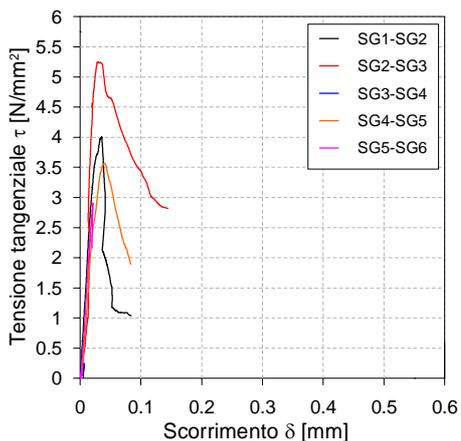


a)

CFRP1	
L =	90 mm
b _f =	50 mm
t _f =	0,13 mm

b)

Fig. 3.102 – Campione 6: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

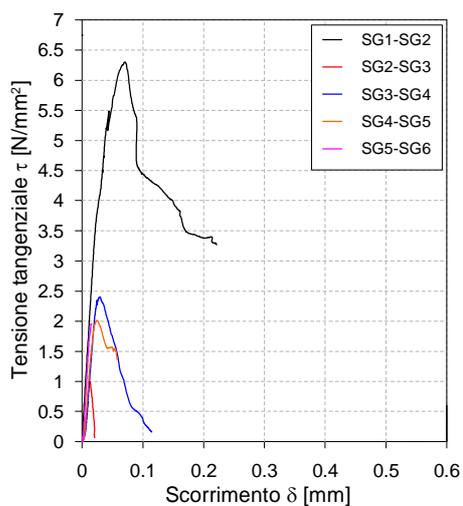


a)

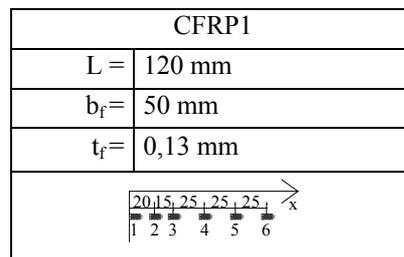
CFRP1	
L =	120 mm
b _f =	50 mm
t _f =	0,13 mm

b)

Fig. 3.103 – Campione 7: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

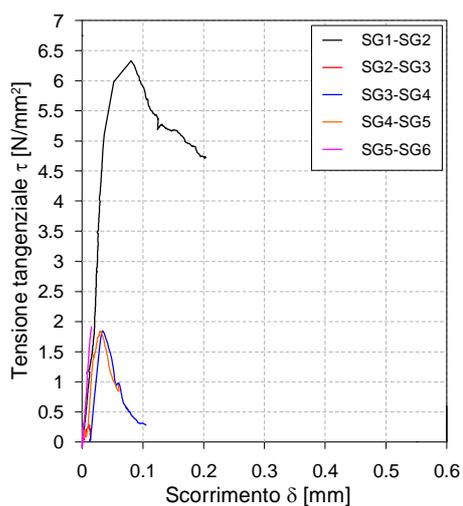


a)

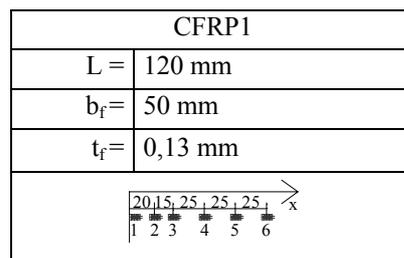


b)

Fig. 3.104 – Campione 8: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

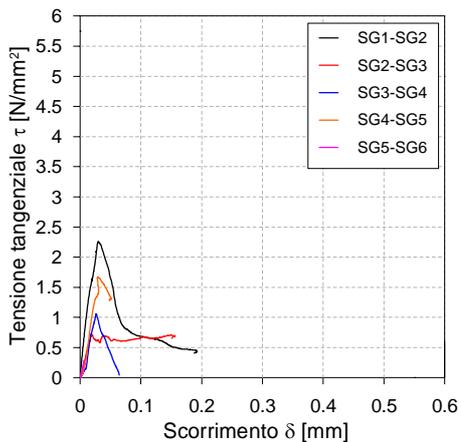


a)

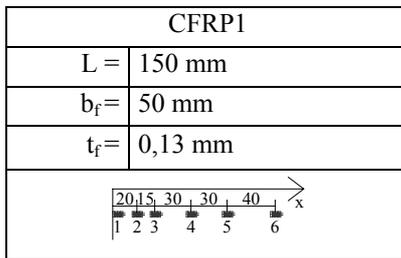


b)

Fig. 3.105 – Campione 9: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

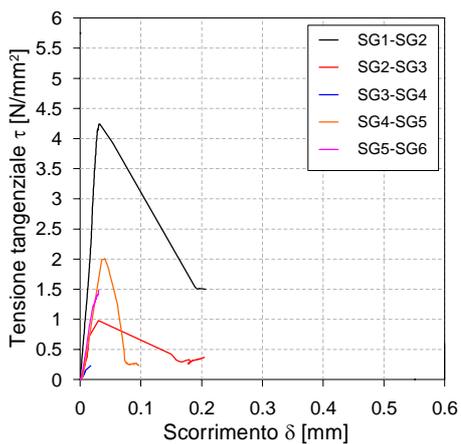


a)

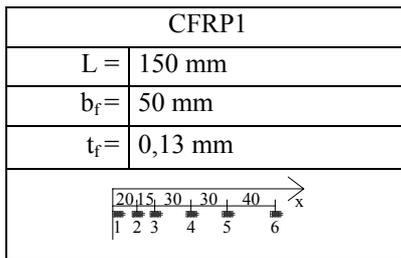


b)

Fig. 3.106 – Campione 10: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

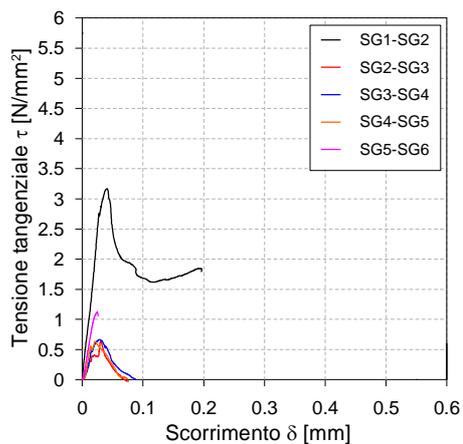


a)

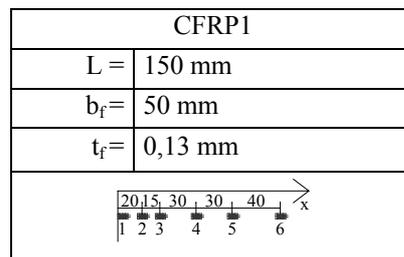


b)

Fig. 3.107 – Campione 11: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

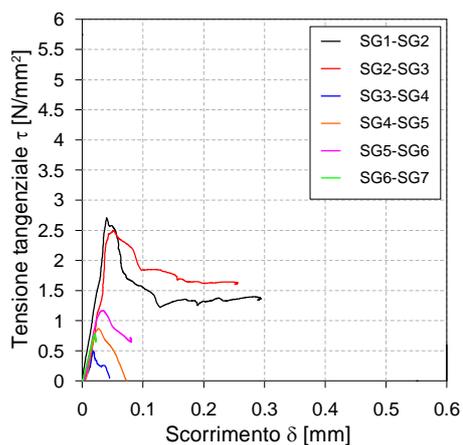


a)

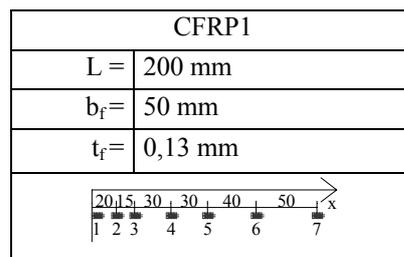


b)

Fig. 3.108 – Campione 12: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

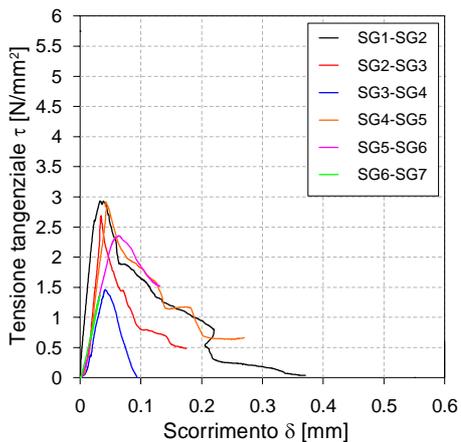


a)

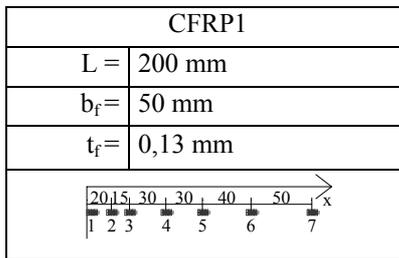


b)

Fig. 3.109 – Campione 13: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

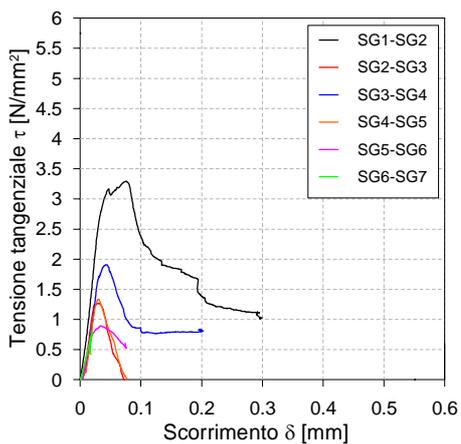


a)

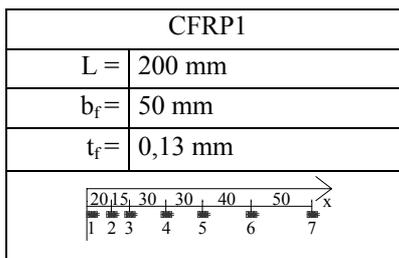


b)

Fig. 3.110 – Campione 14: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

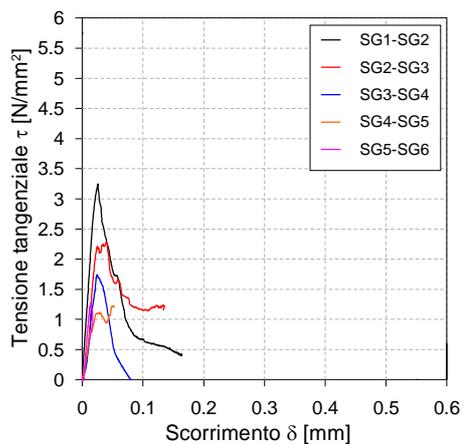


a)



b)

Fig. 3.111 – Campione 15: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

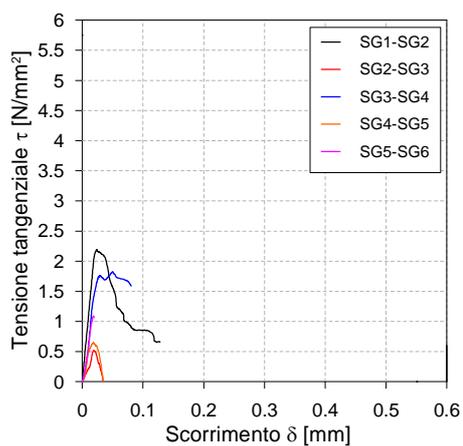


a)

CFRP1	
L =	150 mm
b _f =	50 mm
t _f =	0,26 mm

b)

Fig. 3.112 – Campione 16: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

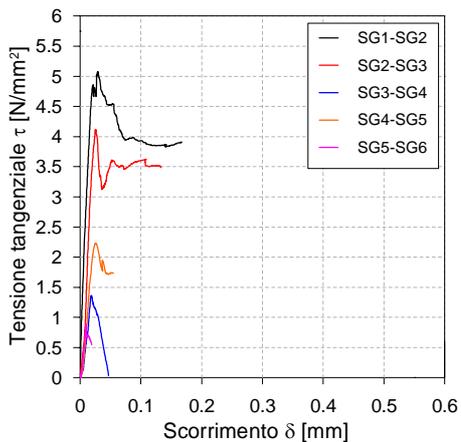


a)

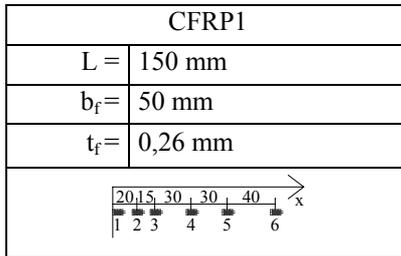
CFRP1	
L =	150 mm
b _f =	50 mm
t _f =	0,26 mm

b)

Fig. 3.113 – Campione 17: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

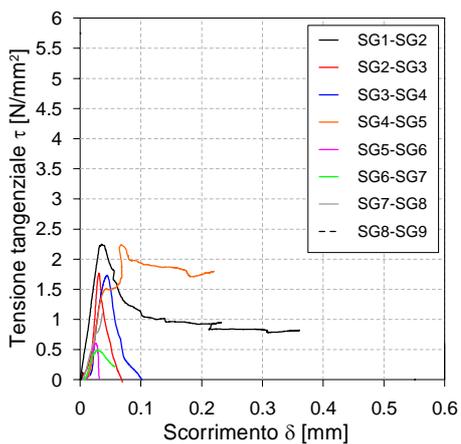


a)

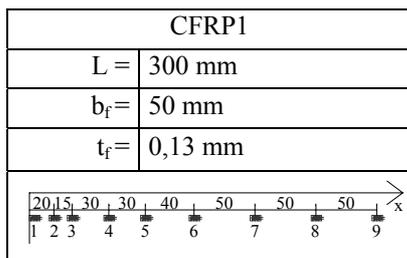


b)

Fig. 3.114 – Campione 18: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

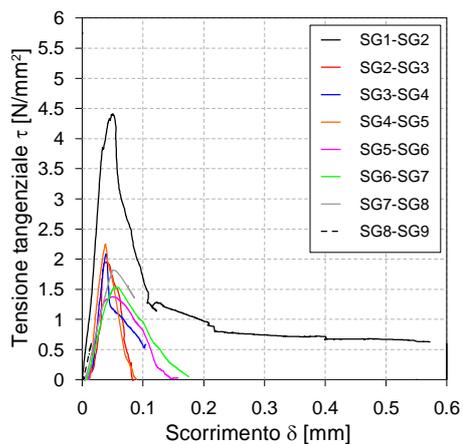


a)

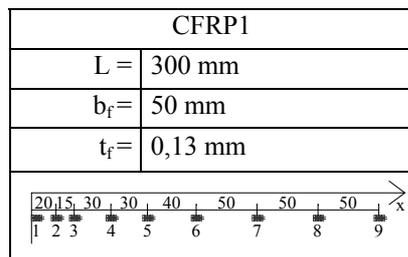


b)

Fig. 3.115 – Campione 19: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

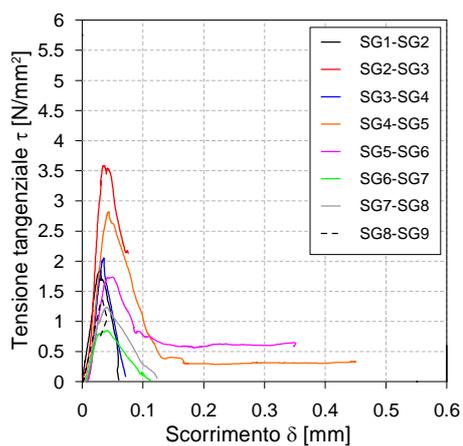


a)

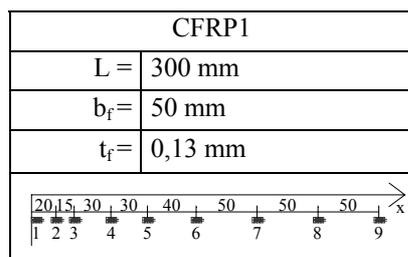


b)

Fig. 3.116 – Campione 20: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

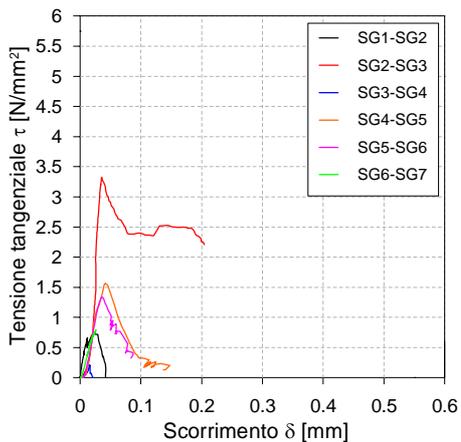


a)

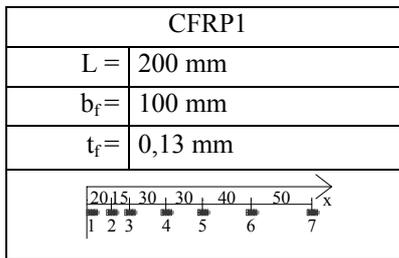


b)

Fig. 3.117 – Campione 21: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

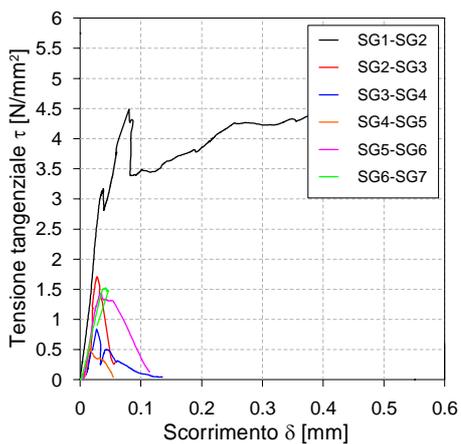


a)

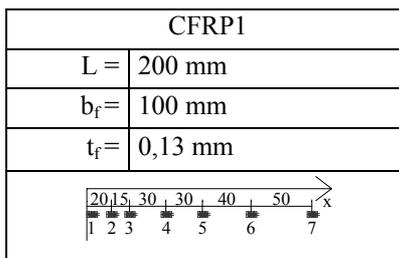


b)

Fig. 3.118 – Campione 22: a) curve τ - δ ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

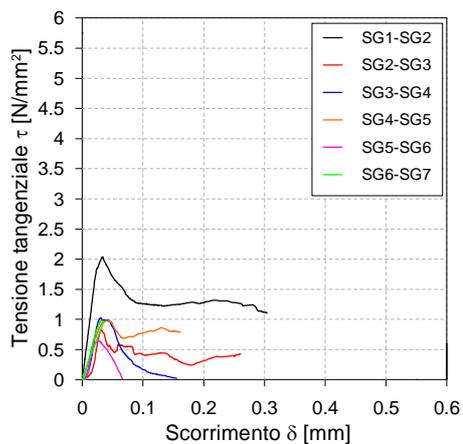


a)

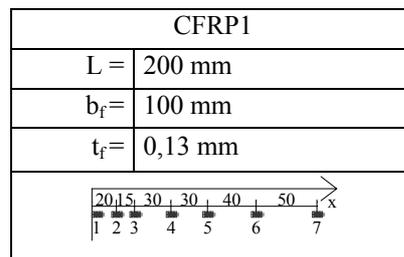


b)

Fig. 3.119 – Campione 23: a) curve τ - δ ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

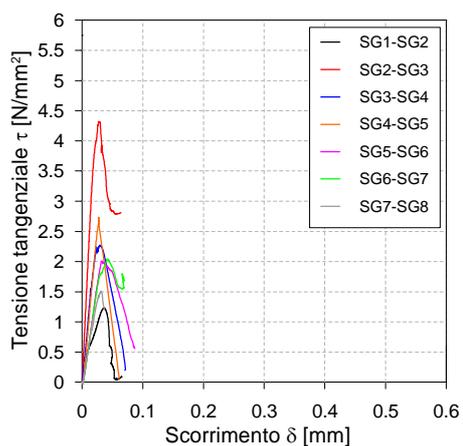


a)

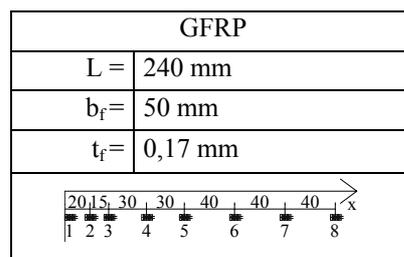


b)

Fig. 3.120 – Campione 24: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri



a)



b)

Fig. 3.121 – Campione 46: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

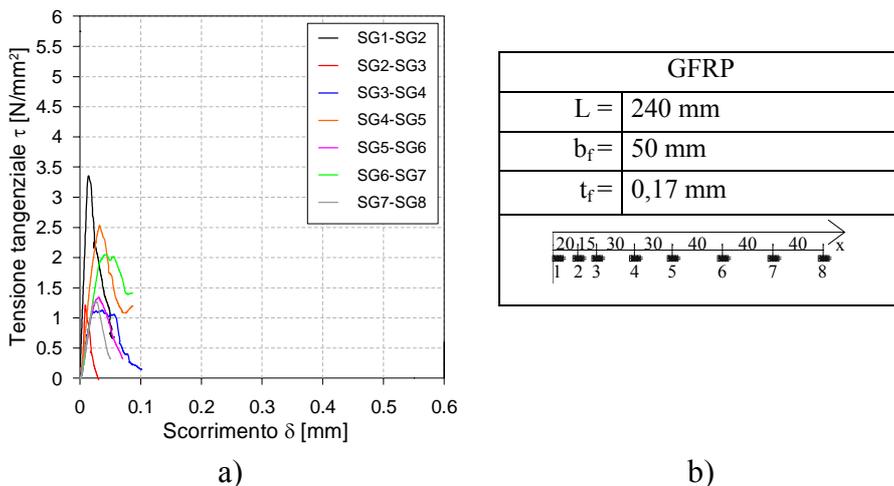


Fig. 3.122 – Campione 47: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

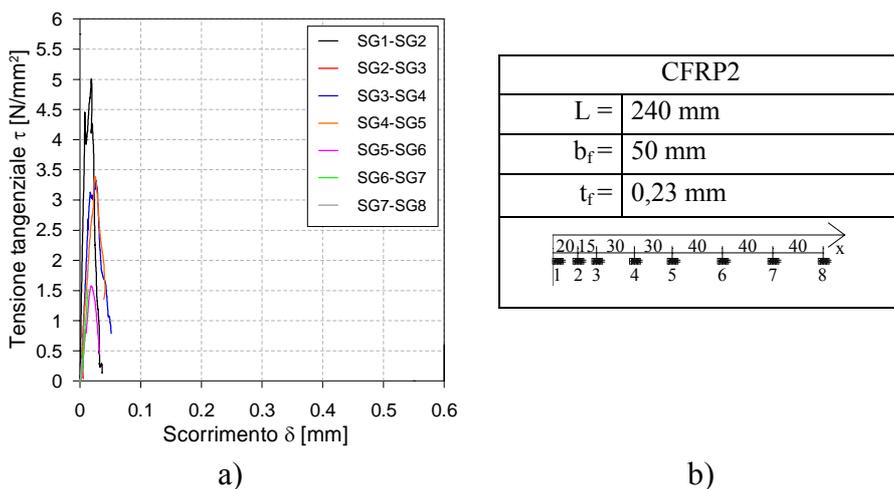


Fig. 3.123 – Campione 61: a) curve τ-δ; b) geometria della striscia di rinforzo e posizione degli estensimetri

Dai grafici sopra riportati si evince che la distribuzione delle tensioni lungo l'incollaggio non è uniforme e che, generalmente, il comportamento rilevato tra gli estensimetri posti nelle immediate vicinanze dell'estremo caricato (SG1-SG2) differisce considerevolmente da quello che, invece, si rileva nelle altre zone delle strisce di rinforzo.

Si è per tal motivo proceduto a determinare quale legame bilineare, tra quelli che si adattano alle risultanze sperimentali fra due estensimetri contigui, consentisse di minimizzare qualitativamente le differenze tra il comportamento teorico e quello sperimentale, sia in termini di curva carico-scorrimento che di distribuzione della tensione tangenziale lungo l'incollaggio.

Per alcuni dei campioni analizzati nelle Figg. 3.124-3.130 che seguono sono riportati i confronti fra i risultati del modello teorico e quelli sperimentali.

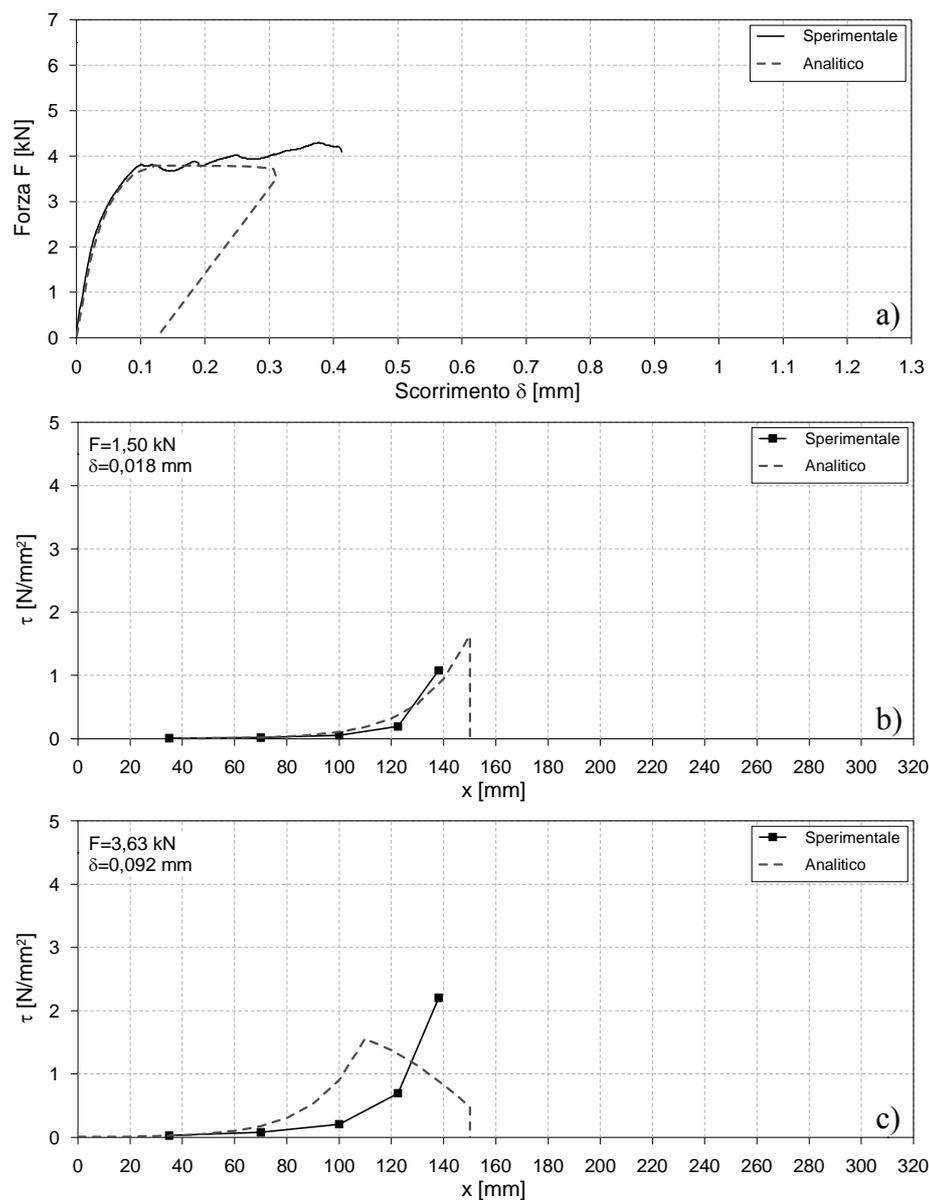


Fig. 3.124 – Confronto teorico-sperimentali per il campione 10: a) curve F- δ , b) e c) curve τ - x

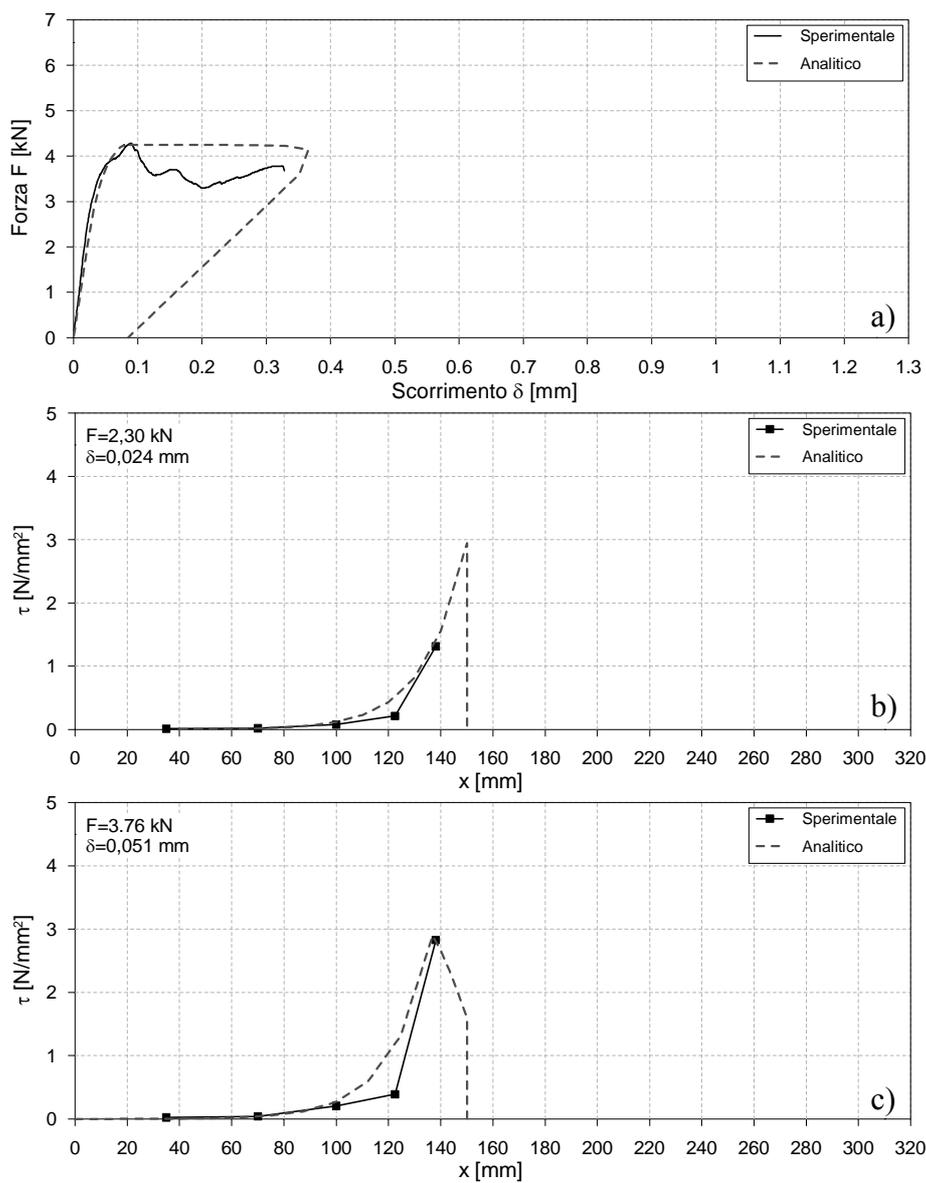


Fig. 3.125 – Confronto teorico-sperimentali per il campione 12: a) curve F - δ , b) e c) curve τ - x

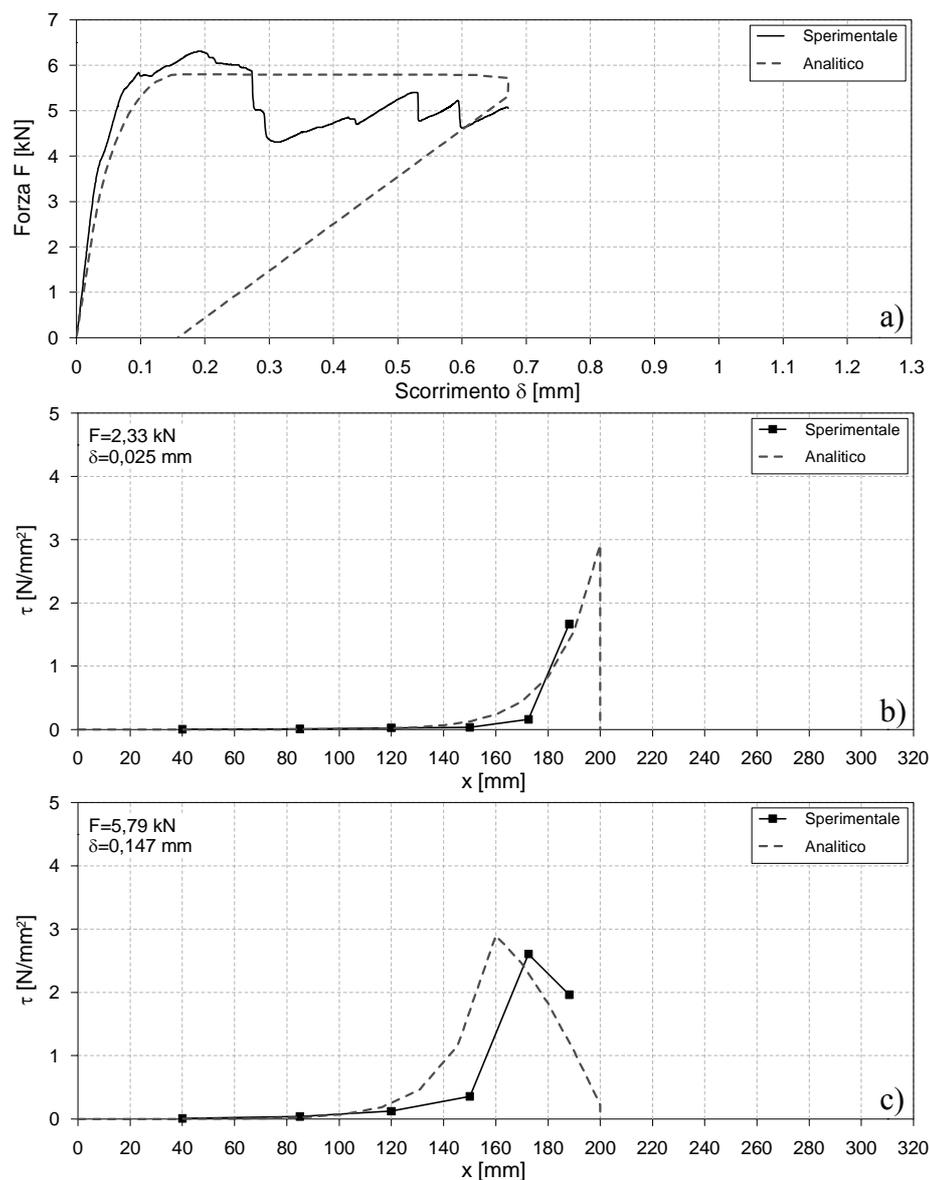


Fig. 3.126 – Confronto teorico-sperimentali per il campione 14: a) curve F- δ , b) e c) curve τ - x

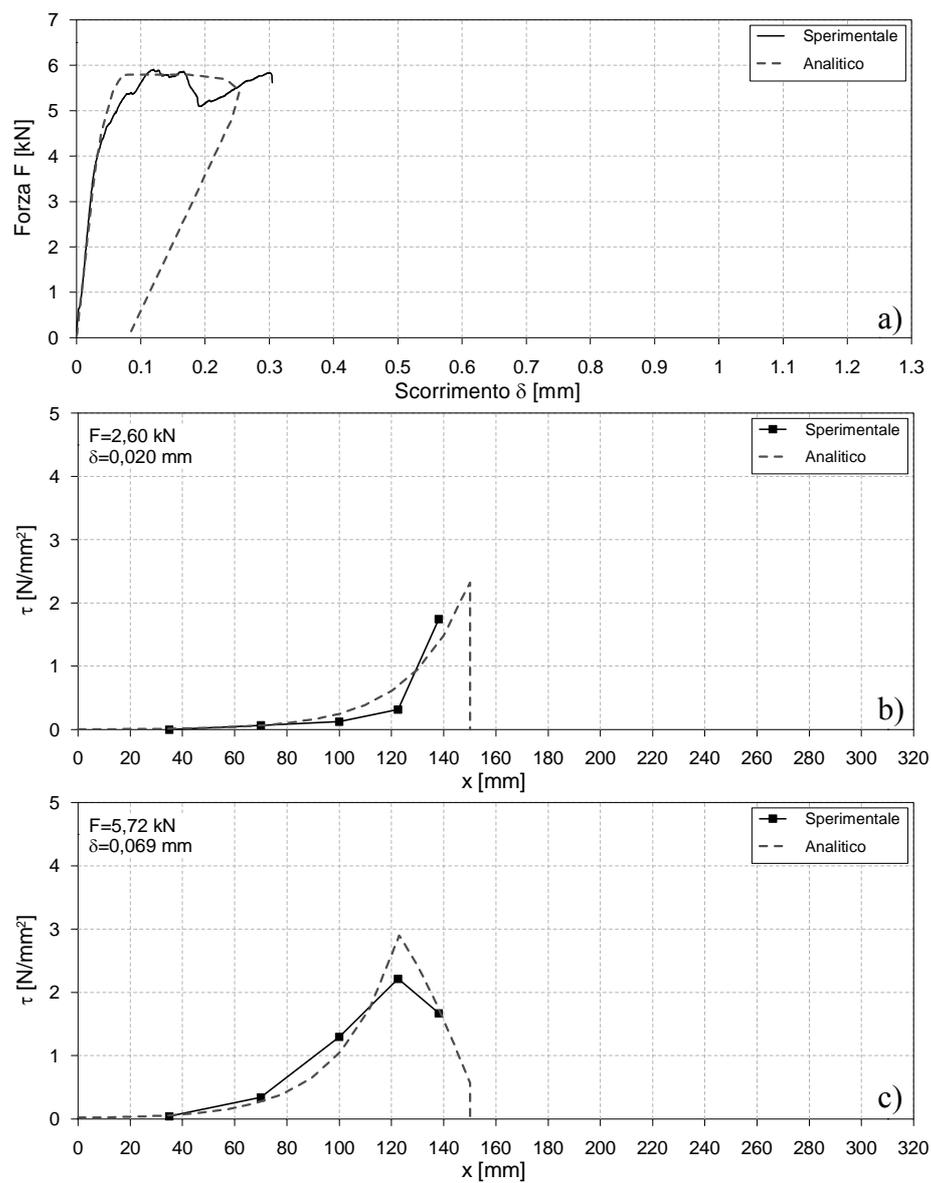


Fig. 3.127 – Confronto teorico-sperimentali per il campione 16: a) curve $F-\delta$, b) e c) curve $\tau-x$

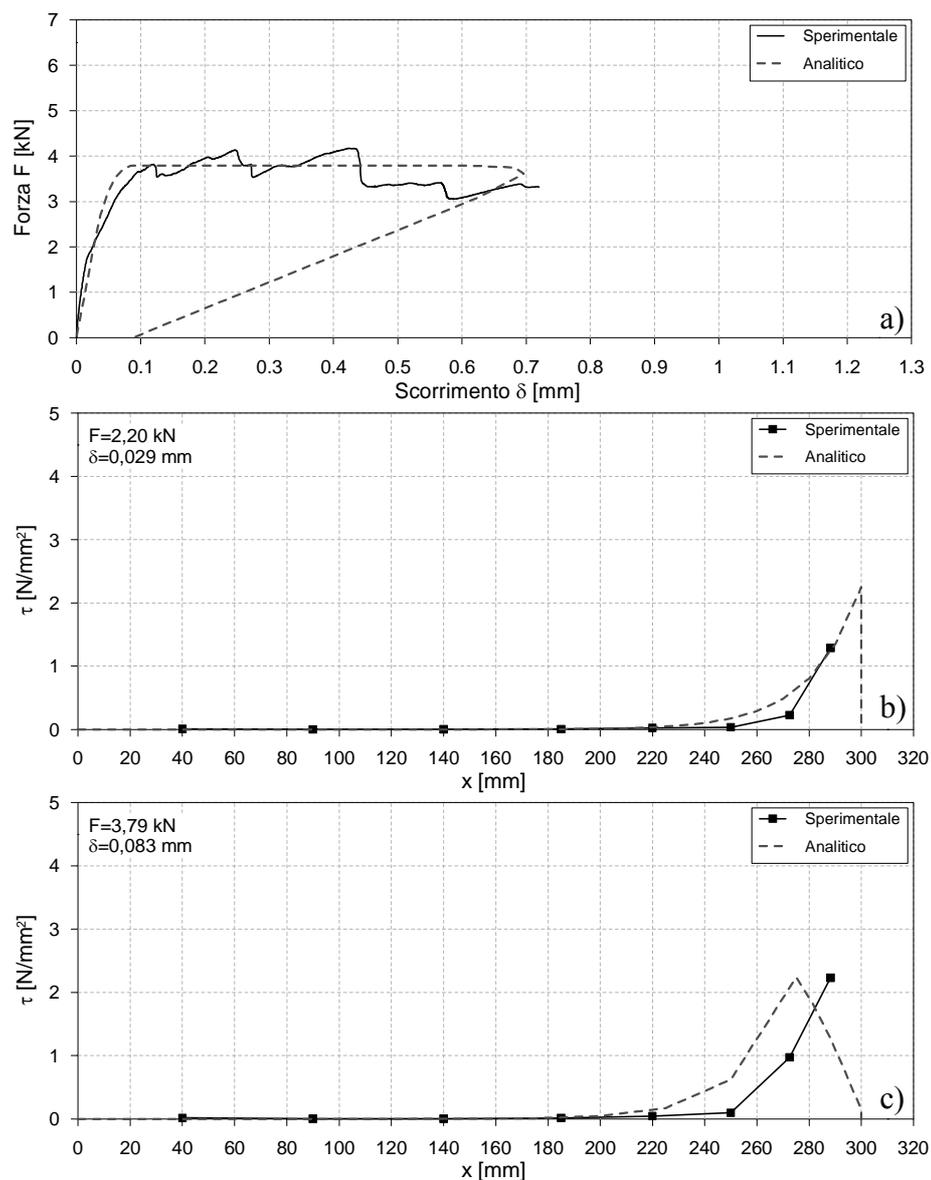


Fig. 3.128 – Confronto teorico-sperimentali per il campione 19: a) curve F- δ , b) e c) curve τ - x

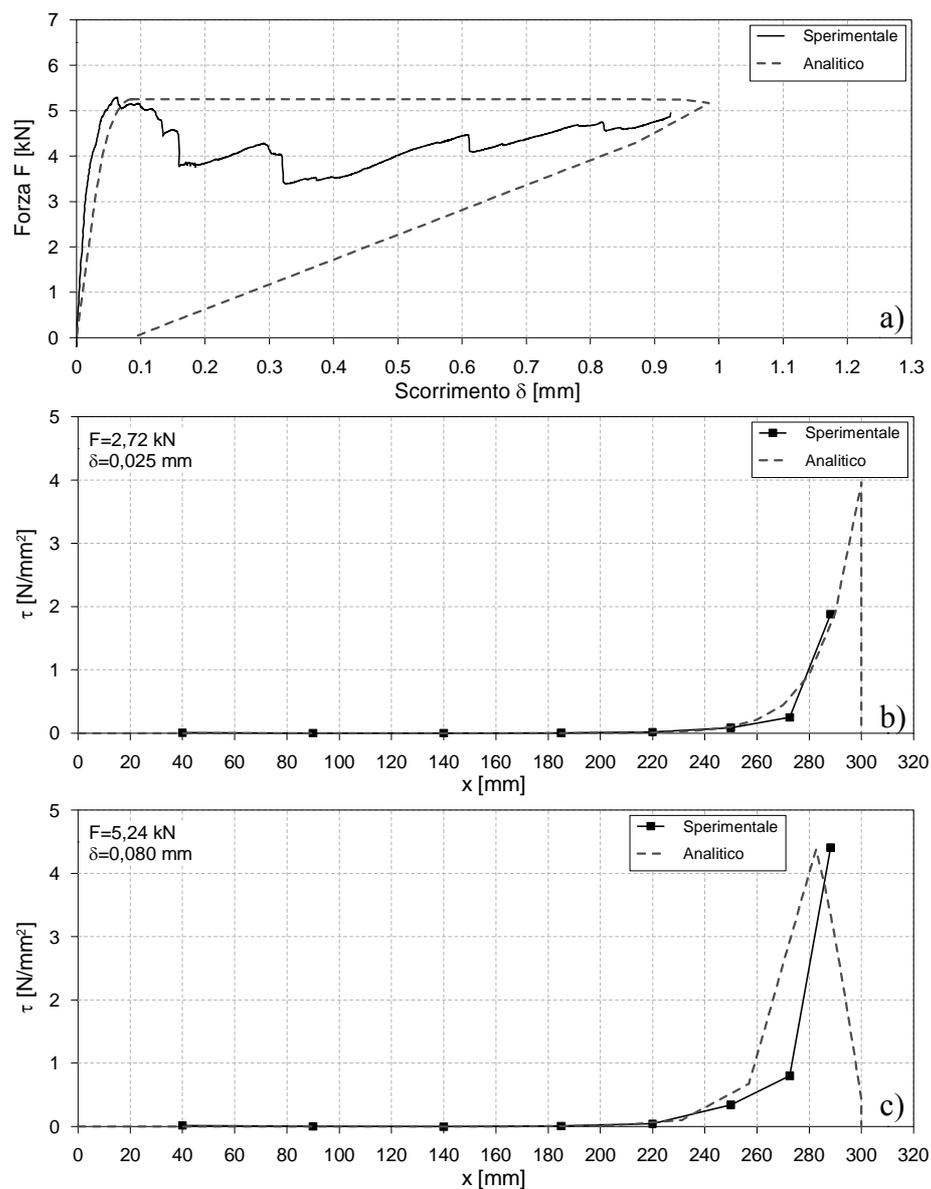


Fig. 3.129 – Confronto teorico-sperimentali per il campione 20: a) curve F - δ , b) e c) curve τ - x

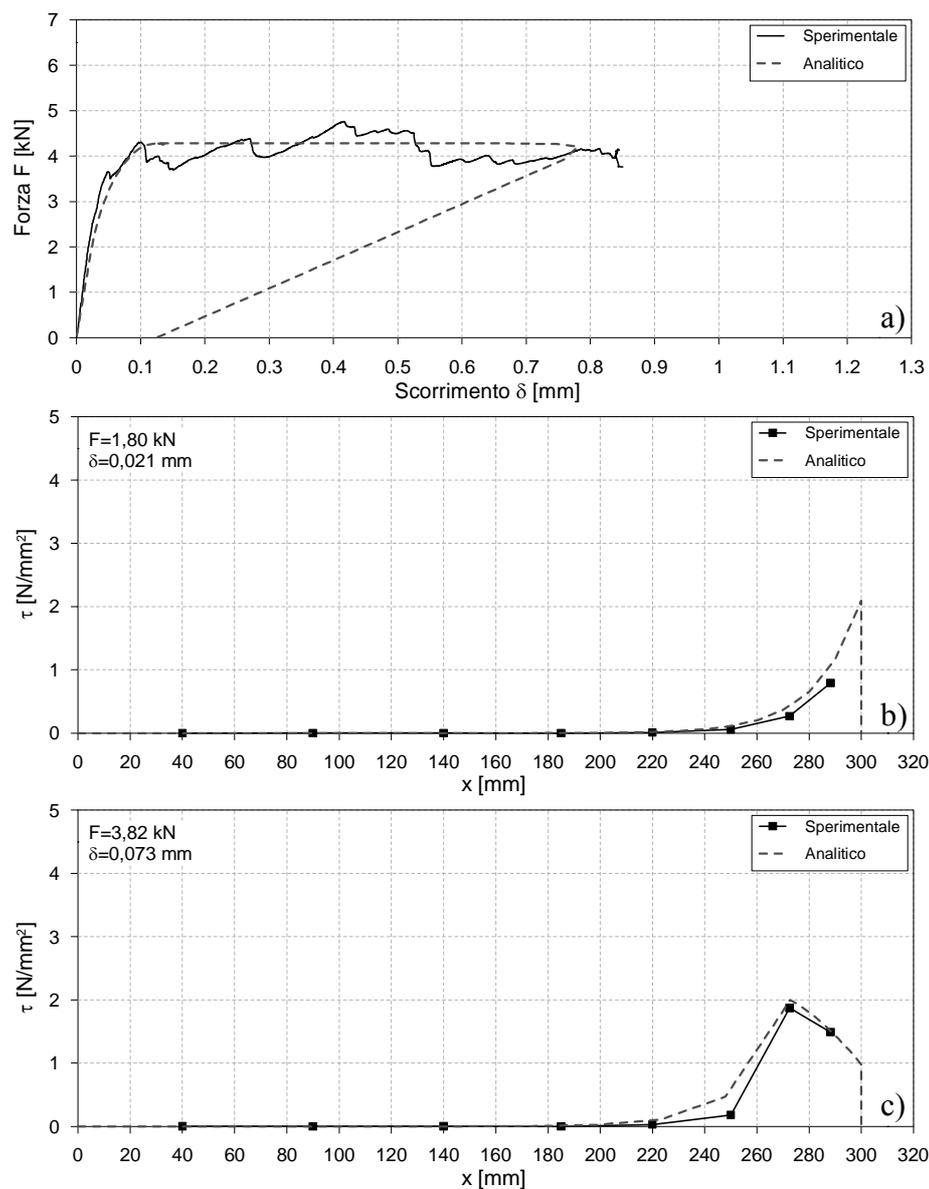


Fig. 3.130 – Confronto teorico-sperimentali per il campione 21: a) curve F - δ , b) e c) curve τ - x

Riferendosi, per quanto prima detto, al legame costitutivo utilizzato nel confronto fra il comportamento teorico e quello sperimentale, sono stati ricavati, mediante regressioni lineari, i seguenti tre parametri che consentono di definire un appropriato legame bilineare in funzione della resistenza a compressione del concio di calcarenite:

- tensione tangenziale limite elastica τ_e ;
- scorrimento δ_e corrispondente alla tensione tangenziale limite elastica;
- scorrimento ultimo δ_u .

Nella Fig. 3.131 che segue è rappresentato l'andamento della tensione tangenziale al limite elastico sperimentale di ciascun campione in funzione della sua resistenza a compressione.

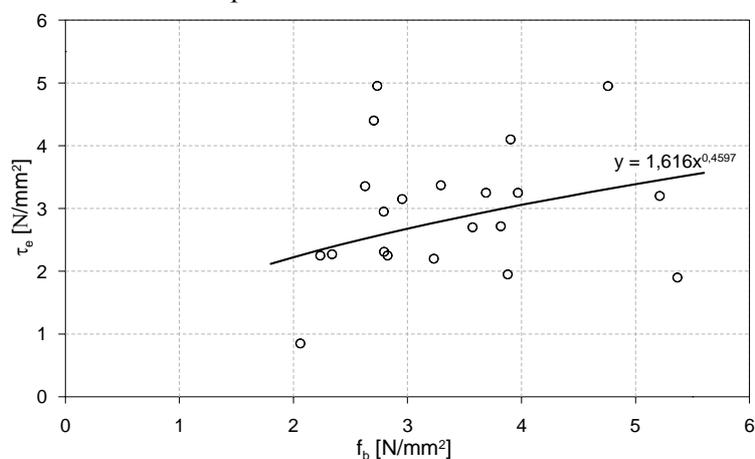


Fig. 3.131 – Interpolazione per la determinazione di una relazione tra la tensione tangenziale al limite elastico e la resistenza a compressione del materiale di base

Mediante interpolazione è stata dedotta la seguente espressione per la valutazione del parametro in esame:

$$\tau = 1,616 \cdot f_b^{0,4597} \quad (3.83)$$

Il secondo parametro d'interesse è lo scorrimento limite elastico (δ_e). Il suo valore determina la rigidità del ramo elastico: questa è dovuta principalmente alle deformazioni in campo elastico lineare dell'adesivo e del

materiale di base che, trovandosi a contatto con quest'ultimo, subisce delle deformazioni dovute agli sforzi che si trasmettono su di esso tramite l'interfaccia adesiva.

Se la deformazione fosse concentrata esclusivamente nello strato di adesivo si otterrebbe un valore della rigidezza fornito dall'espressione (3.84) seguente:

$$k = G_g / t_g \quad (3.84)$$

dove G_g è il modulo di elasticità tangenziale dell'adesivo e t_g il suo spessore. In realtà le deformazioni che avvengono nel materiale di base modificano la deformabilità dell'interfaccia e pertanto, tenendo conto delle proprietà elastiche di questo, è possibile meglio dedurre la rigidezza del ramo lineare del legame d'interfaccia mediante la (3.85) seguente:

$$k = \frac{c_1}{\frac{t_g}{G_g} + \frac{t_c}{G_c}} \quad (3.85)$$

in cui t_c e G_c sono rispettivamente lo spessore efficace del materiale che partecipa alla deformabilità dell'interfaccia (in genere 20÷30 mm) ed il suo modulo di elasticità tangenziale.

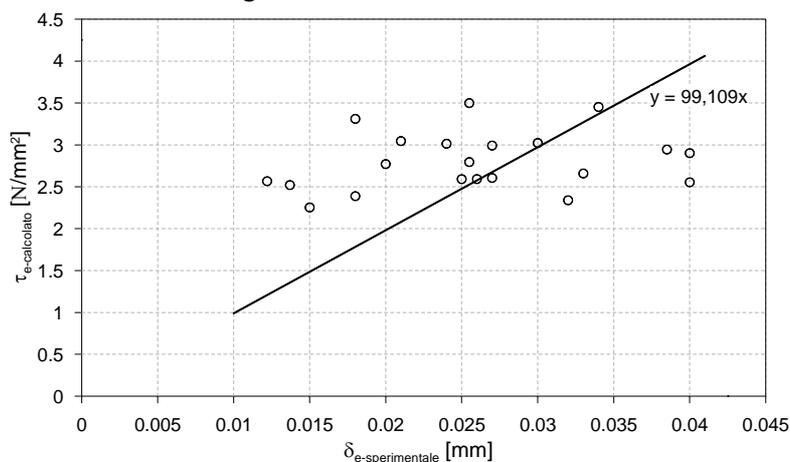


Fig. 3.132 – Interpolazione per la determinazione di una relazione tra lo scorrimento al limite elastico e la corrispondente tensione tangenziale

È possibile determinare il valore della rigidezza del ramo elastico mediante la retta, con intercetta pari a zero, interpolante i valori di δ_e ottenuti sperimentalmente in funzione dei valori di τ_e calcolati con l'espressione (3.83) precedentemente ricavata.

Il risultato di questa operazione, mostrato in Fig. 3.132, ha condotto alla seguente espressione per δ_e :

$$\delta_e = \tau_{e\text{-calcolato}} / 99,109 \quad (3.86a)$$

Lo scorrimento al limite elastico può, infine, essere indirettamente determinato a partire dalla considerazione che l'energia di frattura rappresenta l'area sottesa dal legame d'interfaccia⁵. Si ottiene, allora, la seguente relazione:

$$\delta_u = 2 \cdot G_f / \tau_{e\text{-calcolato}} \quad (3.86b)$$

dove G_f può essere calcolato utilizzando la relazione proposta nel presente lavoro (eq. (3.78b)).

3.4.2.6 Influenza sulla resistenza di un preliminare consolidamento della superficie del materiale di base

Un ulteriore aspetto su cui è stata concentrata l'attenzione riguarda la ricerca di un possibile miglioramento dell'aderenza fra i rinforzi in FRP e la muratura in conci di calcarenite.

Iovinelli (2009) ha approfonditamente indagato l'influenza dei trattamenti superficiali sull'efficacia del rinforzo esterno in FRP, evidenziando che l'incremento di rugosità migliora l'adesione dell'FRP al supporto.

Contrariamente a quelle degli elementi in calcestruzzo, le superfici dei conci di calcarenite risultano generalmente abbastanza rugose, anche quando queste provengono da un taglio o da una spianatura, e porose al punto tale da

⁵ Nel caso in esame, avendo assunto un legame di tipo bilineare, rappresenta l'area di un triangolo.

ritenersi non necessario un ulteriore trattamento meccanico (quale bocciardatura, smerigliatura, ecc.).

Le indagini al microscopio petrografico (v. Fig. 3.133) hanno mostrato, però, che nonostante le ottimali condizioni di preparazione dei campioni in laboratorio, la resina da impregnazione non riesce a penetrare in tutte le cavità, anche se di grandi dimensioni, presenti nelle immediate vicinanze della superficie.

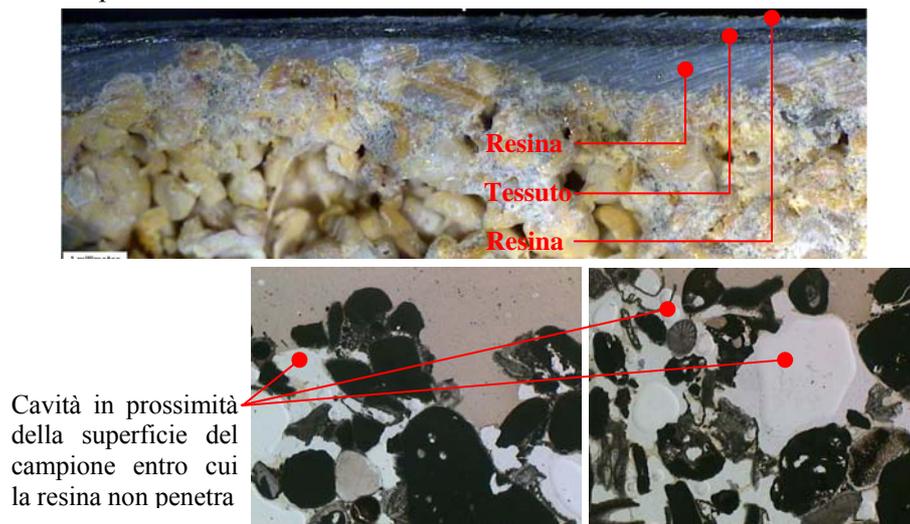


Fig. 3.133 – Immagini al microscopio petrografico di una sezione di elemento rinforzato e particolari di una sezione sottile della calcarenite sulla cui superficie è stato applicato uno strato di resina da impregnazione dei tessuti strutturali

Tale circostanza riduce la profondità del supporto che viene consolidato ad opera della stessa resina che impregna i tessuti strutturali. Ne consegue che nel meccanismo di crisi la quantità di materiale che risulta coinvolto è molto contenuta (pochi millimetri).

Da quanto sopra si deduce che un possibile miglioramento del sistema di applicazione del rinforzo è quello di trattare preliminarmente la superficie di incollaggio con una resina capace di penetrare quanto più possibile in profondità e, quindi, di riempire le cavità incontrate.

Nella campagna di indagini sperimentali condotta, a tale scopo, è stato utilizzato un primer epossidico, le cui caratteristiche sono riportate al Capitolo 2, applicato a pennello sulla superficie di incollaggio fino “a rifiuto”. Dopo circa 24 ore dalla sua applicazione si è incollato il rinforzo con la stessa procedura utilizzata nei campioni la cui superficie non è stata preliminarmente trattata.

I risultati ottenuti, riportati nelle Figg. 3.37, 3.38 e 3.39 sono sintetizzati, in termini di carico massimo, nella Fig. 3.134 che segue.

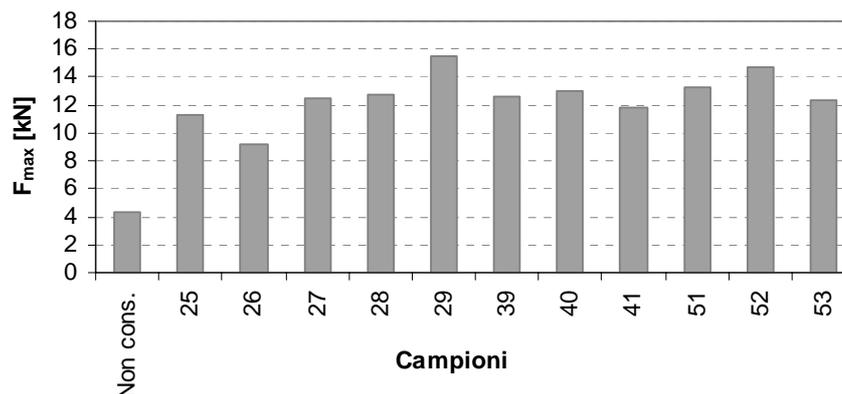


Fig. 3.134 – Istogramma dei risultati sperimentali: media dei campioni non trattati e campioni la cui superficie di incollaggio è stata preliminarmente consolidata

Si evince che l'efficacia del preliminare trattamento della superficie eseguito è tale da far attingere a valori della resistenza alla delaminazione maggiori più del doppio rispetto a quelli ottenuti per i campioni non trattati.

Si osserva inoltre che il meccanismo di rottura (v. Fig. 3.135) è profondamente differente: mentre nei campioni non trattati la quantità di materiale che rimane attaccata al rinforzo è dell'ordine di qualche millimetro, nei campioni con preliminare consolidamento della superficie si assiste al distacco di un maggiore spessore del supporto (rottura profonda), anche quando la zona non aderente all'estremità del campione viene incrementata da 30 mm a 60 mm.

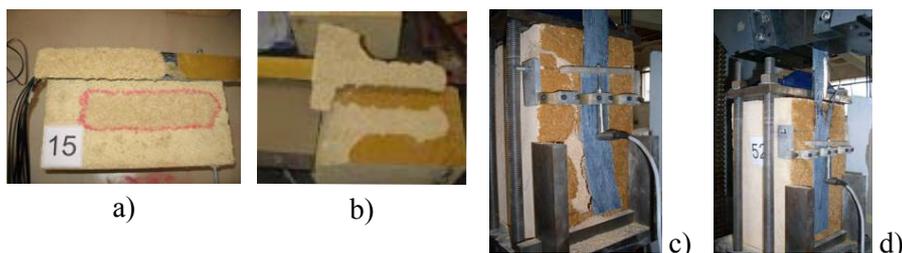


Fig. 3.135 – Differenti modalità di rottura fra i campioni: a) delaminazione, b) e c) rottura profonda, d) rottura della striscia di rinforzo

3.5 Indagine sperimentale: prove di Pull Off

Al precedente paragrafo 3.4 sono state mostrate le indagini sperimentali e le relative considerazioni scaturite in merito allo studio dell'interfaccia tra rinforzi in FRP e conci di calcarenite per azioni puramente tangenziali.

È tuttavia noto che, nel caso di rinforzi applicati all'intradosso di superfici curve o (in elementi piani) quando la rigidità dell'FRP è elevata, si possono avere significativi sforzi di trazione in direzione normale all'interfaccia (peeling) che riducono la forza di ancoraggio trasmissibile.

Per tali aspetti, la modalità d'indagine più corretta dovrebbe fare uso dei *peel test*, nei quali la striscia di rinforzo incollata al substrato è soggetta ad una forza di trazione inclinata di un determinato angolo (denominato angolo di peel). Il problema è stato in tal modo affrontato da alcuni autori (Karbhari e Engineer, 1996; Ueda e Dai, 2005; Pan e Leung, 2007) i quali, indagando su campioni in calcestruzzo, hanno sviluppato appositi setup di prova.

Per altra via il problema può essere affrontato in maniera “disaccoppiata”, ovvero indagando separatamente il comportamento per i modi di frattura I e II ed individuando un apposito criterio per tener conto del modo di frattura combinato. Nel prossimo capitolo, per il caso della volta rinforzata sull'intradosso, verrà mostrato un possibile approccio semplificato al problema che consente di valutare la riduzione della tensione di aderenza di progetto quando sono presenti tensioni di peeling. In quanto segue si illustreranno, invece, i risultati della campagna d'indagine sperimentale

condotta al fine di indagare sul comportamento dell'interfaccia per azioni normali al piano di incollaggio: prove di pull off.

Le prove di pull off sono state eseguite con controstampi quadrati, di lato 10 cm, adesi alla superficie dell'FRP mediante l'utilizzo della stessa resina utilizzata per l'applicazione dei rinforzi sui campioni di calcarenite. La superficie su cui è stato incollato il controstampo è stata isolata, attraverso l'incisione con una sega, in modo da limitare il test all'effettiva superficie di applicazione del controstampo ed evitare disturbi derivanti dalle condizioni al contorno.

Tutti i campioni sono stati realizzati con conci di calcarenite sui quali è stato applicato, con la tecnica wet-lay-up, la stessa tipologia di rinforzo ed, in particolare, tessuti in fibra di carbonio CFRP1 ($t_f=0,13$ mm, $E_f=230000$ N/mm²) impregnati in opera con resina epossidica senza il preliminare trattamento consolidante della superficie di incollaggio.

Le prove sono state eseguite collegando al controstampo, mediante un terminale con snodo sferico, un martinetto traente con pompa manuale (dotata di manometro digitale) che esercita una pressione di distacco in direzione normale alla superficie di incollaggio contrastando sulla restante superficie del concio (v. Fig. 3.136).

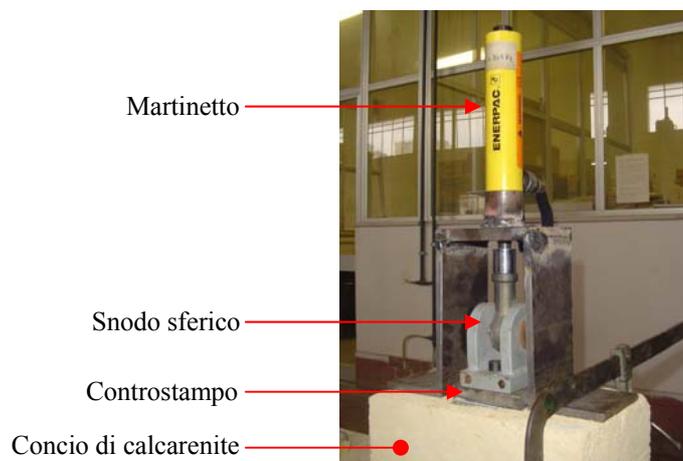


Fig. 3.136 – Esecuzione delle prove di pull-off

I risultati delle prove condotte, in termini di resistenza allo strappo e di modalità di crisi, sono riportate nella tabella 3.6 che segue.

Si osserva che tutti i campioni hanno manifestato una modalità di frattura di tipo coesiva coinvolgendo interamente il supporto di calcarenite, non interessando, quindi, l'interfaccia adesiva.

Campioni	Carico di pull-off F_p [kN]	Resist. a compressione del concio f_b [N/mm ²]	Resistenza allo strappo σ_p [N/mm ²]	Tipo di rottura
1	6,58	2,66	0,658	Coesiva
2	7,91	4,71	0,791	Coesiva
3	6,75	2,43	0,675	Coesiva
3	4,51	3,51	0,451	Coesiva
4	7,16	2,43	0,716	Coesiva
5	3,71	2,10	0,371	Coesiva
6	8,02	7,13	0,802	Coesiva
7	6,28	2,73	0,628	Coesiva
8	7,66	2,83	0,766	Coesiva
9	6,50	2,79	0,650	Coesiva
10	13,35	9,01	1,335	Coesiva
11	10,41	6,69	1,041	Coesiva
12	10,37	3,90	1,037	Coesiva
13	5,31	1,94	0,531	Coesiva
14	9,49	4,81	0,949	Coesiva
15	6,58	2,66	0,658	Coesiva
Media:		3,978	0,760	
Dev. Standard:		2,11	0,25	
Coeff. Variazione:		53,12%	32,88%	

Tabella 3.6 – Risultati delle prove di pull-off

Nella Fig. 3.137 che segue è, infine, riportata la correlazione fra la resistenza allo strappo rilevato dalle prove di pull-off e la resistenza a compressione del supporto di calcarenite, ottenuta dalle prove di compressione condotte su campioni cilindrici con rapporto diametro/altezza

pari a 1 ricavati dal carotaggio, dei conci utilizzati, in direzione ortogonale al piano di incollaggio dell'FRP.

Interpolando fra i risultati a disposizione si sono ricavate le seguenti due relazioni predittive alternative:

$$\sigma_p = 0,094 \cdot f_b + 0,384 \quad (3.87a)$$

$$\sigma_p = 0,3674 \cdot f_b^{0,533} \quad (3.87b)$$

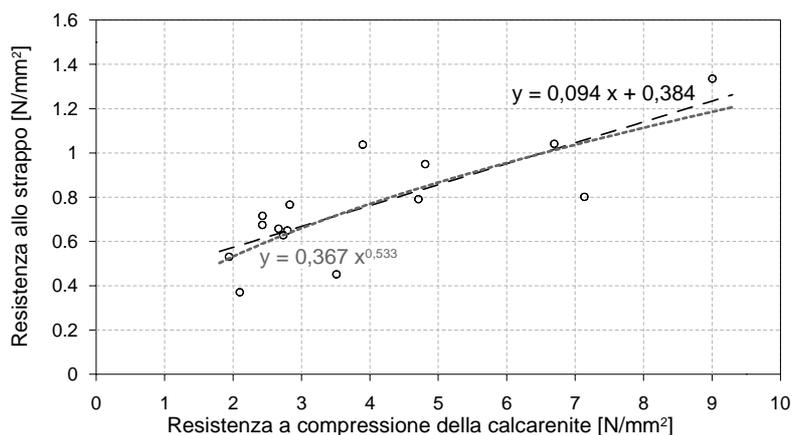


Fig. 3.137 – Interpolazione per la determinazione di una relazione tra la resistenza allo strappo e la resistenza a compressione del materiale di base

3.6 Analisi del comportamento a lungo termine (creep) dell'unione FRP-conci di calcarenite

La pericolosità degli effetti viscosi negli FRP per le applicazioni strutturali è riconosciuta dalle linee guida disponibili a livello nazionale (CNR DT 200/2004) ed internazionale (ACI Committe 440, 2000; CEB-FIP, 2001; JSCE, 1997) che, a tal riguardo, suggeriscono opportune restrizioni tensionali per evitare il creep.

E' noto, infatti, che i materiali a matrice polimerica esibiscono degli effetti viscosi non trascurabili. Il comportamento differito di questi materiali è influenzato sia dal carattere viscoso della matrice che da quello delle fibre che, però, generalmente esibiscono deformazioni viscosi di ridotta entità o

addirittura trascurabili come accade per le fibre di carbonio (CNR DT 200/2004). Nei polimeri, in cui la natura stessa del legame molecolare è causa di una naturale tendenza all'allungamento sotto l'azione di un carico permanente, il comportamento viscoso è, invece, particolarmente marcato.

Lo studio del comportamento a lungo termine può, almeno nelle fasi del creep primario e secondario, essere studiato nell'ambito della *viscoelasticità lineare*, che si basa sulla ipotesi di linearità nel tempo del legame tensione-deformazione e sulla applicabilità del principio di sovrapposizione degli effetti.

Riferendosi per semplicità al caso monodimensionale (v. Fig. 3.138), è possibile esprimere la deformazione ad un generico istante di tempo $\varepsilon=\varepsilon(t)$ provocata da un processo di carico arbitrario $\sigma=\sigma(t)$ scomponendo tale processo di carico in incrementi infinitesimi $d\sigma(\tau)$, applicati in tempi successivi all'istante iniziale t_0 e sommando le corrispondenti deformazioni (v. equazione (3.88)).

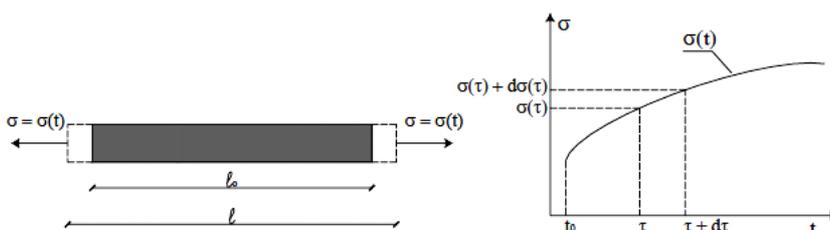


Fig. 3.138 – Provino soggetto ad un processo di carico arbitrario (Berardi et al., 2003)

$$\varepsilon(t) = \sigma(t_0)\Phi(t, t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau)d\sigma(\tau) \tag{3.88}$$

dove $\Phi(t,\tau)$, detta **funzione di viscosità**, rappresenta la deformazione complessiva al tempo τ prodotta da una tensione unitaria applicata all'istante t e mantenuta costante nell'intervallo $[\tau,t]$

La risoluzione della (3.88) presuppone la conoscenza della legge di variazione della tensione che, in generale, rappresenta un'incognita. Una possibile semplificazione consiste nella sostituzione dell'integrale che compare nella (3.88) con una espressione algebrica approssimata, ricorrendo,

tra i possibili metodi, al così detto *metodo del modulo elastico efficace*. Secondo questo, l'espressione che approssima detto integrale è rappresentata dal prodotto fra l'incremento dello stato tensionale relativo al passaggio da t_0 a t ed il competente valore della funzione di viscosità $\Phi(t, t_0)$. Si ottiene allora:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \sigma(t_0)\Phi(t, t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau)d\sigma(\tau) = \\ &= \sigma(t_0)\Phi(t, t_0) + [\sigma(t) - \sigma(t_0)]\Phi(t, t_0) = \sigma(t)\Phi(t, t_0) \end{aligned} \quad (3.89)$$

e, in altri termini:

$$\varepsilon(t) = \sigma(t) \frac{(1 + \varphi(t))}{E(t_0)} = \frac{\sigma(t)}{E(t)} \quad (3.90)$$

dove:

$$\varphi(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon(t_0)} \quad (3.91)$$

è detto **coefficiente di viscosità**, e rappresenta il rapporto fra la deformazione differita all'istante t e quella elastica istantanea.

La (3.90) mostra come, con la trattazione qui riportata, la risoluzione di un problema viscoelastico lineare si sia ricondotto a quello di un problema elastico lineare caratterizzato da un modulo di elasticità normale $(1+\varphi(t))$ volte più piccolo del valore iniziale $E(t_0)$. Da ciò si deduce che il fenomeno può essere visto come una riduzione nel tempo del modulo di Young del materiale nel tempo.

Questo aspetto è, quindi, di rilevante importanza se si osserva che dall'accoppiamento di due elementi con differenti proprietà reologiche possono insorgere nel tempo fenomeni di migrazioni dall'elemento più viscoso all'altro. Inoltre, la migrazione delle tensioni conseguente alla variazione del modulo elastico (e quindi della rigidità) di uno dei due aderenti può limitare o addirittura vanificare i benefici dell'intervento di rinforzo.

In questo contesto, la campagna d'indagine intrapresa ha voluto rilevare gli effetti del carico costante nel tempo su campioni costituiti da conci di calcarenite con incollata una striscia di tessuto in fibra di carbonio.

La prova attuata è stata del tipo *single shear pushing test* dove il carico, incrementato staticamente fino al valore prefissato, è stato, poi, lasciato invariato nel tempo.

L'indagine ha riguardato 8 campioni le cui caratteristiche sono riportate nella Tabella 3.7 che segue.

In particolare i campioni sono stati confezionati seguendo la stessa metodologia di rinforzo consistente nell'applicare in opera, mediante la tecnica del *wet-lay-up*, una striscia di CFRP1 caricandola, poi, con due diversi livelli di carico di 2,05 kN e 2,85 kN pari rispettivamente a circa il 50% e il 70% del carico di delaminazione atteso.

Campioni	L [mm]	b _f [mm]	t _f [mm]	Carico [kN]
A e C	150	50	0,13	2,05
B e D	150	50	0,13	2,85
E e G	250	50	0,13	2,05
F e H	250	50	0,13	2,85

Tabella 3.7 – Programma di indagine sperimentale: prove di creep

Nella Fig. 3.139 è rappresentata schematicamente l'apparecchiatura di prova e riportata una fotografia della stessa con la strumentazione impiegata. Sul piano di appoggio appositamente realizzato sono stati posizionati i campioni vincolandoli allo stesso per mezzo di barre filettate e di piastre posizionate sulla base superiore dei campioni. All'estremità libera della striscia di tessuto è stato appeso il sistema di carico costituito da dischi di ghisa, ciascuno del peso di circa 0,4 kN.

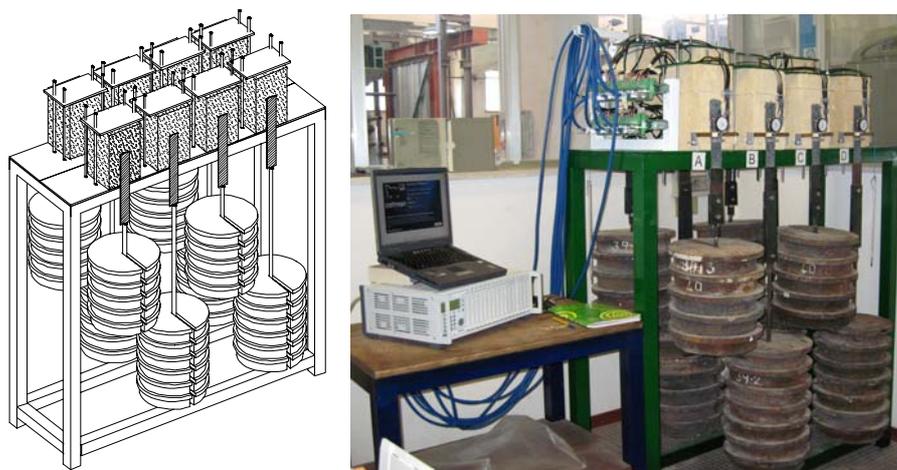


Fig. 3.139 – Apparechiatura e strumentazione per la prova di creep

Sulle strisce di tessuto sono stati applicati estensimetri a resistenza per la misura delle deformazioni ed un trasduttore di spostamento millesimale per la misura degli scorrimenti

Durante il primo anno i campioni sono stati mantenuti ad una temperatura e umidità relativa sufficientemente controllate rispettivamente di circa 30° C e del 55%. Negli anni successivi sono stati tenuti in condizioni di temperatura ed umidità ambientali

Durante le fasi di caricamento è stata rilevata, per ciascun campione, la curva carico-scorrimento qui riportata nelle Figg. 3.140-3.147 che seguono.

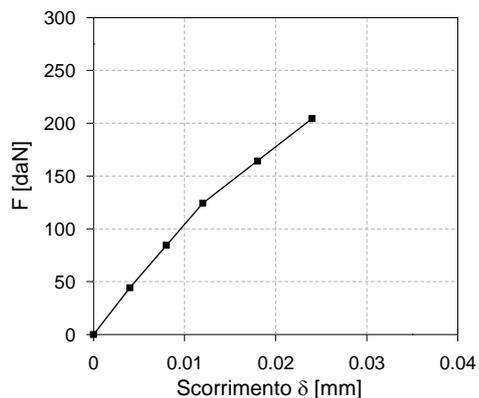


Fig. 3.140 – Curva carico-scorrimento relativa alla fase di carico del campione A

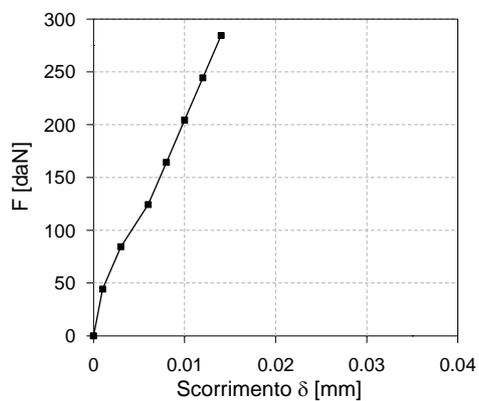


Fig. 3.141 – Curva carico-scorrimento relativa alla fase di carico del campione B

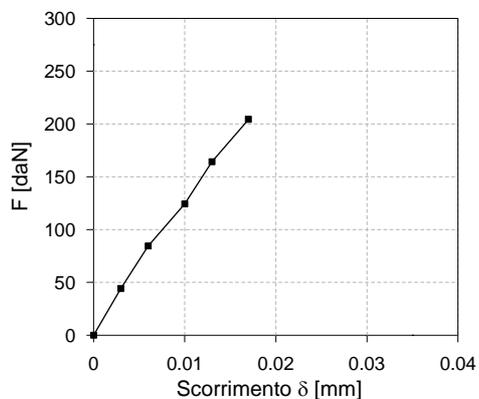


Fig. 3.142 – Curva carico-scorrimento relativa alla fase di carico del campione C

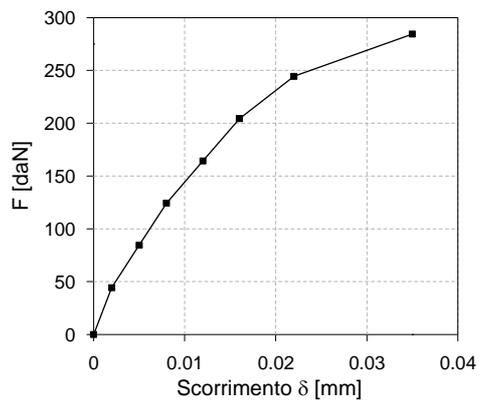


Fig. 3.143 – Curva carico-scorrimento relativa alla fase di carico del campione D

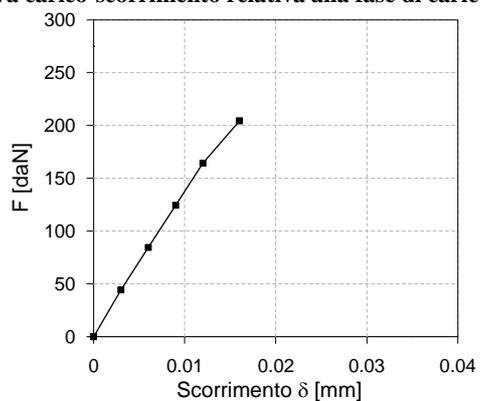


Fig. 3.144 – Curva carico-scorrimento relativa alla fase di carico del campione E

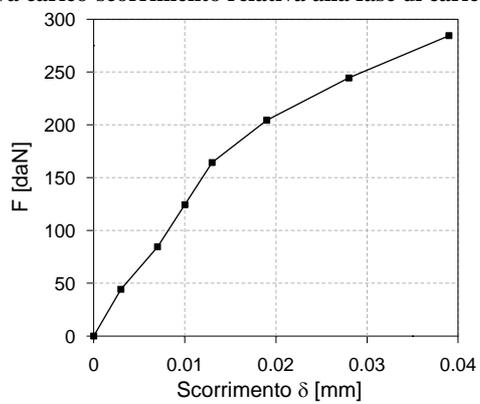


Fig. 3.145 – Curva carico-scorrimento relativa alla fase di carico del campione F

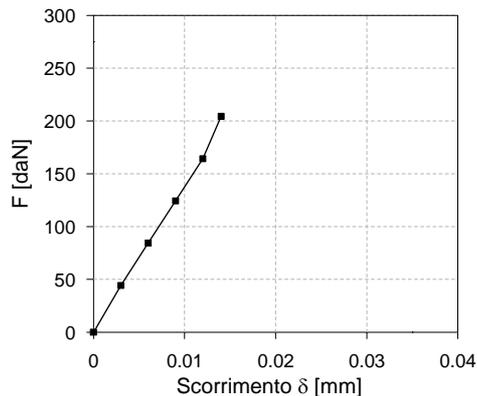


Fig. 3.146 – Curva carico-scorrimento relativa alla fase di carico del campione G

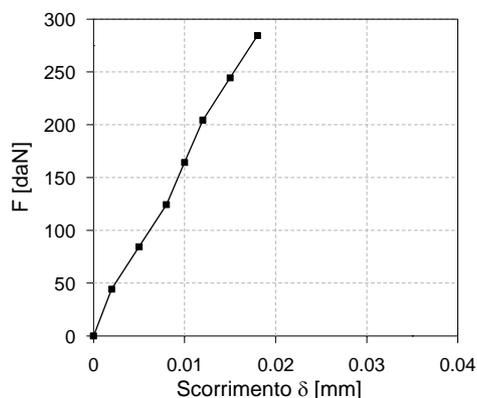


Fig. 3.147 – Curva-carico scorrimento relativa alla fase di carico del campione H

Le curve mostrano che i campioni hanno risposto con un comportamento elastico lineare ad eccezione dei campioni D ed F, nei quali si è con chiarezza superato tale limite. In questi due campioni lo scorrimento complessivo al termine della fase di caricamento è stato circa il doppio di quello degli altri campioni. Come sarà mostrato in seguito, il comportamento a lungo termine di questi due campioni è di particolare rilevanza.

Completata la fase di carico è iniziato il rilevamento nel tempo delle deformazioni del composito (qui non riportate per brevità) e dello scorrimento dell'estremo caricato.

Nei grafici di Fig. 3.148-3.151, che seguono, sono rappresentate le curve δ -t per A, D, E, F analizzati.

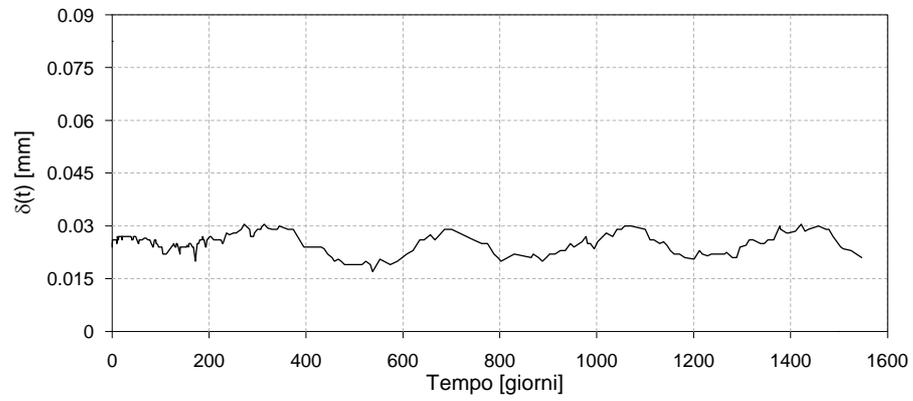


Fig. 3.148 – Curva scorrimento-tempo del campione A

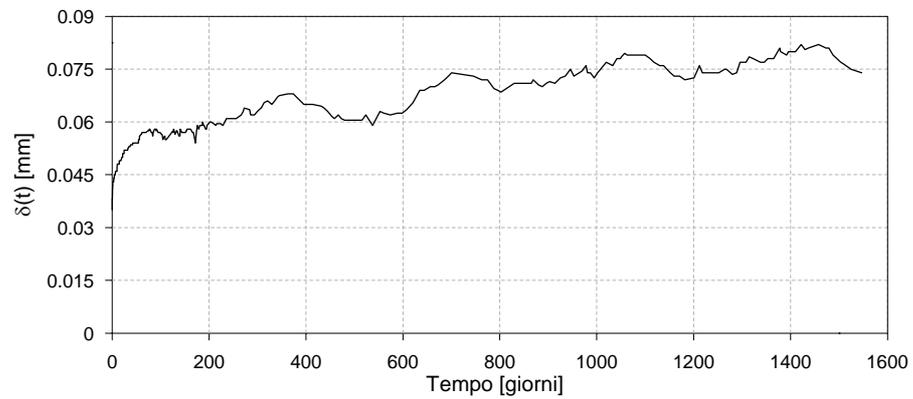


Fig. 3.149 – Curva scorrimento-tempo del campione D

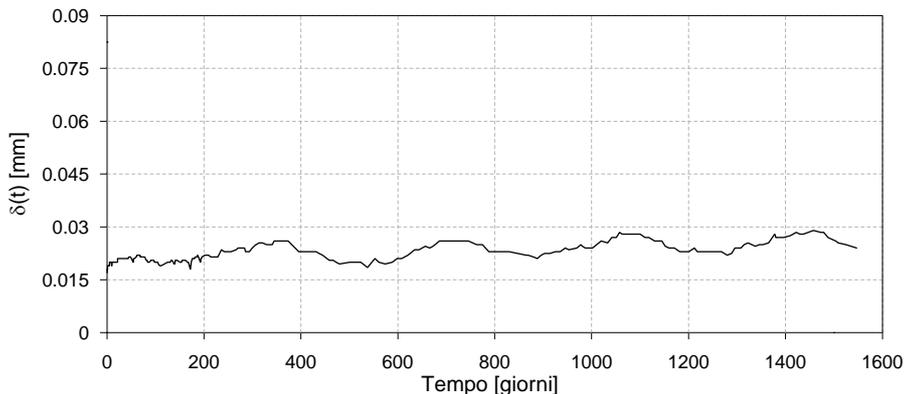


Fig. 3.150 – Curva scorrimento-tempo del campione E

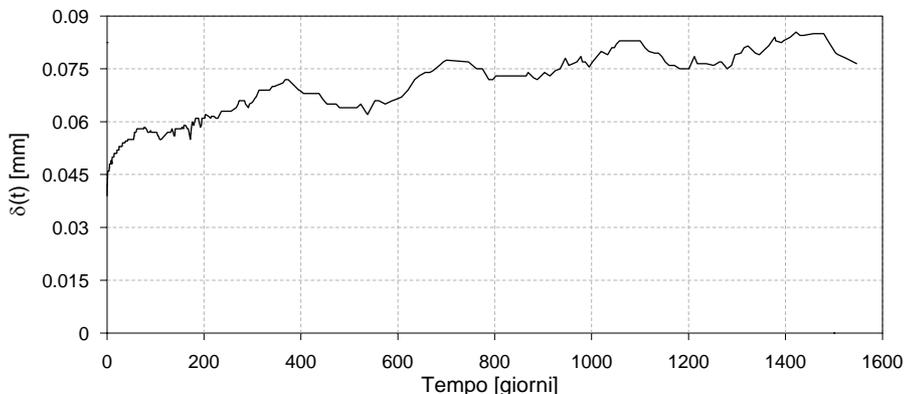


Fig. 3.151 – Curva scorrimento-tempo del campione F

Questi grafici mostrano come, al di là delle oscillazioni legate alle variazioni stagionali di temperatura ed umidità relativa, nei campioni con il più basso livello di carico, campioni A ed E, le deformazioni si sono mantenute pressochè invariate nel tempo e pari a quella elastica istantanea. Nei campioni con un più alto livello di carico, ed in particolare per i campioni D ed F, lo scorrimento è cresciuto con una legge, secondo la formulazione di Findley (1987), del tipo $\delta(t) = \epsilon_0 + m \cdot \delta^n$ in cui i coefficienti m ed n sono stati determinati mediante l'interpolazione dei dati a

disposizione. In particolare, nei grafici di Fig. 3.152 e 3.153 che seguono, sono riportate, epurandole dallo scorrimento istantaneo, le curve scorrimento-tempo dei campioni D ed F unitamente alla curva ottenuta dall'interpolazione dei risultati sperimentali:

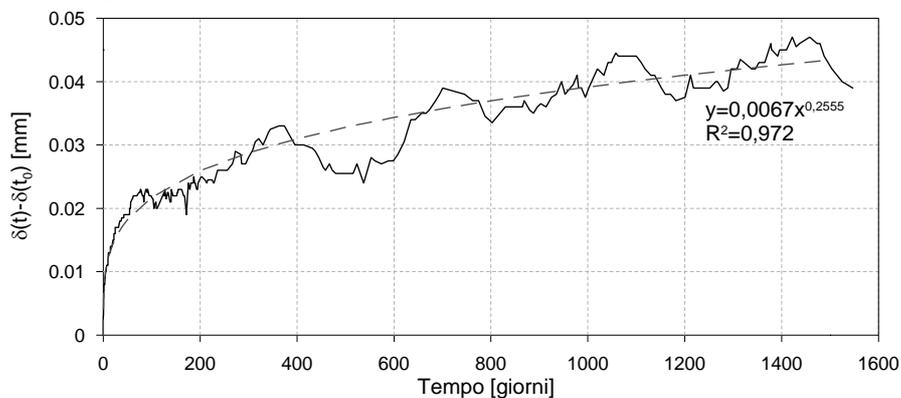


Fig. 3.152 – Curva scorrimento-tempo del campione D, ottenuta epurando i risultati dallo scorrimento istantaneo, e curva teorica ottenuta mediante interpolazione

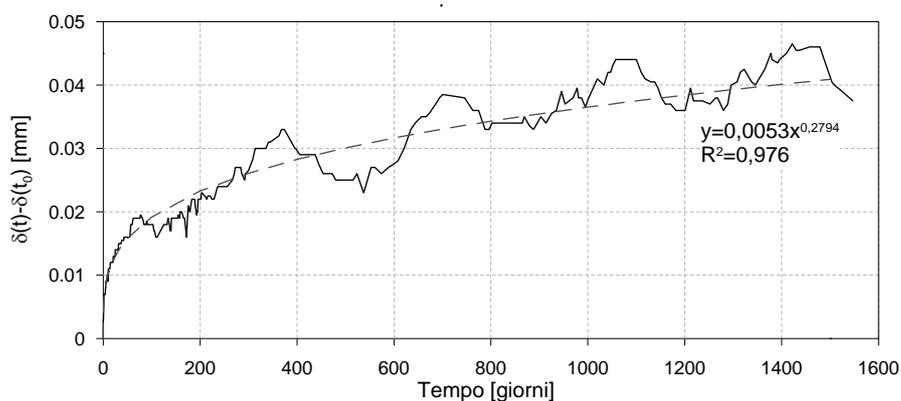


Fig. 3.153 – Curva scorrimento-tempo del campione F, ottenuta epurando i risultati dallo scorrimento istantaneo, e curva teorica ottenuta mediante interpolazione

Oltre alla determinazione dell'andamento delle deformazioni nel tempo, con i dati a disposizione è stato possibile calcolare il coefficiente di viscosità definito dalla (3.91), ricorrendo alle seguenti ipotesi formulate da Choi et al. (2007):

- a) il materiale di base è privo di creep, sia in ragione della circostanza che, generalmente, questo ha proprietà reologiche meno marcate sia perché al momento in cui si realizza l'intervento di rinforzo la struttura esistente ha presumibilmente già esaurito le deformazioni differite;
- b) il rinforzo è privo di creep. Ciò, come già detto, non è lontano dal vero per i tessuti in fibra di carbonio.

Sotto dette ipotesi, con riferimento alla Fig. 3.154, le deformazioni differite sono da attribuire esclusivamente alla deformazione a taglio dello strato di resina tra la striscia di rinforzo ed il materiale di base stesso.

Lo scorrimento differito può essere calcolato come:

$$\gamma_{\text{creep}} = \frac{\delta(t) - \delta(t_0)}{h} \tag{3.92}$$

dove h rappresenta lo spessore dello stato di resina (v. Fig.3.154).

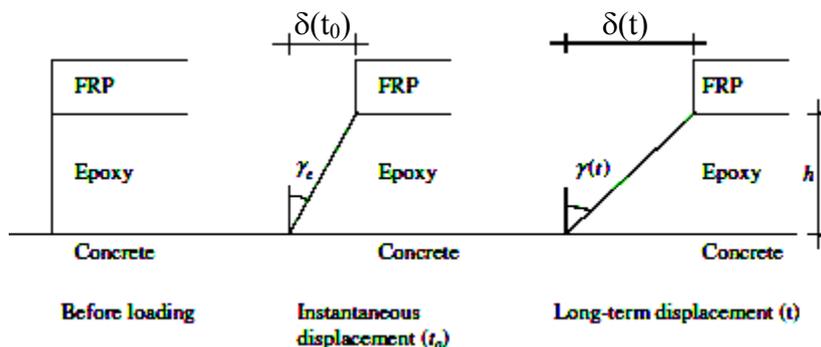


Fig. 3.154 – Deformazioni differite nello strato di resina tra substrato e striscia di rinforzo (Choi et al., 2007)

Pertanto il coefficiente di viscosità può essere calcolato come:

$$\varphi(t) = \frac{\gamma_{\text{creep}}}{\gamma_{\text{el-istananea}}} = \frac{\delta(t) - \delta(t_0)/h}{\delta(t_0)/h} = \frac{\delta(t) - \delta(t_0)}{\delta(t_0)} \quad (3.93)$$

Mediante la (3.93) sono stati calcolati i coefficienti di viscosità per i quattro campioni A, D, E ed F prima considerati:

Campioni	φ (t=1547 giorni)
A	0,21
D	1,34
E	0,68
F	1,18

Tabella 3.8 – Coefficienti di viscosità dei quattro campioni analizzati

Dai risultati contenuti nella tabella 3.8 si evince come il fenomeno sia tutt'altro che trascurabile per i campioni D ed F, i quali hanno manifestato maggiori scorrimenti ed un comportamento non elastico nella fase di caricamento.

Ciò evidenzia, pertanto, la necessità di introdurre opportune limitazioni tensionali per un corretto progetto degli interventi di rinforzo con FRP qualora questi debbano essere soggetti ad azioni permanenti predominanti.

Si riportano, infine, le curve carico-scorrimento delle prove di delaminazione condotte sui campioni in esame, al termine del periodo di prova di 1550 giorni.

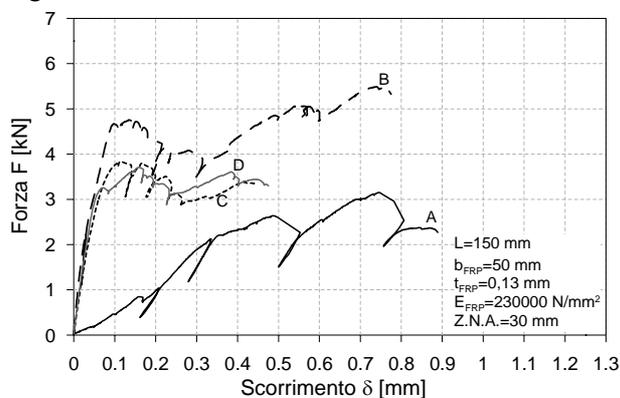


Fig. 3.155 – Curva carico-scorrimento dei campioni A, B, C e D

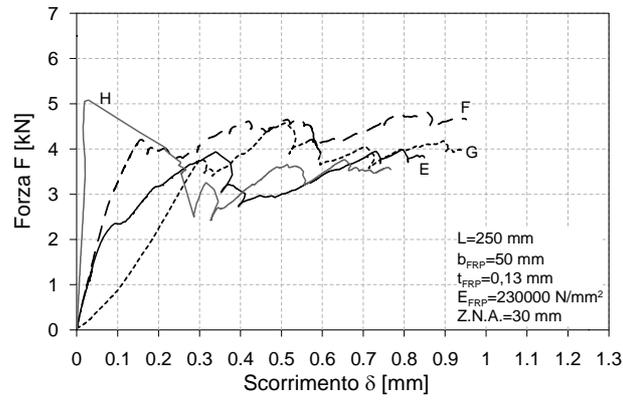


Fig. 3.156 – Curva carico-scorrimento dei campioni E, F, G e H

3.7 Bibliografia

M. Accardi (2004). "Strengthening of Masonry Structural elements subjected to Out-of-Plane Loads using CFRP reinforcement". Tesi di Dottorato in Ingegneria delle Strutture, Università degli Studi di Palermo, Tutor: La Mendola, L., Failla, A.

M. Accardi, C. Cucchiara, A. Failla, L. La Mendola (2007) "CFRP Flexural Strengthening of masonry walls: experimental and analytical approach". FRPRCS-8 University of Patras, Patras, Greece, July 16-18, 2007.

M. Accardi, C. Cucchiara, L. La Mendola (2007) "Bond behavior between CFRP strips and calcarenite stone". Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures - Vol. 2 - Design, Assessment and Retrofitting of rc structures, Ed. Carpinteri et al., 2007.

M. Accardi, L. La Mendola (2004). "Stress transfer at the interface of bonded joints between FRP and calcarenite natura stone". IV Int. Seminar of structural Analysis of historical constructions, Padova, 2004, Italy, p. 867-874.

M. Accardi, L. La Mendola, G. Zingone (2004). "CFRP sheets bonded to natural stone: interfaccial phenomena". 8° Int. Conf. On Computer Aided Assessment and Control in Damage and Fracture Mechanics, 2004, Creta, Greece, 2004, p. 173-182.

ACI Committee 440 (2000). "Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures".

M.A. Aiello, M. Leone, L. Ombres (2004). "Analisi dell'aderenza fra elementi in calcestruzzo e rinforzi in materiale composito fibrorinforzato" Estratto dagli Atti del 15° Congresso C.T.E. Bari, 4-5-6 Novembre 2004.

M.A. Aiello, M.S. Sciolti (2006). "Bond analysis of masonry structures strengthened with CFRP sheets". Costruction and Bulding Materials, Vol 20, 2006, p. 90-100.

M.A. Aiello, M.S. Sciolti (2004). "Influence of materials properties and specimens geometry on bond between FRP sheet and natural stone". Atti del

convegno Meccanica delle Strutture in Muratura Rinforzate con FRP Materials: Modellazione, Sperimentazione, Progetto, Controllo 6-8 dicembre 2004, Venezia, Italia, p. 17-28.

L. Ascione, V.P. Berardi, G. Mancusi. (2003). "Comportamento a lungo termine sotto carichi statici di travi in c.a. placcate con lamine in FRP" - Estratto dagli Atti del XXXII convegno nazionale dell' AIAS Salerno 3-6 settembre 2003.

L. Ascione, L. Feo (2005). "CNR-DT 200/2004 genesi ed articolazione". L'edilizia 139, 2005, p. 16-20.

F. Bencardino (2004). "Analisi numerica e confronti sperimentali di travi inflesse in c.a. con rinforzo esterno in CFRP". L'Industria Italiana del Cemento 794, 2004, pp. 60-82.

A. Benedetti, E. Sacco (2005). "Il rinforzo delle strutture murarie con FRP". L'edilizia 139, 2005, p. 52-61.

V.P. Berardi, A. Giordano, G. Mancusi (2003). "Modelli costitutivi per lo studio della viscosità nel placcaggio strutturale con FRP". Estratto dagli Atti del XXXII convegno nazionale dell' AIAS Salerno 3-6 settembre 2003.

L. Bizindavyi, K.W. Neale (1999). "Transfer lengths and strengths for composites bonded to concrete". J. of Composites for Construction, Vol. 3, No. 4, 1999, p. 153-160.

G. Camorani (2010). "Un contributo alla progettazione di interventi di rinforzo di strutture in muratura con materiali compositi: indagine sperimentale e modelli teorici". Tesi di Dottorato in Ingegneria delle Strutture e del Recupero Edilizio e Urbano, Università degli Studi di Salerno, Tutor: E. Martinelli

G. Campione, C. Cucchiara, L. La Mendola, G. Zingone (2002). "Interfacial phenomena in masonry members reinforced with FRP". 12th European Conference on Earthquake Engineering. Paper reference 609.

R. Capozucca (2010). "Experimental FRP/SRP-historic masonry delamination". Composite Structures, 92, 2010, p.891-903.

C. Carloni, M. Ali-Ahmad, L. Nobile, K. Subramaniam (2005). "Effetto scala nei problemi di interfaccia FRP/Calcestruzzo". Estratto dagli Atti del XXXIV convegno nazionale dell' AIAS Milano 14-17 settembre 2005.

CEB-FIP Task Group 9.3. (2001). "Externally bonded FRP reinforcement for RC structures". CEB Bulletin 14, 2001.

F. Ceroni, M. Pecce (2006). "Bond test on concrete and masonry blocks externally bonded with FRP". Third International Conference on FRP Composites in Civil Engineering (CICE 2006), 13-15 December 2006, Miami, Florida.

F. Ceroni, M. Pecce (2006). "Procedure per prove di aderenza su elementi in c.a. e muratura rinforzati con FRP". Estratto dagli Atti del convegno nazionale Sperimentazione su materiali e strutture, Venezia, 6-7 Dicembre, 2006.

J.F. Chen, Z.J. Yang, G.D. Holt (2001). "FRP or steel plate-to-concrete bonded joints: Effect on test methods on experimental bond strength". Steel and Composite Structures, Vol. 1, No. 2, 2001, p. 231-244.

J.F. Chen, J.G. Teng (2001). "Anchorage strength models for FRP and steel plates bonded to concrete". J. Struc. Eng. ASCE, Vol 127, 7, 2001, p. 784-791.

K.K. Choi, P. Meshgin, M.M.R. Taha (2007) "Shear creep of epoxy at the concrete-FRP interfaces". Composites: Part B, Vol. 38, 2007, p. 772-780.

CNR-DT 200/2004 (2004). "Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati".

E. Cosenza, M. Pecce (2001). "Shear and Normal stress interaction in coupled structural system". J. Of Structural Engineering, Vol. 127, No. 1, 2001, p.84-88.

C. Faella, E. Martinelli, E. Nigro (2002). "Aderenza tra calcestruzzo e lamine di FRP utilizzate come placcaggio di elementi inflessi. Parte I: Risultati sperimentali". Estratto dagli Atti del 14° Congresso C.T.E. Mantova, 7-8-9 Novembre 2002.

C. Faella, E. Martinelli, E. Nigro (2002). "Aderenza tra calcestruzzo e lamine di FRP utilizzate come placcaggio di elementi inflessi. Parte II: Modelli teorici ed elaborazioni numeriche". Estratto dagli Atti del 14° Congresso C.T.E. Mantova, 7-8-9 Novembre 2002.

D. Ferretti, M. Savoia (2003). "Non-Linear model for R/C tensile members strengthened by FRP-Plates". *Engineering Fracture Mechanics*, No. 70, 2003, p. 1069-1083.

W.N. Findley (1987). "26-year creep and recovery of polyvinyl chloride and polyethylene". *Polym. Eng Sci.*, Vol. 27, 8, p. 582-585.

G. Giambanco (2004). "Problematiche di ingegneria strutturale nell'impiego di FRP nel consolidamento delle murature. Aspetti progettuali e criteri di calcolo". Congresso nazionale Tecniche di recupero e consolidamento con materiali compositi; Norme, Progetto e Durabilità - Palermo, 15 Ottobre 2004.

I. Iovinelli (2009). "Influenza dei trattamenti superficiali sull'efficacia del rinforzo esterno in FRP". Tesi di Dottorato in Ingegneria dei Materiali, Università di Napoli Federico II, Tutor: G. Manfredi e A. Prota.

V.M. Karbhari, M. Engineer (1996). "Investigation of Bond between Concrete and Composites: Use of a Peel Test". *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 15, 1996, p. 208-227.

L. La Mendola, C. Cucchiara, M. Accardi (2010). "Interface Behaviour of Bonded CFRP-Calcarenite Stone Joints". *Journal of the International Masonry Society* *Masonry International*, Vol. 23, 2, 2010, p.59-68.

L. La Mendola, G. Campione, C. Mascari, G. Zingone (2001). "Experimental Investigation on delamination phenomena between fiber reinforced plastic (FRP) and Masonry". 9th Canadian Masonry Symposium Fredericton - Canada June 4,5,6 2001.

E.J. Lang,, T.W. Chou (1998). "The effect of strain gage size on measurement errors in textile composite materials". *Composites Science and Technology*, N. 58, 1998, p. 539-548

X.Z. Lu, J.F. Chen, L.P. Ye, J.G. Teng, J.M. Rotter (2005) "Theoretical analysis of FRP stress distribution in U jacketed RC beams". *Proc. 3rd Int.*

Conference on Composites in Construction (CCC2005), July, Lyon, France, p. 541-548.

X.Z. Lu, J.G. Teng, L.P. Ye, J.J. Jiang (2005). "Bond-Slip Models for FRP sheets/plates bonded to concrete". *Engineering Structures* 27, 2005, p. 920-937.

X.Z. Lu, J.G. Teng, L.P. Ye, J.J. Jiang (2005). "Meso-scale finite element model for FRP sheets/plates bonded to concrete". *Engineering Structures* 27, 2005, p. 564-575.

Lusas 13.3. - Theory manual and Modeler user manual - FEA Ltd. 2000

C. Mazzotti, M. Savoia, B. Ferracuti (2008). "An experimental study on delamination of FRP plates bonded to concrete". *Construction and Building Materials* 22, 2008, p. 1409-1421.

C. Mazzotti, M. Savoia, B. Ferracuti (2009). "A new single-shear set-up for stable debonding of FRP-concrete joints". *Construction and Building Materials*, 23, 2009, p. 1529-1537.

M. Monti, M. Renzelli, P. Luciani (2003). "FRP adhesion in uncracked and cracked concrete zones" *Proc. Of 6th international symposium on FRP reinforcement for concrete structures*, Singapore: World Scientific Publications, 2003, p. 183-192.

K. Nakaba, T. Kanakubo, T. Furuta, H. Yoshizawa (2001). "Bond Behavior between Fiber-Reinforced Polymer Laminates and Concrete" *ACI Structural Journal*, Vol. 98, No. 3, May-June 2001, p.359-367.

U. Neubauer, FS. Rostasy (1997). "Design aspects of concrete structures strengthened with externally bonded CFRP". *Proc. of 7th international conference on structural faults and repair*, vol. 2 Edinburgh (scotland), ECS publications, 1997, p. 108-118.

M. Orlando, M. Riccetti, A. Vignoli (2005). "Travi di c.a. rinforzate a flessione con lamine di FRP. Parte II: simulazione numerica del fenomeno della delaminazione". *L'edilizia* 136, anno XIX, p. 52-59.

J. Pan, C.K.Y. Leung (2007). "Debonding along the FRP-concrete interface under combined pulling/peeling effects". *Engineering Fracture Mechanics*, Elsevier, 74, 2007, p. 132-150.

M. Pecce, F. Ceroni, A. Prota, E. Cosenza (2000). "Alcune osservazioni sulla valutazione delle tensioni di interfaccia nel rinforzo esterno con FRP". Estratto dagli Atti del 13° Congresso C.T.E. Pisa, 9-11 Novembre 2000.

M. Savoia, C. Mazzotti, B. Ferracuti, R. Olivito, C. Poggi, G. Fava, E. Nigro, A. Bilotta, M. Di Ludovico, F. Ceroni (2009). "Effetto del sistema di prova sulla resistenza per aderenza calcestruzzo-FRP". Atti del convegno Nazionale IGF XX, Torino 2009, p. 225-236.

M. Savoia, B. Ferracuti, C. Mazzotti (2003). "Sul problema della delaminazione di placche in FRP utilizzate per il rinforzo di elementi in calcestruzzo". Estratto dagli Atti del XXXII convegno nazionale dell' AIAS Salerno 3-6 settembre 2003.

M. Savoia, B. Ferracuti, C. Mazzotti (2003). "Non linear bond-slip law for FRP-concrete interface". FRPRCS-6, Singapore, pp.1-10, (2003).

M. Savoia, B. Ferracuti, C. Mazzotti (2003). "Una legge di interfaccia non lineare per placcaggi con lamine in FRP". Estratto dagli Atti del XVI congresso AIMETA di Meccanica Teorica e Applicata.

S.K. Sharma, M.S. Mohamed Ali, D. Goldar, P.K. Sikadar (2006) "Plate-Concrete interfacial bond strength of FRP and metallic plated concrete specimens". Composites: Part B, Vol 37, 2006, p. 54-63.

B. Taljsten (1996). "Strengthening of concrete prisms using the plate-bonding technique". International Journal of Fracture 82, 1996, p. 253-266.

J. G. Teng, L. De Lorenzis, B. Wang, R. Li, T.N. Wong, L. Lam (2006). "Debonding Failures of RC beams strengthened with near surface mounted CFRP strips". J. of Composites for Construction, Vol. 10, No. 2, 2006, p. 92-105.

H. Toutanji, P. Saxena, L. Zhao (2006). "Prediction on bond failure of concrete prism bonded with FRP composites". Third International Conference on FRP Composites in Civil Engineering (CICE 2006), 13-15 December 2006, Miami, Florida.

T. Ueda, J. Dai (2005). "Interface bond between FRP sheets and concrete substrates: properties, numerical modeling and roles in member behaviour". Prog. Struct. Engng Mater, 2005, 7, p.27-43.

Z. Wu, H. Yuan, H. Niu (2002). "Stress transfer and fracture propagation in different kinds of adhesive joints". J. Eng. Mech. ASCE, Vol 128, No. 5, 2002, p. 562-573.

J. Yao , J.G. Teng, J.F. Chen (2005). "Experimental study on FRP-to-concrete bonded joints". Composites: Part B, Vol 36, 2005, p. 99-113

H. Yuan, J.G. Teng, R. Sercino, Z.S. Wu, J. Yao (2004) "Full range behavior of FRP-to-concrete bonded joints". Engineering Structures 26, 2004, p. 553-565.

CAPITOLO 4

VOLTE MURARIE RINFORZATE MEDIANTE FRP

4.1 Premessa

La tecnica del rinforzo/riparazione di archi e volte in muratura mediante l'applicazione di compositi fibrorinforzati (FRP) è ormai divenuta da alcuni anni una pratica operativa corrente. Tali interventi, generalmente realizzati mediante l'applicazione di tessuti impregnati in opera (che meglio si adattano alle superfici degli elementi strutturali), possono essere attuati applicando il rinforzo sull'estradosso o sull'intradosso della struttura in funzione delle diverse possibilità e/o delle restrizioni presenti, quali ad esempio la presenza di pavimentazioni di pregio o, all'intradosso, di affreschi o dipinti.

Nel presente capitolo verranno illustrati i principali metodi di analisi e verifica di volte in muratura rinforzate e non. Si mostreranno i risultati ottenuti da una campagna di indagini sperimentali condotta su volte a sesto ribassato in scala reale realizzate in conci di calcarenite e malta di connessione.

4.2 Analisi degli archi e delle volte in muratura

4.2.1 Evoluzione dello studio della statica degli archi e delle volte

Lo studio della stabilità degli archi e delle volte in muratura non può prescindere dall'analisi, se pur in maniera sintetica, dell'evoluzione delle teorie che, sino ad oggi, si sono susseguite. L'estesa letteratura scientifica sull'argomento mostra l'interesse suscitato in molti studiosi volto alla ricerca di modelli teorici che potessero interpretare meglio il problema in oggetto. Un attento esame e confronto delle principali memorie sull'argomento è riportato in E. Benvenuto, 1990 e in M. Paradiso ed altri, 2007; nel seguito ne è riportata una breve sintesi.

Il primo chiaro riferimento allo studio dell'arco come elemento strutturale si deve a Leonardo da Vinci. Nei Codici di Madrid e nel Codice Foster sono riportati e commentati diversi schizzi che mostrano: i meccanismi di collasso di un arco per effetto di carichi concentrati (v. Fig. 4.1), studi finalizzati alla misura sperimentalmente della spinta dell'arco sull'imposta, attraverso il valore dei pesi applicati a catene che scorrono su carrucole (v. Fig. 4.2), e alle differenze tra il comportamento di un arco a sesto acuto rispetto a quello a sesto ribassato.

L'importante contributo teorico del XVIII secolo nello studio della statica delle strutture voltate si deve in gran parte alla cultura scientifica francese nell'ambito degli studi teorici sugli archi e sulle volte. Sono di particolare rilevanza gli studi condotti da P. De la Hire, A. Parent, B. F. Belidor e C. A. Couplet.

I problemi affrontati da De la Hire sono, sostanzialmente, lo studio dell'arco e della volta indipendente dai piedritti, trattato nella memoria *Traité de Mécanique* (pubblicato nel 1730), nonché lo studio dei piedritti in relazione allo spessore degli stessi ed alla spinta proveniente dalla volta, trattato nella seconda memoria *Sur la construction des voûtes dans les édifices* (pubblicato nel 1731).

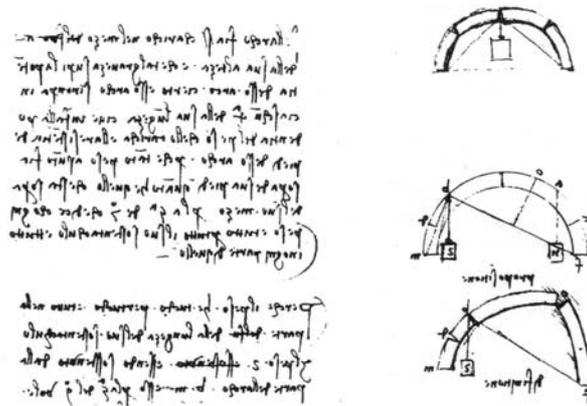


Fig. 4.1 – Schizzi rappresentativi di meccanismi di collasso di un arco per effetto di carichi concentrati (Leonardo da Vinci, Codici di Madrid)

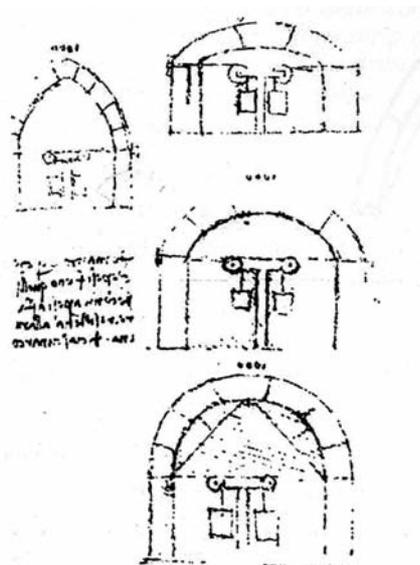


Fig. 4.2 – Schizzi rappresentativi la misurazione sperimentale della spinta dell'arco sull'imposta (Leonardo da Vinci, Codice Foster)

De Belidor, in una memoria pubblicata nel 1729, propone una rivisitazione dell'opera di De la Hire con lo scopo di definire “*la grossezza dei piedritti d'ogni specie di volte*”.

Negli stessi anni C. A. Couplet fornisce un significativo contributo sull'argomento e, in particolare, nella seconda memoria (*Seconde partie del l'examen de la poussée des voûtes*, 1730) abbandona l'iniziale ipotesi di giunto scorrevole e chiarisce il fenomeno possibile di rotazione mutua intorno a certi punti di intradosso o estradosso.

Nella seconda metà del 1700 si assiste ad una svolta degli studi sugli archi e sulle volte: viene meno l'attenzione al problema inteso come indicazione costruttiva a favore dello studio della stabilità in termini di verifica di una struttura di dimensioni assegnate. In tale ambito s'inserisce certamente il lavoro svolto da Charles A. Coulomb che, partendo dalle teorie esposte da De la Hire, riconosce in modo esauriente la necessità di considerare “l'attrito e l'aderenza” tra i giunti. Il primo corollario enunciato da Coulomb riguarda lo studio di una volta *infinitamente sottile* per la quale, conoscendo l'equazione della curva (che ne definisce la forma) è possibile ricavarne la distribuzione di carico che la determina e, viceversa, nota la legge di distribuzione del carico è possibile determinare l'equazione della curva. Il secondo corollario riguarda le volte *di grossezza finita* e fornisce la dimensione dello spessore della volta in ogni punto soggetta al peso proprio analizzando il collasso dell'arco per scorrimento dei giunti. Il terzo corollario riguarda la determinazione della direzione dei giunti qualora siano assegnati sia la curva di intradosso che di estradosso.

A fianco ai suddetti studi sono sicuramente da annoverare i contributi scientifici dovuti a David Gregory (in *Catenaria, Philosophical Transactions*, 1967), al quale si deve la definizione della catenaria come forma effettiva dell'arco a spessore costante caricato dal solo peso proprio, e a Lorenzo Mascheroni (in *Nuove Ricerche sull'equilibrio delle volte*, 1785), che affronta in maniera più rigorosa l'analisi del cinematismo di collasso di un sistema arco-piedritto, già affrontato da De la Hire e da De Belidor.

Nel XIX secolo vengono sviluppate teorie relative all'argomento che sono conseguenti ai temi affrontati nel secolo precedente. In questi anni sono rilevanti i contributi forniti da L. C. Boistard, da E. M. Gauthey e da M. Audory.

Boistard, in *Recueil d'expériences et observations* (1800), si occupa sperimentalmente: delle modalità di collasso di un arco di ponte, delle resistenze degli appoggi e degli sforzi cui sono soggette le centine durante la realizzazione della struttura. Successivamente Audory, basandosi sulle esperienze sperimentali di Boistard, applica i metodi proposti da Coulomb per la ricerca dei giunti di rottura alle reni.

F. J. Gerstner, nel 1831, nell'ambito della ricerca sulla definizione della curva delle pressioni, fu il primo ad accorgersi che lo stato di equilibrio delle volte è staticamente indeterminato. Egli infatti, applicando la statica grafica, si accorse che esistono infinite curve delle pressioni soddisfacenti l'equilibrio con l'unica condizione che questa risultasse contenuta nello spessore dell'arco.

Tale circostanza venne in seguito dimostrata sperimentalmente, nel 1846, su un modello a scala reale di un arco con giunti realizzati (ciascuno) da quattro elementi di legno. Rimuovendo per ogni giunto tre dei quattro pezzi secondo diverse configurazioni, individuò diverse posizioni alternative della curva delle pressioni soddisfacenti la condizione di equilibrio, dimostrando così il carattere indeterminato del problema.

Grazie al contributo di L. Navier (1839), lo studio della statica delle volte si concentra anche sulla verifica dello stato di sollecitazione del materiale. Egli osserva per primo la necessità che la spinta in chiave fosse applicata in corrispondenza del terzo medio superiore e la risultante in corrispondenza del giunto di rottura nel terzo medio inferiore. Successivamente E. Mery, negli studi pubblicati nel 1840 in *Memoire sur l'équilibre des voûtes en berceau*, sulla base delle osservazioni fornite da Navier e, per la scelta dei giunti, sulla base delle evidenze sperimentali relative agli studi condotti da Boistard, formulò la nota teoria secondo la quale la curva *limite* delle

pressioni deve essere contenuta entro il terzo medio dell'arco, passando per l'estremo superiore in chiave e per quello inferiore al giunto di rottura.

Parallelamente agli studi riguardanti la posizione della curve delle pressioni alcuni autori, fra i quali spiccano i contributi di V. Villarceau (1854), J. R. Perrodil (1872), C. A. Casigliano (1876), incentrarono i loro studi sul tema dell'ottimizzazione strutturale perseguendo, sostanzialmente, due strade: la prima mirata a determinare la linea dei carichi tale da far coincidere l'asse geometrico dell'arco con la funicolare degli stessi, mentre la seconda basata sulla ricerca del profilo dell'arco tale da assicurare la coincidenza tra l'asse geometrico dello stesso e la curva delle pressioni relativa ad un'assegnata condizione di carico.

4.2.2 L'analisi limite applicata al problema delle volte in muratura

Il contributo di maggiore rilevanza sullo studio della capacità portante di volte in muratura, basato sulla rilettura nell'ambito dell'analisi limite delle teorie settecentesche (in particolare quelle di Couplet e di Coulomb), è da attribuire a Jacques Heyman. Egli in due famosi articoli (*The stone skeleton*, 1966 e *The safety of masonry arches*, 1969) enuncia alcune ipotesi sul materiale "muratura" ed osserva le loro implicazioni nell'analisi di archi e volte.

Infatti, al fine di applicare l'analisi limite al problema degli archi e delle volte in muratura, Heyman formula le seguenti ipotesi:

1. I conci non hanno resistenza a trazione (Stone has no tensile strength). Tale ipotesi è evidente nel caso di strutture a blocchi assemblati a secco o con giunti di malta di scarsa resistenza a trazione.
2. I conci hanno infinita resistenza a compressione (Stone has an infinite compressive strength). Tale ipotesi è giustificata dalla considerazione che, generalmente, le tensioni di esercizio sono molto minori di quelle a rottura.

3. I conci di pietra non possono scivolare l'uno sull'altro (Sliding of one stone upon another cannot occur). Tale ipotesi implica che la tangente alla curva delle pressioni in prossimità di un giunto deve avere un'inclinazione rispetto alla normale alla faccia del giunto minore dell'angolo di attrito fra i conci.

Sotto tali ipotesi, così come già intuito da Columb, l'unico meccanismo di rottura è quello individuato dalla formazione di cerniere di apertura per rotazione relativa di due conci.

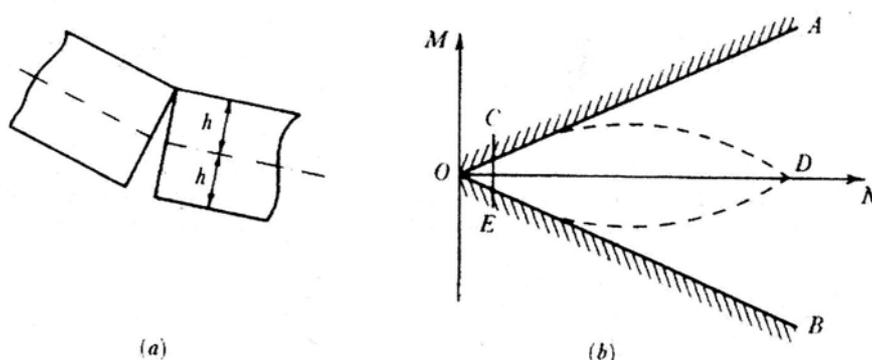


Fig. 4.3 – (a) Cerniere di apertura; (b) dominio elastico nel piano M-N (Heyman)

Considerando una porzione di arco (v. Fig. 4.3(a)) la formazione di una cerniera (corrispondente, nel caso di figura, al passaggio della curva delle pressioni nel punto di intradosso) è resa possibile quando si verifica la condizione:

$$M = N \cdot h \quad (4.1)$$

La (4.1) corrisponde alla condizione limite rappresentata nel piano M-N dalle due rette OA e OB (v. Fig. 4.3(b)). Un punto interno al triangolo AOB rappresenta una condizione di sicurezza in cui la curva delle pressioni è contenuta all'interno dello spessore dell'arco, un punto sulla retta OA o OB indica la formazione di una cerniera mentre un punto esterno al triangolo AOB rappresenta una condizione incompatibile avendo considerata nulla la resistenza a trazione del materiale.

Con riferimento all'ipotesi 2 si osserva che, considerando la reale resistenza a compressione del concio, si viene a determinare un dominio M-N di resistenza costituito da due archi di parabola di contorno OCDEO. Per bassi valori di N il dominio reale si confonde con quello costituito dalla bilatera: risulta in tal modo lecita l'ipotesi di resistenza a compressione infinita dei blocchi.

J. Heyman rileva inoltre il lavoro condotto da Kooharian (1953) il quale per primo applicò i teoremi dell'analisi limite, inizialmente sviluppati per l'analisi di strutture in acciaio a comportamento plastico, alle strutture in muratura. Nel suo lavoro Kooharian menziona i due teoremi dell'analisi limite. Il **primo teorema** riguarda la determinazione dei carichi di sicurezza. In particolare, lo scopo del metodo è quello di trovare "una possibile curva delle pressioni" (e quindi non l'esatta curva delle pressioni) che giaccia completamente all'interno della struttura e che, perciò, indichi un valore del carico che non mette a rischio la stabilità della struttura (*carico staticamente ammissibile*). L'applicazione di tale teorema consente di determinare un valore di carico limite *più basso* per la struttura. Il **secondo teorema** fondamentale riguarda il valore del carico che produce il collasso e, in particolare, un valore limite *più alto*. Secondo questo teorema, la struttura collassa se può essere trovata una *configurazione cinematica ammissibile* di collasso, costituita da un numero sufficiente di cerniere all'interno della struttura stessa tale da renderla monolabile. Tale configurazione cinematicamente ammissibile è di collasso se, per uno spostamento virtuale del meccanismo, il lavoro fatto dai carichi esterni risulta per lo meno uguale a quello fatto dalle forze interne.

Applicando il secondo teorema al caso di un arco a conci devono, innanzitutto, essere presi in esame i meccanismi cinematici, ricordando che il numero minimo di cerniere necessario a rendere l'arco un meccanismo è quattro. Affinché si ottenga una configurazione di collasso è necessario che le cerniere si trovino posizionate alternativamente all'intradosso e all'estradosso (v. Fig. 4.4).

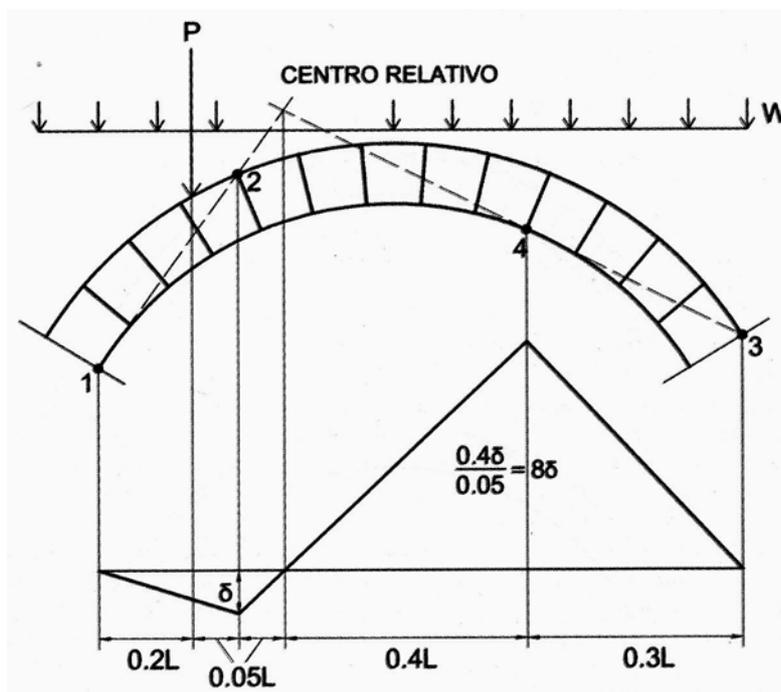


Fig. 4.4 – Meccanismo di collasso di un arco a conci (Kooharian)

Nel meccanismo virtuale rappresentato nella suddetta figura, alcune porzioni dell'arco effettuano uno spostamento verso l'alto ed altre verso il basso.

Ricorrendo al teorema del limite più alto (teorema cinematico) è importante posizionare le cerniere il più correttamente possibile. Secondo l'esempio di Kooharian, le cerniere possono essere così disposte: la prima all'intradosso in corrispondenza del vincolo, la seconda all'estradosso in corrispondenza del punto di applicazione del carico concentrato P, la terza all'estradosso in corrispondenza del vincolo più lontano da P e la quarta determinata disegnando la tangente all'intradosso dell'arco a partire dalla terza cerniera intersecandola con l'estensione della retta passante per la prima e la seconda cerniera. Con la presenza delle quattro cerniere descritte, la struttura è capace di effettuare uno spostamento virtuale. Per l'arco a conci

il lavoro compiuto dalle forze interne è sempre pari a zero in quanto in corrispondenza di un giunto (dove l'unica forza interna che dovrebbe generare lavoro è il momento limite in corrispondenza della cerniera) non può esserci momento. Pertanto, il collasso per l'arco a conci, secondo il teorema in esame, avverrà se il lavoro dei carichi esterni è almeno pari a zero. Per l'esempio di Fig. 4.4 si considera un caso ideale in cui le forze combinate dei conci e dell'eventuale riempimento siano assimilabili ad un carico w uniformemente distribuito. Definito δ lo spostamento virtuale in corrispondenza della cerniera 2, sarà possibile determinare gli spostamenti della restante parte del meccanismo.

Il lavoro compiuto dalla forza concentrata P è:

$$P \cdot \delta_{\text{Pverticale}} = +P \frac{0,2\delta}{0,25} = +0,8 \cdot P \cdot \delta \quad (4.2)$$

Il lavoro compiuto dai carichi distribuiti w è:

$$w \cdot \text{area dei triangoli} = +w \left\{ \left[\frac{1}{2} (0,3L) \cdot \delta \right] - \left[\frac{1}{2} (0,7L) \cdot (8\delta) \right] \right\} = \quad (4.3)$$

$$= -2,65 \cdot w \cdot L \cdot \delta$$

Allora:

$$0,8 \cdot P \cdot \delta - 2,65 \cdot w \cdot L \cdot \delta = 0 \quad (4.4)$$

Da cui si ricava il valore del carico limite:

$$P = 3,31 \cdot w \cdot L \quad (4.5)$$

4.2.2.1 La determinazione della “migliore curva delle pressioni” contenuta nello spessore dell'arco

Nella figura 4.5a che segue è mostrato un arco a tutto sesto nel quale la curva delle pressioni è comodamente contenuta all'interno del suo spessore: in tali condizioni l'arco è stabile.

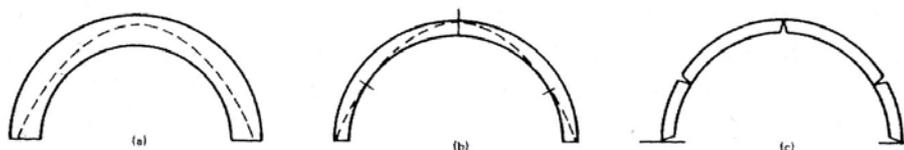


Fig. 4.5 – Curva delle pressioni in un arco a tutto sesto (Heyman)

È tuttavia possibile ridurre lo spessore dell'arco, mantenendo la capacità di sopportare gli stessi carichi, ottenendo archi più sottili capaci di contenere lo stesso poligono funicolare dell'arco di partenza. Esiste, però, una precisa limitazione alla quantità di riduzione dello spessore, come mostrato nella configurazione di Fig. 4.5b, rappresentativa di una condizione di collasso che, nella condizione di perfetta simmetria, si verifica per la formazione di cinque cerniere (Fig. 4.5c). Il sottile arco di Fig. 4.5b può essere inteso come contenuto nell'arco di Fig. 4.5a. A tal proposito Heyman introduce il “fattore di sicurezza geometrico” definito come il rapporto tra lo spessore effettivo dell'arco e quello minimo che può contenere la curva delle pressioni.

L'applicazione del metodo consiste nell'andare ad individuare una curva delle pressioni (staticamente ammissibile) in equilibrio con il carico e che sia interamente contenuta all'interno dello spessore dell'arco. Tra tutte le curve di pressioni, in equilibrio con i carichi, che è possibile determinare acquista particolare rilevanza quella che meno si discosta dalla linea d'asse. La differenza tra la massima e la minima eccentricità (rispetto alla linea d'asse) della curva delle pressioni così determinata rappresenta il minimo spessore che l'arco deve avere affinché sia possibile almeno una soluzione di equilibrio:

$$s_{\min} = e_{\max} - e_{\min} \quad (4.6)$$

Si definisce allora il coefficiente di sicurezza geometrico come:

$$\eta = \frac{s_{\text{arco}}}{s_{\min}} \quad (4.7)$$

Valori di:

- $\eta < 1$ rappresentano condizioni inaccettabili;

- $\eta=1$ rappresenta la condizione di equilibrio limite,
- $1<\eta<2$ rappresentano condizioni accettabili,
- $\eta>2$ indicano condizioni di sicurezza¹.

Nel seguito sarà descritto un possibile algoritmo per la determinazione della curva delle pressioni che meno si discosta dall'asse geometrico della volta.

Imponendo la condizione di equilibrio nel generico vertice i di un poligono associato ad un sistema di vettori paralleli, è possibile tradurre la costruzione grafica del poligono stesso in un algoritmo algebrico. Tralasciando l'equazione di equilibrio orizzontale, non necessaria perché ovunque verificata data la costanza del valore H , si può scrivere (v. Fig. 4.6):

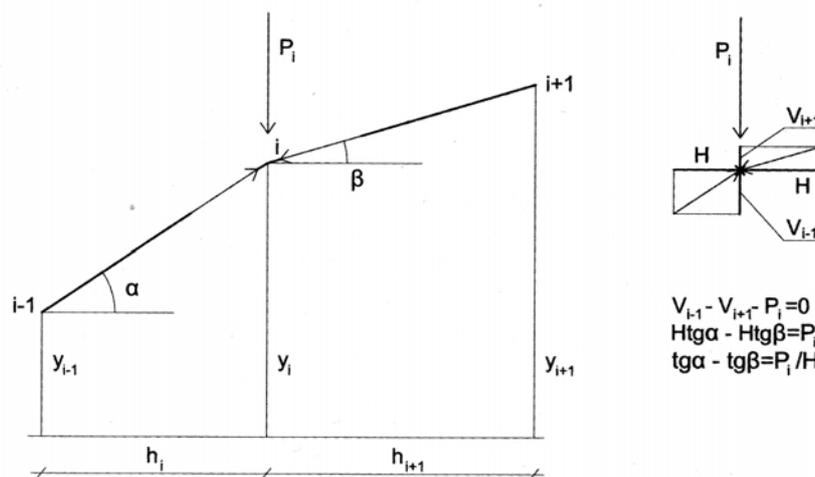


Fig. 4.6 – Porzione di poligono delle forze (Paradiso et al., 2007)

¹ Considerazione scaturita da un'analisi parametrica condotta utilizzando il metodo delle successive risultanti secondo un algoritmo riportato in: V. Ceradini, L. Sgherri, E. Speranza, all'interno di "Codice di pratica per la sicurezza e la conservazione dei Sassi di Matera" a cura di A. Giuffrè.

Assumendo poi:

$$D^{-1} \cdot T_1 = R_1, \quad D^{-1} \cdot T_2 = R_2, \quad D^{-1} \cdot T_3 = R_3 \quad (4.14)$$

si ottiene:

$$Y = R_1 \cdot K + R_2 \cdot Y_A + R_3 \cdot Y_B \quad (4.15)$$

che definisce le quote del poligono funicolare in corrispondenza delle ascisse dei baricentri dei conci. Fra gli ∞^3 poligoni funicolari, quello di interesse si ottiene assumendo che sia minimo lo scarto tra l'ordinata di ciascun baricentro e l'ordinata del corrispondente vertice del poligono funicolare² (v. Fig. 4.7).

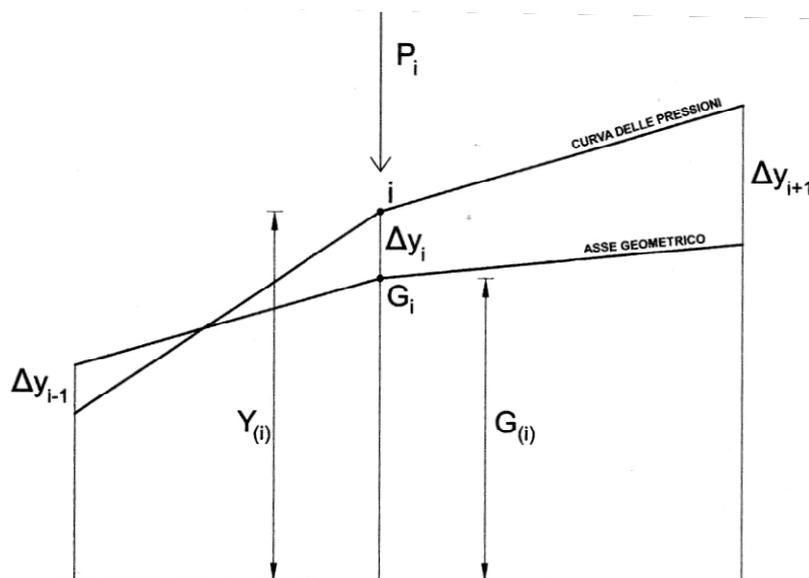


Fig. 4.7 – Curva delle pressioni ed asse geometrico dell'arco (Paradiso et al., 2007)

Chiamando $G(i)$ l'ordinata dell' i -esimo baricentro, si definisce:

$$\Delta Y(i) = [Y(i) - G(i)] \quad (4.16)$$

² Al fine di rendere ininfluenti i segni negativi di tale scarto fra le ordinate si considererà il quadrato della somma degli scarti.

Lo scarto può, allora, scriversi come:

$$S = \sum_{i=1}^n [\Delta Y(i)]^2 = \sum_{i=1}^n [R_1(i) \cdot K + R_2(i) \cdot Y_A + R_3(i) \cdot Y_B - G(i)]^2 \quad (4.17)$$

Al fine di rendere minima la (4.17) si deve avere:

$$\frac{\partial S}{\partial K} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial Y_A} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial Y_B} = 0 \quad (4.18)$$

La (4.18) può riscriversi come:

$$[N] \cdot [P] = [W] \rightarrow [P] = [N]^{-1} \cdot [W] \quad (4.19)$$

dove:

$$[N] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n R_1(i)^2 & \sum_{i=1}^n [R_1(i) \cdot R_2(i)] & \sum_{i=1}^n [R_1(i) \cdot R_3(i)] \\ \cdot & \sum_{i=1}^n R_2(i)^2 & \sum_{i=1}^n [R_2(i) \cdot R_3(i)] \\ \cdot & \cdot & \sum_{i=1}^n R_3(i)^2 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$[W] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n [R_1(i) \cdot G(i)] \\ \sum_{i=1}^n [R_2(i) \cdot G(i)] \\ \sum_{i=1}^n [R_3(i) \cdot G(i)] \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$[P] = \begin{bmatrix} K \\ Y_A \\ Y_B \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

La (4.19) consente di determinare in maniera univoca il vettore $[P]$, definito dalla (4.22), ovvero di determinare le incognite K , Y_A e Y_B che soddisfano la domanda di rendere la curva delle pressioni “più vicina” all'asse geometrico dell'arco. Sostituendo tali valori nel sistema generale si ricavano le ascisse delle coordinate dei vertici del poligono funicolare corrispondente.

4.2.2.2 L'analisi limite di archi in muratura utilizzando leggi di plasticità di tipo associato

In quanto segue verrà trattato il problema della ricerca del carico di rottura di un arco o di una volta facendo uso del teorema cinematico dell'analisi limite, secondo l'approccio sviluppato a partire dai lavori di Livesley (1978) e di Lo Bianco e Mazarella (1985).

Si consideri un sistema piano formato da n blocchi assemblati attraverso m superfici di contatto (giunti). I blocchi si considerano indeformabili mentre i giunti si considerano come interfacce prive di coesione e dotate di attrito alla Coulomb.

È noto che l'assunzione della legge di attrito alla Coulomb conduce ad una legge di scorrimento di tipo non associato, non potendo il materiale considerato avere un comportamento dilatante. Di contro, l'utilizzo di una legge di tipo non associato rende non lineare il problema restringendo, in tal modo, il campo di applicabilità a strutture semplici e con limitato numero di conci. Si osserva inoltre che, nel caso di materiali con leggi di scorrimento non associato (definiti *non standard*), si perde l'unicità del moltiplicatore di collasso ma, come dimostrato da Randekovic con l'omonimo teorema, è possibile ricavare delle limitazioni superiori ed inferiori del reale moltiplicatore di collasso. In particolare, secondo il citato teorema, il moltiplicatore a collasso di un materiale non standard è limitato inferiormente dal moltiplicatore di un mezzo che differisce da quello effettivo solo per un dominio di rottura ridotto, completamente inscritto al dominio originario, e che abbia le facce ortogonali alla direzione del flusso. Nel caso in esame, avendo considerata nulla la coesione, tale minorazione ha

quale conseguenza quella di considerare nullo l'attrito e ciò condurrebbe ad una soluzione banale del problema. Lo stesso teorema dimostra, inoltre, una limitazione superiore rappresentata dal moltiplicatore di un mezzo che differisce da quello effettivo solo per un dominio di rottura che circoscrive il dominio originario e che presenta le facce ortogonali alla direzione del flusso. Utilizzando tale seconda alternativa si passa a formulare il problema della ricerca del moltiplicatore a collasso di un arco in muratura.

Le equazioni di equilibrio e di ammissibilità plastica relative al sistema discreto sono:

$$\underline{\underline{C}}^T \underline{Q} = \underline{F}_0 + s \underline{F}_L \quad (4.23)$$

$$\underline{\underline{N}}^T \underline{Q} \leq 0 \quad (4.24)$$

Dove \underline{Q} è un vettore a $3m$ dimensioni che raccoglie le azioni di contatto nei giunti, mentre \underline{F}_0 e \underline{F}_L sono vettori a $3n$ dimensioni che contengono rispettivamente i carichi permanenti ed i carichi affetti dal moltiplicatore s ; $\underline{\underline{C}}$ è la matrice di equilibrio, la quale definisce una trasformazione lineare tra uno spazio a dimensione $3m$ a uno spazio a dimensione $3n$; $\underline{\underline{N}}$ è la matrice contenente le normali al dominio limite e definisce una trasformazione lineare tra uno spazio a dimensione $3m$ a uno spazio a dimensione $4m$. Le (4.24) sono disequazioni omogenee in quanto è stata considerata nulla la coesione nella condizione di attrito alla Coulomb.

Per il teorema statico, condizione necessaria e sufficiente affinché la struttura possa resistere alle azioni esterne, amplificate del moltiplicatore s , è che esista almeno un insieme di azioni di contatto \underline{Q} tali da soddisfare le equazioni di equilibrio e di ammissibilità plastica. Pertanto il valore del moltiplicatore, superato il quale si verifica la condizione di collasso della struttura, può essere ottenuto come soluzione del seguente problema di programmazione lineare:

$$s^{\text{lim}} = \max \left\{ s \mid \underline{\underline{C}}^T \underline{Q} = \underline{F}_0 + s \underline{F}_L, \underline{\underline{N}}^T \underline{Q} \leq 0 \right\} \quad (4.25)$$

Per quanto detto il moltiplicatore s ottenuto dalla risoluzione di tale problema è una limitazione superiore al reale moltiplicatore di collasso.

Per sviluppare il problema si effettuano considerazioni di carattere energetico determinando il campo di velocità \underline{u} dei baricentri dei blocchi compatibili con le condizioni di indeformabilità dei medesimi. Il legame tra il campo di velocità dei baricentri dei blocchi e quello delle velocità relative dei giunti è espresso tramite le equazioni di compatibilità dove, com'è noto, l'operatore di compatibilità non è altro che il trasposto dell'operatore di equilibrio. Tali relazioni sono:

$$\underline{e} = \underline{C} \cdot \underline{u} \quad (4.26)$$

Il bilancio tra la potenza interna e la potenza esterna fornita dai carichi, da cui si evince fino a che punto sia possibile l'equilibrio, è espressa, tramite il principio dei lavori virtuali, come:

$$\underline{Q}^T \underline{e} = (\underline{F}_0 + s\underline{F}_L)^T \underline{u} \quad \forall \underline{u} \quad (4.27)$$

Il moltiplicatore dei carichi può, quindi, essere ottenuto una volta determinato il valore massimo della potenza interna, sotto la condizione che siano soddisfatte le disequazioni che esprimono l'ammissibilità plastica (Teorema di Hill).

Il valore della massima potenza interna, indicata con $\pi(\underline{e})$, si ottiene come soluzione del seguente problema di massimo condizionato:

$$\pi(\underline{e}) = \max \left\{ \underline{Q}^T \underline{e} \mid \underline{N}^T \underline{Q} \leq 0 \right\} \quad (4.28)$$

Determinato il valore $\pi(\underline{e})$ la condizione sufficiente di collasso è legata all'esistenza di un campo di velocità tale che:

$$(\underline{F}_0 + s\underline{F}_L)^T \underline{u} \geq \pi(\underline{e}) \quad (4.29)$$

Si osserva che la frontiera del dominio di resistenza della azioni di contatto, ovvero i vincoli della (4.28), costituisce un ipercono poliedrico con vertice nell'origine. Dovendo la soluzione di (4.28) trovarsi (essendo un massimo) in un vertice, si ha che la funzione $\pi(\underline{e})$ può assumere due valori:

$$\pi(\underline{e}) = \begin{cases} 0 \\ +\infty \end{cases} \quad (4.30)$$

Si risolve il problema (4.28) utilizzando la tecnica dei moltiplicatori di Lagrange. A tal fine si considera la seguente funzione:

$$L(\underline{Q}, \underline{\lambda}) = -\underline{Q}^T \underline{e} + \underline{\lambda} \underline{N}^T \underline{Q} \quad \text{con } \underline{\lambda} \geq 0 \quad (4.31)$$

che trasforma il problema di massimo condizionato in un problema di minimo (avendo cambiato segno alla funzione obiettivo) senza condizioni. Le condizioni di minimo si ricavano come:

$$\frac{\partial L}{\partial \underline{Q}} = 0 \rightarrow -\underline{e} + \underline{N} \underline{\lambda} = \underline{0} \quad (\text{essendo } \underline{Q} \text{ arbitrario}) \quad (4.32a)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \underline{\lambda}} \leq 0, \underline{\lambda} \geq \underline{0} \rightarrow \underline{N}^T \underline{Q} \leq \underline{0} \quad \underline{\lambda}^T \underline{N}^T \underline{Q} = \underline{0} \quad (4.32b)$$

Sostituendo la (4.32a) nell'espressione della potenza interna si ottiene:

$$\underline{Q}^T \underline{e} = \underline{Q}^T \underline{N} \underline{\lambda} = \underline{\lambda}^T \underline{N}^T \underline{Q} = 0 \quad (4.33)$$

cioè i campi di velocità per le quali la potenza dissipata risulta finita devono mettere in gioco delle velocità relative fra i blocchi, che sono una combinazione convessa dei vettori normali alle facce del dominio di resistenza; per tali campi di velocità la potenza massima espressa dalle azioni di contatto è nulla. Riassumendo si può scrivere:

$$\pi(\underline{e}) = \begin{cases} 0 & \text{se } \underline{e} = \underline{N} \underline{\lambda}, \underline{\lambda} \geq \underline{0} \\ +\infty & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (4.34)$$

Tale risultato è in accordo con la nozione di cerniera di apertura, in cui si ha la rotazione relativa delle parti della struttura, separate dalla sezione, intorno ad uno dei due bordi di tale sezione. Sotto tale condizione, la potenza dissipata nelle articolazioni in un qualsiasi meccanismo è nulla.

Considerato quanto sopra, si passa a determinare il campo di velocità per il quale la potenza dissipata dalle azioni di contatto è nulla.

Partendo dall'equazione di compatibilità (4.26), si rileva che se la struttura è iperstatica l'operatore di compatibilità \underline{C} è una matrice

rettangolare alta. È, allora, possibile eseguire una partizione di tale matrice ottenendo:

$$\underline{e}_1 = \underline{C}_1 \underline{u} \quad (4.35a)$$

$$\underline{e}_2 = \underline{C}_2 \underline{u} \quad (4.35b)$$

Il significato fisico di tale partizione può essere dedotto immaginando di effettuare nella struttura un certo numero di sconnessioni al fine di renderla isostatica. Alla luce di ciò \underline{e}_2 , che prende il nome di vettore delle incongruenze, rappresenta il vettore contenente gli spostamenti relativi fra le facce in cui sono state eseguite le sconnessioni.

Ricavando \underline{u} dalla (4.35a) e sostituendo nella (4.35b) si ottiene:

$$\underline{e}_2 = \underline{C}_2 \underline{C}_1^{-1} \underline{e}_1 \quad (4.36)$$

Si effettuano le seguenti posizioni:

$$\underline{A}_0 = \underline{C}_1^{-1} \quad (4.37a)$$

$$\underline{A} = \underline{C}_2 \underline{C}_1^{-1} \quad (4.37b)$$

$$\underline{u} = \underline{A}_0 \underline{e}_1 \quad (4.37c)$$

$$\underline{e}_2 = \underline{A} \underline{e}_1 \quad (4.37d)$$

Partendo adesso dalla (4.32a) si può operare un'analogia partizione alla matrice \underline{N} :

$$\underline{e}_1 = \underline{N}_1 \underline{\lambda} \quad (4.38a)$$

$$\underline{e}_2 = \underline{N}_2 \underline{\lambda} \quad (4.38b)$$

Uguagliando la (4.35a) con la (4.38a) si ottiene:

$$\underline{C}_1 \underline{u} = \underline{N}_1 \underline{\lambda} \quad (4.39)$$

da cui:

$$\underline{u} = \underline{A}_0 \underline{N}_1 \underline{\lambda} \quad (4.40)$$

Uguagliando poi la (4.37d) con la (4.38b) si ottiene:

$$\underline{A} \underline{e}_1 = \underline{N}_2 \underline{\lambda} \quad (4.41)$$

Sostituendo alla (4.41) la (4.38a) e portando tutto a secondo membro si ottiene:

$$\underline{0} = (\underline{N}_2 - \underline{A}\underline{N}_1)\underline{\lambda} \quad (4.42)$$

In definitiva, i campi di velocità per i quali la potenza massima è finita sono dati da:

$$U = \left\{ \underline{u} = \underline{A}_0 \underline{N}_1 \underline{\lambda} \mid (\underline{N}_2 - \underline{A}\underline{N}_1)\underline{\lambda} = \underline{0}, \underline{\lambda} \geq \underline{0} \right\} \quad (4.43)$$

Una volta definiti i campi di velocità pertinenti, la condizione sufficiente per il collasso della struttura è che esista un $\underline{u} \in U$ tale che:

$$s \underline{F}_L^T \cdot \underline{u} > -\underline{F}_0^T \cdot \underline{u} \quad (4.44)$$

In accordo con il teorema cinematico dell'analisi limite, il moltiplicatore a collasso coincide con il più piccolo valore di s che soddisfa la (4.44). Normalizzando il lavoro compiuto dai carichi affetti da s ed impostando il problema della ricerca di s come problema di programmazione lineare si ha:

$$s^{\lim} = \min \left\{ s = -\underline{F}_0^T \underline{u} \mid \underline{F}_L^T \underline{u} = 1, \underline{u} \in U \right\} \quad (4.45)$$

Sostituendo allora le (4.43) nelle (4.45) si ottiene in definitiva:

$$s^{\lim} = \min \left\{ s = -\underline{F}_0^T \underline{A}_0 \underline{N}_1 \underline{\lambda} \mid \underline{F}_L^T \underline{A}_0 \underline{N}_1 \underline{\lambda} = 1, (\underline{N}_2 - \underline{A}\underline{N}_1)\underline{\lambda} = \underline{0} \right\} \quad (4.46)$$

che rappresenta un problema di programmazione lineare con incognita il vettore $\underline{\lambda} \in \mathbb{R}^{4m}$. La risoluzione del problema è stata perseguita utilizzando una subroutine della libreria IMSL che fa uso dell'algoritmo del semplice. Determinata la soluzione del problema costituita dal vettore $\underline{\lambda}$ e dal relativo moltiplicatore s , si trova il corrispondente meccanismo sostituendo il vettore trovato nelle (4.32a).

Per i dettagli sulla costruzione delle matrici e dei vettori per la programmazione lineare si rimanda a Cucchiara, 2000.

Il sovraesposto metodo d'applicazione dell'analisi limite relative alle strutture murarie, nell'ipotesi di materiale non resistente a trazione, con blocchi infinitamente rigidi a contatto monolatero attritivo, è stato applicato (Failla et al., 2000) al caso di una volta a sesto ribassato in conci di

calcarenite, costituita da 24 conci e 25 giunti, oggetto di una campagna d'indagini sperimentali di cui si parlerà in seguito. L'analisi è stata condotta per due diverse condizioni di carico: il primo con carico centrato (v. Fig. 4.8) e il secondo con carico ad un quarto della luce (v. Fig. 4.9):

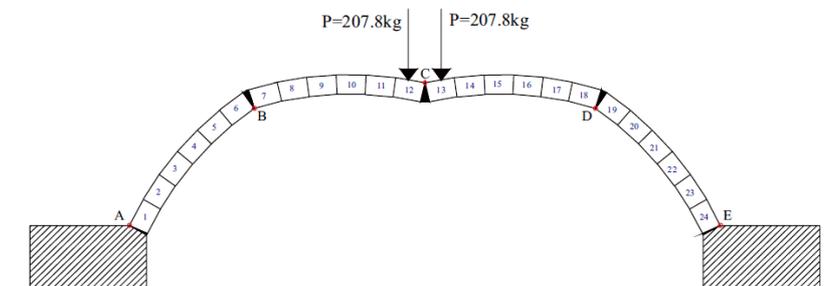


Fig. 4.8 – Carico di collasso e relativo meccanismo ottenuti numericamente per la condizione di carico centrato (Failla et al., 2000)

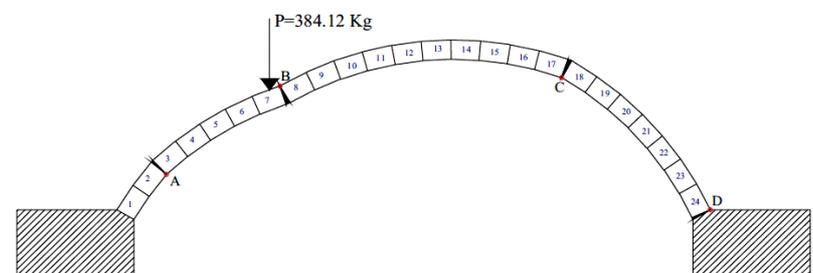


Fig. 4.9 – Carico di collasso e relativo meccanismo ottenuti numericamente per la condizione di carico a un quarto della luce (Failla et al., 2000)

Nel primo caso i meccanismi di rottura locale dei giunti sono stati di tipo rotazionale ed hanno dato luogo ad un cinematismo simmetrico per formazione di cinque cerniere. Anche nel secondo caso i meccanismi di rottura dei giunti sono stati di tipo rotazionale ed hanno prodotto un cinematismo per apertura di quattro cerniere.

4.3 Analisi delle volte in muratura rinforzate mediante FRP

4.3.1 Generalità

Com'è intuibile, la presenza dei rinforzi in FRP modifica in maniera sostanziale il comportamento statico della struttura. L'applicazione dei rinforzi, infatti, conferendo al materiale "muratura" quella resistenza a trazione che congenitamente non possiede, ne elimina l'aspetto meccanico più sfavorevole e, pertanto, ne incrementa la resistenza.

Inoltre, nel caso particolare di archi e volte murarie, studi teorici e sperimentali condotti da alcuni autori (De Lorenzis et al., 2007) hanno evidenziato che l'applicazione dei rinforzi in FRP (sia applicati all'intradosso che all'estradosso, entrambi opportunamente estesi ed ancorati) oltre ad apportare benefici strutturali all'elemento rinforzato (l'arco o la volta), consente una sostanziale riduzione della spinta laterale trasmessa ai piedritti, riducendone la vulnerabilità.

Tuttavia, l'applicazione di tale tecnica di rinforzo rende maggiormente complessa l'analisi di tali tipi di strutture.

Come riportato nei paragrafi precedenti, le normali ipotesi adottate per lo studio di archi e volte sono (Heyman, 1966):

- materiale non resistente a trazione;
- resistenza a compressione teoricamente infinita;
- inammissibilità dello scorrimento tra gli elementi strutturali.

Con diretto riferimento alle tre ipotesi di cui sopra, l'applicazione di rinforzi in FRP può, invece, comportare quanto segue:

- nelle sezioni rinforzate, potendosi ammettere una consistente risultante di trazione, la curva delle pressioni può fuoriuscire dallo spessore murario;
- la struttura muraria rinforzata può andare in crisi per compressione, dato che il passaggio della trazione nel rinforzo genera una localizzazione della compressione nella muratura che

rimane confinata in una banda opposta al rinforzo stesso senza diffondersi lungo la profondità delle generatrici;

- la struttura muraria rinforzata può andare in crisi per taglio, dato che la curva delle pressioni, potendo fuoriuscire dallo spessore murario, può acquisire una sensibile inclinazione rispetto all'asse innescando quindi lo scorrimento.

Da quanto detto si evince che, a differenza di quanto osservato per le strutture non rinforzate (nella quali l'unica modalità di crisi è rappresentata dalla formazione di un cinematismo), l'utilizzo degli FRP può implicare modalità di collasso che dipendono da meccanismi che coinvolgono i limiti di resistenza dei materiali costituenti nonché la loro interazione a livello locale (Borri et al., 2004).

Al termine di un'estesa campagna d'indagini sperimentali su volte a semplice e doppia curvatura, alcuni autori (Faccio et al., 1999 e 2000, Foraboschi, 2004) hanno dedotto che gli stati da contemplare nell'analisi di volte in muratura con rinforzi in FRP sono:

- equilibrio della struttura;
- compressione nella muratura;
- aderenza dei rinforzi;
- trazione nei rinforzi;
- taglio nei giunti di malta.

I corrispondenti stati limite da contemplare nella progettazione e nella verifica di un intervento di rinforzo sono:

- collasso per formazione di un meccanismo;
- collasso per delaminazione o rottura delle fibre e/o per schiacciamento della muratura (collasso a pressoflessione);
- collasso per rottura a taglio;

Nel seguito saranno descritti i principali modelli di calcolo per la valutazione dei suddetti stati limite.

4.3.2 Ipotesi meccaniche per la muratura rinforzata

Come detto nel paragrafo precedente, le usuali ipotesi formulate da Heyman per archi e volte in muratura non possono continuare ad essere applicate per l'analisi di tali tipologie di strutture qualora queste siano rinforzate con FRP.

P. Faccio e P. Foraboschi (2004), partendo dall'osservazione di una estesa campagna d'indagini sperimentali, hanno formulato le seguenti ipotesi meccaniche per la muratura rinforzata:

1. una generica sezione trasversale non ammette una risultante di trazione (non nulla) applicata nella muratura, mentre ammette una risultante di trazione, virtualmente infinita, applicata nel rinforzo;
2. in una sezione ove il rinforzo trasmette una risultante di trazione (non nulla) la muratura che trasmette la compressione, sita al lembo opposto, è larga quanto il rinforzo più la larghezza di due blocchi e profonda un terzo dello spessore a partire dal contorno compresso;
3. la risultante dell'azione interna può esibire un'inclinazione maggiore dell'angolo di attrito solo nelle sezioni ove il rinforzo trasmette una risultante di trazione (non nulla);
4. le cerniere di meccanismo possono formarsi solo su contorni opposti a contorni non rinforzati.

L'ipotesi 1 si riferisce al fatto che le sezioni possono assorbire momenti maggiori a quelli di una sezione non rinforzata purché le fibre tese siano rinforzate.

In merito all'ipotesi 2, gli autori hanno osservato che mentre nel caso di una cerniera che si apre lo sforzo di compressione C si distribuisce lungo tutta la profondità della volta; viceversa in una sezione fessurata tenuta chiusa dal rinforzo, C si concentra entro una banda, working area (W), di larghezza limitata (v. Fig. 4.10). A tale proposito le istruzioni contenute nel CNR-DT 200/2004 suggeriscono di disporre i rinforzi ad un interasse inferiore a tre volte lo spessore dell'arco incrementato della larghezza del

rinforzo stesso. Questa lunghezza è stata utilizzata da alcuni autori (Badalà et al., 2009) nell'analisi della sezione rinforzata come larghezza collaborante di muratura.

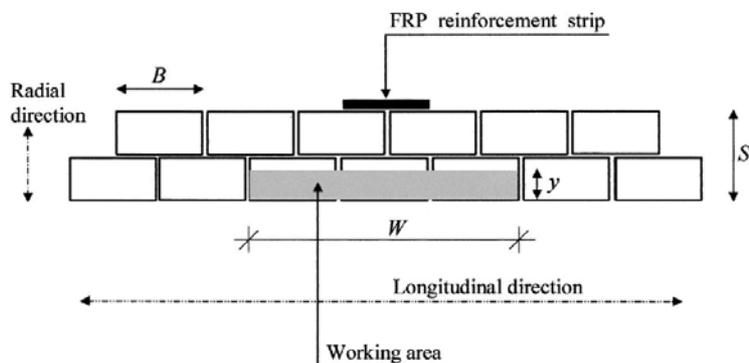


Fig. 4.10 – Working area (Foraboschi, 2004)

In merito alla seconda parte dell'ipotesi 2, invece, viene suggerito un valore approssimato della profondità dell'asse neutro che, tuttavia, può essere analiticamente calcolato come vedremo in seguito.

Con riferimento all'ipotesi 3, è possibile ammettere la crisi per slittamento ma solo nelle sezioni dove la linea delle pressioni può uscire fuori dallo spessore dell'arco grazie alla presenza del rinforzo.

Con riferimento all'ipotesi 4, si ammette che i rinforzi possono essere visti come vincoli interni che limitano il numero di meccanismi ammissibili. In particolare è stato osservato che su un contorno rinforzato le fessure si formano lo stesso ma non possono aprirsi; ne consegue che sul contorno opposto a quello rinforzato non può originarsi nessuna cerniera.

In definitiva, un rinforzo in FRP: dal punto di vista statico assorbe sforzi di trazione mentre da un punto di vista cinematico restringe le porzioni del contorno opposto su cui le cerniere possono formarsi.

4.3.2.1 **Collasso per formazione di un meccanismo: nuova forma del teorema statico e del teorema cinematico**

Le ipotesi riportate al paragrafo precedente consentono di estendere al “nuovo materiale” le “vecchie forme” del teorema statico e di quello cinematico (Faccio e Foraboschi, 2000).

Teorema statico. Sia data una volta rinforzata con FRP ed un carico. Si supponga che sotto quel dato carico la volta non vada in crisi per altre modalità diverse dal cinematisimo e che le spalle tollerino almeno la minima fra tutte le spinte ammissibili. Se esiste almeno un valore della spinta per il quale la linea delle pressioni è contenuta nei contorni opposti ai contorni non rinforzati, mentre è libera di passare all'esterno dei contorni opposti a quelli rinforzati, la volta non collassa sotto quel dato carico. Se invece non esiste allora la volta collassa. Si dimostra che il moltiplicatore ultimo del carico determina da 4 a 6 punti di intersezione della linea delle pressioni con i contorni della volta.

Teorema cinematico. Sia data una volta rinforzata con FRP ed un carico. Se il lavoro virtuale compiuto dal carico è positivo per almeno un meccanismo (ammissibile) le cui cerniere sono collocate su contorni opposti a contorni non rinforzati, la volta collassa sotto quel dato carico (ma non necessariamente secondo quel meccanismo). Mentre se è negativo, per quel meccanismo non collassa.

I due teoremi forniscono rispettivamente un limite inferiore ed un limite superiore al moltiplicatore di collasso. Tuttavia, se essi vengono applicati parametrizzando la linea delle pressioni, ovvero la forma del cinematisimo, in modo tale da contemplare tutta la casistica dei meccanismi (ammissibili) consentono di determinare, rispettivamente, il massimo sovraccarico che produce una linea delle pressioni ammissibile, ovvero che non provoca meccanismi ammissibili. Tali valori coincidono tra loro nonché con la portanza ultima della volta per meccanismo. Da ciò si evince che, a seconda del problema, la scelta relativa a quale dei due teoremi applicare è solo di tipo operativo.

4.3.2.2 Collasso per pressoflessione e taglio

Come detto, l'applicazione dei rinforzi all'intradosso o all'estradosso modifica il comportamento statico dell'arco inibendo la formazione delle cerniere sui contorni opposti a quelli rinforzati. Ne consegue che, sotto questa ipotesi, estendendo il rinforzo a tutto l'estradosso e/o l'intradosso si impedisce potenzialmente la formazione di un cinematiso.

Ad esempio, con riferimento ad un arco sottoposto ad un carico concentrato ad $\frac{1}{4}$ della luce, il solo rinforzo sull'intradosso, impedisce la formazione della cerniera in prossimità del punto di applicazione del carico (v. Fig. 4.11 (a)), mentre il solo rinforzo sull'estradosso, impedisce la formazione della cerniera nel punto B di Fig. 4.11 (b).

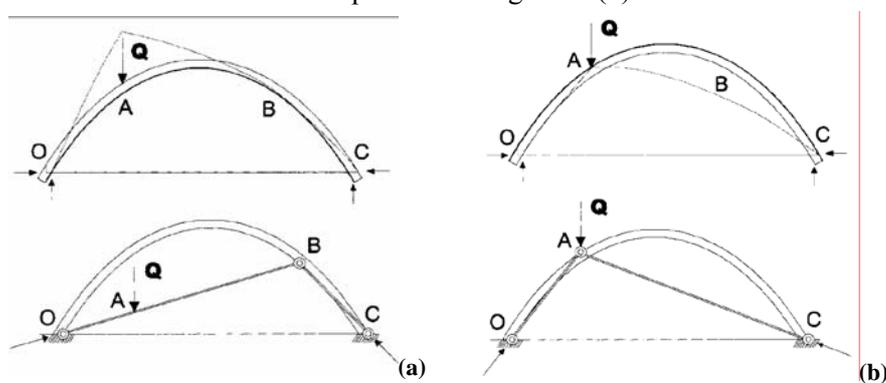


Fig. 4.11 – Schema statico della volta rinforzata intradossalmente (a) ed estradossalmente (b) (Valluzzi et al., 2001)

La rottura in tali casi avviene, pertanto, per cause diverse dal cinematiso, da ricercare nei limiti di resistenza dei materiali che compongono la struttura rinforzata e nell'interazione degli stessi a livello locale.

La prima modalità di crisi da esaminare è quella a pressoflessione della sezione rinforzata nella quale si esaminano le modalità di crisi per delaminazione o rottura delle fibre e/o per schiacciamento della muratura. Una prima formulazione del modello per la valutazione della resistenza ultima a pressoflessione per sezioni in muratura rinforzate, ripresa per

analogia a quella già impiegata per sezioni in c.a., è dovuta a Triantafillou (1998).

Si espone, in quanto segue, la procedura per la definizione del dominio di resistenza per la sezione rinforzata (Triantafillou, 1998, Aiello et al., 2000, Valluzzi et al., 2001, Chen, 2002, De Lorenzis et al, 2007).

Siano B e t rispettivamente larghezza ed altezza della sezione trasversale di muratura rinforzata, mentre b_{FRP} , t_{FRP} , A_{FRP} e E_{FRP} rispettivamente larghezza, spessore, area e modulo elastico del rinforzo.

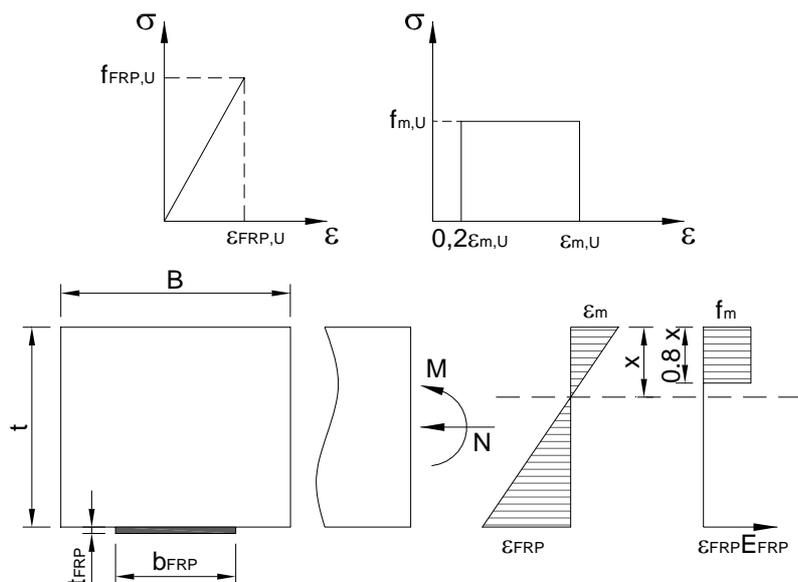


Fig. 4.12 – Legami costitutivi e distribuzione delle deformazioni e delle tensioni nella sezione rinforzata

È senz'altro possibile assumere, per i casi reali, che lo spessore del rinforzo sia molto piccolo rispetto allo spessore della sezione. Con riferimento alla Fig. 4.12, chiamati ϵ_m e ϵ_{FRP} rispettivamente le deformazioni nell'estremo lembo compresso e nel rinforzo, assumendo l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane, si può scrivere:

$$\varepsilon_{FRP} : (t - x) = \varepsilon_m : x \rightarrow \varepsilon_{FRP} = \varepsilon_m \left(\frac{t}{x} - 1 \right) \quad (4.47)$$

dove x è la distanza dell'asse neutro dal lembo compresso.

Le equazioni di equilibrio alla traslazione ed alla rotazione rispetto al baricentro della sezione sono:

$$N = 0.8Bxf_m - A_{FRP}\varepsilon_{FRP}E_{FRP} \quad (4.48a)$$

$$M = 0.8Bxf_m \left(\frac{t}{2} - 0.4x \right) + A_{FRP}E_{FRP}\varepsilon_{FRP} \frac{t}{2} \quad (4.48b)$$

dove f_m è la resistenza a compressione della muratura.

Occorre a questo punto distinguere la situazione in cui la rottura avviene nella muratura da quella in cui avviene nel rinforzo.

Nel primo caso, nell'estremo lembo compresso la muratura ha una deformazione pari alla deformazione ultima $\varepsilon_m = \varepsilon_{mU}$ mentre la deformazione nell'FRP si ricava dalla (4.47):

$$\varepsilon_{FRP} = \varepsilon_{mU} \left(\frac{t}{x} - 1 \right) \quad (4.49)$$

Sostituendo la (4.49) nelle (4.48a) e (4.48b) e, al fine di definire i domini adimensionali, dividendo la prima per f_mBt e la seconda per f_mBt^2 , si ottiene:

$$\frac{N}{f_mBt} = 0.8 \frac{x}{t} - \frac{A_{FRP}\varepsilon_{mU}E_{FRP}}{f_mBt} \left(\frac{t}{x} - 1 \right) \quad (4.50a)$$

$$\frac{M}{f_mBt^2} = 0.8 \frac{x}{t} \left(\frac{1}{2} - 0.4 \frac{x}{t} \right) + \frac{A_{FRP}E_{FRP}\varepsilon_{mU}}{f_mBt} \left(\frac{t}{x} - 1 \right) \frac{1}{2} \quad (4.50b)$$

Definendo le seguenti quantità:

$$\omega = \frac{A_{FRP}\varepsilon_{mU}E_{FRP}}{f_mBt} \quad (4.51a)$$

$$n = \frac{N}{f_mBt} \quad (4.51b)$$

$$m = \frac{M}{f_mBt^2} \quad (4.51c)$$

si può scrivere:

$$n = 0.8 \frac{x}{t} - \omega \left(\frac{t}{x} - 1 \right) \quad (4.52a)$$

$$m = 0.4 \frac{x}{t} \left(1 - 0.8 \frac{x}{t} \right) + 0.5 \omega \left(\frac{t}{x} - 1 \right) \quad (4.52b)$$

La (4.52a) può essere manipolata per derivare l'espressione della profondità dell'asse neutro:

$$\frac{x}{t} = \frac{1}{1.6} \left(n - \omega + \sqrt{(\omega - n)^2 + 3.2\omega} \right) \quad (4.53)$$

Le (4.52) e (4.53) sono valide quando il rinforzo in FRP è sollecitato a trazione, cioè per $x/t < 1$. Per $x/t \geq 1$, ovvero per $n \geq 1$, le suddette equazioni andrebbero riscritte trascurando il contributo a compressione dei rinforzi, cioè ponendo $\omega = 0$.

Nel caso di rottura lato FRP, invece, basta sostituire $\varepsilon_{FRP} = \varepsilon_{FRP,U}$ (con $\varepsilon_{FRP,U}$ = deformazione a rottura dell'FRP) nelle equazioni (4.48a) e (4.48b), ottenendo:

$$\frac{x}{t} = \frac{1}{0.8} \left(n + \omega \frac{\varepsilon_{FRP,U}}{\varepsilon_{mU}} \right) \quad (4.54a)$$

$$m = 0.4 \frac{x}{t} \left(1 - 0.8 \frac{x}{t} \right) + 0.5 \omega \frac{\varepsilon_{FRP,U}}{\varepsilon_{mU}} \quad (4.54b)$$

Si può infine considerare il caso, definito di rottura bilanciata, in cui in entrambi i lembi (teso e compresso) il materiale lavora al corrispondente valore ultimo di resistenza (e quindi ai valori ultimi di deformazione):

$$\varepsilon_{FRP} = \varepsilon_{FRP,U} \quad e \quad \varepsilon_m = \varepsilon_{mU} \quad (4.55)$$

Sostituendo le (4.55) nelle (4.48a), (4.48b) e (4.49) si ottiene la frazione ω di FRP critica per la rottura bilanciata:

$$\omega_{crit} = \frac{\varepsilon_{mU}}{\varepsilon_{FRP,U}} \left(\frac{0.8}{1 + \frac{\varepsilon_{FRP,U}}{\varepsilon_{mU}}} - n \right) \quad (4.56)$$

Per valori di $\omega \leq \omega_{crit}$ la rottura avverrà nell'FRP a trazione mentre per $\omega \geq \omega_{crit}$ avverrà nella muratura a compressione. La Fig. 4.13 mostra le frazioni critiche di FRP (ω_{crit}) per diversi rapporti $\varepsilon_{FRP,U}/\varepsilon_{mU}$ al variare dello sforzo normale n .

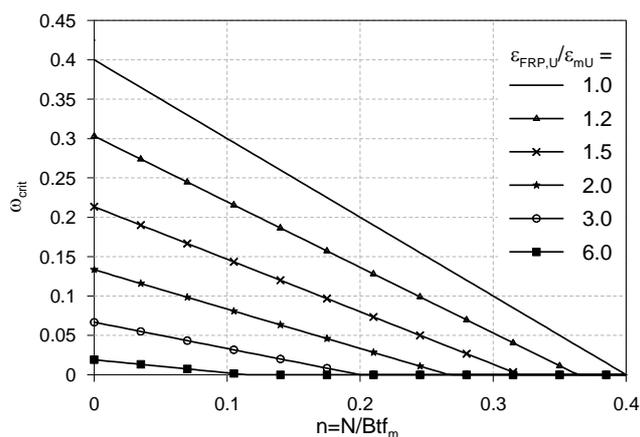


Fig. 4.13 – Legame $\omega_{crit} - n$ per diversi rapporti $\varepsilon_{FRP,U}/\varepsilon_{mU}$

Com'era facile intuire, al fine di prevenire la rottura nell'FRP è necessaria una maggiore frazione ω di FRP per forze assiali e rapporti $\varepsilon_{FRP,U}/\varepsilon_{mU}$ piccoli. Il rapporto $\varepsilon_{FRP,U}/\varepsilon_{mU}$ ha un effetto significativo sulla frazione critica di FRP, infatti: se tale rapporto è uguale a 1 la sezione trasversale avrà sempre una crisi lato muratura quando la forza assiale n è più grande di 0.4, quando invece è uguale a 3 la rottura nell'FRP non avverrà per n maggiore di 0.2.

Nella Fig. 4.14 è riportato il dominio (adimensionale) n - m per diverse frazioni ω di FRP, mentre nella Fig. 4.15 è mostrato l'effetto dell'FRP (in diverse frazioni) sul momento m al variare dello sforzo normale n .

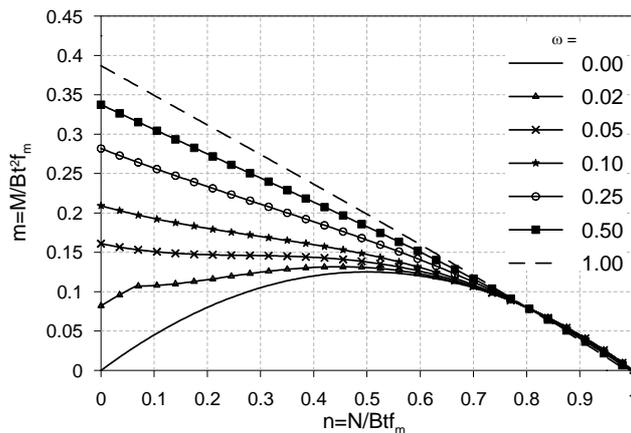


Fig. 4.14 – Dominio n-m per diverse frazioni di FRP

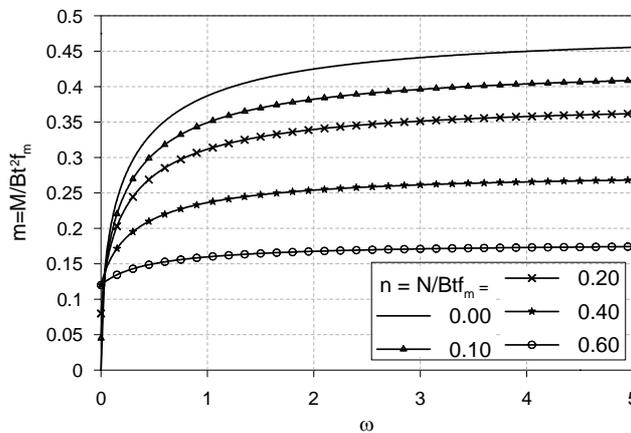


Fig. 4.15 – Legame m- ω per diversi valori di n

Con riferimento alla Fig. 4.15, si osserva che quando ω aumenta partendo da zero il momento m aumenta inizialmente molto velocemente ma si mantiene a valori pressoché invariati per ω grandi; da ciò si evince che in generale è antieconomico usare grandi quantità di FRP. La figura mostra anche che il rinforzo è più efficace se la forza assiale n è piccola. Anche dal

dominio n-m di Fig. 4.14 è possibile osservare che l'incremento del momento resistente per effetto del rinforzo è più rilevante per n piccoli.

Le considerazioni fatte fino ad ora si riferiscono alla possibilità che il rinforzo in FRP possa raggiungere una sollecitazione di trazione pari alla sua resistenza ma, com'è noto ed evidenziato nel capitolo precedente, nel rinforzo di costruzioni in muratura occorre porre particolarmente attenzione al meccanismo di collasso locale relativo alla crisi all'interfaccia rinforzo muratura. Nel progetto dei rinforzi occorre, per tale motivo, tener conto della deformazione ultima a delaminazione oltre che alla deformazione ultima a rottura. Possono quindi essere opportunamente modificati i domini m-n considerando anche il collasso di tipo locale introducendo come deformazione di progetto il valore minimo fra quello corrispondente alla resistenza del materiale e quella corrispondente al distacco (delaminazione) del rinforzo dal substrato:

$$\varepsilon_{FRP,U} = \min(\varepsilon_{FRP,rottura}, \varepsilon_{FRP,delaminazione}) \quad (4.57)$$

Al fine di valutare opportunamente il valore della deformazione di delaminazione occorre porre particolare attenzione alla posizione del rinforzo (intradosso o estradosso) per tener altresì conto della presenza delle tensioni ortogonali al piano d'incollaggio (v. Fig. 4.16).

Nel caso dei rinforzi applicati sull'intradosso o sull'estradosso di archi, infatti, la resistenza alla crisi dell'aderenza rinforzo-substrato è influenzata, data la particolare geometria, da uno stato di tensione all'interfaccia diverso da quello che si riscontra negli elementi rettilinei. La presenza della curvatura determina l'insorgere, in accoppiamento alle tensioni tangenziali τ , di uno stato di tensione radiale σ_r ortogonale, cioè, al piano d'incollaggio. Si sottolinea, comunque, che la presenza di tali tensioni radiali deve essere presa in esame nel caso di rinforzi applicati sull'intradosso degli archi e/o volte dove il loro verso è diretto nella direzione più sfavorevole per l'incollaggio (tensioni di trazione dette di peeling), mentre può essere trascurata nel caso di rinforzi estradossali (dove tali tensioni sono di compressione).

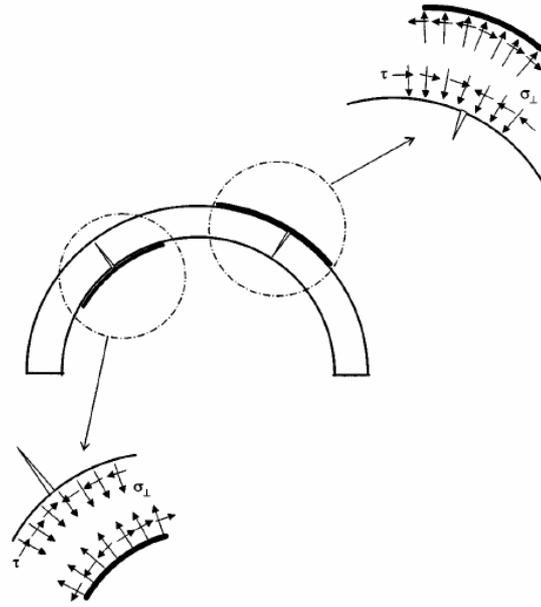


Fig. 4.16 – Tensioni tangenziali e radiali all’interfaccia rinforzo-muratura

Isolando una porzione di arco (v. Fig. 4.17) è possibile determinare analiticamente il valore delle suddette tensioni radiali in funzione del raggio di curvatura (R) e della tensione nel nastro.

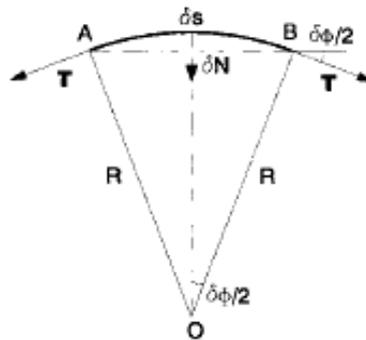


Fig. 4.17 – Porzione di un arco: determinazione delle tensioni radiali in funzione delle tensioni normali nel rinforzo (Valluzzi et al., 2001)

Da semplici relazioni geometriche (v. Fig. 4.17) si ottiene:

$$\frac{\delta N}{2} = T \operatorname{sen} \left(\frac{\delta \phi}{2} \right) \quad (4.58)$$

e per angoli piccoli, si ha:

$$\delta N = T \cdot \delta \phi \quad (4.59)$$

Inoltre si può scrivere:

$$\delta s = R \delta \phi \quad (4.60)$$

da cui si ottiene:

$$\frac{\delta N}{\delta s} = \frac{T}{R} \quad (4.61)$$

Dividendo ambo i membri della precedente relazione per b_{FRP} e t_{FRP} (rispettivamente larghezza e spessore del rinforzo) si ottiene:

$$\frac{\sigma_r}{t_{FRP}} = \frac{\sigma_1}{R} \quad (4.62)$$

dove σ_1 è la tensione normale nel rinforzo mentre σ_r quella radiale (ortogonale a σ_1).

Al fine di mettere in conto il meccanismo locale relativo alla crisi in corrispondenza dell'interfaccia rinforzo-muratura, in presenza di azioni normali al piano di incollaggio, si introduce la seguente relazione fra tensione radiale e tensione assiale nel rinforzo (Aiello et al., 2000):

$$\left(\frac{\sigma_r}{f_r} \right)^{k1} + \left(\frac{\sigma_1}{f_d} \right)^{k2} \leq 1 \quad (4.63)$$

dove σ_r è la tensione radiale, f_r è la resistenza di pull-off del rinforzo, σ_1 è la tensione normale nel rinforzo ed f_d è la massima tensione normale alla quale il rinforzo può lavorare prima che avvenga la delaminazione dal supporto ($f_d = F_d / A_{FRP}$).

I parametri $k1$ e $k2$ dovrebbero essere calibrati sperimentalmente con appropriate prove di aderenza (Karbhari e Engineer, 1996; Ueda e Dai, 2005; Pan e Leung, 2007); tuttavia, in assenza di valutazioni approfondite, l'effetto combinato di distacco per forza sia radente che ortogonale al piano di adesione può essere valutato ipotizzando un dominio d'interazione lineare

che riduca la resistenza alla delaminazione di progetto in proporzione alla quella ortogonale (CNR-DT 200/2004). La massima tensione normale nel rinforzo (f_d^*) può essere ottenuta sostituendo a σ_1 la f_d^* , come segue:

$$f_d^* = f_d \left(1 - \frac{f_d^* \cdot t_f}{R} \frac{1}{f_r} \right) \quad (4.64)$$

da cui:

$$f_d^* = \frac{f_d}{1 + \frac{f_d \cdot t_f}{R \cdot f_r}} \quad (4.65)$$

e quindi la massima deformazione nel rinforzo come:

$$\varepsilon_d^* = \frac{f_d^*}{E_f} \quad (4.66)$$

Tenendo conto della relazione (4.57) e sostituendo, nel caso di rinforzi applicati all'intradosso, a ε_d il valore ε_d^* ottenuto dalla (4.66), considerata la bassa resistenza di aderenza rispetto ai valori di resistenza dei rinforzi generalmente elevati, si ottengono i domini di resistenza rappresentati in Fig. 4.18 sensibilmente modificati rispetto a quelli rappresentati di Fig. 4.14 (si specifica che, utilizzando in entrambi i casi $\varepsilon_{mU}=0,0035$, il dominio di Fig. 4.14 è stato ottenuto considerando $\varepsilon_{FRP,U}=0,015$ mentre quello di Fig. 4.18 considerando $\varepsilon_{FRP,U}=0,003$).

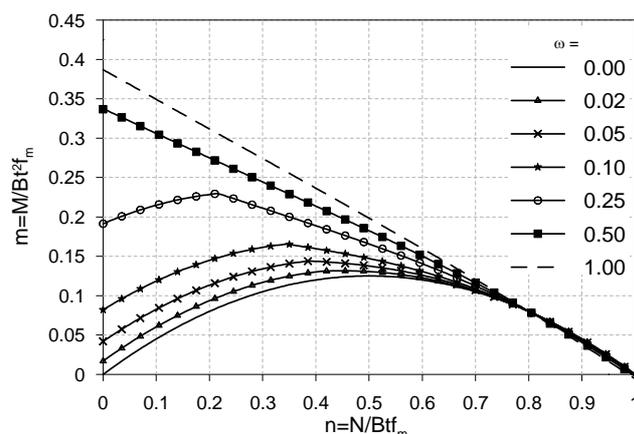


Fig. 4.18 – Dominio n-m per diverse frazioni di FRP ottenuto considerando il meccanismo locale di crisi per delaminazione rinforzo-muratura

Il dominio di figura 4.18 mostra chiaramente come, per basse frazioni ω di FRP si abbia, a parità di forza assiale n , una drastica riduzione del momento resistente m rispetto alla condizione in cui il rinforzo può essere utilizzato fino al suo valore limite di resistenza. Tale circostanza è, peraltro, evidenziata dal fatto che la deformazione di progetto del rinforzo è, per il caso esaminato, paragonabile al valore di deformazione ultima della muratura.

In merito alla crisi per delaminazione (debonding) sopra menzionata, alcuni ricercatori (Faccio et al., 1999 e 2000, Borri et al., 2004) hanno riscontrato che detta crisi anticipa quella della cortecchia muraria (*ripping*), per la quale avviene la scissione per lacerazione della muratura, solo in caso di rinforzo posato in opera non correttamente. Come si dirà in seguito, e come già mostrato dalle prove di aderenza effettuate, la sperimentazione condotta sui campioni di volta in conci di calcarenite rinforzati senza un preliminare consolidamento della superficie di incollaggio ha mostrato che la crisi per *ripping* è sempre preceduta da quella per debonding (sia per i rinforzi intradossali che per quelli estradossali) che coinvolge solo un sottile

strato (dell'ordine di qualche millimetro) del materiale di base (calcarenite e malta) che rimane incollata alla fibra.

4.3.2.3 Collasso per rottura a taglio della muratura

Come introdotto al paragrafo 4.3.1, la crisi per taglio nella muratura ordinaria è del tutto atipica in quanto la curva delle pressioni, dovendo passare entro lo spessore dell'arco, non presenterà mai particolari inclinazioni rispetto all'asse geometrico dello stesso. Nella muratura rinforzata, invece, la curva delle pressioni, potendo fuoriuscire dallo spessore dell'arco, può presentare un'inclinazione considerevole tanto da diventare non trascurabile la valutazione della resistenza nei confronti del collasso per taglio.

Le evidenze sperimentali hanno mostrato che la frattura per taglio negli archi in conci si localizza lungo i letti di malta ed avviene in direzione parallela ai mattoni (Badalà et al., 1990, Valluzzi et al., 2001)

La resistenza a taglio della muratura rinforzata può essere valutata come somma di due contributi (Valluzzi et al. 2001) di seguito riportati:

$$R_{\text{tot}} = R_m + R_{\text{FRP}} \quad (4.67)$$

il primo dovuto alla muratura ed il secondo dovuto alla presenza del rinforzo, il cui meccanismo è paragonabile all'effetto dowel action delle strutture in c.a. (v. Fig. 4.19).

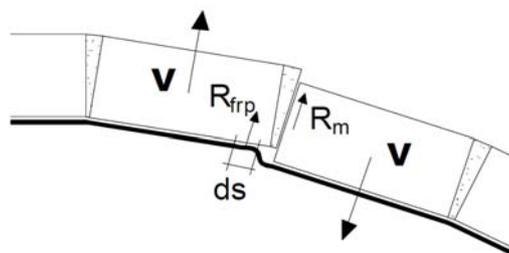


Fig. 4.19 – Rottura a taglio della muratura rinforzata (Valluzzi et al., 2001)

Il primo termine, R_m , può essere valutato mediante il meccanismo di attrito alla Coulomb, secondo il coefficiente di attrito $\mu = \text{tg}(\varphi) = [0,4 \div 0,6]$. A resistere al taglio (v. Fig. 4.20) non è soltanto lo sforzo assiale interno N , ma la risultante delle compressioni C (Foraboschi, 2004) per cui la resistenza a taglio vale:

$$R_m = C \cdot \mu \tag{4.68}$$

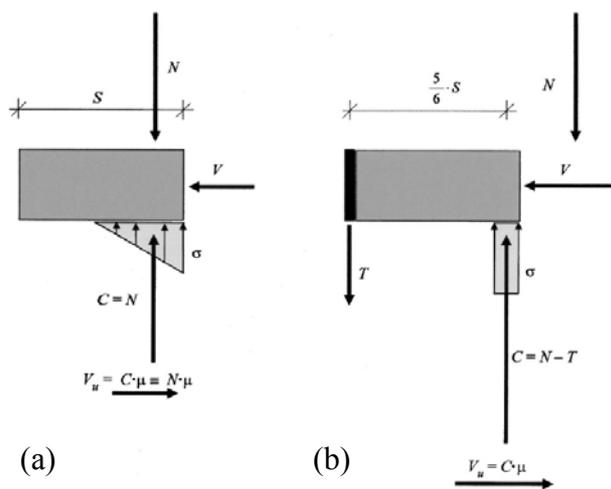


Fig. 4.20 – Valore ultimo, V_u , all'azione tagliante per la muratura non rinforzata (a) e per quella rinforzata (b) (Foraboschi, 2004)

In alternativa alla suddetta trattazione, nell'ipotesi di legame elasto-plastico ideale di tipo coesivo e privo di attrito (Badalà et al., 2009), il limite di resistenza a taglio della muratura può essere valutato mediante l'espressione:

$$R_m = \tau_m \cdot B \cdot t \tag{4.69}$$

in cui τ_m è la resistenza a taglio della malta che, in applicazione al criterio di resistenza di Rankine, può essere assunto pari alla sua resistenza a trazione.

Il secondo termine, R_{FRP} , dovuto all'effetto spinotto, in analogia al comportamento delle barre di armatura in una trave in c.a., può essere

valutato assumendo, in maniera approssimata, il seguente valore della deformazione nel rinforzo (Ueda & Dai, 2005):

$$\varepsilon_f = \frac{1}{\cos \vartheta} - 1 \quad (4.70)$$

Il taglio resistente indotto dall'effetto spinotto del composito può, allora, essere dedotto dalla seguente (v. Fig 4.21):

$$R_{FRP} = b_{FRP} \cdot t_{FRP} \cdot E_{FRP} \cdot \left(\frac{1}{\cos \vartheta_{CR}} - 1 \right) \cdot \sin \vartheta_{CR} \quad (4.71)$$

dove si è indicato con ϑ_{CR} l'angolo critico secondo cui si dispone il composito quando il processo di avanzamento della frattura raggiunge l'equilibrio quasi statico.

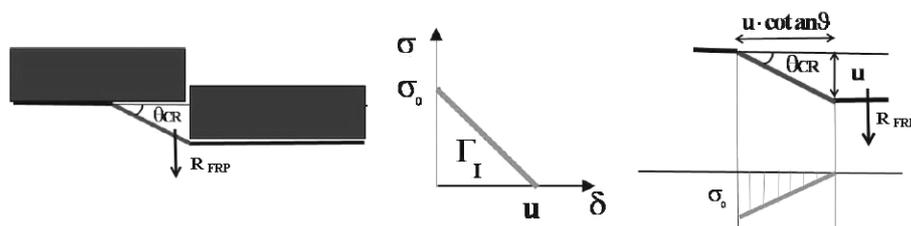


Fig. 4.21 – Meccanismo di scorrimento tangenziale lungo i giunti di malta ed effetto spinotto (Badalà et al., 2009)

Nel modello proposto da Badalà et al. (2009) l'angolo critico è legato al valore dell'energia di frattura in modo I (Γ_I) che si esplica all'interfaccia rinforzo-materiale di base mediante la seguente relazione:

$$\Gamma_I = t_{FRP} \cdot E_{FRP} \cdot (1 - \cos \vartheta_{CR}) \cdot \tan^2 \vartheta_{CR} \quad (4.72)$$

ottenuta uguagliando la forza di taglio per effetto spinotto, espressa dalla (4.71), con la risultante delle tensioni normali che si sviluppano nella zona di processo (v. Fig. 4.21), ipotizzate variabili linearmente con l'apertura della delaminazione, data dalla (4.73) che segue:

$$F_{FRP} = \frac{\sigma_0 \cdot b_{FRP} \cdot u \cdot \cotan \vartheta_{CR}}{2} = \frac{2 \cdot \Gamma_I \cdot b_{FRP} \cdot u \cdot \cotan \vartheta_{CR}}{u} \quad (4.73)$$

Nota l'energia specifica di frattura in modo I, determinata sperimentalmente o ricavata mediante opportune relazioni, è possibile risalire al valore dell'angolo critico ϑ_{CR} mediante la (4.72) e, quindi, al valore della resistenza a taglio per effetto spinotto dato dalla (4.71).

4.4 Indagine sperimentale

Come già detto, l'indagine sperimentale è stata condotta su un modello in scala reale di una volta cilindrica a sesto ribassato, schematicamente rappresentata in Fig. 4.22.

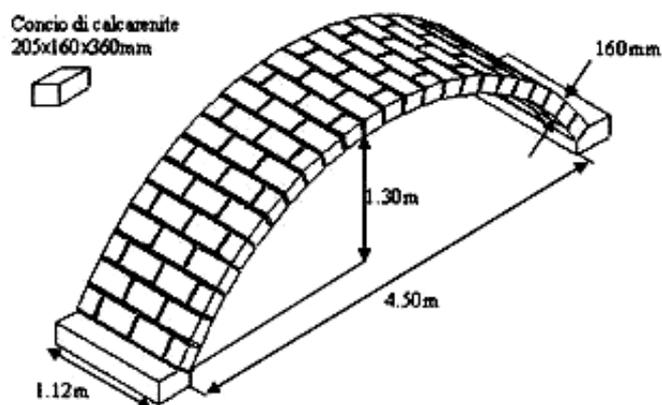


Fig. 4.22 – Modello della volta cilindrica sottoposto a prova

La volta ha luce pari a 4,50 m, freccia pari a 1,30 m, larghezza pari a 1,12 m, raggio pari a 2,60 m e spessore pari a 16 cm. È stata realizzata con conci di calcarenite di dimensioni 21x36x16 cm, connessi con malta. Il sesto circolare è stato realizzato mettendo in successione i vari conci con la dimensione di 21 cm lungo la direttrice e sfalsando i giunti a metà della larghezza in direzione trasversale. Per la realizzazione della volta si è fatto uso di una centina (v. Fig. 4.23) in acciaio.



Fig. 4.23 – Fasi di realizzazione del modello di volta cilindrica

Uno dei vincoli della volta è costituito da un blocco di calcestruzzo. L'altro vincolo, riportato in Fig. 4.24, è costituito da un dispositivo in acciaio, composto essenzialmente da due parti: un carrello scorrevole su cuscinetti su cui poggia la volta e un sistema di contrasto. Tale sistema è stato realizzato con l'obiettivo di potere realizzare varie condizioni di vincolo.

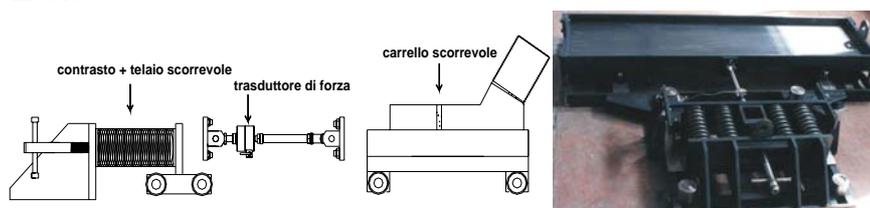


Fig. 4.24 – Appoggio scorrevole

Tra il carrello ed il contrasto sono interposte delle molle, di caratteristiche elastiche note, atte a simulare la presenza di una parete in continuità con la volta. Un trasduttore di forza interposto tra le molle ed il carrello consente di misurare la spinta esercitata. Il carrello può essere anche collegato rigidamente al contrasto tramite una vite a passo fine. In tal modo è possibile applicare all'imposta spostamenti prefissati o lasciarla fissa. L'uso appropriato degli elementi sopra descritti, come è facilmente intuibile, consente di ottenere tre diversi tipi di vincolo: il **vincolo fisso** quando è interposta la vite tra il carrello ed il contrasto; il **vincolo cedevole**

elasticamente quando, tolta la vite, si attivano le molle; il **vincolo cedevole anelasticamente** azionando la vite.

Nella Fig. 4.25 è riportata la rappresentazione schematica del modello di volta e del sistema di vincolo.

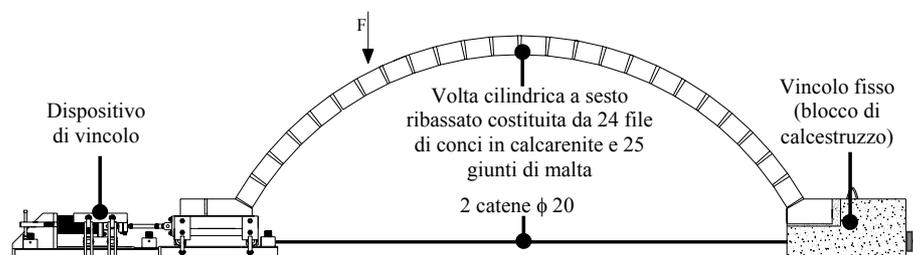


Fig. 4.25 – Modello di volta e sistema di vincolo

Le prove di carico della volta sia in assenza che in presenza del rinforzo sono state condotte in controllo di spostamento, impiegando un martinetto a vite azionato da una centralina con variatore di velocità. Il carico è stato applicato in corrispondenza del settimo concio ad un quarto della luce e nella configurazione di vincoli fissi.

Durante la prova, attraverso un sistema di acquisizione automatico, sono state registrate simultaneamente le seguenti grandezze (Fig. 4.26):

- la forza di reazione della volta corrispondente agli spostamenti indotti mediante un trasduttore di forza HBM da 50 kN in trazione-compressione;
- le componenti orizzontale e verticale dello spostamento dell'intradosso della volta in più sezioni di misura all'intradosso della volta, per mezzo di comparatori millesimali digitali Mitutoyo, modello ID-C150EB con corsa di 50,8 mm;
- la spinta, mediante un trasduttore di forza HBM da 50 kN in trazione-compressione;
- le rotazioni in corrispondenza delle cerniere di apertura che si formavano durante la prova, mediante comparatori millesimali Mitutoyo, modello ID-C112B con corsa di 12,0 mm.

Per l'acquisizione dei dati si è utilizzato un software sviluppato in ambiente LabView National Instruments, che ha consentito di gestire simultaneamente la centralina DMX 16C, alla quale erano stati collegati i comparatori millesimali, e due HBM-DMD 20, collegati ai due trasduttori di forza che fornivano i valori del carico verticale e della spinta. Le centraline DMD 20 sono state connesse a un PC tramite la morsettiera BNC 2120 National Instruments. Nei casi in cui si sono "strumentati" i rinforzi in FRP con estensimetri elettrici a resistenza, HBM modello 1-LY11-3/350, è stata utilizzata un'ulteriore centralina di acquisizione dati, HBM-MGC Plus, gestita dal software Catman. In tal caso la simultaneità delle acquisizioni è stata garantita dalla lettura contemporanea del trasduttore di forza posto in prossimità della sezione di carico ad $\frac{1}{4}$ della luce della volta con i due diversi sistemi di acquisizione.

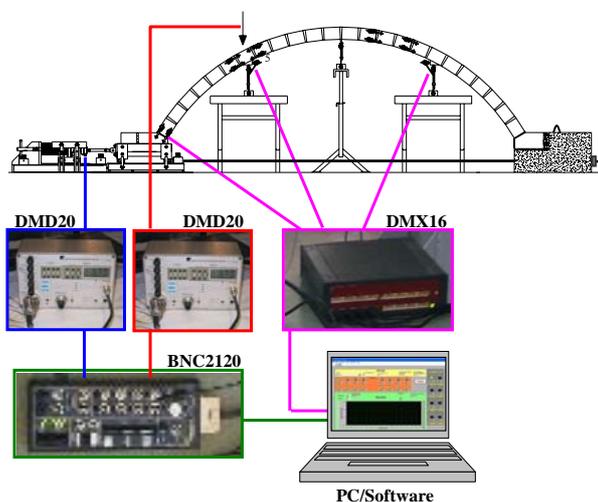


Fig. 4.26 – Schema del sistema di misura e di acquisizione dei risultati della prova

4.4.1 Riepilogo delle indagini sperimentali pregresse

L'indagine sperimentale svolta nella presente tesi rappresenta un ulteriore caso di studio condotto nell'ambito di una campagna d'indagini

teorico/sperimentali finalizzata allo studio delle volte in muratura in conci di calcarenite e malta di connessione nonché del loro rinforzo/riparazione, già da tempo intrapresa presso il Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica dell'Università di Palermo (oggi Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e Aerospaziale).

I primi risultati sono riportati in Failla et al. (2000) e in Giambanco et al.(2000). Questi si riferiscono allo studio del comportamento del prototipo di volta cilindrica, descritto nel paragrafo 4.4, nel seguito denominata "V1", realizzata con conci di calcarenite, aventi resistenza media a compressione pari a $59,0 \text{ daN/cm}^2$ e peso specifico di 1570 kg/m^3 , connessi con giunti di malta bastarda di calce idraulica, avente resistenza media a compressione pari a $92,32 \text{ daN/cm}^2$ ed a trazione pari a $22,90 \text{ daN/cm}^2$. In particolare è stato studiato il comportamento della volta nella condizione di realizzazione, eseguendo la prova in controllo di carico; quest'ultimo è stato disposto lungo la generatrice nella sezione di mezzeria e, successivamente, ad $\frac{1}{4}$ della luce. Per i confronti riportati nel seguito si farà riferimento alla prova con carico ad $\frac{1}{4}$ della luce durante la quale, facendo crescere il carico monotonicamente, si è formata una prima cerniera in corrispondenza del giunto a valle prossimo al sistema di trasmissione del carico, raggiungendo un carico massimo pari a 10900 N. Il formarsi della prima cerniera ha poi determinato, sostanzialmente in contemporanea, l'attivarsi di un meccanismo a quattro cerniere, formatesi in corrispondenza dei giunti 7° , 1° , 14° e 24° , con rapida diminuzione del carico che si è stabilizzato a 5130 N.

La volta è stata scaricata e quindi ricaricata raggiungendo un carico ultimo di 5060 N.

Successivamente è stata rinforzata con due diverse tecniche d'intervento, di seguito descritte. I risultati sono riportati in Failla et al. (2000). La *prima tipologia di rinforzo* è consistita nell'applicare, sull'estradosso della volta danneggiata un cavo in acciaio inossidabile di 6 mm di diametro alloggiato, al fine di ridurre le perdite di sforzo per attrito, all'interno di una guaina in PVC e fissato alle imposte per mezzo di piastre in acciaio forate inserite nello spessore della volta. Il cavo è stato pretensionato con un tiro pari a

500 daN. La struttura ha raggiunto, in tal modo, un valore del carico ultimo di 7060 N, superiore a quello ottenuto per la volta danneggiata pari a 5060 N. Il meccanismo di collasso rilevato è stato lo stesso di quello della volta non rinforzata. La *seconda tipologia di rinforzo*, è consistita nell'applicare sull'estradosso, con resina epossidica, una striscia di tessuto in fibra di carbonio avente modulo elastico pari a 230000 N/mm^2 , di larghezza pari a 150 mm e spessore di 0,13 mm, previa regolarizzazione dell'estradosso con uno strato di malta reoplastica a basso modulo elastico spesso mediamente 1 cm e largo quanto il rinforzo. In questo caso la struttura ha raggiunto un valore del carico ultimo pari a 10800 N e si è rilevato che un maggior numero di giunti sull'estradosso erano stati interessati dalla fessurazione che risultava, pertanto, limitata in ampiezza.

La Fig. 4.27 mostra altresì una buona duttilità della struttura rinforzata con questa seconda tecnica.

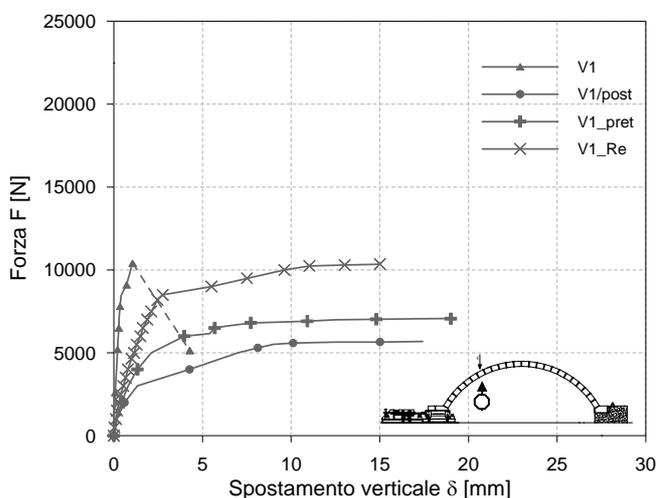


Fig. 4.27 – Curve carico-spostamento verticale per la volta V1

I risultati ottenuti per la volta V1, in termini di curva carico-spostamento verticale nella sezione di applicazione del carico, sono riportati nella Fig. 4.27, nella quale si è indicato con **V1** la prova condotta sulla volta nella condizione di realizzazione, con **V1/post** la prova in uno dei cicli di carico

successivo al primo, con **V1_pret** la prova sulla volta rinforzata con cavo sull'estradosso preteso e con **V1_Re** la prova sulla volta rinforzata sull'estradosso con CFRP.

Ulteriori indagini sono state condotte con un secondo prototipo di volta, denominato nel seguito "V2", realizzato con caratteristiche meccaniche dei conci e dei giunti di malta sostanzialmente identiche a quelle della volta V1, i cui risultati sono riportati in La Mendola et al. (2009). In questa seconda campagna di indagini sperimentali le prove sono state condotte in controllo di spostamento utilizzando un martinetto a vite che ha permesso di imprimere spostamenti verticali in corrispondenza della generatrice nella sezione ad $\frac{1}{4}$ della luce. Le prove sono state condotte sul modello nella condizione di realizzazione e, in seguito, con rinforzo in CFRP sull'estradosso.

Per il caso in esame il principale vantaggio riscontrato con la modalità di prova in controllo di spostamento è stato quello di aver potuto seguire in maniera stabile e progressiva la formazione delle quattro cerniere di apertura che hanno determinato il meccanismo di collasso della volta non rinforzata. Il carico massimo ottenuto in questo caso è stato pari a circa 10500 N, raggiunto il quale si è formata la cerniera sull'estradosso in corrispondenza dell'8° giunto. È stato, poi, possibile proseguire la prova incrementando l'abbassamento impresso, riscontrando, a diversi livelli di carico e di abbassamento verticale, la formazione di una seconda cerniera in corrispondenza del giunto 17°, seguita da quella nel 3° giunto e, infine, nel 25° giunto. Con la formazione delle suddette 4 cerniere il carico si è stabilizzato al valore di circa 5130 N. La volta è stata quindi rinforzata con una striscia di tessuto in fibra di carbonio avente le seguenti caratteristiche: larghezza pari a 150 mm, spessore pari a 0,45 mm, modulo elastico pari a 235000 N/mm². Questo è stato applicato con resina epossidica bicomponente, previo trattamento consolidante della superficie di incollaggio con primer epossidico e regolarizzazione della stessa con stucco epossidico "caricato" con inerti di quarzo. La fase di stagionatura dell'incollaggio è stata altresì curata mediante la tecnica "vacuum system" in

cui si opera il sottovuoto per favorire l'adesione tra rinforzo e materiale di base. La struttura ha raggiunto, in tal modo, un valore del carico ultimo di 22500 N, comportando, come nel caso della volta V1, un maggior numero di giunti sull'estradosso coinvolti nella fessurazione.

I risultati ottenuti per la volta V2, in termini di curva carico-spostamento verticale della sezione di applicazione del carico, sono riportati nella Fig. 4.28 che segue, nella quale si è indicato con **V2** la prova condotta sulla volta nella condizione di realizzazione e con **V2_Re** la prova eseguita sulla volta rinforzata sull'estradosso con CFRP:

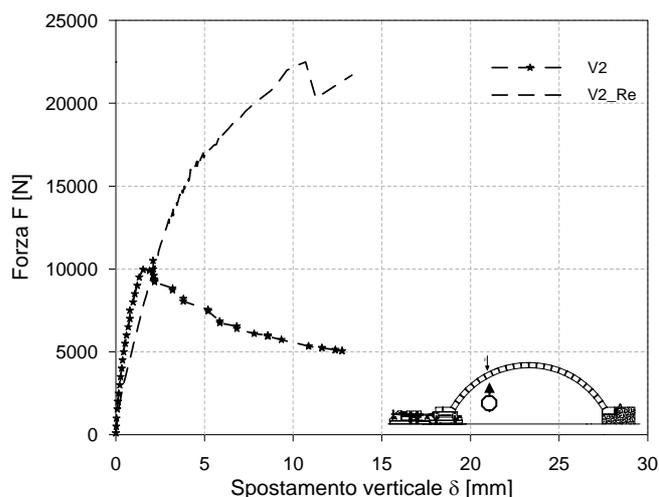


Fig. 4.28 – Curve carico-spostamento verticale per la volta V2

4.4.2 L'indagine sperimentale condotta

Nel seguito si mostreranno i risultati ottenuti da una nuova indagine sperimentale condotta su un modello di volta, nel seguito denominato V3, del tutto analogo a quelli già discussi nel paragrafo precedente ma che, contrariamente alle volte V1 e V2, è stata realizzata con giunti di malta costituiti da calce aerea e sabbia senza l'aggiunta di alcun legante idraulico. Tale malta presenta, volutamente, scarsa resistenza meccanica a compressione, pari a $10,85 \text{ daN/cm}^2$, e a trazione minore di $4,97 \text{ daN/cm}^2$

(v. Capitolo 2). L'impiego di tale tipologia di malta per i giunti tra i conci ha consentito di meglio riprodurre le condizioni reali delle volte presenti nell'edilizia storico-monumentale dove le malte, ove presenti, hanno una scarsa capacità di esplicare forza di coesione tra i conci. Le caratteristiche meccaniche dei conci di calcarenite utilizzati sono, invece, sostanzialmente le stesse di quelle delle volte realizzate in precedenza (volte V1 e V2).

La volta in esame è stata testata: nella condizione di realizzazione (V3), con solo rinforzo in CFRP sull'estradosso (V3_Re) e con rinforzo in CFRP sia sull'estradosso che sull'intradosso (V3_Ri/Re). Di seguito saranno mostrati i risultati ottenuti sia da prove statiche che da prove dinamiche nella condizione di volta danneggiata e poi riparata/rinforzata.

4.4.2.1 Comportamento statico della volta

Come detto, l'indagine sperimentale è stata condotta sul modello nella condizione di realizzazione, con solo rinforzo in CFRP sull'estradosso e con rinforzo in CFRP sull'estradosso e sull'intradosso. In entrambi casi il rinforzo ha interessato l'intero sviluppo della volta stessa.

La volta è stata testata in controllo di spostamento mediante l'utilizzo di un martinetto a vite posto in corrispondenza del 7° concio (v. Fig. 4.29). Il martinetto a vite è stato vincolato superiormente, tramite un terminale a snodo sferico, ad un telaio di contrasto in acciaio e inferiormente ad un trasduttore di forza HBM da 50 kN a sua volta vincolato, mediante un altro terminale a snodo sferico, ad una traversa in acciaio. Quest'ultima era ancorata ad una sottostante trave in legno, sagomata a prisma retto (con il lato inferiore inclinato secondo il concio sottostante ed il lato superiore orizzontale) collegata a detto concio mediante un'intelaiatura costituita da piatti di acciaio e barre filettate fissata con tasselli ad espansione lato estradosso del concio.

Il martinetto a vite è stato azionato da un motore elettrico asincrono trifase controllato in remoto da una centralina che consente, attraverso un variatore, di fissare la velocità di avanzamento della prova.

Come detto al paragrafo 4.4, la volta è stata strumentata con trasduttori di spostamento millesimali digitali al fine di rilevare gli spostamenti sia orizzontali che verticali in più sezioni e la rotazione in alcuni giunti installandoli su prefissate basi di misura, con trasduttori di forza per rilevare la reazione della volta allo spostamento impresso e la spinta in una delle due imposte e con strain gauges per la misura delle deformazioni in alcuni tratti dei rinforzi.

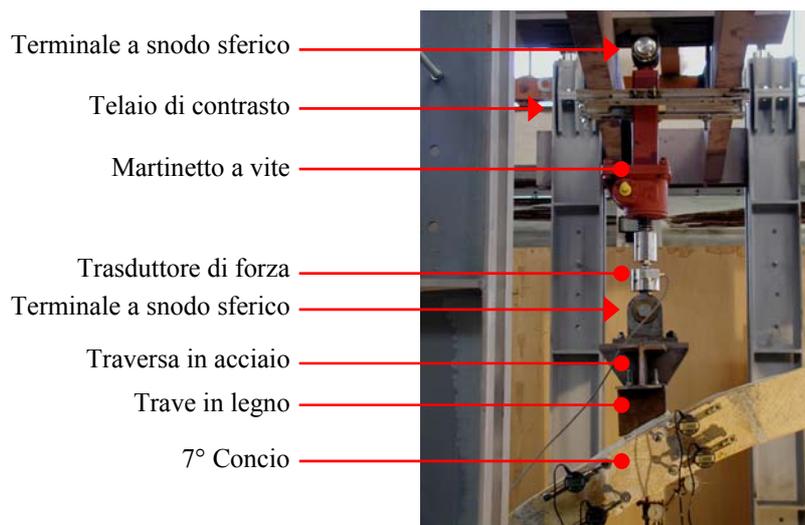


Fig. 4.29 – Dispositivo di applicazione del carico

Nella Fig. 4.30 che segue è rappresentata schematicamente la posizione dei comparatori e degli estensimetri applicati sul composito utilizzati in una delle tre prove in effettuate, in particolare della volta V3_Ri/Re.

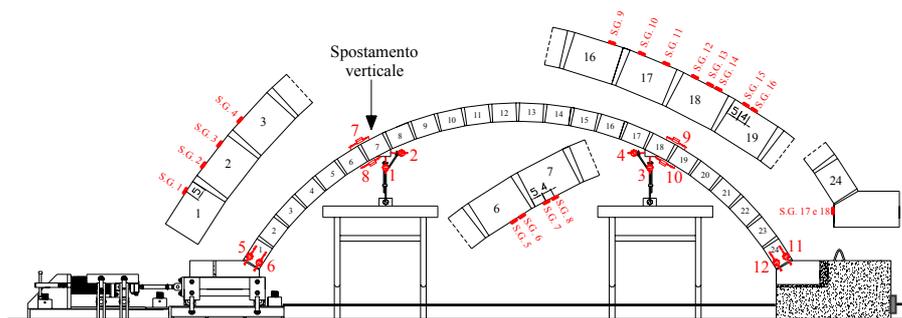


Fig. 4.30 – Posizione dei comparatori e degli estensimetri utilizzati nella prova V3_Ri/Re

Al fine di valutare l'efficacia della tecnica di rinforzo del solo estradosso e sia dell'estradosso che dell'intradosso, è stata inizialmente valutata la capacità portante della volta in assenza di rinforzo soggetta alle condizioni di carico precedentemente descritte.

La Fig. 4.31 che segue mostra la risposta della volta V3 in termini di curva carico verticale-spostamento verticale del punto di applicazione del carico.

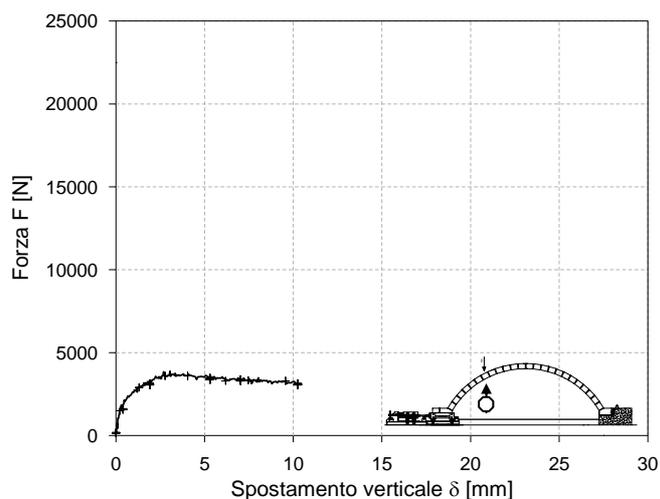


Fig. 4.31 – Curva carico-spostamento verticale per la volta V3 nella condizione di realizzazione

La curva mostra un primo tratto elastico, pressoché lineare, fino al carico di 800 N in corrispondenza del quale si è verificata la formazione della prima cerniera nel 7° giunto, in prossimità del punto di applicazione del carico, a cui segue un andamento a comportamento non lineare fino al raggiungimento del carico massimo di 3875 N, corrispondente al successivo formarsi di ulteriori tre cerniere. Il meccanismo di collasso si è verificato con la formazione di quattro cerniere in corrispondenza del 1° e del 19° giunto, sull'intradosso, e del 7° e del 25° giunto, sull'estradosso. Superato il carico massimo, segue un ramo post-picco, pressoché orizzontale, corrispondente al valore del carico di collasso associato al meccanismo verificatosi.

La volta è stata quindi rinforzata soltanto sull'estradosso applicando, con resina epossidica, una striscia di tessuto in fibra di carbonio di larghezza pari a 150 mm, spessore pari a 0,13 mm e modulo elastico pari a 230000 N/mm². L'applicazione non è stata in questo caso preceduta da uno strato regolarizzante di alcun tipo. Infatti è stato steso sulla superficie di incollaggio, precedentemente ripulita da ogni traccia di polvere e di materiale decoeso, un sottile strato di resina epossidica avente la funzione di adesivo e di impregnate del tessuto, il quale è stato successivamente disposto e ben pressato su detto strato. Infine il tessuto è stato ricoperto, fresco su fresco, da un ulteriore sottile strato di resina quale copertura e protezione dello stesso.

Il rinforzo è stato ancorato poco al di sotto di ciascuna delle imposte risvoltandolo e incollandolo con la stessa resina su una piastra in acciaio predisposta nel blocco di appoggio sottostante (v. Fig. 4.32a). Un angolare di acciaio, con lo spigolo opportunamente arrotondato, posto a contatto con l'estradosso della volta è stato, inoltre, incollato sul risvolto e tenuto pressato contro lo stesso da un profilato ad U spinto dal serraggio dei dadi di due tiranti filettati ancorati nei blocchi di appoggio alle due imposte (v. Fig. 4.32b).

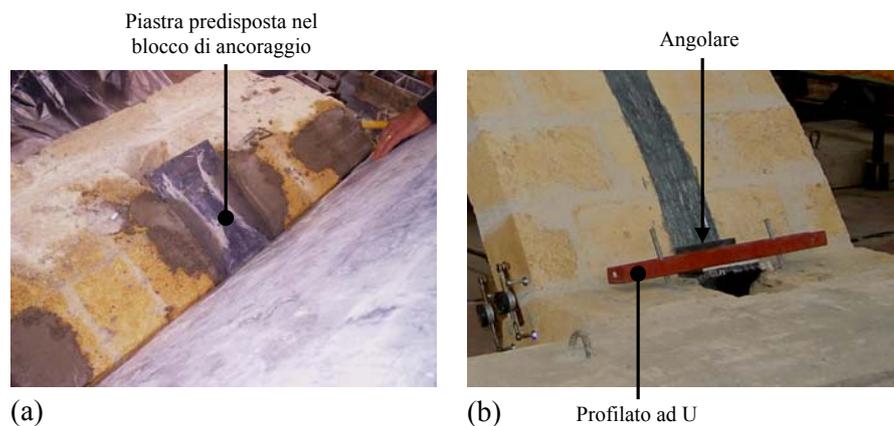


Fig. 4.32 – Ancoraggio di estremità del rinforzo in CFRP

La volta così rinforzata, indicata con la sigla V3_Re, è stata sottoposta a prova con le stesse modalità di carico della volta V3. Il comportamento rilevato, in termini di curva carico-spostamento, è rappresentato nella Fig. 4.33 che segue:

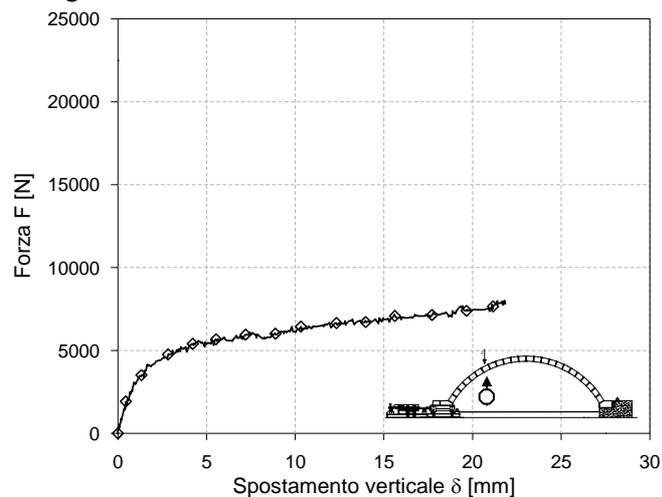


Fig. 4.33 – Curva carico-spostamento verticale per la volta V3_Re (rinforzata sull'estradosso con una striscia di CFRP)

La curva carico-spostamento relativa alla volta V3_Re presenta un ramo iniziale pressoché lineare, fino ad un carico di circa 400 N, con rigidezza paragonabile a quella della volta non rinforzata V3 a cui segue un ramo non lineare a pendenza minore ma ancora positiva fino ad elevati valori di abbassamento del punto di applicazione del carico. Il carico massimo raggiunto, corrispondente ad un elevato valore dello spostamento verticale che stava conducendo alla crisi per scorrimento dei giunti in prossimità del punto di applicazione del carico, è stato di circa 8060 N e, quindi, oltre il doppio di quello ottenuto per la volta non rinforzata.

In corrispondenza del carico al limite del comportamento lineare, circa 4000 N, si è riproposta la formazione delle cerniere attivate nel meccanismo di collasso della volta non rinforzata, 7°, 19°, 1° e 25° giunto. Tuttavia, la presenza della fibra ha evitato l'innescarsi del meccanismo di collasso in quanto ha contrastato e, quindi, limitato l'apertura delle cerniere sull'estradosso. La presenza del rinforzo ha, inoltre, determinato una fessurazione più diffusa, coinvolgendo un maggiore numero di giunti sull'estradosso, in particolare in tutta la zona tra il 15° ed il 20° giunto.

La presenza di elevate tensioni di compressione e di trazione ha causato il distacco per delaminazione del rinforzo dalla muratura in prossimità dei conci 17° e 18°, a trazione, e del 7° concio, a compressione.



Fig. 4.34 – Volta V3_Ri/Re

Si è, infine, proceduto a valutare il comportamento della volta “V3_Ri/Re” rinforzata sia sull'estradosso, con le stesse modalità della volta V3_Re, che sull'intradosso, con due strisce dello stesso tessuto in fibra di carbonio utilizzato nella precedente sperimentazione larghe 75 mm e simmetricamente disposte rispetto all'asse longitudinale della volta (v. Fig. 4.34). Il rinforzo è stato applicato con le stesse modalità impiegate per il caso della volta V3_Re senza l'interposizione di strati regolarizzanti né di primer consolidanti. È stato, in particolare, curato l'ancoraggio del rinforzo posto sull'estradosso alle imposte come per il caso della volta V3_Re (v. Fig. 4.32) mentre non è stato preso alcun accorgimento per curare l'ancoraggio alle estremità delle strisce di rinforzo poste sull'intradosso.

La volta così rinforzata, strumentata come rappresentato nella Fig. 4.30, è stata sottoposta a prova con le stesse modalità di carico delle volte V3 e V3_Re. Il comportamento rilevato, in termini di curva carico-spostamento verticale, è rappresentato nella Fig. 4.35 nella quale è riportato lo spostamento verticale sia in corrispondenza del punto di applicazione del carico, 7° concio, che quello in corrispondenza del 18° concio:

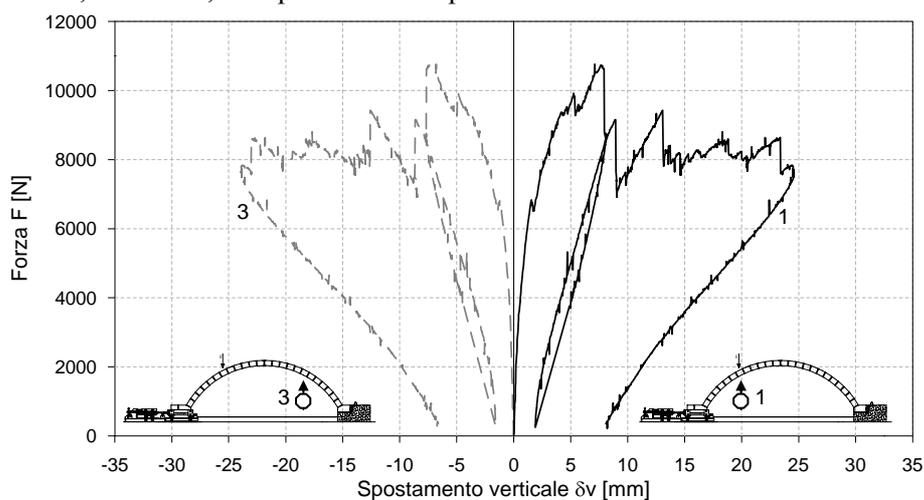


Fig. 4.35 – Curve carico-spostamento verticale in corrispondenza del 7° e del 18° concio per la volta V3_Ri/Re rinforzata sia sull'estradosso che sull'intradosso

La Fig. 4.36 che segue riporta, invece, il comportamento della volta in termini di curve carico-spostamento orizzontale degli stessi 7° e 18° concio:

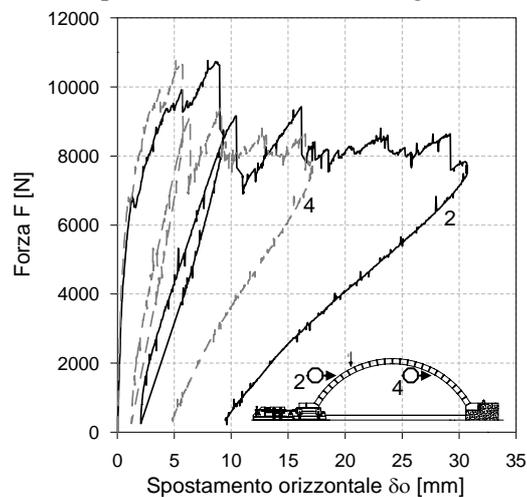


Fig. 4.36 – Curve carico-spostamento orizzontale in corrispondenza del 7° e del 18° concio per la volta V3_Ri/Re rinforzata sia sull’estradosso che sull’intradosso

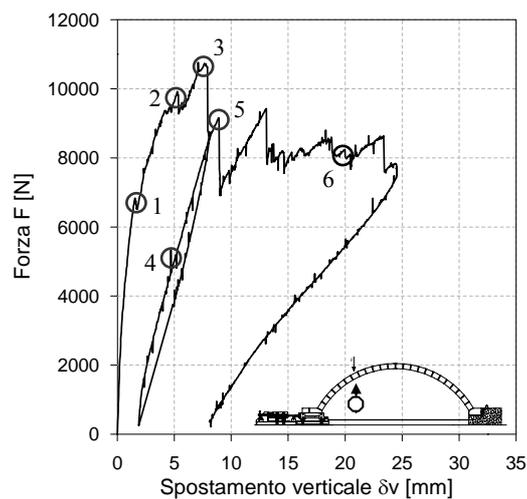


Fig. 4.37 – Curva carico-spostamento per la volta V3_Ri/Re

Con riferimento alla Fig. 4.37 (curva carico-spostamento verticale in corrispondenza del punto di applicazione del carico) è possibile descrivere l'evoluzione del comportamento strutturale durante l'esecuzione della prova.

Come si evince dai grafici di Figg. 4.35, 4.36 e 4.37, la prova è stata condotta mediante due cicli di carico.

La curva presenta inizialmente un ramo elastico lineare fino al punto 1 di Fig. 4.37, al valore del carico di circa 6900 N, in corrispondenza del quale si sono verificati i primi lievi distacchi delle strisce di rinforzo applicate sull'intradosso in prossimità del punto di applicazione del carico. È seguito un ramo non più lineare con pendenza positiva, durante il quale si è ancora assistito a piccoli distacchi del rinforzo sull'intradosso in corrispondenza del punto 2 di Fig. 4.37 fino al raggiungimento del carico massimo pari a circa 10800 N, punto 3 di Fig. 4.37, in corrispondenza del quale si è avuto un improvviso distacco di un'ampia superficie di entrambe le strisce del rinforzo intradosale in corrispondenza dei conci 6° e 7° seguito da una brusca perdita del carico applicato. In tale circostanza, si è assistito alla formazione di un'evidente cerniera all'estradosso in corrispondenza del 7° giunto la cui apertura non poteva più essere contrastata dal rinforzo intradosale.

La struttura è stata quindi scaricata e, successivamente, ricaricata. Durante il ricarico si è ulteriormente propagata la delaminazione del rinforzo sull'intradosso, punto 4 della Fig. 4.37, e, in corrispondenza del punto 5 di Fig. 4.37, si è manifestato un ulteriore improvviso distacco dei rinforzi sull'intradosso in prossimità del punto di applicazione del carico seguito da un brusco crollo del carico applicato. Al contempo si è avuto il distacco del rinforzo intradosale in corrispondenza dei conci 14 e 15 in zona compressa.

La prova è proseguita continuando ad incrementare lo spostamento nella sezione di applicazione del martinetto a vite e, in questa fase, si è assistito ad una progressiva formazione delle fessure in corrispondenza dei giunti dal 15° al 21° che ha condotto all'innescò ed alla propagazione della delaminazione del rinforzo sull'estradosso che si è resa evidente in prossimità dei giunti 19° e 20° a circa 8000 N di carico applicato e 19 mm di

abbassamento, punto 6 del grafico di Fig. 4.37. Si è inoltre manifestato un ulteriore evidente distacco del rinforzo sull'estradosso del concio 14 dove era presente una discontinuità costruttiva tra i conci contigui.

La prova è proseguita fino ad uno spostamento verticale di 24 mm ed è stata arrestata a causa dell'inizio dello scorrimento tra i conci 6° e 7°.

Durante l'esecuzione dei due cicli di carico sopra detti è stato possibile misurare le deformazioni cui erano soggetti i rinforzi per mezzo degli estensimetri applicati nelle sezioni d'interesse (v. Fig. 4.30).

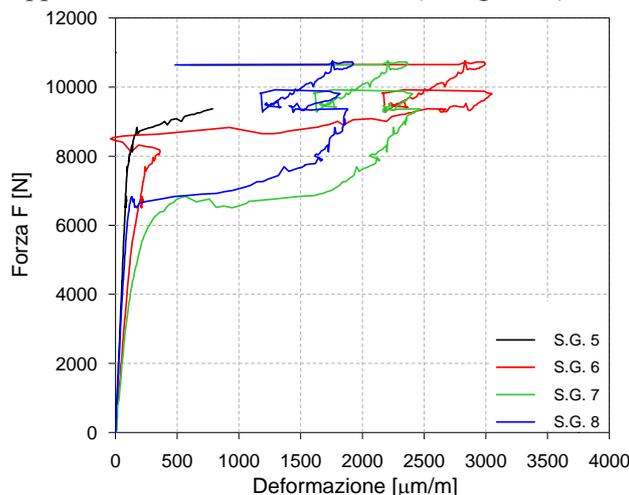


Fig. 4.38 – Curve carico-deformazione rilevate dagli S.G. 5, 6, 7 e 8 posti su una delle due strisce di rinforzo applicate sull'intradosso

Ad ulteriore conferma di quanto sopra esposto, nella Fig. 4.38 sono riportate le curve carico-deformazione rilevate dagli S.G. 5, 6, 7 e 8 posti in prossimità del 7° giunto su una delle due strisce di rinforzo applicate sull'intradosso. Le curve mostrano come raggiunto il carico di 6900 N, punto 1 di Fig. 4.37, in corrispondenza del quale si sono manifestati i primi distacchi di tali rinforzi, negli S.G. 7 ed 8 si è avuto un brusco salto delle deformazioni misurate che sono continuate a crescere fino al raggiungimento del carico massimo, punto 3 della Fig. 4.37, in corrispondenza del quale si è manifestata una brusca perdita di deformazione a causa del completo

distacco di un'ampia superficie della striscia di rinforzo dal supporto e la conseguente perdita del carico cui era sottoposta.

Nelle Figg. 4.39, 4.40, 4.41 e 4.42 sono riportate le curve carico-deformazione misurate dagli S.G. posti sull'estradosso nei due cicli di carico cui è stata sottoposta la struttura. Da questi si evince che le deformazioni rilevate sulla striscia di rinforzo applicata sull'estradosso diventano rilevanti solo nel secondo ciclo di caricamento ed in prossimità dei conci dal 16° al 19°.

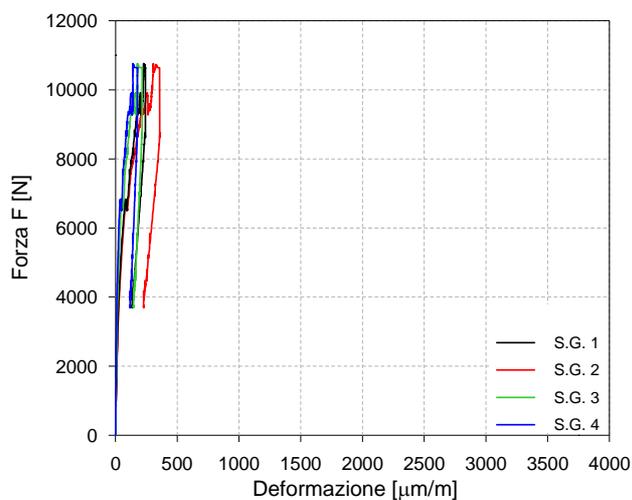


Fig. 4.39 – Curve carico-deformazione rilevate durante il primo ciclo di carico dagli S.G. 1, 2, 3 e 4 posti sulla striscia di rinforzo applicata sull'estradosso

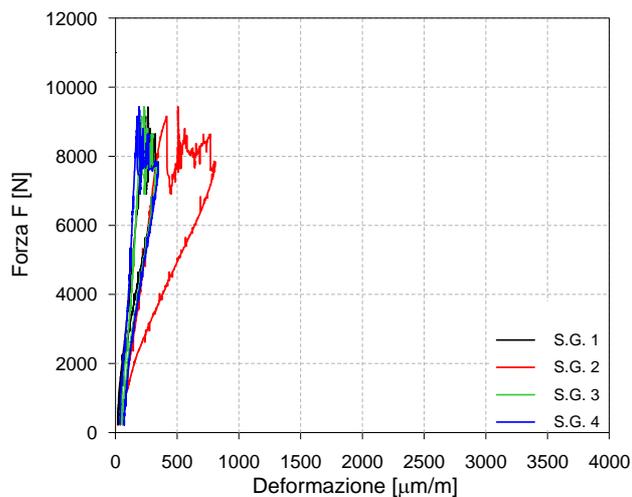


Fig. 4.40 – Curve carico-deformazione rilevate durante il secondo ciclo di carico dagli S.G. 1, 2, 3 e 4 posti sulla striscia di rinforzo applicata sull’estradosso

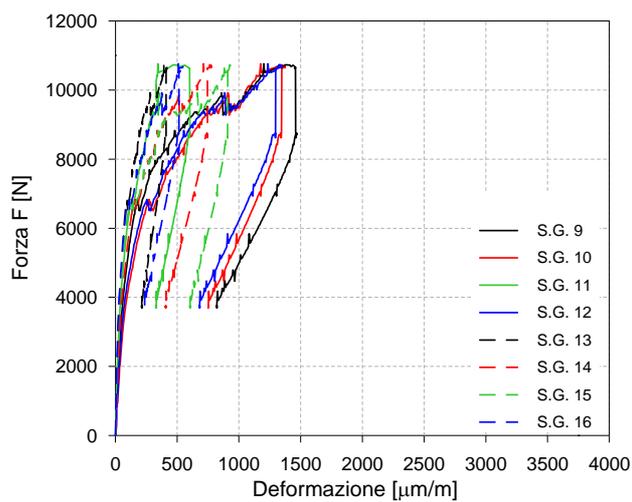


Fig. 4.41 – Curve carico-deformazione rilevate durante il primo ciclo di carico dagli S.G. 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 e 16 posti sulla striscia di rinforzo applicata sull’estradosso

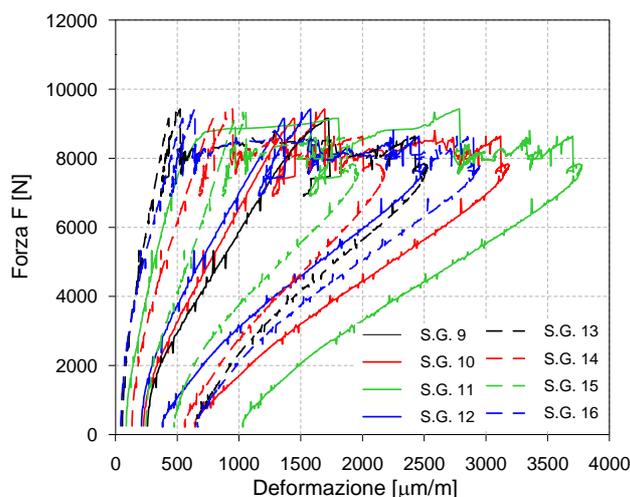


Fig. 4.42 – Curve carico-deformazione rilevate durante il secondo ciclo di carico dagli S.G. 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 e 16 posti sulla striscia di rinforzo applicata sull'estradosso

In particolare si osserva che la deformazione corrispondente alla delaminazione della striscia di rinforzo posta sull'estradosso, valutata teoricamente con i concetti esposti nel capitolo 3 per il caso di un rinforzo direttamente applicato sulla calcarenite in assenza di primer e/o di strato di livellamento, vale circa 2800 $\mu\text{m/m}$.

Nelle Figg. 4.43 e 4.44 che seguono sono, infine, riportate le curve deformazione-posizione degli estensimetri per i due cicli di carico cui è stata sottoposta la struttura. Le curve mostrano come l'attenzione debba essere posta ai rinforzi applicati sull'intradosso nel primo ciclo di carico e ai rinforzi applicati sull'estradosso nella porzione tra i conci 14° e 20°, zona in cui in assenza di rinforzo si sarebbe manifestata l'apertura di una cerniera, nel secondo ciclo.

Si precisa che nel secondo ciclo di carico, dato che le strisce di rinforzo applicate sull'intradosso erano ormai distaccate e non più in trazione, le deformazioni registrate dagli S.G. 5, 6, 7 e 8 non erano più significative e, pertanto, non sono state rappresentate nel grafico di Fig. 4.44.

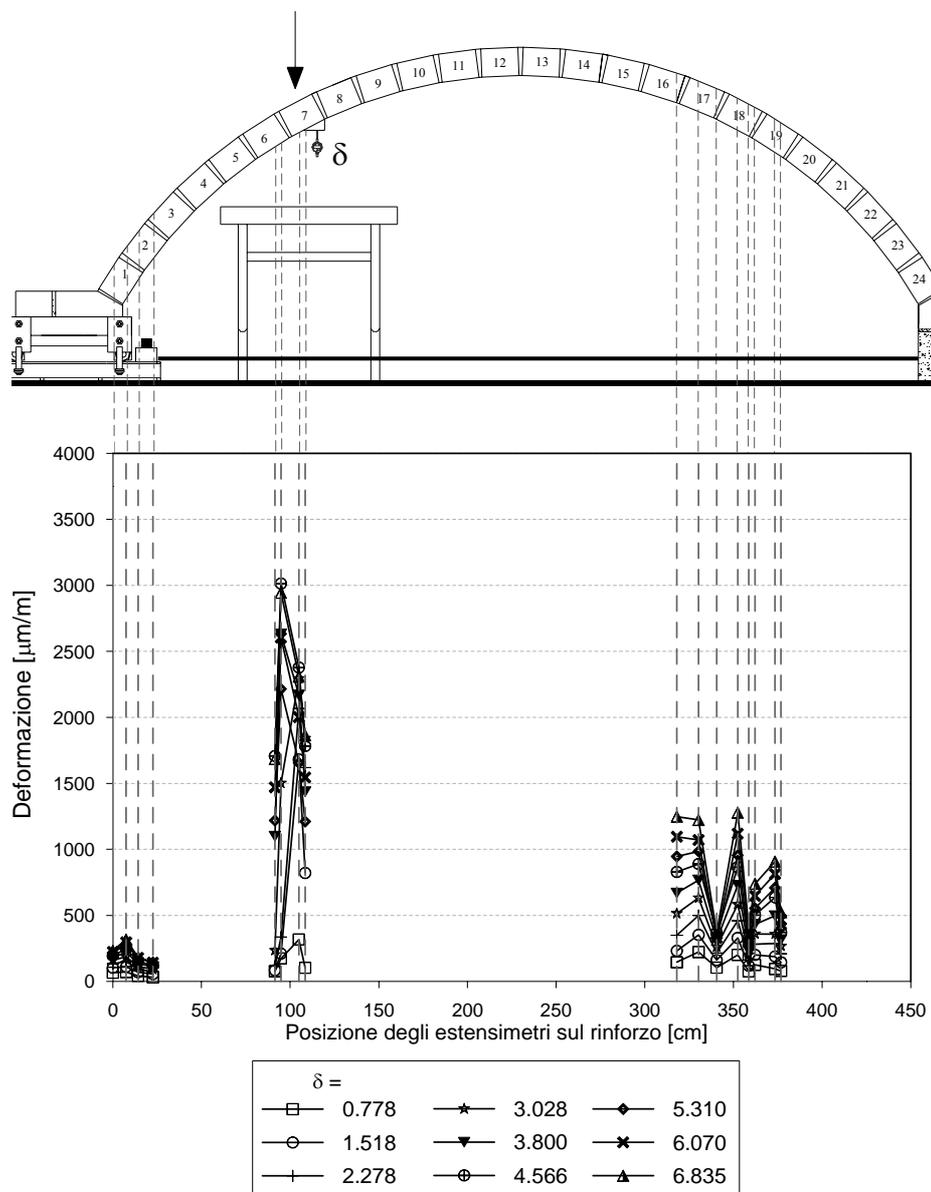


Fig. 4.43 – Primo ciclo di carico: deformazioni-posizione estensimetri sul rinforzo

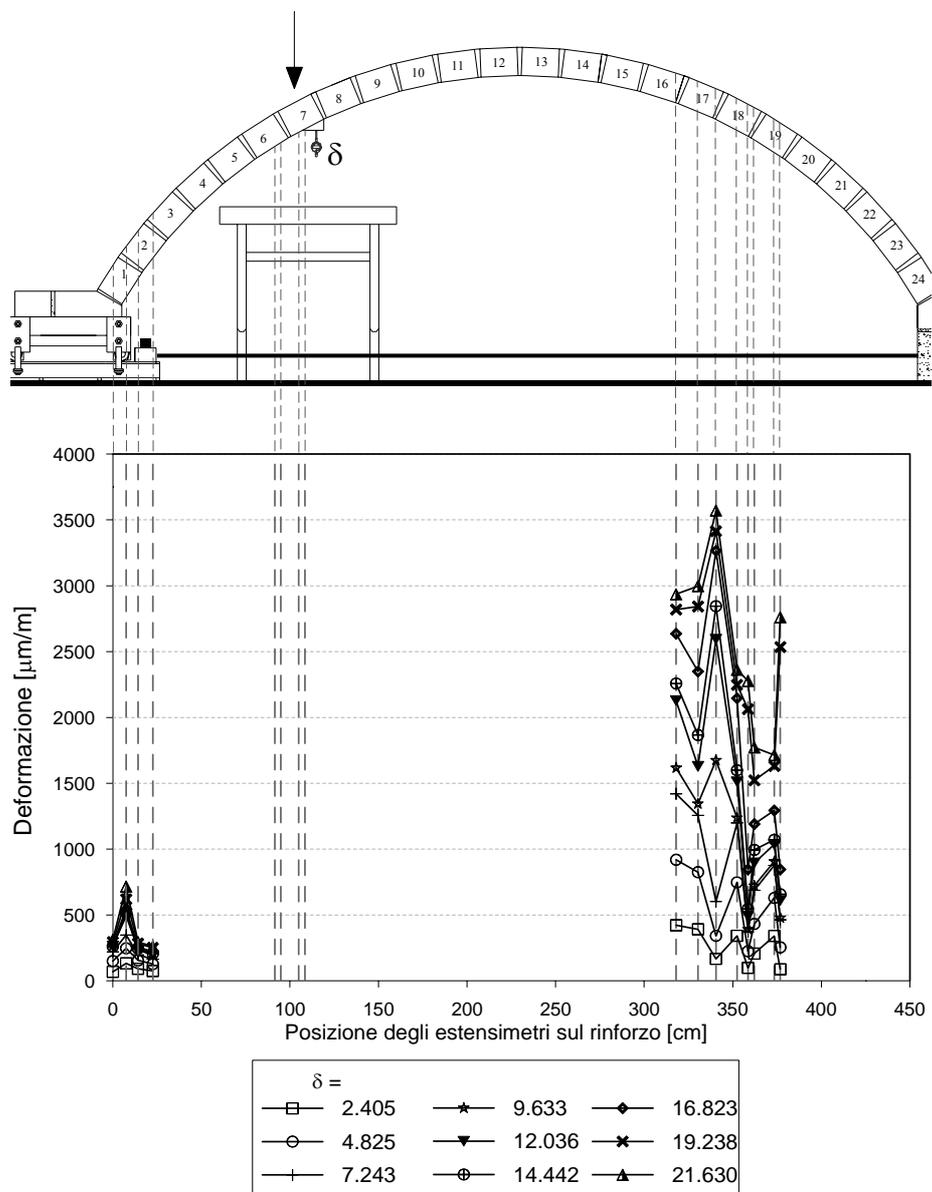


Fig. 4.44 – Secondo ciclo di carico: deformazioni-posizione estensimetri sul rinforzo

Con la finalità di illustrare un possibile approccio di calcolo delle strutture voltate rinforzate con FRP, nel seguito si mostreranno i risultati dell'interpretazione del comportamento strutturale della volta V3_Re/Ri.

Nella configurazione iniziale la volta risulta rinforzata sia sull'intradosso che sull'estradosso. Per le ipotesi enunciate la presenza del rinforzo inibisce la formazione delle cerniere in ogni punto della volta stessa. In tali condizioni la struttura può essere modellata come una trave ad asse curvilineo, coincidente con la direttrice geometrica della stessa.

Giacché in prossimità dell'appoggio più lontano dal punto di applicazione del carico, dove una eventuale cerniera dovrebbe formarsi sull'estradosso con apertura della stessa sull'intradosso, l'ancoraggio dei rinforzi non è stato particolarmente curato, l'efficace azione di chiusura del giunto, ad opera degli FRP, si è ben presto vanificata (v. Fig. 4.45).



Fig. 4.45 – Perdita di aderenza delle strisce di rinforzo applicate sull'intradosso in prossimità dell'imposta di destra

Nella configurazione iniziale, infatti, la volta potrebbe essere calcolata ricorrendo ad un modello di trave con asse curvilineo con vincoli di estremità assimilabili ad incastri. Ciò condurrebbe allo stato di

sollecitazione, in particolare di sforzo normale e momento flettente, rappresentato nelle Figg. 4.46 4.47 seguenti per la condizione di carico dovuta al peso proprio e ad un carico distribuito nel tratto corrispondente al 7° concio della volta:

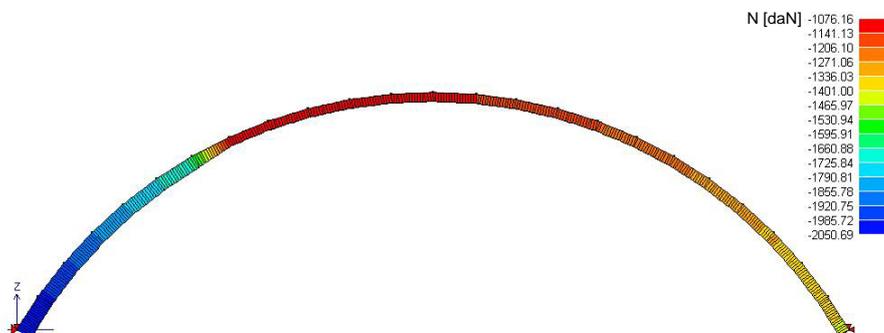


Fig. 4.46 – Sforzo normale nella condizione di volta integra e vincoli esterni assimilabili ad incastro

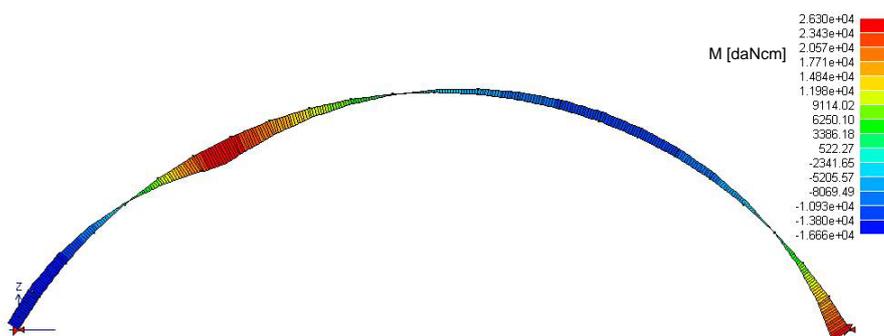


Fig. 4.47 – Momento flettente nella condizione di volta integra e vincoli esterni assimilabili ad incastro

Dalle immagini sopra riportate si trae come il momento flettente nell'estremità più lontana dalla sezione di applicazione del carico (imposta di destra) sia dello stesso ordine di grandezza di quello che si riscontra in

prossimità del concio caricato. Dato che, come detto, l'ancoraggio all'estremità delle strisce di rinforzo poste sull'intradosso non è stato curato con dispositivi meccanici né con adeguate lunghezze di incollaggio, è possibile intuire il perché, in tale sezione, il rinforzo abbia perso la sua efficacia precocemente.

Tenuto conto di quanto sopra, lo schema statico considerato per la condizione di carico massimo, nel seguito riportato, è quello di una trave ad asse curvilineo incastrata all'estremità più vicina al carico, imposta di sinistra, ed appoggiata all'altra estremità. In questa configurazione, per la condizione di carico dovuta al peso proprio ed al carico verticale applicato ad $\frac{1}{4}$ della luce di risultante pari a circa 10700N, carico distribuito sul tratto corrispondente al 7° concio, le caratteristiche di sollecitazione, sforzo normale e momento flettente, ricavate per lo schema in esame sono riportate nelle Figg. 4.48 e 4.49 seguenti:

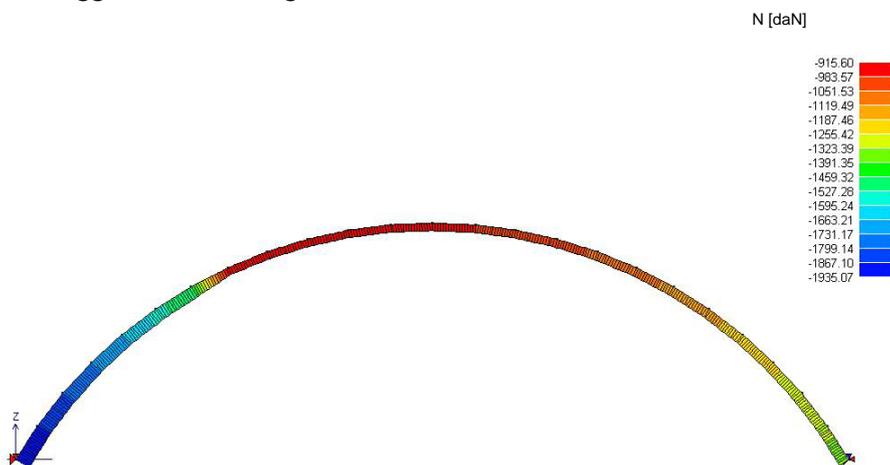


Fig. 4.48 – Sforzo normale nella condizione di volta integra e vincoli esterni assimilabili ad incastro a sinistra e cerniera a destra

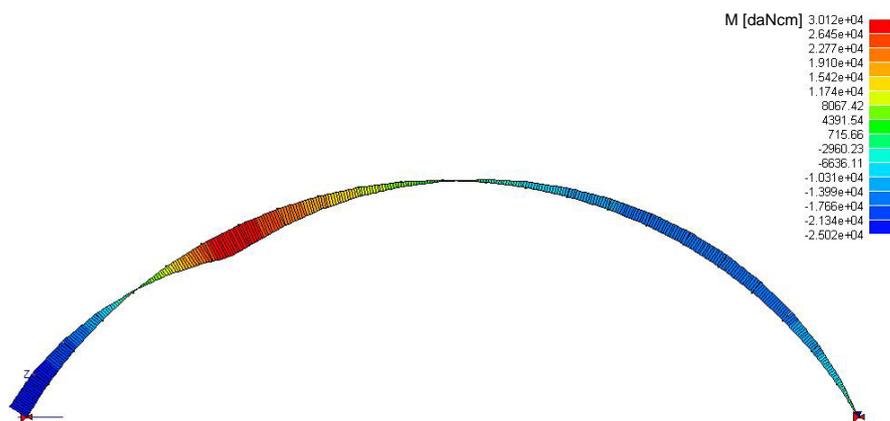


Fig. 4.49 – Momento flettente nella condizione di volta integra e vincoli esterni assimilabili ad incastro a sinistra e cerniera a destra

In prossimità del punto di applicazione del carico le sollecitazioni sono $N=10819$ N ed $M=3012000$ Nmm. Tale coppia di valori può essere riportata nel dominio di resistenza della sezione rinforzata (v. Fig. 4.50) nel quale si è tenuto conto della crisi per delaminazione in presenza di tensioni normali al piano di incollaggio, tensioni radiali di trazione (tensioni di peeling), oltre che tangenziali.

Si precisa, tra l'altro, che il dominio di Fig. 4.50 è stato calcolato considerando una base della sezione trasversale della struttura di dimensione pari alla profondità effettiva della stessa, 112 cm, avendo diffuso l'armatura con un passo inferiore a tre volte lo spessore dell'arco incrementato della larghezza del rinforzo (CND-DT 200/2004).

Con le suddette considerazioni, è stato calcolato il dominio di seguito rappresentato e lo si è messo a confronto sia con quello della sezione non rinforzata che con quello ottenuto considerando la deformazione a rottura di progetto dell'FRP. La figura mostra come il punto corrispondente allo stato di sollecitazione in esame, corrispondente al carico massimo ricavato sperimentalmente, sia appena al di fuori della frontiera del dominio, in accordo con l'evidente distacco del rinforzo dal materiale di base avvenuta in tale fase della prova.

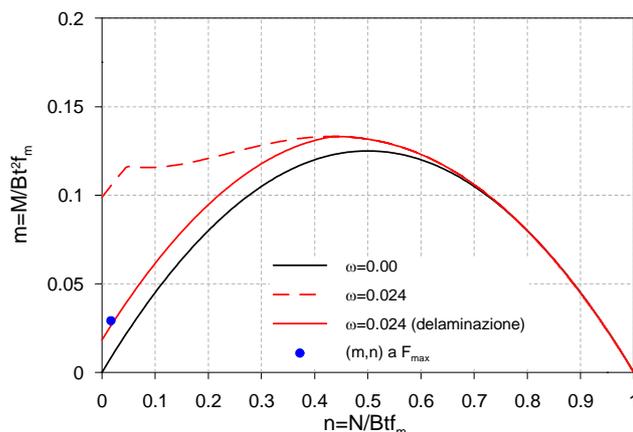


Fig. 4.50 – Dominio m-n di resistenza della sezione rinforzata sull'intradosso

Vale la pena evidenziare come la crisi per delaminazione, nel caso in esame, riduca drasticamente le potenzialità dell'intervento di rinforzo attuato come è possibile desumere dal confronto tra la curva in tratto continuo corrispondente alla condizione di crisi per delaminazione e quella tratteggiata corrispondente alla condizione di crisi per rottura a trazione del rinforzo.

A seguito della perdita di aderenza dei rinforzi applicati sull'intradosso della volta, in particolare dopo il raggiungimento del carico massimo, si è mutata la configurazione statica. Infatti, il distacco dello stesso ha, di fatto, consentito la formazione della cerniera in corrispondenza del 7° giunto non essendone più contrastata l'apertura.

Sono state quindi nuovamente calcolate le caratteristiche di sollecitazione nella nuova configurazione (2 cerniere: una in corrispondenza del 7° giunto ed una nell'imposta di destra) e per la condizione di carico dovuta al peso proprio ed al carico verticale ad $\frac{1}{4}$ della luce di risultante pari a 9400 N. I risultati sono riportati nei diagrammi di Figg. 4.51 e 4.52, che seguono:

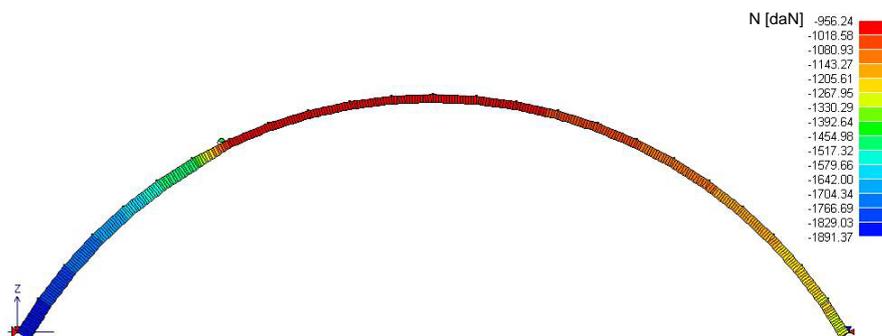


Fig. 4.51 – Sforzo normale a seguito della formazione della cerniera in corrispondenza del 7° giunto con vincoli esterni assimilabili ad incastro a sinistra e cerniera a destra

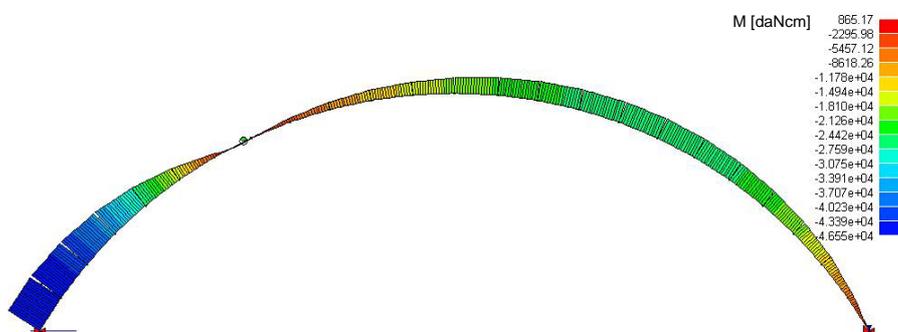


Fig. 4.52 – Sforzo normale a seguito della formazione della cerniera in corrispondenza del 7° giunto con vincoli esterni assimilabili ad incastro a sinistra e cerniera a destra

In questa configurazione i momenti di maggiore intensità sono quelli in corrispondenza del vincolo più vicino alla sezione caricata, dove la fibra è trattenuta da un ritegno meccanico esterno (v. Fig. 4.32), e quelli in corrispondenza della sezione ad 1/4 della luce della volta a partire dal vincolo di destra. In questo secondo tratto di volta le sollecitazioni massime sono: $N=10750$ N ed $M=2668000$ Nmm.

In analogia a quanto fatto sopra, è possibile tracciare il dominio di resistenza della sezione rinforzata sull'estradosso trascurando, questa volta, le tensioni radiali perché di compressione. Inoltre, nel caso in esame, avendo

concentrato l'armatura in un'unica striscia di larghezza pari a 15 cm disposta in asse alla volta, il dominio è stato tracciato considerando una larghezza della sezione trasversale pari a quella della striscia incrementata di tre volte lo spessore dell'arco (CNR-DT 200/2004). A tal proposito, infatti, è stato notato (P. Foraboschi, 2004) che mentre nel caso di una cerniera di apertura lo sforzo di compressione C si distribuisce lungo tutta la profondità della volta, viceversa in una sezione fessurata tenuta chiusa dal rinforzo, la compressione si concentra entro una banda, working area (W), di larghezza limitata. Tale circostanza è stata riscontrata anche nel campione in esame, come si evince dalla Fig. 4.53.

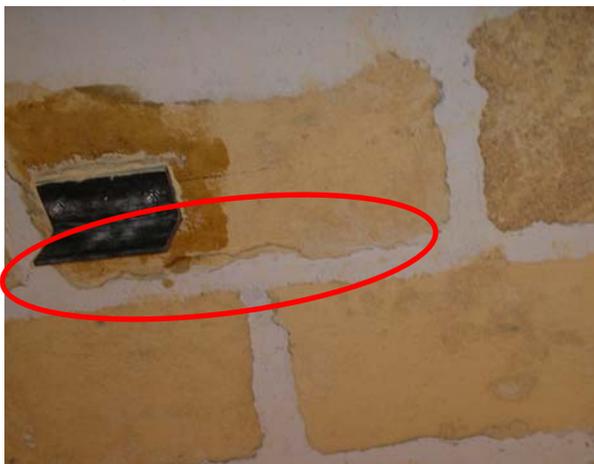


Fig. 4.53 – Sezione rinforzata sull'estradosso che ha generato un'evidente localizzazione delle compressioni che non si sono diffuse lungo tutta la generatrice ma hanno interessato un tratto di larghezza limitata

Considerato quanto sopra, in tali condizioni si ottiene il dominio riportato in Fig. 4.54 dal quale si trae che il punto corrispondente allo stato di sollecitazione considerato, corrispondente al tratto sub-orizzontale della curva carico-spostamento ricavata sperimentalmente, sia in prossimità della frontiera del dominio in accordo all'incipiente distacco del rinforzo dal materiale di base avvenuta in tale fase della prova.

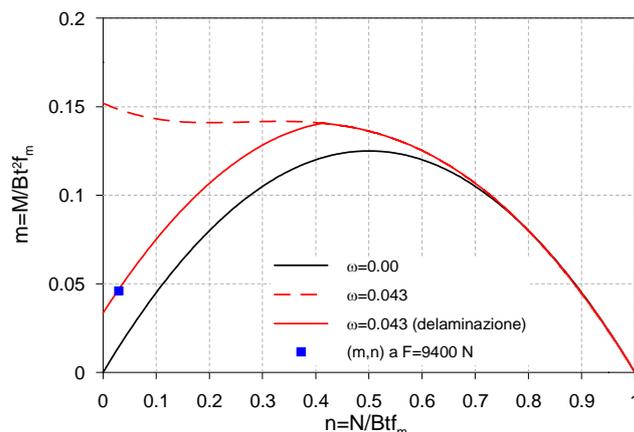


Fig. 4.54 – Dominio m-n di resistenza della sezione rinforzata sull'estradosso

4.4.2.2 Comportamento dinamico della volta

Oltre alle prove statiche descritte al precedente paragrafo, il modello di volta V3 è stato sottoposto a prove dinamiche. Alcuni riferimenti sullo studio del comportamento dinamico di strutture in muratura si trovano in: Avorio et al. (2001), Cavaleri et al. (2001), Barbieri et al. (2002 e 2003), Langone et al. (2007).

Lo studio della risposta dinamica di questi sistemi costruttivi storici è alquanto importante per potere intervenire, secondo criteri corretti, nel caso in cui si debba operare al fine di ottenere un miglioramento sismico della costruzione (Avorio et al., 2001). In ambito scientifico lo studio del comportamento strutturale di questi elementi è stato affrontato su modelli, in scala o al vero, sottoposti a condizioni di carico statico valutando l'efficacia del rinforzo mediante FRP. Di contro, non sembra ancora affrontato in maniera esaustiva lo studio del comportamento in ambito dinamico, sebbene numerose applicazioni siano state fatte nell'ottica del miglioramento sismico della struttura.

In tale ambito s'inserisce lo studio di seguito riportato, mirato a valutare la risposta dinamica della volta nella condizione seriamente danneggiata (a

seguito della prova denominata V3_Re) e, successivamente, rinforzata con FRP sia sull'estradosso che sull'intradosso (volta V3_Ri/Re) sottoposta, mediante un martello strumentato, ad una eccitazione impulsiva in punti predefiniti, inducendola così ad oscillare liberamente.

A tal fine la volta è stata strumentata in quattro punti di misura, A...D, (v. Fig. 4.55) in ciascuno dei quali sono stati installati accelerometri in direzione tangenziale, radiale e trasversale. Sono stati pertanto utilizzati 12 accelerometri, ch 1..12, installati sulla volta; un ulteriore accelerometro, ch 13, è stato installato sul dispositivo di vincolo di sinistra, in modo tale da valutare l'entità delle eventuali vibrazioni.

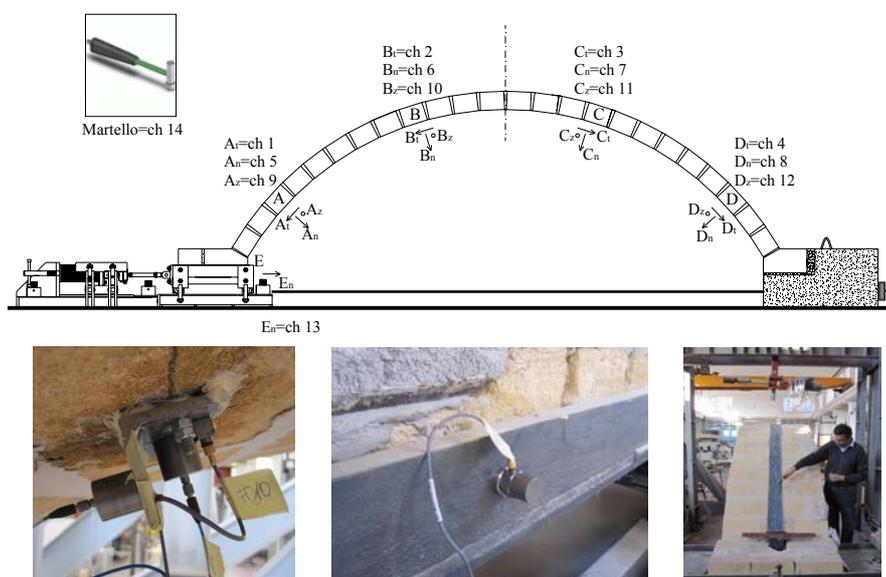


Fig. 4.55 – Strumentazione della volta per le prove dinamiche

Le prove sono state condotte registrando le accelerazioni libere (radiali, tangenziali e trasversali) nei quattro suddetti punti della volta sottoposta all'azione impulsiva di un martello strumentato, ch 14. In particolare la volta è stata eccitata da detto impulso in prossimità di ciascuno dei punti di misura

ripetendo numerose volte (10 prove per ogni punto di misura) la prova così da poterne mediare i risultati.

L'acquisizione dei dati è stata effettuata mediante una catena di acquisizione composta da:

1. sensori piezoelettrici ad alta sensibilità anche alle basse frequenze (0,2 Hz) per applicazioni sismiche;
2. amplificatore e condizionatore di segnale;
3. scheda di acquisizione analogico-digitale con funzione "simultaneous sampling", per l'acquisizione simultanea dei segnali;
4. personal computer e software di acquisizione, manipolazione e salvataggio dei dati in tempo reale sviluppato in ambiente Lab View.

Per ogni canale e per ciascuna prova, sono stati registrati campioni di accelerazione della durata di 20 sec con una frequenza di campionamento di 1000 punti al secondo (1000 Hz) dei quali viene mostrato in Fig. 4.56 un esempio.

I segnali acquisiti sono stati successivamente filtrati con un filtro passa-banda con frequenza di taglio di 1 Hz e 150 Hz per escludere i contributi indesiderati del rumore ambientale ad alte frequenze.

In particolare la Fig. 4.56, che segue, mostra l'impulso nel punto di misura B e la risposta nel dominio del tempo, in termini di accelerazione radiale, tangenziale e trasversale nel punto C.

Si osserva che i risultati registrati dall'accelerometro posto sul dispositivo di vincolo (ch 13) hanno permesso di constatare che questo può, nella condizione di prova, essere considerato un vincolo fisso.

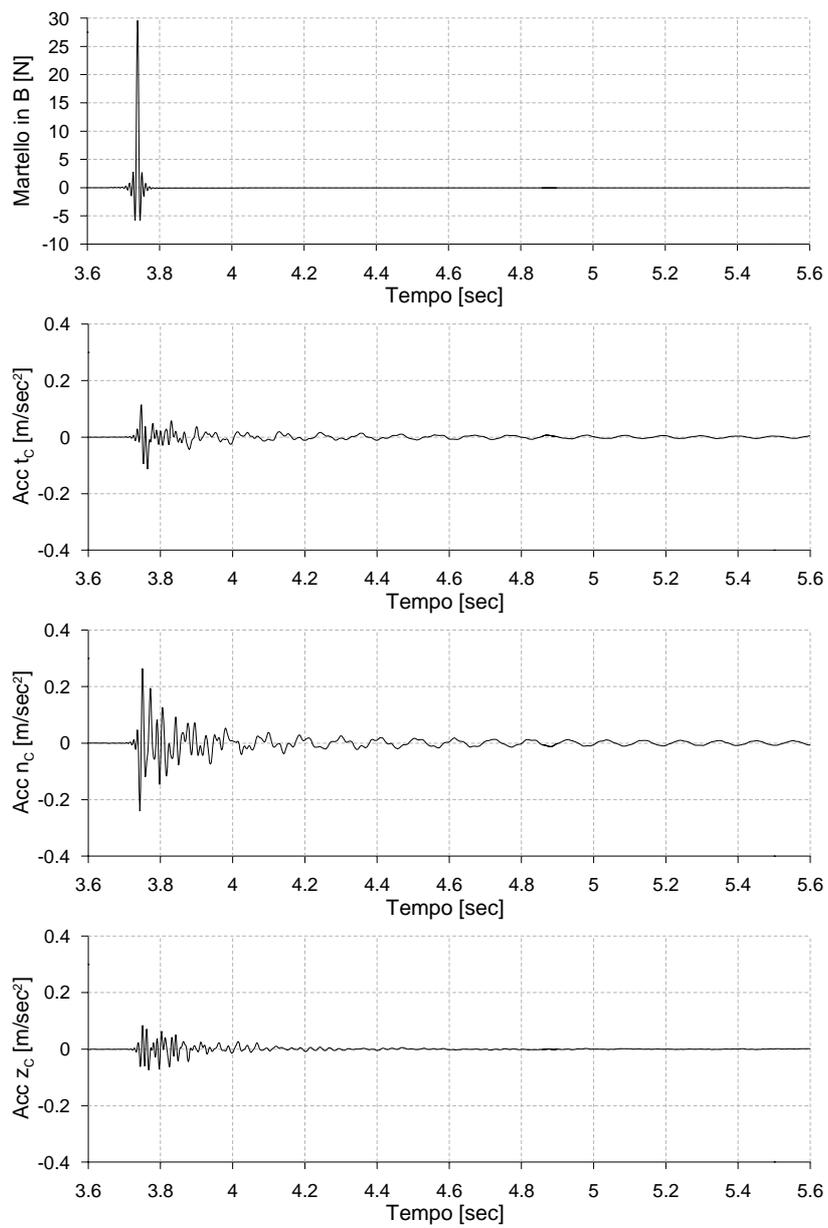


Fig. 4.56 – Impulso in B e risposta in C nel dominio del tempo per la volta danneggiata

Successivamente, è stata condotta l'analisi nel dominio delle frequenza. Innanzitutto è stata determinata la densità spettrale di potenza (Ewins, 1986) degli impulsi, ottenuta come media di 10 acquisizioni, per ciascun punto di prova.

Nella Fig. 4.57 che segue è mostrata la funzione densità spettrale di potenza (PSD) dell'impulso in B, che ha permesso di constatare che la potenza del segnale ha un contributo significativo fino a 80 Hz.

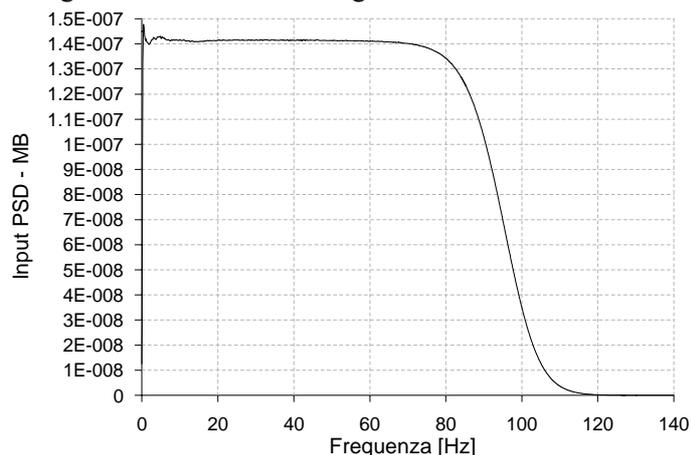


Fig. 4.57 – Densità spettrale di potenza relativa all'impulso in prossimità del punto B

Sono state infine derivate le funzioni di trasferimento definite come rapporto tra lo spettro di Fourier del segnale di risposta (accelerometro considerato) e lo spettro di Fourier della forzante (impulso registrato mediante il martello strumentato): $H(f) = \frac{X(f)}{F(f)}$ (Ewins, 1986).

Nella Fig. 4.58 che segue è riportato il modulo della funzione di trasferimento (FRF) delle risposte nel punto C di misura dovuta all'impulso generato in prossimità del punto B. Da tale figura è possibile individuare i valori di frequenza dei primi modi di vibrare della struttura in esame che corrispondono ai picchi delle funzioni di trasferimento.

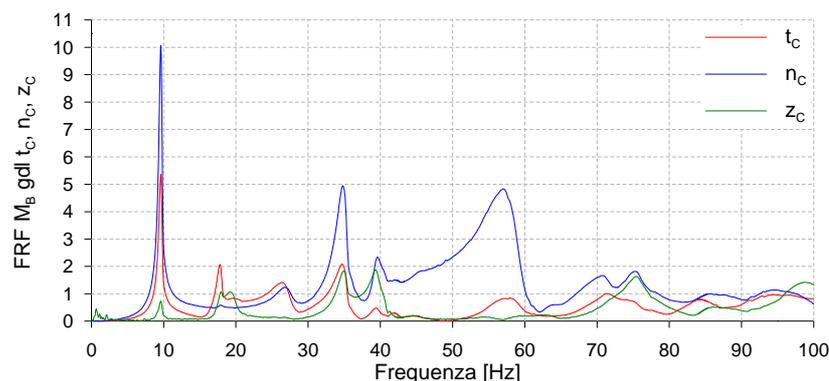


Fig. 4.58 – Funzione di trasferimento delle direzione tangenziale, normale e trasversale nel punto C relativa all’impulso in prossimità del punto B nella volta danneggiata

I risultati così ottenuti sono stati confrontati con quelli derivanti dall’analisi modale del modello spaziale agli E.F. della volta, implementato nel programma ADINA 8.3.1 utilizzando elementi 3D Solid. Il tipo di elemento finito utilizzato è un elemento 3D a 4 nodi (per un totale di 7639 nodi e 6424 elementi). Il materiale utilizzato è stato, in maniera semplificata, considerato omogeneo isotropo, a comportamento elastico lineare avente le seguenti caratteristiche: $E = 0,95 \text{ GPa}$, $\nu = 0,2$ e $\rho = 1600 \text{ kg/m}^3$.

Nella Fig. 4.59 sono riportate le prime sei forme modali, mentre nella Tabella 4.1 sono riportati i valori delle prime sei frequenze strutturali ottenute dal modello ad elementi finiti e quelle rilevate sperimentalmente. Dal confronto fra i risultati sperimentali (v. Fig. 4.58 e Tabella 4.1) e quelli numerici (v. Tabella 4.1 e Fig. 4.59) è stato possibile riscontrare la bontà del modello utilizzato, in quanto molte frequenze sono ben identificate con errori ascrivibili alle incertezze sulle caratteristiche meccaniche dei materiali a seguito del loro danneggiamento, sulla loro omogeneità e sulla tipologia di connessione fra i vari elementi.

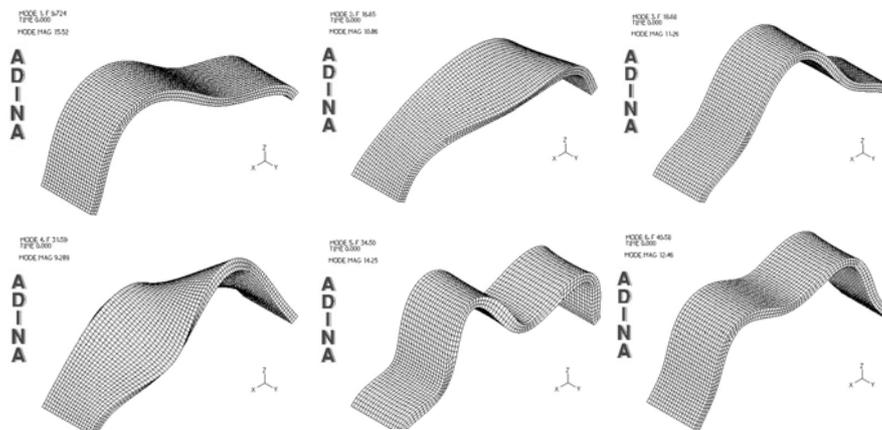


Fig. 4.59 – Prime sei forme modali

N°	Sperimentale	Modello
	Valore [Hz]	Valore [Hz]
1	9,60	9,72
2	17,80	16,65
3	19,17	18,68
4	26,80	31,59
5	34,80	34,50
6	39,60	40,58

Tabella 4.1 – Prime sei frequenze strutturali ottenute sperimentalmente e dal modello ad elementi finiti

Dopo l'esecuzione e la stagionatura del rinforzo sia sull'estradosso che sull'intradosso (Volta V3_Ri/Re), preliminarmente all'esecuzione delle prove statiche, è stata valutata la risposta dinamica della volta nella nuova configurazione. Con considerazioni del tutto analoghe al caso della volta danneggiata, si riportano nei grafici di Fig. 4.60 e 4.61 la risposta di una prova nel punto C di misura dovuta all'impulso in B, nel dominio del tempo, ed il risultato dell'analisi nel dominio delle frequenze per lo stesso punto (funzione di trasferimento).

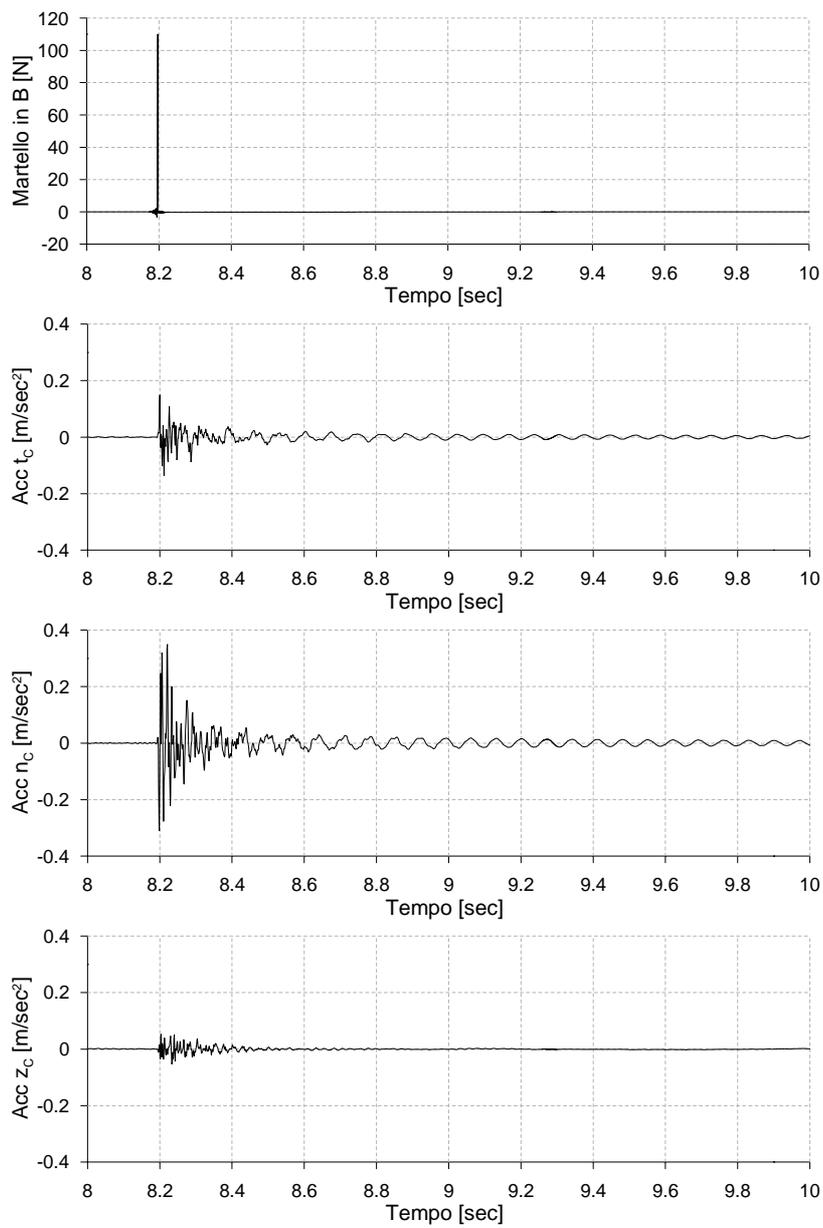


Fig. 4.60 – Impulso in B e risposta in C nel dominio del tempo per la volta V3_Ri/Re rinforzata sull'estradosso e sull'intradosso

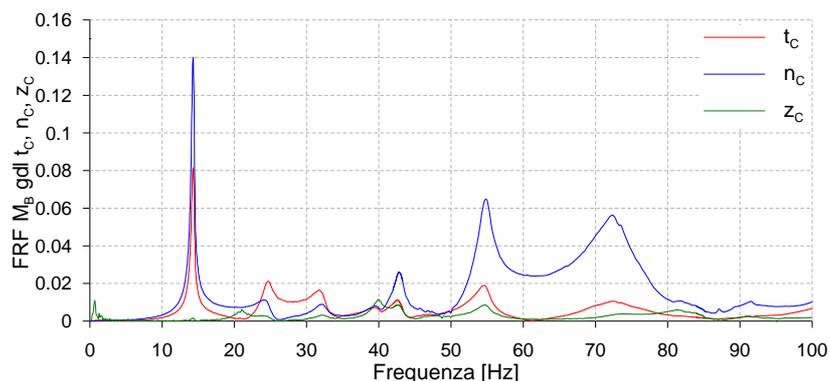


Fig. 4.61 – Funzione di trasferimento delle direzioni tangenziale, normale e trasversale nel punto C relativa all'impulso in prossimità del punto B nella volta V3_Ri/Re rinforzata sull'estradosso e sull'intradosso

Dal confronto fra i grafici di Figg. 4.61 e 4.58 è possibile osservare che la frequenza del primo modo di vibrare della struttura (e di conseguenza le altre) è aumentata da 9,60 Hz, relativa alla volta danneggiata, a 14,27 Hz, relativa alla volta rinforzata, evidenziando un sostanziale irrigidimento della struttura. Ciò mostra l'efficacia dell'intervento, riscontrabile non soltanto in termini di capacità portante ultima ma anche nei riguardi del comportamento dinamico di tali strutture in termini di frequenze naturali. Tale circostanza è stata accertata anche da altri ricercatori tra cui Barbieri et al. (2003), su prototipi di volte in muratura di mattoni pieni e Langone et al. (2007), su prototipi di edifici in muratura di tufo.

4.4.3 Confronti e considerazioni

Si riporta, innanzitutto, un confronto fra le varie configurazioni del prototipo studiato nell'ambito della presente tesi di dottorato, volta V3. Nel grafico di Fig. 4.62 sono riportate le curve carico-spostamento verticale in corrispondenza del punto di applicazione del carico per la volta non rinforzata, V3, per quella con solo rinforzo sull'estradosso, V3_Re, e per quella con rinforzo sia sull'estradosso che sull'intradosso, V3_Ri/Re.

Nell'istogramma di Fig. 4.63 è riportato lo stesso confronto in termini di carico massimo.

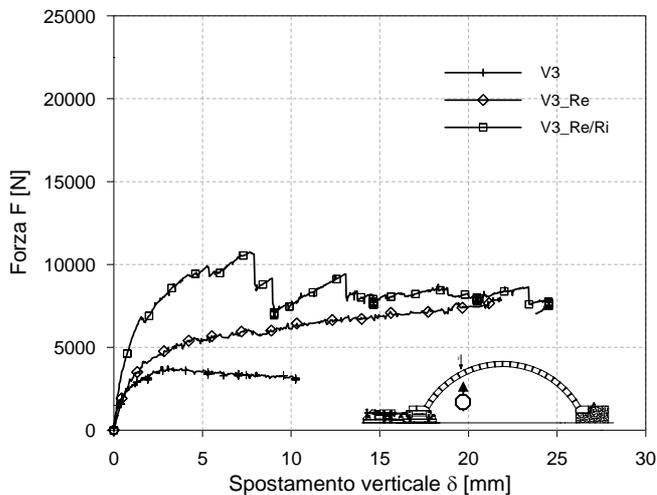


Fig. 4.62 – Curve carico-spostamento per le tre volte V3

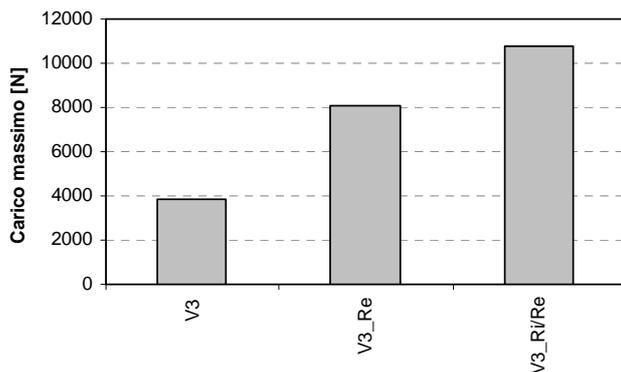


Fig. 4.63 – Confronto tra la capacità portante delle volte V3, V3_Re e V3_Ri/Re

Dai grafici si trae che, rispetto alla struttura non rinforzata, il solo rinforzo sull'estradosso produce un incremento di resistenza pari al 108% mentre il contemporaneo rinforzo sull'estradosso e sull'intradosso comporta un incremento di resistenza pari al 178%.

È altresì possibile osservare che, in entrambi i casi relativi alle volte rinforzate, il carico, per grandi spostamenti verticali impressi, tende ad attestarsi ad un medesimo valore pari a circa 8000 N.

Si rileva inoltre che mentre il solo rinforzo sull'estradosso V3_Re produce esclusivamente un incremento di resistenza, il contemporaneo rinforzo sull'estradosso e sull'intradosso determina anche un incremento di rigidità. Ciò, probabilmente, è da attribuire all'azione di cucitura operata dalle strisce intradossali di FRP in corrispondenza del 7° giunto.

Ulteriori confronti di carattere qualitativo possono essere fatti con i risultati delle precedenti campagne di indagini sperimentali esposte al paragrafo 4.4.1.

Nell'istogramma di Fig. 4.64 che segue è riportato, in sintesi, il confronto in termini di carico massimo delle tre volte menzionate nelle condizioni di pre e post intervento di rinforzo.

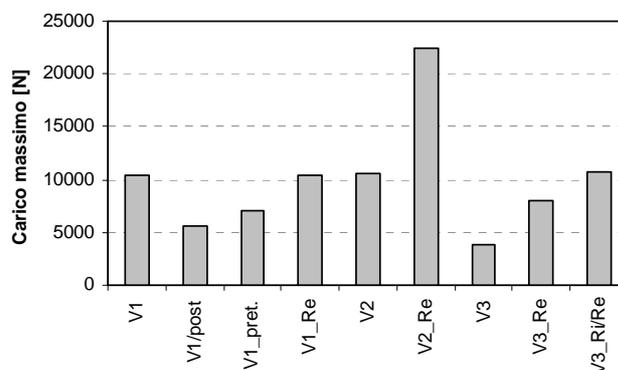


Fig. 4.64 – Confronto tra la capacità portante delle volte testate

Si presenta, innanzitutto, un confronto fra il comportamento delle tre volte non rinforzate al variare della **qualità della muratura**, in particolare dovuta al tipo di malta impiegata per la realizzazione dei giunti.

Nelle Figg 4.65 e 4.66 che seguono è mostrato il confronto, in termini di curve carico-spostamento ed in termini di carico massimo, tra le volte V1, V2 e V3 non rinforzate. Nell'istogramma di Fig. 4.65 è altresì riportato il

valore del carico teorico pari a 3841 N ottenuto con l'analisi limite applicata nell'ipotesi di materiale non resistente a trazione con blocchi infinitamente rigidi a contatto monolatero e attritivo (Failla et al., 2000).

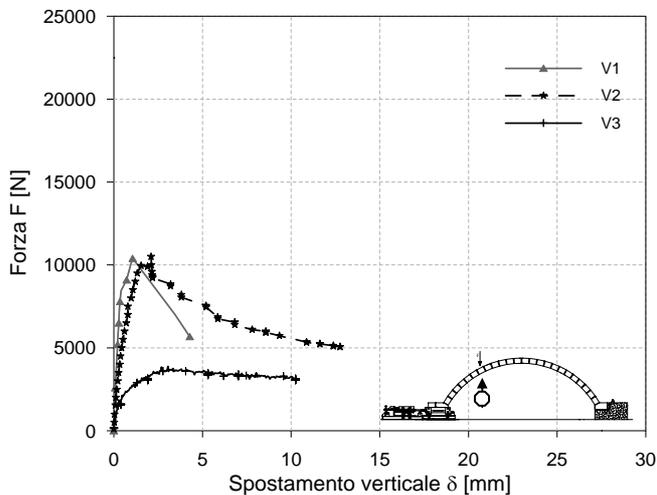


Fig. 4.65 – Curve carico-spostamento per le tre volte non rinforzate

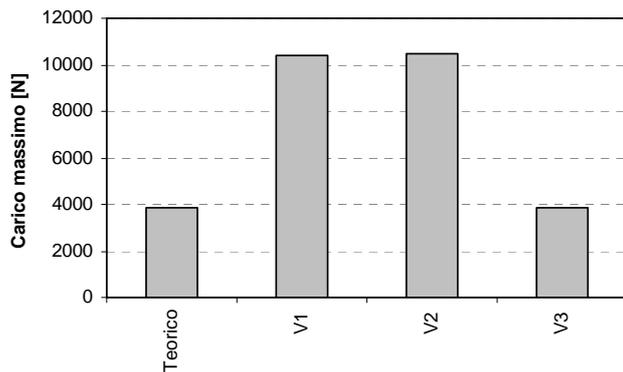


Fig. 4.66 – Confronto tra la capacità portante teorica e sperimentale delle volte non rinforzate testate

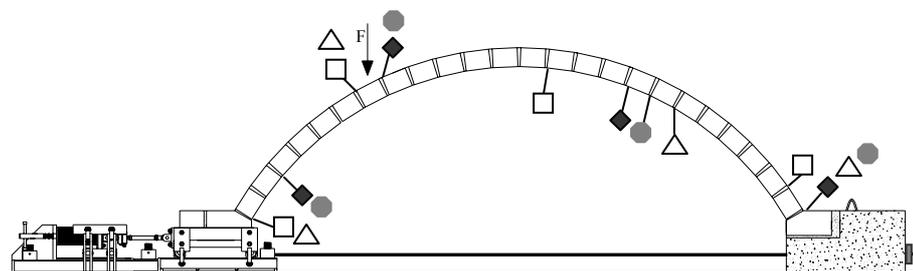
A parità di resistenza dei conci di calcarenite utilizzati, le volte denominate V1 e V2 sono state realizzate entrambe con malta bastarda di

buone proprietà meccaniche mentre per la volta V3 è stata impiegata una malta di calce aerea caratterizzata da scarsa resistenza.

Dal grafico si evince, tra l'altro, come le due volte V1 e V2 presentino un comportamento simile sebbene nella volta V2, grazie alla modalità di prova in controllo di spostamento, sia stato possibile seguire l'innesco e l'evoluzione della formazione delle cerniere che hanno portato al meccanismo di collasso. Inoltre, in entrambi i casi, non appena è stato raggiunto il carico massimo questo non ha avuto la possibilità di essere mantenuto; il carico post-picco rapidamente si è attestato al valore del carico limite corrispondente al cinematismo verificatosi.

Diverso è stato, invece, il comportamento della volta V3 che ha attinto un valore del carico ultimo nettamente inferiore rispetto alle prime due volte, seppure corrispondente ad un meccanismo simile. Tale diverso comportamento è, sicuramente, da attribuirsi alla diversa qualità della malta impiegata per la realizzazione dei prototipi che per quelli denominati V1 e V2 ha contribuito al loro miglior comportamento strutturale in virtù della buona resistenza a trazione ed adesione ai conci. Nel caso della volta V3, invece, la scarsa resistenza a trazione dei giunti ha portato ad un risultato più vicino a quello teorico dedotto nell'ipotesi di contatto monolatero.

Si osserva infine che in tutti e tre i casi il carico massimo ricavato sperimentalmente, così come la posizione delle cerniere, differisce rispetto a quello ottenuto dall'applicazione dell'analisi limite (Failla et al., 2000). Nella Fig. 4.67 che segue è mostrato il confronto fra i diversi meccanismi rilevati:



□ V1 (Failla et al., 2000); ◆ V2 (La Mendola et al., 2009); △ V3; ● Analisi limite (Failla et al., 2000)

Fig. 4.67 – Confronto tra le posizioni delle cerniere

Nel seguito si mostra, invece, il confronto fra le volte rinforzate con tessuti in FRP impregnati in opera al fine di mettere in luce l'**influenza della tipologia di rinforzo e della modalità di applicazione**. Tale confronto è presentato sia in termini di curve carico-spostamento verticale del punto di applicazione del carico (v. Fig. 4.68) che in termini di carico massimo (v. Fig. 4.69).

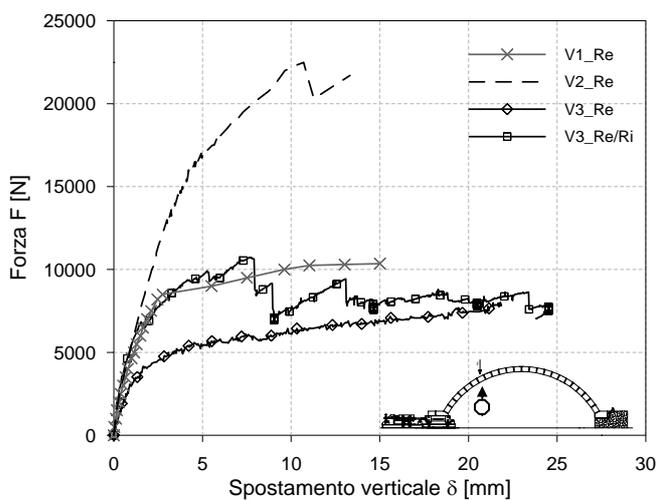


Fig. 4.68 – Curve carico-spostamento per le quattro volte rinforzate

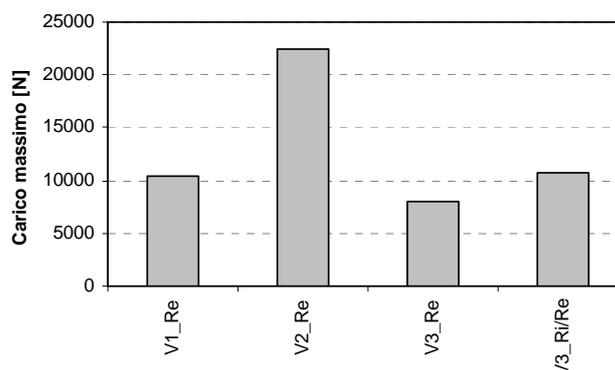


Fig. 4.69 – Confronto tra la capacità portante delle quattro volte rinforzate testate

Dai grafici di Figg. 4.68 e 4.69 si evince che, sebbene le caratteristiche iniziali delle volte non rinforzate V1 e V2 siano simili, il rinforzo operato dalle strisce di FRP sia stato notevolmente differente. Nel caso della volta V1, infatti, il rinforzo ha praticamente ripristinato il valore del carico di rottura della volta non rinforzata senza apportare incrementi di resistenza. Ciò è senz'altro da attribuire ad una non corretta modalità di applicazione del rinforzo che è stata preceduta dall'applicazione di una malta reoplastica regolarizzante a basso modulo elastico. In tal caso, seppur la regolarizzazione dell'estradosso della volta ha evitato l'innescarsi di fenomeni di delaminazione localizzati in corrispondenza di difetti costruttivi del prototipo, in corrispondenza cioè di brusche variazioni del profilo della muratura, la modalità di distacco del composito dalla struttura ha interessato l'interfaccia malta regolarizzante-muratura evidenziando carenze di aderenza della malta.

Diverso è il caso del rinforzo della volta V2 nella quale è stato impiegato come regolarizzante uno stucco epossidico "caricato" con inerti di quarzo applicato sull'estradosso previa applicazione di un primer epossidico. Inoltre è stato adottato un rinforzo di proprietà meccaniche, in particolare di rigidità, più elevate rispetto a quello utilizzato per il rinforzo della volta V1 ed è stata particolarmente curata la fase di stagionatura dello stesso per migliorarne l'adesione. Infine nei suddetti grafici è mostrato il

comportamento della volta V3, nella quale il rinforzo, sia solo estradossale, V3_Re, che intradossale ed estradossale, V3_Ri/Re, è stato applicato direttamente sulla superficie della muratura senza l'interposizione né di una malta di livellamento né di un primer epossidico. In questo caso la delaminazione ha interessato direttamente la muratura in conci di calcarenite ed in alcuni casi è stata innescata da irregolarità della superficie. Si ritiene che quest'ultima di applicazione del rinforzo sia la più rapida e sicura in quanto non introduce un'ulteriore interfaccia. Tuttavia le fasi di incollaggio dovrebbero essere precedute da una regolarizzazione meccanica delle più evidenti asperità della superficie di applicazione del rinforzo al fine di evitare inneschi della delaminazione in corrispondenza di punti singolari.

4.5 Bibliografia

M. A. Aiello, N. Galati, A. La Tegola (2000). "Carico di collasso di archi in muratura rinforzati con nastri in FRP". Atti del convegno Meccanica delle Strutture in Muratura Rinforzate con FRP Materials: Modellazione, Sperimentazione, Progetto, Controllo 7-8 dicembre 2000, Venezia, Italia, p. 75-84.

A. Avorio, A. Borri, M. Corradi, A. Barbieri, A. Di Tommaso (2001). "Comportamento dinamico di volte in muratura rinforzate con FRP-materials: primi risultati". Atti del X Congresso Nazionale "L'Ingegneria Sismica in Italia", Potenza-Matera 9-13 settembre 2001.

A. Barbieri, A. Borri, M. Corradi, A. Di Tommaso (2002). "Dynamic Behaviour of Masonry Vaults Repaired with FRP: Experimental Analysis". Proceedings of the Sixth International Masonry Conference, Proceedings of the British Masonry Society, n.9, november 2002, p. 7-16.

A. Barbieri, A. Borri, M. Corradi, A. Di Tommaso (2003). "Analisi sperimentale di volte in muratura rinforzate con GFRP sollecitate dinamicamente". Ingegneria Sismica, AnnoXX, n. 2, maggio-agosto 2003, p. 22-36.

I. Basilio, D. Oliveira, P. Lourenço (2004). "Optimal FRP Strengthening of masonry arches". Atti del 13th International Brick and Block Masonry Conference, 4-7 giugno 2004, Amsterdam.

E. Benvenuto (1990). "An Introduction to the History of structural Mechanics, Part II: Vaulted Structures and Elastic Systems", Ed. Springer-Verlag.

A. Borri, G. Castori (2004). "Influenza dei difetti di incollaggio in archi e volte rinforzate all'intradosso con FRP". Atti del convegno Meccanica delle Strutture in Muratura Rinforzate con FRP Materials: Modellazione, Sperimentazione, Progetto, Controllo. 6-8 dicembre 2004, Venezia, Italia, p. 7-16.

L. Cavaleri, C. Cucchiara, A. Tomaselli, G. Zingone (2001). "Comportamento meccanico di una volta in conci di calcarenite rinforzata

con CFRP”. *Ingegneria Sismica*, Anno XVIII, n. 3, settembre-dicembre 2001, p. 31-41.

V. Ceradini, L. Sgherri, E. Speranza (1997). “La statica delle volte”. In *Codice di pratica per la sicurezza e la conservazione dei Sassi di Matera*, Ed. La Baitta.

J. F. Chen (2002). “Load-bearing capacity of masonry arch bridges strengthened with fibre reinforced polymer composites”. *Advances in Structural Engineering*, Vol. 5, No. 1, p. 37-44.

CNR-DT 200/2004 (2004). “Istruzioni per la Progettazione, l’Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l’utilizzo di Compositi Fibrorinforzati”.

C. Cucchiara (2000). “Risposta strutturale di volte in muratura: analisi teorico-sperimentali in regime non lineare”. Tesi di dottorato in *Ingegneria delle strutture*, Università di Palermo, relatori: Prof. M. Papia e Prof. G. Zingone – correlatore: Prof. G. Giambanco.

L. De Lorenzis, R. Dimitri, A. La Tegola (2007). “Reduction of the lateral thrust of masonry arches and vaults with FRP Composites”. *Construction and Building Materials*, 21, p. 1415-1430.

D. J. Ewins (1984). “Modal Testing: Theory and Practice”. Research Studies Press, Taunton, Somerset, England.

P. Faccio, P. Foraboschi, E. Siviero (1999). “Volte in muratura con rinforzi in FRP”. *L’edilizia: De Lettera Ed.*, N. 9/10 del 1999, p. 44-50.

P. Faccio, P. Foraboschi (2000). “Analisi agli stati limite di volte in muratura con rinforzi in FRP: Volte a botte e archi”. *L’edilizia: De Lettera Ed.*, N. 5/6 del 2000, p. 48-56.

P. Faccio, P. Foraboschi (2000). “Analisi agli stati limite di volte in muratura con rinforzi in FRP: Formulazione e metodi di calcolo”. *L’edilizia: De Lettera Ed.*, N. 9/10 del 2000, p. 52-57.

P. Faccio, P. Foraboschi (2000). “Analisi limite ultima di strutture in muratura con materiali compositi incollati al contorno”. *Atti del convegno Meccanica delle Strutture in Muratura Rinforzate con FRP Materials:*

Modellazione, Sperimentazione, Progetto, Controllo. 7-8 dicembre 2000, Venezia, Italia, p. 141-151.

A. Failla, C. Cucchiara, M. Accardi (2000). "Metodi Innovativi per il consolidamento dei sistemi a volta in muratura". Atti del IV Workshop sulle strutture composite, 23-24 novembre 2000, Palermo, Italia, p. 343-351.

P. Foraboschi (2004). "Strengthening of masonry arches with fiber-reinforced polymer strips". *Journal of Composites for Construction*, ASCE, 8(3), p. 191-202.

J. Heyman (1969). "The safety masonry arch". *J. Mech. Sci.*, Vol. 11.

J. Heyman (1966). "The stone skeleton". *Int. Journal of Solid and Structures*, Vol. 2, p. 249-279.

J. Heyman (1982). "The masonry arch". Chichester, United Kingdom.

A. Koocharian (1953). "Limit analysis of voussoir (segmental) and concrete arches". *Journal of the American Concrete Institute*.

I. Langone, A. Prota, G. Bergamo, G. Manfredi (2007). "Analisi sperimentale su tavola vibrante di due modelli in muratura di tufo consolidati mediante materiali compositi". Atti del XII convegno ANIDIS, L'ingegneria sismica in Italia, Pisa, 10-14 giugno 2007.

L. La Mendola, A. Failla, C. Cucchiara, M. Accardi (2009). "Debonding phenomena in CFRP strengthened calcarenite masonry walls and vaults". *Advances in structural engineering*, vol. 12. Special Issue, p. 745-760.

R.K. Livesley (1978). "Limit Analysis of Structures Formed From Rigid Blocks". *International J. Num. Math. Eng.*, Vol. 12, p. 2853-1871.

M. Lo Bianco, C. Mazzarella (1985). "Sulla sicurezza sismica delle strutture in muratura a blocchi". *Stato dell'arte in Italia sulla meccanica delle murature*, a cura di A. Giuffrè e A. Grimaldi, Roma, p. 577-596.

C. Modena, M. Valdemarca, M. R. Valluzzi (1999). "Volte murarie rinforzate mediante FRP". *L'edilizia: De Lettera Ed.*, N. 5/6 del 1999, p. 26-32.

C. Modena, M. Valdemarca, M. R. Valluzzi (1999). "Volte murarie rinforzate mediante FRP: Analisi sperimentale e modellazione del comportamento". *L'edilizia: De Lettera Ed.*, N. 7/8 del 1999, p. 42-49.

M. Paradiso, G. Tempesta, S. Galassi, F. Pugi (2007). “Sistemi voltati in muratura: Teoria e Applicazioni”, Ed. Dei.

T. C. Triantafillou (1998). “Strengthening of masonry structures using epoxy-bonded FRP laminates”. *Journal of Composites for Construction*, ASCE, 2(2), p. 96-104.

T. C. Triantafillou (1998). “Strengthening of masonry structures using epoxy-bonded FRP laminates. Errata”. *Journal of Composites for Construction*, ASCE, 2(2), p. 96-104.

M. R. Valluzzi, M. Valdemarca, C. Modena (2001). “Behavior of brick masonry vaults Strengthened by FRP laminates”. *Journal of Composites for Construction*, ASCE, p. 163-169.

G. Zingone, L. Cavaleri, C. Cucchiara (2006). “Impiego di tecniche di identificazione dinamica per la prevenzione e mitigazione del rischio da “crolli”. *Atti del Convegno Nazionale Crolli e Affidabilità delle strutture civili*, Messina, 20-22 Aprile 2006, p.573-584.

CAPITOLO 5

RESISTENZA DI PARETI IN MURATURA RINFORZATE CON FRP PER AZIONI NEL PROPRIO PIANO

5.1 Premessa

I seri danni strutturali ed il collasso delle costruzioni in muratura, dovute ai recenti eventi sismici verificatisi in Italia, hanno sensibilizzato la comunità scientifica verso l'approfondimento dello studio del comportamento di tali tecniche costruttive nonché verso la ricerca dei sistemi per il loro rinforzo. In tale ambito, il rinforzo/riparazione di pareti in muratura mediante l'applicazione di compositi fibrorinforzati (FRP) sta, ormai da alcuni anni, prendendo campo come valida alternativa alle tecniche "tradizionali". Essa presenta il vantaggio di poter realizzare un intervento di miglioramento strutturale poco invasivo e potenzialmente reversibile risultando, quindi, particolarmente indicato per le costruzioni di carattere storico-monumentale.

Nel presente capitolo s'illustreranno i principali criteri di resistenza delle pareti in muratura sollecitate da azioni nel proprio piano e si mostreranno i

principali modelli per la valutazione dell'incremento di resistenza ad opera degli interventi di rinforzo con FRP.

Verranno mostrati i risultati di una campagna d'indagine sperimentale per la valutazione sia della resistenza a taglio della muratura in conci di calcarenite e malta di connessione che dell'efficacia del rinforzo con FRP, condotta su pannelli murari soggetti a compressione diagonale. Si mostreranno, infine, i risultati ottenuti da un'ulteriore sperimentazione su un prototipo di parete forata, costituita da due maschi murari definibili snelli e da una fascia di piano alta, sottoposto a taglio-compressione.

5.2 Metodi d'analisi delle strutture in muratura

Nella letteratura tecnico-scientifica sono disponibili numerosi modelli per la valutazione della risposta sismica delle pareti e degli edifici in muratura basati su diversi presupposti teorici.

La diversità delle ipotesi adottate dai diversi modelli scaturisce dalla grande varietà di tipologie murarie (che differiscono per materiali adottati, per tessitura, per dettagli costruttivi, ecc.) che rendono difficile la formulazione di un modello di assoluta applicabilità e validità generale. A tal riguardo, una possibile distinzione in tre classi delle strutture in muratura, cui corrispondono differenti modalità di analisi delle stesse, è dovuta a Pagano (1966). Secondo detta classificazione, gli edifici appartenenti alla prima categoria sono quelli realizzati con pareti ed impalcati entrambi in muratura; quelli appartenenti alla seconda categoria sono realizzati con pareti murarie e solai orizzontali non congruenti con le prime (ad esempio con solai realizzati con travi in legno o acciaio semplicemente appoggiati alla muratura); infine quelli appartenenti alla terza classe sono realizzati con pareti murarie e solai orizzontali congruenti (ad esempio con solai latero-cementizi provvisti di cordolo in c.a.).

Nell'ambito dello studio della risposta sismica delle strutture murarie, l'analisi non lineare riveste senz'altro un ruolo di notevole importanza. In ambito nazionale, l'introduzione a livello normativo di metodi di analisi statica non lineare per gli edifici in muratura risale alla fine degli anni

settanta quando, a seguito degli eventi sismici del Friuli, fu introdotto nelle normative tecniche (DT2, 1978) il metodo POR. L'attuale normativa sismica nazionale (N.T.C. di cui al D.M. Infr. 14 gennaio 2008) prevede metodi di verifica statica equivalente con ipotesi di comportamento non lineare (analisi pushover).

Nell'articolato panorama dei modelli per l'analisi non lineare di edifici in muratura è possibile individuare, in linea di massima, modelli basati sull'analisi limite, in cui ci si riconduce in sostanza allo studio di equilibri e cinematici di corpi rigidi, nonché modelli che considerano deformazioni in campo elastico seguite da deformazioni anelastiche. Nell'ambito di quest'ultima più ampia famiglia di modelli si possono ulteriormente individuare modellazioni bidimensionali dei pannelli murari in alternativa a quelle monodimensionali in cui si ipotizza di isolare gli elementi murari (maschi e fasce di piano) e di idealizzarli con travi a comportamento non lineare.

Quando la geometria dell'edificio è sufficientemente regolare, il ricorso a quest'ultimo tipo di modellazione, denominato a telaio equivalente, è abbastanza ricorrente. A tal riguardo si osserva che possono correttamente essere schematizzati a telaio le costruzioni appartenenti alla terza categoria secondo la classificazione proposta da Pagano (1966).

La geometria reale delle pareti viene schematizzata da elementi: maschio, ad asse verticale, fascia, ad asse orizzontale, e nodo. Gli elementi fascia e maschio vengono modelate mediante travi, mentre gli elementi nodo, supponendo che siano infinitamente rigidi e resistenti, vengono modellati numericamente da bracci rigidi. Una tale schematizzazione è riportata in Fig. 5.1.

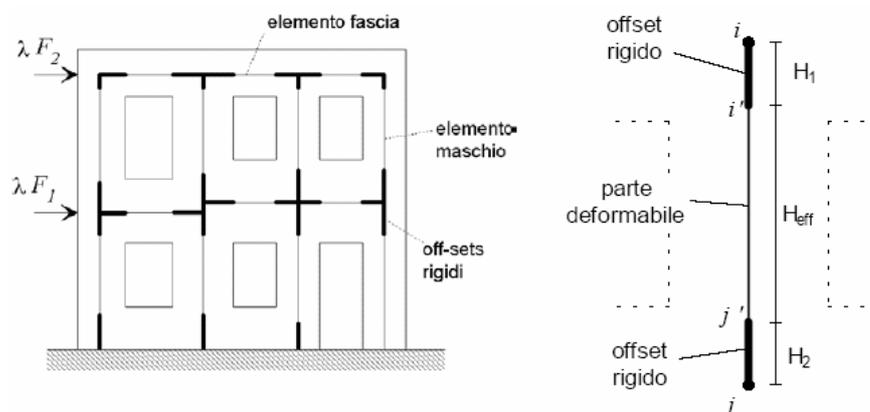


Fig. 5.1 – Schematizzazione a telaio equivalente di una parete caricata nel piano

S suppone che gli elementi fascia e maschio siano costituiti da una parte deformabile, con resistenza finita deducibile da un appropriato criterio di resistenza, e di due parti infinitamente rigide e resistenti alle estremità dell'elemento.

In quanto segue si concentrerà l'attenzione nei riguardi dello studio dei criteri di resistenza e dei meccanismi di rottura dei maschi murari. Con considerazioni del tutto analoghe, qui non riportate per brevità, è possibile individuare i criteri per le fasce murarie.

5.3 Resistenza a taglio dei maschi murari non rinforzati

Il problema della risposta strutturale di un maschio murario soggetto all'azione sismica nel piano della parete può essere efficacemente studiato ricorrendo alla modalità di prova di "taglio-compressione" nella quale in sommità al pannello murario, soggetto ad un carico verticale costante durante la prova, viene applicato un carico orizzontale (ovvero uno spostamento) monotono o ciclico che genera una forza tagliante. L'estremità inferiore del pannello risulta incastrata mentre quella superiore può essere o incastrata o libera di ruotare. Nel caso ricorrente di fasce di piano

sufficientemente rigide la configurazione di prova con “doppio incastro” approssima meglio le sollecitazioni di un maschio murario in un edificio anche se è possibile riscontrare, nei casi reali, condizioni di vincolo molto varie, intermedie fra la condizione di pannello doppiamente incastrato e di pannello con comportamento a mensola.

L’osservazione sperimentale di pannelli in muratura, ricorrendo alla suddetta modalità di prova ed in entrambe le condizioni di vincolo, nonché l’osservazione dei danni subiti da edifici in muratura a seguito di eventi sismici, hanno mostrato che i maschi murari soggetti ad azioni nel proprio piano possono avere due differenti comportamenti:

- *Meccanismi per pressoflessione/ribaltamento* (v. Fig. 5.2). Questo tipo di comportamento può portare alla rottura del maschio murario per pressoflessione o per ribaltamento (rocking), quando in una delle due estremità del pannello si raggiunge il valore ultimo per schiacciamento della zona compressa della sezione o per la formazione di lesioni orizzontali nella zona tesa della sezione.
- *Meccanismi per taglio* (v. Fig. 5.3). Questo tipo di comportamento può portare a due differenti modalità di crisi rappresentate dallo scorrimento del pannello su un giunto di malta e dalla formazione della lesione diagonale del pannello, che può interessare i blocchi che costituiscono la muratura o può avvenire attraverso i giunti di malta (lesione a scaletta). La prima modalità, generalmente, si localizza alle estremità del pannello. La crisi per fessurazione diagonale, invece, si sviluppa al centro del pannello per poi propagarsi verso gli spigoli.

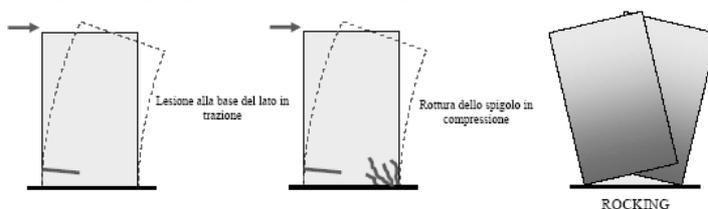


Fig. 5.2 – Meccanismi per pressoflessione/ribaltamento dei maschi murari

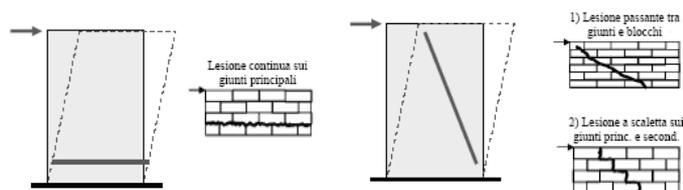


Fig. 5.3 – Meccanismi per taglio dei maschi murari

La presenza di diversi modi di rottura dipende da svariati parametri, tra cui:

- la geometria del maschio murario;
- le condizioni di vincolo;
- le proprietà meccaniche dei blocchi e della malta costituenti la muratura;
- le caratteristiche geometriche (tessitura) della muratura.

In generale è stato valutato (Calderoni et al., 2008) che la crisi per rocking tende a prevalere in maschi di dimensioni esili, mentre quella per scorrimento su un giunto orizzontale di malta si verifica in elementi molto tozzi. Nei maschi murari di dimensioni intermedie la crisi avviene con la formazione di una lesione diagonale. In particolare, la lesione diagonale che interessa i blocchi tende a prevalere su quella attraverso i giunti di malta al crescere del livello di compressione verticale ed al crescere della resistenza delle malte.

Si sottolinea comunque che non è sempre facile distinguere il verificarsi di un determinato meccanismo di crisi, giacché possono insorgere modalità di crisi intermedie fra le diverse possibili.

Sia nel caso di rottura per pressoflessione o per ribaltamento, che di rottura per taglio, la risposta in termini di curve taglio-spostamento dell'estremo caricato è fortemente non lineare. Nella Fig. 5.4 che segue si riportano, quale esempio, due tipiche curve relative al comportamento ciclico di pannelli in muratura di mattoni pieni provati a taglio-compressione nella condizione di pannello doppiamente incastrato (Anthoine et al., 1995):

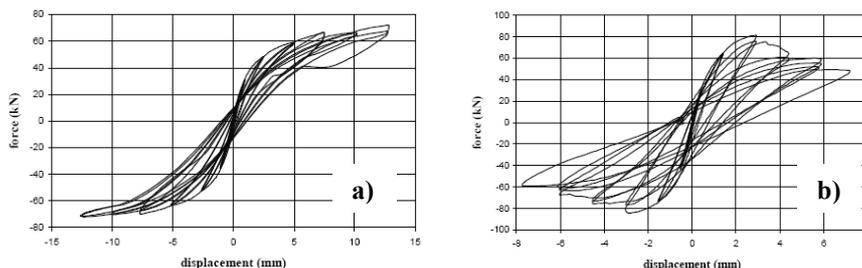


Fig. 5.4 – Risposta ciclica di pannelli soggetti a prova di taglio compressione (Anthoine et al., 1995): a) rottura per ribaltamento e b) rottura per taglio con fessurazione diagonale

Una considerazione di carattere generale, con riferimento alla Fig. 5.4, è che il meccanismo di rottura per ribaltamento mostra un involucro con andamento quasi asintotico e cicli di isteresi con bassa dissipazione, mentre il meccanismo per taglio, maggiormente dissipativo, è caratterizzato da un involucro che presenta un valore massimo, corrispondente approssimativamente alla formazione di lesioni diagonali visibili, seguito da un ramo discendente.

Nel seguito sarà presentata una disamina dei principali criteri di resistenza, mirati a valutare il taglio massimo che porta alla crisi del pannello secondo uno dei due possibili meccanismi di rottura. Tali modelli si basano sull'ipotesi di poter trascurare il peso proprio del pannello murario rispetto al carico verticale P applicato. Sarà trascurata, inoltre, la tensione normale in direzione orizzontale (σ_x). Analisi parametriche ad elementi finiti (Calderoni et al., 2008) hanno mostrato che, in realtà, il valore di σ_x non è nullo, ma l'entità di tale componente di tensione non sembra influenzare la forza dedotta dai vari criteri di resistenza, confermando l'ipotesi di poterla trascurare.

5.3.1 Meccanismi per pressoflessione/ribaltamento

Sotto le azioni V e P (rispettivamente orizzontale e verticale) le sezioni di base di un pannello murario risultano pressoinflesse. Quindi, nell'ipotesi di

ammettere la presenza di tensioni di trazione fino al limite di aderenza del giunto di malta, si possono ricavare le tensioni ad entrambi i lembi della sezione con la formula di Navier:

$$\sigma = \frac{P}{D \cdot t} \pm \frac{M}{W} \quad (5.1)$$

Assumendo f_{jt} come valore limite di aderenza a trazione del giunto di malta (bond strength of the joint), ponendo:

$$\sigma_{y,med} = \frac{P}{D \cdot t} \quad (5.2)$$

e ponendo:

$$M = V \cdot H_0 \quad (5.3)$$

(dove H_0 rappresenta la distanza dalle basi al punto di momento nullo e vale $H/2$, nell'ipotesi di pannello incastrato in testa ed al piede, ovvero H , nel caso che il pannello sia una mensola incastrata al piede), è possibile ricavare dalla (5.1) la seguente condizione limite:

$$f_{jt} + \sigma_{y,med} = \frac{V \cdot H_0}{W} \rightarrow V = (f_{jt} + \sigma_{y,med}) \frac{D^2 \cdot t}{6 \cdot H_0} \quad (5.4)$$

da cui si ricava la tensione tangenziale media:

$$\tau_{med} = \frac{V}{D \cdot t} = (f_{jt} + \sigma_{y,med}) \frac{D}{6 \cdot H_0} \quad (5.5)$$

Ponendo ora l'attenzione al lembo compresso della sezione e mantenendo la classica ipotesi che la sezione si conserva piana, si mostra, nella seguente figura (Fig. 5.5), la distribuzione degli sforzi quando si raggiunge la resistenza a compressione della muratura (f_m). In detta figura, il termine k_{2r} rappresenta un coefficiente che tiene conto delle ipotesi di distribuzione delle tensioni normali al bordo compresso ed è funzione della duttilità del materiale. Il valore di tale coefficiente, che assume valore unitario nell'ipotesi di materiale infinitamente duttile, può essere stimato attraverso la seguente relazione:

$$k_{2r} = \frac{(2\xi - 1)^2}{4 \cdot \left(\xi^2 - \xi + \frac{1}{3} \right)}, \text{ con } \xi = \text{duttilità del materiale} \quad (5.6)$$

Da quest'ultima è facile notare che il valore di k_{2r} tende rapidamente all'unità anche per bassi valori della duttilità e, in particolare, vale 0,85 per una duttilità del materiale pari a 1,18.

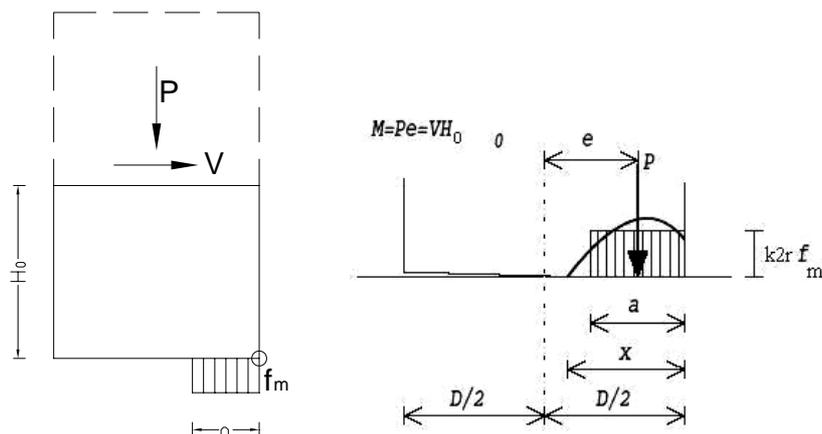


Fig. 5.5 – Calcolo della resistenza a pressoflessione/ribaltamento

Ponendo, per semplicità, $k_{2r}=1$, si può ricavare la lunghezza “a” della zona compressa della sezione attraverso la semplice equazione di equilibrio che segue:

$$\sigma_{y,med} \cdot D \cdot t = f_m \cdot a \cdot t \rightarrow a = \frac{\sigma_{y,med}}{f_m} D \quad (5.7)$$

Con riferimento alla Fig. 5.5, scrivendo l'equilibrio alla rotazione rispetto all'estremo lembo compresso, nell'ipotesi di pannello incastrato in testa ed al piede, si ottiene:

$$\begin{aligned} V \cdot \frac{H}{2} + P \cdot \frac{a}{2} &= P \cdot \frac{D}{2} \rightarrow \\ V \cdot \frac{H}{2} &= P \left(\frac{D}{2} - \frac{a}{2} \right) = \sigma_{y,med} \cdot D \cdot t \cdot \left(\frac{D}{2} - \frac{\sigma_{y,med} \cdot D}{2 \cdot f_m} \right) \end{aligned} \quad (5.8)$$

da cui si ricava:

$$V = \frac{\sigma_{y,med} \cdot t \cdot D^2}{H} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{y,med}}{f_m}\right) \quad (5.9)$$

Si osserva che, se si suppone la muratura infinitamente resistente a compressione, la suddetta relazione si trasforma nella condizione di ribaltamento di un blocco rigido.

Manipolando opportunamente la (5.9) è possibile ricondurla alla seguente relazione di carattere generale (Calderoni, et al. 2008):

$$\sigma_c = \frac{\sigma_{y,med}}{k_{2r} \cdot (1 - 2 \cdot k \cdot k_{1r})} \leq f_m \quad (5.10)$$

dove:

- $k_{1r} = \frac{H_0}{D}$ è un coefficiente che tiene conto della snellezza del pannello in relazione ai vicoli di estremità dello stesso;
- $k = \frac{V}{P}$ è il rapporto tra la forza orizzontale e quella verticale.

La (5.10), nella condizione di uguaglianza tra il primo ed il secondo membro, conduce alla seguente relazione che fornisce la tensione ultima tangenziale media in funzione dello sforzo normale medio applicato:

$$\tau_{med} = \frac{(f_m \cdot k_{2r} - \sigma_{y,med})}{2 \cdot f_m \cdot k_{2r} \cdot k_{1r}} \cdot \sigma_{y,med} \quad (5.11)$$

Un approccio differente da quello appena mostrato, per lo studio della modalità di crisi per tensioni normali del maschio murario, è quello proposto da Mann e Muller (1980) che focalizzano l'attenzione sulle murature costituite da blocchi regolari e giunti di malta. La loro formulazione si basa su due ipotesi fondamentali: i mattoni sono molto più rigidi dei giunti di malta e le proprietà meccaniche dei giunti verticali sono trascurabili¹.

¹ Ciò è vero sia perché non è presente alcun carico che agisce ortogonalmente ai giunti verticali, che potrebbe indurre resistenze per attrito, sia perché i giunti verticali sono spesso realizzati male e non correttamente riempiti di malta.

Secondo tale ipotesi, attraverso i giunti verticali di malta non può essere trasferito il taglio; ciò implica che ciascun blocco è sottoposto ad una momento e che l'equilibrio può essere raggiunto solo con una coppia di forze verticali, che portano ad una distribuzione non uniforme delle tensioni di compressione agenti su ciascun blocco. Sotto l'azione del carico verticale, su ciascun blocco agisce la tensione verticale media $\sigma_{y,med}$ e si trascura la presenza di tensioni orizzontali σ_x . Il momento prodotto dalla tensione tangenziale deve essere equilibrato da una tensione verticale $\Delta\sigma$ (v. Fig 5.6 e 5.7):

$$(\tau_{med} \cdot b) \cdot h = \left(\frac{b}{2} \cdot 2\Delta\sigma\right) \cdot \frac{b}{2} \rightarrow \Delta\sigma = \tau_{med} \cdot \frac{2 \cdot h}{b} \quad (5.12)$$

dove "b" e "h" sono rispettivamente la base e l'altezza del mattone.

Nota questa tensione $\Delta\sigma$, è possibile calcolare la massima e minima tensione normale che agiscono rispettivamente su metà blocco mediante la seguente:

$$\sigma_{1,2} = \sigma_{y,med} \pm \Delta\sigma = \sigma_{y,med} \pm \tau_{med} \cdot \frac{2 \cdot h}{b} \quad (5.13)$$

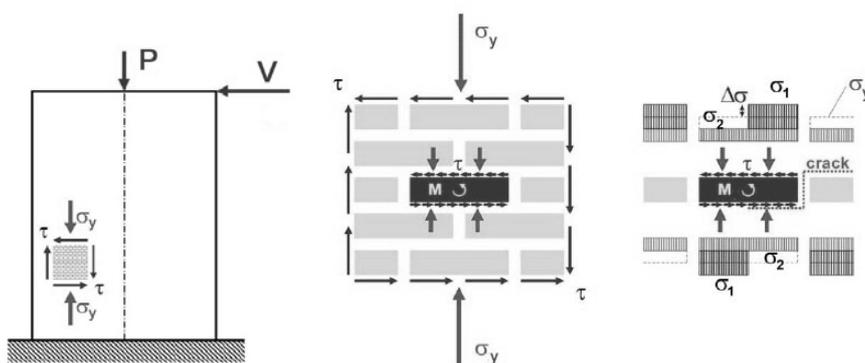


Fig. 5.6 – Determinazione delle tensioni normali su ciascun blocco

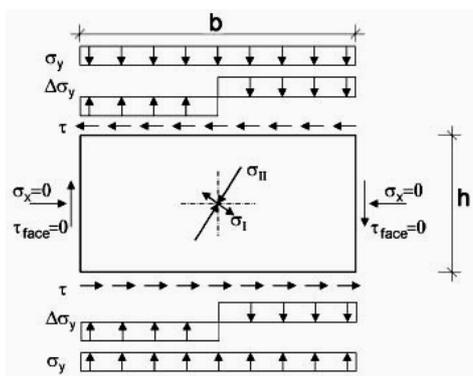


Fig. 5.7 – Stato tensionale di un singolo mattone sottoposto a taglio e sforzo normale

Mann e Muller mostrano tale comportamento mediante un modello con giunti realizzati con un materiale morbido (per esempio la gommapiuma) in modo da rendere visibili le deformazioni (Fig. 5.8).

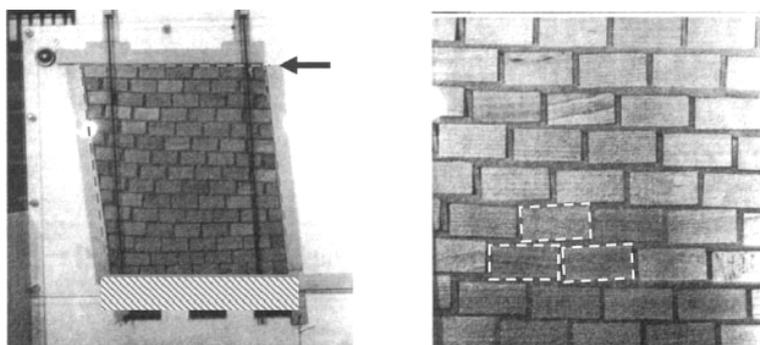


Fig. 5.8 – Comportamento dei blocchi in presenza di giunto deformabile (Mann e Muller, 1980)

Dalla precedente relazione è possibile ricavare il criterio di crisi nel quale la massima tensione σ_1 raggiunge il valore della resistenza a compressione della muratura:

$$\sigma_1 = f_m = \sigma_{y,med} + \tau_{med} \cdot \frac{2 \cdot h}{b} \rightarrow \tau_{med} = (f_m - \sigma_{y,med}) \frac{b}{2 \cdot h} \quad (5.14)$$

Analogamente, nel caso in cui il pannello è soggetto ad un basso livello di carico verticale, la minima tensione σ_2 può diventare di trazione e in questo caso, si ha:

$$\sigma_2 = f_{jt} = \sigma_{y,med} - \tau_{med} \cdot \frac{2 \cdot h}{b} \rightarrow \tau_{med} = (\sigma_{y,med} - f_{jt}) \frac{b}{2 \cdot h} \quad (5.15)$$

5.3.2 Meccanismi per taglio

Nella valutazione della resistenza a taglio di pannelli in muratura è opportuno distinguere fra: rottura per fessurazione diagonale e rottura per scorrimento.

Nel caso di rottura per fessurazione diagonale uno dei criteri più noti ed accreditati è quello proposto da Turnsek e Cacovic (1970), la cui teoria si basa sull'ipotesi che la rottura a taglio del pannello per fessurazione diagonale si innesca allorché lo sforzo principale (macroscopico) di trazione raggiunga un valore limite f_t , assunto come resistenza a trazione convenzionale della muratura.

Si assume pertanto che, per lo stato limite in esame, l'anisotropia della muratura possa essere trascurata con il vantaggio di utilizzare un singolo parametro di resistenza (f_t per l'appunto).

Per derivare tale criterio basta osservare lo stato tensionale al centro del pannello (punto nel quale s'innesca la crisi) caricato da una forza verticale P ed una orizzontale V (v. Fig. 5.9):

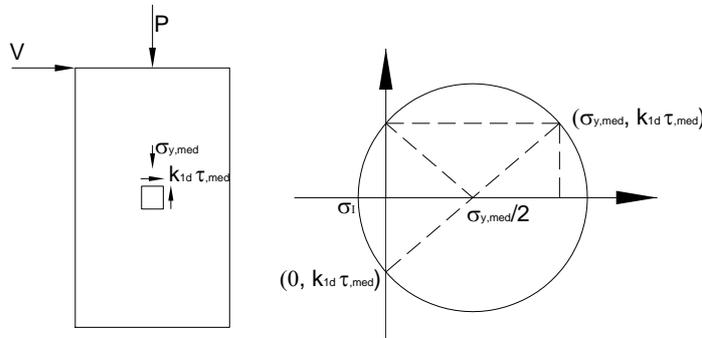


Fig. 5.9 – Determinazione della tensione principale di trazione

Il criterio, assumendo la muratura come un materiale isotropo, si riduce al calcolo della tensione principale di trazione nel pannello limitandola alla resistenza a trazione della muratura:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{y,med}}{2} - \sqrt{(k_{1d} \cdot \tau_{med})^2 + \left(\frac{\sigma_{y,med}}{2}\right)^2} \leq -f_t \rightarrow$$

$$f_t + \frac{\sigma_{y,med}}{2} = \sqrt{(k_{1d} \cdot \tau_{med})^2 + \left(\frac{\sigma_{y,med}}{2}\right)^2} \quad (5.16)$$

Elevando al quadrato ambo i membri della (5.16) si ottiene:

$$f_t^2 + \left(\frac{\sigma_{y,med}}{2}\right)^2 + 2 \cdot f_t \cdot \frac{\sigma_{y,med}}{2} = (k_{1d} \cdot \tau_{med})^2 + \left(\frac{\sigma_{y,med}}{2}\right)^2 \rightarrow$$

$$f_t^2 \cdot \left(1 + \frac{\sigma_{y,med}}{f_t}\right) = (k_{1d} \cdot \tau_{med})^2 \quad (5.17)$$

Da cui si ricava:

$$\tau_{med} = \frac{f_t}{k_{1d}} \sqrt{1 + \frac{\sigma_{y,med}}{f_t}} \quad (5.18)$$

Il coefficiente k_{1d} , che compare in quest'ultima, rappresenta il rapporto tra la tensione tangenziale nel punto considerato e la tensione tangenziale media e, pertanto, dipende dalla distribuzione della tensione tangenziale nella sezione.

Secondo la trattazione di Borchelt (1970), il quale esamina pannelli di forma quadrata, il coefficiente k_{1d} è pari ad 1, cioè la tensione tangenziale nel centro del pannello coincide con la tensione tangenziale media che agisce nella sezione trasversale. Nel loro primo lavoro, invece, Turnsek e Cacovic, supponendo che il pannello fosse sufficientemente snello da poter essere assimilato ad un solido di De Saint Venant, hanno posto $k_{1d}=1,5$, indice di una distribuzione parabolica della tensione tangenziale. Successivamente, per poter applicare il criterio in esame anche a pannelli tozzi, fu proposto di utilizzare valori di k_{1d} variabili in funzione della snellezza $\lambda = \frac{H}{D}$ del

pannello. Un criterio approssimato è stato proposto da Benedetti e Tomaževič (1984) che suggeriscono di assumere $k_{1d}=\lambda$ limitando tale coefficiente tra i valori $1 \leq k_{1d} \leq 1,5$. In alternativa, Magenes e Calvi (1997) proposero di valutare tale coefficiente attraverso la relazione $k_{1d} = 1 + \frac{H_0}{D}$ che consente di tener conto sia della snellezza del pannello che delle condizioni di vincolo.

Un approccio analogo a quello proposto da Turnsek e Cacovic per la valutazione della resistenza a taglio dei pannelli murari, che però tiene in considerazione l'anisotropia della muratura, è quello proposto da Mann e Muller (1980). Secondo le già citate ipotesi che gli autori fanno circa il comportamento della muratura, poiché nessun taglio può essere trasferito attraverso i giunti verticali di malta, è possibile dedurre che i blocchi devono trasferire il doppio del taglio (Fig. 5.10).

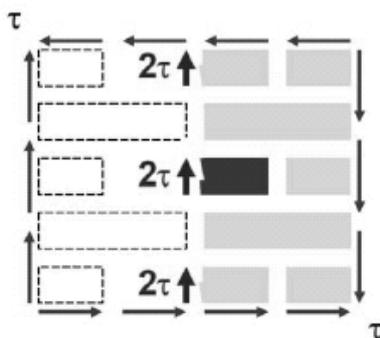


Fig. 5.10 – Mattoni soggetti alla tensione tangenziale

Il criterio impone di limitare la tensione principale di trazione nel blocco al valore di resistenza a trazione dello stesso. Con un procedimento del tutto analogo a quello svolto per derivare il criterio di Turnsek e Cacovic, il criterio in esame è espresso dalla seguente relazione:

$$\sigma_I = \frac{\sigma_{y,med}}{2} - \sqrt{(k_{1d} \cdot k_{2d} \cdot \tau_{med})^2 + \left(\frac{\sigma_{y,med}}{2}\right)^2} \leq -f_{bt} \quad (5.19)$$

in cui:

- k_{2d} è un coefficiente che rappresenta il rapporto tra la tensione tangenziale media applicata al blocco ed il valore di tale tensione locale nel centro del blocco stesso. È stato dimostrato, utilizzando la teoria dell'elasticità, che questo vale $k_{2d} = 2,3$ per una muratura standard, avente il rapporto $2h/b = 0,5$.
- f_{bt} è la resistenza a trazione del blocco.

Manipolando quest'ultima, in analogia a quanto fatto per derivare l'espressione (5.18), si ricava l'espressione:

$$\tau_{med} = \frac{f_{bt}}{k_{1d} \cdot k_{2d}} \sqrt{1 + \frac{\sigma_{y,med}}{f_{bt}}} \quad (5.20)$$

La tradizionale alternativa ai modelli sopra riportati, per lo studio della modalità di crisi per taglio, è l'approccio "alla Coulomb". Secondo tale criterio, la resistenza a taglio della muratura viene espressa nella forma:

$$\tau = c + \mu\sigma \quad (5.21)$$

dove τ e σ possono assumere diverso significato a seconda dell'impostazione del modello, mentre c e μ rappresentano rispettivamente la coesione e il coefficiente d'attrito.

Secondo l'impostazione seguita da gran parte delle normative sulla muratura (si vedano, ad esempio, l'Eurocodice 6 e le N.T.C. di cui al D.M. Infr. 14 gennaio 2008) la resistenza a taglio della muratura è espressa come la resistenza a taglio unitaria moltiplicata per l'area reagente del muro (zona compressa della sezione calcolata nell'ipotesi di materiale non reagente a trazione).

Nel calcolo della resistenza a taglio unitaria si sostituisce allo sforzo normale σ la compressione media della zona reagente.

La lunghezza D' della zona reagente di una sezione soggetta ad un'azione assiale P , con eccentricità $e > D/6$, nell'ipotesi di distribuzione lineare delle compressioni (Figura 5.11) vale:

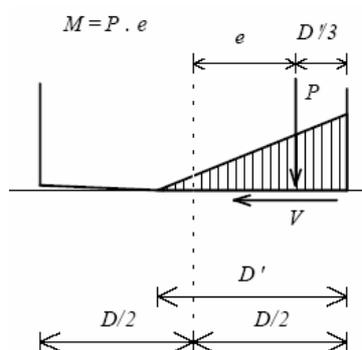


Fig. 5.11 – Calcolo della lunghezza reagente nel caso di compressione eccentrica

$$\frac{D'}{3} = \frac{D}{2} - e = \frac{D}{2} - \frac{M}{P} = \frac{D}{2} - \frac{V \cdot H_0}{P} = D \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{V \cdot H_0}{P \cdot D} \right) \quad (5.22)$$

da cui si ricava:

$$D' = 3 \cdot D \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{V \cdot H_0}{P \cdot D} \right) = 3 \cdot D \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{V}{P} \alpha_v \right) = \beta \cdot D \quad (5.23)$$

dove si è introdotto il rapporto di taglio $\alpha_v = \frac{M}{V \cdot D} = \frac{V \cdot H_0}{V \cdot D} = \frac{H_0}{D}$

Per quanto esposto in precedenza, la resistenza a taglio, secondo l'approccio alla Coulomb, può essere calcolata come:

$$V = \beta \cdot D \cdot t \cdot \left(c + \mu \frac{P}{\beta \cdot D \cdot t} \right) = \beta \cdot D \cdot t \cdot \left(c + \mu \frac{\sigma_{y,med}}{\beta} \right) \quad (5.24)$$

da cui si ricava:

$$\tau_{med} = \frac{V}{D \cdot t} = \beta \cdot c + \mu \cdot \sigma_{y,med} \quad (5.25)$$

con β che dipende dal legame costitutivo adottato e vale, nel caso in cui si assume una distribuzione lineare delle tensioni, $\beta = 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{V}{P} \alpha_v \right)$, come dedotto dalla (5.23).

La (5.25) sembra più adatta a descrivere una rottura per scorrimento piuttosto che per fessurazione diagonale in quanto, considerando ad esempio

un pannello murario incastrato sia in testa che al piede, la relazione prevede sempre e comunque la rottura nelle sezioni più parzializzate, cioè quelle alle estremità dello stesso.

Ritornando alla relazione (5.24) precedente e sostituendo a β l'espressione suddetta:

$$V = \beta \cdot D \cdot t \cdot \left(c + \mu \frac{\sigma_{y,med}}{\beta} \right) = D \cdot t \cdot \left[\left(1,5 - 3 \frac{V}{P} \alpha_v \right) \cdot c + \mu \cdot \sigma_{y,med} \right]$$

$$V + 3 \frac{V \cdot c \cdot \alpha_v \cdot D \cdot t}{P} = D \cdot t \cdot (1,5 \cdot c + \mu \cdot \sigma_{y,med}) \quad (5.26)$$

$$V \cdot \left(1 + 3 \frac{c \cdot \alpha_v}{\sigma_{y,med}} \right) = D \cdot t \cdot (1,5 \cdot c + \mu \cdot \sigma_{y,med})$$

da cui si ricava:

$$V = D \cdot t \cdot \frac{(1,5 \cdot c + \mu \cdot \sigma_{y,med})}{\left(1 + 3 \frac{c \cdot \alpha_v}{\sigma_{y,med}} \right)} \quad (5.27)$$

Si ottiene in definitiva:

$$\tau_{med} = \frac{V}{D \cdot t} = \frac{(1,5 \cdot c + \mu \cdot \sigma_{y,med})}{\left(1 + 3 \frac{c}{\sigma_{y,med}} \cdot \frac{H_0}{D} \right)} \quad (5.28)$$

che rappresenta il criterio di resistenza per scorrimento su un giunto orizzontale di malta. Secondo questa trattazione i coefficienti c e μ sono parametri che caratterizzano la muratura e sono valori locali che rappresentano la coesione e il coefficiente d'attrito dei giunti di malta.

L'approccio alla Coulomb può anche essere utilizzato per interpretare la crisi per fessurazione diagonale attraverso i giunti di malta. In questo caso il calcolo va condotto con riferimento al centro del pannello dove s'innesca la fessurazione diagonale e, per tener conto dell'effettiva distribuzione della tensione tangenziale, viene introdotto il coefficiente $k_{1d} \geq 1$ dipendente dalla snellezza del pannello.

Tale formulazione si basa sulle ipotesi di Mann e Muller (1980) e sull'osservazione che la crisi s'innescia nella zona del blocco soggetta ad un carico minore, ovvero su cui agisce la tensione normale minore (σ_2):

$$\tau_{med} = c + \mu \sigma_2 \quad (5.29)$$

Ricordando che $\sigma_2 = \sigma_{y,med} - \tau_{med} \cdot \frac{2 \cdot h}{b}$ (v. espressione (5.13)) e sostituendo nella (5.29) si ottiene:

$$\tau_{med} = c + \mu \cdot \left(\sigma_{y,med} - \tau_{med} \cdot \frac{2 \cdot h}{b} \right) = c + \mu \cdot \sigma_{y,med} - \tau_{med} \cdot \mu \cdot \frac{2 \cdot h}{b}$$

$$\tau_{med} + \tau_{med} \cdot \mu \cdot \frac{2 \cdot h}{b} = c + \mu \cdot \sigma_{y,med} \quad (5.30)$$

$$\tau_{med} \cdot \left(1 + \mu \cdot \frac{2 \cdot h}{b} \right) = c + \mu \cdot \sigma_{y,med}$$

da cui:

$$\tau_{med} = \tilde{c} + \tilde{\mu} \cdot \sigma_{y,med} \quad (5.31)$$

dove:

$$\tilde{c} = \frac{c}{1 + \mu \cdot \frac{2 \cdot h}{b}} \quad (5.32a)$$

$$\tilde{\mu} = \frac{\mu}{1 + \mu \cdot \frac{2 \cdot h}{b}} \quad (5.32b)$$

Infine, per tener conto dell'effettiva distribuzione della tensione tangenziale, la (5.31) precedente si modifica nella:

$$k_{1d} \cdot \tau_{med} = \tilde{c} + \tilde{\mu} \cdot \sigma_{y,med} \quad (5.33)$$

Secondo questa trattazione i coefficienti \tilde{c} e $\tilde{\mu}$ non sono valori locali ma generali, in quanto la crisi non coinvolge solo i giunti orizzontali, come nel caso dello scorrimento, ma riguarda una crisi più complessa che interessa sia i giunti orizzontali che verticali. Come mostrato, tali parametri dipendono anche da un certo coefficiente di interbloccaggio dei conci ($2h/b$).

Nelle normative che utilizzano un approccio alla Coulomb per valutare la resistenza a taglio dei pannelli murari (si vedano ad esempio l'Eurocodice 6 e le N.T.C. di cui al D.M. Infr. 14 gennaio 2008) non viene espressamente asserito se il criterio si riferisca ad una crisi per scorrimento o per fessurazione diagonale attraverso i giunti di malta.

Queste normative pongono $k_{1d}=1$ e tengono in considerazione solo la parte compressa (ancora reagente) della sezione trasversale. Inoltre legano il coefficiente "c" al tipo di muratura (in alcune normative c è indicato con il simbolo f_{vko}), mentre fissano "μ" ad un dato valore costante. Tali circostanze indurrebbero a pensare che il criterio si riferisca ad una crisi per scorrimento. Tuttavia, il valore costante $\mu=0,4$, adottato ad esempio dall'attuale normativa tecnica italiana per le costruzioni, sembrerebbe essere troppo conservativo nel rappresentare il coefficiente di attrito locale dei giunti di malta mentre, coerentemente alla teoria di Mann e Muller, potrebbe essere ottenuto utilizzando un coefficiente di attrito $\mu=0,6$ ed un coefficiente di interbloccaggio dei conci pari a $2h/b=0,83$ (corrispondente ad un rapporto $b/h=2,4$ tipico di una muratura in mattoni in laterizio). Tale osservazione porta a ricondurre il criterio considerato dalle citate norme a quello per fessurazione diagonale attraverso i giunti di malta.

5.3.3 Confronti e considerazioni

I diversi criteri qui esaminati possono essere presentati sotto forma di domini di resistenza, che rendono agevole la verifica di un dato pannello murario. In particolare, saranno presentati in forma adimensionale, ovvero ottenuti dividendo le tensioni normale e tangenziale medie per la resistenza a compressione della muratura. È, in ogni modo, chiaro che una volta stabilito quali criteri utilizzare tra quelli possibili, i diversi domini possono trasformarsi in un unico ottenuto dall'involuppo di quelli presi in considerazione.

Si ribadisce, inoltre, che il comportamento dei maschi murari è influenzato dalla geometria del pannello (in particolare dalla loro snellezza

H/D) oltre che dalle caratteristiche meccaniche della muratura e dalle condizioni di vincolo.

Nella Fig. 5.12 che segue sono rappresentati schematicamente i diversi meccanismi di crisi presi in considerazione, mentre la Fig. 5.13 mostra i domini corrispondenti ai criteri di resistenza, prima esposti, per quattro diverse snellezze della parete considerata incastrata alle estremità ($H_0=H/2$).

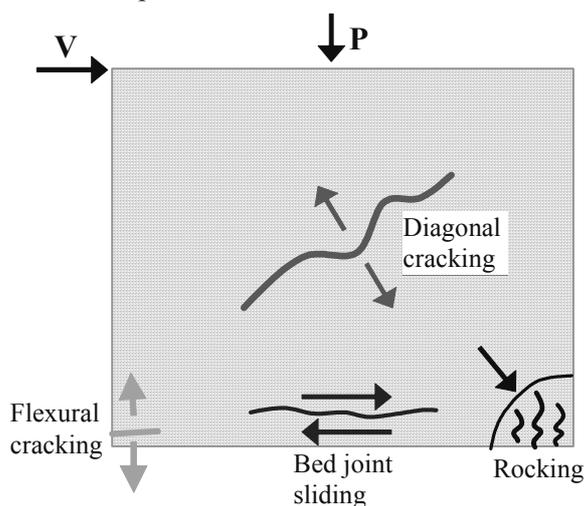


Fig. 5.12 – Diversi meccanismi di crisi

Nei domini che seguono sono stati utilizzati i seguenti valori:

- Resistenza a compressione della muratura $f_m=6,20$ MPa;
- Resistenza a trazione (macroscopica) della muratura $f_t=0,22$ MPa;
- Resistenza a trazione dei blocchi $f_{bt}=1,85$ MPa;
- Coesione ed angolo d'attrito: $c=0,23$ e $\mu=0,58$;
- Coesione ed angolo d'attrito ridotti: $\tilde{c}=0,18$ e $\tilde{\mu}=0,45$;
- Coefficiente di interbloccaggio dei blocchi $2h/b=0,83$;
- Limite di aderenza del giunto di malta $f_{jt}=0,10$ MPa.

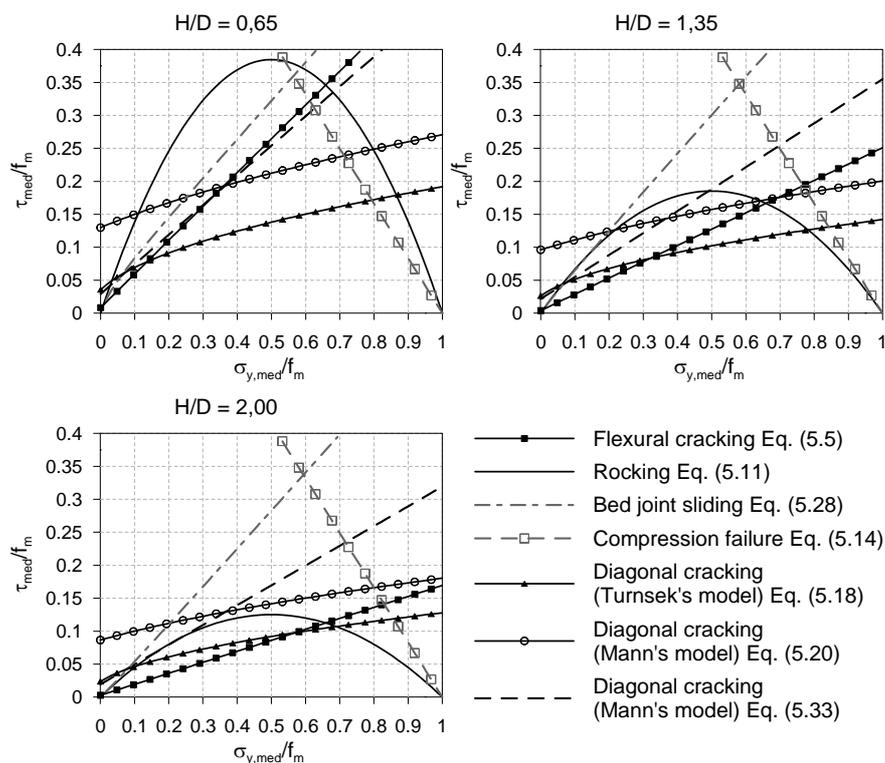


Fig. 5.13 – Domini di resistenza per pannelli aventi tre diverse snellezze

Dal confronto dei tre casi di snellezza sopra riportati (Fig. 5.13) si evince immediatamente che, al crescere di questa nonché per bassi valori del carico verticale, la crisi “flessionale” tende a prevalere su quella a taglio. Diversamente, per campioni molto tozzi la crisi dovuta al taglio precede sempre quella per flessione/ribaltamento.

Nel grafico di Fig. 5.14 è, invece, mostrato il confronto fra i criteri di resistenza al variare del grado di vincolo (mensola o condizione di doppio incastro alle estremità del pannello) a parità di geometria del pannello. Dal grafico si trae come, coerentemente con l'evidenza sperimentale, nel caso in cui $H_0=H$ (pannello assimilabile ad una mensola) il pannello sia

maggiormente vulnerabile alla crisi flessionale rispetto al caso di pannello doppiamente incastrato (in cui cioè $H_0=H/2$).

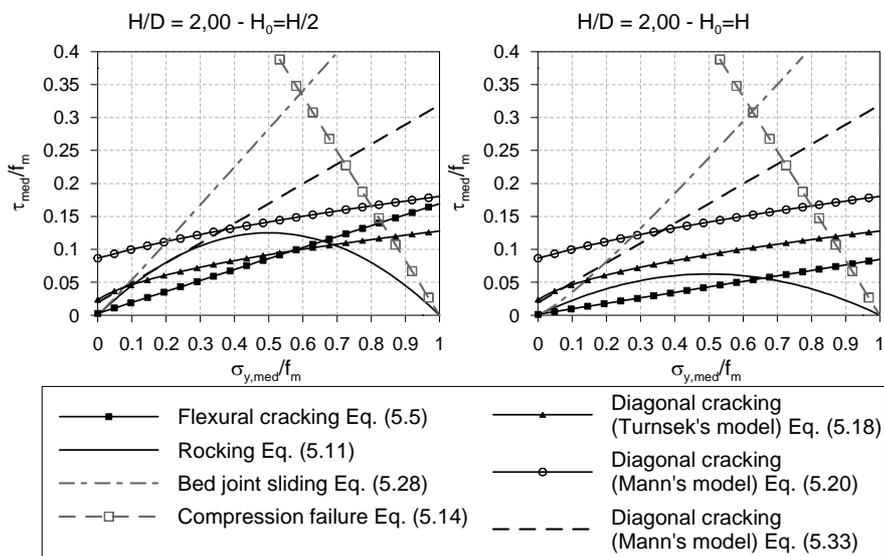


Fig. 5.14 – Domini di resistenza per pannelli di uguale snellezza e diverse condizioni di vincolo

Con riferimento alla modalità di crisi per fessurazione diagonale è stato mostrato che i due principali modelli sono quelli di Turnek & Cacovic e di Mann & Muller. Essi si fondano su ipotesi molto diverse e possono fornire previsioni della resistenza a taglio del pannello murario molto diverse, che, in alcuni casi, conducono ad una grande sottostima di questa. Ciò può essere considerato cautelativo e tollerabile per le costruzioni nuove ma non per la valutazione delle costruzioni esistenti, dove l'eventuale non soddisfacimento della verifica può implicare il ricorso ad interventi di rinforzo in alcuni casi non necessari. Per questi motivi, dovrebbe preliminarmente essere fatta una scelta tra i due criteri. Numerose indagini numeriche (Calderoni, et al. 2008) hanno mostrato che, coerentemente con le ipotesi adottate per derivare il modello, il criterio di Turnek e Cacovic sembra più adatto a interpretare le murature che presentano un comportamento omogeneo ed isotropo, mentre

la teoria di Mann e Muller sembra più appropriata ad interpretare murature con comportamento anisotropo. È stato, tra l'altro, notato che i due principali parametri che determinano questi comportamenti sono la caoticità della tessitura muraria ed il rapporto tra la resistenza/rigidezza dei giunti di malta e dei blocchi.

5.4 Resistenza a taglio dei maschi murari rinforzati con FRP

Nel precedente paragrafo 5.3 è stato analizzato il comportamento dei pannelli murari sollecitati da azioni nel proprio piano, evidenziandone la dipendenza da diversi parametri legati principalmente alle proprietà geometriche e meccaniche degli stessi, nonché ai livelli di carico verticale ed alle condizioni di vincolo. Per ciascuna modalità di crisi sono state derivate specifiche formulazioni espresse in termini di taglio resistente per diversi livelli di carico verticale.

In quanto segue si mostreranno i principali criteri di resistenza per la muratura rinforzata. Questi generalmente possono essere derivati, per analogia, da quelli formulati per le murature armate oggetto ormai da anni, di svariati contributi tecnico-scientifici sull'argomento (ad es. Benedetti et al., 1984, Tomaževič, 1999, Mosele et al., 2009).

5.4.1 Rinforzi a pressoflessione

Il rinforzo con strisce verticali di FRP applicate ai maschi murari, fornisce un contributo di resistenza a pressoflessione (v. Fig. 5.15) alla muratura, conferendone quella resistenza a trazione che congenitamente non possiede, ed impedisce quindi l'innescarsi del meccanismo di ribaltamento, inibendo la formazione delle lesioni alle estremità tese delle sezioni.

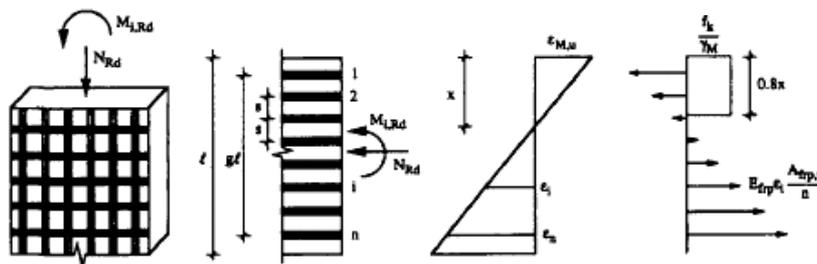


Fig. 5.15 – Resistenza a pressoflessione della muratura rinforzata con strisce verticali di “armature” in FRP (Triantafillou, 1998)

Lo studio di una sezione in muratura armata con FRP può essere trattato in analogia a quello di una sezione in c.a. (Triantafillou, 1998); il problema è già stato analizzato nel capitolo precedente.

Considerando, per semplicità, un pannello con armatura disposta solo alle estremità è possibile derivare, in maniera semplificata, un’espressione approssimata, ma di semplice ed immediato utilizzo, per la valutazione del momento ultimo (Tomažević, 1999).

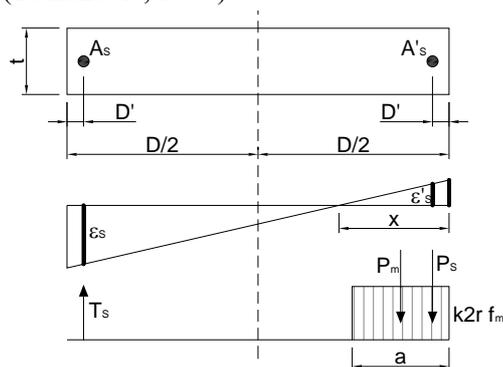


Fig. 5.16 – Calcolo della resistenza a pressoflessione per la sezione armata alle estremità (Tomažević, 1999)

Con riferimento alla Fig. 5.16 si possono scrivere le equazioni di equilibrio alla traslazione ed alla rotazione.

Nel ricorrente caso di armatura doppia e simmetrica ($A_s=A'_s$), assumendo che in entrambe le armature (tesa e compressa) si raggiunga la tensione

massima $(f_u)^2$, la larghezza della zona compressa, dedotta a partire dall'equazione di equilibrio alla traslazione, fornisce la stessa espressione (5.7) derivata per la muratura non rinforzata. Quindi, sotto dette ipotesi, dall'equazione di equilibrio alla rotazione si ottiene:

$$M_u = \frac{\sigma_{y,med} \cdot t \cdot D^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{y,med}}{f_m}\right) + (D - 2 \cdot D') \cdot A_s \cdot f_u \quad (5.34)$$

Da cui, dividendo per H_0 , si ricava:

$$V_u = \frac{\sigma_{y,med} \cdot t \cdot D^2}{2 \cdot H_0} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{y,med}}{f_m}\right) + \frac{(D - 2 \cdot D') \cdot A_s \cdot f_u}{H_0} \quad (5.35)$$

Nel caso particolare di un pannello incastrato alla testa ed al piede si ottiene, quindi, la seguente:

$$V_u = \frac{\sigma_{y,med} \cdot t \cdot D^2}{H} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{y,med}}{f_m}\right) + \frac{2 \cdot (D - 2 \cdot D') \cdot A_s \cdot f_u}{H} \quad (5.36)$$

Il ruolo dell'armatura verticale è espresso dal termine additivo che compare a secondo termine delle relazioni (5.35) e (5.36); nel caso di armatura nulla ($A_s=0$) le relazioni precedenti forniscono la (5.9).

5.4.2 Rinforzi a taglio

Il ruolo della sola armatura verticale, ai fini del comportamento a taglio, è quello di consentire il pieno sviluppo delle caratteristiche di resistenza a taglio della muratura, che può essere precluso dal manifestarsi di una crisi per rocking (Bendetti et al., 1984). Con tale configurazione di rinforzo, il valore della resistenza a taglio, ed in particolare quella per fessurazione diagonale, rimane pressoché identico a quello di una muratura non rinforzata, con un modesto aumento prodotto dall'incremento della risultante

² La tensione massima nei rinforzi è pari a quella di snervamento, nel caso di armature metalliche, o alla tensione minima tra quella a rottura e quella corrispondente alla delaminazione, nel caso di rinforzi con FRP.

di compressione agente sulla muratura³. Inoltre, all'ampliarsi della lesione diagonale, l'armatura verticale esplica un'ulteriore funzione: si tratta dell'effetto spinotto in cui tutta la resistenza a taglio è demandata alle armature.

Il rinforzo a taglio delle murature è, invece, principalmente dovuto alla presenza di armature trasversali (ovvero con una disposizione parallela ai corsi di malta secondo una griglia orizzontale e verticale) o secondo le diagonali del pannello.

Nell'ambito dello studio delle murature armate con barre per c.a., una prima interpretazione del meccanismo resistente, messo in atto dalle armature orizzontali, è dovuta (v. Fig. 5.17) a Priestley (1974). Questa si basa sull'ipotesi che dopo lo sviluppo della lesione diagonale i ferri, da soli, forniscano la resistenza a taglio del pannello fino al loro snervamento. Tale ipotesi fornisce, nel caso di "n" armature orizzontali di diametro "d", una stima della resistenza a taglio data dalla seguente relazione:

$$V_u = n \frac{\pi \cdot d^2}{4} f_y \quad (5.37)$$

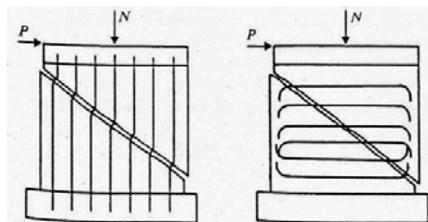


Fig. 5.17 – Meccanismo resistente dovuto alle armature verticali e orizzontali in pannelli in muratura sottoposti ad azioni nel proprio piano (Priestley, 1974)

³ L'aumento di resistenza a taglio, dovuto all'incremento della risultante di compressione nella muratura, è analogo a quello visto nel capitolo precedente per la resistenza a taglio nelle strutture ad arco rinforzate con FRP. Tale contributo è in genere trascurato, tranne nel caso di parete rinforzata con soli elementi longitudinali, atti ad assorbire la trazione generata dalla flessione (CNR-DT200/2004).

La validità della (5.37) è stata tuttavia contraddetta dall'evidenza sperimentale. Successivamente Tomažević (1984), sulla base del suddetto criterio, definisce un'analisi più accurata del contributo offerto dalle armature orizzontali (v. 5.18). In Fig. 5.18a è rappresentato il meccanismo ideale in cui, in una prima fase, l'apporto di resistenza offerto dalle armature è modesto a causa delle limitate deformazioni cui sono soggette prima del verificarsi della lesione diagonale; quando questa sopraggiunge, le forze orizzontali si trasferiscono gradualmente sulle armature finché queste non si snervano. Tale interpretazione trova la sua modellazione analitica nella (5.37). Tuttavia, nella realtà, si manifestano i meccanismi di Fig. 5.18b nei quali la crescita dell'apporto di resistenza fornito dalle armature è interrotto dalla perdita di aderenza con la muratura.

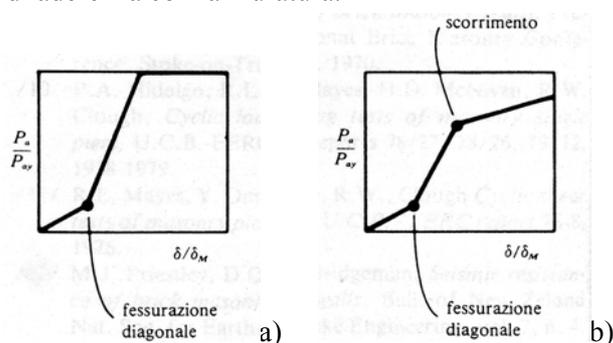


Fig. 5.18 – Comportamento ideale (a) e reale (b) della muratura con armature orizzontali (Tomažević, 1984)

Una diversa interpretazione del problema è quella di considerare la resistenza a taglio della muratura armata/rinforzata come somma, in virtù del principio di sovrapposizione degli effetti reso efficiente dall'implicita assunzione della redistribuzione tensionale (Valluzzi et al., 2002), di più contributi ciascuno relativo ad un meccanismo resistente. La formulazione più generale per la stima della resistenza a taglio della muratura armata (V_R) prende in considerazione la somma di quattro termini: resistenza della muratura non armata (V_m), contributo del carico assiale (V_P), contributo dell'armatura orizzontale a taglio (V_s), effetto spinotto delle armature

verticali (V_{dw}). Formulazioni di questo tipo sono state proposte da molti autori e riproposte sia in numerose normative che in codici di calcolo (Tomažević e Lutman, 1988; Tomažević, 1999; Shing et al., 1990; Anderson e Priestley, 1992; EN 1996-1-1; ACI 530/530.1, D.M. Infr. 14/10/2008).

Nel caso particolare di rinforzi con FRP in strisce disposte orizzontalmente (parallelamente ai corsi di malta) in esame, la resistenza a taglio della muratura rinforzata è, in genere, valutata come somma di due soli contributi: quello della muratura (V_m) a cui si somma il contributo a taglio offerto dai rinforzi (V_f).

Per quanto attiene al primo termine, si ricorre generalmente all'approccio alla Coulomb:

$$V_m = d \cdot t \cdot (c + \mu \cdot \sigma_{y,med}) \quad (5.38)$$

dove d è la distanza tra il lembo compresso ed il baricentro del rinforzo a flessione. Alcuni ricercatori (Mosele et al., 2009) hanno tuttavia mostrato (nel caso di pannelli in muratura armata con barre per c.a.) che la valutazione di tale resistenza mediante l'approccio di Turnsek e Cacovic conduce a risultati più aderenti a quelli ottenuti sperimentalmente. Si può, allora, pensare che la valutazione della resistenza a taglio della muratura V_m debba essere eseguita con uno dei modelli già descritti per la muratura non rinforzata (a seconda della tipologia di muratura nonché dei carichi agenti), assumendo cioè il minimo fra i valori ottenuti dai diversi criteri.

Per quanto attiene al secondo termine (V_f) si può, in analogia allo studio della trave in c.a., ricorrere al modello di traliccio equivalente. È noto, infatti, come la presenza degli elementi resistenti a trazione attivi nel pannello un traliccio reticolare che trasmette taglio per equilibrio interno. In questo caso, l'incremento della resistenza a taglio del pannello richiede che siano disposti sulla parete sia rinforzi capaci di assorbire la trazione generata dalla flessione, che rinforzi nella direzione del taglio, atti a generare il comportamento a traliccio.

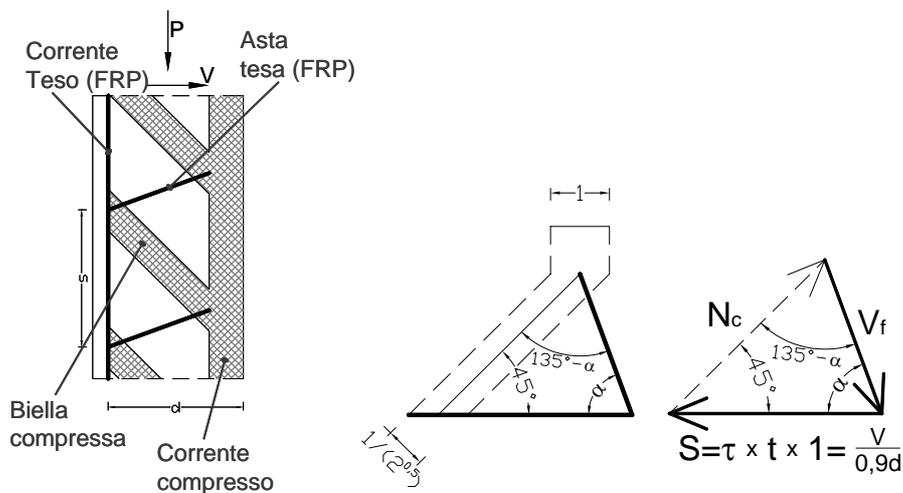


Fig. 5.19 – Determinazione del contributo a taglio offerto dai rinforzi orizzontali in FRP

Con riferimento alla Fig. 5.19 è possibile definire le resistenze ultime delle bielle tese e compresse:

$$N_{c,u} = \frac{f_m \cdot t}{\sqrt{2}} \tag{5.39a}$$

$$V_{f,u} = \frac{A_s}{s} \cdot f_f \cdot 1 \tag{5.39b}$$

dove A_s l'area del rinforzo a taglio disposta in direzione parallela all'azione di taglio con passo s misurato ortogonalmente alla direzione della forza di taglio.

Mediante l'espressione di Jourawski è possibile determinare le tensioni tangenziali come:

$$\tau = \frac{V \cdot \bar{S}}{I \cdot t} = \frac{V \cdot \bar{S}}{\bar{S} \cdot h^* \cdot t} = \frac{V}{0,9d \cdot t} \tag{5.40}$$

Quindi, considerando un tratto di muratura di lunghezza unitaria, è possibile determinare lo scorrimento:

$$S = \tau \cdot t \cdot l = \frac{V}{0,9d} \quad (5.41)$$

Con riferimento alla Fig. 5.19 è possibile ricavare le componenti dello scorrimento lungo le direzioni della diagonale compressa (N_c) e della diagonale tesa (V_f):

$$\frac{N_c}{\sin \alpha} = \frac{S}{\sin(135^\circ - \alpha)} \rightarrow N_c = \frac{S \cdot \sin \alpha}{\sin(135^\circ - \alpha)} \quad (5.42a)$$

$$\frac{S}{\sin(135^\circ - \alpha)} = \frac{V_f}{\sin 45^\circ} \rightarrow V_f = \frac{S \cdot \sin 45^\circ}{\sin(135^\circ - \alpha)} \quad (5.42b)$$

Limitando il valore di N_c (eq. 5.42a) a quello della resistenza ultima della biella compressa (eq. 5.39a) e sostituendo a S la (5.41) si ottiene per $\alpha=90^\circ$:

$$N_c = \frac{S \cdot \sin \alpha}{\sin(135^\circ - \alpha)} \leq N_{c,u} = \frac{f_m \cdot t}{\sqrt{2}} \rightarrow V \leq 0,45 \cdot f_m \cdot t \cdot d \quad (5.43)$$

Proiettando quest'ultima sull'orizzontale:

$$V \leq 0,45 \cdot (f_m \cdot \cos 45^\circ) \cdot t \cdot d \cong 0,3 \cdot f_m^h \cdot t \cdot d \quad (5.44)$$

La (5.44) rappresenta la massima resistenza a taglio del pannello murario corrispondente allo stato limite di compressione delle diagonali del traliccio. In tale espressione f_m^h rappresenta la resistenza a compressione di progetto della muratura nella direzione dell'azione agente, cioè parallela ai letti di malta.

Limitando il valore di V_f (eq. 5.42b) a quello della resistenza ultima della biella tesa (eq. 5.39b) e sostituendo a S la (5.41), per $\alpha=90^\circ$, si ottiene:

$$V_f = \frac{S \cdot \sin 45^\circ}{\sin(135^\circ - \alpha)} \leq \frac{A_s}{s} \cdot f_f \rightarrow V_f = \frac{A_s}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_f \quad (5.45)$$

dove f_f è la resistenza di progetto del rinforzo di FRP, definita come il minimo tra la tensione di rottura del composito e la tensione alla quale si ha la delaminazione dalla muratura. La (5.45) viene, poi, opportunamente limitata mediante l'introduzione di un coefficiente di efficienza r (ad es. quello proposto da Triantafillou, 1998), ottenendo:

$$V_f = \frac{A_s}{s} \cdot 0,9 \cdot r \cdot d \cdot f_f = \frac{A_s}{s} \cdot 0,6 \cdot d \cdot f_f \quad (5.46)$$

La (5.46) è riportata anche nel CNR-DT200/2004, per il caso dei rinforzi con FRP, e nelle attuali norme tecniche per le costruzioni italiane, per la muratura armata.

Anche nel caso di configurazione del rinforzo secondo le diagonali del pannello si ricorre, generalmente, al modello a traliccio (v. Fig. 5.20).

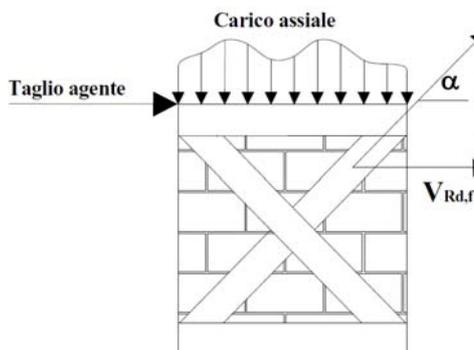


Fig. 5.20 – Determinazione del contributo a taglio offerto dai rinforzi diagonali in FRP (Nardone et al., 2009)

Sulla base di questo meccanismo a traliccio la muratura, comportandosi come puntone, sostiene gli sforzi di compressione mentre le strisce diagonali di FRP sostengono gli sforzi di trazione. In base a questo meccanismo resistente, il contributo a taglio offerto dall'FRP è dato dalla componente orizzontale della forza di trazione sostenuta dalla striscia di rinforzo (v. Fig. 5.20):

$$V_f = n \cdot t_f \cdot b_f \cdot f_f \frac{D}{s} \cdot \cos \alpha \quad (5.47)$$

dove D è la dimensione del pannello murario nella direzione parallela alla forza di taglio, s è il passo delle strisce inclinate di rinforzo, b_f e t_f rispettivamente larghezza e spessore delle strisce, α rappresenta l'inclinazione dell'FRP rispetto all'asse orizzontale ed f_f rappresenta la resistenza di progetto del rinforzo di FRP, che può essere opportunamente incrementata per tener conto della delaminazione intermedia in analogia al caso di rinforzo mediante FRP di travi in c.a. (CNR-DT200/2004). Il termine

D/s è posto pari a 1 nel caso di un unico rinforzo applicato secondo la diagonale del pannello

Il modello a traliccio, impiegato per descrivere il meccanismo resistente dei pannelli murari rinforzati con strisce di FRP disposte lungo le diagonali, è stato proposto da vari autori (ad es. Krevaikas et al., 2005; Prota et al., 2008; Stratford et al., 2004) e, in forma analoga alla (5.47), è riportato nell'attuale versione del documento ACI 440 (2008).

5.4.3 Considerazioni e confronti con la muratura non rinforzata

Ai punti 5.4.1 e 5.4.2 precedenti sono stati analizzati i principali criteri di resistenza delle murature armate/rinforzate con FRP. In particolare, si è mostrato che, in linea generale, la resistenza del pannello rinforzato può essere espressa come somma di due contributi: quello dovuto alla muratura e quello dovuto al rinforzo. Questo ultimo contributo risulta, sia nel caso del rinforzo flessionale che di quello a taglio, indipendente dal carico verticale applicato. Il contributo dovuto alla muratura, invece, è pari a quello della muratura non rinforzata, specie se le strisce verticali di FRP non hanno soluzioni di continuità alle estremità del pannello. Unica eccezione è fatta per il meccanismo di crisi di tipo scorrimento per taglio (bed joint sliding). Il valore del taglio resistente per la muratura non rinforzata è espresso moltiplicando la tensione tangenziale media per l'area effettivamente reagente ($t \cdot D'$). Nel caso della muratura armata/rinforzata, invece, il termine di resistenza a taglio della sola muratura è, generalmente (ad esempio nelle NTC di cui al D.M. 14 gennaio 2008 o nel CNR-DT200/2004), espresso moltiplicando la tensione tangenziale media per il prodotto ($t \cdot d$), con d pari alla distanza tra il lembo compresso ed il baricentro dell'armatura tesa.

Si evince allora che i meccanismi di resistenza espressi nella forma $\tau_{med} = f(\sigma_{med})$, efficacemente mostrati sotto forma di domini di resistenza per la muratura non rinforzata, si modificano, per la presenza delle

armature/rinforzi, esclusivamente mediante una traslazione “verso l’alto” di una quantità costante pari al valore del contributo offerto dai rinforzi stessi (ad eccezione del criterio per scorrimento di cui si è detto).

Numerose campagne di indagini sperimentali hanno confermato che la muratura armata o rinforzata con FRP consente di sfruttare il potenziale di resistenza della muratura, risolve il problema legato alla sua scarsa resistenza a trazione e ne migliora sia la duttilità che la dissipazione di energia rispetto a quella ordinaria. La presenza di armature verticali permette di evitare il meccanismo di rotazione rigida il quale, pur garantendo un’elevata duttilità, dissipa minori quantità di energia, in particolare dopo aver raggiunto la fessurazione, e fornisce basse resistenze. L’uso di una grande quantità di armatura verticale conduce, d’altra parte, ad una rottura a taglio che riesce a dissipare maggiore energia comportando resistenze maggiori pur rimanendo fragile. A tal scopo, l’inserimento dell’armatura trasversale o, nel caso di rinforzi in strisce di FRP, in diagonale previene la separazione delle porzioni di muratura divise dalla fessura diagonale e rende, pertanto, la crisi meno fragile.

È però, a tal proposito, doveroso osservare che l’attuale normativa nazionale tecnica per le costruzioni prescrive, per le murature armate (e quindi per analogia anche per quelle rinforzate con FRP), di rispettare la gerarchia delle resistenze garantendo che il collasso per taglio sia preceduto da quello per flessione.

5.5 Indagine sperimentale

Nell’ambito degli studi per la valutazione del comportamento di pannelli murari sottoposti ad azioni di taglio nel proprio piano, le tipologie di prove utilizzate sono fondamentalmente due: di *compressione diagonale* (Valluzzi et al., 2002; Aiello et al., 2007; Borri et al., 2004; Ahmad et al., 2005; Gabor et al., 2005; Prota et al., 2006) e di *taglio-compressione* (Zhao et al., 2003; Mohamed et al., 2005; Stratford et al., 2005; Macari et al., 2007)

Nel presente lavoro, al fine di valutare la resistenza a taglio della muratura in conci di calcarenite e malta di connessione, nonché l’efficacia

del rinforzo della stessa mediante l'applicazione di FRP, è stata condotta una indagine sperimentale su pannelli di muratura, rinforzati e non, sottoposti a compressione diagonale e su un prototipo di parete forata sottoposto a taglio-compressione nella configurazione ante e post intervento di rinforzo.

5.5.1 Campagna d'indagine sperimentale su campioni di muratura sottoposti a prova di compressione diagonale

La modalità di prova di “compressione diagonale” di pannelli in muratura è stata, come detto, utilizzata da diversi autori per la valutazione della resistenza a taglio degli stessi.

Tale tipologia di prova può essere facilmente realizzata sia in situ che in laboratorio.

La prova eseguibile in laboratorio è codificata dalla norma ASTM E 519-02 ed è generalmente realizzata su pannelli quadrati di dimensioni 120x120 cm e spessore variabile tra 25 cm e 70 cm. Nella prova in situ, il pannello viene isolato dalla parete circostante mediante quattro tagli che lasciano, però, una porzione della parte inferiore del pannello appoggiata lungo un giunto della muratura sottostante. Analisi teoriche e numeriche hanno dimostrato che tale connessione, almeno in fase elastica, non influenza i risultati della prova (Brignola et al., 2006).

La prova si realizza sottoponendo a compressione una delle diagonali del pannello e misurando sia l'entità del carico applicato che le deformazioni delle diagonali su entrambe le facce dello stesso.

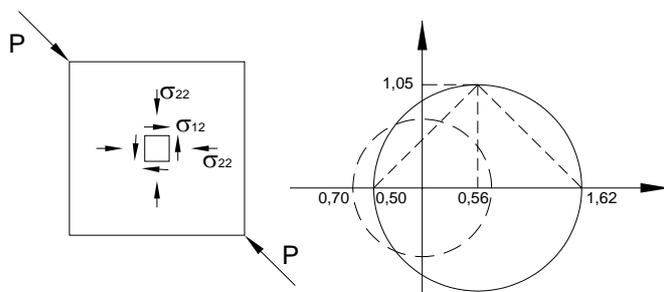


Fig. 5.21 – Stato tensionale nel centro del pannello

Per l'interpretazione della prova è possibile fare riferimento alle indicazioni riportate nella stessa norma ASTM E 519-02, in base alle quali la resistenza unitaria a taglio in assenza di compressione è data da:

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{P}{A} \quad (5.48)$$

dove A è l'area della sezione trasversale del pannello.

Tale resistenza coincide con quella a trazione diagonale in quanto in corrispondenza di uno stato tensionale di taglio puro il cerchio di Mohr (v. Fig. 5.21) risulta centrato nell'origine e le tensioni principali sono inclinate di 45° rispetto agli assi di riferimento.

È stato però osservato (Brignola et al., 2006) che la prova di compressione diagonale non riesce a realizzare uno stato di tensione di taglio puro (cerchio tratteggiato in Fig. 5.21) in quanto il carico concentrato sugli spigoli crea un complesso stato tensionale che solo nella parte centrale risulta biassiale e ragionevolmente uniforme. I valori delle tensioni al centro del pannello (cerchio a tratto continuo nella Fig. 5.21) valutati da Frocht (1931) attraverso analisi di fotoelasticità, mirate allo studio dello stato tensionale di una lastra piana caricata lungo una diagonale da una coppia di forze concentrate di uguale modulo ma di segno opposto, sono i seguenti:

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = 0,56 \cdot P / A \quad (5.49a)$$

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = 1,05 \cdot P / A \quad (5.49b)$$

$$\sigma_I = 0,5 \cdot P / A \quad (5.49c)$$

$$\sigma_{II} = 1,62 \cdot P / A \quad (5.49d)$$

Tali espressioni sono verificabili con un'analisi lineare ad elementi finiti. Nel seguito si riportano, a tal riguardo, le mappe cromatiche (v. Fig. 5.22) delle tensioni principali massima e minima, ottenute da un modello rappresentativo di un pannello quadrato di lato 1,2m e spessore 0,30m soggetto ad un carico orizzontale e verticale ad uno spigolo pari a 100000N (Carico diagonale pari a 141421,36N):

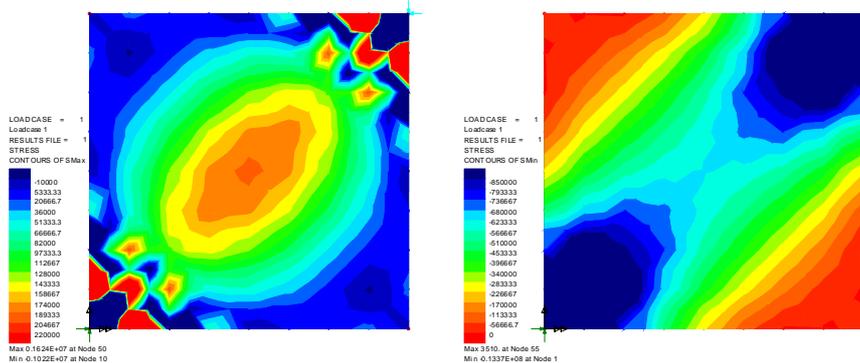


Fig. 5.22 – Mappe cromatiche delle tensioni principali di trazione (a sinistra) e di compressione (a destra)

In quanto segue si riporta, invece, il confronto fra i valori dalle suddette tensioni ricavate dalle formule analitiche (5.49a...d) e i rispettivi valori ottenuti dalla simulazione numerica:

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = 0,56 \cdot P / A = 0,22 \text{ MPa} - \sigma_{11,num.} = \sigma_{22,num.} = 0,217 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = 1,05 \cdot P / A = 0,412 \text{ MPa} - \sigma_{12,num.} = \sigma_{21,num.} = 0,412 \text{ MPa}$$

$$\sigma_I = 0,5 \cdot P / A = 0,196 \text{ MPa} - \sigma_{I,num.} = 0,195 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{II} = 1,62 \cdot P / A = 0,636 \text{ MPa} - \sigma_{II,num.} = 0,63 \text{ MPa}$$

Una volta ricavata la tensione principale di trazione con la (5.49c) per un valore del carico P pari a quello massimo sopportato dal pannello, che assume il significato di resistenza a trazione per fessurazione diagonale, è inoltre possibile calcolare il corrispondente valore di tensione tangenziale in accordo con il criterio di resistenza formulato da Turnsek e Cacovic: $\tau = \sigma_I / 1,5$.

Lo scorrimento γ ed il modulo di elasticità tangenziale possono essere calcolati con le seguenti espressioni:

$$\gamma = \frac{\delta h - \delta v}{d} \tag{5.50}$$

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \tag{5.51}$$

con δh e δv variazioni della lunghezza rispettivamente orizzontale e verticale delle diagonali del pannello (media delle misure effettuate sui due lati dello stesso) e d pari alla lunghezza della base di misura delle deformazioni.

Nell'ambito della valutazione dell'efficacia del rinforzo ricorrendo a tale modalità di prova, è stato evidenziato (Valluzzi et al., 2002) che il rinforzo con nastri in FRP su entrambi i lati del pannello permette di conseguire un notevole aumento di resistenza, mentre l'applicazione del rinforzo su di un solo lato può addirittura condurre ad una riduzione della resistenza dei pannelli a causa dell'asimmetria di rigidità che genera fenomeni di rottura prematuri.

La campagna d'indagine sperimentale, condotta nell'ambito del presente lavoro, ha riguardato prove di compressione diagonale su 14 campioni di muratura in conci di calcarenite e malta di connessione di cui tre nelle condizioni di realizzazione, 8 rinforzati su entrambe le facce con una maglia ortogonale, parallela ai lati del campione, di strisce di tessuto in fibra di carbonio impregnate in opera con resina epossidica e tre rinforzati con strisce disposte secondo la direzione di una delle diagonali del pannello.

I pannelli sottoposti a prova avevano dimensioni di 67x67x20 cm, e sono stati confezionati con conci di calcarenite e malta bastarda le cui caratteristiche meccaniche sono riportate nel capitolo 2. I conci avevano dimensioni di circa 33x16x20 cm ed i giunti uno spessore pari a 10 mm circa (v. Fig. 5.23).

Più in dettaglio, sono stati sottoposti a prova:

- tre campioni nella condizione di realizzazione (Fig. 5.23a);
- quattro coppie di campioni rinforzate con una maglia ortogonale di strisce di tessuto in fibra di carbonio di diversa larghezza ma di pari area complessiva per ciascuna coppia:
 - o 2 campioni con 2 strisce per faccia larghe 5,0 cm parallele a ciascun lato del pannello (Fig. 5.23b);
 - o 2 campioni con 2 strisce per faccia larghe 2,5 cm parallele a ciascun lato del pannello (Fig. 5.23c);

- 2 campioni con 2 strisce per faccia larghe 8,0 cm parrallele a ciascun lato del pannello (Fig. 5.23d);
- 2 campioni con 4 strisce per faccia larghe 4,0 cm parrallele a ciascun lato del pannello (Fig. 5.23e);
- tre campioni rinforzati con 2 strisce per faccia larghe 5,0 cm disposte esclusivamente lungo la diagonale tesa del pannello (Fig. 5.23f).

Le caratteristiche meccaniche del tessuto impiegato, denominato CFRP1, sono riportate nel capitolo 2 e riguardano un tessuto avente modulo elastico $E=230000$ MPa e spessore $t=0,13$ mm.

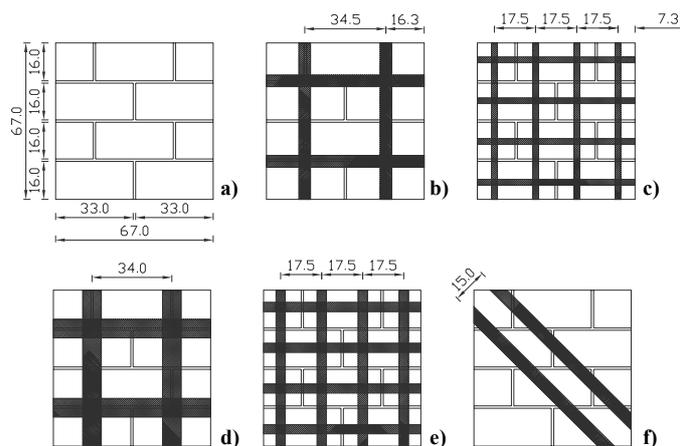


Fig. 5.23 – Tipologia e geometria dei campioni testati

I pannelli sono stati posizionati all'interno di un telaio metallico di contrasto (v. Fig. 5.24). Alle estremità della diagonale da caricare sono state applicate con un sottile strato di malta antiritiro, avente la funzione di regolarizzare le superfici di applicazione del carico, scarpe metalliche dimensionate in modo da impedire che la rottura locale per compressione dei conci nelle zone di applicazione del carico precedesse la crisi del pannello per fessurazione diagonale.

Le prove sono state condotte in controllo di carico che è stato applicato per mezzo di un cilindro idraulico Enerpac da 300 kN. Il carico è stato misurato da un trasduttore di forza HBM da 500 kN installato tra il cilindro

idraulico e la traversa superiore del telaio di contrasto. Tra il cilindro idraulico ed il trasduttore di forza è stato inerposto uno snodo sferico, come mostrato nelle Figg. 5.24 e 5.25.

Le deformazioni delle diagonali di entrambe le facce del pannello sono state misurate da trasduttori di spostamento digitali Mtutoyo modello ID-C112B, con corsa di 12,0 mm.

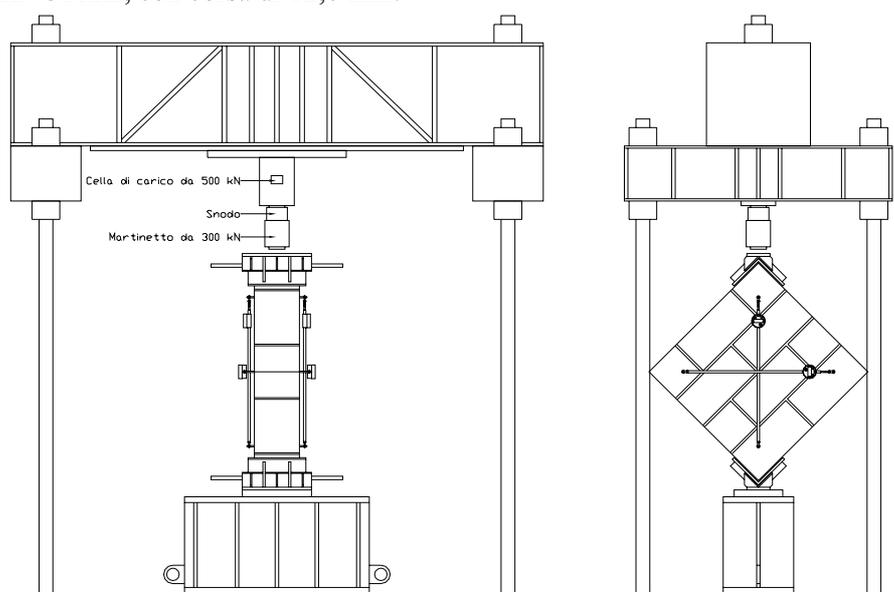


Fig. 5.24 – Vista laterale e frontale dell'apparecchiatura di prova utilizzate per condurre le prove di compressione diagonale

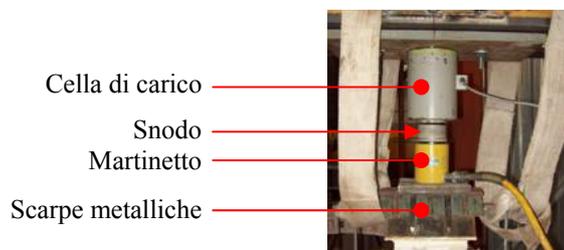


Fig. 5.25 – Dispositivo di applicazione del carico

Per l'acquisizione dei dati, in maniera del tutto analoga a quanto già esposto per le prove sulle volte di cui al capitolo precedente, si è utilizzato un software sviluppato in ambiente LabView National Instruments, che ha consentito di gestire simultaneamente la centralina DMX 16C, alla quale erano stati collegati i comparatori millesimali, e un DMD 20 HBM, collegato alla cella di carico che forniva il valore del carico applicato. La centralina DMD 20 era connessa al PC tramite la morsettiera BNC 2120 National Instruments (v. Fig 5.26).

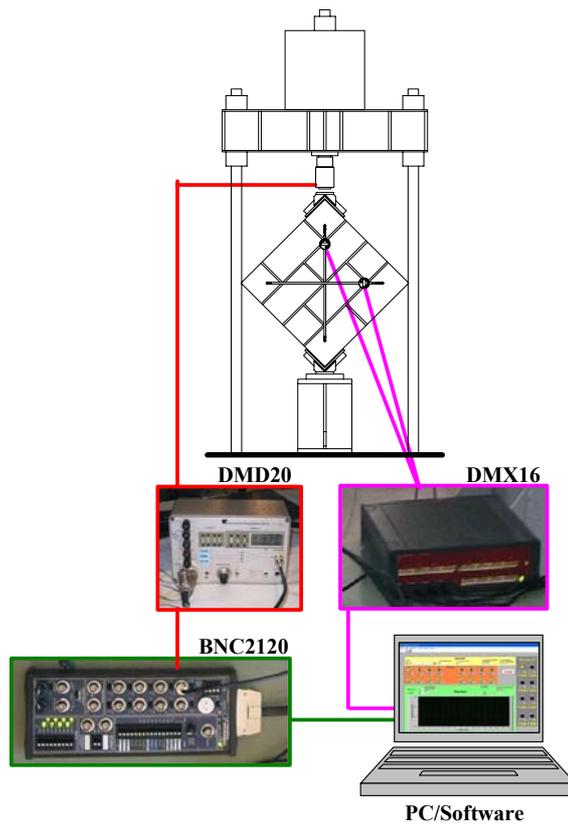


Fig. 5.26 – Schema del sistema di misura e di acquisizione dei risultati della prova

I risultati sperimentali ottenuti, in termini di carico massimo e di modalità di rottura, sono sinteticamente riportati nella tabella 5.1 che segue:

Pannello		F_{max} [daN]	Modalità di rottura
A	A1	14917,21	Rottura del campione lungo i giunti di malta attraversati dalla diagonale caricata (v. Fig. 5.27a)
	A2	14697,05	
B		10067,75	Rottura locale a compressione in prossimità dello spigolo direttamente caricato
C	C1	14403,92	Fessurazione lungo la diagonale caricata e delaminazione del composito (v. Fig. 5.27b)
	C2	14001,84	
D	D1	17934,18	Fessurazione lungo la diagonale caricata e delaminazione del composito (v. Fig. 5.27c)
	D2	17105,82	
E	E1	10998,32	Fessurazione lungo la diagonale caricata e delaminazione del composito (v. Fig. 5.27d)
	E2	12237,76	
F	F1	15254,13	Fessurazione lungo la diagonale caricata e delaminazione del composito (v. Fig. 5.27e)
	F2	16246,11	
G	G1	18532,98	Fessurazione lungo la diagonale caricata e delaminazione del composito (v. Fig. 5.27f)
	G2	17996,72	
	G3	17742,76	

Tabella 5.1 – Sintesi dei risultati delle prove di compressione diagonale

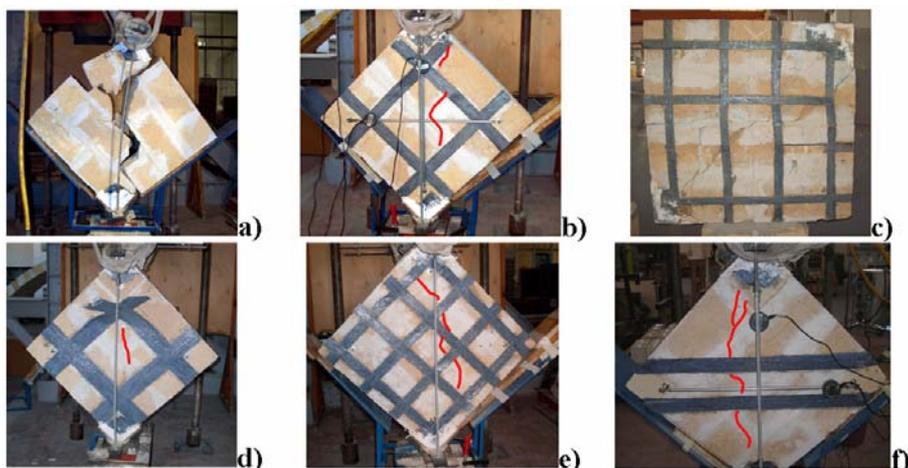


Fig. 5.27 – Modalità di rottura dei pannelli

Come sinteticamente riportato nella Tabella 5.1, la crisi si è manifestata con la fessurazione del campione lungo la diagonale caricata che ha attraversato i conci nei pannelli rinforzati mentre in quelli nella condizione di realizzazione si è sviluppata per la quasi totalità lungo i giunti di malta. Tra questi pannelli ha fatto eccezione il campione B nel quale la crisi per compressione del semiconcio sottostante la scarpa direttamente caricata ha preceduto quella dell'intero pannello.

Nel grafico di Fig. 5.28 sono mostrate le curve carico-deformazione lungo le diagonali dei campioni. In particolare, sono riportate le curve medie dei pannelli testati nella condizione di realizzazione (curva A, media di quelle dei campioni A1 e A2), di quelli rinforzati (curve C, D, E, F, G, medie di quelle ottenute dai rispettivi campioni) nonché la curva del campione B che come già detto ha presentato una anomala, in quanto localizzata, modalità di crisi.

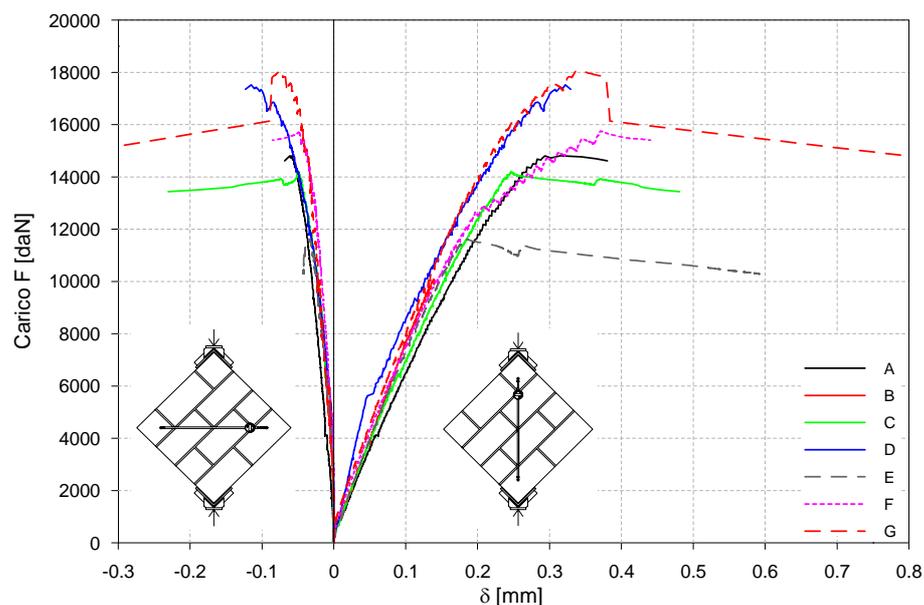


Fig. 5.28 – Curve carico-deformazione lungo le diagonali dei pannelli

Il valore medio del carico massimo per i campioni nella condizione di realizzazione (media dei campioni A1 e A2) è risultato pari a 14807,13 daN.

Entrambe le coppie di campioni rinforzati con quattro strisce di FRP per lato del pannello (v. Fig. 5.27b e 5.27d) hanno attinto in media valori del carico massimo inferiori a quello dei campioni non rinforzati e pari rispettivamente a 14202,88 daN, per la tipologia C, e a 11618,04 daN, per la tipologia E. Ciò è presumibilmente da attribuire alla disposizione dei rinforzi nei pannelli. In tali campioni, infatti, le strisce di FRP sono applicate secondo una maglia che lascia un'ampia superficie non rinforzata al centro del pannello, dove si innesca la fessurazione della diagonale caricata. Pertanto tale configurazione di rinforzo, con riferimento alla modalità di prova effettuata, appare del tutto inefficace. Inoltre le strisce di rinforzo, specialmente quelle di larghezza maggiore, hanno mostrato la tendenza a staccarsi dal pannello per effetto dell'instabilizzazione generata dai rilevanti sforzi di compressione cui erano soggette nelle zone di carico.

Nei campioni D1, D2, F1 e F2 in cui la stessa quantità di rinforzo utilizzata nelle tipologie di campioni C ed E è stata maggiormente diffusa applicando quattro strisce per faccia e per direzione parallela ai lati del pannello anziché due si sono ottenuti valori del carico maggiori di quello rilevato per i pannelli non rinforzati, rispettivamente di 17520,00 daN, per la tipologia D, e 15750,12 daN, per la tipologia F. I pannelli con tali disposizioni di rinforzo hanno, pertanto, esibito un incremento di resistenza rispetto alle condizioni di realizzazione rispettivamente del 18,32% e del 6,37%. Appare però incongruente che nei campioni con lo stesso numero di strisce (4+4 per faccia) ma di larghezza pari a 4 cm si sia raggiunto un carico minore rispetto a quello ottenuto con strisce di 2,5 cm di larghezza. Tale circostanza potrebbe trovare una spiegazione se si considera che nei campioni F i rinforzi posti in prossimità dei bordi del pannello per la loro larghezza ricoprono zone maggiormente compresse ed hanno, pertanto, in maggiore misura risentito di tale stato tensionale che ha portato, per instabilizzazione, al loro distacco prematura (v. Fig. 5.29).



Fig. 5.29 – Instabilizzazione delle strisce di rinforzo in prossimità degli spigoli compressi del pannello

Infine i campioni G1, G2 e G3, nei quali sono state applicate le strisce di rinforzo esclusivamente lungo la diagonale non caricata hanno esibito valori del carico massimo maggiori di quello dei pannelli non rinforzati la cui media è stata di 18090,82 daN, con un incremento di resistenza del 22,18%.

L'analisi dei risultati sperimentali ha, in generale, evidenziato che la presenza del rinforzo in FRP comporta un aumento della resistenza a taglio

dei pannelli e della loro duttilità. Nei campioni privi di rinforzo la crisi è stata di tipo fragile con rapida propagazione della fessurazione lungo i giunti intersecati dalla diagonale caricata. La presenza del rinforzo rende meno fragile la modalità di crisi del pannello ed evita lo “spitting” dello stesso a seguito dell'azione di cucitura esercitata.

La tipologia di rinforzo con strisce parallele ai lati del pannello ha esibito un minor aumento di resistenza rispetto a quella con strisce applicate soltanto lungo la diagonale non compressa. Nell'ambito di tale disposizione la maggiore diffusione del rinforzo risulta più efficace di quella concentrata.

Si è rilevato che le strisce di FRP risultano particolarmente sensibili alle azioni di compressione e, comportandosi analogamente ad un'armatura non confinata, tendono ad instabilizzarsi causando il distacco prematuro del composito dalla muratura. Occorre pertanto porre molta attenzione alle modalità di prova e, in particolare, alla disposizione dei rinforzi nel pannello da provare allo scopo di evitare di sollecitarli direttamente a compressione.

Nella Figg. 5.30 e 5.31 che seguono sono riportate le curve medie tensione-deformazione tangenziale nei pannelli derivate assumendo come tensione tangenziale quella nel centro del pannello rispettivamente secondo l'interpretazione di Frocht (equazione (5.49b)) e secondo la relazione fornita dall'ASTM (equazione (5.48)) e calcolando le deformazioni angolari con l'equazione (5.50).

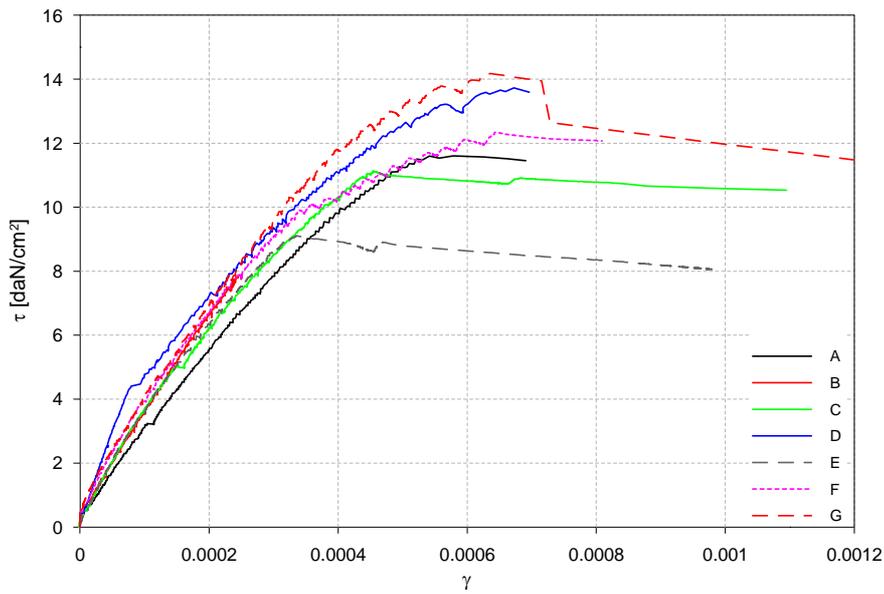


Fig. 5.30 – Diagramma tensione-deformazione angolare dei pannelli assumendo la tensione tangenziale secondo l'interpretazione di Frocht

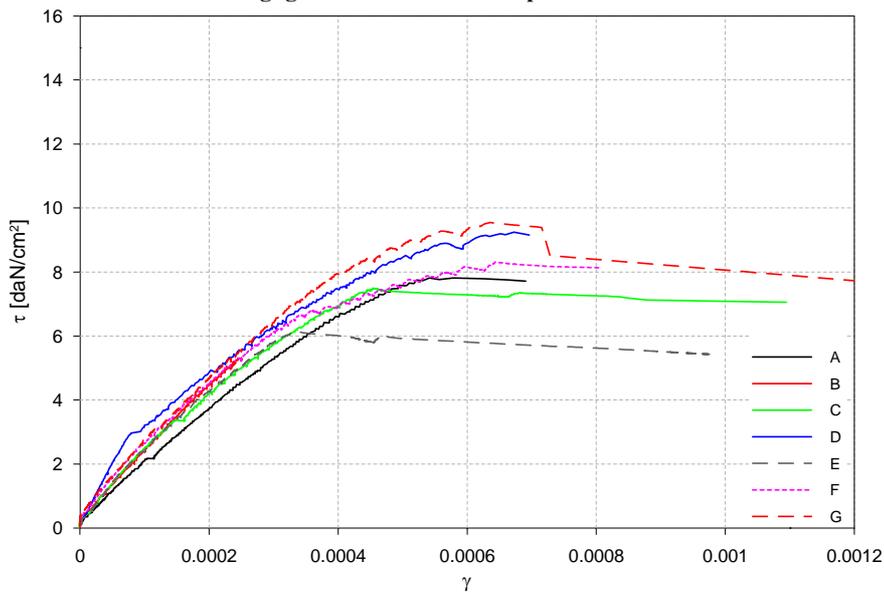


Fig. 5.31 – Diagramma tensione-deformazione angolare dei pannelli assumendo la tensione tangenziale nel centro del pannello secondo l'ASTM

In quanto segue si mostrerà che è possibile dare un'interpretazione numerica dei risultati ottenuti dalle prove di resistenza a taglio su pannelli in muratura anche con semplici modelli agli elementi finiti, ipotizzando un comportamento elastico lineare della muratura. È possibile, infatti, in tal modo valutare con il criterio della massima tensione principale di trazione il raggiungimento dello stato limite di prima fessurazione al centro del pannello.

Tali analisi confermano le risultanze sperimentali secondo cui, lontani dagli spigoli in cui viene trasmesso il carico, i valori delle tensioni di trazione lungo la diagonale compressa sono pressoché costanti e prossimi al valore massimo che al centro del pannello innesca la fessurazione. La rottura segue bruscamente l'innescò della fessurazione pressoché per lo stesso valore del carico.

Per l'interpretazione dei risultati si è condotta, inizialmente per il caso dei pannelli non rinforzati, un'analisi agli elementi finiti in campo lineare, con l'ausilio del codice di calcolo Lusas vers. 13.2. È stata adottata, data la simmetria geometrica e meccanica, una modellazione piana attribuendo uno spessore del pannello pari a 200 mm. La muratura è stata discretizzata con elementi finiti quadrilateri in stato piano di tensione con interpolazione quadratica, denominati QPM8, con mesh automatica regolare di 20 mm di dimensione. Nella Fig. 5.32 che segue sono riportate le mappe delle tensioni principali nel pannello quando il carico F applicato è pari a quello medio di rottura ($\cong 145000\text{N}$).

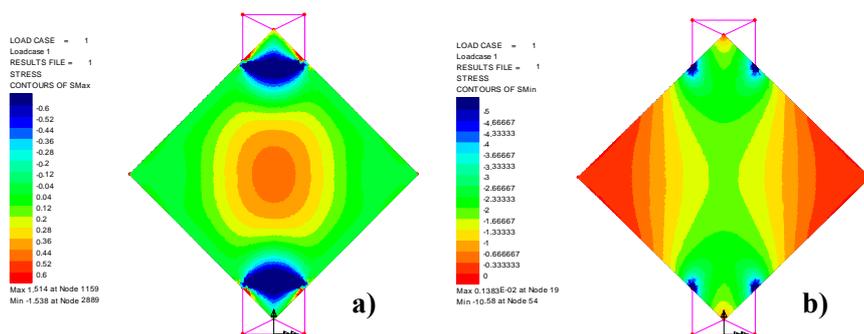


Fig. 5.32 – Pannello nella condizione di realizzazione: tensioni principali di trazione (a) e di compressione (b)

In prossimità del centro del pannello la tensione principale di trazione, per il carico applicato $P=145000$ N, risulta, coerentemente con la (5.49c), pari a $\sigma_1 = 0,484$ N/mm².

Si ripetono, nel seguito, gli stessi passi con riferimento alla tipologia di campioni rinforzati che ha fornito un contributo maggiore: campioni G, rinforzati lungo la diagonale.

Il modello utilizzato è lo stesso di quello descritto per il campione nella condizione di realizzazione ad eccezione della presenza dei rinforzi che sono stati discretizzati con elementi finiti tipo Bar a interpolazione quadratica, denominati BAR3, con lunghezza dell'elemento di 20 mm, area di $2 \times 50 \times 0,13 = 13$ mm² e modulo elastico di 230000 N/mm². I risultati, a parità di carico applicato e di tutte le altre condizioni, sono mostrati nella Fig. 5.33 che segue.

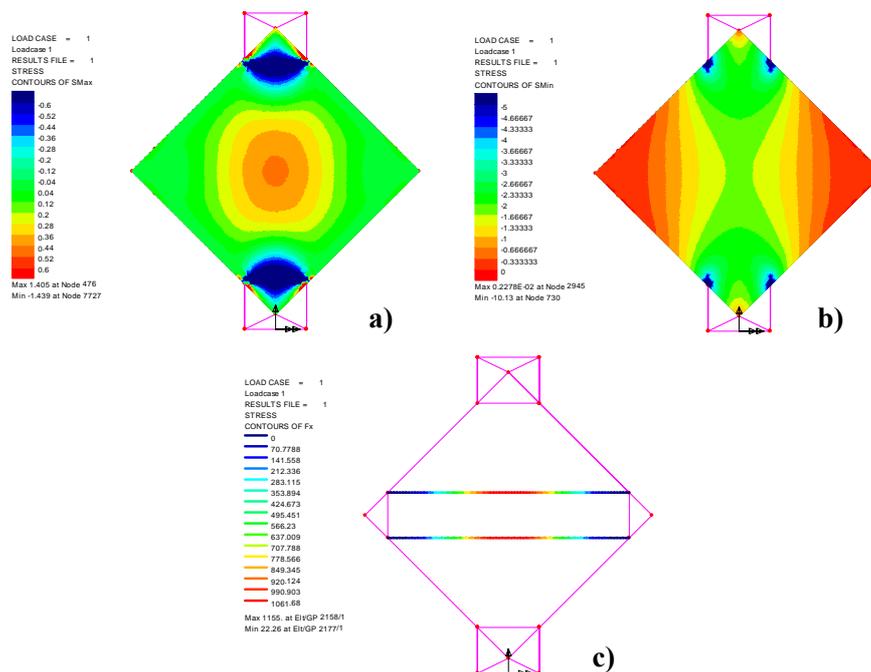


Fig. 5.33 – Pannello rinforzato lungo la diagonale non compressa: tensioni principali di trazione (a), di compressione (b) e sforzo normale nelle strisce di rinforzo (c)

In prossimità del centro del pannello la tensione principale di trazione risulta, in questo caso, pari a $\sigma_1 = 0,45 \text{ N/mm}^2$ e quindi inferiore a quelle riscontrate per il pannello non rinforzato giacché un'aliquota delle trazioni è stata trasferita ai rinforzi.

È noto che il contributo del rinforzo diventa via via più rilevante dopo la comparsa delle prime lesioni diagonali nel pannello, a seguito delle quali il carico viene progressivamente trasferito ai rinforzi. Numericamente si è tenuto conto della fessurazione del pannello mediante un progressivo abbattimento del modulo elastico della muratura. Le simulazioni numeriche hanno mostrato che al decrescere delle proprietà elastiche della muratura cresce lo sforzo normale dei rinforzi fino a che non si raggiunge la condizione riportata nella Fig. 5.34a in cui questo è pari al valore che causa

la crisi per delaminazione, sperimentalmente innescatasi nel centro del pannello e poi propagatasi verso l'estremità (v. Fig. 5.34c).

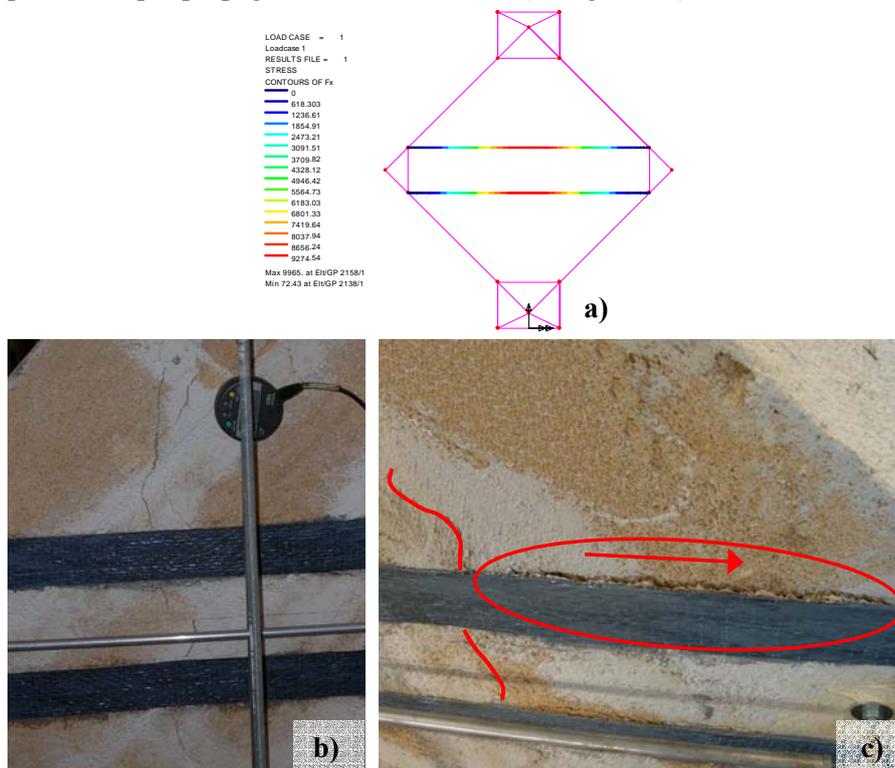


Fig. 5.34 – Pannello rinforzato lungo la diagonale non compressa: sforzo normale nelle strisce di rinforzo (a), lesione nella direzione della diagonale compressa (b) e delaminazione della striscia di rinforzo (c)

Considerazioni del tutto analoghe possono essere fatte anche nel caso della configurazione dei rinforzi nei pannelli a maglia ortogonale parallela ai lati dello stesso. La Fig. 5.35 che segue mostra la mappa degli sforzi normali nelle strisce di composito confrontate con l'evidenza sperimentale: le strisce più vicine agli spigoli compressi si distaccano prematuramente a causa degli sforzi di compressione che portano alla loro instabilizzazione (Fig. 5.35b) e al distacco prematuro anche delle strisce tese (Fig. 5.35 c).

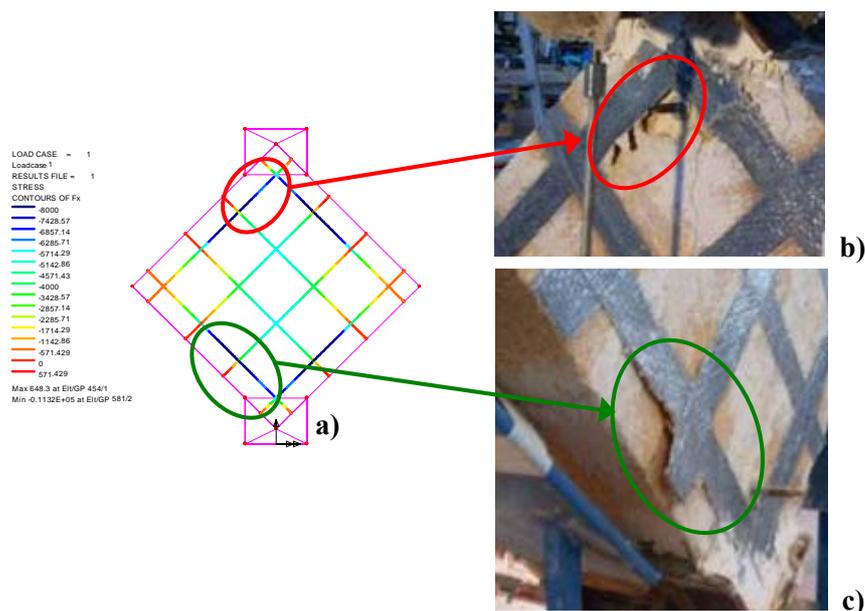


Fig. 5.35 – Pannello rinforzato con una maglia ortogonale di FRP: confronto fra gli sforzi normali ottenuti dal modello (a) e l'evidenza sperimentale (b) e (c)

5.5.2 Campagna d'indagine sperimentale su un prototipo di parete forata sottoposta a prova di taglio-compressione

La valutazione dell'efficacia dei rinforzi di pareti in muratura e in particolare di quelle in conci di calcarenite e malta di connessione per azioni nel proprio piano è stata condotta, oltre che con prove di compressione diagonale (oggetto del paragrafo 5.5.1 precedente) su pannelli, anche attraverso l'analisi del comportamento di una parete forata sottoposta a taglio-compressione sia nella condizione di realizzazione che in quella rinforzata con strisce di tessuto in fibra di carbonio.

Nell'ambito dello studio teorico-sperimentale del comportamento dei maschi murari per azioni nel proprio piano, la prova di *taglio-compressione* riveste, come già detto nel paragrafo 5.5, un ruolo di rilevante importanza. Tale tipologia di prova riesce, infatti, a riprodurre il reale comportamento di un maschio murario all'interno dell'intera struttura. Lo studio è

generalmente condotto utilizzando due diverse configurazioni di prova (v. Fig. 5.36), rappresentative di due comportamenti limite dei maschi murari, corrispondenti rispettivamente a quello dei piani alti (Fig. 5.36a) e dei piani bassi (Fig. 5.36b) degli edifici e con fasce di piano più o meno rigide.

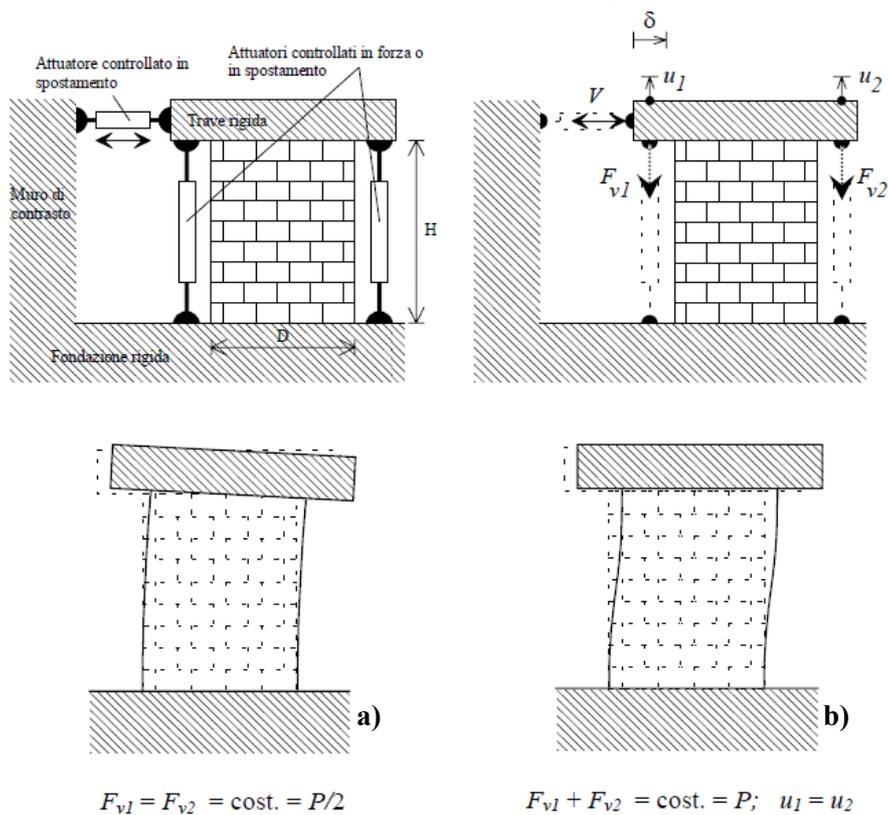


Fig. 5.36 – Configurazioni di prova taglio-compressione di pannelli murari

Nella prima configurazione (Fig. 5.36a) il pannello è sottoposto ad un carico verticale, mantenuto costante e centrato durante l'esecuzione della prova, e ad una forza tagliante alla testa dello stesso. In questo modo l'estremità superiore del maschio è libera di ruotare. Nella seconda configurazione (Fig. 5.36b), invece, la traversa superiore trasla rigidamente senza ruotare realizzando, così, la condizione di vincolo di doppio incastro.

Nei casi reali i maschi murari possono avere vincoli di estremità appartenenti ad una delle due suddette condizioni, intermedie alle due o addirittura con eccentricità dello stesso segno alle basi superiore ed inferiore.

In maniera ancora più approfondita, il comportamento delle murature per azioni nel proprio piano può essere indagato ricorrendo allo studio di pareti costituite dall'assemblaggio di maschi murari e di fasce di piano. Tali configurazioni presentano il vantaggio di potere analizzare il reale comportamento dei vari elementi strutturali che compongono il modello (v. Fig. 5.37) senza imporre le condizioni di vincolo al singolo pannello costituente lo stesso.

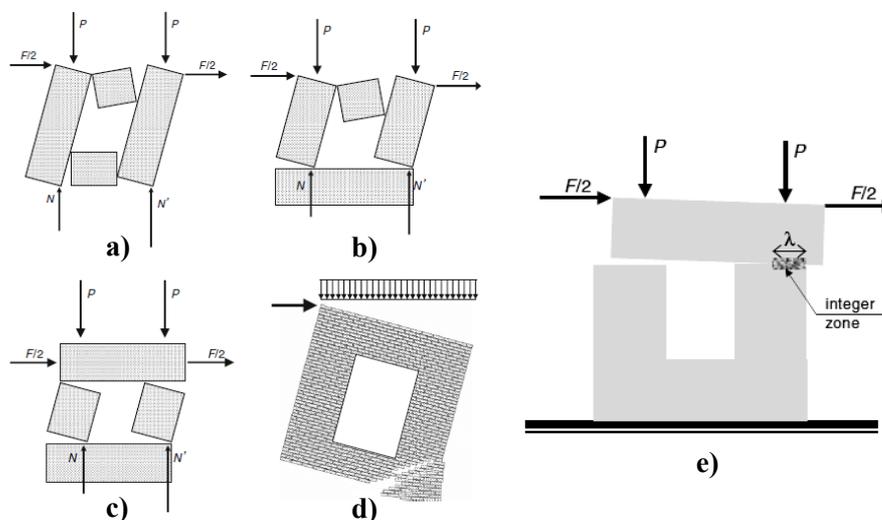


Fig. 5.37 – Forme di meccanismo di pareti murarie (Foraboschi, 2008 e 2009): per ribaltamento a), b), c), d) e per scorrimento e)

L'indagine sperimentale su prototipi di pareti forate in muratura è stata utilizzata da diversi autori (ad es. Baratta e Corbi, 2004; Li et al., 2004; Foraboschi, 2009) al fine di valutare l'effettivo comportamento strutturale e l'efficacia di diverse configurazioni di rinforzo; altri autori (ad es. Magenes e Calvi, 1997; Langone et al., 2007) hanno indagato su tali aspetti studiando il comportamento di prototipi di edifici in muratura.

Nell'ambito del presente lavoro l'attenzione è stata rivolta allo studio del comportamento di una parete in muratura in scala $\frac{1}{2}$ avente un vano porta in posizione centrale. Il prototipo oggetto di studio (v. Fig. 5.38) è composto da due maschi murari aventi sezione trasversale di 74,0x21,0 cm e altezza di 120,0 cm e da una fascia di piano alta circa 85 cm delimitata in corrispondenza del vano tra i maschi murari, largo 70 cm, da un architrave costituito da due profilati in acciaio IPE 100 collegati trasversalmente con piatti in acciaio saldati e con interposto un getto di conglomerato cementizio. A partire dalle basi in calcestruzzo armato, su cui poggiano i due maschi, la parete è alta 205,0 cm compreso il cordolo sommitale in calcestruzzo debolmente armato avente sezione trasversale di 21,0x18,0 cm.

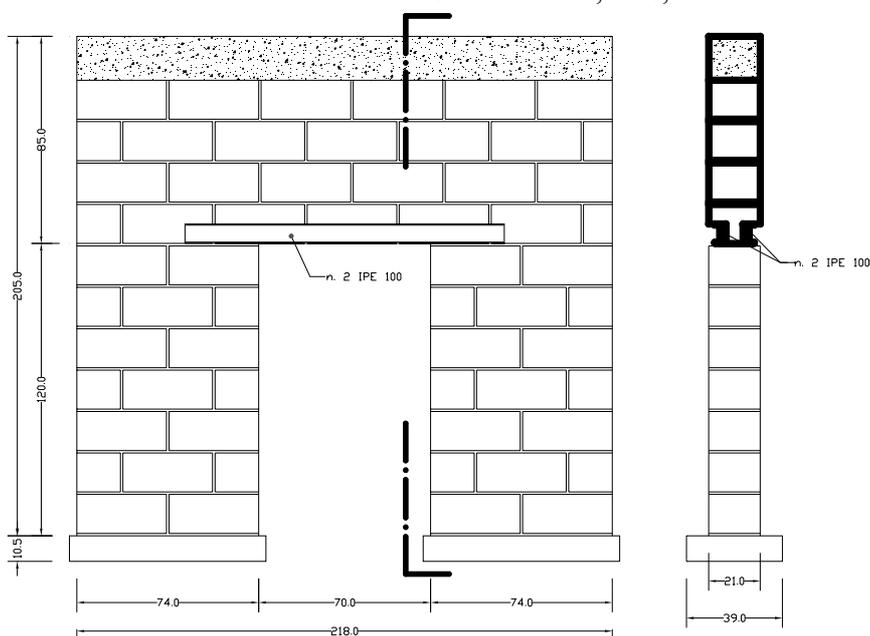


Fig. 5.38 – Prospetto e sezione verticale della parete forata oggetto di studio

Il modello è stato realizzato con conci di calcarenite di dimensioni pari a 36,0x16,0x21,0 cm e con giunti di malta di spessore mediamente pari a 1,0 cm. Dopo l'esecuzione di una serie di prove sulla parete nella condizione

di realizzazione, ciascun maschio murario è stato rinforzato all'estremità dello stesso con due strisce di tessuto in fibra di carbonio per lato del pannello, aventi larghezza 15,0 cm e spessore 3x0,13 mm. Le caratteristiche meccaniche dei costituenti la muratura e quelle dei rinforzi impiegati sono descritte nel capitolo 2.

Per la realizzazione delle prove, la parete è stata disposta all'interno di un dispositivo (v. Fig. 5.39) appositamente progettato per l'esecuzione di prove di taglio-compressione.

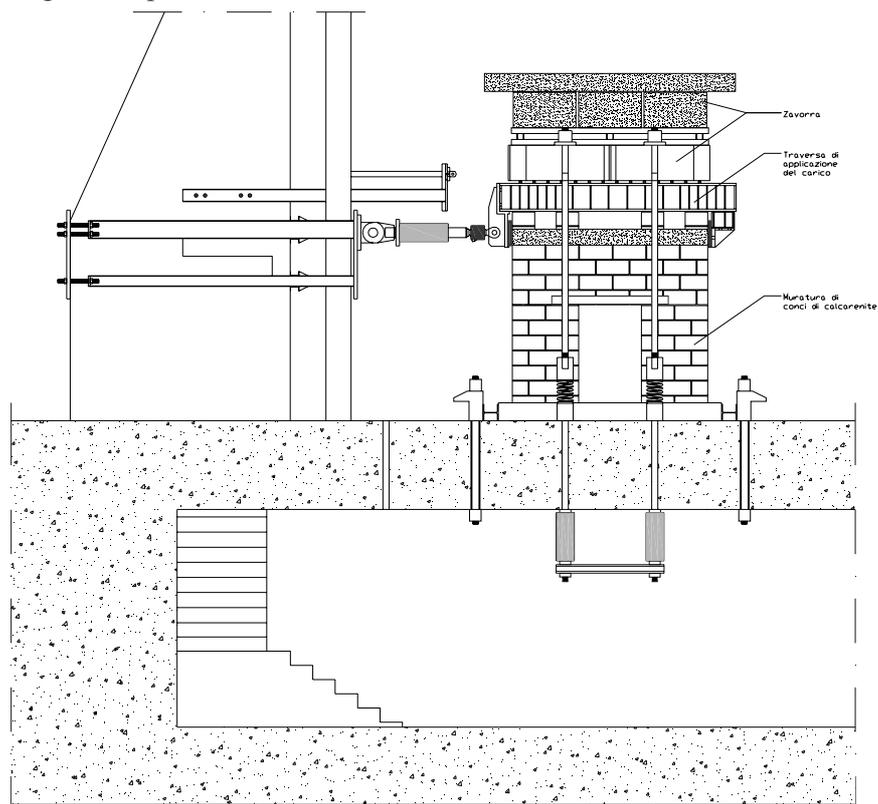


Fig. 5.39 – Dispositivo per prove di taglio-compressione

Il prototipo è stato vincolato al piastrone per prove su grandi strutture di cui è dotato il Dipartimento e come già detto disposto entro il sistema

utilizzato per prove di taglio-compressione. In tale sistema il carico verticale che simula i carichi gravitazionali cui può essere sottoposto il prototipo è indotto da due coppie di martinetti forati a doppio effetto, Enerpac modello RRH-10010, attraversati da aste di acciaio la cui estremità superiore è vincolata a cerniera ad una traversa anch'essa di acciaio di elevata rigidità al di sotto della quale è posizionato il sistema che consente di applicare le azioni orizzontali programmate. Tale sistema è, ovviamente, reso scorrevole rispetto alla traversa sovrastante la cui funzione è di trasmettere le azioni verticali attraverso il sistema costituito dalle aste sopradette poste in tiro dai martinetti entro i quali sono inserite, che sono posizionati sotto il piastrone.

A seconda delle condizioni di vincolo che si vogliono simulare nel campione in prova, la traversa superiore può essere lasciata libera di ruotare oppure no.

Il carico verticale può essere anche indotto da pesi diretti (zavorra) disposti sulla traversa superiore che, in tal caso, è lasciata libera di ruotare.

Nelle prove la parete è stata sottoposta a carichi distribuiti agenti su quattro porzioni della stessa ricadenti entro le proiezioni dei maschi murari (v. Fig. 5.39).

Per l'applicazione del carico orizzontale si è utilizzato un martinetto idraulico a doppio effetto Enerpac mod. RR-15013 comandato da una pompa a mano posto all'altezza dell'estremità superiore del campione (v. Fig. 5.39).

Ciascuno dei maschi murari è stato strumentato (v. Fig. 5.40) su un solo paramento con 6 trasduttori di spostamento Mitutoyo digitali millesimali, modello ID-C112B, disposti nei lati e nelle diagonali di un quadrilatero di basi di misura. Ulteriori due comparatori sono stati utilizzati per misurare l'eventuale traslazione relativa dei maschi murari rispetto alla base in calcestruzzo di appoggio degli stessi. Altri due trasduttori di spostamento Mitutoyo digitali millesimali, modello ID-C150EB, sono stati impiegati per misurare rispettivamente lo spostamento orizzontale della sommità della parete e dell'estremità superiore di un maschio murario.

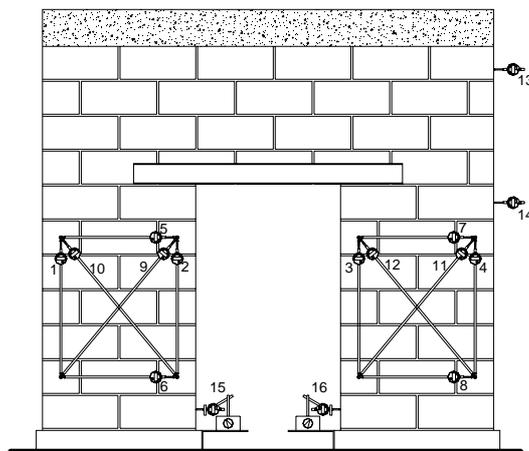


Fig. 5.40 – Strumentazione della parete nella condizione di realizzazione

Nella prova condotta sulla parete rinforzata (v. Fig. 5.41), le strisce di tessuto in fibra di carbonio, in prossimità di alcune zone d'interesse, sono state strumentate con estensimetri elettrici a resistenza HBM, modello 1-LY11-3/350.

Per la misura del carico verticale, nei casi in cui si è utilizzata la coppia di martinetti per indurlo, è stato installato un manometro digitale da 100 bar opportunamente collegato al canale di mandata della pompa manuale.

Il carico orizzontale è stato misurato da un trasduttore di forza in trazione-compressione HBM da 200 kN.

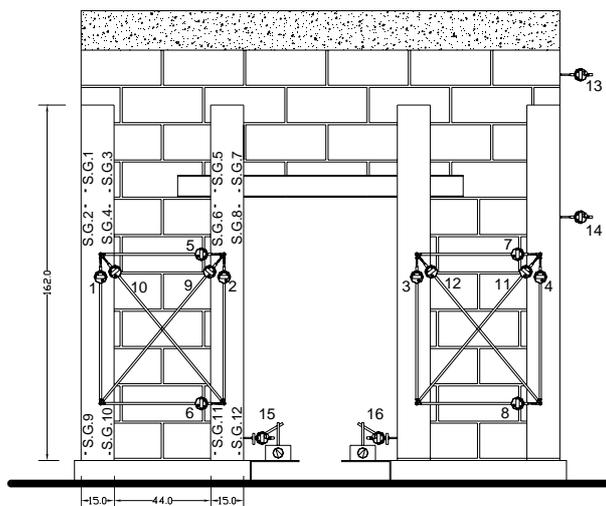


Fig. 5.41 – Strumentazione della parete rinforzata

Per l’acquisizione dei dati (v. Fig. 5.42), analogamente a quanto già descritto per le prove di compressione diagonale e per le prove sulle volte, si è utilizzato un software sviluppato in ambiente LabView National Instruments, che ha consentito di gestire simultaneamente la centralina DMX 16C, alla quale erano stati collegati i trasduttori di spostamento millesimali, ed il DMD 20 HBM, collegato al trasduttore di forza che forniva il valore del carico orizzontale. La centralina DMD 20 è stata connessa al PC tramite la morsettiera BNC 2120 National Instruments.

Nel caso della parete rinforzata, in cui le strisce di FRP sono state strumentate con estensimetri elettrici a resistenza, si è utilizzata un’ulteriore centralina di acquisizione HBM MGC Plus gestita dal software Catman. In tal caso, la simultaneità delle acquisizioni è stata garantita dalla lettura contemporanea del trasduttore di forza posto in corrispondenza del punto di applicazione dell’azione orizzontale effettuata con i due sistemi di acquisizione.

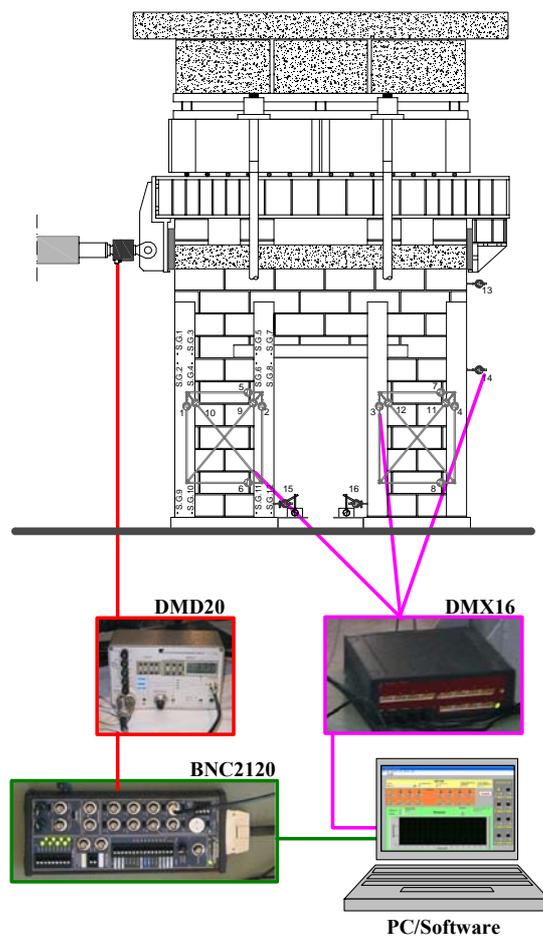


Fig. 5.42 – Schema del sistema di misura e di acquisizione dei risultati della prova

L'indagine sperimentale ha compreso le seguenti prove:

- della parete nella condizione di realizzazione sottoposta al solo carico verticale applicato ciclicamente tra 0 kN e 345 kN indotto dal tiro delle aste mediante i martinetti posti sotto il piastrone;
- di taglio-compressione nella condizione di realizzazione sottoposta a due diversi livelli di carico verticale pari rispettivamente a 85,0 kN e 191,5 kN, ciascuno mantenuto costante durante la prova e con il carico

- orizzontale crescente monotonicamente fino alla fessurazione della parete;
- di taglio-compressione della parete rinforzata con due strisce di tessuto in fibra di carbonio di larghezza pari a 15,0 cm e spessore 3x0,13 mm applicate all'estremità di ciascun maschio e su entrambi i paramenti sottoposta ad un carico verticale di 85,0 kN mantenuto costante durante l'esecuzione della prova e con il carico orizzontale crescente in maniera ciclica alternata fino alla crisi della parete.

5.5.2.1 Parete nella condizione di realizzazione sottoposta al solo carico verticale – Determinazione del modulo elastico della muratura

Al fine di determinare il valore del *modulo elastico secante* della muratura, preliminarmente all'esecuzione delle prove di taglio-compressione, la parete è stata sottoposta ad una serie di cicli di carico verticale tra 0 kN e 345 kN.

Nella Fig. 5.43 sono riportate le curve carico-deformazione media orizzontale e verticale.

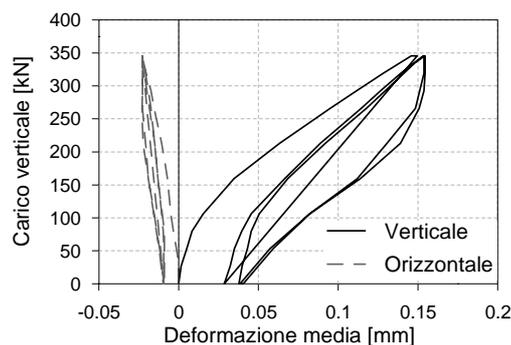


Fig. 5.43 – Curve carico verticale-deformazione media verticale ed orizzontale dei maschi murari della parete nella condizione di realizzazione

Avendo assunto, in relazione alle caratteristiche meccaniche dei costituenti (malta e conci di calcarenite), una resistenza caratteristica della muratura di circa $f_k=26,5 \text{ daN/cm}^2$, il range di valori del carico verticale

applicato alla parete consente di valutare le deformazioni facendo riferimento all'intervallo $0,1 f_k \div 0,4 f_k$. Con tali valori si ottiene un valor medio (fra i tre cicli) del modulo elastico secante pari a circa 45000 daN/cm².

5.5.2.2 Parete nella condizione di realizzazione sottoposta a prova di taglio-compressione per due diversi livelli di carico verticale

La parete, nella condizione di realizzazione, è stata successivamente sottoposta a prova di taglio-compressione con due diversi livelli del carico verticale (C.V.) applicato. Le prove sono state condotte monotonicamente fino alla comparsa delle prime vistose lesioni, al fine di evitare l'eccessivo danneggiamento del campione e, quindi, poter in seguito valutare l'efficacia dell'intervento di riparazione/rinforzo.

Inizialmente il carico verticale è stato applicato, in modo da non influenzare le condizioni di vincolo, ricorrendo soltanto a pesi diretti, costituiti dalle due traverse metalliche e da blocchi in conglomerato cementizio armato. L'entità del carico applicato è complessivamente pari a 8500 daN.

Sotto queste condizioni, è stata applicata un'azione orizzontale crescente monotonicamente in sommità della parete e sono state rilevate: le deformazioni, gli spostamenti e la spinta applicata. Nelle Figg. 5.44 e 5.45 sono riportate le curve carico-spostamento orizzontale, misurato in due punti caratteristici rispettivamente in testa alla parete ed all'estremità superiore di uno dei due maschi murari.

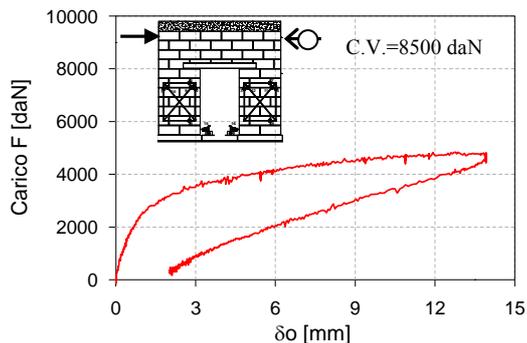


Fig. 5.44 – Parete nella condizione di realizzazione con carico verticale di 8500 daN: curva carico-spostamento orizzontale in testa alla parete

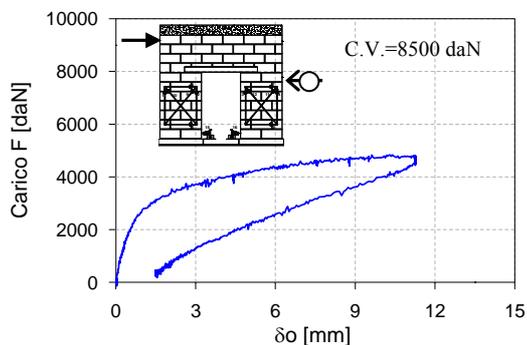


Fig. 5.45 – Parete nella condizione di realizzazione con carico verticale di 8500 daN: curva carico-spostamento orizzontale all’estremità superiore di uno dei maschi murari

Dopo l’esecuzione della suddetta prova, il carico orizzontale è stato progressivamente rimosso riportando la parete alla condizione iniziale. Quindi, lasciando applicata la zavorra, il carico verticale è stato incrementato fino al valore complessivo di 19150 daN ricorrendo, questa volta, oltre che ai pesi diretti anche ai quattro martinetti, collegati in parallelo.

Raggiunto il carico verticale prefissato la parete è stata nuovamente caricata monotonicamente con un’azione orizzontale all’estremità superiore della stessa e sono stati registrati tutti i risultati di prova. Nelle Figg. 5.46 e 5.47 sono riportate le curve carico-spostamento orizzontale, misurato in due

punti caratteristici rispettivamente in testa alla parete ed all'estremità superiore di uno dei due maschi murari.

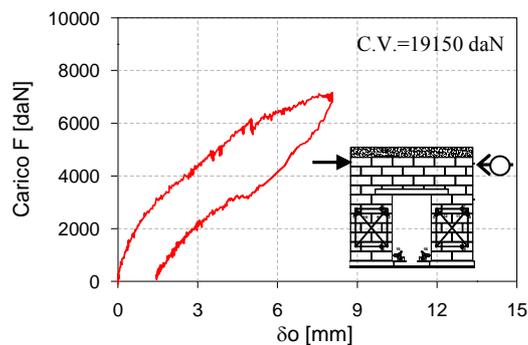


Fig. 5.46 – Parete nella condizione di realizzazione con carico verticale di 19150 daN: curva carico-spostamento orizzontale in testa alla parete

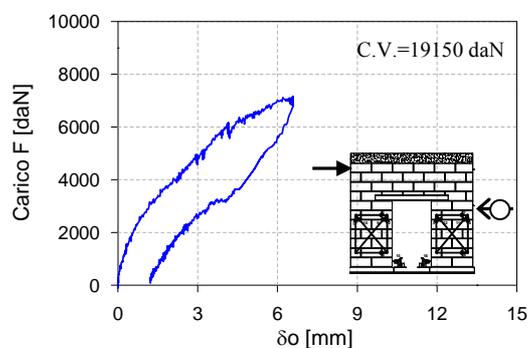


Fig. 5.47 – Parete nella condizione di realizzazione con carico verticale di 19150 daN: curva carico-spostamento orizzontale all'estremità superiore di uno dei maschi murari

In entrambi i casi la crisi si è manifestata con la formazione di un meccanismo di ribaltamento (v. Fig. 5.48). Al piede ed alla quota dell'intradosso dell'architrave del vano si sono formate lesioni orizzontali, in corrispondenza dei giunti di malta, innescatesi alle estremità dei pannelli e propagate verso l'interno. I maschi murari, dalla fondazione alla quota dell'intradosso del vano, hanno cominciato a ruotare rigidamente. Inoltre, durante la seconda prova caratterizzata da un carico verticale maggiore, in corrispondenza dello spigolo destro al piede del maschio murario di destra

sono iniziate ad innescarsi le tipiche lesioni per elevata compressione della muratura.

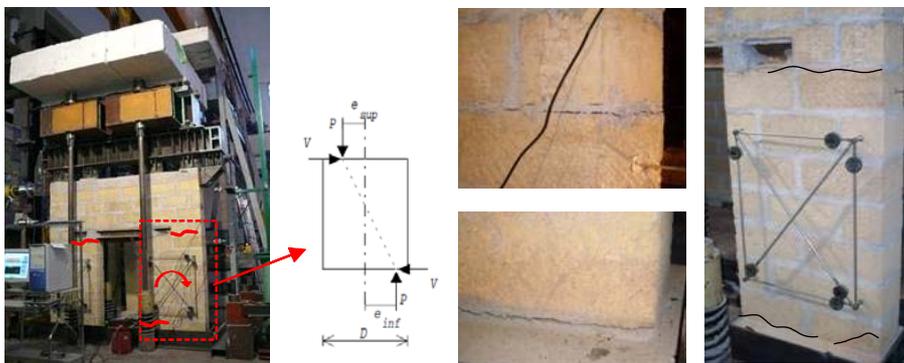


Fig. 5.48 – Vista d’insieme e alcuni particolari delle lesioni alla testa ed al piede dei maschi murari e conseguente formazione del meccanismo di ribaltamento (crisi per rocking)

Si osserva come tale comportamento è prevedibile ricorrendo ai domini di resistenza (Fig. 5.49) della parete, ottenuti a partire dalle prove di caratterizzazione dei materiali costituenti (conci e malta) nonché dalle prove di compressione diagonale dei pannelli nella condizione di realizzazione (discussi nel paragrafo 5.5.1 precedente).

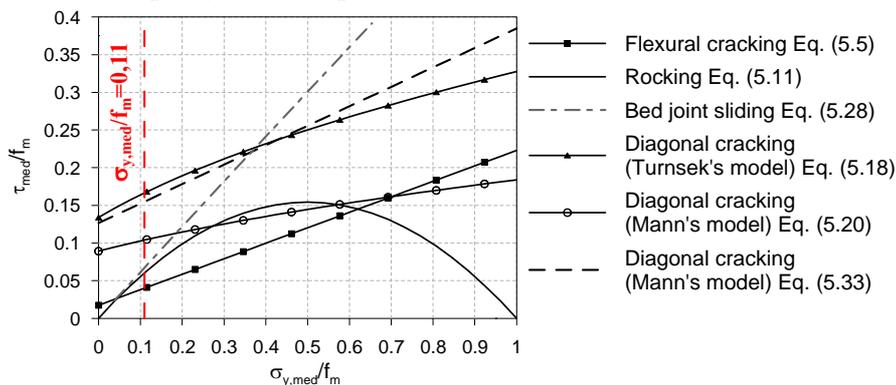


Fig. 5.49 – Domini di resistenza dei maschi murari della parete in esame

Da tali domini si evince come, in corrispondenza del livello del carico verticale applicato (in figura è mostrato il caso del carico verticale pari a 8500 daN dove $\sigma_{y,med}/f_m=0,11$), la crisi flessionale preceda sempre quella per taglio.

Inoltre, osservando, ad esempio, il grafico di figura 5.45 è possibile intuire come il comportamento sperimentale possa efficacemente essere interpretato da un modello semplificato (trilatera) caratterizzato da:

1. un ramo elastico lineare iniziale, fino al superamento al lembo teso dei maschi della tensione di aderenza del giunto f_{jt} ;
2. un ramo ancora lineare, ma con rigidità residua, fino al raggiungimento del carico ultimo;
3. un tratto sub-orizzontale, legato alla duttilità del comportamento strutturale.

Assumendo un comportamento in parallelo dei maschi murari, collegati dalla fascia che garantisce l'uguaglianza degli spostamenti, è possibile determinare la resistenza della parete come somma dei contributi resistenti di ciascun maschio.

In particolare, per il caso in esame, è possibile determinare il valore dell'azione orizzontale che porta al superamento della tensione limite di aderenza ai lembi tesi delle estremità dei maschi murari, equazione (5.52a), e il valore che porta alla crisi per ribaltamento, equazione (5.52b):

$$V_f = 2 \cdot \frac{Mu}{H_0} = 2 \cdot \frac{D^2 \cdot t}{6} \left(f_{jt} + \frac{P}{D \cdot t} \right) \frac{1}{H_0} \quad (5.52a)$$

$$V_r = 2 \cdot \frac{Mu}{H_0} = \frac{2}{H_0} \frac{\sigma_{y,med} \cdot t \cdot D^2}{2} \left(1 - \frac{\sigma_{y,med}}{0,85 \cdot f_m} \right) \quad (5.52b)$$

Lo spostamento cui corrisponde il superamento della tensione limite di aderenza ai lembi tesi delle estremità superiore e inferiore dei maschi murari, può essere determinato con la seguente espressione:

$$\delta_e = V_f / km \quad (5.53)$$

con km =rigidezza elastica data da:

$$k_m = \frac{G \cdot A}{1,2 \cdot h} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{1,2} \cdot \frac{G}{E} \cdot \left(\frac{h}{b}\right)^2} \quad (5.54)$$

Lo spostamento corrispondente alla crisi per ribaltamento può, poi, essere calcolato come:

$$\delta_r = \delta_f + \frac{(V_r - V_f)}{k_m'} \quad (5.55)$$

con k_m' = rigidezza residua, valutata considerando una riduzione della sezione resistente e delle proprietà elastiche della muratura.

Infine, lo spostamento ultimo può essere valutato come:

$$\delta_u = \mu \cdot \delta_r \quad (5.56)$$

con μ = duttilità assunta pari a 1,5.

Nella Fig. 5.50 è riportato il confronto fra la curva sperimentale e quella teorica ottenuta dal modello semplificato sopra esposto.

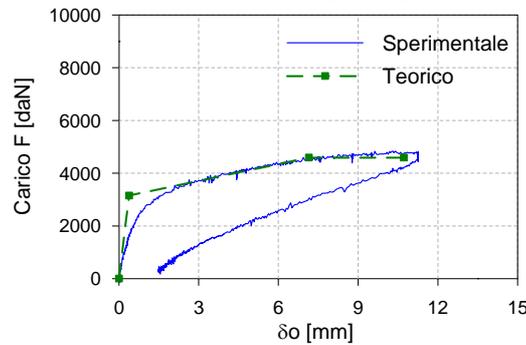


Fig. 5.50 – Parete nella condizione di realizzazione con carico verticale di 8500 daN: confronto fra la curva sperimentale carico-spostamento orizzontale all'estremità superiore di uno dei due maschi murari e quella ottenuta dal modello semplificato

5.5.2.3 Parete rinforzata sottoposta a prova di taglio-compressione

Riscontrato, come teoricamente prevedibile, che nella parete non rinforzata la crisi avveniva per meccanismo di ribaltamento dei maschi murari, si è provveduto all'esecuzione di un intervento di riparazione/rinforzo degli stessi utilizzando due strisce di tessuto in fibra di carbonio poste alle estremità di entrambe le facce dei maschi.

La prova è stata condotta esclusivamente con il carico verticale fornito dalle zavorre, pari complessivamente a 8500 daN, mantenute applicate sulla parete anche durante l'esecuzione dell'intervento di rinforzo.

La strategia d'intervento ha previsto il progetto di un rinforzo capace di incrementare la resistenza "flessionale" della parete al fine di far attingere la resistenza ultima a fessurazione diagonale dei maschi. Ove necessario quest'ultima può essere migliorata con rinforzi trasversali dei maschi o a maglia o in diagonale, osservando, però, che l'incremento di resistenza a taglio dovrà essere proporzionato all'incremento di resistenza flessionale raggiunto.

Nel caso affrontato, come si evince dal dominio di Fig. 5.49, in corrispondenza del carico verticale applicato la resistenza a taglio per fessurazione diagonale fornita dal modello di Turnsek e Cacovic, Eq. (5.18), e quella per fessurazione diagonale attraverso i giunti di malta fornita dal modello di Mann e Muller, Eq. (5.33), restituiscono un risultato sostanzialmente uguale: $V_u = 2 \times 6680 = 13360$ daN.

In base a tale valore e utilizzando la (5.35) si è scelto di adottare, per ogni estremità verticale dei paramenti dei maschi, un rinforzo flessionale costituito da tre strisce sovrapposte di tessuto impregnato in opera con resina epossidica di larghezza pari a 15,0 cm, spessore di 0,13 mm e modulo elastico di 230000 N/mm^2 . Con tale rinforzo dall'equazione (5.35)⁴ si ottiene un valore del taglio ultimo pari a 16330 daN superiore a quello che in base

⁴ In detta equazione è stato utilizzato $H_0 = H/2$ e $f_u = f_{\text{delaminazione}} = 397,6 \text{ MPa}$

alle espressioni (5.18) e (5.33) comporterebbe la rottura per fessurazione diagonale.

Le strisce di tessuto sono state applicate secondo la metodologia già descritta per il rinforzo delle volte senza l'ausilio, cioè, né di un primer né di uno strato di malta o stucco epossidico di regolarizzazione della superficie di incollaggio. L'unico accorgimento preso ha riguardato l'ancoraggio delle strisce (v. Fig. 5.51) particolarmente curato:

- nell'estremità superiore dei maschi murari le strisce sono state prolungate di una lunghezza pari a circa 42,0 cm rispetto alla sezione in cui, nella condizione di realizzazione, si erano formate le fessure orizzontali nel letto di malta, con un ancoraggio quindi palesemente sovradimensionato;
- nell'estremità inferiore le strisce sono state risvoltate ed incollate sulla base in c.a. della parete e sono state ulteriormente ancorate applicando, con la stessa resina epossidica utilizzata per il sistema di rinforzo, un angolare in acciaio con lo spigolo esterno opportunamente smussato ancorato alla fondazione con tirafondi anch'essi d'acciaio.

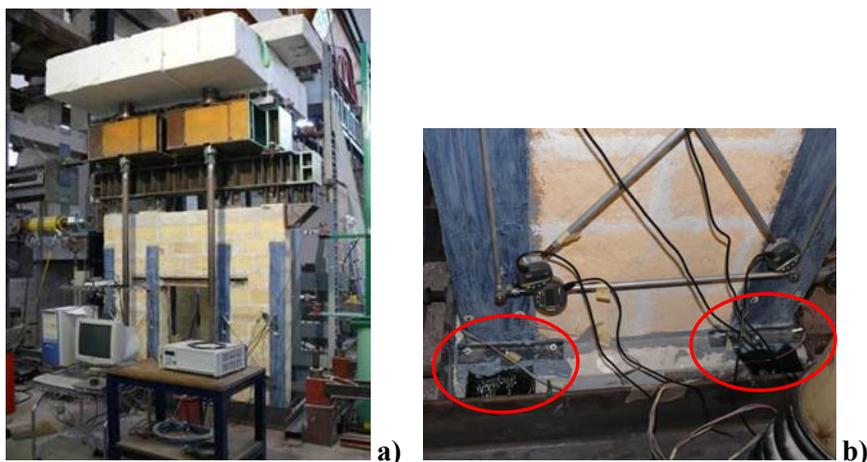


Fig. 5.51 – Parete rinforzata a); ancoraggi inferiori delle strisce di rinforzo b)

Al fine di meglio riprodurre il comportamento della parete sottoposta all'azione sismica, la prova è stata condotta utilizzando come carico verticale quello prodotto dalla sola zavorra ed applicando ciclicamente, in controllo di

spostamento, il carico orizzontale in testa alla parete, secondo la storia di carico riportata schematicamente in Fig. 5.52. In particolare nell'ultimo ciclo di carico alternato, l'azione orizzontale è stata spinta fino alle condizioni ultime di resistenza della parete sia per spostamenti negativi che positivi.

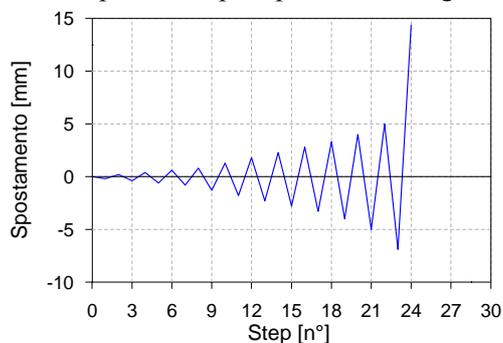


Fig. 5.52 – Storia di carico della parete orizzontale: spostamenti impressi in testa alla parete

Nelle Figg. 5.53 e 5.54 che seguono sono riportate, per la parete rinforzata, le curve carico-spostamento orizzontale misurato in due punti caratteristici rispettivamente in testa alla parete e all'estremità superiore di uno dei due maschi murari.

A ciascun ciclo di carico le strisce di rinforzo disposte alle estremità dei due maschi murari sono state sottoposte alternativamente a trazioni e compressioni. Ad uno spostamento orizzontale impresso all'estremità superiore della parete di circa $\pm 1,8$ mm sono iniziate ad apparire le lesioni che si erano formate alla quota dell'intradosso dell'architrave del vano, cioè all'estremità superiore dei maschi, nel corso della prova con la parete nelle condizioni di realizzazione. Inoltre, con il progredire dell'azione orizzontale, nelle zone compresse le strisce hanno mostrato la tendenza a distaccarsi dalla parete asportando un sottile strato di materiale lapideo, ma continuavano ad essere efficaci quando ritornavano ad essere sollecitate a trazione.

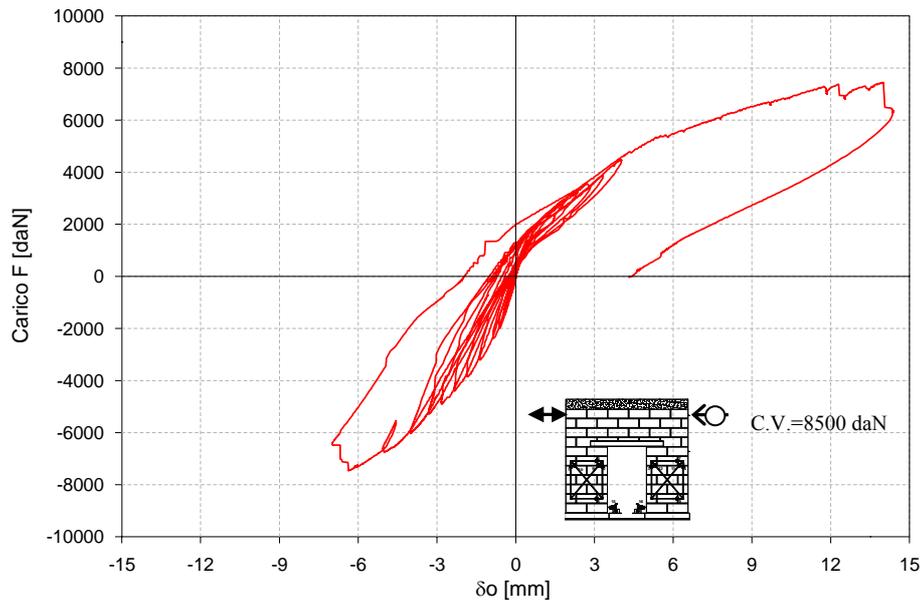


Fig. 5.53 – Parete rinforzata: curva carico-spostamento orizzontale in testa alla parete

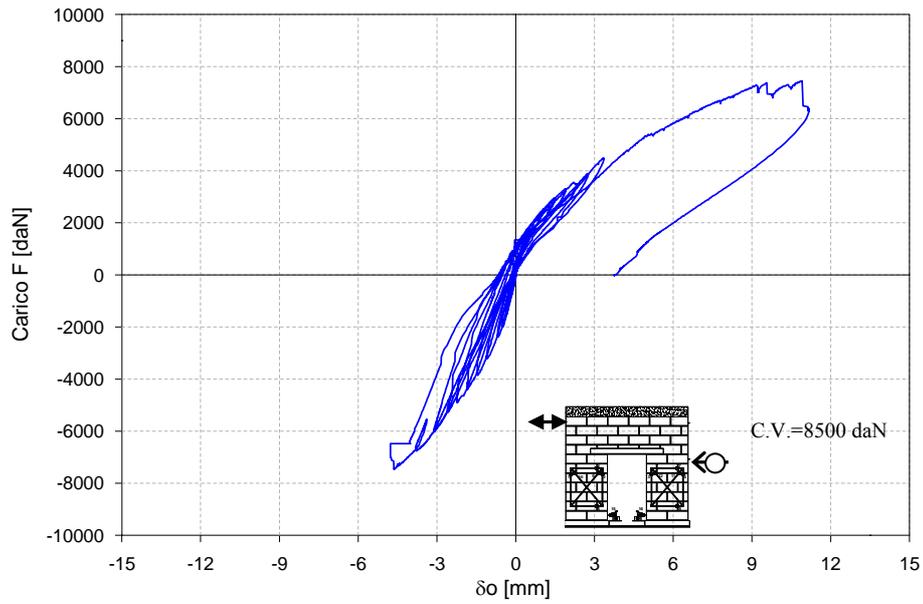


Fig. 5.54 – Parete rinforzata: curva carico-spostamento orizzontale in corrispondenza dell'estremità superiore di uno dei maschi murari

Ad uno spostamento impresso di -2,3 mm indotto da un carico orizzontale di 4400 daN si è manifestato un evidente distacco delle strisce di rinforzo applicate su entrambe le facce dell'estremità destra del maschio lato martinetto di carico (maschio sulla sinistra) che risultavano sollecitate a compressione.

Ad uno spostamento di +2,8 mm ed un carico orizzontale applicato di 3500 daN si è manifestato quanto sopra descritto per le strisce applicate su entrambe le facce dell'estremità sinistra dell'altro maschio (maschio sulla destra). Continuando la prova e raggiunto lo spostamento di -6,06 mm al quale è corrisposta un'azione orizzontale di 6300 daN, la massima raggiunta per spostamenti negativi, si è manifestato il completo distacco della striscia posteriore tesa sull'estremità sinistra del maschio a destra. In particolare, mentre il rinforzo era sollecitato a trazione si notava la propagazione della delaminazione in prosecuzione del distacco con incurvamento del rinforzo che si era manifestato nel semiciclo precedente di spostamenti in cui la stessa striscia era stata sottoposta a compressione. Ciò a partire dalla sezione all'altezza dell'intradosso dell'architrave e successivamente alla riapertura della lesione nel letto di malta presente a quell'altezza.

Si rileva che nella fase sopradescritta, a seguito dell'avvenuto distacco della striscia di rinforzo si manifestava nel nodo in continuità con il maschio in esame una lesione diagonale a partire dalla spigolo del vano presente nella parete e diretta verso l'estremità superiore del lato destro della stessa.

Invertito il verso dello spostamento è stato condotto l'ultimo step di carico in spinta. La prova è proceduta fino a quando, analogamente a quanto accaduto in tiro, non si è staccata dalla muratura la fibra anteriore sulla destra del maschio lato martinetto di carico che in tale configurazione risultava sollecitata a trazione. Anche questa volta al distacco della striscia di rinforzo è seguita la formazione di un'accentuata lesione nel nodo sul maschio sopradetto. Si è inoltre innescata, quasi simultaneamente, una lesione diagonale nella fascia di piano (v. Fig. 5.55c).

Si sottolinea che, durante l'intera prova, non si è manifestata alcuna delaminazione o distacco delle strisce di rinforzo ancorate alla base in c.a. dei maschi murari.

Nella Fig. 5.55 che segue sono mostrate alcune delle modalità di crisi sopra descritte.

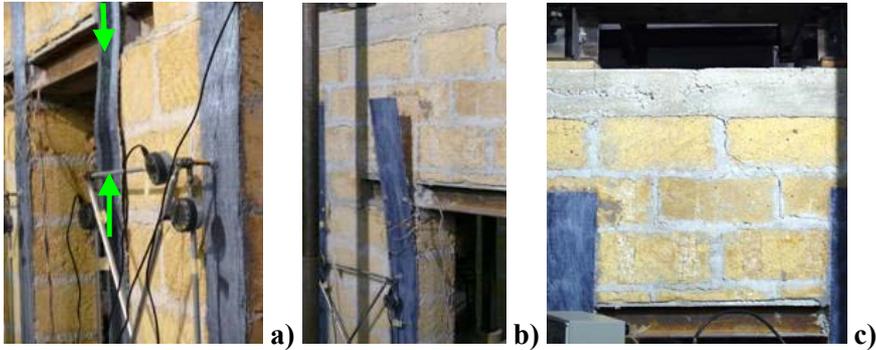


Fig. 5.55 – Crisi per instabilizzazione a) e distacco b) delle strisce di rinforzo; lesione diagonale nella fascia di piano c)

Nella Fig. 5.56 è mostrato il confronto, in termini di curva carico-spostamento orizzontale dell'estremità superiore della parete, nella condizione di realizzazione ed in quella rinforzata.

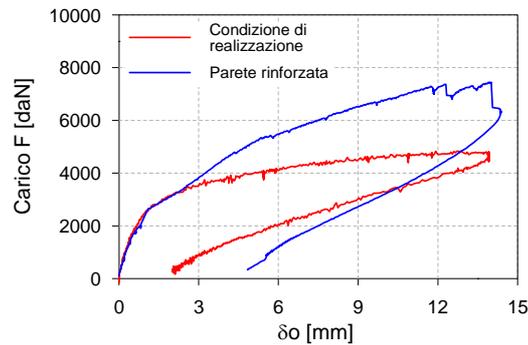


Fig. 5.56 – Confronto fra la curva carico-spostamento orizzontale in testa alla parete nella condizione di realizzazione e con rinforzo

Dal grafico emerge come inizialmente il comportamento della parete rinforzata sia del tutto analogo a quello della parete nella condizione di realizzazione, segno che l'influenza del rinforzo si manifesta solo quando l'azione orizzontale raggiunge un valore tale da indurre tensioni di trazione alle estremità superiore e inferiore dei maschi murari che chiamano in casua le strisce di rinforzo.

Si osserva che il carico massimo raggiunto è stato inferiore a quello che era stato previsto con il progetto di rinforzo.

I criteri di resistenza mostrati nei paragrafi iniziali del presente capitolo forniscono, per il caso delle pareti nella condizione di realizzazione, previsioni di resistenza della parete coerenti con le risultanze sperimentali. Pe il caso in esame, infatti, ponendo $H_0=H/2$ si ottiene:

$$V_r = 2 \cdot \frac{Mu}{H_0} = \frac{2}{H_0} \frac{\sigma_{y,med} \cdot t \cdot D^2}{2} \left(1 - \frac{\sigma_{y,med}}{0,85 \cdot f_m} \right) \cong 4600 \text{ daN}$$

Nel caso di parete rinforzata, il progetto dell'intervento prevedeva che, per $H_0=H/2$, si raggiungesse il seguente valore dell'azione orizzontale alla sommità della parete:

$$\begin{aligned} V_r &= 2 \cdot \frac{Mu}{H_0} = \\ &= 2 \left\{ \left[\frac{\sigma_{y,med} \cdot t \cdot D^2}{2 \cdot H_0} \left(1 - \frac{\sigma_{y,med}}{0,85 \cdot f_m} \right) \right] + \left[(D - b_f) \cdot 2 \cdot b_f \cdot f_d \cdot \frac{1}{H_0} \right] \right\} \cong \\ &\cong 16330 \text{ daN} \end{aligned}$$

Tuttavia, come detto, le rilevanti tensioni di compressione cui erano soggette le strisce hanno portato le stesse al distacco progressivo prematuro per instabilizzazione manifestatosi con il loro incurvamento. Tale circostanza ha portato a una rapida propagazione della delaminazione fino al completo distacco delle strisce quando erano sottoposte a trazione. Ciò porta ad una considerazione sull'utilizzo della relazione di cui sopra per la

valutazione dell'incremento della capacità portante dei maschi rinforzati, suggerendo anche la necessità di introdurre opportune limitazioni alle compressioni nelle strisce di rinforzo che, chiaramente, risultano particolarmente vulnerabili all'instabilizzazione.

In merito alla più opportuna applicazione della formula soprariportata si osserva che il distacco dei rinforzi ha interessato esclusivamente l'estremità superiore dei maschi murari. In tale condizione appare chiaro che questi si siano comportati come elementi incastrati alla base e liberi di ruotare all'estremità superiore. Dalla precedente relazione, se si pone $H_0=H$, si ottiene:

$$V_r = 2 \cdot \frac{M_u}{H_0} =$$

$$= 2 \left\{ \left[\frac{\sigma_{y, med} \cdot t \cdot D^2}{2 \cdot H_0} \left(1 - \frac{\sigma_{y, med}}{0,85 \cdot f_m} \right) \right] + \left[(D - b_f) \cdot 2 \cdot b_f \cdot f_d \cdot \frac{1}{H_0} \right] \right\} \cong$$

$$\cong 6400 \text{ daN}$$

in buon accordo con il carico corrispondente al massimo spostamento orizzontale impresso alla parete di 6300 daN.

5.6 Bibliografia

A. Ahmad, W. Wael, H.R. Zeyad, E. Mohamed (2005). "Behavior of Composite Unreinforced Masonry-Fiber-Reinforced Polymer Walls Assemblages Under In-Plane Loading". *Journal of composites for construction*, ASCE.

M.A. Aiello, M. S. Sciolti, A. Rainò, L. De Lorenzis (2007). "Il rinforzo a taglio di pannelli murari in "pietra leccese" mediante tecniche innovative". *Atti del convegno ANIDIS 10-14 giugno 2007, Pias, Italia*.

American Concrete Institute –ACI (2008). "Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP systems for Strengthening URM structures". *Draft version of ACI 440 Committee*.

D.L. Anderson, M.J.N. Priestley (1992). "In Plane shear strength of masonry walls". *6th Canadian Masonry Symposium, June 15-17, 1992, Saskatoon, Canada*, p. 223-234.

A. Anthoine, G. Magenes, G. Magonette (1995). "Shear-compression testing and analysis of brick masonry walls". *Proceedings of the 10th European Conference on Earthquake Engineering, Balkema, Rotterdam, 1995*, p. 1657-1662.

M. Aquilino, A. Gallo Curcio, F. Piccarreta (1980). "Murature Armate soggette a sforzo normale e flessione: Domini di resistenza di sezioni rettangolari e criteri di dimensionamento". *Atti del XV Congresso ANIDIL, 19-23 settembre 1980*.

ASTM E 519-02 (2002). "Standard Test Method for Diagonal Tension (Shear) in Masonry Assemblages".

R.H. Atkinson, B.P. Amadei, S. Saeb, S. Sture (1989). "Response of masonry bed joints in direct shear". *Journal of Structural Engineering ASCE*, Vol. 115, n.9, september, p. 2276-2296.

V. Badalamenti, L. Cavaleri, M. Papia, S. Priolo (2006). "Comportamento meccanico di muri soggetti a compressione diagonale: Dalla sperimentazione alle norme tecniche". *Atti del Convegno Nazionale*

Sperimentazione su materiali e strutture, Venezia 6-7 dicembre 2006, p. 234-243.

A. Baratta, I. Corbi (2004). "Analysis of masonry panels and of the efficacy of FRP provisions through the no-tension material model". Atti del convegno Meccanica delle Strutture in Muratura Rinforzate con FRP Materials: Modellazione, Sperimentazione, Progetto, Controllo 6-8 dicembre 2004, Venezia, Italia, p. 149-158.

A. Benedetti, E. Steli (2008). "Analytical models for shear-displacement curves of unreinforced and FRP reinforced masonry panels". Construction and Building Materials, n. 22, p.175-185.

D. Benedetti, M. Tomažević (1984). "Sulla verifica sismica di costruzioni in muratura". Ingegneria Sismica, Anno I, n. 0, giugno 1984, p. 9-16.

J.G. Borchelt (1970). "Analysis of brick walls subject to axial compression and in-plane shear". Proceedings of the 2nd International Brick Masonry Conference, Stoke-on-Trent.

A. Borri, N. Corradi, A. Vignoli (2000). "Il comportamento strutturale della muratura nelle zone terremotate dell'Umbria: alcune sperimentazioni". Ingegneria Sismica, Anno XVII, n. 3, settembre-dicembre 2000, p.23-33.

A. Borri, M. Corradi, A. Vignoli (2001). "Il problema della Valutazione della Resistenza a Taglio della Muratura mediante Prove Sperimentali". Atti del X Congresso Nazionale L'Ingegneria Sismica in Italia ANIDIS, Potenza-Matera 9-13 settembre 2001.

A. Borri, M. Corradi, L. Galano, A. Vignoli (2004). "Analisi sperimentali e numeriche per la valutazione della resistenza a taglio delle murature". Ingegneria Sismica, Anno XXI, n. 3, settembre-dicembre 2004, p. 50-68.

V. Bosiljkov, A. Page, V. Bokan-Bosiljkov, R. Zarnic (2003). "Performance based studies of in-plane loaded unreinforced masonry walls". Masonry International, Vol. 16, n. 2, p. 39-50.

A. Brignola, M. Ferrini, S. Lagomarsino, F. Mangone, S. Podestà (2006). "Valutazione sperimentale dei parametri di deformabilità e di resistenza a taglio della muratura". Ingegneria Sismica, Anno XXIII, n. 3, settembre-dicembre 2006, p. 19-31.

A. Brignola, S. Frumento, S. Lagomarsino, S. Podestà (2006). "Valutazione sperimentale dei parametri di deformabilità e di resistenza a taglio della muratura". Atti del Convegno Nazionale Sperimentazione su materiali e strutture, Venezia 6-7 dicembre 2006, p. 173-182.

C. Calderini, S. Cattari, S. Lagomarsino (2009). "In-plane strength of unreinforced masonry piers". *Earthquake Engineering and structural dynamics*, n. 38, p- 243-267.

D. Codato, S. Russo (2004). "Cracking Behaviour in shear test of masonry reinforced with FRP mesh". Atti del convegno *Meccanica delle Strutture in Muratura Rinforzate con FRP Materials: Modellazione, Sperimentazione, Progetto, Controllo* 6-8 dicembre 2004, Venezia, Italia, p. 83-94.

CNR-DT 200/2004 (2004). "Istruzioni per la Progettazione, l'Esecuzione ed il Controllo di Interventi di Consolidamento Statico mediante l'utilizzo di Compositi Fibrorinforzati".

R. Cuzzilla, G.P. Lignola, A. Prota, G. Manfredi (2009). "Simulazioni numeriche di pannelli murari soggetti ad azioni nel piano e rinforzati con compositi". Atti del Convegno MuRiCo3, Venezia 22-24 Aprile 2009, p. 224-231.

DT2 (1978). "Raccomandazioni per la riparazione strutturale degli edifici in muratura". Regione Autonoma Friuli Venezia-Giulia, aprile 1978.

P. Foraboschi (2008). "Normative sismiche di ultima generazione: edifici con struttura in muratura". Inarcos, Ed. Associazione Ingegneri e Architetti della provincia di Bologna, Anno LXIII, n. 693, ottobre 2008 (8), p. 801-809.

P. Foraboschi (2009). "Coupling effect between masonry spandrels and piers". *Materials and Structures*, 2009, n.42, p.279-300.

M.M. Frocht (1931). "Recent Advances in Photoelasticity". *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, APM-53-11, p. 135-153.

A. Gabor, A. Bennani, E. Jacquelin, F. Leebon (2006). "Modelling approaches of the in-plane shear behaviour of unreinforced and FRP strengthened masonry panels". *Composite Structures* n. 74, p. 277-288.

A. Giuffrè (1993). “Sicurezza e conservazione dei centri storici. Il caso Ortigia”. Ed. Laterza, Roma.

T.D. Kreaikas, T.C. Triantafillou (2005). “Computer-aided strengthening of masonry walls using fibre-reinforced polymer strips”. *Materials and Structures*, vol. 38, January-february 2005, p. 93-98.

I. Langone, A. Prota, G. Bergamo, G. Manfredi (2007). “Analisi sperimentale su tavola vibrante di due modelli in muratura di tufo consolidati mediante materiali compositi”. Atti del XII convegno ANIDIS, L'ingegneria sismica in italia, Pisa, 10-14 giugno 2007.

T. Li, N. Galati, A. Nanni (2004). “Research on FRP strengthening of URM walls with opening”. Atti del convegno Meccanica delle Strutture in Muratura Rinforzate con FRP Materials: Modellazione, Sperimentazione, Progetto, Controllo 6-8 dicembre 2004, Venezia, Italia, p. 127-135.

G. Magenes, G.M. Calvi (1996). “Prospettive per la calibrazione di metodi semplificati per l'analisi sismica di pareti murarie”. Atti del Convegno Nazionale La meccanica della muratura tra teoria e progetto, Messina, 18-20 settembre 1996, p. 503-512.

G. Magenes, G.M. Calvi (1997). “In-plane seismic response of brick masonry walls”. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 26, p. 1091-1112.

G. Magenes, D. Bolognini, C. Braggio – A cura di – (2000). “Metodi semplificati per l'analisi sismica non lineare di edifici in muratura”. CNR-Gruppo Nazionale per la Difesa dai Terremoti - Roma, 2000.

W. Mann, H. Muller (1980). “Failure of shear-stressed masonry-an enlarged theory, test and application to shear-walls”. *Proceedings of the International Symposium on Load bearing Brickwork*, London, p.1-13.

G. Marcari, G. Manfredi, A. Prota, M. Pecce (2007). “In-plane shear performance of masonry panels strengthened with FRP”. *Composites Part B*, n. 38, p. 887-901.

Ministero delle Infrastrutture, D.M. 14 gennaio 2008 (2008). “Norme tecniche per le costruzioni”.

Ministero delle Infrastrutture, Circolare 2 febbraio 2009 n. 617 C.S.LL.PP., “ Istruzioni per l'applicazione delle Nuove norme tecniche per le costruzioni» di cui al decreto ministeriale 14 gennaio 2008.

A.E. Mohamed, P. Lestuzzi, M.Badoux (2005). “Seismic Response of URM Walls Upgraded with FRP”. *Journal of composites for construction*, ASCE.

F. Mosele, F. Da Porto, C. Modena (2009). “Comportamento ciclico nel piano di un sistema innovativo per muratura armata”. *Atti del convegno ANIDIS, Bologna 28 giugno-2 luglio 2009*.

F. Nardone, A. Prota, G. Manfredi (2009). “Considerazioni sulla valutazione della resistenza a taglio di pannelli murari rinforzati con FRP”. *Atti del Convegno MuRiCo3, Venezia 22-24 Aprile 2009*, p. 367-374.

R.S. Olivito, F.A. Zuccarello (2005). “Analisi sperimentale della durabilità di pareti murarie soggette ad azioni cicliche”. *Atti del XXXIV convegno nazionale dell'AIAS, Milano 14-17 settembre 2005*.

M. Pagano (1968). “Teoria degli edifici – Edifici in muratura (Lezioni del corso di complementi di tecnica delle costruzioni)”. Ed. Liguori, Napoli.

M.J.N. Priestley, D.O. Bridgeman (1974). “Seismic resistance of brick masonry walls”. *Bulletin of the New Zeland National Society for Earthquake Engineering*, Vol. 7, n. 4, December 1974, p. 167-187.

A. Prota, G. Marcari, G. Fabbrocino, G. Manfredi, C. Aldea (2006). “Experimental In-Plane Behavior of Tuff Masonry Strengthened with Cementitious Matrix-Grid Composites. *Journal of composites for construction*, ASCE.

A. Prota, G. Manfredi, F. Nardone (2008). “Assessment of Design Formulas for In-plane FRP Strengthening of Masonry Walls” *Journal of Composites for Construction ASCE*, vol. 12, n. 6.

T. Stratford, G. Pascale, O. Manfroni, B. Bonfiglioli (2004). “Shear Strengthening Masonry Panels with Sheet Glass-Fiber Reinforced Polymer”. *Journal of Composites for Construction ASCE*, settembre-october 2004, p. 343-443.

P.B. Shing, M. Schuller, V.S. Hoskere (1990). "In-plane resistance of reinforced masonry shear walls". *Journal of Structural Engineering, ASCE*, vol. 116, n. 3, March 1990, p. 619-640.

M. Tomažević, M. Lutman (1988). "Seismic resistance of reinforced masonry walls". 9th World Conference on Earthquake Engineering, August 2-9, 1988, Tokyo-kyoto, Japan, Vol. VI, p. 97-102.

M. Tomažević (1999). "Earthquake-Resistant design of masonry buildings". *Series in innovation in structures and construction*, vol. 1. Ed. Imperial College Press.

T. C. Triantafillou (1998). "Strengthening of masonry structures using epoxy-bonded FRP laminates". *Journal of Composites for Construction, ASCE*, 2(2), p. 96-104.

T. C. Triantafillou (1998). "Strengthening of masonry structures using epoxy-bonded FRP laminates. Errata". *Journal of Composites for Construction, ASCE*, 2(2), p. 96-104.

V. Turnšek, F. Čačovič (1970). "Some experimental results on the strength of brick masonry walls". *Proceedings of the 2nd International Brick Masonry Conference, Stoke-on-Trent*.

UNI ENV 1996-1-1:1998 (1998). "Eurocodice 6, Parte 1-1: Regole generali per gli edifici – Regole per la muratura armata e non armata".

M.R. Valluzzi, D. Tinazzi, C. Modena (2002). "Shear behavior of masonry panels strengthened by FRP laminates". *Construction and Building Materials*, n. 16, p. 409-416.

T. Zhao, C.J. Zhang, J. Xie (2003). "Experimental Study on Earthquake Strengthening of Brick Walls with Continuous Carbon Fibre Sheet". *Masonry International*, Vol. 16, n. 1, p.21-25.

G. Zingone, A. Failla, S. Ganduscio, G. Puleri, F. Romano (1993). "Indagine sperimentale sul comportamento delle murature in conci di calcarenite soggette ad azioni cicliche". *Atti del 6° convegno nazionale L'ingegneria sismica in Italia, Perugia, 13-14-15 ottobre 1993*, p. 569-576.

G. Zingone, A. Failla, G. Puleri, F. Romano (1990). "Determinazione delle caratteristiche meccaniche delle pareti in conci di calcarenite: relazione

sullo stato di avanzamento della ricerca”. Atti del convegno di Pisa, 27-28 giugno 1990.

G. Zingone, A. Failla, G. Puleri, F. Romano (1991). “Cyclic behaviour of calcarenite block masonry panels”. Proceedings of the First International Conference on Sismology and Eathquake Engineering, Theran, Islamic Republic of Iran, May 27-29 1991, p. 311-319.

CAPITOLO 6

CONCLUSIONI

La tecnica di rinforzo/riparazione delle strutture in muratura ed in particolare di quelle con valenza storico-monumentale mediante l'applicazione di compositi fibrorinforzati (FRP) è ormai da alcuni anni divenuta una pratica operativa corrente. Tuttavia vi sono ancora tanti aspetti da indagare connessi a specifiche tipologie di muratura.

Nell'ambito della ricerca svolta e descritta nei precedenti capitoli è stata condotta un'ampia indagine teorico-sperimentale sull'efficacia del rinforzo esterno, mediante FRP, di costruzioni in muratura in conci di calcarenite, tipologia questa molto diffusa in tutta la Sicilia occidentale e in parte del sud di quella orientale.

La ricerca ha riguardato in primo luogo lo studio dell'interfaccia tra FRP e substrato e, particolarmente, la resistenza alla delaminazione. È stato, poi, approfondito lo studio dell'efficacia di tale tecnica di rinforzo applicata ad elementi strutturali ricorrenti quali le volte cilindriche e le pareti sottoposte ad azioni nel proprio piano.

Per quanto attiene al *primo aspetto* si è rilevata la difficoltà di interpretare meccanicamente il comportamento dell'interfaccia anche nelle più utilizzate prove di delaminazione, evidenziata dalla molteplicità delle formulazioni presenti in letteratura, nella quasi totalità dei casi, attinenti all'incollaggio di tessuti o lamine in FRP su elementi strutturali in calcestruzzo. Le difficoltà aumentano ulteriormente quando ci si occupa di incollaggi su murature sia per le diverse tipologie esistenti delle stesse che per essere la muratura già un composito realizzato direttamente in opera secondo criteri di progettazione spesso quasi inesistenti come quando si tratta di murature realizzate con pietrame naturale anche se sufficientemente squadrato o in blocchi.

La ricerca ha riguardato un'ampia indagine sperimentale comprendente prove di delaminazione, di pull-off e di creep dell'incollaggio di strisce di tessuto in fibra di carbonio e di vetro su conci di calcarenite. I principali risultati ottenuti possono essere così sintetizzati:

- In merito alle *prove di delaminazione*. L'indagine condotta utilizzando un'apparecchiatura appositamente progettata ha fornito una notevole e interessante quantità di risultati che hanno permesso di valutare:
 - la validità dell'espressione proposta da Chen e Teng (2001) per la determinazione della lunghezza ottimale di ancoraggio e del coefficiente (β_L) correttivo del valore del carico di delaminazione per lunghezze di incollaggio inferiori a quella ottimale;
 - l'influenza della rigidità sulla resistenza alla delaminazione, riscontrando che a rinforzi con maggiore modulo elastico corrispondono resistenze alla delaminazione superiori che giustificano, nonostante non sia possibile sfruttarne a pieno la resistenza, l'impiego di tessuti in fibre di carbonio ad alto modulo anche nelle costruzioni in muratura;
 - il rilevante contributo sulla resistenza di un preliminare consolidamento con primer epossidici della superficie di incollaggio. In particolare con il primer impiegato nella

sperimentazione effettuata si sono ottenuti valori del carico di delaminazione anche maggiori del 50% di quelli trovati per i campioni non trattati.

E inoltre:

- di calibrare opportunamente, per l'incollaggio in esame, l'espressione contenuta nel documento tecnico del CNR-DT200/2004 per la valutazione dell'energia di frattura che interviene nell'espressione per la determinazione del carico di delaminazione nonché di proporre una diversa che, utilizzando la sola resistenza a compressione del materiale di base, meglio interpreta le risultanze sperimentali;
 - di determinare i parametri per la definizione di un'appropriata legge bilineare che esprima i legami di aderenza dell'incollaggio in studio;
 - di rilevare la non chiara influenza sulla resistenza alla delaminazione del rapporto di forma tra la larghezza del rinforzo e quella dell'elemento rinforzato.
- In merito alle *prove di pull-off*. L'indagine condotta, utilizzando un'apparecchiatura appositamente progettata, ha permesso di formulare la relazione esistente fra la resistenza allo strappo normale (pull-off) del tessuto in fibra di carbonio incollato alla calcarenite e la resistenza a compressione della stessa.
 - In merito alle *prove di creep*. I risultati sino ad oggi ottenuti riguardano 8 campioni sottoposti a prova secondo la modalità single shear pushing test ma, ovviamente, con carico prefissato e costante nel tempo. Sebbene non sia possibile trarre conclusioni definitive per la limitata sperimentazione eseguita, dall'esame dei risultati ottenuti ed in particolare da quelli relativi ai due campioni in cui si è superato il limite elastico nella fase di caricamento e che hanno esibito uno scorrimento iniziale quasi doppio di quello verificatosi negli altri campioni emerge come il fenomeno del creep sia da tenere in

considerazione quando l'elemento strutturale è sottoposto prevalentemente ad azioni permanenti.

In merito allo studio dell'efficacia del *rinforzo con strisce incollate di tessuto in fibra di carbonio di volte in muratura* sono stati mostrati i risultati di una campagna d'indagine sperimentale che ha riguardato una volta cilindrica ribassata, realizzata in conci di calcarenite con giunti di malta debole sottoposta al peso proprio e ad un carico lineare a $\frac{1}{4}$ della luce.

La volta è stata esaminata nella condizione di realizzazione, con il rinforzo in FRP solo sull'estradosso e con rinforzo sia sull'estradosso che sull'intradosso. I risultati ottenuti sono stati confrontati tra loro, con quelli ottenuti in precedenti campagne sperimentali su analoghi prototipi di volta, nonché con una modellazione a trave ad asse curvilineo della struttura facendo uso, per le verifiche, di domini di resistenza specificamente determinati. In particolare, nella definizione del dominio di resistenza della sezione rinforzata sull'intradosso si è tenuto conto della riduzione della resistenza alla delaminazione per la presenza di tensioni radiali di peeling.

I risultati ottenuti hanno mostrato la validità dell'intervento che ha consentito un incremento di portanza fino al 178% nel caso di rinforzo sia sull'estradosso che sull'intradosso e, dal confronto con la modellazione eseguita, la possibilità di poterlo correttamente dimensionare anche con semplici analisi lineari.

L'efficacia dell'intervento è stata anche evidenziata dai risultati delle prove di oscillazione libera, indotte dall'azione impulsiva prodotta da un martello strumentato che hanno permesso di constatare come l'applicazione delle strisce di rinforzo in FRP incrementi significativamente il valore della frequenza del primo modo di vibrare se si confronta la condizione di volta danneggiata e successivamente rinforzata.

Infine, per quanto attiene allo studio dell'efficacia del *rinforzo di pareti in muratura sottoposte ad azioni nel proprio piano* sono stati mostrati i risultati di una campagna d'indagine sperimentale che ha riguardato prove di

compressione diagonale e prove di taglio compressione su un prototipo di parete forata in scala $\frac{1}{2}$.

I risultati delle prove di compressione diagonale, condotte su pannelli quadrati di muratura, hanno mostrato l'efficacia dell'intervento di rinforzo a taglio mediante l'utilizzo di strisce di FRP. In particolare è stato mostrato che le strisce disposte lungo la sola diagonale tesa del pannello forniscono il maggiore incremento di resistenza rispetto alla configurazione secondo una maglia ortogonale con lati paralleli ai giunti di malta. È stata colta una anomalia nella modalità di prova, non necessariamente legata al reale comportamento strutturale, consistente nella perdita di efficacia dell'intervento per l'instabilizzazione delle strisce di rinforzo che, all'estremità caricata, venivano sottoposte a forti compressioni.

I risultati della prova di taglio-compressione, condotta sul prototipo di parete forata nella condizione di realizzazione, costituita da due maschi definibili snelli e da una fascia di piano alta, hanno mostrato, coerentemente con il progetto del modello, una crisi per meccanismo di ribaltamento dei maschi. L'applicazione di strisce di rinforzo in FRP disposte alle estremità dei maschi stessi ha consentito, coerentemente con gli appropriati criteri di resistenza, di incrementare notevolmente la portanza della parete per azioni nel proprio piano. Anche in questo caso, a limitare l'efficacia dell'intervento sono state le elevate tensioni di compressione cui erano sottoposte le strisce di rinforzo che hanno condotto alla loro instabilizzazione e, dopo alcuni cicli, alla loro prematura delaminazione. Tale circostanza induce a porre l'attenzione sulla necessità di apportare opportune limitazioni tensionali per un corretto dimensionamento dell'intervento e lascia intravedere sviluppi futuri legati alla valutazione di un possibile miglioramento dello stesso ad esempio mediante "chiodature", nelle zone di elevata compressione, delle strisce di rinforzo da realizzare con corde in filato di carbonio impregnate in opera e poste entro fori appositamente predisposti.