



Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture -
XXIV Ciclo

Sede: Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale, Aerospaziale e dei Materiali
Università degli Studi di Palermo
Viale delle Scienze, 90128 Palermo (Italy)

Coordinatore: Prof. Giuseppe Giambanco

**Risposta teorico - sperimentale di colonne presso-inflesse in c.a. in
assenza e in presenza di rinforzi**

Tesi di Dottorato di Ing. Giuseppe Macaluso

Relatori:

Prof. Liborio Cavaleri

Prof. Maurizio Papia

Settore Disciplinare ICAR 09

Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture - XXIV Ciclo

Palermo, 14 Gennaio 2014

Indice

1.	MOTIVAZIONE A BASE DEL PRESENTE STUDIO	- 1 -
1.1	CAPACITÀ RESISTENTE IN REGIME BIASSIALE	- 5 -
1.2	CAPACITÀ DEFORMATIVA IN REGIME BIASSIALE	- 15 -
1.2.1	<i>Domini di curvatura di sezioni in C.A. in pressoflessione deviata: analisi a fibre.....</i>	<i>- 16 -</i>
1.2.2	<i>Domini di curvatura di sezioni in C.A. in pressoflessione deviata: metodo semplificato.....</i>	<i>- 21 -</i>
2.	CONFINAMENTO DEL CALCESTRUZZO: MODELLI DI LETTERATURA E CONFRONTO SPERIMENTALE	- 27 -
2.1	MODELLI DI CALCESTRUZZO NON CONFINATO.....	- 27 -
2.1.1	<i>Whitney, Stress Block (1937).....</i>	<i>- 29 -</i>
2.1.2	<i>Hognestad (1951)</i>	<i>- 30 -</i>
2.1.3	<i>Smith e Young (1955).....</i>	<i>- 30 -</i>
2.1.4	<i>Modello FIP / CEB (1970)</i>	<i>- 30 -</i>
2.1.5	<i>Kent - Park (1971)</i>	<i>- 31 -</i>
2.1.6	<i>Popovics (1973).....</i>	<i>- 32 -</i>
2.1.7	<i>Bertero et al. (1977).....</i>	<i>- 32 -</i>
2.1.8	<i>Saatcioglu e Razvi (1992).....</i>	<i>- 33 -</i>
2.2	MODELLI PER IL CALCESTRUZZO CONFINATO.....	- 33 -
2.2.1	<i>Kent - Park (1971)</i>	<i>- 35 -</i>
2.2.2	<i>Bertero et al. (1977).....</i>	<i>- 37 -</i>
2.2.3	<i>Sheik-Uzumeri (1982).....</i>	<i>- 39 -</i>
2.2.4	<i>Kent-Park modificato da Scott et al (1982).....</i>	<i>- 41 -</i>
2.2.5	<i>Mander, Priestley and Park (1988)</i>	<i>- 46 -</i>
2.2.6	<i>Yong, Nour e Nawy (1988).....</i>	<i>- 48 -</i>
2.2.7	<i>Eurocodice 2.....</i>	<i>- 51 -</i>
2.2.8	<i>Kappos – Kostantinidis (1992).....</i>	<i>- 52 -</i>
2.2.9	<i>Saatcioglu e Razvi (1992).....</i>	<i>- 53 -</i>
2.2.10	<i>Cusson e Paultre (1995).....</i>	<i>- 57 -</i>
2.2.11	<i>Hong – Han (2005).....</i>	<i>- 59 -</i>
2.2.12	<i>Considerazioni finali sui legami di calcestruzzo confinato.....</i>	<i>- 60 -</i>

2.3	I LEGAMI OTTENUTI SPERIMENTALMENTE NEL PRESENTE STUDIO.....	- 63 -
2.3.1	<i>Confezionamento dei provini</i>	- 63 -
2.3.2	<i>Attrezzatura di prova utilizzata</i>	- 69 -
2.3.3	<i>Preparazione dei provini</i>	- 73 -
2.3.4	<i>Caratterizzazione meccanica del calcestruzzo</i>	- 76 -
2.3.5	<i>Colonne soggette a compressione centrata</i>	- 81 -
2.4	CONFRONTO DEI RISULTATI SPERIMENTALI CON MODELLI ESISTENTI.....	- 88 -
3.	LA MODIFICA DEI MODELLI DI CONFINAMENTO DEL C.A. IN PRESENZA DI RINFORZI: L'INCAMICIATURA METALLICA	- 93 -
3.1	INTRODUZIONE.....	- 93 -
3.2	PROGRAMMA SPERIMENTALE.....	- 93 -
3.2.1	<i>Attrezzatura di prova utilizzata</i>	- 96 -
3.2.2	<i>Caratterizzazione meccanica del calcestruzzo</i>	- 97 -
3.2.3	<i>Colonne soggette a compressione centrata</i>	- 99 -
3.3	MODELLI PER IL LEGAME COSTITUTIVO DI COLONNE RINFORZATE CON ANGOLARI E CALASTRELLI	- 107 -
3.3.1	<i>Braga et al. (2006)</i>	- 108 -
3.3.2	<i>Montuori e Piluso (2008)</i>	- 108 -
3.3.3	<i>Montuori e Piluso (2009)</i>	- 111 -
3.3.4	<i>Nagaprasa et al.(2009)</i>	- 111 -
3.3.5	<i>Badalamenti et al. (2010)</i>	- 112 -
3.4	CONFRONTO DEI RISULTATI SPERIMENTALI CON MODELLI ESISTENTI.....	- 114 -
4.	COMPORAMENTO SPERIMENTALE DI COLONNE IN C.A. NON RINFORZATE SOGGETTE A PRESSOFLESSIONE E MODELLI POSSIBILI.....	- 119 -
4.1	PROGRAMMA SPERIMENTALE	- 119 -
4.1.1	<i>Attrezzatura di prova utilizzata</i>	- 119 -
4.1.2	<i>Caratterizzazione meccanica del calcestruzzo</i>	- 123 -
4.1.3	<i>Colonne soggette a pressoflessione</i>	- 123 -
4.2	CONFRONTO TEORICO SPERIMENTALE: DOMINI DI RESISTENZA E DIAGRAMMI MOMENTO – CURVATURA.....	- 148 -
4.2.1	<i>Colonne appartenenti alla I serie</i>	- 149 -
4.2.2	<i>Colonne appartenenti alla II serie</i>	- 156 -

5.	RISPOSTA TEORICA IN CURVATURA DI SEZIONI PRESSO-INFLESSE IN C.A.	- 164 -
5.1	CURVATURA ULTIMA, CURVATURE ELASTICA E DEFINIZIONE DI DOMINI DI CURVATURA.....	- 165 -
5.1.1	<i>Dominio di curvature ultime</i>	- 165 -
5.1.2	<i>Dominio di curvature elastica</i>	- 168 -
5.1.3	<i>Domini di duttilità in curvatura</i>	- 171 -
5.2	STUDIO PARAMETRICO DELLA CAPACITÀ DEFORMATIVA DI UNA SEZIONE IN C.A. SOGGETTA A PRESSO FLESSIONE DEVIATA	- 172 -
5.2.1	<i>Definizione dei parametri</i>	- 172 -
5.2.2	<i>Indicatori di duttilità di curvature flessionale</i>	- 177 -
5.2.3	<i>Influenza della resistenza e dell'efficacia del confinamento sulla curvatura e del rapporto geometrico (Analisi A1)</i>	- 180 -
5.2.4	<i>Influenza dovuta al rapporto di armatura e all'interasse tra le barre d'armatura (Analisi A2 e A3)</i>	- 190 -
6.	COMPORAMENTO SPERIMENTALE DI COLONNE IN C.A. RINFORZATE SOGGETTE A PRESSOFLESSIONE E MODELLI POSSIBILI.....	- 198 -
6.1	PROGRAMMA SPERIMENTALE	- 198 -
6.1.1	<i>Attrezzatura di prova utilizzata</i>	- 198 -
6.1.2	<i>Caratterizzazione meccanica del calcestruzzo</i>	- 198 -
6.1.3	<i>Colonne soggette a pressoflessione</i>	- 198 -
6.2	CONFRONTO TEORICO SPERIMENTALE: DOMINI DI RESISTENZA E DIAGRAMMI MOMENTO – CURVATURA	- 206 -
7.	RISPOSTA SPERIMENTALE DI CAMPIONI IN CALCESTRUZZO CONFINATI CON FRCCM: VALUTAZIONI SULL'EFFICACIA DI CONFINAMENTO.	- 215 -
7.1	INTRODUZIONE	- 215 -
7.2	CARATTERIZZAZIONE MECCANICA DEI MATERIALI.....	- 216 -
7.2.1	<i>Conglomerato cementizio</i>	- 216 -
7.2.2	<i>Fibre di carbonio</i>	- 217 -
7.2.3	<i>Matrice cementizia</i>	- 218 -
7.3	PROGRAMMA SPERIMENTALE	- 220 -
7.3.1	<i>Preparazione dei provini</i>	- 220 -
7.3.2	<i>Attrezzatura di prova utilizzata</i>	- 222 -
7.4	ANALISI DEI DATI SPERIMENTALI	- 223 -

7.4.1	Campioni non confinati	- 223 -
7.4.2	Calcestruzzo confinato: effetto dell'azione ciclica.....	- 226 -
7.4.3	Deformazione plastica.....	- 233 -
7.4.4	Efficacia del sistema di rinforzo FRCM	- 234 -
7.4.5	Effetto della forma della sezione trasversale	- 238 -
7.4.6	Effetto della quantità di fibra di confinamento.....	- 240 -
7.4.7	Effetto del raggio di curvatura degli spigoli	- 240 -
7.4.8	Comportamento osservato ed evoluzione del quadro fessurativo	- 241 -
8.	CONCLUSIONI	- 243 -

1. Motivazione a base del presente studio

L'obiettivo di realizzare strutture in grado di sopportare terremoti è stato particolarmente sentito negli ultimi due secoli ed è testimoniato dai numerosi studi scientifici che dell'argomento si occupano e dalle norme tecniche.

Per valutare la reale risposta sismica di una struttura nel caso di un'eccitazione sismica è necessario abbandonare l'ipotesi di comportamento elastico ed esplorare l'influenza delle sue risorse plastiche.

La capacità di sopportare rilevanti deformazioni oltre il limite elastico, prima di giungere a rottura, viene indicata come duttilità e costituisce una proprietà meccanica non meno importante della stessa resistenza tanto che per fronteggiare in maniera adeguata un sisma occorre fornire alla struttura una sufficiente resistenza ma anche una adeguata duttilità. Le norme sismiche odierne consentono al progettista di dosarle opportunamente, conferendo maggiore duttilità (curando la duttilità locale ed il comportamento globale) e minore resistenza (usando un fattore di struttura più alto) o, viceversa, minore duttilità e maggiore resistenza. Questo si ottiene collocando la struttura in una classe di duttilità alta (CD"A") oppure in una classe di duttilità bassa (CD"B"). La differenza tra le due classi riguarda l'entità delle plasticizzazioni che la struttura dovrà sopportare ma anche la loro distribuzione, cioè sia la duttilità locale che il comportamento globale.

Uno degli aspetti che caratterizza particolarmente la progettazione di strutture antisismiche è il rispetto del principio di gerarchia delle resistenze, che favorisce, nel caso di sistemi intelaiati, la formazione di cerniere plastiche in sezioni critiche come gli estremi delle travi.

L'obiettivo principale è garantire un buon comportamento dissipativo della struttura evitando rotture fragili, favorendo i meccanismi duttili e guidando le plasticizzazioni in modo tale da ottenere un meccanismo di collasso globale.

Perché ciò sia raggiunto occorre garantire una buona duttilità globale della struttura, che dipende:

- materiali in grado di subire elevate deformazioni in campo plastico;
- sezioni che riescano a sopportare ciclicamente curvature elevate senza drastiche riduzioni di resistenza e rigidezza;
- meccanismi di rottura che chiamino in gioco il maggior numero possibile di cerniere plastiche.

L'accelerazione sismica che si verifica per effetto di un evento sismico non ha mai una direzione ben precisa e deve essere sempre considerata come costituita da due componenti, infatti la progettazione delle strutture deve garantire una adeguata resistenza in ciascuna delle due direzioni.

Anche per questo motivo occorre prestare particolare attenzione allo studio di sezioni soggette a sollecitazioni di pressoflessione deviata. Tra l'altro la presenza di azioni flettenti cicliche secondo direzioni non principali d'inerzia può essere fonte di significative riduzioni di capacità resistente e deformative.

Molteplici studi sono stati condotti negli ultimi decenni al fine di valutare la capacità resistente di sezioni in cemento armato soggette ad azioni di pressoflessione deviata.

Tra i primi metodi proposti in letteratura vi è quello di Bresler, 1960, noto anche come Metodo LC (Load Contour Method) attraverso il quale è possibile ricavare domini di resistenza di sezioni in cemento armato soggette a pressoflessione deviata una volta fissato un determinato valore dello sforzo normale.

Dal punto di vista deformativo lo studio del comportamento delle sezioni pressoinflesse non è stato sinora sviluppato quanto quello relativo alle resistenze. Tuttavia, tale approccio diventa essenziale alla luce degli attuali metodi di analisi strutturale nei quali la definizione della curvatura ultima delle sezioni è un passaggio obbligatorio per la valutazione della capacità di resistenza al sisma.

La capacità globale della struttura può essere valutata mediante una modellazione a plasticità concentrata, immaginando il comportamento non lineare degli elementi strutturali (travi e pilastri) in corrispondenza dei loro estremi in cui si ipotizza la formazione delle cerniere plastiche. La caratterizzazione delle cerniere plastiche non può prescindere dalla definizione del legame momento curvatura che può essere effettuata una volta noti i momenti di snervamento ed ultimi e le corrispondenti curvatures.

Nel caso di evento sismico la nascita di sollecitazioni di pressoflessione deviata negli elementi strutturali, in particolar modo nei pilastri, induce una capacità di spostamento globale della struttura che può risultare anche sensibilmente inferiore alle attese. Quindi è necessario valutare l'incidenza della pressoflessione deviata sulla curvatura ultima al fine di una corretta valutazione della capacità di spostamento delle strutture.

A questo punto è chiaro che la capacità deformativa di sezioni soggette ad azioni biassiali è un requisito essenziale per ottenere strutture duttili che siano in grado di resistere alle azioni sismiche.

L'obiettivo della presente tesi è lo studio del comportamento deformativo delle sezioni in c.a. soggette a pressoflessione retta e deviata, infatti risultano ancora carenti gli studi relativi all'influenza indotta da un regime di sollecitazione biassiale in termini di riduzione di curvatura ultima.

Il procedimento per la costruzione del dominio limite nel caso di sezioni sollecitate a presso-flessione deviata, rappresentabile in uno spazio tridimensionale $N-M_x-M_y$, è notevolmente complicato in quanto l'asse neutro (n-n) non risulta essere più ortogonale rispetto all'asse di sollecitazione (s-s).

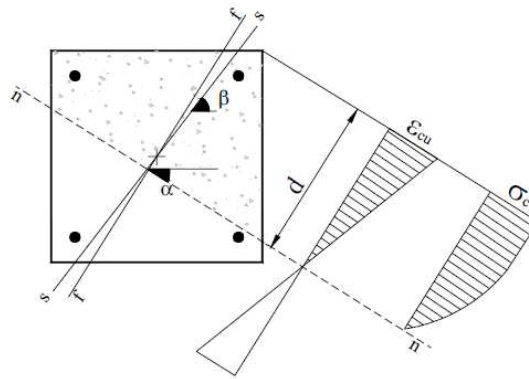


Figura 1.1 – Sezione sollecitata a presso flessione deviata

Molti autori, al fine di semplificare il problema hanno proposto dei metodi approssimati che consentono di determinare la capacità resistente di sezioni di forma qualsiasi in regime di pressoflessione deviata.

Le normative sismiche nazionali ed internazionali trascurano questo problema e consentono di ricondurre la verifica dei pilastri sollecitati a pressoflessione deviata a singole pressoflessioni rette analizzate separatamente in modo tale da favorire una snellezza di calcolo.

La verifica dei pilastri sollecitati a pressoflessione deviata è stato introdotto al livello normativo con la OPCM 3274.

L'attuale normativa vigente a livello nazionale, Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni (2008), propone per la verifica a pressoflessione deviata l'espressione

di Bresler del 1960, assumendo $\alpha = \beta$ e indicando con y, z gli assi di riferimento, eq.1.1:

$$\left(\frac{M_{Eyd}}{M_{Ryd}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_{Ezd}}{M_{Rzd}}\right)^\alpha \leq 1 \quad (1.1)$$

dove M_{Eyd} e M_{Ezd} rappresentano il momento flettente di calcolo rispetto agli assi y ed z in corrispondenza di un determinato valore dello sforzo normale N, e M_{Ryd} M_{Rzd} rappresentano i momenti ultimi in pressoflessione retta rispetto agli stessi assi in corrispondenza dello sforzo normale N fissato.

Per α viene suggerito il calcolo in funzione della geometria della sezione e dei parametri $\nu = \frac{N_{Ed}}{N_{Rcd}}$ tabellati, salvo assegnare cautelativamente un valore unitario

($\alpha=1$) in mancanza di specifica valutazione. Quest'ultima affermazione (che porta a sostituire la parte curva del dominio con una retta), conduce spesso a sovradimensionamenti degli elementi strutturali.

A livello internazionale l'EC2 suggerisce la stessa formula (solo formalmente diversa nello scambio dei pedici e nell'uso del simbolo 'a' al posto di α):

$$\left(\frac{M_{Eyd}}{M_{Ryd}}\right)^a + \left(\frac{M_{Ezd}}{M_{Rzd}}\right)^a \leq 1 \quad (1.2)$$

La EC8 ai punti 5.4.3.2.1(2), 5.5.3.2.1(2), propone la seguente possibilità:

“La flessione biassiale può essere tenuta in conto in un modo semplificato eseguendo la verifica separatamente in ogni direzione, con il momento resistente lungo un asse ridotto del 30%”.

D'altro canto anche la NTC 2008 al punto 7.4.4.2.2.1 riprende quanto previsto nella EC8:

“La verifica a presso-flessione deviata può essere condotta in maniera semplificata effettuando, per ciascuna direzione di applicazione del sisma, una verifica a presso-flessione retta nella quale le sollecitazioni vengono determinate come indicato nel § 7.4.4.2.1 e la resistenza, calcolata come indicato nel § 4.1.2.1.2, viene ridotta del 30%”.

Nonostante questi metodi appaiano di facile applicazione ai fini progettuali, conducono a trascurare le reali capacità strutturali, e risultano fortemente cautelativi.

Negli ultimi decenni al fine di valutare in via rigorosa la capacità resistente di sezioni in cemento armato soggette ad azioni di presso flessione deviata. Sono stati condotti molteplici studi.

Invece, gli studi inerenti la riduzione di capacità deformativa di una sezione soggetta ad azioni biassiali, risultano ancora limitati nonostante sia evidente che in caso di evento sismico, si ha la nascita negli elementi strutturali, in particolar modo nei pilastri, di sollecitazioni di presso flessione deviata che induce una capacità di spostamento globale della struttura che può risultare anche sensibilmente inferiore a quelle attese.

Nei paragrafi seguenti si riportano brevemente i modelli di calcolo, disponibili in letteratura, inerenti la capacità resistente e deformativa di sezioni sollecitate a pressoflessione deviata.

1.1 Capacità resistente in regime biassiale

Le procedure di calcolo inerenti la progettazione/verifica di sezioni soggette a sollecitazioni di presso flessione deviata sono iterative e richiedono una integrazione al passo delle tensioni agenti sulla sezione.

Al fine di snellire le procedure di calcolo, molti autori hanno proposto, negli ultimi anni, diversi metodi semplificati, tesi all'individuazione di espressioni analitiche che consentissero di determinare, in via approssimata, il dominio di interazione tridimensionale o sezioni piane dello stesso.

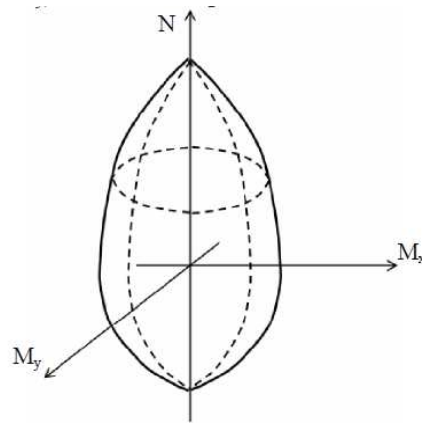


Figura 1.2 - Dominio N, M_x, M_y

Come già accennato, tra le prime proposte in letteratura vi è il metodo di Bresler, 1960, (Metodo LC), il quale fissato un determinato valore dello sforzo normale, approssima la superficie limite con la seguente espressione:

$$\left(\frac{M_x}{M_{x0}} \right)^{\alpha_1} + \left(\frac{M_y}{M_{y0}} \right)^{\alpha_2} = 1 \quad (1.3)$$

dove:

M_x e M_y rappresentano il momento flettente rispetto agli assi x ed y in corrispondenza di un determinato valore dello sforzo normale N;

M_{x0} e M_{y0} rappresentano i momenti ultimi in pressoflessione retta rispetto agli stessi assi per prefissato valore dello sforzo normale N.

Attraverso tale espressione è possibile determinare una curva che ben approssima una sezione piana del dominio tridimensionale di interazione ($N-M_x-M_y$). La corrispondenza tra la curva approssimata e la sezione del dominio di interazione dipende fortemente dal valore assegnato ai due esponenti α_1 e α_2 ; tali valori variano in funzione del valore di sforzo normale assegnato e dalle caratteristiche meccaniche e geometriche della sezione. L'autore suggerisce di adottare per sezioni in c.a. quadrate o rettangolari un unico valore, per entrambi gli esponenti, compreso tra 1,15 e 1,55.

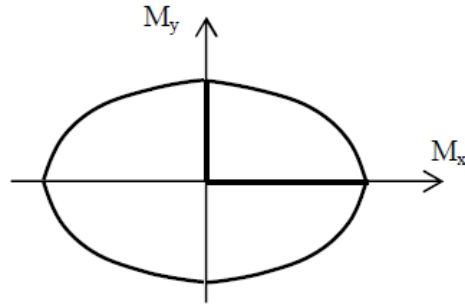


Figura 1.3 - Dominio di interazione.

Una espressione del coefficiente α in grado di approssimare bene la sezione del dominio di interazione è riportata nell'Australian Standard AS 3600;

$$\alpha = 0,7 + \frac{1,7N}{0,6N_0} \quad (1.4)$$

in cui N rappresenta lo sforzo normale agente in caso di sollecitazioni biassiali e N_0 rappresenta lo sforzo normale ultimo della sezione in condizioni di sforzo normale centrato.

Sempre Bresler, 1960, presentò anche il Metodo RL (Reciprocal Load Method), che interpola il dominio limite con piani secanti mediante tre punti appartenenti al dominio limite in caso di pressoflessione retta:

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{N_{x0}} + \frac{1}{N_{y0}} - \frac{1}{N_0} \quad (1.5)$$

in cui:

N_{x0} ed N_{y0} , rappresentano rispettivamente gli sforzi normali ultimi per le eccentricità e_x ed e_y in regime di pressoflessione retta.

La forma del dominio di interazione ottenuto mediante l'utilizzo di tale espressione è stata validata mediante prove sperimentali condotte su pilastri rettangolari soggetti a pressoflessione deviata (Rammamurthy, 1996).

Da altre prove sperimentali (Silva et al., 2001) si evince che nel tracciamento del dominio di interazione mediante il metodo RL si ottengono delle superfici limite troppo conservative, inoltre il metodo richiede una complessa elaborazione.

In seguito è stata proposta (Hsu,1988) una modifica al metodo LC, consistente nell'adottare un unico valore degli esponenti $\alpha_1 = \alpha_2 = 1,5$ ed aggiungendo un nuovo termine, in modo tale da tenere in conto, in maniera diretta, del rapporto tra lo sforzo normale agente e lo sforzo normale ultimo in condizioni di rottura bilanciata:

$$\left(\frac{N - N_b}{N_o - N_b} \right) + \left(\frac{M_x}{M_{bx}} \right)^{1,5} + \left(\frac{M_y}{M_{by}} \right)^{1,5} = 1 \quad (1.6)$$

in cui

N_b rappresenta lo sforzo normale ultimo in condizioni di rottura bilanciata nel caso di pressoflessione deviata;

M_{bx} e M_{by} sono i momenti ultimi rispetto agli assi x ed y in condizioni di rottura bilanciata nel caso di presso flessione retta.

Mediante l'analisi sperimentale di dodici colonne, l'autore osserva che con tale metodo, si commettono errori contenuti che si discostano poco dalla soluzione esatta.

Ferguson et al., 1988 e Mc Gregor, 1992 hanno apportato ulteriori modifiche al metodo LC, adottando un valore uguale e unitario per entrambi gli esponenti α_1 e α_2 , ed aggiungendo altri fattori moltiplicativi dipendenti dalle caratteristiche geometriche e meccaniche della sezione in esame:

$$\left(\frac{M_x}{M_{xo}} \right) + \left(\frac{M_y}{M_{yo}} \right) \left(\frac{1-\beta}{\beta} \right) - 1 = 0 \quad \text{se} \quad \left(\frac{M_x}{M_{xo}} \right) > \left(\frac{M_y}{M_{yo}} \right) \quad (1.7)$$

$$\left(\frac{M_x}{M_{xo}} \right) \left(\frac{1-\beta}{\beta} \right) + \left(\frac{M_y}{M_{yo}} \right) - 1 = 0 \quad \text{se} \quad \left(\frac{M_x}{M_{xo}} \right) \leq \left(\frac{M_y}{M_{yo}} \right) \quad (1.8)$$

dove β rappresenta un coefficiente che può assumere valori compresi tra 0 e 1 in funzione delle proprietà geometriche e meccaniche della sezione in esame.

Procedendo con questo metodo la soluzione che si ottiene è lontana da quella esatta, infatti si ha un dominio di interazione di forma piramidale che nella maggior parte dei casi risulta essere troppo cautelativo.

Altri autori hanno proposto criteri alternativi per la determinazione del dominio di interazione nel caso di pressoflessione deviata, come ad esempio, Silva et al., 2001,

che hanno proposto una formulazione in cui la superficie limite è approssimabile attraverso una superficie chiusa convessa, o nell'ambito del metodo LC, Ghersi et al. (2004) hanno proposto un metodo semplificativo adatto a sezioni rettangolari, e a seguito dell'analisi su una vasta gamma di sezioni hanno dedotto che il valore da adottare per gli esponenti α_1 e α_2 è compreso tra 1,4 e 1,5.

La formula adottata è del tutto identica alla formula di Bresler del 1960, salvo le differenze formali nei simboli, e prevede solo un restringimento del range dei valori da adottare per gli esponenti. Questo soluzione per alcune sezioni può risultare troppo conservativa tale da portare a sovradimensionamenti inaccettabili ai fini progettuali.

Toniolo et al., 2004, utilizzando l'espressione di Bresler, tramite un'indagine analitica e parametrica forniscono valori di α per il caso di sezione rettangolare con barre concentrate (8 barre, 4 sui vertici e 4 a metà dei lati). Nessuna indagine viene effettuata per esplorare valori di α corrispondenti a distribuzione diversa di armatura.

Successivamente nel 2006 Monti et al., partendo dalla formula di Bresler, hanno messo a punto una formula in grado di ottenere il valore dell'esponente α ($\alpha=\alpha_1=\alpha_2$) in funzione dello sforzo normale agente sulla sezione e delle caratteristiche geometriche e meccaniche della sezione:

$$\alpha = c \left(\frac{b}{h} \right)^\gamma + \mu_{sx}^{\eta_{sx}} + \mu_{sy}^{\eta_{sy}} + n_{sd}^\omega \quad (1.9)$$

dove

i valori η_{sx} , η_{sy} , γ , ω dipendono da n_{sd} che rappresenta il carico assiale normalizzato e μ_{sx} , μ_{sy} rappresentano le percentuali meccaniche di armatura.

Altri autori hanno, invece, proposto algoritmi di calcolo per tenere in conto il comportamento non lineare della sezione.

Kawakami et al., 1985, hanno proposto un algoritmo per l'analisi di sezioni in c.a. capace di tenere in conto gli effetti dell'armatura di difficile implementazione.

Altri algoritmi di calcolo sono stati elaborati per calcolare i momenti ultimi di sezioni in c.a. di forma qualsiasi in pressoflessione deviata (Landonio M. et al. 1986, Contaldo M. et al., 1987).

Bousias et al., 1996 hanno implementato un algoritmo in grado di valutare gli incrementi di deformazioni e tensioni di sezioni sottoposte ad azioni biassiali fino al raggiungimento delle deformazioni ultime.

De Vivo e Rosati, 1998, hanno messo a punto degli algoritmi in grado di valutare la capacità flettente ultima di sezioni in c.a. di forma qualsiasi soggette ad azioni biassiali, attraverso l'adozione di metodi secanti per la soluzione del sistema di due equazioni non-lineari che governa il problema della pressoflessione deviata.

Successivamente (Sfakianakis, 2002) è stato formulato un algoritmo per lo studio di sezioni di forma qualsiasi soggette a pressoflessione deviata, utilizzando una modellazione a fibre senza l'utilizzo di procedure iterative: proprio per questo motivo non presenta problematiche relative alla convergenza ma occorrono significativi tempi di elaborazione.

La procedura di integrazione proposta è totalmente indipendente dalla forma della sezione, dal tipo di materiale e dalla distribuzione degli sforzi nella sezione.

Bonet et al., 2004, hanno stabilito di esprimere la superficie di rottura di sezioni rettangolare in c.a. ad alta resistenza (tra 25÷80 Mpa) per mezzo di generatrici piane che si adagiano su due direttrici e passano per i valori dei carichi di rottura assiale corrispondente ad una situazione di trazione assiale pura e compressione assiale pura.

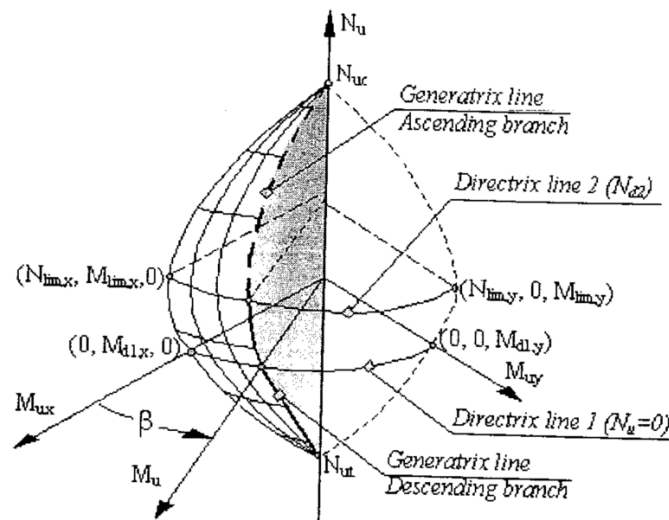


Figura 1.4 - Dominio Bonet et al.(2004).

La prima direttrice corrisponde al carico assiale nullo. Questa linea divide il dominio di compressione dal dominio tensione sulla superficie ed è definito sugli assi M_{ux} - M_{uy} .

La seconda direttrice distingue il ramo ascendente dal ramo discendente del diagramma di interazione per un angolo particolare β . Questa linea corrisponde ad un carico assiale variabile (N_{max}) il cui valore è definito nel diagramma di interazione con la capacità massima di curvatura della sezione (M_{max}).

Il carico assiale (N_{max}) ha un valore leggermente superiore rispetto al carico assiale limite della sezione (N_{lim}). Per semplificare il metodo, il carico assiale massimo (N_{max}) è approssimato per mezzo dei due carichi assiali che corrispondono a ciascun asse del sistema di coordinate rispetto al quale è definito il dominio di rottura (N_{limx} , N_{limy}).

L'espressione proposta può essere adottata sia per la verifica che per la progettazione di colonne in c.a. e la semplicità del metodo rende più veloce i calcoli.

Per quanto riguarda il tracciamento dei diagrammi momento - curvatura (Consolatio et al., 2004) è stato messo a punto un nuovo modello attraverso la definizione di un programma multi modulare in cui limiti interni ed esterni vengono rappresentati mediante un insieme di segmenti lineari che si susseguono. Questo metodo può essere utilizzato per sezioni in c.a., oppure sezioni in c.a. rinforzate con FRP. Le barre in FRP vengono modellate con linee di opportuno spessore, mentre le barre in acciaio con poligoni collocati nelle posizione opportune.

Recentemente Di Ludovico et al., 2007, hanno proposto degli algoritmi per la determinazione del diagramma momento-curvatura e la rappresentazione del dominio di interazione tridimensionale N - M_x - M_y . Il campo delle tensioni è integrato numericamente dopo che la sezione è stata automaticamente suddivisa in elementi finiti rettangolari.

A ciascun elemento si associa un valore medio di deformazione e tensione.

La sezione di calcestruzzo viene definita mediante una poligonale chiusa che delimita il perimetro con segmenti di retta; tali segmenti di retta formano sia il perimetro esterno che interno della sezione (in presenza di eventuali cavità).

Definita la geometria della sezione è necessario suddividere la medesima in elementi finiti, definendo una griglia di passo orizzontale $x_{el}=(x_{max}-x_{min})/n_d$ e verticale $y_{el}=(y_{max}-y_{min})/m_d$. Dopo aver suddiviso la sezione in calcestruzzo in elementi finiti si attribuisce ad ogni elemento un materiale, una tipologia di calcestruzzo e successivamente si passa alla definizione di tabelle una per ciascun tipo di armatura presente.

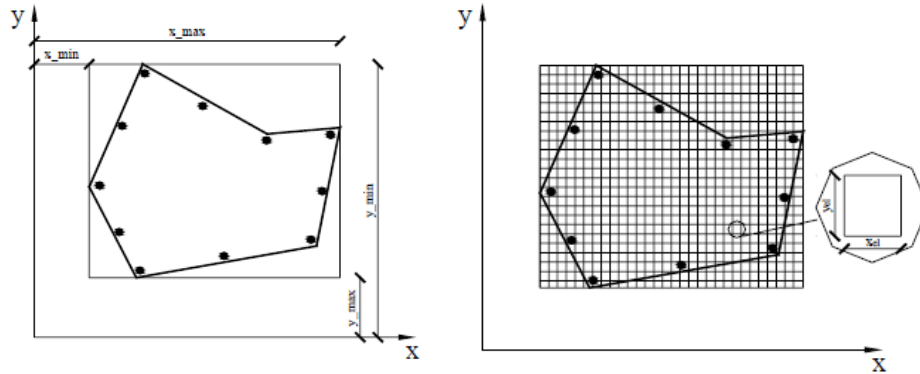


Figura 1.5 - Discretizzazione della sezione.

A questo punto è possibile valutare la distanza, ortogonale, di ciascun elemento dalla retta dell'asse neutro, una volta definito direzione e verso dell'asse neutro. Fissato un valore della curvatura e noto il campo deformativo, è possibile valutare il campo tensionale in ciascun elemento adoperando i legami costitutivi per i materiali interessati.

La risultante interna, ovvero l'integrale del campo tensionale è dato da:

$$\begin{aligned}
 N_{int} &= \int_{A_{disc}} \theta \cdot \sigma dA + \sum_{j=1}^{n_{arm}} \sigma_j \cdot A_j = \sum_{i=1}^{n_d \cdot m_d} \theta_i \cdot \sigma_i \cdot A_i + \sum_{j=1}^{n_{arm}} \sigma_j \cdot A_j = \\
 &= \sum_{i=1}^{n_d \cdot m_d} N_i + \sum_{j=1}^{n_{arm}} \sigma_j \cdot A_j
 \end{aligned} \tag{1.10}$$

Ad ogni elemento attivo è attribuita una tensione σ_i uniforme, pari al valore corrispondente alla deformazione del suo baricentro; $N_i = \theta_i A_i \sigma_i$ è la risultante di sforzo normale per l'elemento i .

Allo stesso modo si valuta il momento flettente, in primo luogo rispetto agli assi del sistema di riferimento:

$$\begin{aligned} M_x &= \int_{A_{disc}} \theta \cdot \sigma \cdot y \cdot dA + \sum_{j=1}^{n_{arm}} \sigma_j \cdot A_j \cdot y_j = \sum_{i=1}^{n_d \cdot m_d} \theta_i \cdot \sigma_i \cdot A_i \cdot y_i + \sum_{j=1}^{n_{arm}} \sigma_j \cdot A_j \cdot y_j = \\ &= \sum_{i=1}^{n_d \cdot m_d} N_i \cdot y_i + \sum_{j=1}^{n_{arm}} \sigma_j \cdot A_j \cdot y_j \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$\begin{aligned} M_y &= \int_{A_{disc}} \theta \cdot \sigma \cdot x \cdot dA + \sum_{j=1}^{n_{arm}} \sigma_j \cdot A_j \cdot x_j = \sum_{i=1}^{n_d \cdot m_d} \theta_i \cdot \sigma_i \cdot A_i \cdot x_i + \sum_{j=1}^{n_{arm}} \sigma_j \cdot A_j \cdot x_j = \\ &= \sum_{i=1}^{n_d \cdot m_d} N_i \cdot x_i + \sum_{j=1}^{n_{arm}} \sigma_j \cdot A_j \cdot x_j \end{aligned} \quad (1.12)$$

Si nota che il sistema di equazioni da risolvere è composto da due equazioni accoppiate nelle incognite di profondità ed inclinazione dell'asse neutro.

Il processo iterativo diviene notevolmente complesso a causa della doppia convergenza di due equazioni non lineari accoppiate.

Tale problema può però essere risolto in due tempi adottando due procedure iterative successive.

In primo luogo si fa variare la profondità dell'asse neutro per ottenere l'equilibrio dello sforzo normale, e si procede facendo variare l'inclinazione dell'asse neutro finché non si ottiene la convergenza dell'inclinazione del piano della sollecitazione esterna applicata all'inclinazione del piano della sollecitazione interna emergente. Una volta ottenuto l'equilibrio si valuta l'inclinazione del piano di sollecitazione interno emergente. La procedura si ripete fino ad ottenere la convergenza dell'inclinazione del piano di sollecitazione.

A causa della elevata non linearità del problema formulato è opportuno sviluppare alcune tecniche di ottimizzazione del processo iterativo e dei criteri di convergenza per rendere più efficiente e rapida la soluzione del problema.

Alla fine si può passare al tracciamento del diagramma momento-curvatura o del dominio di resistenza.

Per valutare il digramma momento-curvatura si può far incrementare la deformazione nell'elemento più compresso della sezione da un valore iniziale (ad

esempio zero) fino ad un valore ultimo. Questa procedura può però comportare un errore in esecuzione se lo sforzo normale esterno applicato causa, prima ancora della applicazione della flessione, ovvero della curvatura, una deformazione nella fibra più sollecitata superiore al valore iniziale della deformazione imposta. Un aspetto chiave del presente lavoro riguarda il superamento di questo problema: si esegue una iniziale analisi per compressione centrata e quindi si valuta la deformazione massima nel calcestruzzo e la si assume come valore iniziale, quindi si procede per incrementi costanti di deformazione fino all'attingimento della crisi del calcestruzzo in funzione dei legami costitutivi adoperati.

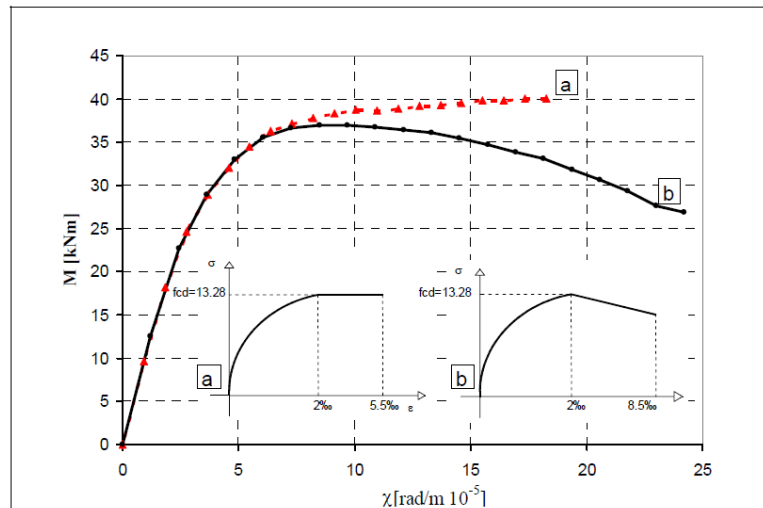


Figura 1.6 - Generico diagramma momento-curvatura.

La valutazione del dominio di resistenza può essere eseguita in maniera molto più rapida, infatti è sufficiente far variare la sola profondità dell'asse neutro per garantire l'equilibrio tra lo sforzo normale esterno applicato e quello emergente interno e ripetere la procedura per differenti valori della inclinazione dell'asse neutro.

Un ultimo aspetto da valutare è la determinazione della curvatura e del momento ultimo. Prefissata una profondità dell'asse neutro ed un'inclinazione, si identifica per ciascun materiale la fibra più distante dall'asse neutro e per essa si valuta la deformazione massima. Il valore del momento massimo non può essere valutato in concomitanza del raggiungimento della deformazione ultima nei materiali (ad

esempio nel calcestruzzo), poiché in presenza di softening è necessario tracciare completamente il diagramma momento- curvatura e solo dopo ricercare il valore di momento massimo. Si riportano, con riferimento ad una sezione simmetrica, le sezioni piane (a $v=\text{cost.}$) del dominio di interazione.

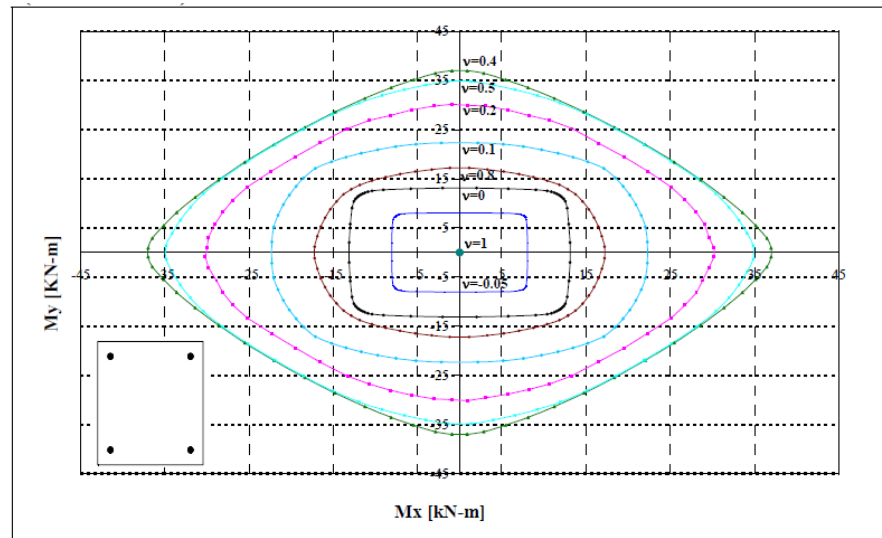


Figura 1.7 - Sezioni piane (M_x - M_y) del dominio di interazione.

1.2 Capacità deformativa in regime biassiale

La capacità deformativa di una sezione in cemento armato è significativamente influenzata dal regime di sollecitazione cui essa è soggetta. In particolare, il passaggio da azioni di pressoflessione retta a pressoflessione deviata induce una perdita di capacità deformativa ovvero una riduzione di curvatura ultima della sezione. Tale riduzione può essere valutata attraverso la determinazione dei domini di curvatura rappresentativi, al variare dello sforzo normale agente e dell'angolo di sollecitazione esterna, delle curvature ultime della sezione.

Ancora carenti risultano gli studi inerenti la riduzione della capacità deformativa di una sezione soggetta a tali sollecitazioni, nonostante sia evidente che in caso di evento sismico si ha la nascita di sollecitazioni di pressoflessione deviata negli elementi strutturali che induce una riduzione della capacità sismica dell'edificio.

Anche le più recenti normative sismiche (OPCM 3274, D.M. 2005 ed il D.M. 14/01/08), non forniscono indicazioni per la valutazione della curvatura ultima nel caso di sollecitazione biassiale.

Recentemente Di Ludovico et al., (2008), hanno effettuato degli studi per valutare l'influenza di azioni biassiali nei confronti della curvatura ultima. Gli autori hanno effettuato due studi al fine di:

- 1) illustrare, dai risultati di un precedente lavoro, i domini di curvatura in pressoflessione retta e deviata mediante un'analisi a fibre, con particolare attenzione all'influenza prodotta dalla variazione del carico assiale adimensionalizzato e dell'angolo di sollecitazione esterna;
- 2) mettere a punto formulazioni semplificate per la determinazione approssimata di domini di curvatura ultima in pressoflessione deviata.

Di seguito verranno esposti brevemente i due studi effettuati.

1.2.1 Domini di curvatura di sezioni in C.A. in pressoflessione deviata: analisi a fibre

Lo studio del comportamento deformativo della sezione è stato condotto in maniera analoga allo studio delle resistenze costruendo un "dominio di curvature", ossia la curva che individua tutte le coppie di valori φ_x , φ_y (componenti rispetto agli assi coordinati della curvatura ultima, $\varphi_{ult.}$) alle quali corrisponde la crisi convenzionale della sezione individuata dall'attingimento della deformazione ultima del calcestruzzo. Tali componenti vengono calcolate a partire dal valore della curvatura ultima attraverso l'angolo α rappresentato dall'inclinazione dall'asse neutro rispetto all'orizzontale .

In un problema di pressoflessione deviata, la posizione dell'asse neutro e la sua inclinazione rispetto all'orizzontale possono essere determinate mediante la risoluzione di due equazioni non lineari:

- la prima di equilibrio tra lo sforzo normale sollecitante e lo sforzo normale interno;
- la seconda di uguaglianza tra l'inclinazione del piano della sollecitazione esterna

$$\beta_{est} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{M_{sx}}{M_{sy}} \quad (1.13)$$

e l'inclinazione del piano di sollecitazione interno

$$\beta_{int} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{M_{x,g}}{M_{y,g}} \quad (1.14)$$

con M_{sx} e M_{sy} pari rispettivamente al momento sollecitante lungo l'asse x e l'asse y, e $M_{x,g}$ ed $M_{y,g}$ pari rispettivamente al momento interno rispetto gli assi baricentrici x e y dovuti al campo tensionale presente nella sezione:

$$M_{x,g} = \int_{A_c} \sigma_c y dA_c + \int_{A_s} \sigma_s y dA_s \quad (1.15)$$

$$M_{y,g} = \int_{A_c} \sigma_c x dA_c + \int_{A_s} \sigma_s x dA_s \quad (1.16)$$

Una volta definita la posizione dell'asse neutro (profondità d, ed inclinazione α), la curvatura ultima della sezione e le sue componenti, sono immediatamente determinabili mediante le seguenti espressioni:

$$\varphi_{ult} = \frac{\varepsilon_{cu}}{d} \quad (1.17)$$

$$\varphi_x = \varphi_{ult} \sin \alpha \quad (1.18)$$

$$\varphi_y = \varphi_{ult} \cos \alpha \quad (1.19)$$

Assegnato un valore dello sforzo normale agente sulla sezione è possibile allora determinare tutti i punti rappresentativi della capacità di deformazione ultima della sezione.

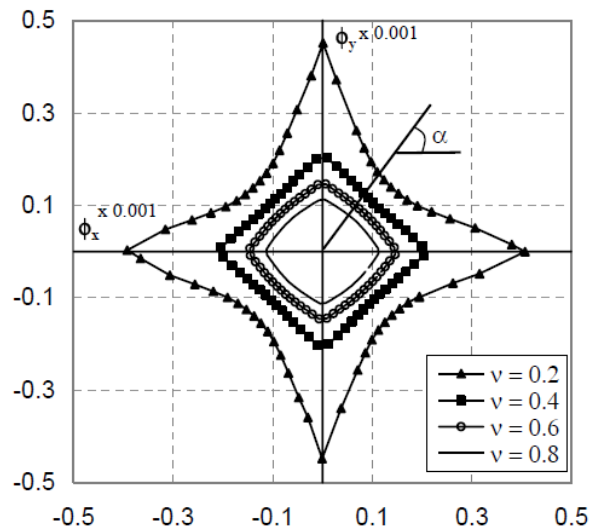


Figura 1.8 - Dominio delle curvature.

Ogni punto di tale dominio corrisponde ad una posizione dell'asse neutro sulla sezione analizzata ed in particolare ad una inclinazione α pari a $\text{tg}^{-1}\Phi_x/\Phi_y$. Dai domini rappresentati in figura si nota che, al crescere di ν , i valori della curvatura ultima si riducono sensibilmente, cioè al crescere di ν la regione di sezione compressa deve aumentare per garantire l'equilibrio alla traslazione.

La rappresentazione grafica delle curvature ultime è legata alla inclinazione dell'asse neutro, α , e non è direttamente correlata all'angolo di sollecitazione esterna β , pertanto, pur fornendo l'insieme di valori di curvatura ultima della sezione in esame, non consentono di risalire in modo diretto allo stato di sollecitazione cui lo specifico valore di curvatura ultima corrisponde, a meno che non si conosca la relazione che lega β con α . Nel caso di pressoflessione deviata, infatti, gli angoli α e β non coincidono in quanto l'asse neutro non risulta essere più ortogonale rispetto all'asse di sollecitazione. Per tale motivo sono stati rappresentati anche dei domini esprimendo le curvature ultime direttamente in funzione dell'angolo di sollecitazione esterna β .

A questo punto sono stati elaborati i dati ottenuti da un precedente lavoro che ha visto l'analisi di sezioni in c.a. sollecitate a pressoflessione deviata mediante un programma di calcolo a fibre, sempre Di Ludovico et al. 2007 precedentemente

analizzato, al fine di mettere in relazione i valori della curvatura ultima ($\phi_{ult} = \sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}$) e dello sforzo normale adimensionalizzato (v).

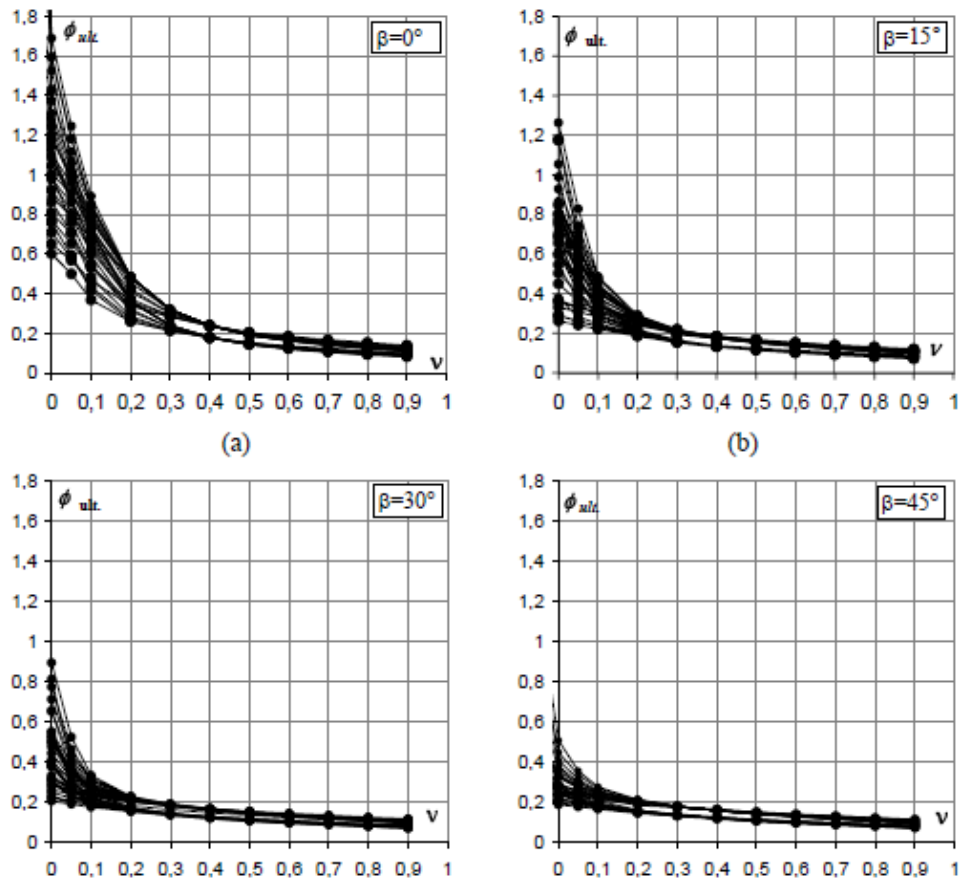


Figura 1.9 - Curve v - Φ - (a) $\beta=0^\circ$, (b) $\beta=15^\circ$; (c) $\beta=30^\circ$; (d) $\beta=45^\circ$.

Analizzando il tratto curvilineo dei domini è possibile affermare che nel passaggio dal regime uniassiale al regime biassiale si rileva una graduale diminuzione della variabilità della curvatura ultima con le proprietà geometrico meccaniche delle sezioni, fino al caso $\beta=45^\circ$ in cui le curve relative alle sezioni analizzate sono all'incirca sovrapposte, a meno del primo tratto ($v=0 \div 0.1$).

Le curve riportate mostrano chiaramente che i valori di curvatura ultima sono all'incirca uguali al variare di β per $v > 0.5$, mentre risultano sensibilmente diversi all'aumentare di β per $v < 0.5$.

Dall'analisi di tali curve emerge che noti i valori di curvatura ultima della sezione per $\beta=0^\circ$ e $\beta=45^\circ$, ovvero i valori di curvatura minima e massima della sezione (a $v=\text{costante}$), è possibile prevedere il dominio di capacità deformativa della sezione attraverso la definizione di una curva interpolante passante per tali punti.

Al fine di valutare adesso quanto il passaggio da regime uniassiale a biassiale incida in termini percentuali sulla riduzione di curvatura ultima della sezione, è possibile analizzare come varia con β e v il rapporto tra la curvatura ultima in presso flessione deviata e quella in presso flessione retta, definito come

$$\eta = \frac{\varphi_{bia}}{\varphi_{uni}} \quad (1.20)$$

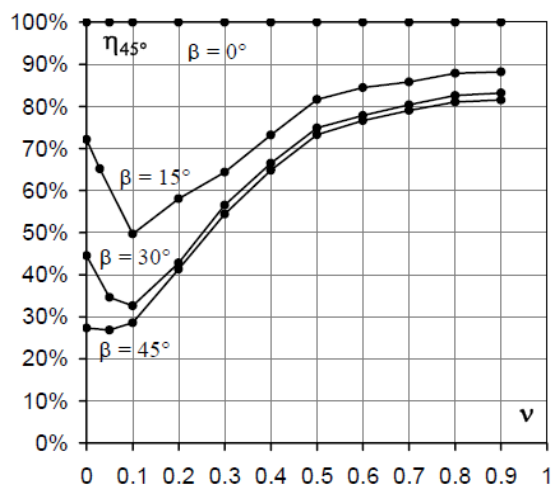


Figura 1.10 - Curve $\eta-v$

Per valori alti di v la differenza di curvatura ultima in presso flessione retta ed in presso flessione deviata è limitata; al contrario, per valori bassi di v tale abbattimento diventa rilevante. E' evidente che in termini assoluti gran parte della riduzione di curvatura avviene nell'intervallo $0^\circ \leq \beta \leq 15^\circ$ ed i valori minimi di curvatura ultima si hanno in corrispondenza di $\beta=45^\circ$.

Dai dati analizzati si evince che risulta necessario valutare l'incidenza della pressoflessione deviata nella determinazione della curvatura ultima al fine di una corretta valutazione della capacità di spostamento delle strutture, in quanto si ha

una perdita di capacità deformativa indotta dal regime deviato della pressoflessione.

Quest'ultimo lavoro, riguarda l'analisi di sole sezioni quadrate, pertanto non risulta essere risulta notevolmente limitato per l'applicazione su sezioni di forma rettangolare che usualmente vengono utilizzati.

1.2.2 Domini di curvatura di sezioni in C.A. in pressoflessione deviata: metodo semplificato

Al fine di consentire una rapida determinazione di questi domini senza dover ricorrere ad analisi a fibre, gli stessi autori hanno proposto una procedura semplificata di calcolo attraverso cui determinare, con un buon grado di approssimazione, la curvatura ultima di sezioni quadrate in cemento armato soggette ad azioni di presso flessione retta e deviata.

Precedentemente si è visto che la curvatura ultima di una sezione simmetrica in c.a. può essere computata qualora si conoscano in primo luogo la curvatura ultima della sezione per due particolari valori dell'angolo di sollecitazione esterna, $\beta=0^\circ$ e $\beta=45^\circ$. Noti tali valori è possibile, infatti, per ogni prefissato valore dello sforzo normale adimensionalizzato, v , determinare una curva interpolante con andamento pseudo-parabolico in grado di fornire il valore della curvatura ultima della sezione in esame per qualsiasi angolo di sollecitazione esterna e, quindi, in qualsiasi caso di presso flessione deviata.

Quindi si procederà nel determinare in via approssimata:

- a) la curvatura ultima per $\beta=0^\circ$ al variare di v ;
- b) la curvatura ultima per $\beta=45^\circ$ al variare di v ;
- c) la funzione passante per i punti $A=(\beta=0^\circ, \varphi_{ult.})$ e $B=(\beta=45^\circ, \varphi_{ult.})$, in grado di approssimare al meglio il dominio $\varphi_{ult.} - \beta$ per un prefissato valore di v .

Quindi si inizierà col calcolare la curvatura ultima per $\beta=0^\circ$ al variare di v . Il metodo consiste nel determinare, per cinque prefissate posizioni dell'asse neutro, il valore di Φ_{ult} e v , in modo da ottenere mediante interpolazione lineare per tratti, l'intero diagramma curvatura ultima - sforzo normale adimensionalizzato per $\beta=0^\circ$.

Il metodo proposto si basa sull'assunzione di alcune ipotesi semplificative:

- per ciascuna posizione dell'asse neutro si assume che le armature della sezione siano sempre snervate (ipotesi non sempre verificata);

- la valutazione della risultante del campo di tensioni di compressione del calcestruzzo avviene mediante l'adozione del metodo dello stress-block;
- le barre di armatura sono tutte caratterizzate da uno stesso diametro.

Fatte salve tali ipotesi, per ciascuna posizione dell'asse neutro, ovvero fissato il valore di x_c , è possibile calcolare lo sforzo normale tramite l'equazione di seguito riportata:

$$N = \psi x_c b f_c + n_c A_f f_y - n_t A_f f_y \quad (1.21)$$

dove si adotta $\psi = 0.8$, b rappresenta il lato della sezione quadrata, f_c ed f_y rappresentano la tensione di compressione del calcestruzzo e di snervamento dell'acciaio, n_c ed n_t indicano rispettivamente il numero di ferri compressi ed il numero di ferri tesi presenti nella sezione in corrispondenza della posizione dell'asse neutro x_c , ed A_f è l'area di una singola barra di armatura.

Assegnato x_c la curvatura ultima è fornita dal rapporto $\frac{\epsilon_{cu}}{x_c}$ (con ϵ_{cu} , deformazione ultima del calcestruzzo compresso).

Riportando i punti del dominio $\phi_{ult.-v}$, di sezioni quadrate simmetriche armate con 4 ferri, ottenuti mediante un'analisi a fibre (con passo di calcolo $v=0.1$) ed i punti ottenuti applicando il procedimento sopra esposto in un grafico, si nota l'ottimo accordo tra i due metodi.

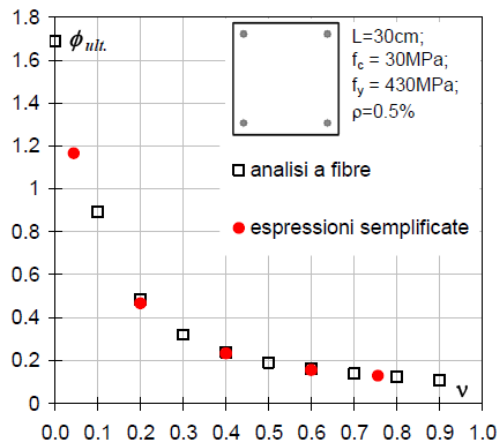


Figura 1.11 - Confronto tra analisi a fibre e metodo semplificato

Analogamente a quanto esposto nel caso $\beta=0^\circ$, anche nel caso $\beta=45^\circ$ è possibile valutare, in via approssimata, la curvatura ultima di sezioni quadrate armate simmetricamente imponendo determinate posizioni dell'asse neutro ed adottando le stesse ipotesi semplificative elencate nel paragrafo precedente.

Nel caso $\beta=45^\circ$, considerando la simmetria geometrica e meccanica della sezione, si ha che ciascuna diagonale della stessa è un asse principale, per cui l'asse neutro risulta essere ortogonale all'asse di sollecitazione. In questo caso l'equazione di equilibrio alla traslazione diventa:

$$N = \frac{(2\psi x_c)(\psi x_c)}{2} f_c + n_c A_f f_y - n_t A_f f_y \quad (1.22)$$

Allo stesso modo del caso precedente si riportano i punti del dominio ϕ_{ult} - v ottenuti, con riferimento ad una singola sezione, sia mediante un'analisi a fibre sia attraverso il procedimento sopra esposto; anche in questo caso gli scarti percentuali sono estremamente contenuti.

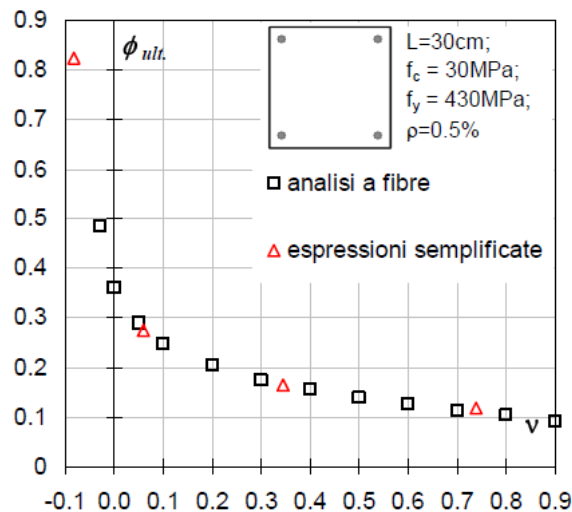


Figura 1.12 - Confronto tra analisi a fibre e metodo semplificato.

A questo punto si passa col calcolare la curvatura ultima al variare di β . Poiché l'andamento di Φ_{ult} con β è pseudo-parabolico con concavità via via decrescente

all'aumentare dello sforzo assiale si può assumere una formulazione semplificata basata su due diverse espressioni:

- per valori di β compresi nell'intervallo $0^\circ \div 30^\circ$ si adotta, per l'appunto, un'espressione parabolica passante per i punti di curvatura ultima approssimata valutata per $\beta=0^\circ$ e $\beta=45^\circ$;
- per valori di β compresi nell'intervallo $30^\circ \div 45^\circ$, stante la bassa variabilità che le curvature mostrano in tale intervallo, si adotta un'espressione lineare costante pari al valore della curvatura ultima per $\beta=45^\circ$.

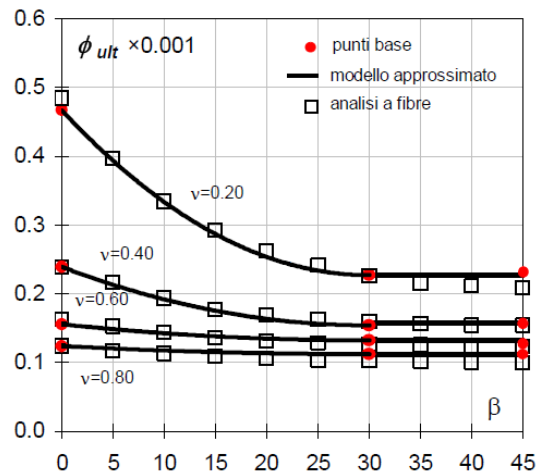


Figura 1.13 - Confronto tra analisi a fibre e metodo semplificato.

In particolare, la funzione parabolica definita dall'equazione

$$\varphi_{ult.} = a_{\beta} + b_{\beta} + c \quad (1.23)$$

è univocamente determinata dalle seguenti condizioni:

- a) per $\beta=0^\circ$ si assume il valore di curvatura ultima determinato così come discusso precedentemente;
- b) per $\beta=30^\circ$ si assume quale valore di curvature ultima quella corrispondente a $\beta=45^\circ$, ricavato secondo la procedura descritta precedentemente;
- c) per $\beta=30^\circ$ si assume una tangente nulla.

In definitiva si può affermare che la comparazione numerica tra i due approcci, semplificato e a fibre, conduce ad un buon grado di approssimazione.

Tuttavia questo metodo risulta applicabile solo per sezioni in c.a di forma quadrata con armatura posizionata solo in prossimità degli spigoli, pertanto fortemente limitato negli utilizzi di carattere tecnico-scientifico.

Da questo excursus è pertanto possibile notare come siano veramente limitati gli studi inerenti la riduzione della capacità deformativa di una sezione soggetta ad pressoflessione deviata, nonostante sia evidente l'importanza di tale argomento.

2. Confinamento del calcestruzzo: modelli di letteratura e confronto sperimentale

Il comportamento di un elemento strutturale in regime di compressione e di pressoflessione dipende dalle caratteristiche della sezione.

La geometria, il quantitativo di armatura, la disposizione delle staffe le dimensioni del copri ferro, conferiscono alla sezione diverse proprietà che rispondono diversamente alle sollecitazioni che nascono durante il periodo di vita della struttura.

Il calcestruzzo risulta essere un materiale avente buona resistenza a compressione ma scarsa resistenza a trazione, infatti, durante la progettazione, il contributo della resistenza a trazione viene trascurato, affidando ad esso il solo compito di resistere agli sforzi di compressione. Gli sforzi di trazione invece vengono affidati alle armature metalliche, inserite opportunamente nella sezione sia in zona tesa che in zona compressa.

Unendo i due materiali si ottiene un comportamento combinato, in cui la sezione esibisce capacità resistenti e deformative demandando ai vari componenti il compito di rispondere ai carichi di esercizio.

Una sezione in calcestruzzo armato presenta un nucleo di calcestruzzo confinato dalle armature longitudinali e dalle staffe, avente caratteristiche meccaniche superiori a quelle del copriferro che non gode delle proprietà del confinamento.

Al fine di una corretta modellazione di una sezione bisogna dunque conoscere il comportamento dei singoli materiali che la compongono, in termini di resistenza, deformazione e rigidezza, cioè i legami costitutivi.

Di seguito verranno riportati i principali legami costitutivi $\sigma - \varepsilon$ presenti in letteratura del calcestruzzo non confinato, e del calcestruzzo confinato mediante barre di armatura.

2.1 Modelli di calcestruzzo non confinato

Il diagramma tensioni-deformazioni del calcestruzzo compresso è illustrato in Figura 2.1 per calcestruzzi di caratteristiche diverse.

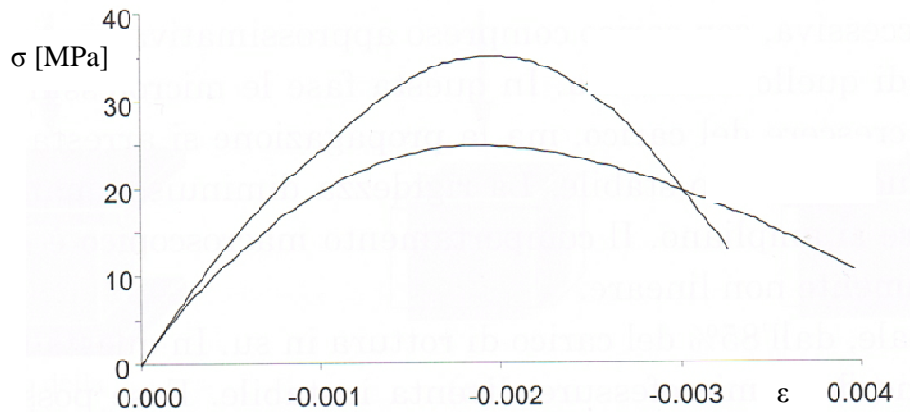


Figura 2.1 – Legame tensione – deformazione sperimentale del calcestruzzo

L'andamento tipico del legame tensione deformazione è marcatamente non lineare. In effetti, esaminando il comportamento a livello microscopico si possono distinguere tre fasi:

- Fase iniziale, fino ad un carico pari a circa il 40% di quello di rottura: l'incremento di carico non ha una sensibile influenza sulle microfessure che inevitabilmente esistono nel calcestruzzo. Il comportamento è prossimo a quello elastico lineare.
- Fase successiva, con carico compreso approssimativamente tra il 40% e l'85% di quello di rottura: le microfessure si propagano al crescere del carico, ma la propagazione si arresta giungendo ad un nuovo assetto stabile. La rigidità diminuisce man mano che le fessure si ampliano. Il comportamento è sempre più marcatamente non lineare;
- Fase finale, dall' 85% del carico di rottura in su: la propagazione delle microfessure diventa instabile; esse possono estendersi nel tempo sotto carico costante, portando alla rottura (per questo motivo la resistenza misurata con prove di breve durata è maggiore della resistenza che si rileva per carichi di lunga durata).

Risulta di notevole importanza pertanto sintetizzare il comportamento effettivo del calcestruzzo attraverso dei modelli che consentano, mediante semplici operazioni, la previsione delle caratteristiche meccaniche dello stesso.

Già dai primi decenni del 900 si sono susseguiti diversi studi per la formulazione di modelli che ben approssimano il comportamento del calcestruzzo.

Di seguito si riepilogheranno i principali modelli di calcestruzzo presenti in letteratura.

I simboli che si utilizzano nell'enunciare i modelli, assumono il seguente significato:

- ε deformazione del calcestruzzo;
- ε_c deformazione del calcestruzzo al picco di resistenza;
- f_c resistenza a compressione cilindrica del calcestruzzo;
- ε_{c50} deformazione del calcestruzzo in corrispondenza del 50% della resistenza di picco.
- ε_{cu} deformazione ultima del calcestruzzo.

2.1.1 Whitney, Stress Block (1937)

Questo modello proposto nel 1937 da Whitney è usato per gli stati limite ultimi. Lo sforzo di compressione nel calcestruzzo è assunto costante e vale:

$$\sigma_c = 0,85 f_c \quad (2.1)$$

Applicato su una porzione di sezione di lunghezza

$$a = \beta_1 c \quad (2.2)$$

dove:

$$\beta_1 = 0,85 \quad \text{per calcestruzzo con } f_c \leq 30 \text{ Mpa}$$

$$\beta_1 = 0,85 - (f_c - 30) \frac{0,05}{7} \quad \text{per calcestruzzo con } 30 \text{ Mpa} < f_c \leq 58 \text{ Mpa}$$

$$\beta_1 = 0,65 \quad \text{per calcestruzzo con } f_c > 58 \text{ Mpa}$$

La deformazione ultima del calcestruzzo ε_{cu} viene assunta pari a 0,003.

2.1.2 Hognestad (1951)

Il modello di Hognestad del 1951 si compone di un tratto ascendente parabolico fino al massimo valore di resistenza, e di un tratto discendente lineare fino al massimo valore di deformazione $\varepsilon_{cu} = 0,038$

$$\sigma_c = f_c \left[2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2 \right] \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad (2.3)$$

$$\sigma_c = f_c \left[1 - 0,15 \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_c}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_c} \right) \right] \quad \text{per} \quad \varepsilon \geq \varepsilon_c \quad (2.4)$$

Nella quale si assume

$$\varepsilon_c = 0,002$$

$$E_{sec} = \frac{2\sigma_0}{\varepsilon_0} = 2E_{sec} = 1000\sigma_0 \quad (2.5)$$

2.1.3 Smith e Young (1955)

Il modello di Smith e Young esprime il legame di calcestruzzo non confinato attraverso un'unica legge.

$$\sigma_c = f_c \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} e^{-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}} \right) \quad \text{per} \quad \varepsilon_c \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cu} \quad (2.6)$$

Si assume per tale modello:

- deformazione del calcestruzzo al picco di resistenza $\varepsilon_c = 0,002$
- deformazione ultima del calcestruzzo è assunta pari a $\varepsilon_{cu} = 0,0035:0,0040$.

2.1.4 Modello FIP / CEB (1970)

Il modello FIP risulta essere molto simile al modello di Hognestad, infatti il tratto ascendente ripercorre la curva di Hognestad, le sole differenze consistono in:

- il tratto post picco è assunto orizzontale;
- la deformazione ultima del calcestruzzo è assunta pari a $\varepsilon_{cu} = 0,035$.

Il risultato è il legame parabola – rettangolo adottata dalla normativa italiana per le verifiche allo stato limite ultimo.

$$\sigma_c = 1000 f_c \varepsilon (1 - 250 \varepsilon) \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad (2.7)$$

$$\sigma_c = f_c \quad \text{per} \quad \varepsilon_c \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cu} \quad (2.8)$$

2.1.5 Kent - Park (1971)

Il modello proposto da Kent-Park nel 1971 per il calcestruzzo compresso non confinato risulta avere la medesima espressione nel ramo ascendente del legame di Hognestad, mentre è differente l'espressione post picco.

$$\sigma_c = f_c \left[2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2 \right] \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad (2.9)$$

$$\sigma_c = f_c \left[1 - Z \varepsilon_c \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - 1 \right) \right] \quad \text{per} \quad \varepsilon \geq \varepsilon_c \quad (2.10)$$

A differenza dei modelli precedenti, Park introduce un coefficiente Z nel ramo post picco, che tiene conto della variabilità qualitativa del calcestruzzo.

Il parametro Z viene definito attraverso la seguente formula:

$$Z = \frac{0,5}{\varepsilon_{c50} - \varepsilon_c} \quad (2.11)$$

La deformazione ε_{c50} è il valore corrispondente nella quale la tensione si risulta essere la metà rispetto al suo valore massimo e si assume pari a:

$$\varepsilon_{c50} = \frac{0,21 + 0,02 f_c}{10 f_c - 70} \quad (2.12)$$

2.1.6 Popovics (1973)

Il modello di Popovics del 1973 esprime il legame di calcestruzzo non confinato attraverso un'unica legge.

$$\sigma_c = f_c \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \frac{n}{(n-1) + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^n} \quad (2.13)$$

la variabile n è definita nell'equazione seguente

$$n = 0,4 \frac{f_c}{1000} + 1 \quad (2.14)$$

Inoltre si assume

$$\varepsilon_c = 0,0005 \sqrt[4]{f_c} \quad (2.15)$$

2.1.7 Bertero et al. (1977)

Il legame costitutivo proposto da Bertero et al. nel 1977 per il calcestruzzo compresso non confinato è descritto dalle relazioni:

$$\sigma_c = f_c \frac{\left[A \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2 \right]}{1 + (A-2) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)} \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad (2.16)$$

$$\sigma_c = f_c \left[1 - Z \varepsilon_c \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - 1 \right) \right] \quad \text{per} \quad \varepsilon > \varepsilon_c \quad (2.17)$$

I coefficienti A e Z sono calcolati rispettivamente:

$$A = \frac{E_c \varepsilon_c}{f_c} \quad (2.18)$$

$$Z = \frac{0,5}{\frac{3+0,29f_c}{145f_c-1000} - \varepsilon_c} \quad (2.19)$$

2.1.8 Saatcioglu e Razvi (1992)

Il modello di legame costitutivo tensioni-deformazioni proposto da Saatcioglu e Razvi (1992) per il calcestruzzo compresso non confinato è descritto dalle relazioni:

$$\sigma_c = f_c \left[2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2 \right] \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad (2.20)$$

$$\sigma_c = f_c \left[1 - 0,15 \frac{\varepsilon - \varepsilon_c}{\varepsilon_{c85} - \varepsilon_c} \right] \quad \text{per} \quad \varepsilon \geq \varepsilon_c \quad (2.21)$$

in cui:

ε_{c85} è la deformazione del calcestruzzo, in corrispondenza dell'85% della resistenza massima, nella fase post-picco.

2.2 Modelli per il calcestruzzo confinato

Da più di settanta anni il comportamento del calcestruzzo confinato è oggetto di numerosi studi. I primi studi sono dovuti a Richart et al. (1928). Le loro ricerche sul confinamento di cilindri di calcestruzzo, generato da una pressione uniforme idrostatica o da spirali in acciaio, formeranno la base di partenza per i modelli analitici che si succederanno negli anni a seguire. Studi condotti da Chan (1955), Roy e Sozen (1963), Soliman e Yu (1967), Sargin (1971), Kent e Park (1971), Vallenas et al. (1977), Park et al. (1982) portano all'attenzione diversi modelli analitici con diversi vantaggi e limitazioni. Le principali variabili considerate in questi modelli sono le dimensioni dei provini, il carico e il passo tra le staffe

nonché il loro diametro. In tutti gli studi antecedenti il 1980 non sono considerati come parametri governanti il problema né la distribuzione di armatura longitudinale né la configurazione dei rinforzi trasversali. L'importanza di questi due parametri viene dimostrata da Sheik e Uzumeri nel 1980 quando essi effettuano dei test su colonne soggette a carichi assiali in presenza di diverse configurazioni. Gli stessi autori saranno i primi, due anni dopo, a proporre un modello analitico basato sul concetto di "nucleo di calcestruzzo efficacemente confinato".

Successivamente uno dei modelli analitici più importanti è quello di Mander et al. (1988) il quale ha un campo di applicazione più ampio rispetto ai modelli precedentemente proposti. Il modello sfrutta il concetto di nucleo di calcestruzzo efficacemente confinato proposto da Sheik e Uzumeri (1980) per colonne quadrate e diventerà uno dei capisaldi fra i modelli analitici esistenti in letteratura poiché è valido per sezioni circolari, quadrate e rettangolari. Successivamente Razvi e Saatciouglu (1992) propongono un modello basato sul concetto di pressione laterale equivalente generata da diverse configurazioni di armature trasversali. Il modello è applicabile a colonne di sezione circolare e rettangolare sotto carichi assiali e ed eccentrici.

Tutti i modelli menzionati sono validi per calcestruzzi a normale resistenza, ma non sono applicabili alle colonne in calcestruzzo ad alta resistenza in quanto tendono a sovrastimare la duttilità e l'incremento di resistenza di quest'ultime. Nasce quindi l'esigenza di modificare i modelli tarati sulla normale resistenza per descrivere efficacemente il comportamento in compressione delle colonne ad alta resistenza.

Yong, Nour e Naway nel 1988 mettono a punto un modello empirico usando colonne quadrate in calcestruzzo basate su due relazioni per descrivere il ramo ascendente e discendente della curva tensioni-deformazioni simili a quelle ricavate da Sargin nel 1971. Effettuando una regressione lineare su dati sperimentali, i tre autori forniscono delle relazioni di tipo empirico che forniscono le coordinate di alcuni punti rappresentativi che permettono di ricavare poi l'intera curva tensioni-deformazioni.

Di seguito si riepilogheranno i principali modelli di calcestruzzo presenti in letteratura.

I significati dei principali simboli utilizzati nei prossimi paragrafi in aggiunta a quelli già spiegati precedentemente sono sotto riportati:

ε	deformazione del calcestruzzo;
ε_{cc}	deformazione del calcestruzzo confinato al picco di resistenza;
f_{cc}	resistenza a compressione cilindrica del calcestruzzo confinato;
ε_{ccu}	deformazione ultima del calcestruzzo confinato.
f_{yk}	tensione di snervamento;
ϕ_{st}	diametro armatura trasversale;
ϕ_{long}	diametro armatura longitudinale;
A_{st}	Area dell'armatura trasversale;
s	passo dell'armatura trasversale;
f_{1x}	pressione di confinamento nella direzione x
f_{1y}	pressione di confinamento nella direzione y

2.2.1 Kent - Park (1971)

Il modello di Kent-Park del 1971 è il primo modello che considera il confinamento del calcestruzzo dovuto all'armatura trasversale.

Si considera una sezione rettangolare in cui b_0 e h_0 sono rispettivamente le dimensioni della sezione di calcestruzzo interno all'armatura trasversale.

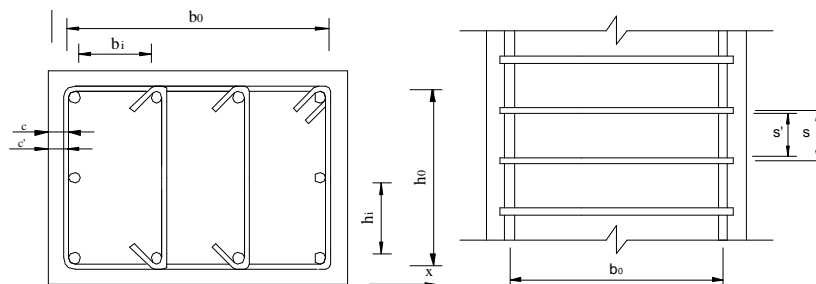


Figura 2.2- Sezione di una colonna rettangolare

I rapporti volumetrici di armatura si determinano tramite le seguenti relazioni:

$$\rho_{st,x} = \frac{A_{st,x}}{h_0 s} \quad \rho_{st,y} = \frac{A_{st,y}}{b_0 s} \quad (2.22)$$

In cui $A_{st,x}$ e $A_{st,y}$ è l'area complessiva delle barre trasversali rispettivamente in direzione x e y, ed s il passo delle staffe.

Il legame costitutivo tensione-deformazione del calcestruzzo compresso proposto da Kent-Park nel 1971 è caratterizzato da tre diversi tratti. Il primo è rappresentato da una parabola di secondo grado, il secondo da un segmento di retta decrescente ed il terzo da un segmento di retta caratterizzato da un valore costante della tensione pari al 20% della tensione massima.

Il tratto ascendente della curva, rappresentato da legge parabolica, non risente dell'effetto di confinamento infatti sia per il calcestruzzo confinato che per il calcestruzzo non confinato la curva risulta essere la medesima (di fatto infatti la deformazione $\varepsilon_c=0,002$ si basa su una supposizione comunemente fatta per il calcestruzzo non confinato). La relazione matematica che governa questo tratto di curva è la seguente:

$$\sigma_{cc} = f_c \left[2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2 \right] \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad (2.23)$$

Il secondo tratto della curva, facente parte del ramo post-picco, è governato da una legge lineare, ottenibile graficamente dal valore della deformazione del calcestruzzo quando la tensione di confinamento raggiunge il 50% della tensione al picco di resistenza:

$$\sigma_{cc} = f_c \left[1 - 0,5 \frac{\varepsilon - \varepsilon_c}{\varepsilon_{c50} - \varepsilon_{50,h} - \varepsilon_c} \right] \quad \text{per} \quad \varepsilon_c \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{c20} \quad (2.24)$$

La deformazione in corrispondenza della quale si dimezza la tensione, si ottiene tramite la seguente relazione:

$$\varepsilon_{c50} = \frac{3 + 0,29 f_c}{145 f_c - 1000} \quad (2.25)$$

mentre

$$\varepsilon_{50,h} = 0,75 \rho_{st} \sqrt{\frac{b}{s}} \quad (2.26)$$

L'espressione di $\varepsilon_{50,h}$ è stata proposta con riferimento a sezioni quadrate con nucleo cerchiato di lato b .

Nel caso di sezioni rettangolari si ritiene corretto far riferimento ad una sezione quadrata di uguale area ed assumere:

$$b = \sqrt{b_0 h_0} \quad (2.27)$$

Il tratto orizzontale si suppone mantenga una tensione costante pari a $0,2 f_c$ dalla deformazione corrispondente al 20% della resistenza ε_{c20} all' infinito.

2.2.2 Bertero et al. (1977)

Il confinamento è esercitato sia dall'armatura trasversale che dall'armatura longitudinale. Gli effetti del confinamento forniscono un contributo migliorativo anche sul valore massimo della tensione e sul valore della deformazione ε_c , entrambi maggiori rispetto al caso di calcestruzzo non confinato.

In generale si possono avere differenti quantità d'armatura trasversale nelle direzioni x e y , alle quali corrispondono distinti rapporti volumetrici (equazione 2.16)

Il rapporto geometrico di confinamento tra il passo della staffatura e la dimensione del nucleo confinato è calcolabile mediante la seguente espressione:

$$\lambda = \frac{s}{\min(b_0; h_0)} \quad (2.28)$$

Il rapporto tra l'area delle armature longitudinali e l'area del nucleo della sezione è pari a:

$$\rho_{cc} = \frac{A_{f, long}}{A_{cc}} \quad (2.29)$$

essendo A_{cc} l'area del nucleo della sezione:

$$A_{cc} = b_0 h_0 \quad (2.30)$$

La resistenza del calcestruzzo confinato è ottenuta mediante un coefficiente k che amplifica la resistenza del calcestruzzo non confinato.

$$f_{cc} = k f_c \quad (2.31)$$

con

$$k = 1 + 0,1091(1 - 0,254\lambda) \left(\rho_{st} + \frac{\phi_{st}}{\phi_{long}} \rho_{cc} \right) \frac{f_{yk}}{\sqrt{f_c}} \quad (2.32)$$

La deformazione ε_c a cui corrisponde la massima tensione in assenza di confinamento viene assunta pari a 0,0024. In presenza di confinamento, il modello suggerisce di incrementare tale valore con la relazione:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_c + 0,005(1 - 0,734\lambda) \rho_{st} \frac{f_{yk}}{\sqrt{f_c}} \quad (2.33)$$

Il legame costitutivo tensione-deformazione del calcestruzzo compresso proposto da Bertero et al. è caratterizzato da tre diversi tratti.

Il primo è rappresentato da una parabola di secondo grado, il secondo da un segmento di retta decrescente ed il terzo da un segmento di retta caratterizzato da un valore costante della tensione pari al 30% della massima. Il legame è quindi descritto dalle relazioni:

$$\sigma_{cc} = f_c \frac{\left[A \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right) - k \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 \right]}{1 + \left(\frac{A}{k} - 2 \right) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)} \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cc} \quad (2.34)$$

$$\sigma_{cc} = \max \begin{cases} f_c k \left[1 - Z \varepsilon_{cc} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} - 1 \right) \right] \\ 0,3 f_c k \end{cases} \quad \text{per} \quad \varepsilon \leq \varepsilon_{cc} \quad (2.35)$$

Il modulo elastico del calcestruzzo E_c tangente all'origine, e i coefficienti A e Z sono definiti come di seguito:

$$E_c = 3820 \sqrt{f_c} \quad (2.36)$$

$$A = \frac{E_c \varepsilon_{cc}}{f_c} \quad (2.37)$$

$$Z = \frac{0,5}{\frac{3 + 0,29 f_c}{145 f_c - 1000} + \frac{3 \rho_{st}}{4 \sqrt{\lambda}} - \varepsilon_c} \quad (2.38)$$

2.2.3 Sheik-Uzumeri (1982)

Questo modello è applicabile solamente per sezioni quadrate.

$$\rho_{st,x} = \frac{A_{st}}{b_0 s} \quad (2.39)$$

Dove b_0 è la dimensione della sezione di calcestruzzo confinato come da Figura 2.2.

$$f_{cc} = f_c k_s \quad (2.40)$$

Dove f_c rappresenta la resistenza a compressione cilindrica del calcestruzzo non confinato e k_s costituisce il fattore di incremento della resistenza che permette di determinare il valore della resistenza a compressione del calcestruzzo confinato f_{cc} .

$$k_s = 1 + \frac{b_0^2}{140 P_{cc}} \left[\left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{b_i^2}{5,5 b_0^2} \right) \left(1 - \frac{s}{2 b_0} \right) \right] \sqrt{\rho_{st} f_{yk}} \quad (2.41)$$

Viene definita una forza di compressione assiale P_{cc} applicata al nucleo di calcestruzzo confinato A_{cc} pari a

$$P_{cc} = f_c A_{cc} \quad (2.42)$$

La deformazione ε_{cc} viene assunta pari a 0,0022.

In presenza di confinamento, il modello suggerisce di incrementare tale valore in funzione dell'incremento di resistenza con la relazione:

$$\varepsilon_{cc} = 80 f_c k_s 10^{-6} \quad (2.43)$$

Viene definita la deformazione corrispondente all'85% della tensione massima attraverso la seguente espressione:

$$\varepsilon_{cc85} = 0,225 \rho_{st} \sqrt{\frac{b_0}{s}} + \varepsilon_{cc2} \quad (2.44)$$

in cui

$$\varepsilon_{cc2} = \varepsilon_{cc1} \left[1 + \frac{248}{b_i} \left[1 - 5 \left(\frac{s}{b_0} \right)^2 \right] \frac{\rho_{st} f_{yk}}{\sqrt{f_c}} \right] \quad (2.45)$$

Viene definito il legame costitutivo del calcestruzzo confinato tramite una curva nella quale si individuano tre diversi tratti.

$$\sigma_{cc} = f_{cc} \left[2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc1}} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc2}} \right)^2 \right] \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cc1} \quad (2.46)$$

$$\sigma_{cc} = k_s f_{cc} \quad \text{per} \quad \varepsilon_{cc1} < \varepsilon \leq \varepsilon_{cc2} \quad (2.47)$$

$$\sigma_{cc} = f_{cc} \left[1 - Z(\varepsilon - \varepsilon_{cc2}) \right] \quad \text{per} \quad \varepsilon > \varepsilon_{cc2} \quad (2.48)$$

Il parametro Z caratterizza la curva nel ramo in cui il calcestruzzo presenta valori di resistenza residui:

$$Z = \frac{0,5}{\frac{3}{4} \rho_{st} \sqrt{\frac{b_0}{s}}} \quad (2.49)$$

2.2.4 Kent-Park modificato da Scott et al (1982)

Scott et al nel 1982 apportano delle modifiche al modello originario di Kent – Park. La modifica principale riguarda il calcolo delle pressioni di confinamento, che tiene conto dell'area efficacemente confinata.

Il modo di procedere cui si era giunti in precedenza può essere generalizzato, considerando un coefficiente di efficacia complessivo α , che tiene conto dell'efficacia delle staffe lungo lo sviluppo dell'elemento e nel piano della sezione trasversale.

Indicando con $b_i \equiv h_i$ distanza tra due barre adiacenti bloccate da staffe o tirantini, l'altezza di ciascun segmento parabolico è pari a $b_i/4$

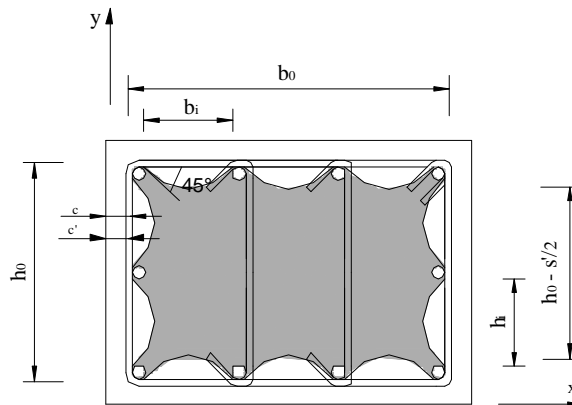


Figura 2.3- Area di volume efficacemente confinata, Sezione orizzontale

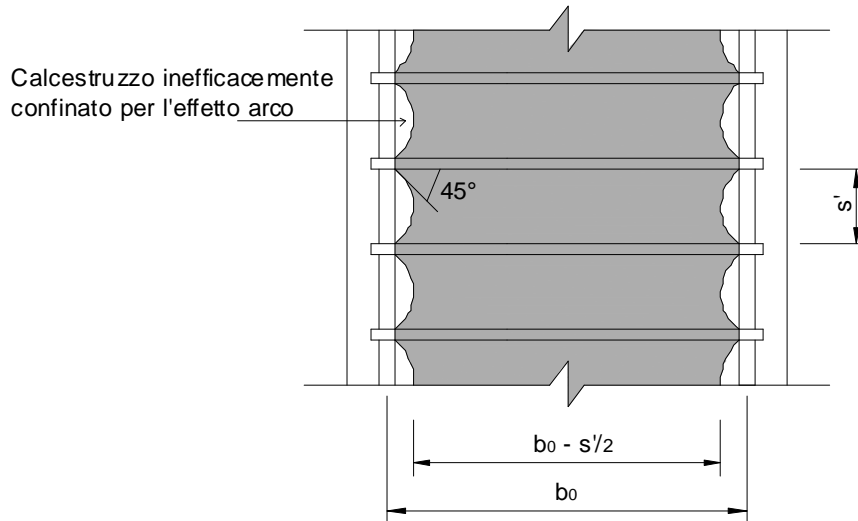


Figura 2.4 – Area di volume efficacemente confinata, sezione verticale

Ricordando che l'altezza media di un segmento parabolico è $2/3$ dell'altezza massima, l'area inefficace nel piano della staffa risulta:

$$A_{in(n)} = \sum_{i=1}^n \frac{2}{3} b_i \frac{b_i}{4} = 1 - \sum_{i=1}^n \frac{b_i^2}{6b_0 h_0} \quad (2.50)$$

Segue che, l'area della sezione trasversale effettivamente confinata è:

$$A_{e(n)} = A_{cc} - A_{in(n)} = b_0 h_0 \left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{b_i^2}{6b_0 h_0} \right) \quad (2.51)$$

Essendo A_{cc} , l'area del nucleo della sezione:

$$A_{cc} = b_0 h_0 \quad (2.52)$$

Nella sezione con minimo confinamento, cioè quella equidistante tra due staffe consecutive, l'area confinata vale:

$$A_{e(s)} = \left(b_0 - \frac{s'}{2}\right) \left(h_0 - \frac{s'}{2}\right) = A_{cc} \left(1 - \frac{s'}{2b_0}\right) \left(1 - \frac{s'}{2h_0}\right) \quad (2.53)$$

Per una sezione rettangolare l'area effettivamente confinata è data dalla relazione:

$$A_e = A_{cc} \left[\left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{b_i^2}{6b_0h_0}\right) \left(1 - \frac{s'}{2b_0}\right) \left(1 - \frac{s'}{2h_0}\right) \right] \quad (2.54)$$

Le tensioni di confinamento nelle due direzioni vengono ottenuti attraverso delle equazioni di equilibrio alla traslazione.

Per sezione rettangolari si ha:

$$f_{yk} A_{st,x} = f_{lx} s' h_0 \quad \text{direzione x} \quad (2.55)$$

$$f_{yk} A_{st,y} = f_{ly} s' b_0 \quad \text{direzione y} \quad (2.56)$$

Dalle quali si ricavano

$$f_{lx} = \frac{A_{st,x} f_{yk}}{h_0 s'} = \frac{(A_{st,x} b_0) f_{yk}}{b_0 h_0 s'} = \rho'_{st,x} f_{yk} \quad (2.57)$$

$$f_{ly} = \frac{A_{st,y} f_{yk}}{b_0 s'} = \frac{(A_{st,y} h_0) f_{yk}}{b_0 h_0 s'} = \rho'_{st,y} f_{yk} \quad (2.58)$$

se con $\omega_{st,x}$ si indica il rapporto meccanico delle staffe in direzione x o in direzione y:

$$\omega'_{st,x} = \rho'_{st,x} \frac{f_{yk}}{f_c} = \frac{A_{st,x} f_{yk}}{h_0 s' f_c} \quad \text{in direzione x} \quad (2.59)$$

$$\omega'_{st,y} = \rho'_{st,y} \frac{f_{yk}}{f_c} = \frac{A_{st,y} f_{yk}}{b_0 s' f_c} \quad \text{in direzione y} \quad (2.60)$$

sostituendo si ricava, il valore della tensione di compressione trasversale in direzione x:

$$f_{lx} = \rho'_{st,x} f_{yk} = \omega'_{st,x} f_c \quad (2.61)$$

mentre la stessa in direzione y:

$$f_{ly} = \rho'_{st,y} f_{yk} = \omega'_{st,y} f_c \quad (2.62)$$

Le effettive pressioni di confinamento nelle due direzioni x e y, si ottengono come di seguito:

$$f_{lex} = f_{lx} \alpha = \rho'_{st,x} f_{yk} \alpha \quad (2.63)$$

$$f_{ley} = f_{ly} \alpha = \rho'_{st,y} f_{yk} \alpha \quad (2.64)$$

in cui α è un coefficiente definito dal rapporto tra l'area di calcestruzzo efficacemente confinata e l'area nominale di calcestruzzo confinato ed è definita dalla relazione:

$$\alpha = \frac{A_e}{A_{cc}} \quad (2.65)$$

Il coefficiente α per una sezione rettangolare confinata da staffe assume la seguente espressione:

$$\alpha = \left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{b_i^2}{6b_0 h_0}\right) \left(1 - \frac{s'}{2b_0}\right) \left(1 - \frac{s'}{2h_0}\right) \quad (2.66)$$

e questa, implica che il confinamento diventi inefficace quando $s' \geq 2b_0$ o $s \geq 2h_0$.

La resistenza del calcestruzzo confinato è espressa in funzione di quella del calcestruzzo non confinato mediante la relazione:

$$f_{cc} = f_c (1 + \omega'_{st} \alpha) \quad (2.67)$$

Si può esprimere la resistenza del calcestruzzo confinato in funzione di quella del calcestruzzo non confinato con la relazione:

$$f_{cc} = k f_c \quad (2.68)$$

nella quale k dipende dal rapporto meccanico delle staffe ω_{st}

$$k = 1 + \omega'_{st} \alpha \quad (2.69)$$

La deformazione ε_c cui in assenza di confinamento corrisponde la massima tensione e può essere assunta pari a 0,002 nel legame semplificato parabola-rettangolo.

In presenza di confinamento, il modello suggerisce di incrementare tale valore in funzione dell'incremento di resistenza con la relazione:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_c k \quad (2.70)$$

La curva $\sigma - \varepsilon$ di Kent Park modificato da Scott et al, è caratterizzato da tre diversi tratti.

Il legame è quindi descritto dalle relazioni:

$$\sigma_{cc} = f_{cc} \left[2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 \right] \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad (2.71)$$

$$\sigma_{cc} = \max \left\{ \begin{array}{l} f_{cc} \left[1 - 0,5 \frac{\varepsilon - \varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{cc050} - \varepsilon_{cc}} \right] \\ 0,2 f_c \end{array} \right. \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad (2.72)$$

Si noti che il tratto parabolico del legame di Kent – Park modificato, può essere ottenuto a partire dalla legge di Sargin ponendo $A=2$, $D=0$. La pendenza del tratto decrescente è definita in modo tale che la tensione si dimezzi (cioè sia pari $0,50 f_{cc}$) in corrispondenza della deformazione ε_{cc} .

In assenza di confinamento, questa deformazione è pari a:

$$\varepsilon_{c50} = \frac{3 + 0,29 f_c}{145 f_c - 1000} \quad (2.73)$$

In presenza di confinamento tale deformazione cresce per il contributo delle staffe:

$$\varepsilon_{cc50} = \varepsilon_{c50} + \varepsilon_{50,h} \quad (2.74)$$

$$\varepsilon_{50,h} = 0,75 \rho_{st} \sqrt{\frac{b}{s}} \quad (2.75)$$

L'espressione di $\varepsilon_{50,h}$ è stata proposta con riferimento a sezioni quadrate con nucleo cerchiato di lato b . Nel caso di sezioni rettangolari si ritiene corretto far riferimento ad una sezione quadrata di uguale area.

2.2.5 Mander, Priestley and Park (1988)

Secondo tale modello, il comportamento del calcestruzzo confinato sottoposto ad un carico di compressione monotono è descrivibile con un'unica relazione:

$$\sigma_{cc} = f_{cc} \frac{r \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}}}{r - 1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^r} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{ccu} \quad (2.76)$$

In cui:

$$f_{cc} = f_c \left(2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f_{le}}{f_c}} - 2 \frac{f_{le}}{f_c} - 1.254 \right) \quad (2.77)$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon [1 + 5(k - 1)] \quad (2.78)$$

Il coefficiente r è determinato in funzione del modulo elastico tangente all'origine E_c del calcestruzzo del modulo elastico secante E_{sec} corrispondente alla massima tensione:

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (2.79)$$

con

$$E_c = 5000 \sqrt{f_c} \quad (2.80)$$

$$E_{\text{sec}} = \frac{f_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \quad (2.81)$$

L'equazione (2.77) è valida solamente per sezioni circolari, pertanto per determinare la resistenza a compressione del calcestruzzo confinato per colonne a sezioni rettangolari si utilizza un abaco che consente di calcolare il coefficiente k , che consente il calcolo di f_{cc} (2.82) e di ε_{cc} (2.78).

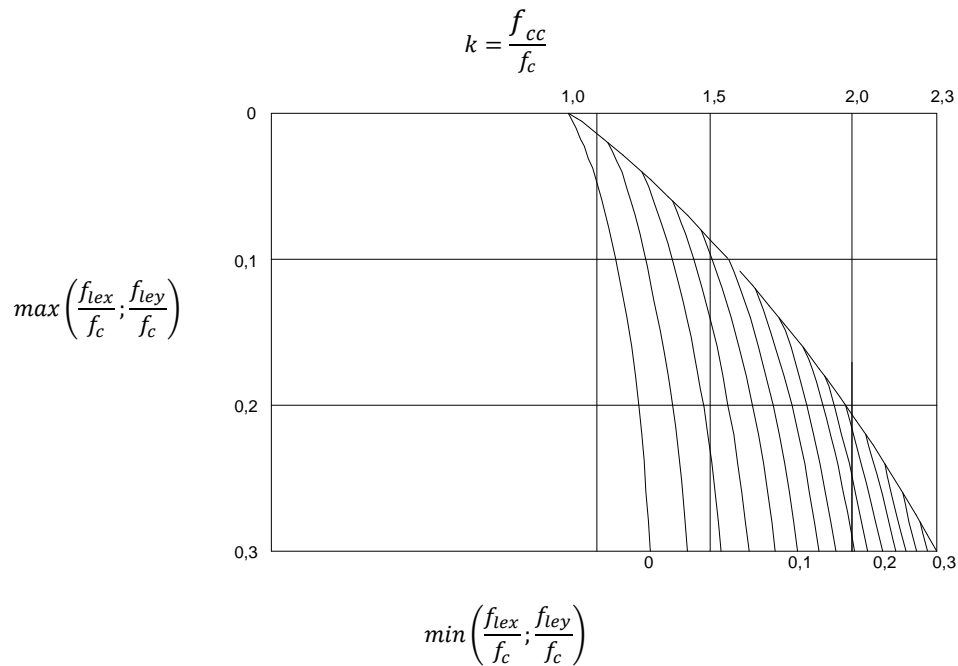


Figura 2.5 - Abaco per la determinazione della resistenza del calcestruzzo confinato per le sezioni rettangolari in funzione di f_{lex} e f_{ley} .

$$f_{cc} = k f_c \quad (2.82)$$

Per l'utilizzo dell'abaco è indispensabile il calcolo delle pressioni di confinamento effettive secondo le due direzioni.

Le pressioni di confinamento possono essere calcolati attraverso le espressioni (2.63) e (2.64).

Per quando riguarda la deformazione ultima Priestley, assume che in assenza di confinamento essa sia pari a 0,004.

L'incremento dovuto al confinamento viene invece determinato rifacendosi a un suggerimento di Mander, partendo dalla considerazione che la rottura del calcestruzzo confinato corrisponde alla crisi delle staffe di confinamento, cioè al raggiungimento della deformazione ultima ε_{su} .

Quindi secondo Mander la deformazione ultima a compressione di una sezione è definita come la tensione in corrispondenza della quale si verifica lo snervamento della prima staffa.

Uguagliando l'energia necessaria per portare a rottura la staffa a quella che corrisponde alla deformazione del calcestruzzo del nucleo, si ha:

$$\varepsilon_{ccu} = \varepsilon_{cu} + \frac{1,4 \rho_{st} f_{yk}}{f_{cc}} \varepsilon_{su} = \varepsilon_{cu} + \frac{1,4 \omega_{st}}{k} \varepsilon_{su} \quad (2.83)$$

2.2.6 Yong, Nour e Nawy (1988)

Tale modello è applicabile solamente per colonne con sezioni quadrate.

La resistenza del calcestruzzo confinato è espressa in funzione di quella del calcestruzzo non confinato mediante la relazione:

$$f_{cc} = f_c k_s \quad (2.84)$$

Il fattore incremento della resistenza è ottenuto attraverso la relazione:

$$k_s = 1 + 0,11 \left(1 - \frac{0,254s}{h''} \right) \left(\rho_{st} + \frac{n_{st} \phi_{st}}{0,31496s \phi_{long}} \rho_{cc} \right) \frac{f_{yk}}{\sqrt{f_c}} \quad (2.85)$$

Dove h'' è la distanza tra le armature trasversali al netto delle stesse armature.

Yong et al, suggeriscono di utilizzare come valore di ε_c 0,00265.

In presenza di confinamento, il modello suggerisce di incrementare tale valore in funzione dell'incremento di resistenza con la relazione:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_c + \frac{0,0035 \left(1 - \frac{0,734s}{h''}\right) (145 \rho_{st} f_{yk})^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{145 f_c}} \quad (2.86)$$

Il modulo di elasticità iniziale del calcestruzzo è calcolato attraverso la relazione:

$$E_c = 36,78 w_c^{1.5} \sqrt{f_c} \quad (2.87)$$

dove

w_c rappresenta la densità del calcestruzzo.

Le equazioni di governo della curva vengono di seguito rappresentate:

$$\sigma_{cc} = f_{cc} \frac{A \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} + B \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}}\right)^2}{1 + (A-2) \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} + (B+1) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}}\right)^2} \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cc} \quad (2.88)$$

$$\sigma_{cc} = \max \begin{cases} f_{cc} \frac{C \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} + D \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}}\right)^2}{1 + (C-2) \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} + (D+1) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}}\right)^2} & \text{per} \quad \varepsilon > \varepsilon_{cc} \\ 0,30 f_{cc} \end{cases} \quad (2.89)$$

I coefficienti che caratterizzano le curve si calcolano come di seguito:

$$A = E_c \frac{\varepsilon_{cc}}{f_{cc}} \quad (2.90)$$

$$B = \left[\frac{(A-1)^2}{0,55} \right] - 1 \quad (2.91)$$

$$C = \frac{(\varepsilon_{2i} - \varepsilon_i)}{\varepsilon_{cc}} \left[\frac{\varepsilon_{2i} E_i}{(f_{cc} - f_i)} - \frac{4\varepsilon_i E_{2i}}{(f_{cc} - f_{2i})} \right] \quad (2.92)$$

$$D = (\varepsilon_i - \varepsilon_{2i}) \left[\frac{E_i}{f_{cc} - f_i} - \frac{4E_{2i}}{f_{cc} - f_{2i}} \right] \quad (2.93)$$

con:

$$f_i = f_{cc} \left[0,25 \left(\frac{f_c}{f_{cc}} \right) + 0,4 \right] \quad (2.94)$$

$$\varepsilon_i = k_s \left[1,4 \left(\frac{\varepsilon_{cc}}{k_s} \right) + 0,0003 \right] \quad (2.95)$$

$$f_{2i} = f_{cc} \left[0,0025 \left(\frac{f_c}{1000} \right) - 0,065 \right] \geq 0,3 f_{cc} \quad (2.96)$$

$$\varepsilon_{2i} = 2\varepsilon_i - \varepsilon_{cc} \quad (2.97)$$

$$E_i = \frac{f_i}{\varepsilon_i} \quad (2.98)$$

$$E_{2i} = \frac{f_{2i}}{\varepsilon_{2i}} \quad (2.99)$$

2.2.7 Eurocodice 2

Il modello di legame costitutivo tensioni - deformazioni proposto dall' Eurocodice 2 per il calcestruzzo compresso confinato è descritto dalla relazione:

$$\sigma_{cc} = f_{cc} \frac{A \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^2}{1 + (A - 2) \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}}} \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{ccu} \quad (2.100)$$

dove:

$$A = \frac{E_c \varepsilon_{cc}}{f_{cc}} \quad (2.101)$$

Occorre evidenziare che il ramo finale, fortemente decrescente, di questo legame porta le tensioni ad annullarsi per una deformazione pari ad $A \varepsilon_{cc}$.

$$\varepsilon_{ccu} = \begin{cases} \varepsilon_{cu} + 0,1\alpha\omega'_{st} \\ A\varepsilon_{cc} \end{cases} \quad (2.102)$$

Con α calcolato attraverso l'espressione (2.66).

Il modulo di elasticità viene valutato attraverso la seguente espressione:

$$E_c = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} \quad (2.103)$$

La resistenza del calcestruzzo confinato è:

$$f_{cc} = k f_c \quad (2.104)$$

nella quale k dipende dal rapporto meccanico delle staffe ω_{st}

$$k = \begin{cases} 1,000 + 2,50\alpha\omega'_{st} \\ 1,125 + 1,25\alpha\omega'_{st} \end{cases} \quad (2.105)$$

La deformazione ε_c in assenza di confinamento può essere assunta pari a 0,002. Ma è anche possibile valutarla attraverso la seguente espressione:

$$\varepsilon_c = 0,0007 f_{cm}^{0,31} \quad (2.106)$$

Essendo f_{cm} il valore medio della resistenza cilindrica a compressione in assenza di confinamento.

Invece la deformazione ε_{cc} è pari a:

$$\varepsilon_{cc} = k^2 \varepsilon_c \quad (2.107)$$

Invece

$$\varepsilon_{ccu} = \varepsilon_{cu} + 0,2 \frac{f_{le}}{f_c} = \varepsilon_{cu} + 0,1\alpha\omega'_{st} \quad (2.108)$$

L'Eurocodice 2 suggerisce di assumere 0,0035 come valore di deformazione ultima ε_{ccu} (per calcestruzzi di classe non superiore a C50/60).

2.2.8 Kappos – Kostantinidis (1992)

Il modello di Kappos – Kostantinidis è descritto dalle seguenti relazioni:

$$\sigma_{cc} = \frac{f_{cc} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right) \left(\frac{E_c}{E_c - E_p} \right)}{\left(\frac{E_c}{E_c - E_p} \right) - 1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^{\frac{E_c}{E_c - E_p}}} \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cc} \quad (2.109)$$

$$\sigma_{cc} = \max \begin{cases} f_{cc} \left[1 - 0,5 \frac{\varepsilon - \varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{cc50} - \varepsilon_{cc}} \right] \\ 0,3 f_{cc} \end{cases} \quad \text{per} \quad \varepsilon > \varepsilon_{cc} \quad (2.110)$$

dove:

$$\varepsilon_{cc50} = \varepsilon_{c0} + 0,0911(\omega_{st} \alpha)^{0,8} \quad (2.111)$$

$$E_c = 22000 \left(\frac{f_{c0}}{10} \right)^{0,3} \quad (2.112)$$

$$E_p = \left(\frac{f_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \right) \quad (2.113)$$

$$f_{cc} = f_{c0} + 10,3(\rho_{st} \alpha f_{yk})^{0,4} \quad (2.114)$$

$$f_{c0} = 0,85 f_c \quad (2.115)$$

$$\varepsilon_{c0} = \frac{0,70(f_{c0})^{0,31}}{1000} \quad (2.116)$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{c0} \left[1 + 31,83(\omega_{st} \alpha)^{1,9} \right] \quad (2.117)$$

2.2.9 Saatcioglu e Razvi (1992)

Questo modello si basa sulla considerazione che le staffe esercitano una maggiore pressione di confinamento agli spigoli, mentre la sua azione risulta più blanda nelle zone mediane.

Agli spigoli la pressione di confinamento risente soprattutto della forza assiale sulla staffa che cresce con il livello di resistenza raggiunto e con le dimensioni della sezione.

L'azione di confinamento nelle zone mediane invece è strettamente legata alla rigidezza flessionale della staffa e quindi alla dimensione della staffa e alla distanza tra i ferri longitudinali.

Secondo tali concetti per aumentare ulteriormente l'azione confinante si possono aggiungere barre longitudinali e cravatte trasversali, tanto più aumentano le barre longitudinali e le cravatte tanto più ci si avvicina a una distribuzione uniforme delle pressioni laterali nel piano.

Rimane comunque aperta la questione relativa all'andamento delle pressioni lungo l'altezza, in cui il parametro caratterizzante è il passo delle staffe.

Dall'osservazione di un gran numero di prove sperimentali, Saatcioglu e Razvi (1992) arrivano alla conclusione che la pressione media non è rappresentativa del reale confinamento e porta di conseguenza a sovrastimarne gli effetti. Per ovviare a tali problemi definiscono una pressione uniforme equivalente

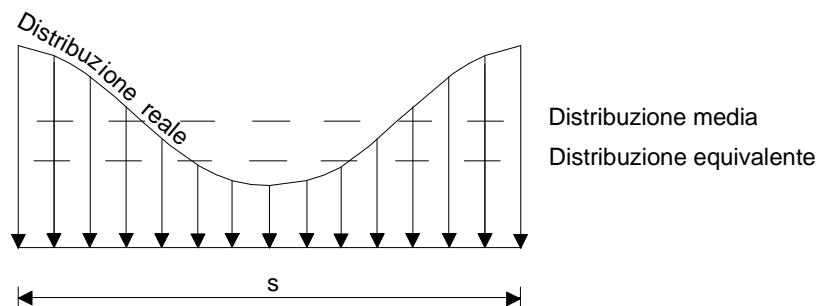


Figura 2.6 - Distribuzioni della pressione laterale

cioè quella pressione che ottiene gli stessi effetti della legge reale di distribuzione.

Il calcolo della pressione uniforme viene fatto attraverso l'introduzione del coefficiente di riduzione k_2 ($k_2 < 1$), ottenuto con una regressione su un numero elevato di dati sperimentali ed espresso dalla seguente relazione:

$$k_2 = 0,26 \sqrt{\frac{b_0}{s} \frac{b_0}{b_i} \frac{1}{f_1}} \quad (2.118)$$

Dove

b_i è la distanza tra le barre longitudinali

- s il passo delle staffe
 f_l la pressione laterale media.

Nelle colonne a sezione rettangolare i livelli di confinamento relativi alle due direzioni ortogonali dei lati sono in generale diversi.

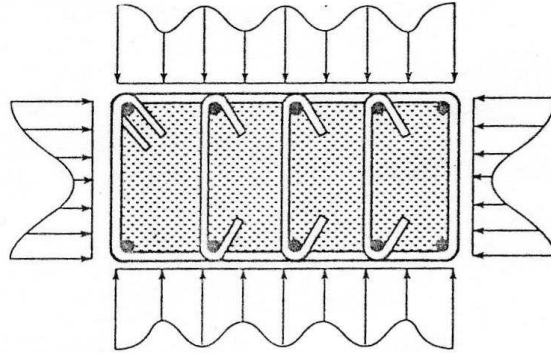


Figura 2.7 – Distribuzione della pressione laterale in colonne rettangolari armate con staffe e cravatte

Dato che sperimentalmente le pressioni di confinamento risultano approssimativamente proporzionali alle dimensioni del nucleo della sezione, è possibile calcolare la pressione laterale equivalente attraverso la media pesata, dove per peso si ha la somma delle dimensioni della sezione.

$$f_{le} = \frac{f_{lex}b_0 + f_{ley}h_0}{b_0 + h_0} \quad (2.119)$$

in cui f_{lex} e f_{ley} sono rispettivamente le pressioni laterali equivalenti lungo le direzioni x e y mentre b_0 e h_0 i lati del nucleo nelle due direzioni.

Le pressioni laterali equivalenti lungo le due direzioni x e y sono calcolate attraverso le espressioni di seguito riportate:

$$f_{lex} = 2f_{lx}k_{2x} \quad (2.120)$$

$$f_{ley} = 2f_{ly}k_{2y} \quad (2.121)$$

dove i coefficienti di riduzione k_{2x} e k_{2y} valgono:

$$k_{2x} = 0,26 \sqrt{\frac{h_0}{s} \frac{h_0}{h_i} \frac{1}{f_{lx}}} \quad (2.122)$$

$$k_{2y} = 0,26 \sqrt{\frac{b_0}{s} \frac{b_0}{b_i} \frac{1}{f_{ly}}} \quad (2.123)$$

dove:

b_i e h_i sono le distanze tra le barre longitudinali rispettivamente in direzione x e y;

b_0 e h_0 le dimensioni della staffa;

s il passo.

La resistenza del calcestruzzo confinato vale:

$$f_{cc} = f_c \left[1 + \left(\frac{k_1 f_{le}}{f_c} \right) \right] \quad (2.124)$$

con

$$k_1 = 6,7 (f_{le})^{-0,17} \quad (2.125)$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_c (1 + 5K) \quad (2.126)$$

$$K = \frac{k_1 f_{le}}{f_c} \quad (2.127)$$

Il legame costitutivo σ - ε è espresso attraverso le seguenti relazioni:

$$\sigma_{cc} = f_{cc} \left[2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 \right] \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cc} \quad (2.128)$$

$$\sigma_{cc} = \max \begin{cases} f_{cc} \left[1 - 0,15 \frac{\varepsilon - \varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{cc85} - \varepsilon_{cc}} \right] \\ 0,2 f_{cc} \end{cases} \quad \text{per} \quad \varepsilon > \varepsilon_{cc} \quad (2.129)$$

La deformazione che si ha all' 85% di f_{cc} , è data dalla seguente relazione:

$$\varepsilon_{cc85} = \varepsilon_{c85} + (260 \rho_{st} \varepsilon_{cc}) \quad (2.130)$$

In assenza di dati sperimentali, ε_{c85} può essere assunto pari a 0,00306.

2.2.10 Cusson e Paultre (1995)

Cusson e Paultre (1995) hanno evidenziato che calcolare la pressione laterale di confinamento, ipotizzando che l'armatura trasversale lavori sempre alla tensione di snervamento dell'acciaio, comporta una impropria descrizione fisica del problema del confinamento (sottolineata da altri autori come Ahmad e Shah (1982) e Madas e Elnashai (1992)) e può generare importanti errori di calcolo, specialmente nel caso di colonne HSC confinate da acciaio con elevata resistenza allo snervamento. Per quanto detto, nel caso di sezioni rettangolari, Cusson e Paultre (1995) suggeriscono di determinare la pressione laterale di confinamento attraverso la seguente formula:

$$f_{le} = \frac{f_{yk}}{s} \left(\frac{A_{st,x} + A_{st,x}}{b_0 + h_0} \right) \quad (2.131)$$

Utilizzando il concetto di coefficiente di confinamento effettivo, precedentemente esposto (legame di Saatcioglu e Razvi), la pressione laterale di confinamento effettivo risulta:

$$f_{le} = k_e f_l \quad (2.132)$$

Il coefficiente k_e per una sezione rettangolare confinata da staffe assume la seguente espressione:

$$k_e = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{b_i^2}{6b_0 h_0}\right) \left(1 - \frac{s'}{2b_0}\right) \left(1 - \frac{s'}{2h_0}\right)}{(1 - \rho_{cc})} \quad (2.133)$$

Per sezioni quadrate, l'equazione (2.131) si particolarizza:

$$f_{le} = k_e \frac{f_l}{s} \frac{A_{st}}{b_0} \quad (2.134)$$

Il coefficiente k_e per una sezione quadrata diventa:

$$k_e = \frac{A_e}{A_{c,nom}} = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{b_i^2}{6b_0}\right) \left(1 - \frac{s'}{2b_0}\right)^2}{(1 - \rho_{cc})} \quad (2.135)$$

dove ρ_{cc} è il rapporto tra l'area delle armature longitudinali e l'area del nucleo della sezione:

$$\rho_{cc} = \frac{A_{f,long}}{A_{cc}} \quad (2.136)$$

La resistenza del calcestruzzo confinato è pari a:

$$f_{cc} = f_c \left[1,0 + 2,1 \left(\frac{f_{le}}{f_c} \right)^{0,7} \right] \quad (2.137)$$

La deformazione ε_{cc} è calcolabile:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_c + 0,21 \left(\frac{f_{le}}{f_{cc}} \right)^{1,7} \quad (2.138)$$

Secondo tale modello si possono osservare due rami distinti della curva tensione-deformazione, espressi da due funzioni non lineari, una per la parte ascendente e una per quella discendente.

Il tratto ascendente viene descritto con la relazione originariamente suggerita da Popovics (1973) :

$$\sigma_{cc} = f_{cc} \left[\frac{k \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)}{k-1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^k} \right] \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cc} \quad (2.139)$$

$$\sigma_{cc} = f_{cc} e^{\left[k_1 (\varepsilon - \varepsilon_{cc})^{k_2} \right]} \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cc} \quad (2.140)$$

dove

$$k = \frac{E_c}{E_c - \left(\frac{f_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \right)} \quad (2.141)$$

E_c modulo elastico tangente all'origine del calcestruzzo.

$$k_1 = \frac{\ln 0,5}{(\varepsilon_{cc50} - \varepsilon_{cc})^{k_2}} \quad (2.142)$$

$$k_2 = 0,58 + 16 \left(\frac{f_{le}}{f_c} \right)^{1,4} \quad (2.143)$$

$$\varepsilon_{cc50} = \varepsilon_{c50} + 0,15 \left(\frac{f_{le}}{f_c} \right)^{1,1} \quad (2.144)$$

2.2.11 Hong - Han (2005)

Questo modello descrive la curva del legame sforzo-deformazione attraverso due diverse relazioni, la prima parte caratterizzata da una equazione di tipo parabolica, la seconda parte della curva invece da una equazione lineare:

$$\sigma_{cc} = f_{cc} \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^A \right] \right\} \quad \text{per} \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cc} \quad (2.145)$$

$$\sigma_{cc} = f_{cc} - E_{des} (\varepsilon - \varepsilon_{cc}) \quad \text{per} \quad \varepsilon > \varepsilon_{cc} \quad (2.146)$$

Dove:

$$A = \frac{E_c \varepsilon_{cc}}{f_{cc}} \quad (2.147)$$

$$E_{des} = 0,026 \frac{(f_{cc})^3}{(f_{le})^{0,4}} \quad (2.148)$$

$$E_c = 3320 \sqrt{f_{c0}} + 6900 \quad (2.149)$$

La resistenza del calcestruzzo confinato è pari:

$$f_{cc0} = f_{c0} \left[1 + 4,1 \left(\frac{f_{le}}{f_{c0}} \right)^{0,7} \right] \quad (2.150)$$

dove:

f_{c0} è calcolabile con la relazione di Kappos-Kostantinidis (2.115);

f_{le} può essere ricavata attraverso la relazione di Cusson – Paultre (2.132).

La deformazione ε_{cc} vale:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_c + 0,015 \left(\frac{f_{le}}{f_{c0}} \right)^{0,56} \quad (2.151)$$

La deformazione in assenza di confinamento può essere assunta pari a:

$$\varepsilon_c = 0,0028 - 0,0008k_3 \quad (2.152)$$

con

$$k_3 = \frac{40}{f_{c0}} \leq 1,00 \quad (2.153)$$

2.2.12 Considerazioni finali sui legami di calcestruzzo confinato

Dallo studio effettuato si può asserire che, i parametri generalmente considerati nel confinamento del calcestruzzo, sono i seguenti:

- Diametro dell'armatura trasversale;
- Passo dell'armatura trasversale;
- Snervamento dell'armatura trasversale;
- Configurazione dell'armatura trasversale;
- Quantità di barre di armatura longitudinale;
- Configurazione dell'armatura longitudinale.

Di seguito si riporta una tabella riepilogativa, con l'indicazione dei parametri che i vari autori considerano efficaci nei propri modelli ai fini della definizione della tensione di picco, deformazione corrispondente alla tensione di picco e deformazione ultima.

Modello	Parametri	Diametro dell'armatura trasversale	Passo dell'armatura trasversale	Snervamento dell'armatura trasversale	Configurazione dell'armatura trasversale	Numero di barre dell'armatura longitudinale	Configurazione dell'armatura longitudinale
Kent - Park (1971)	Tensione di picco	-	-	-	-	-	-
	Deformazione al picco di resistenza	-	-	-	-	-	-
	Deformazione ultima	+	+	-	+	-	-
Bertero et al. (1977)	Tensione di picco	+	+	+	+	+	+
	Deformazione al picco di resistenza	+	+	+	+	-	-
	Deformazione ultima	+	+	+	+	-	-
Sheikh - Uzumeri (1982)	Tensione di picco	+	+	+	+	+	+
	Deformazione al picco di resistenza	+	+	+	+	+	+
	Deformazione ultima	+	+	+	+	+	+
Kent - Park modificato da Scott (1982)	Tensione di picco	+	+	+	+	+	+
	Deformazione al picco di resistenza	+	+	+	+	+	+
	Deformazione ultima	+	+	+	+	+	+

2. Confinamento del calcestruzzo: modelli di letteratura e confronto sperimentale

Modello	Parametri	Diametro dell'armatura trasversale	Passo dell'armatura trasversale	Snervamento dell'armatura trasversale	Configurazione dell'armatura trasversale	Numero di barre dell'armatura longitudinale	Configurazione dell'armatura longitudinale
Mander et al. (1988)	Tensione di picco	+	+	+	+	+	+
	Deformazione al picco di resistenza	+	+	+	+	+	+
	Deformazione ultima	+	+	+	+	+	+
Yong et al. (1988)	Tensione di picco	+	+	+	+	+	-
	Deformazione al picco di resistenza	+	+	+	+	-	-
	Deformazione ultima	+	+	+	+	+	-
Eurocodice 2	Tensione di picco	+	+	+	+	+	+
	Deformazione al picco di resistenza	+	+	+	+	+	+
	Deformazione ultima	+	+	+	+	+	+
Kappos-Kostantinidis (1992)	Tensione di picco	+	+	+	+	+	+
	Deformazione al picco di resistenza	+	+	+	+	+	+
	Deformazione ultima	+	+	+	+	+	+
Saatiroglu e Razi (1992)	Tensione di picco	+	+	+	+	+	+
	Deformazione al picco di resistenza	+	+	+	+	+	+
	Deformazione ultima	+	+	+	+	+	+
Cusson e Paultre (1995)	Tensione di picco	+	+	+	+	+	+
	Deformazione al picco di resistenza	+	+	+	+	+	+
	Deformazione ultima	+	+	+	+	+	+
Hong - Han (2005)	Deformazione ultima	+	+	+	+	+	+
	Deformazione al picco di resistenza	+	+	+	+	+	+
	Deformazione ultima	+	+	+	+	+	+

Tabella 2.1 – Indicazione sui parametri più influenti considerati nei legami di calcestruzzo confinato

2.3 I legami ottenuti sperimentalmente nel presente studio.

Nel presente paragrafo verrà descritta la campagna sperimentale effettuata su colonne in c.a. soggette a compressione centrata. Tali prove sono state svolte presso il laboratorio del DICAM (Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale, Aerospaziale, dei Materiali) dell'Università degli Studi di Palermo.

Le prove sono state condotte con l'ausilio di una macchina a controllo di spostamento per determinare sia la fase ascendente della curva tensione-deformazione che la fase post picco, applicando spostamenti monotonicamente in corrispondenza dell'asse della colonna.

Il carico è stato applicato direttamente sul campione tramite delle piastre di ripartizione in acciaio, che evitano fenomeni di concentrazione degli sforzi e conseguenti rotture locali.

2.3.1 Confezionamento dei provini

Le caratteristiche, quali resistenza del calcestruzzo e quantitativo dell'armatura, sono state fissate in modo da conferire alle colonne, diversi comportamenti.

Nello specifico sono stati utilizzati conglomerati cementizi a media e bassa resistenza, combinati con due diverse distribuzioni di armature interne.

Con tale sperimentazione si è osservato l'effetto del confinamento nei diversi casi in maniera tale da confrontare i risultati con i modelli più utilizzati in letteratura.

Le colonne sottoposte a compressione centrata sono di due diverse tipologie:

- Prima serie
- Seconda serie

Per ogni serie sono state effettuate 2 prove di compressione centrata.

Nelle figure seguenti si mostrano gli esecutivi delle colonne.

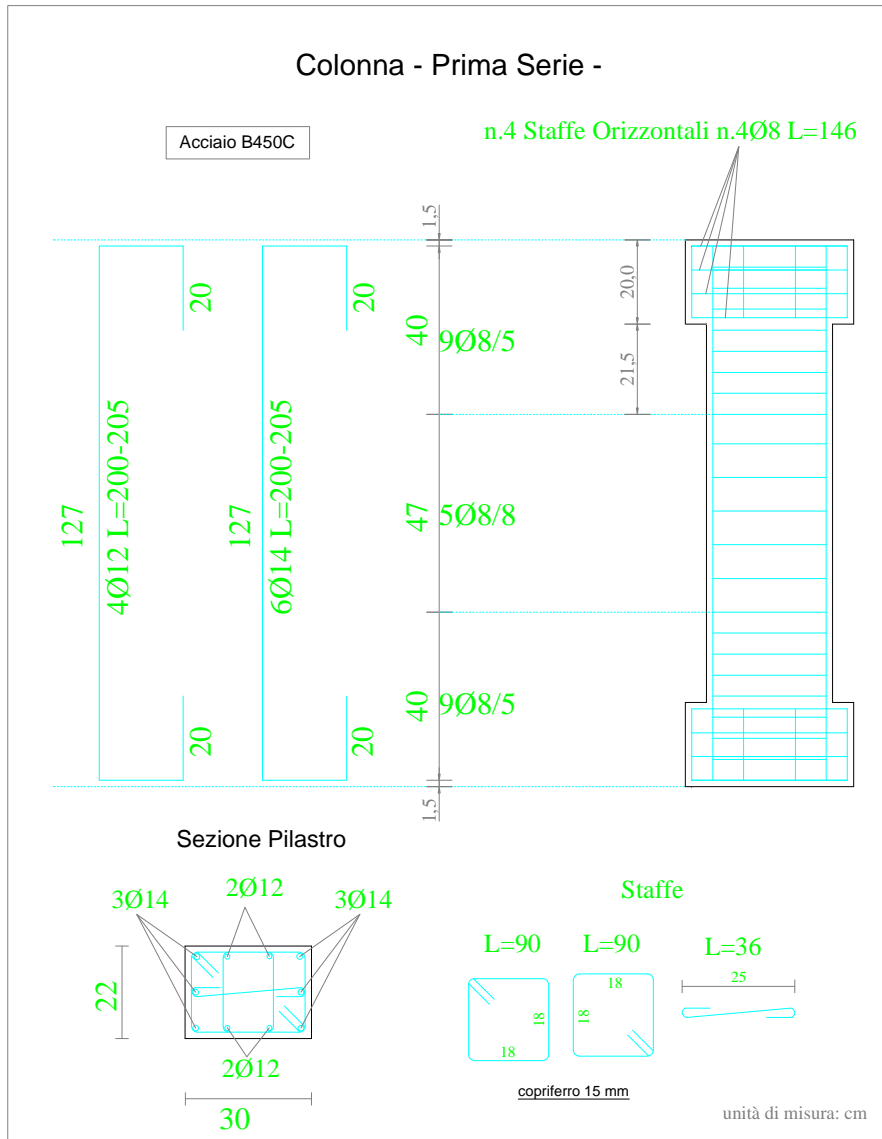


Figura 2.8 – Esecutivi colonne della Prima Serie

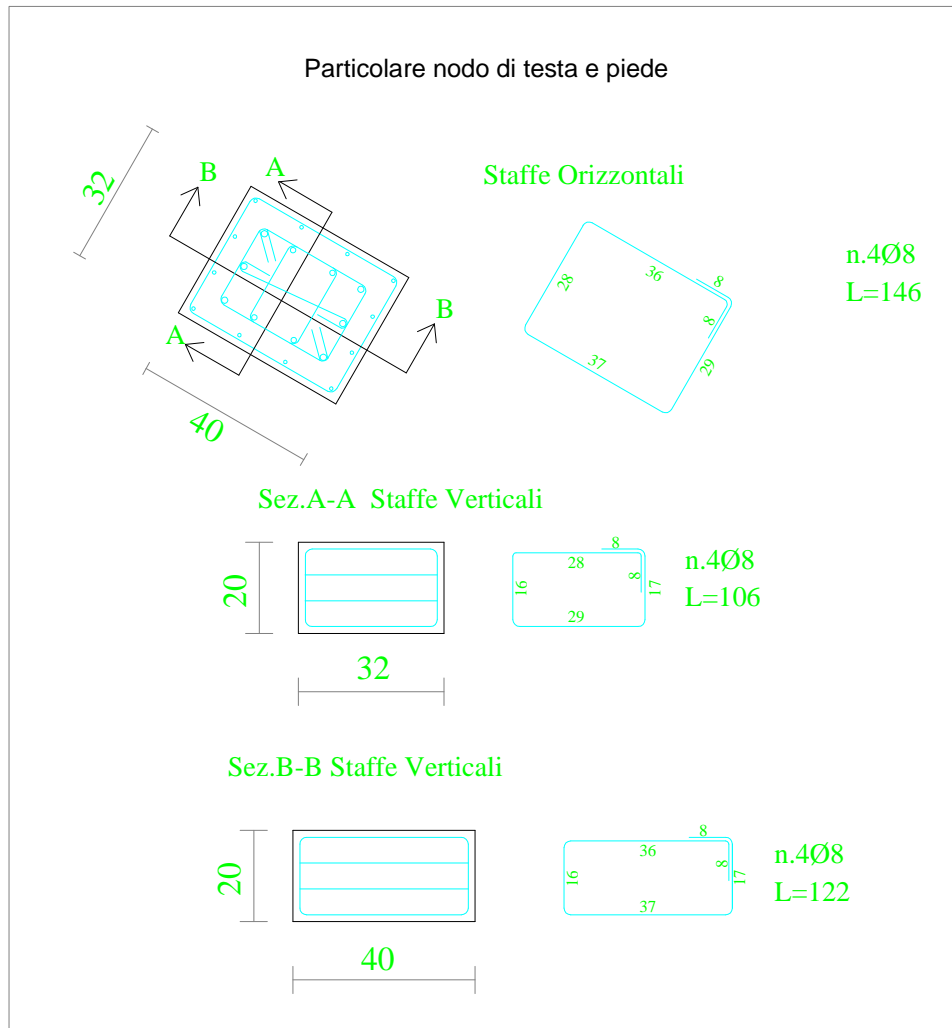


Figura 2.9 – Nodo di testa e piede, colonne Prima serie

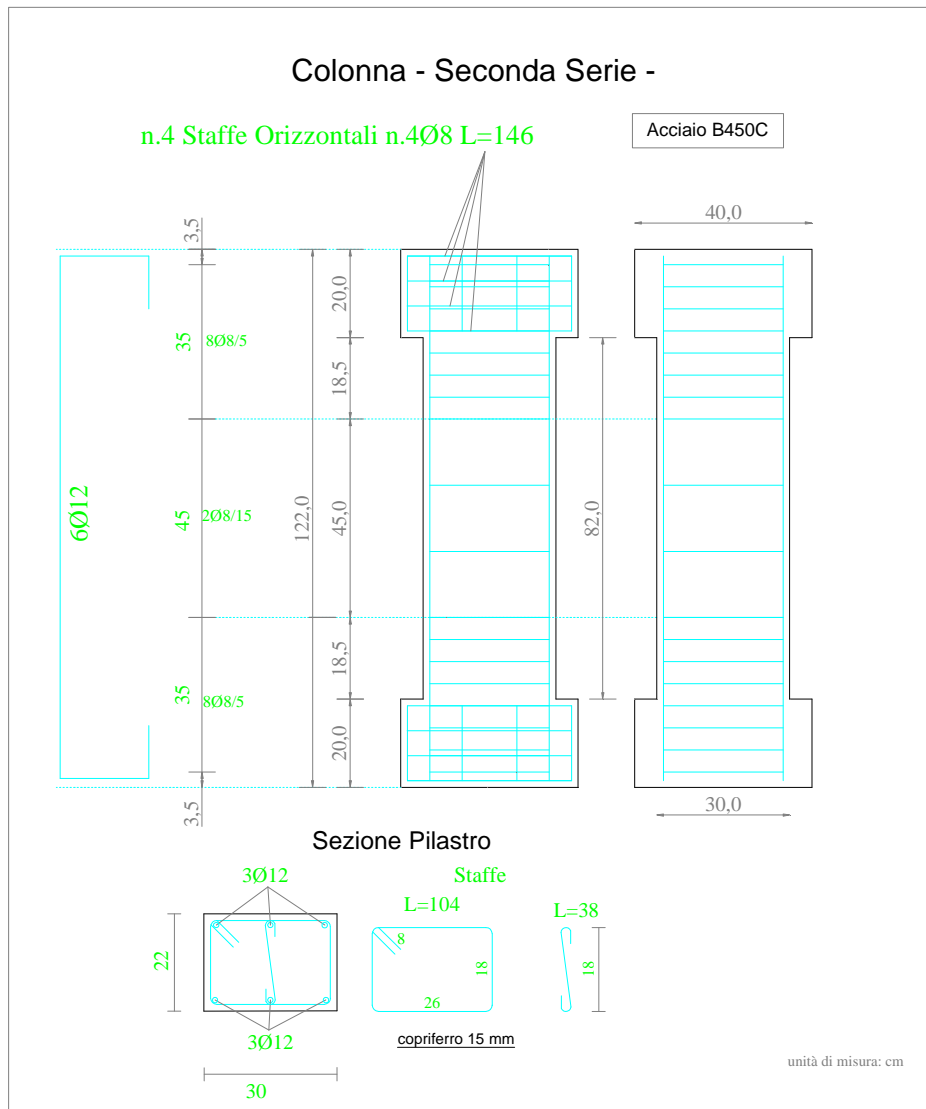


Figura 2.10 – Esecutivi colonne della Seconda Serie

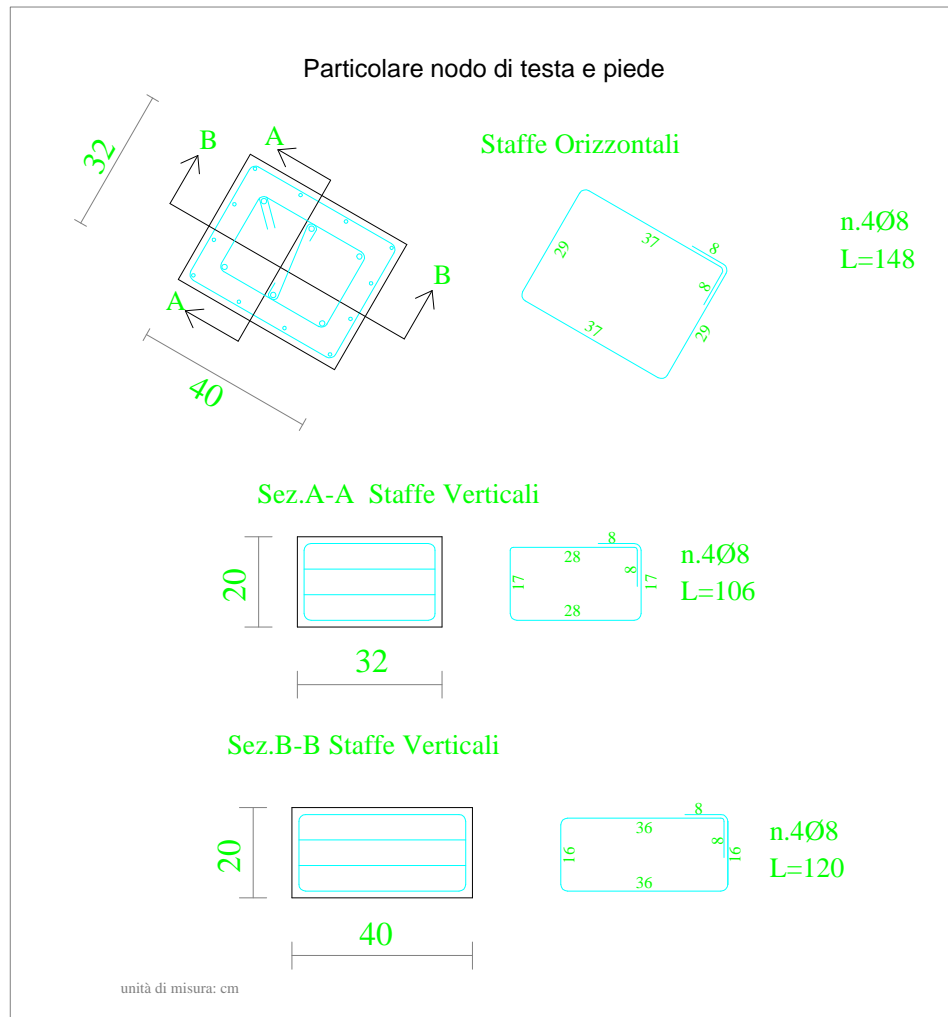


Figura 2.11 - Nodo di testa e piede, colonne Seconda serie

Le parti terminali della colonna sono state ringrossate al fine di avere una superficie di appoggio maggiore e consentire l'applicazione dei carichi senza temere fenomeni di rottura locale.

I provini sono stati preparati all'interno di idonei stampi (Figura 2.12), lasciati all'interno degli stessi per un periodo di due giorni, infine sono stati fatti maturare per un periodo di 28 giorni. Durante il getto sono stati prelevati dei campioni di

calcestruzzo in appositi cilindri, utili per la verifica della resistenza a compressione del calcestruzzo.

Tali prove hanno evidenziato una resistenza media cilindrica a compressione del calcestruzzo f_{cm} pari a 12,65 MPa come meglio si evince nel paragrafo 2.4.4.

L'acciaio utilizzato per le armature è di tipo B450C, per la quale sono state effettuate delle prove di trazione per verificare le reali capacità meccaniche dello stesso.



Figura 2.12 – Esecuzione delle colonne

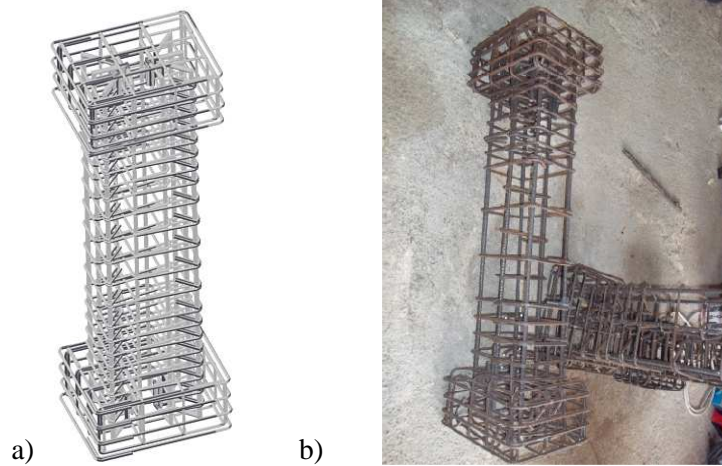


Figura 2.13 – a) Render armatura colonne I serie, foto armatura colonne II serie

2.3.2 Attrezzatura di prova utilizzata

La macchina utilizzata per le prove di carico sulle colonne è una pressa Zwick/Roell & Toni Technik da 4000 kN a gestione servo-idraulica, operante a controllo di spostamento e gestita da una centralina elettronica (Tonitroll) interfacciata con l'utente tramite un PC dotato del software (Testxpert v7.11). La macchina è dotata di una traversa superiore che può muoversi lungo quattro colonne disposte agli angoli della stessa per mezzo di una pompa idraulica e la cui posizione è rilevata automaticamente dal software, in funzione della distanza tra i piatti della pressa. Il piatto della traversa mobile è inoltre dotato di uno snodo sferico che permette ad essa di adattarsi alle superfici del provino da testare qualora queste presentassero delle piccole irregolarità.

Il piatto inferiore, è direttamente annesso ad un pistone cilindrico avente corsa massima pari a 10 cm e velocità minima pari a 0,1 mm/min, e collegata ad una cella di carico da 4000 kN; tale pistone muovendosi verso l'alto permette l'applicazione del carico.

I piatti della macchina, aventi dimensione 42x52 cm, possono lavorare su dei campioni che hanno altezza minima 15 cm e altezza massima 150cm.

Per consentire la buona distribuzione del carico verticale sul campione, tra il provino e i piatti della macchina vengono disposte delle piastre di adattamento in acciaio rettificato dello spessore di 20 mm.

Per la gestione della prova e per ottenere un canale di misura di alta precisione per l'intera prova, è stato posto un trasduttore di spostamento induttivo tra i piatti della pressa (LVDT, modello WA HBM). Lo LVDT viene posizionato tra le due piastre della macchina, è costituito, nella parte inferiore da una base magnetica che rende solidale lo stesso alla macchina, e dall'altra vi è uno spillo (tastatore) che serve a registrare gli abbassamenti.

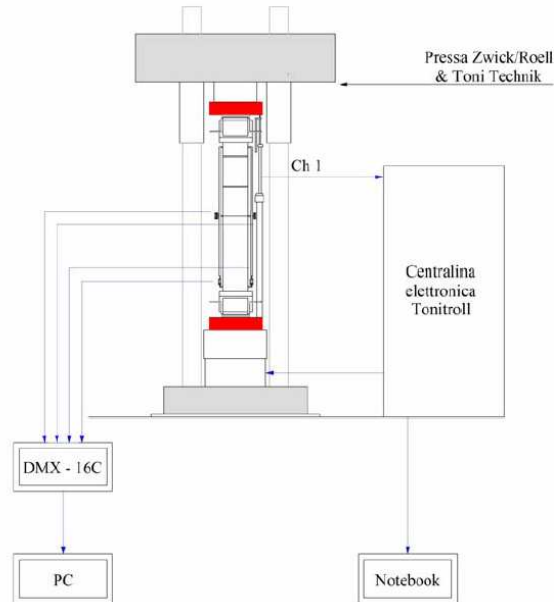


Figura 2.14 – Schema funzionamento macchina di prova



Figura 2.15 – Interfaccia per la gestione della prova



Figura 2.16 – Macchina da test Zwick/Roell & Toni Technik

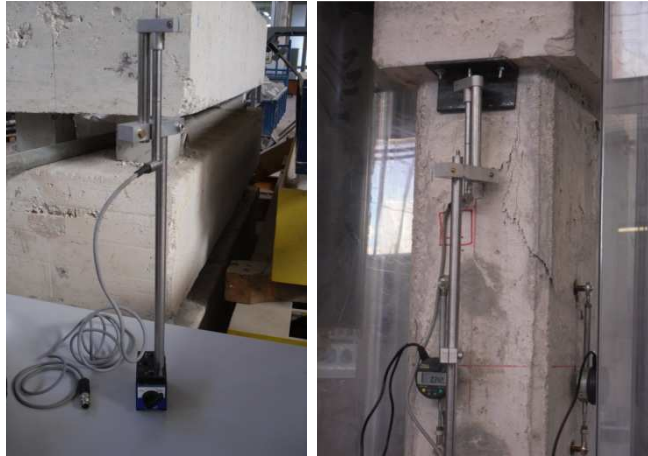


Figura 2.17 – Immagine del LVDT

Inoltre sono stati disposti comparatori Mitutoyo, su ogni lato della colonna e la misurazione è stata effettuata automaticamente con una frequenza di 0.5 Hz. A tal fine i comparatori sono stati collegati ad una centralina tipo DMX-16C della Mitutoyo che consente la lettura simultanea di 16 canali; la centralina è stata quindi collegata ad una porta seriale di un computer.

La base di lettura, cui riportare gli spostamenti forniti dai comparatori, è stata assunta in modo da essere sufficientemente piccola, per dedurre una legge locale rappresentativa del comportamento costitutivo nella sezione trasversale di mezzeria, ma al tempo stesso sufficientemente ampia da potere cogliere i fenomeni di danneggiamento locale, almeno nella fase precedente al picco, più rappresentativi dell'elemento colonna.

Ogni comparatore è fissato ai due lati da due aste in alluminio, e a sua volta nell'estremità di queste aste vi è uno snodo sferico. L'insieme barra-comparatore è fissato alla colonna tramite degli elementi in ottone, appositamente realizzati. I pezzi speciali in ottone sono avvitati su una barretta filettata del diametro di 6 mm; tale barra è incollata con mastice bi-componente per marmi dentro un foro di diametro di 7 mm predisposto per il provino.



Figura 2.18- Comparatori millesimali Mitutoyo utilizzati

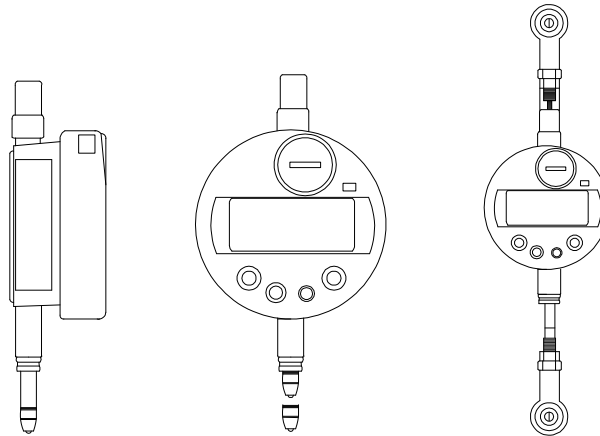


Figura 2.19 – Riproduzione grafica dei comparatori millesimali

2.3.3 Preparazione dei provini

Il processo di strumentazione dei provini avviene con delle fasi ben definite, di seguito riportate:

- Progettazione Strumentazione;
- Misurazione del provino;

- Foratura;
- Inserimento delle barre filettate;
- Posa della strumentazione.

Dopo aver preparato la strumentazione per i comparatori, e quindi dimensionato tutti i pezzi del sistema, per l'effettivo collocamento sul campione di prova, si passa alla misurazione del provino per identificare con precisione dove effettuare i fori necessari ad accogliere le barre filettate su cui verranno collegate le estremità dei comparatori.

Trattandosi di provini con armatura interna (armatura longitudinale, staffe e legature) la fase di posizionamento dei fori è di fondamentale importanza al fine di evitare che durante la perforazione dei provini si intercetti l'armatura.

La disposizione dei fori è stata realizzata secondo i criteri esposti a seguire:

La disposizione in altezza è uguale su tutte 4 le facce (a metà altezza della colonna), mentre in pianta sono state posizionate al centro dei lati più lunghi, un po' decentrate e diametralmente opposte nei lati più corti. In Figura 2.20 vi è l'esecutivo dei fori sul provino.

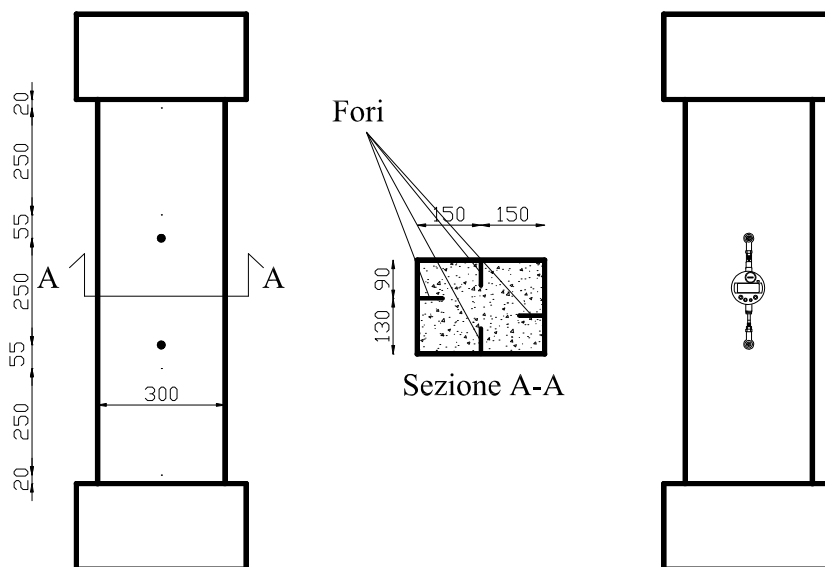


Figura 2.20 – Strumentazione della colonna

Una volta effettuata la misurazione del provino per individuare dove effettuare i fori si passa all'esecuzione mediante trapano a percussione.

L'esecuzione dei fori nei provini è stata effettuata in maniera tale da evitare un tipico problema riscontrato nelle sperimentazioni precedenti, cioè la perdita delle barre filettate che sorreggono i comparatori per effetto del distacco del copriferro.

Di seguito nella Figura 2.21 si mostrano le due diverse fasi di esecuzione dei fori che consistono in:

- esecuzione con punta $\varnothing 7$ fino per una profondità di 7 cm, all'interno del provino, in modo tale da contenere la barra filettata $\varnothing 6$;
- ampliamento foro con punta $\varnothing 14$ fino ad una profondità di 3 cm, in modo tale da eliminare il copriferro e quindi evitare che durante l'esecuzione della prova l'espulsione del copriferro alteri la lettura dei comparatori e induca ad una acquisizione falsata dei dati.

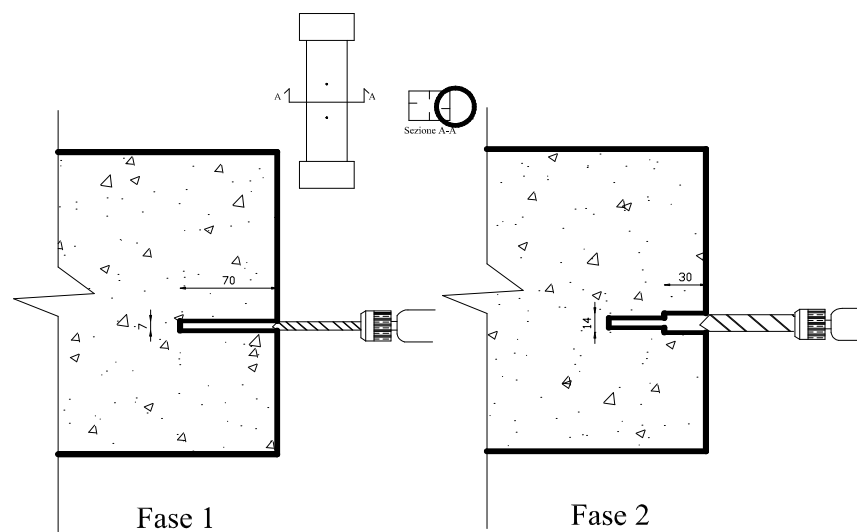


Figura 2.21 – Esecuzione dei fori

A questo punto si passa all'inserimento delle barre all'interno dei fori in modo da assicurarle al nucleo del provino mediante incollaggio con ancorante chimico bicomponente.

Terminate le operazioni per il posizionamento dei comparatori occorre attrezzare il provino per il posizionamento dello LVDT, costituito da una barra in alluminio collegata ad una base magnetica.

La

Figura 2.22 mostra la strumentazione montata e i suoi componenti.

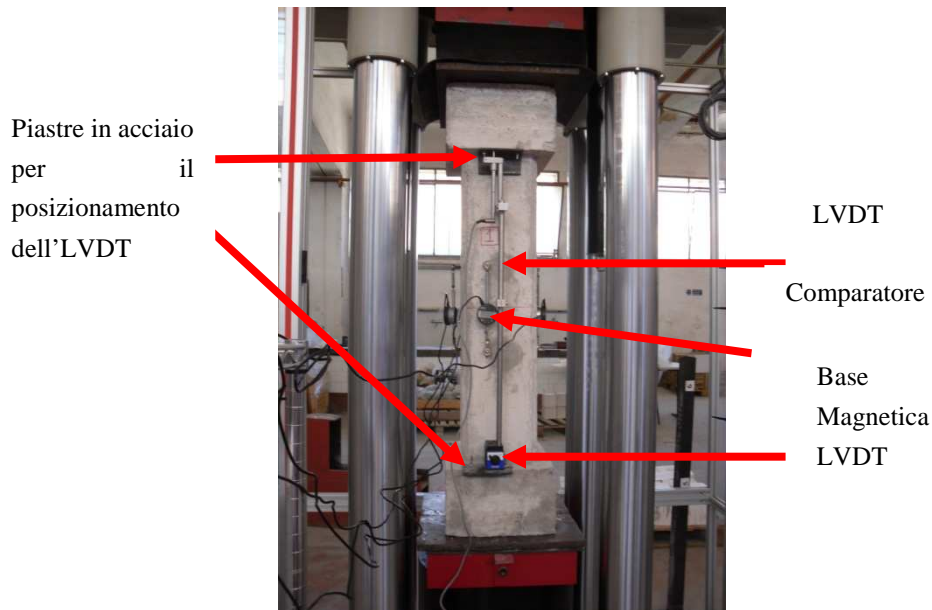


Figura 2.22 – Colonna strumentata sotto prova.

2.3.4 Caratterizzazione meccanica del calcestruzzo

Per la determinazione delle caratteristiche meccaniche del calcestruzzo sono state effettuate prove di compressione su campioni di calcestruzzo prelevati durante l'esecuzione delle colonne.

In particolare sono stati sottoposti a carico monotono dei provini di forma cilindrica.

Tolte le casseformi è stata eseguita la preparazione dei provini in riferimento alle norme UNI EN 12390-1:2002.

Pertanto i cilindri sono stati dapprima tagliati servendosi di una sega rotante (Figura 2.23) in modo che le dimensioni (altezza e diametro) e il loro rapporto geometrico fossero conformi con quanto prescritto dalle norme ($h/d = 2$) e

successivamente sono state spianate le basi per circa 2mm utilizzando una spianatrice di tipo meccanico (Figura 2.23)



Figura 2.23 – Dispositivi utilizzati per la regolarizzazione dei provini cilindrici: sega rotante e spianatrice

Le misure degli spostamenti durante la fase di prova sui provini cilindrici sono state effettuate con il dispositivo interno della macchina da test Zwick/Roell & Toni Technik da 600 kN e attraverso un trasduttore esterno (LVDT) dell'HBM.

Le prove sono state effettuate a controllo di spostamento, in maniera tale da determinare oltre al valore della resistenza a compressione (carico di picco) del calcestruzzo, di definire la curva tensione deformazione al fine di investigare sul comportamento post-picco (ramo di softening). Per tale motivo nonostante la normativa UNI EN 12390-3:2003 preveda di condurre prove di compressioni monotoniche con velocità costante compresa tra 0,2 e 1 MPa/sec, nel nostro caso si è deciso di adottare una velocità di prova bassa pari a 0,2 mm/min.

I risultati sono presentati sia in forma grafica che in forma tabellare. Si sottolinea che la tensione σ è stata ottenuta come rapporto tra il carico applicato e l'area di della sezione trasversale del cilindro, mentre la deformazione è definita come il rapporto tra l'accorciamento del provino e la sua altezza iniziale.

Per la determinazione delle caratteristiche meccaniche del calcestruzzo delle colonne sono state effettuate le seguenti prove:

- N.3 prove su provini cilindrici per colonne della prima serie;
- N.10 prove su provini cilindrici per colonne della seconda serie.

Di seguito si riportano in forma tabellare i dati geometrici dei provini cilindrici e i risultati delle prove di compressione.

Prima Serie

Nr	F_{max}	Diametro	Altezza	Area	f'_c	ϵ_c
	N	mm	mm	mm ²	N/mm ²	
1	172.386,22	96	150	7234	23,83	0,00229
2	175.424,50	96	150	7234	24,25	0,002465
3	183.888,28	96	150	7234	25,42	0,002015

Tabella 2.2 – Parametri dedotti dai provini cilindrici rappresentativi del calcestruzzo delle colonne della prima serie

dove:

- f'_c è la resistenza a compressione di picco;
- ϵ_c è la deformazione corrispondente alla tensione di picco f'_c .

La resistenza media a compressione risulta essere $f_{cm} = 24,50$ MPa.

Di seguito si mostrano le curve $\sigma - \epsilon$ ricavate dalle prove.

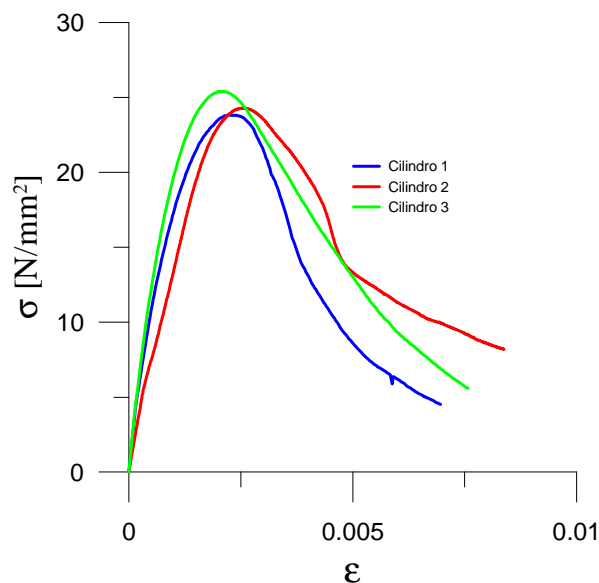


Figura 2.24 – Curve σ - ϵ , provini cilindrici calcestruzzo colonne prima serie

Seconda serie

	F_{\max}	Diametro	Altezza	Area	σ_c	ϵ_c
Nr	N	mm	mm	mm ²	N/mm ²	
1	69.545,9	95,65	150	7185,55	9,68	0,0048
2	91.620,3	95,4	150	7148,03	12,82	0,0067
3	84.406,3	95,95	150	7230,69	11,67	0,0106
4	81.480,1	95,66	150	7187,05	11,34	0,0115
5	71.577,8	95,46	150	7157,03	10,00	0,008
6	85.255,4	95,11	150	7104,64	12,00	0,0071
7	106.892	95,5	150	7163,03	14,92	0,007
8	107.604	95,33	150	7137,55	15,08	0,0058
9	102.416	95,83	150	7212,62	14,20	0,0059
10	106.443	95,78	150	7205,09	14,77	0,0063

Tabella 2.3 - Parametri dedotti dai provini cilindrici rappresentativi del calcestruzzo delle colonne della seconda serie

dove:

- f'_c è la resistenza a compressione di picco;
- ε_c è la deformazione corrispondente alla tensione di picco f'_c .

La resistenza media a compressione risulta essere $f_{cm} = 12,65$ MPa.

Di seguito si riportano le curve $\sigma - \varepsilon$.

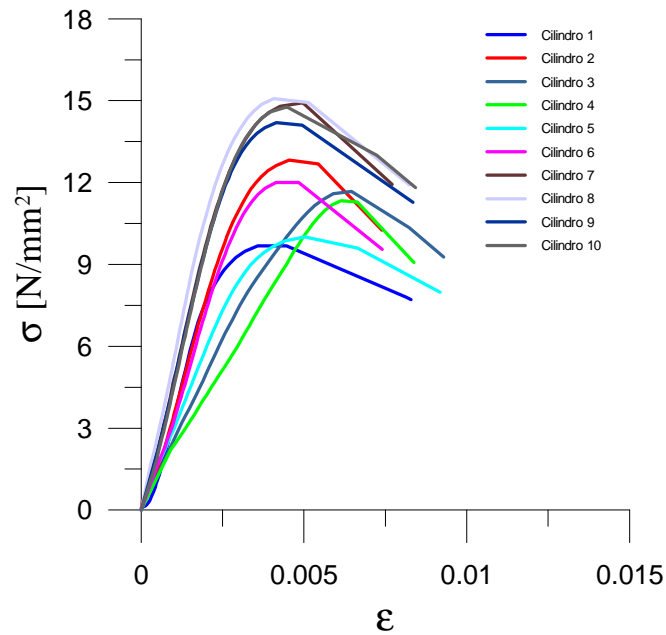


Figura 2.25 - Curve σ - ε , provini cilindrici calcestruzzo colonne prima serie

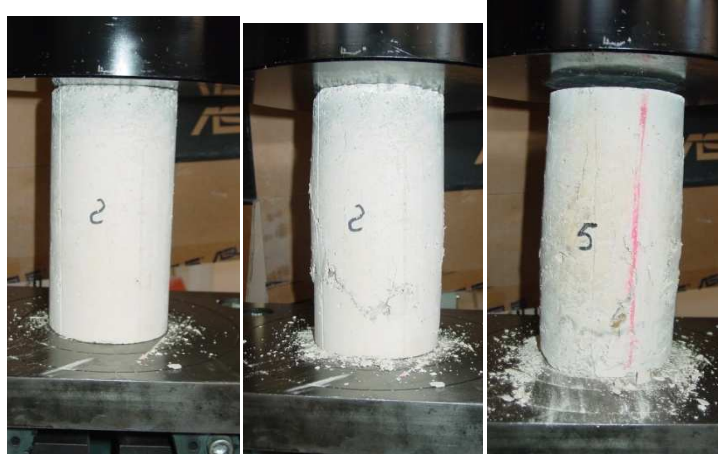


Figura 2.26 – Provini cilindrici sotto prova

2.3.5 Colonne soggette a compressione centrata

Per identificare la colonna e la prova a cui è stata sottoposta in maniera univoca, è stata associata una sigla per ogni campione.

Tale sigla si compone di lettere e numeri, più precisamente le prime due lettere identificano la prova effettuata, pertanto CC sta per compressione centrata, il primo numero romano invece ne identifica la serie, mentre l'ultimo numero identifica la numerazione della colonna.

Pertanto CCII1, vuol dire colonna sottoposta a compressione centrata, appartenente alla categoria della seconda serie, prova n.1.

Di seguito si riporta una tabella riassuntiva del programma sperimentale, riguardante le sole colonne in calcestruzzo armato soggette a compressione centrata.

Prima Serie - $f_{cm}=24,50$ Mpa		
n. Campione	Tipologia di Prova	codice
1	Compressione centrata	CCI1
2	Compressione centrata	CCI2

Tabella 2.4 – Programma sperimentale, colonne della I serie sottoposte compressione centrata

Seconda Serie - $f_{cm}=12,65$ Mpa		
n. Campione	Tipologia di Prova	codice
1	Compressione centrata	CCII1
2	Compressione centrata	CCII2

Tabella 2.5 – Programma sperimentale, colonne della II serie sottoposte compressione centrata

Le prove, a controllo di spostamento, hanno consentito la determinazione dell'andamento delle deformazioni della colonna nella fase post-picco, ovvero dopo il raggiungimento della massima resistenza.

Per la prima serie sono stati utilizzati quattro comparatori corti (in corrispondenza del centro della colonna, con lunghezza di misurazione pari a 25 cm), invece per la seconda serie sono stati utilizzati 8 comparatori, oltre a quelli corti altri 4 comparatori lunghi, che misurano la deformazione su tutta la colonna. Le letture registrate, in termini di spostamento millimetrico, sono state involuppate in grafici ottenendo delle curve Forza – Deformazione.

Di seguito si mostrano in successione le curve ottenute dalle prove di compressione centrata, e alcune immagini che mostrano il campione sotto prova e i danneggiamenti subiti.

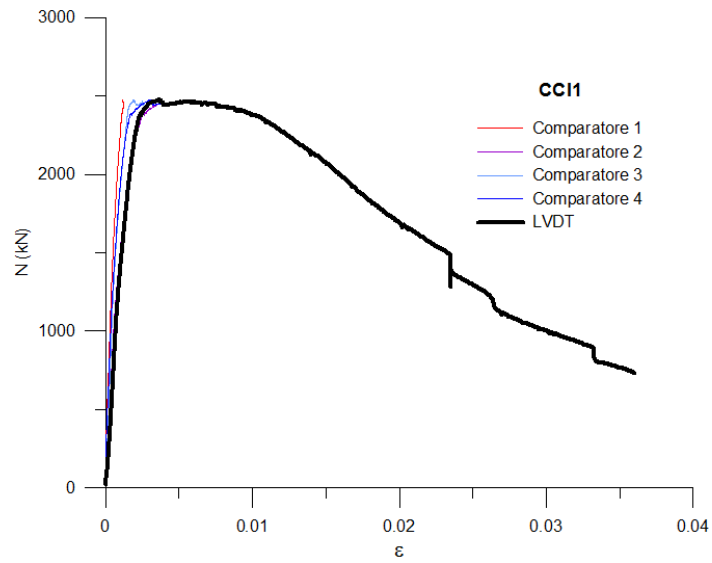


Figura 2.27 - Curva Forza - deformazione campione CCI1

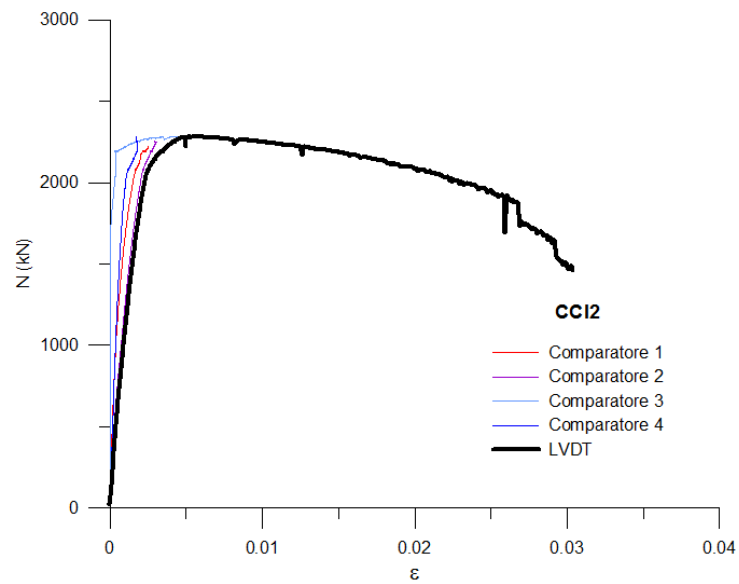


Figura 2.28 - Curva Forza - deformazione campione CCI2



Figura 2.29 – Uno dei campioni della I serie sotto prova



Figura 2.30 – Danneggiamento di un campione della I serie

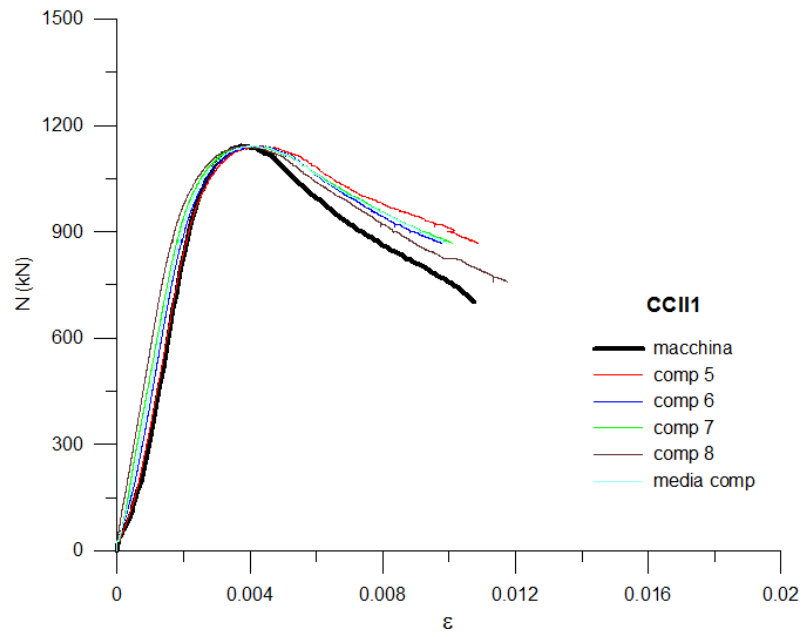


Figura 2.31 - Curva Forza - deformazione campione CCII1

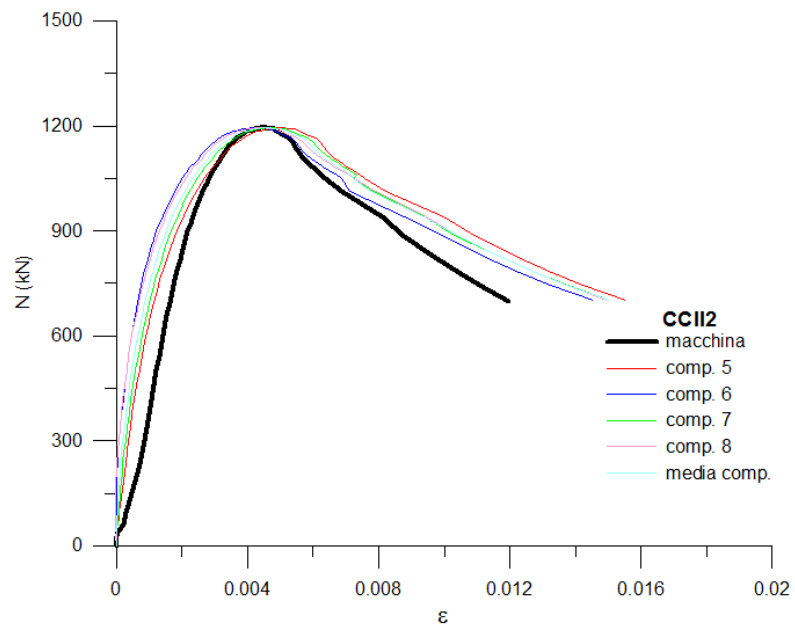


Figura 2.32 - Curva Forza - deformazione campione CCII2



Figura 2.33 – Uno dei campioni della II serie sotto prova



Figura 2.34 – Danneggiamento di un campione della II serie

Dalle curve dedotte dalle prove, è possibile osservare la notevole differenza di resistenza e duttilità tra le colonne della prima serie e quelle della seconda serie.

Tutte le colonne presentano forti danneggiamenti nella parte centrale (zona con passo delle staffe maggiori), pertanto con un risultato soddisfacente.

Durante le prove è stato possibile osservare diversi fasi:

- la prima nella quale si ha un andamento pressoché elastico lineare della curva;
- la seconda in cui comincia la fessurazione del copriferro, pertanto la sezione risulta parzializzata, e le curve presentano un decremento di rigidità e quindi una pendenza minore;
- una terza fase in cui si raggiunge il picco di resistenza;
- un'ultima fase post – picco, dove si registrano notevoli deformazioni associate a un decremento progressivo di resistenza, dovuto all'instabilità delle barre longitudinali come è possibile osservare dalla Figura 2.30 e dalla Figura 2.34.

Nelle tabelle di seguito vengono riassunte i parametri dedotti delle colonne testate.

Prima Serie - $f_{cm}=24,50$ Mpa				
Campione	N_{max} (kN)	ϵ_{max}	N_u (kN)	ϵ_u
CCI1	2476	0,0036	2104	0,0146
CCI2	2285	0,0051	1942	0,0252

Tabella 2.6 – Parametri dedotti dalle prove di compressione centrata: I serie

Seconda Serie - $f_{cm}=12,65$ Mpa				
Campione	N_{max} (kN)	ϵ_{max}	N_u (kN)	ϵ_u
CCII1	1142	0,0040	971	0,0076
CCII2	1195	0,0044	1015	0,0077

Tabella 2.7 – Parametri dedotti dalle prove di compressione centrata: II serie

2.4 Confronto dei risultati sperimentali con modelli esistenti

In questo paragrafo si intende effettuare, un confronto tra i risultati sperimentali ottenuti dalle prove di compressione sulle colonne in calcestruzzo armato visti nel paragrafo precedente, con i modelli analitici più rilevanti descritti precedentemente.

Con tale confronto, si vuole evidenziare quale modello risulta più adeguato alle sperimentazioni effettuate, per costituirne una base di partenza, al fine di studiare in seguito il comportamento deformativo delle stesse sezioni in diversi regimi di sollecitazione.

Sia per le colonne della I serie che per quelle della II serie, sono stati applicati tutti i modelli analitici di calcestruzzo confinato illustrati nei paragrafi precedenti.

Per consentire il confronto con le curve Forza – Deformazione dedotti dalle prove sperimentali, inoltre al contributo del calcestruzzo confinato, è stato sommato, anche quello del calcestruzzo non confinato (copriferro) e delle armature longitudinali.

Ad ogni modello di calcestruzzo confinato, è stato associato per la valutazione del relativo contributo del copriferro, il modello di calcestruzzo non confinato analogo fornito dallo stesso autore; invece per tutti gli altri modelli il contributo del calcestruzzo non confinato è stato valutato con il modello di Kent – Park (2.1.5).

L'apporto dovuto alle armature longitudinali invece è stato valutato attraverso il modello di Rajesh Prasad Dhakal e Koichi Maekawa.

Di seguito si mostrano i confronti tra i modelli analizzati e le curve sperimentali ottenute.

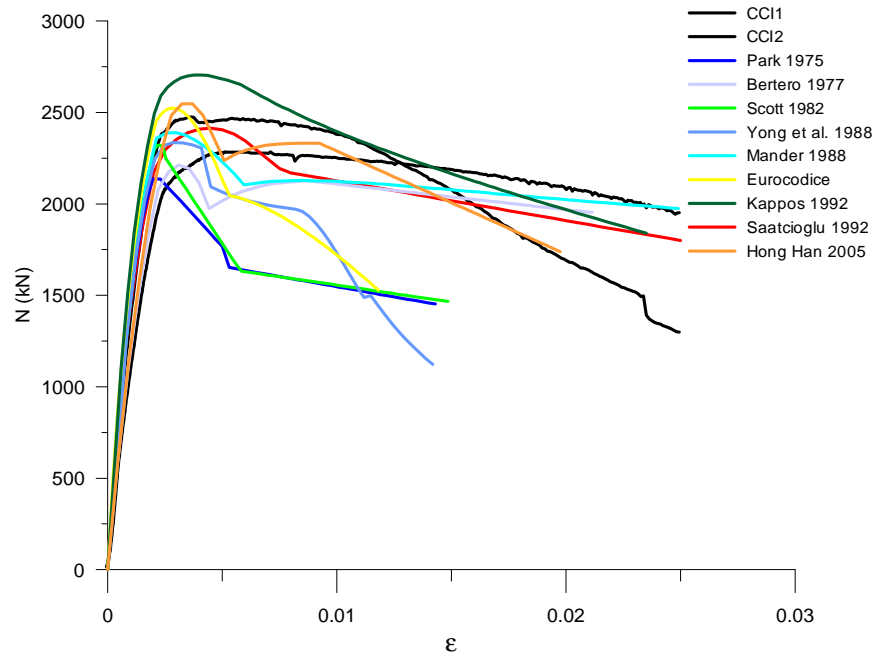


Figura 2.35 – Confronto tra curve sperimentali e modelli analitici, colonne I serie

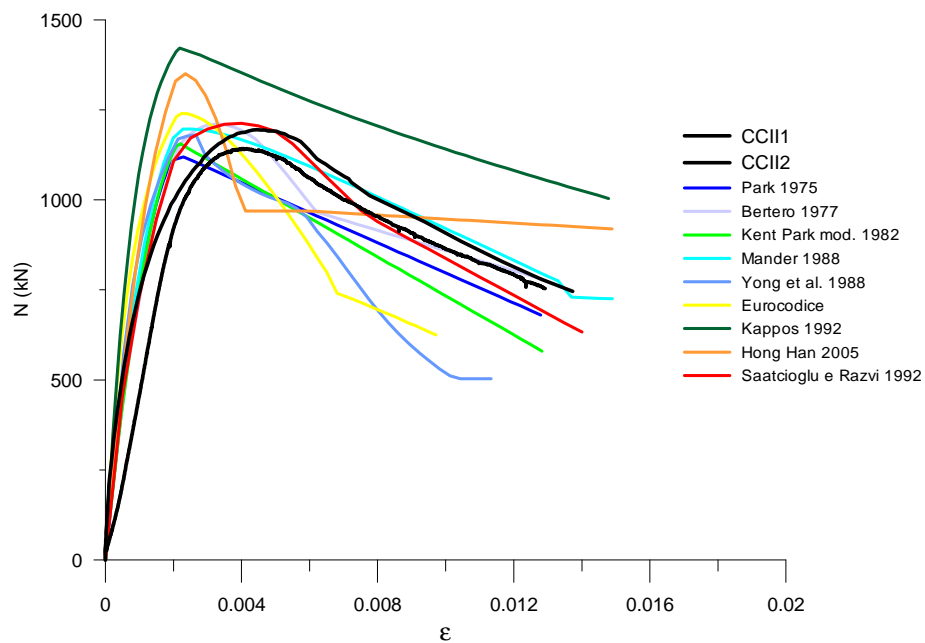


Figura 2.36 - Confronto tra curve sperimentali e modelli analitici, colonne II serie

Dall'esame delle curve, è possibile notare che tra i modelli riprodotti, quelli che ben approssimano il comportamento delle colonne sperimentate, sono: il modello di Mander et. al, e il modello di Saatcioglu e Razvi per entrambi le serie, il modello di Hong – Hann per la I serie, e il modello di Bertero per la II serie.

Dovendo scegliere un modello che risulta cogliere in maniera esaustiva l'intero percorso della curva Forza-Deformazione, si può senza alcuna incertezza prediligere il modello di Saatcioglu e Razvi.

Di seguito si mostrano le curve sperimentali confrontate con il solo modello prescelto.

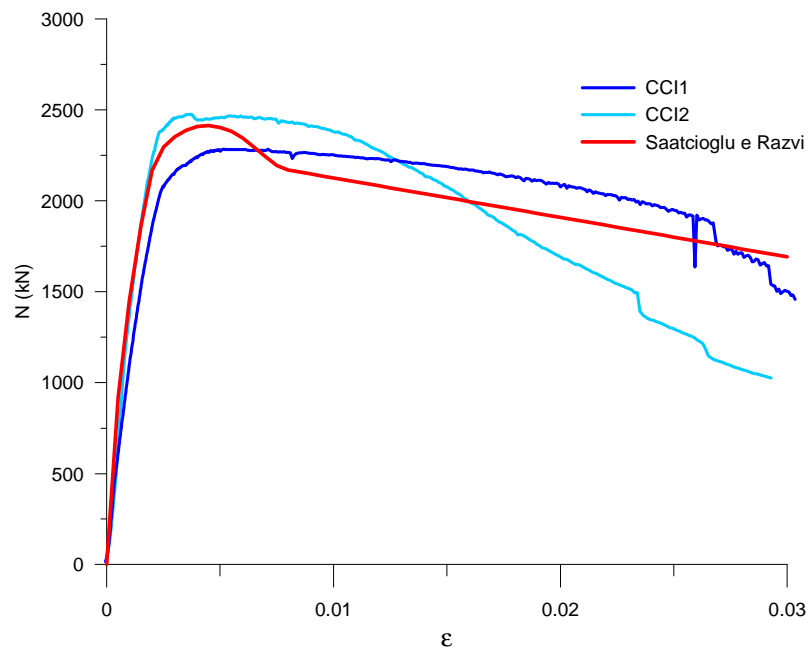


Figura 2.37 – Curve Sperimentali colonne I serie, a confronto con il Modello di Saatcioglu e Razvi

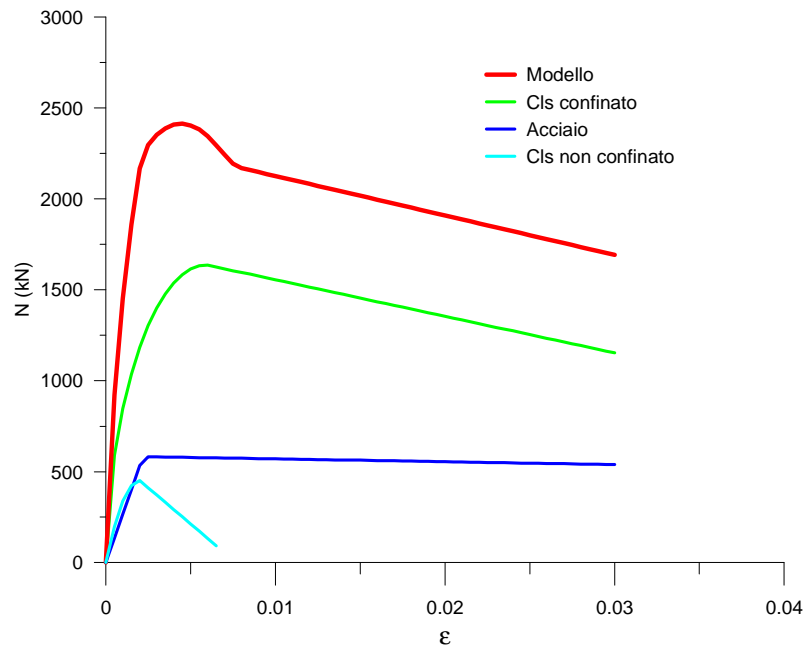


Figura 2.38 – Curve dei singoli contributi per la modellazione delle colonne della I serie

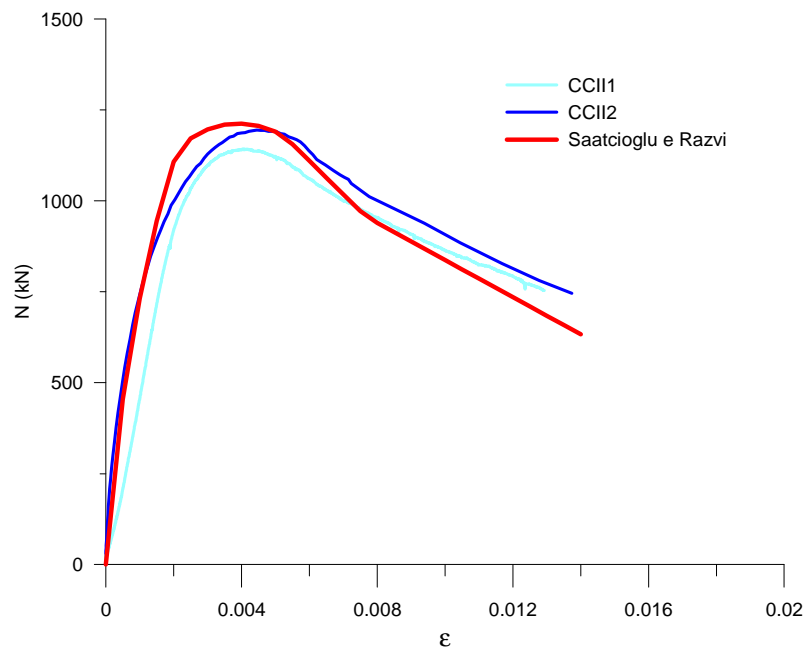


Figura 2.39 - Curve Sperimentali colonne II serie, a confronto con il Modello di Saatcioglu e Razvi

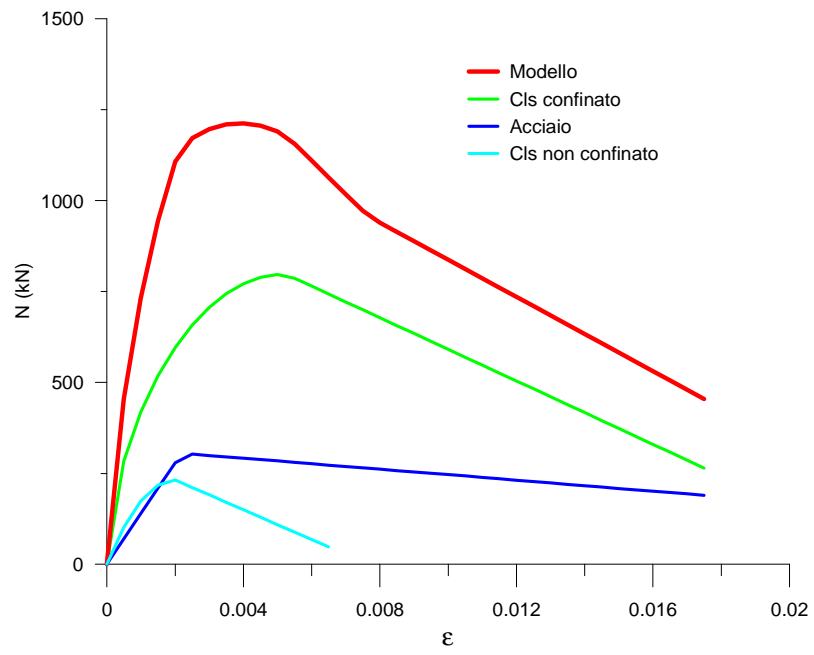


Figura 2.40 - Curve dei singoli contributi per la modellazione delle colonne della II serie

3. La modifica dei modelli di confinamento del calcestruzzo in presenza di rinforzi: l'incamiciatura metallica

3.1 Introduzione

Come già accennato nei capitoli precedenti, nella maggior parte delle strutture a telaio in c.a., non progettate secondo una normativa antisismica, gli elementi critici sono i pilastri e i nodi trave-pilastro.

Nei casi più drammatici, le carenze strutturali, possono portare a crolli imprevisti che mettono a rischio la sicurezza delle persone.

Per questo motivo, e non solo, la riparazione e l'adeguamento sismico di un edificio in c.a. è uno dei temi più importanti da tenere in considerazione nell'ambito della valutazione della sicurezza in zona sismica. In questo capitolo viene presentata la campagna sperimentale condotta sui pilastri rafforzati con la tecnica degli angolari e calastrelli in acciaio.

3.2 Programma sperimentale

Il programma sperimentale prevede l'esecuzione di prove di compressione centrata su colonne in c.a. rinforzate con angolari e calastrelli, appartenenti alla tipologia denominata: seconda serie e terza serie.

Le colonne della seconda serie hanno le stesse caratteristiche meccaniche e geometriche di quelle non rinforzate appartenenti alla tipologia seconda serie, esposte nel capitolo 2.

Invece le colonne appartenenti alla terza serie risultano avere le stesse caratteristiche geometriche e stesso quantitativo di armatura rispetto a quelle della II serie, ma presentano un calcestruzzo migliore, di media resistenza.

Pertanto si rimanda alla Figura 2.10 e Figura 2.11 per gli esecutivi delle colonne relativamente alla disposizione delle armature interne.

Le colonne sono state rinforzate procedendo, prima con l'incollaggio degli angolari nei quattro spigoli della colonna, e successivamente con la saldatura dei piatti sugli stessi angolari.

Di seguito si riepilogano le principali caratteristiche del rinforzo sulle colonne.

- angolari: 50x50x5 mm;
- piatti di spessore pari a 4 mm;
- passo dei piatti 80 mm;
- acciaio degli angolari e dei piatti del tipo S275

Si sottolinea che gli angolari sono stati disposti in maniera tale da non venire a contatto diretto con i nodi di testa e piede, per non caricarli direttamente.

Gli angolari in acciaio disposti così come prima detto, hanno la funzione di incrementare la tensione di confinamento della colonna ed agiscono solo dopo aver superato le prime fasi di carico. Infatti, essi esercitano una pressione passiva di confinamento, reagendo alle deformazioni di espansione trasversale del nucleo di calcestruzzo.

Per ulteriori chiarimenti di seguito si riportano gli esecutivi del rinforzo strutturale.

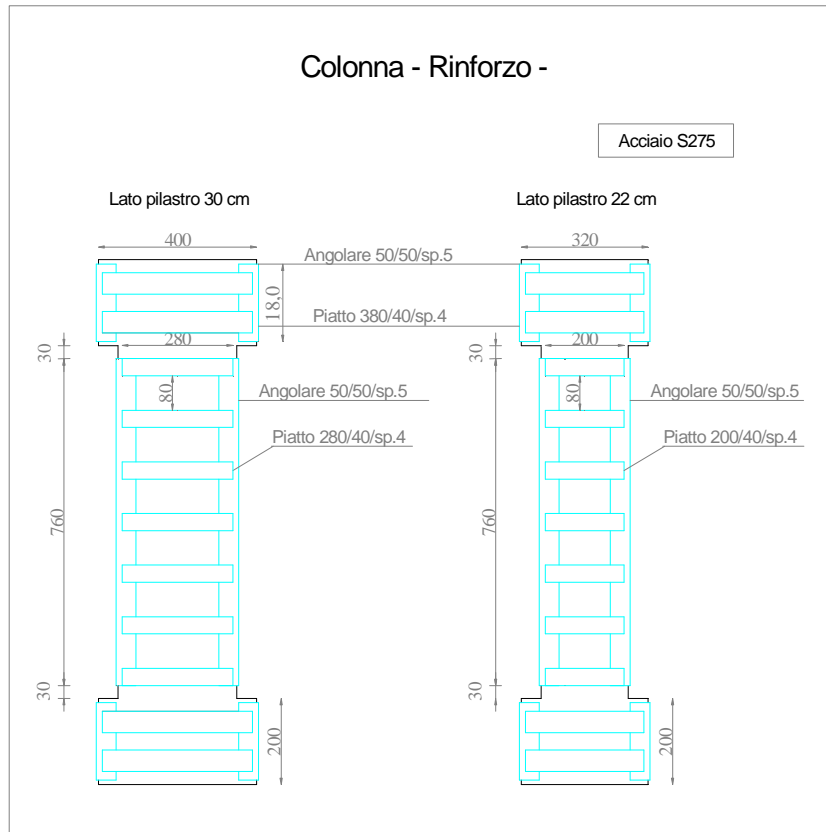


Figura 3.1 – Disposizione dei rinforzi sulle colonne

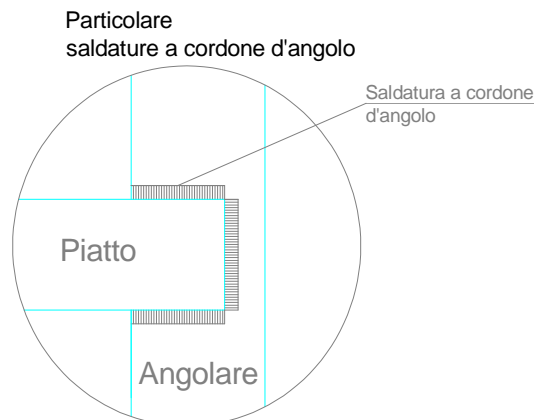


Figura 3.2 - Particolare saldatura



Figura 3.3 - Colonna tipo rinforzata

3.2.1 Attrezzatura di prova utilizzata

L'attrezzatura di prova utilizzata è la stessa di quella impiegata per la campagna sperimentale sulle colonne senza rinforzo.

Il processo di strumentazione dei provini avviene con la stessa modalità descritta nel capitolo 2.



Figura 3.4 – Colonna rinforzata sotto prova.

3.2.2 Caratterizzazione meccanica del calcestruzzo

La caratterizzazione meccanica del calcestruzzo utilizzato per la realizzazione delle colonne della seconda serie è riportato nel paragrafo 2.3.4, mentre di seguito si descrive quella relativa alle colonne della terza serie.

Per la determinazione delle caratteristiche meccaniche del calcestruzzo utilizzato per la realizzazione delle colonne della terza serie sono state effettuate prove di compressione su campioni di miscela di calcestruzzo prelevata durante l'esecuzione delle colonne.

In particolare sono stati sottoposti a carico monotono n. 4 provini di forma cilindrica e n.4 provini di forma cubica.

Le misure degli spostamenti durante la fase di prova sui provini cilindrici sono state effettuate con il dispositivo interno della macchina da test Zwick/Roell & Toni Technik da 600 kN e attraverso un trasduttore esterno (LVDT) dell'HBM.

Di seguito si riportano nelle tabelle seguenti i parametri dei provini sottoposti a compressione.

3. *La modifica dei modelli di confinamento del calcestruzzo in presenza di rinforzi: l'incamiciatura metallica*

Terza Serie provini di forma cilindrica

Nr	F_{max}	Diametro	Altezza	Area	f'_c
	N	mm	mm	mm ²	N/mm ²
1	130.080	96,30	196,80	7279,85	17,87
2	170.450	96,40	195,80	7294,97	23,37
3	162.170	96,20	196,20	7264,74	22,32
4	217.770	96,27	199,40	7275,31	29,93

Tabella 3.1 – Parametri dedotti dai provini di forma cilindrica rappresentativi del calcestruzzo delle colonne della terza serie

dove:

- f'_c è la resistenza a compressione di picco;

La resistenza media a compressione risulta essere $f_{cm} = 23,37$ MPa.



Figura 3.5 - Provini cilindrici per il calcestruzzo colonne della terza serie

Terza Serie provini di forma cubica

Nr	F_{max}	Lato	Area	R_c
	N	mm	mm ²	N/mm ²
1	576.220	150	22.500	25,61
2	577.530	150	22.500	25,67
3	625.100	150	22.500	27,78
4	675.850	150	22.500	30,04

Tabella 3.2 – Parametri dedotti dai provini di forma cubica rappresentativi del calcestruzzo delle colonne della terza serie

dove:

- R_c è la resistenza a compressione di picco;

La resistenza media a compressione risulta essere $R_{cm} = 27,27$ MPa.

Convertendo la resistenza cubica media in resistenza cilindrica attraverso il fattore 0.83, si ottiene una compressione media totale pari a 23,00 MPa.

3.2.3 Colonne soggette a compressione centrata

Anche per queste colonne sono state previste delle sigle. Per i campioni rinforzati viene aggiunta la lettera R dopo l'indicazione della serie, che sta per campione rinforzato.

Pertanto CCIIR1, vuol dire colonna sottoposta a compressione centrata, appartenente alla categoria della seconda serie, rinforzata, prova n.1.

Nella tabella di seguito riportata si riassume il programma sperimentale, riguardante le sole colonne in calcestruzzo armato rinforzate con angolari e calastrelli, soggette a compressione centrata.

3. *La modifica dei modelli di confinamento del calcestruzzo in presenza di rinforzi: l'incamiciatura metallica*

Seconda Serie - $f_{cm}=12,65$ Mpa		
n. Campione	Tipologia di Prova	codice
1	Compressione centrata	CCIIR1
2	Compressione centrata	CCIIR2
3	Compressione centrata	CCIIR3

Tabella 3.3 – Programma sperimentale, colonne della II serie rinforzate, sottoposte compressione centrata

Terza Serie - $f_{cm}=23,00$ Mpa		
n. Campione	Tipologia di Prova	codice
1	Compressione centrata	CCIIR1

Tabella 3.4 – Programma sperimentale, colonne della II serie sottoposte compressione centrata

Le prove, come le precedenti illustrate nel capitolo 2, sono state effettuate a controllo di spostamento, e pertanto hanno consentito la determinazione dell'andamento delle deformazioni della colonna nella fase post-picco, ovvero dopo il raggiungimento della massima resistenza.

Sono stati utilizzati 8 comparatori millesimali, 4 corti applicati nella parte centrale della colonna e 4 comparatori lunghi, che misurano la deformazione su tutta la colonna. Le letture registrate, in termini di spostamento millimetrico, sono state involupate in grafici ottenendo delle curve Forza – Deformazione.

Di seguito si mostrano in successione le curve ottenute dalle prove di compressione centrata, e alcune immagini che mostrano il campione sotto prova e i danneggiamenti subiti.



Figura 3.6 - Colonne rinforzate sotto prova

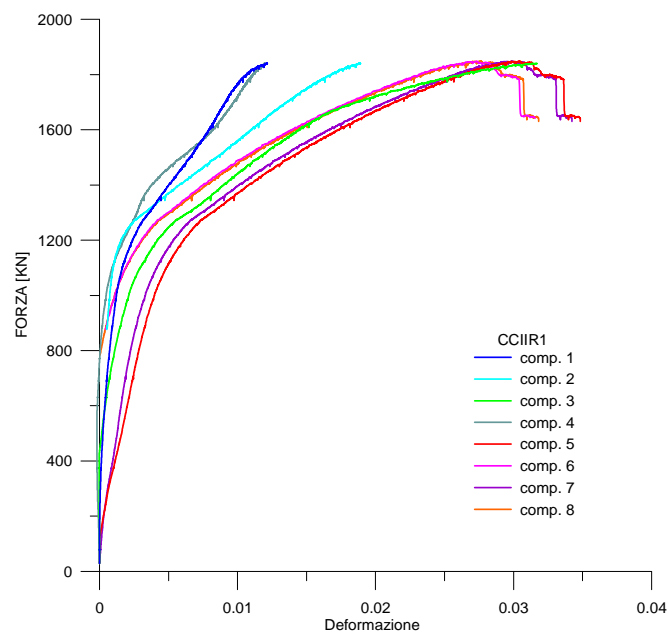


Figura 3.7 – Grafico forza – deformazione colonna CCIIR1, letture comparatori

Nella figura precedente si mostrano le curve Forza – deformazione ottenute dai singoli comparatori.

3. La modifica dei modelli di confinamento del calcestruzzo in presenza di rinforzi: l'incamiciatura metallica

Si osserva, come era d'altronde prevedibile, che le curve dedotte dai comparatori corti (250 mm) sono caratterizzate da maggiore rigidità di quelle ottenute con i comparatori lunghi. La lettura dei comparatori corti è stata interrotta prima che questi potessero danneggiarsi.

Per brevità di seguito si mostreranno soltanto tre curve per ogni campione provato:

- la curva media dei comparatori corti;
- la curva media dei comparatori lunghi;
- la curva ottenuta dai sensori di macchina.

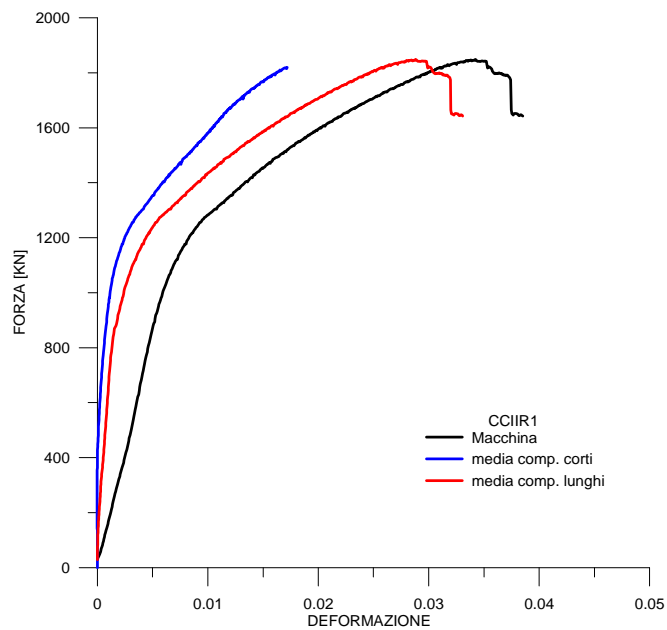


Figura 3.8 – Grafici forza – deformazione colonna CCIIR1

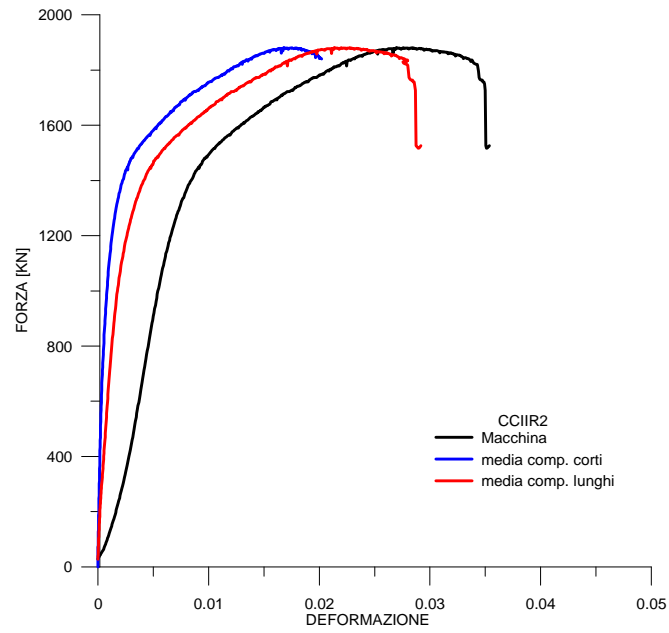


Figura 3.9 – Grafici forza – deformazione colonna CCIIR2

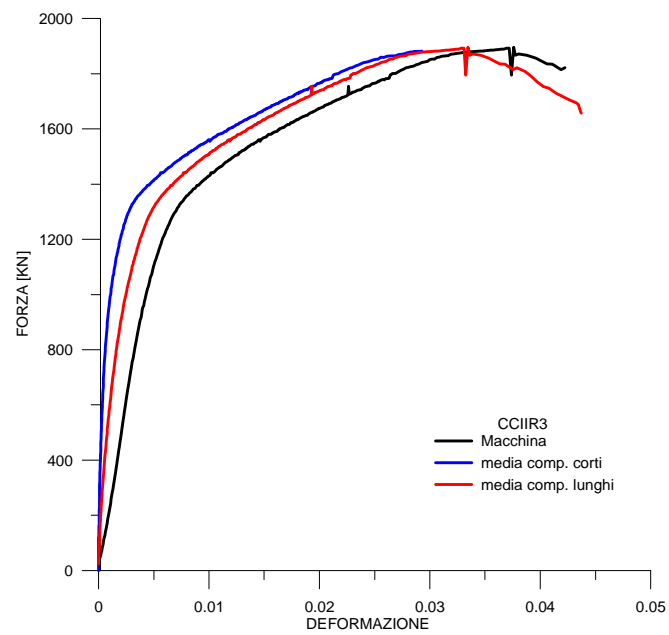


Figura 3.10 – Grafici forza – deformazione colonna CCIIR3

Per la terza serie è stata effettuata una singola prova, e i grafici ottenuti di si riportano di seguito.

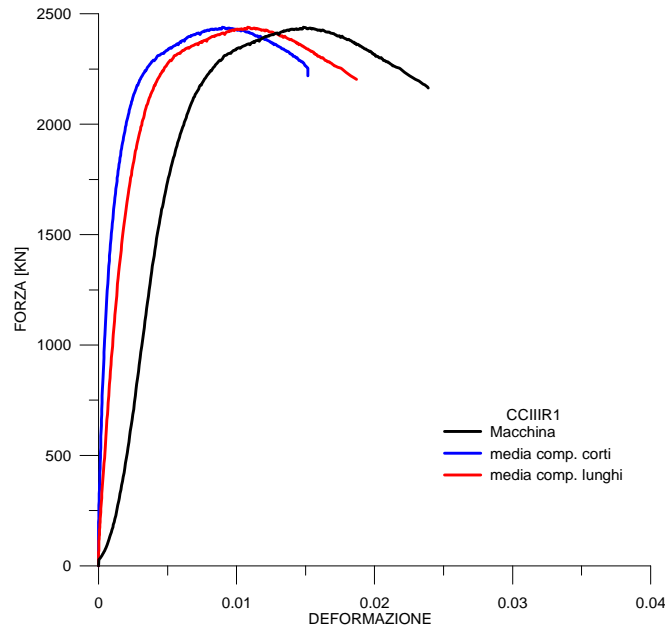


Figura 3.11 - Grafici forza – deformazione colonna CCIIR1

Si osservi, dai grafici precedenti, il diverso andamento delle curve che è dovuto all'accuratezza della misurazione (quella con i comparatori è più accurata di quella di macchina).

Le curve ottenute dalla macchina, sono affette da errori dovuti alla contemporanea deformazione della macchina stessa che diventa non trascurabile sotto elevati carichi. Il grafico forza – deformazione della macchina in realtà potrebbe essere corretto, attraverso delle semplici correlazioni, ma diventa superfluo in quanto le curve ottenute dai comparatori lunghi, risultano avere una elevata precisione di misura, e presentano delle letture affini tra di loro.

Nel caso in cui, invece, si fosse verificata una disomogeneità nelle letture dei comparatori lunghi, allora sarebbe stato indispensabile utilizzare la curva della macchina opportunamente corretta dall'errore di misura.

In queste prove, per quanto detto, sono state scelte come curve rappresentative quelle ottenute dalla media dei comparatori lunghi.

Dalle curve è possibile osservare che le colonne della seconda serie, presentano un “ginocchio” dopo il ramo elastico, tutto ciò dovuto al fatto che il confinamento si attiva temporalmente in ritardo rispetto alla colonna della terza serie, quindi dovuto essenzialmente alla diversa qualità del calcestruzzo.

Infine si osservi dalle immagini seguenti la modalità di rottura delle colonne, entrambi presentano il distacco del copriferro e la rottura della saldatura tra i piatti e gli angolari.

Si sottolinea che tale rottura è avuta, in tutte le colonne, dopo aver superato il picco di resistenza, pertanto non ha influito sul valore di resistenza massima della colonna.



Figura 3.12 - Modalità di rottura, colonne seconda Serie



Figura 3.13 - Modalità di rottura, colonna Terza Serie

Nelle tabelle di seguito vengono riassunte le caratteristiche meccaniche delle colonne testate.

I valori di deformazione sono quelli riferiti alla media dei comparatori lunghi.

Seconda Serie - $f_{cm}=12,65$ Mpa				
Campione	N_{max} (kN)	ϵ_{max}	N_u (kN)	ϵ_u
CCIIR1	1849	0,0288	1572	0,0331
CCIIR2	1882	0,0220	1600	0,0287
CCIIR3	1898	0,0336	1613	0,0438

Tabella 3.5 – Caratteristiche meccaniche delle colonne rinforzate provate appartenenti alla II serie

Terza Serie - $f_{cm}=23,00$ Mpa				
Campione	N_{max} (kN)	ϵ_{max}	N_u (kN)	ϵ_u
CCIIR1	2440	0,0102	2074	0,0202

Tabella 3.6 – Caratteristiche meccaniche delle colonna rinforzata provata appartenente alla III serie

3.3 Modelli per il legame costitutivo di colonne rinforzate con angolari e calastrelli

Il comportamento in regime di compressione di colonne in calcestruzzo armato rinforzate con il sistema combinato di angolari e calastrelli risulta essere molto più complesso da descrivere rispetto ai legami riportati al capitolo a quello di colonne non rinforzate.

Ciò è giustificato dal diverso comportamento dei materiali all'interno della sezione che risentono in maniera differente dell'effetto di rinforzo.

È possibile distinguere quattro diversi comportamenti del materiale all'interno della sezione in calcestruzzo armato, pertanto si possono definire quattro diversi legami di calcestruzzo:

- Legame di calcestruzzo confinato da staffe interne ed armature longitudinali;
- Legame di calcestruzzo non confinato;
- Legame di calcestruzzo confinato solo dal rinforzo di angolari e calastrelli;
- Legame di calcestruzzo confinato da armature interne e dal rinforzo di angolari e calastrelli.

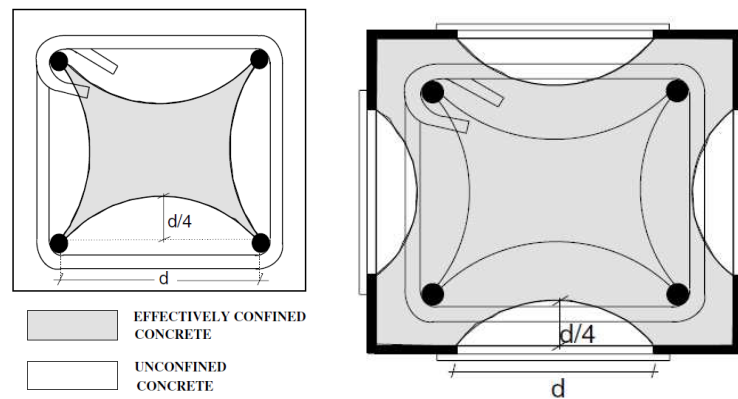


Figura 3.14 - Area di calcestruzzo efficacemente confinata in sezioni non rinforzate e rinforzate

Per la modellazione dei legami costitutivi del calcestruzzo confinato da rinforzi, molti autori utilizzano le espressioni di calcestruzzo confinato, esposti nel capitolo 2, definiti per sole armature interne, opportunamente modificate.

Queste modifiche consistono in una diversa valutazione, della pressione di confinamento dovuta anche alla presenza dei rinforzi.

Sono diversi gli studi presenti in letteratura, che riguardano il calcolo delle pressioni di confinamento in questi casi come di seguito riportato.

3.3.1 *Braga et al. (2006)*

La pressione di confinamento conferita dal sistema di rinforzo alla sezione in calcestruzzo armato viene determinata tramite la seguente relazione analitica:

$$f_{l,\max} = \frac{2 \cdot t_2 \cdot s_2 \cdot f_{yb}}{s \cdot b} \quad (3.1)$$

dove:

- t_2 è lo spessore dei calastrelli;
- s_2 è la larghezza dei calastrelli;
- f_{yb} rappresenta la tensione di snervamento dell'acciaio dei calastrelli;
- s è il passo dei calastrelli;
- b la dimensione della sezione trasversale;

Il modello prevede di utilizzare un coefficiente di efficacia del confinamento $k_e = 1$

3.3.2 *Montuori e Piluso (2008)*

Per la definizione del legame costitutivo tensione-deformazione Montuori e Piluso nel 2008 propongono di utilizzare il modello definito da Mander et al. descritto nei paragrafi precedenti con delle modifiche opportune nel calcolo delle pressioni di confinamento.

Dopo aver identificato quattro diversi comportamenti del materiale all'interno della sezione in calcestruzzo armato, assumono differenti leggi per determinare le pressioni di confinamento nelle varie zone.

Calcestruzzo confinato da armature interne

Per una sezione rettangolare viene utilizzato l'abaco definito da Mander et al. per la determinazione della tensione di confinamento f_{cc} . Essa viene direttamente correlata con le tensioni laterali di confinamento f_{l1} e f_{l2} da assumere pari a:

$$f_{l1} = \min(f_{lx}, f_{ly}) \quad (3.2)$$

$$f_{l2} = \max(f_{lx}, f_{ly}) \quad (3.3)$$

In cui f_{lx} e f_{ly} sono le tensioni laterali di confinamento rispettivamente lungo le direzioni x e y della sezione.

$$f_{lx} = k_e f_y \rho_x \quad (3.4)$$

$$f_{ly} = k_e f_x \rho_y \quad (3.5)$$

In cui ρ_x e ρ_y rappresentano il rapporto meccanico di armatura lungo le direzioni x e y rispettivamente, mentre k_e è il parametro che tiene conto dell'efficacia del confinamento.

$$\rho_x = \frac{n_{bx} A_s (b - 2c)}{s(b - 2c)(h - 2c)} \quad (3.6)$$

$$\rho_y = \frac{n_{by} A_s (h - 2c)}{s(b - 2c)(h - 2c)} \quad (3.7)$$

$$k_e = \left(1 - \frac{s - \phi}{2(b - 2c)}\right) \left(1 - \frac{s - \phi}{2(h - 2c)}\right) \quad (3.8)$$

In cui:

- n_{bx} e n_{by} rappresentano il numero delle barre di armatura interna in direzione x e y;
- A_s è l'area delle barre longitudinali;

- b e h sono le dimensioni della sezione;
- c il copriferro;
- s rappresenta il passo delle staffe;
- ϕ il diametro dell'armatura trasversale.

Calcestruzzo confinato dal solo rinforzo

Per la determinazione delle caratteristiche meccaniche della parte di calcestruzzo che risente esclusivamente della tensione di confinamento indotta dal sistema di rinforzo si adottano delle modifiche alle espressioni precedenti.

$$\rho_x = \frac{2A_{sb}b}{s_b h} \quad (3.9)$$

$$\rho_y = \frac{2A_{sb}h}{s_b b} \quad (3.10)$$

$$k_e = \left(1 - \frac{s_b - h_b}{2b}\right) \left(1 - \frac{s_b - h_b}{2h}\right) \quad (3.11)$$

In cui, A_{sb} , h_b e s_b risultano essere rispettivamente l'area, l'altezza e il passo dei calastrelli.

Calcestruzzo confinato da armature interne e dal sistema di rinforzo di angolari e calastrelli

Per la parte di calcestruzzo che risente dell'effetto di confinamento combinato dall'armatura interna e dal sistema di rinforzo si possono determinare i seguenti parametri.

$$\rho_x = \frac{n_{bx} A_s (b - 2c)}{s(b - 2c)(h - 2c)} + \frac{2A_{sb,e}b}{s_b bh} \quad (3.12)$$

$$\rho_y = \frac{n_{by} A_s (h - 2c)}{s(b - 2c)(h - 2c)} + \frac{2A_{sb,e}h}{s_b bh} \quad (3.13)$$

In cui $A_{sb,e}$ è l'area meccanica equivalente, data dal rapporto tra le tensioni dell'acciaio da rinforzo e dell'acciaio dell'armatura interna:

$$A_{sb,e} = \frac{f_{yb}}{f_y} \quad (3.14)$$

Il coefficiente k_e viene determinato con l'espressione (3.11).

3.3.3 Montuori e Piluso (2009)

Nel 2009 Montuori e Piluso, definiscono delle relazioni analitiche utili, per la determinazione della pressione di confinamento $f_{l,max}$ e per il calcolo del coefficiente di efficacia k_e idonea per la rappresentazione del comportamento in regime di compressione di sezioni rinforzate:

$$f_{l,max} = \frac{2 \cdot t_2 \cdot s_2 \cdot f_{yb}}{s \cdot b} \quad (3.15)$$

$$k_e = \left[1 - \frac{(b - 2L_1)^2}{b^2} \right] \left(1 - \frac{s - s_2}{2b} \right)^2 \quad (3.16)$$

dove:

- t_2 è lo spessore dei calastrelli;
- s_2 è la larghezza dei calastrelli;
- f_{yb} rappresenta la tensione di snervamento dell'acciaio dei calastrelli;
- s è il passo dei calastrelli;
- b dimensione della sezione trasversale;
- L_1 è la lunghezza degli angolari

3.3.4 Nagaprasa et al.(2009)

Il presente modello prevede l'utilizzo della relazione analitica determinata da Montuori e Piluso (2009) per la determinazione della pressione laterale di

confinamento (3.15) , mentre propone una formula alternativa che permette di ricavare un fattore di efficacia del confinamento:

$$k_e = \left[1 - \frac{(b - 2L_1)^2}{b^2} \right] \left(1 - \frac{s - 0,5s_2 - L_1}{2b} \right)^2 \quad (3.17)$$

Il significato dei simboli è uguale a quelli menzionati prima.

3.3.5 *Badalamenti et al. (2010)*

Questo modello tiene conto dello scorrimento che si ha tra gli angolari e gli spigoli della colonna in c.a.

Lo scorrimento è inversamente proporzionale al coefficiente di attrito ν che deve essere opportunamente calibrato al fine di simulare il reale comportamento della colonna in regime di compressione o di pressoflessione.

La relazione analitica che tiene conto del fenomeno permette di determinare la forza esercitata dai calastrelli per contrastare l'espansione del nucleo di calcestruzzo, e assume la seguente forma semplificata:

$$F \cong \frac{\nu \cdot \varepsilon \cdot b \cdot e^{\left[-1,5\left(\frac{s}{b}\right)\right]}}{(1 + \mu) \left\{ \frac{1}{E_s} \left(\frac{L_1}{s \cdot t_1} + \frac{L_2}{s \cdot t_2} \right) + \frac{b(1 - \nu_c)}{E_c \cdot L_1} \right\}} \quad (3.18)$$

dove:

- ν è il coefficiente di Poisson per il calcestruzzo;
- ε è la deformazione corrente;
- b è la base della colonna;
- s è il passo tra i calastrelli;
- μ è il coefficiente di attrito tra acciaio e calcestruzzo;
- E_s è il modulo di elasticità longitudinale dell'acciaio degli angolari;
- L_1 è la larghezza degli angolari;

- t_1 è lo spessore degli angolari;
- $L_2 = b - 2L_1$ è lo sviluppo dei calastrelli a contatto con la sezione;
- E_c è il modulo di elasticità longitudinale del calcestruzzo;
- $e^{\left[-1,5\left(\frac{s}{b}\right)\right]}$ è il fattore di efficacia del confinamento.

Considerando la pressione uniforme equivalente di confinamento secondo Mander et al. (1988) si ha:

$$f_l(\varepsilon) = \frac{2 \cdot F}{b \cdot s} \quad (3.19)$$

La pressione uniforme di confinamento assume valore massimo nel momento in cui le staffe interne sono snervate, ovvero raggiungono la tensione f_y e la forza F assume il valore $t_2 \cdot s_2 \cdot f_y$. In questo caso si può ulteriormente semplificare l'equazione precedente, assumendo l'equilibrio della sezione considerando il calcestruzzo come corpo infinitamente rigido ($E_c = \infty$), ed esprimerla nella seguente forma:

$$f_l, \max = \frac{2 \cdot t_2 \cdot s_2 \cdot f_{yb}}{(1 + \mu) s \cdot b} e^{\left[-1,5\left(\frac{s}{b}\right)\right]} \quad (3.20)$$

Come si può notare dalla formula precedente, all'aumentare del coefficiente di attrito tra angolari e calcestruzzo si ha una riduzione della tensione di confinamento. Un effetto di confinamento migliore dunque si ha se gli angolari sono liberi di scorrere sull'interfaccia del calcestruzzo.

Da alcune prove sperimentali è stato dedotto che il coefficiente di attrito μ risulta prossimo a 0,5. Da questa assunzione la formula della tensione di confinamento viene ulteriormente semplificata.

Partendo dalla forza F descritta in precedenza si ricava una relazione semplificata per ricavare la tensione massima di confinamento che prescinde quindi dal coefficiente di attrito:

$$f_{l, \max} = \frac{1,33 \cdot f_y}{b \cdot s \left(\frac{L_1}{s \cdot t_1} + \frac{L_2}{s \cdot t_2} \right)} e^{\left[-1,5 \left(\frac{s}{b} \right) \right]} \quad (3.21)$$

3.4 Confronto dei risultati sperimentali con modelli esistenti

In questo paragrafo si intende effettuare un confronto tra i risultati sperimentali ottenuti dalle prove di compressione sulle colonne in calcestruzzo armato rinforzati con angolari e calastrelli, prima descritti, con i modelli analitici più rilevanti descritti nel paragrafo 3.3.

Con tale confronto, si vuole evidenziare quale modello risulta più adeguato alle sperimentazioni effettuate, per costituirne una base di partenza, al fine di studiare in seguito il comportamento deformativo delle stesse sezioni in regime di pressoflessione.

Sia per le colonne rinforzate della II serie che per quelle delle III serie, sono stati applicati tutti i modelli analitici di calcestruzzo confinato descritti nei paragrafi precedenti.

Come accennato in precedenza, nella sperimentazione effettuata gli angolari sono stati disposti in maniera tale da non venire a contatto diretto con i nodi di testa e piede, pertanto non risultano direttamente caricati.

Per questa particolare disposizione, gli angolari in acciaio, hanno la funzione di incrementare la tensione di confinamento della colonna ed agiscono solo dopo aver superato le prime fasi di carico. Essi esercitano una pressione passiva di confinamento, reagendo alle deformazioni di espansione trasversale del nucleo di calcestruzzo.

Per consentire il confronto con le curve Forza – deformazione dedotte dalle prove sperimentali sono stati sommati i singoli contributi specificati di seguito:

- nucleo di calcestruzzo interno, confinato da armature interne e dal rinforzo;
- copriferro, confinato dal solo rinforzo;

- armature longitudinali interne, considerati con il legame elastico inelastico;
- angolari, legame elastico perfettamente plastico.

Gli angolari, per questa particolare configurazione, non mostrano una reazione pari a quella che si avrebbe per un elemento direttamente caricato, ma bensì reagiscono per effetto della forza di attrito che viene trasmessa dall'interfaccia angolare-calcestruzzo.

La seguente espressione consente la valutazione la valutazione del carico che viene manifestato dagli angolari, a partire dalla effettiva pressione di confinamento.

$$N_{a,\max} = \frac{2n_a s_e L_1}{s} f_{l,\max} \quad (3.22)$$

in cui:

- n_a è il numero degli angolari;
- s_2 è la larghezza dei calastrelli;
- L_1 è la lunghezza degli angolari;
- s è il passo tra i calastrelli

La tensione di snervamento degli angolari si raggiunge presumibilmente in corrispondenza della resistenza massima a compressione del calcestruzzo confinato ε_{cc} .

Pertanto la legge che rappresenta l'andamento del carico manifestato dagli angolari al variare della deformazione è la seguente:

$$N_{a(\varepsilon)} = N_{a,\max} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \quad \text{per} \quad 0 < \varepsilon \leq \varepsilon_{cc} \quad (3.23)$$

$$N_{a(\varepsilon)} = N_{a,\max} \quad \text{per} \quad 0 > \varepsilon_{cc} \quad (3.24)$$

Di seguito si mostrano i confronti tra le curve analitiche e le curve sperimentali ottenute.

Le curve analitiche sono state ottenute sulla base del legame di Mander et al.(1988), valutando la pressione di confinamento dovuta alla presenza dei rinforzi attraverso i modelli descritti nel paragrafo precedente.

3. La modifica dei modelli di confinamento del calcestruzzo in presenza di rinforzi: l'incamiciatura metallica

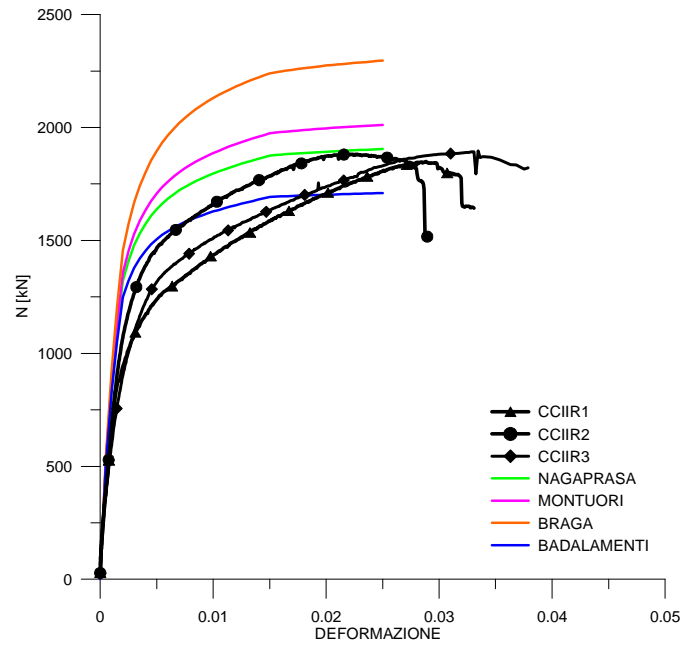


Figura 3.15 – Confronto tra i modelli analitici e la risposta delle colonne rinforzate (II serie)

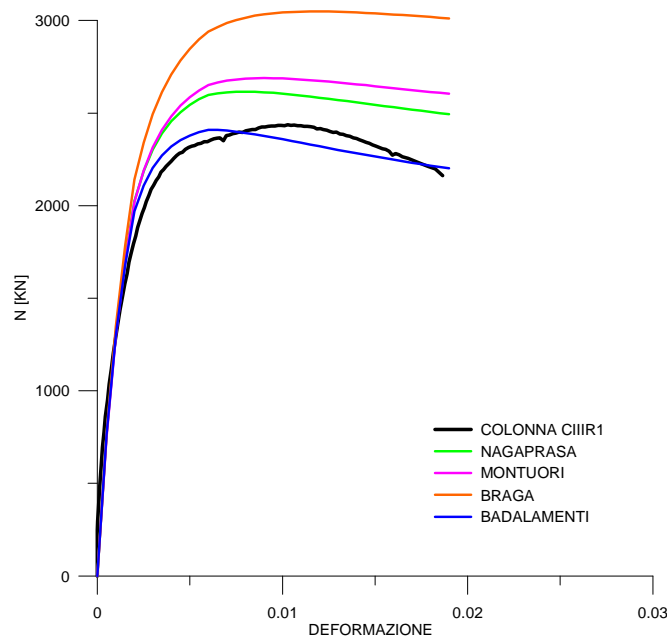


Figura 3.16 – Confronto tra i modelli analitici e la risposta della colonna rinforzata (III serie)

Dall'esame delle curve, è possibile notare che tra i modelli utilizzati per il calcolo della pressione di confinamento, quelli che meglio approssimano il comportamento delle colonne sperimentate, sono: il modello di Nagaprasa per la II serie, e il modello di Badalamenti et al. per entrambi le serie sperimentate.

Dovendo scegliere un modello che risulta cogliere in maniera esaustiva l'intero percorso della curva Forza-Deformazione, si può prediligere il modello di Badalamenti et al. , infatti per le seconde serie si ha un errore di stima del carico massimo di circa l'8%, mentre per quella della terza serie l'errore è dell'1%.

Di seguito si mostrano le curve sperimentali con il solo modello prescelto e le curve dei singoli contributi.

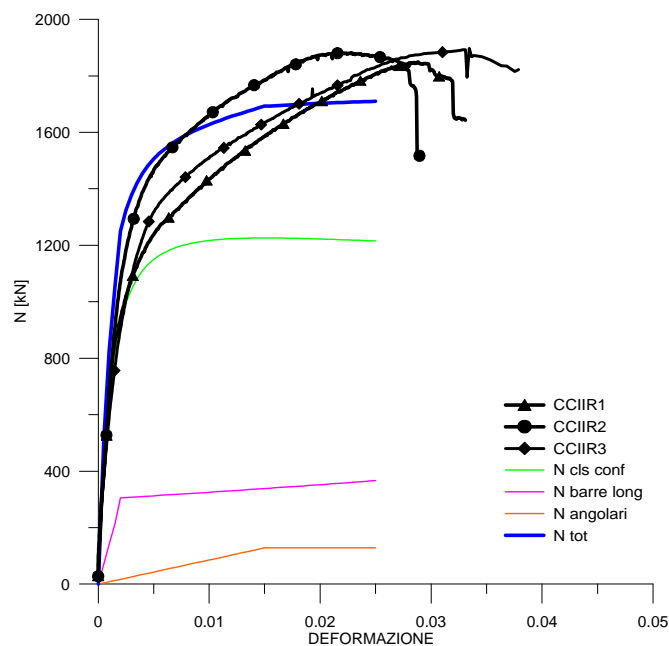


Figura 3.17 – Singoli contributi per la modellazione analitica delle colonne rinforzate (II serie)

3. La modifica dei modelli di confinamento del calcestruzzo in presenza di rinforzi:
l'incamiciatura metallica

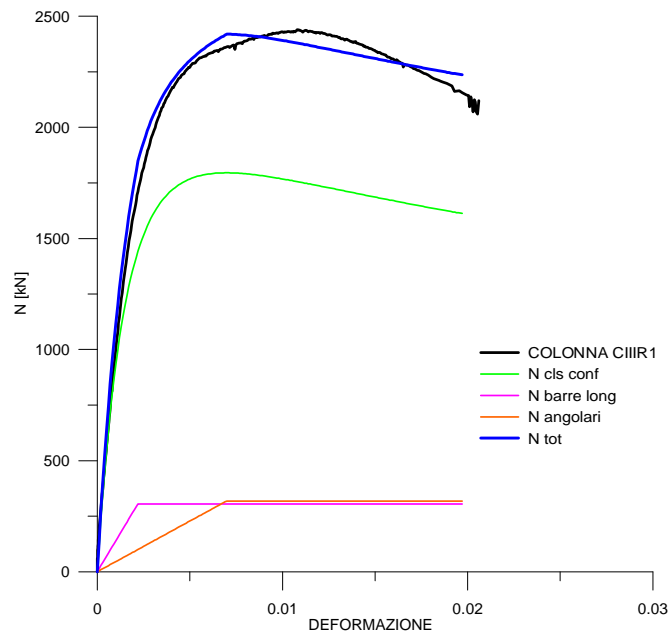


Figura 3.18 – Singoli contributi per la modellazione analitica della colonna rinforzata (III serie)

4. Comportamento sperimentale di colonne in c.a. non rinforzate soggette a pressoflessione e modelli possibili

4.1 Programma Sperimentale

Il programma sperimentale prevede l'esecuzione di prove di pressoflessione su colonne in c.a., appartenenti alla tipologia denominata: prima serie e seconda serie. Le colonne della prima e della seconda serie hanno le stesse caratteristiche meccaniche e geometriche di quelle sperimentate a compressione centrata descritta nel capitolo 2. Pertanto si rimanda alla Figura 2.10 e Figura 2.11 per gli esecutivi delle colonne.

4.1.1 Attrezzatura di prova utilizzata

Le prove sono state realizzate attraverso l'applicazione di un carico di compressione monotono eccentrico rispetto al baricentro della sezione delle colonne.

Per effetto di questo carico di compressione eccentrica, si genera sulla colonna un momento flettente proporzionale all'eccentricità imposta.

Pertanto durante la prova, ad ogni step di carico, si ha un momento flettente diverso.

$$M(P) = P(t) \cdot e \quad (4.1)$$

Il carico viene applicato attraverso la macchina da test Zwick Roell da 4000 kN ampiamente descritta nel paragrafo 2.3.2.

Per ottenere un regime di sollecitazione costante su tutta la colonna, è stato realizzato un vincolo che preveda l'inserimento di cerniera alla testa e alla base del campione (Figura 4.1)

4. Comportamento sperimentale di colonne in c.a. non rinforzate soggette a pressoflessione e modelli possibili

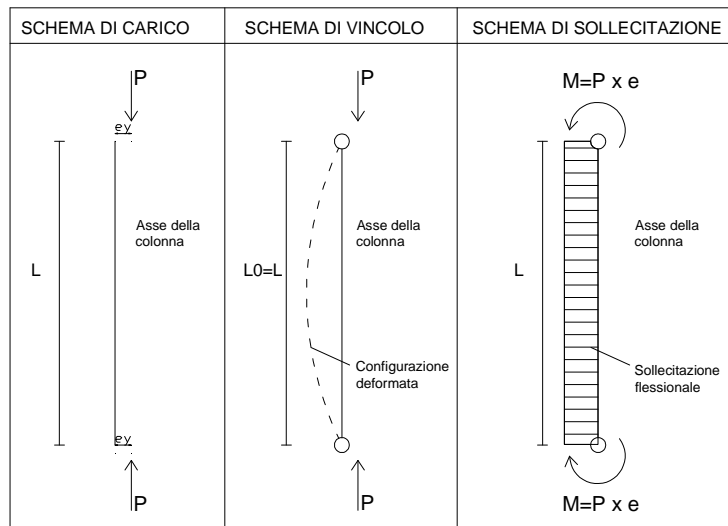


Figura 4.1 - Schema di prova in regime di pressoflessione

È risultato indispensabile, per la corretta applicazione del carico, la realizzazione di un dispositivo costituito da un cilindro in acciaio del diametro di 50mm posizionato tra due piastre in acciaio dello spessore di 30mm con scanalatura cilindrica (Figura 4.2)



Figura 4.2 - Dispositivo in acciaio per l'applicazione del carico eccentrico

Inoltre, per garantire una distribuzione uniforme del carico, tra il dispositivo descritto precedentemente e la macchina sono state posizionate due piastre dello

spessore di 5mm. In questo modo è stato possibile posizionare i cilindri in funzione della eccentricità di carico desiderata.

Le figure seguenti mostrano la strumentazione montata e i suoi componenti.

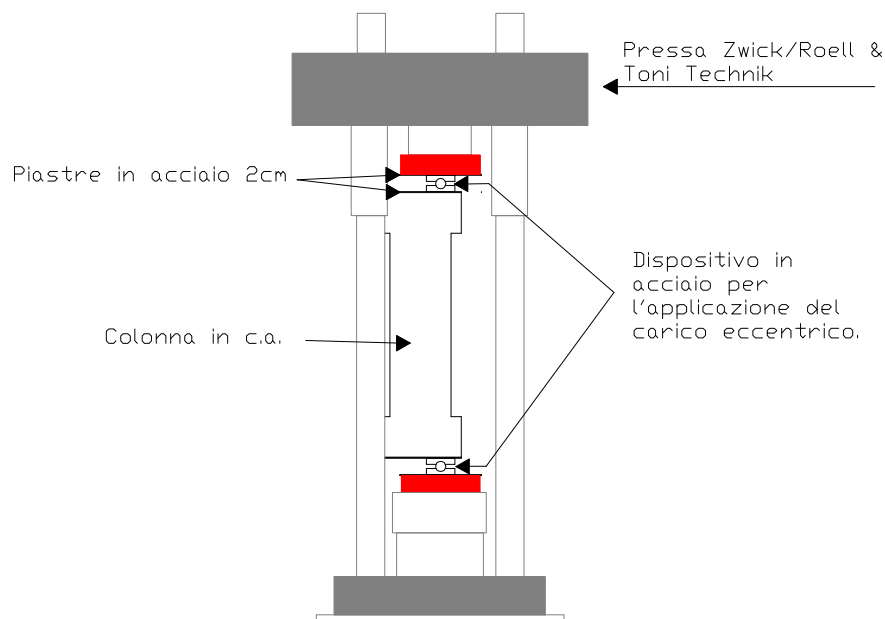


Figura 4.3 - Schema di carico per le prove a pressoflessione



Figura 4.4 – Applicazione del dispositivo

Per poter effettuare il posizionamento del campione sulla macchina, in totale sicurezza, si è utilizzato un dispositivo reggispinta metallico.

4. Comportamento sperimentale di colonne in c.a. non rinforzate soggette a pressoflessione e modelli possibili

Tale dispositivo (Figura 4.5) costituito da un perno filettato e un cuscinetto reggispinta, ha avuto la funzione di sostegno provvisorio del campione, fino al momento in cui si avvia la prova.



Figura 4.5 - Dispositivo di supporto della colonna

Il processo di strumentazione dei provini avviene con la stessa modalità descritta nel capitolo 2.



Figura 4.6 – Colonna soggetta a pressoflessione

4.1.2 Caratterizzazione meccanica del calcestruzzo

La caratterizzazione meccanica del calcestruzzo utilizzato per la realizzazione delle colonne della seconda serie è descritta nel paragrafo 2.3.4.

4.1.3 Colonne soggette a pressoflessione

Anche queste colonne sono state contrassegnate da una sigla. Tale sigla si compone di lettere e numeri, più precisamente le prime due lettere indicano la tipologia di prova, quindi CE sta per compressione eccentrica, poi il primo numero romano ne identifica la serie, la lettera X e/o Y indica la direzione dell'eccentricità, mentre l'ultimo numero identifica la numerazione della colonna.

Pertanto CEXIII1, vuol dire colonna sottoposta a compressione eccentrica, appartenente alla categoria della seconda serie, eccentricità lungo la direzione X, prova n.1. Oppure CEXYII1, vuol dire colonna sottoposta a compressione eccentrica, appartenente alla categoria della prima serie, eccentricità composta lungo la direzione X e Y, prova n.1.

Le direzioni di applicazione dell'eccentricità sono quelle indicate nella figura seguente.

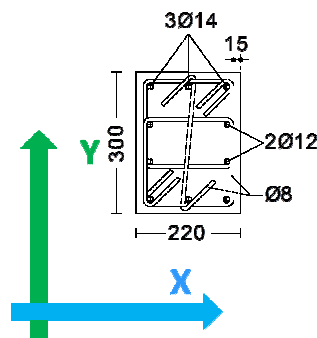


Figura 4.7 – Indicazione direzioni di eccentricità

L'eccentricità in direzione X è quella lungo l'asse della minore inerzia, mentre l'eccentricità in direzione Y è quella lungo l'asse della maggiore inerzia.

Di seguito si riporta una tabella riassuntiva del programma sperimentale, riguardante le sole colonne non rinforzate.

Prima Serie - $f_{cm}=24,50$ Mpa				
n. Campione	Tipologia di Prova	Eccentricità x	Eccentricità y	codice
1	Pressoflessione retta	55 mm		CEIX1
2	Pressoflessione retta	55 mm		CEIX2
3	Pressoflessione retta		65 mm	CEIY1
4	Pressoflessione retta		65 mm	CEIY2
5	Pressoflessione deviata	33 mm	70 mm	CEIXY1
6	Pressoflessione deviata	33 mm	70 mm	CEIXY2

Tabella 4.1 - Programma sperimentale, colonne della I serie sottoposte pressoflessione

Seconda Serie - $f_{cm}=12,65$ Mpa				
n. Campione	Tipologia di Prova	Eccentricità x	Eccentricità y	codice
1	Pressoflessione retta	55 mm		CEIIX1
2	Pressoflessione retta	55 mm		CEIIX2
3	Pressoflessione retta		65 mm	CEIYY1
4	Pressoflessione retta		65 mm	CEIYY2

Tabella 4.2 - Programma sperimentale, colonne della II serie, sottoposte pressoflessione

Anche per tali prove sono stati utilizzati 8 comparatori millesimali, 4 su base di misura ridotte applicati nella parte centrale della colonna e 4 su basi di misura estesa, che misurano la deformazione su tutta la colonna.

I comparatori millesimali hanno registrato accorciamenti in corrispondenza della parte compressa della sezione ed allungamenti in corrispondenza del bordo teso.

Attraverso le letture dei comparatori lunghi, si sono ottenuti i diagrammi momento – curvatura.

Di seguito si riportano i grafici ottenuti dalle prove di pressoflessione effettuate.

La curvatura ad ogni step di carico è stata determinata, attraverso il rapporto tra la rotazione della sezione trasversale della colonna e la lunghezza della colonna stessa.

$$\rho = \frac{\vartheta}{L} \quad (4.2)$$

Considerando un elemento strutturale soggetto a flessione oppure a pressoflessione di lunghezza L (Figura 4.8), che subisce un allungamento “a” nella fibra tesa e un accorciamento “b” nella fibra compressa, allora è possibile calcolare la rotazione della sezione trasversale mediante la seguente espressione:

$$\vartheta = \frac{a+b}{h} \quad (4.3)$$

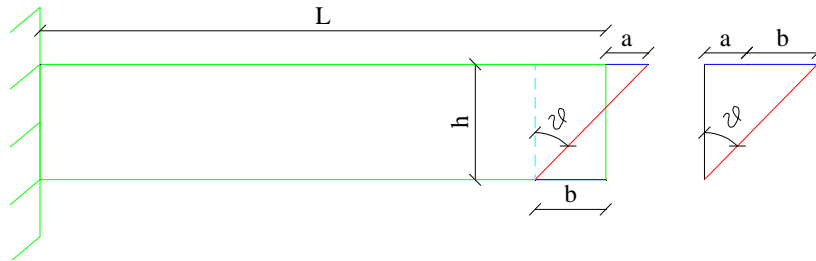


Figura 4.8 – Schema per il calcolo della rotazione di una sezione

Pertanto in definitiva si ha:

$$\rho = \frac{\vartheta}{L} = \frac{a+b}{L} \frac{1}{h} = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b}{h} \quad (4.4)$$

a/L e b/L rappresentano le deformazioni ε_a e ε_b che subisce l'elemento nelle due fibre diametralmente opposte; h è la distanza l'asse di misura delle fibre tese e quello delle fibre compresse.

Con le prove sperimentali è stato possibile calcolare la curvatura che subisce il campione ad ogni passo di carico, attraverso le letture dei comparatori su base estesa, disposti accanto ai quattro spigoli della colonna.

Le letture dei singoli comparatori distinti per registrare gli allungamenti e quelli distinti per registrare gli accorciamenti sono state mediate.

Infine h rappresenta la distanza che intercorre tra i comparatori che registrano accorciamenti e quelli che registrano allungamenti.

Colonne CEIX1 e CEIX2

Le colonne CEIX1 e CEIX2 appartenenti alla prima serie, sono state sottoposte a pressoflessione secondo la direzione di minore inerzia con $e_x = 55$ mm. Nella Figura 4.9 si riporta un campione durante la prova.



Figura 4.9 – Un campione durante la prova di pressoflessione

Nelle figure seguenti si mostrano i risultati ottenuti dalla sperimentazione in forma di diagrammi che correlano opportunamente le grandezze rilevate.

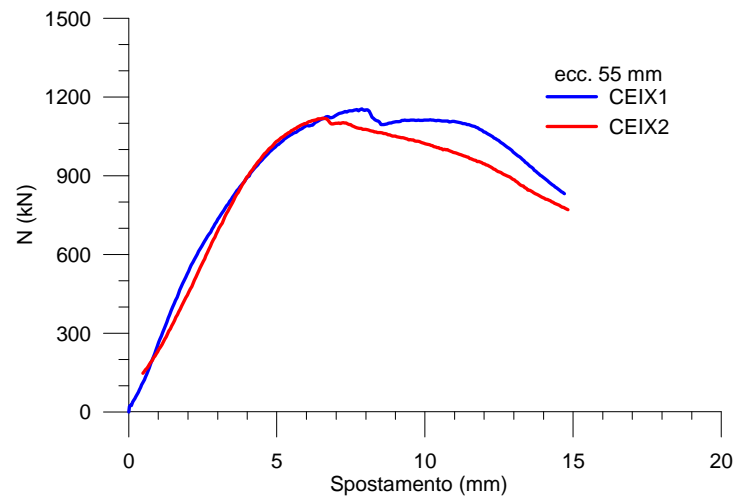


Figura 4.10 – Curve Forze – Spostamento, letture macchina

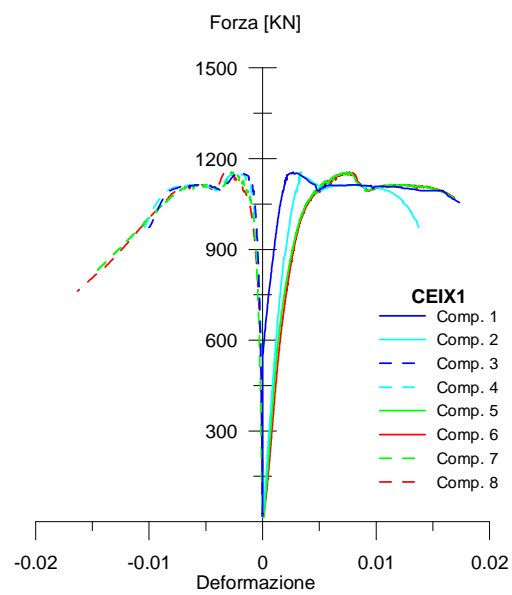


Figura 4.11 – Curve Forza – Deformazione dei comparatori, colonna CEIX1

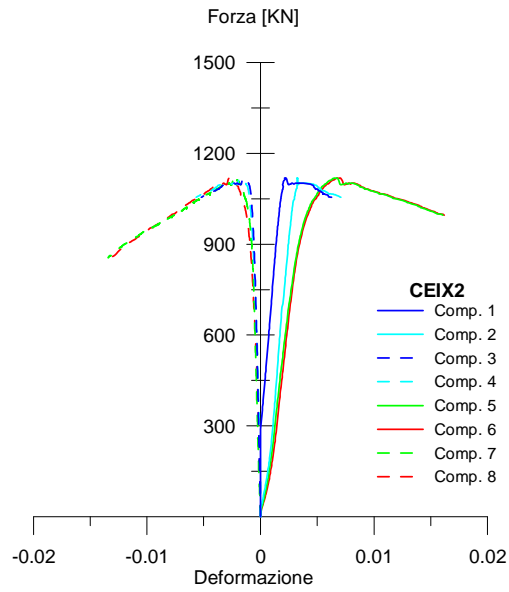


Figura 4.12 – Curve Forza – Deformazione dei comparatori, colonna CEIX2

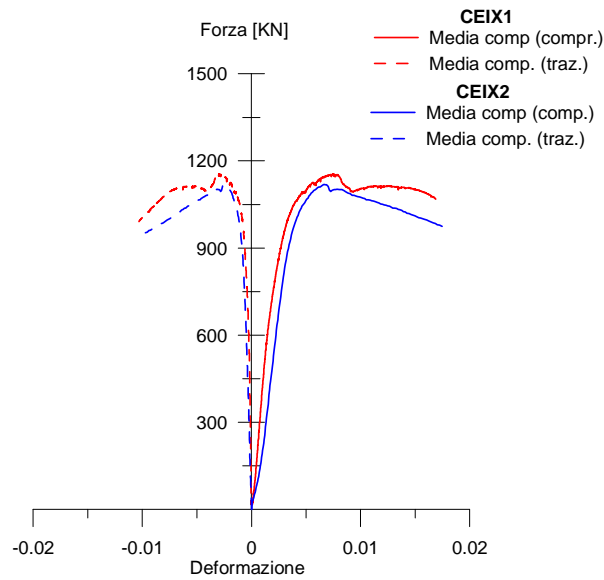


Figura 4.13 – Curve Forza – Deformazione media dei comparatori lunghi, colonne CEIX

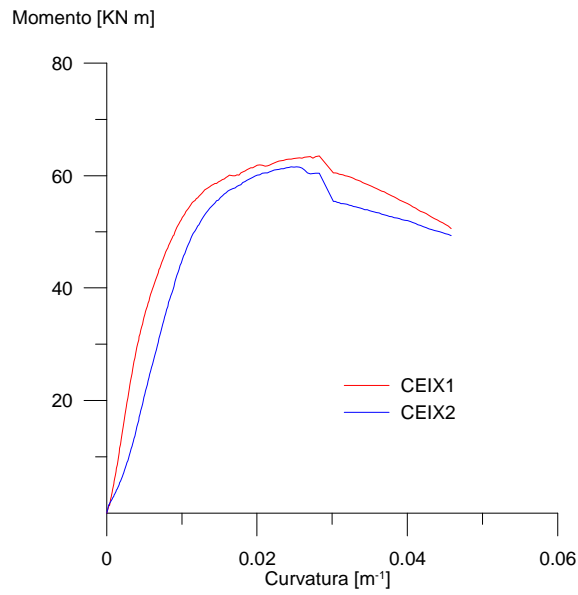


Figura 4.14 – Legame Momento – Curvatura sperimentale delle colonne CEIX1 e CEIX2

Dalla figura seguente è possibile osservare la modalità di rottura.



Figura 4.15 – Modalità di rottura, rotazione dell'estremità della colonna

Colonne CEIY1 e CEIY2

Le colonne CEIY1 e CEIY2 appartenenti alla prima serie, sono state sottoposte a pressoflessione secondo la direzione di maggiore inerzia con $e_y = 65$ mm.

Nella Figura 4.16 si riportano i due campioni durante la prova.



Figura 4.16 – Campioni CEIY1 e CEIY2 durante la prova

Nelle figure seguenti si mostrano i risultati ottenuti in termini di diagrammi che correlano opportunamente le grandezze rilevate.

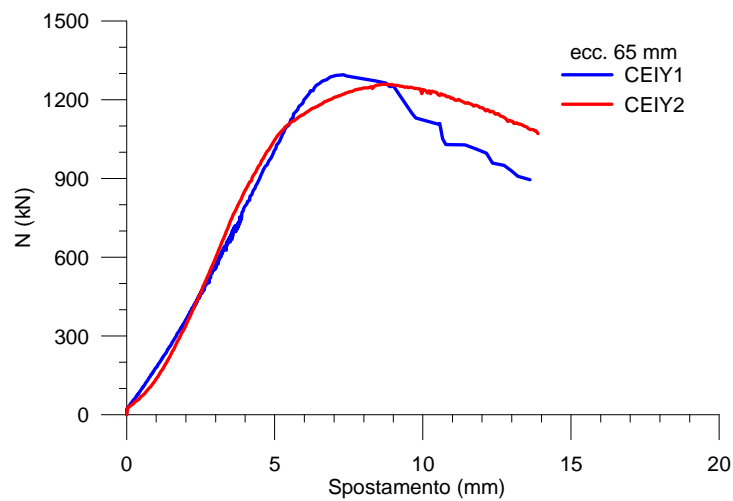


Figura 4.17 – Curve Forze – Spostamento, letture macchina

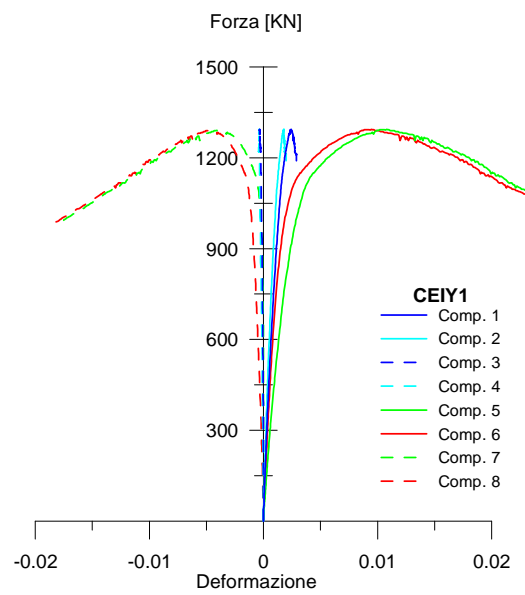


Figura 4.18 – Curve Forza – Deformazione dei comparatori, colonna CEIY1

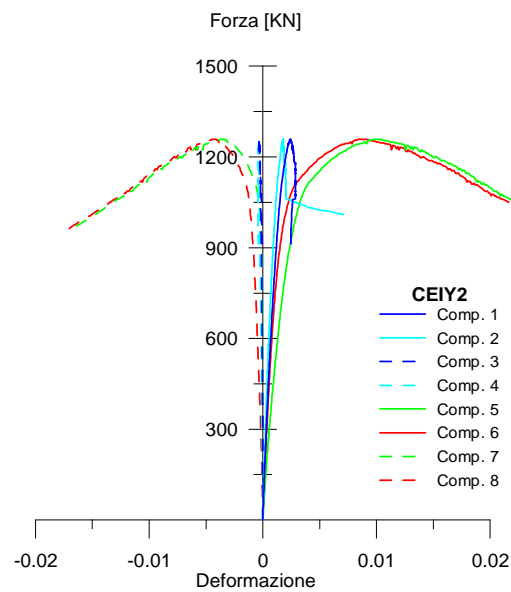


Figura 4.19 – Curve Forza – Deformazione dei comparatori, colonna CEIY2

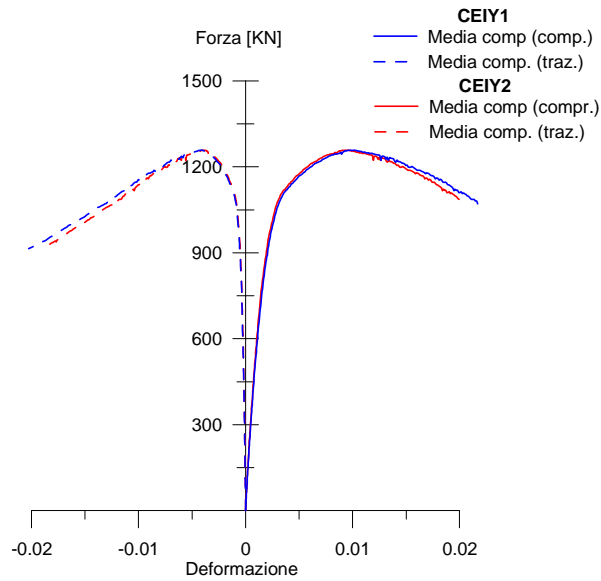


Figura 4.20 – Curve Forza – Deformazione media dei comparatori lunghi, colonne CEIY

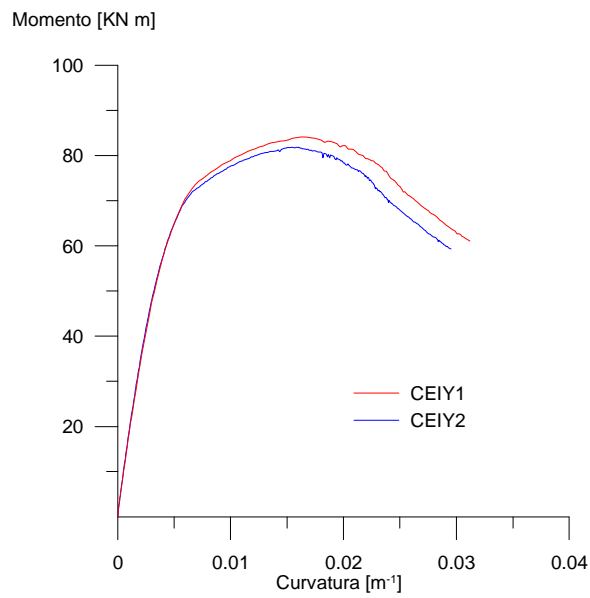


Figura 4.21 - Legame Momento – Curvatura sperimentale delle colonne CEIY1 e CEIY2

Dalla figura seguente è possibile osservare la modalità di rottura.



Figura 4.22 – Modalità di rottura di uno dei campioni provati

Dalle prove di pressoflessione viste fin qui si osserva che le colonne presentano una configurazione deformata, tale per cui, nella zona compressa si riscontra la totale assenza del copriferro, in quanto espulso durante le fasi di carico.

Nella zona tesa si riscontra un quadro fessurativo distribuito lungo tutta l'altezza della colonna ma con concentrazione in corrispondenza della parte centrale, con una apertura maggiormente pronunciata delle lesioni.

Colonne CEIXY1 e CEIXY2

Le colonne CEIXY1 e CEIXY2 appartenenti alla prima serie, sono state sottoposte a pressoflessione deviata con $e_x = 33$ mm ed $e_y = 70$ mm.

Per sottoporre la colonna a pressoflessione deviata è stato necessario posizionare la colonna sulla macchina di prova come riportato nella figura seguente.

4. Comportamento sperimentale di colonne in c.a. non rinforzate soggette a pressoflessione e modelli possibili

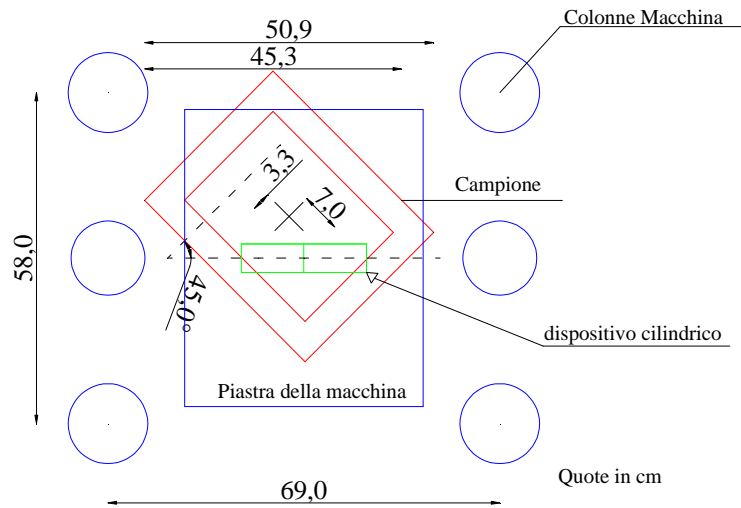


Figura 4.23 – Schema di posizionamento del campione per la pressoflessione deviata

Nella Figura 4.24 e Figura 4.25 si riportano i due campioni durante la prova.



Figura 4.24 – Colonna CEIXY1 durante la prova



Figura 4.25 – Colonna CEIXY2 durante la prova

Nella figura seguente si mostrano i risultati ottenuti dalla sperimentazione in forma di diagrammi che correlano opportunamente le grandezze rilevate.

Per questa tipologia di prova è stato prodotto la sola curva forza- spostamento, nella quale lo spostamento è quello dedotto dalla lettura della macchina misurato lungo l'asse della stessa. Infatti le letture dei comparatori non sono risultate utili per la definizione di alcun parametro di rilievo.

4. Comportamento sperimentale di colonne in c.a. non rinforzate soggette a pressoflessione e modelli possibili

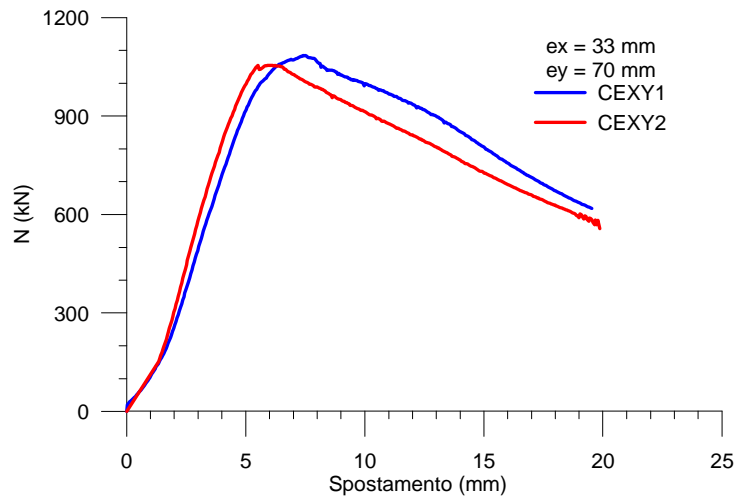


Figura 4.26 – Curve Forze – Spostamento, letture macchina

Dalla figura seguente è possibile osservare la modalità di rottura.



Figura 4.27 – Colonna CEIXY1 a fine prova



Figura 4.28 – Colonna CEIXY2 a fine prova

Colonne CEIIX1 e CEIIX2

Le colonne CEIIX1 e CEIIX2 appartenenti alla seconda serie, sono state sottoposte a pressoflessione secondo la direzione di minore inerzia con $e_x = 55$ mm.

Nella Figura 4.29 si riportano i due campioni durante la prova.



Figura 4.29 - Campioni CEIIX1 e CEIIX2 durante la prova

Nelle figure seguenti si mostrano i risultati ottenuti dalla sperimentazione in forma di diagrammi che correlano opportunamente le grandezze rilevate.

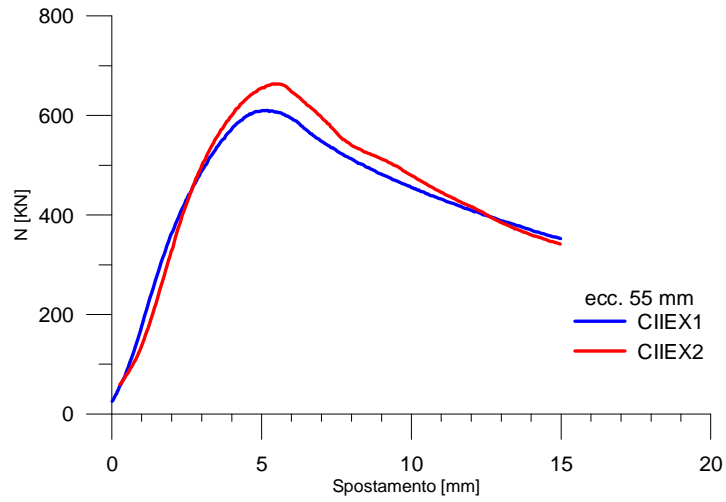


Figura 4.30 – Curve Forze – Spostamento, letture macchina

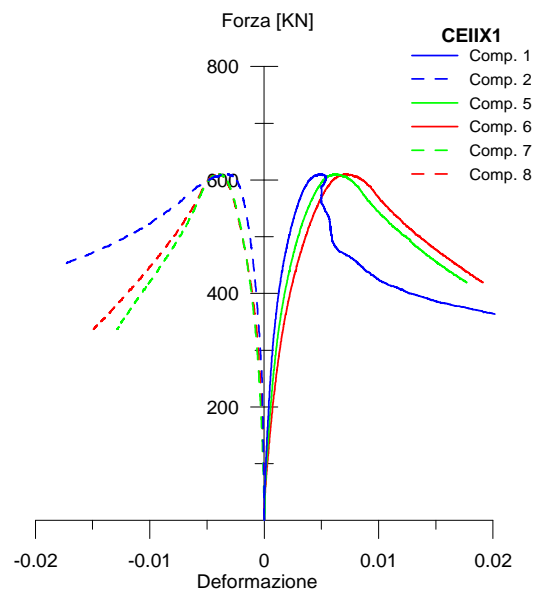


Figura 4.31 – Curve Forza – Deformazione dei comparatori, colonna CEIIX1

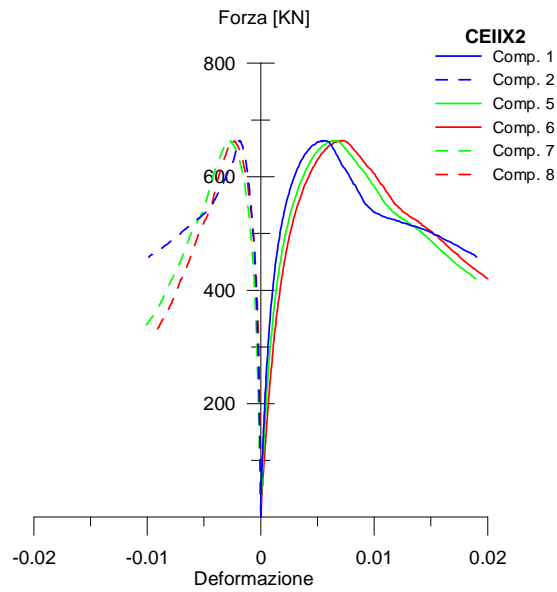


Figura 4.32 – Curve Forza – Deformazione dei comparatori, colonna CEIIX2

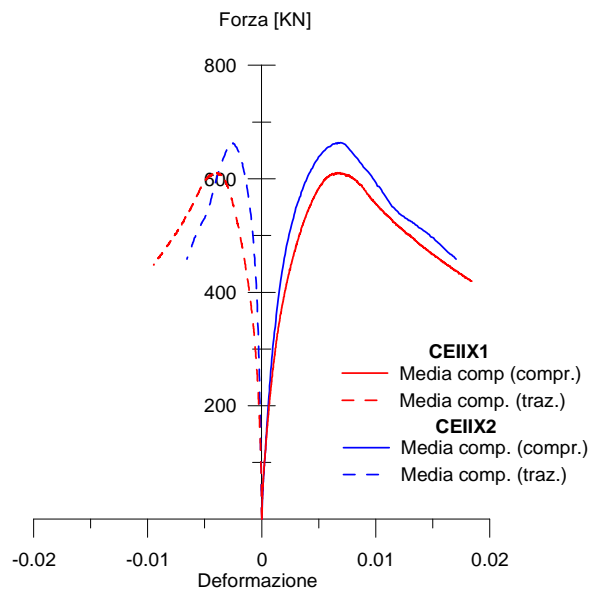


Figura 4.33 – Curve Forza – Deformazione media dei comparatori lunghi, colonne CEIIX

4. Comportamento sperimentale di colonne in c.a. non rinforzate soggette a pressoflessione e modelli possibili

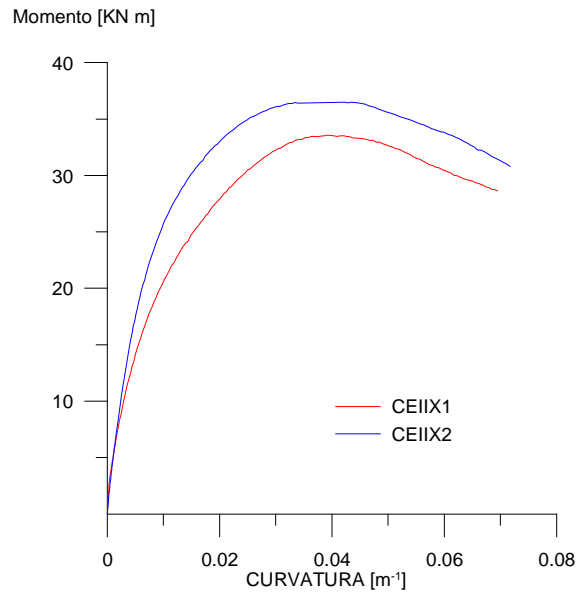


Figura 4.34 - Grafico Momento - Curvatura sperimentale dei campioni CEIIX1 e CEIIX2



Figura 4.35 - Lesioni nella zona tesa e nella zona compressa



Figura 4.36 – Rotazione dell'estremità della colonna e del dispositivo cilindrico

Alla fine della prova le colonne presentano una configurazione deformata tale per cui nella zona compressa si riscontra la totale assenza del copriferro, a causa della sua espulsione, mentre nella zona tesa si riscontra un quadro fessurativo distribuito lungo l'altezza della colonna ma in particolare concentrata in corrispondenza della parte centrale, con lesioni maggiormente pronunciate rispetto alle altre.

Dalla figura seguente è possibile osservare la modalità di rottura.



Figura 4.37 – Configurazione delle colonne a fine prova

Colonne CIIEY1 e CIIEY2

Le colonne CEIYY1 e CEIYY2 appartenenti alla seconda serie, sono state sottoposte a pressoflessione secondo la direzione di maggiore inerzia con $e_y = 65$ mm.

Nella Figura 4.38 si riportano i due campioni durante la prova.



Figura 4.38 – Campioni CIIEY1 e CIIEY2 durante la prova

Nelle figure seguenti si mostrano i risultati ottenuti dalla sperimentazione in forma di diagrammi che correlano opportunamente le grandezze rilevate.

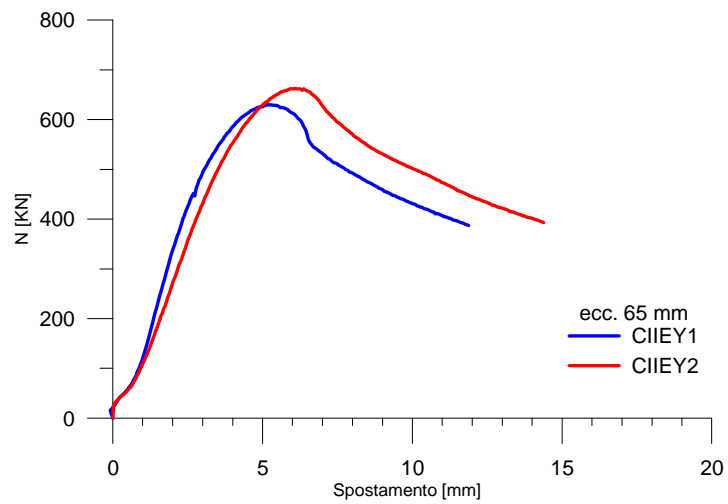


Figura 4.39 – Curve Forze – Spostamento, letture macchina

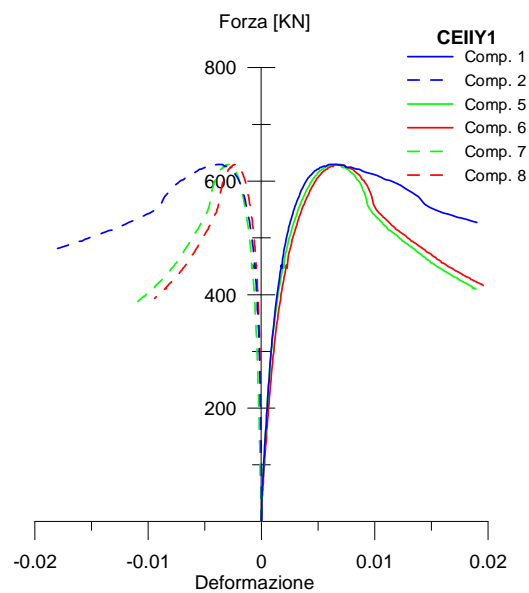


Figura 4.40 – Curve Forza – Deformazione dei comparatori, colonna CEIY1

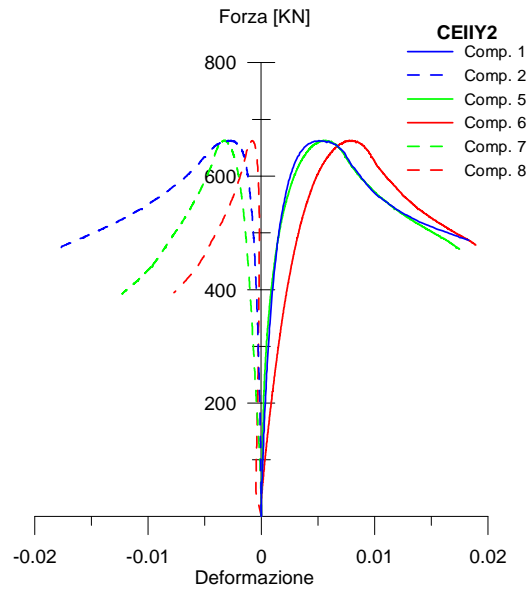


Figura 4.41 – Curve Forza – Deformazione dei comparatori, colonna CEIY2

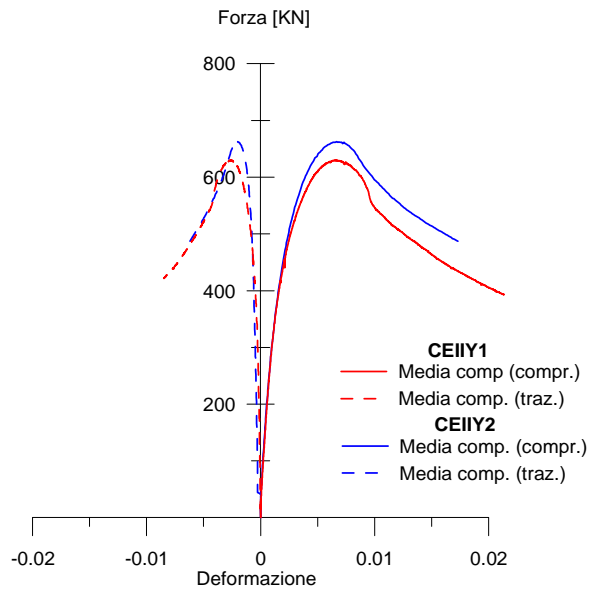


Figura 4.42 – Curve Forza – Deformazione media dei comparatori lunghi, colonne CEIY

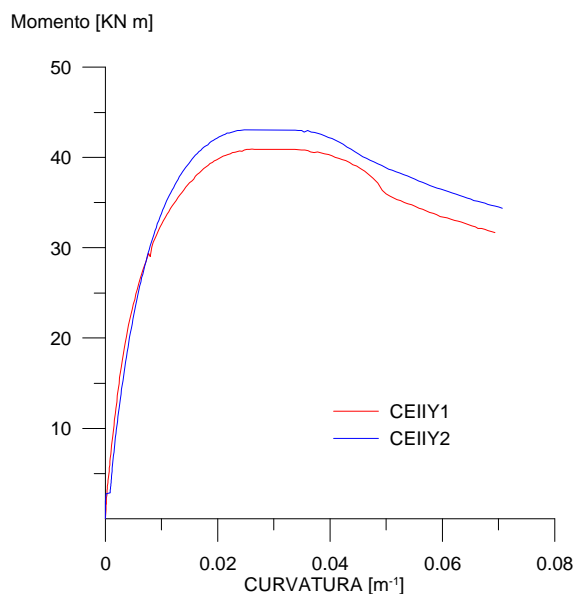


Figura 4.43 – Grafico Momento – Curvatura sperimentale dei campioni CEIY1 e CEIY2

Dall'analisi dei dati registrati durante le prove di pressoflessione si ottengono curve Forza-Spostamento, aventi andamento pressoché analogo per entrambe le colonne:

- nella prima fase le curve presentano un comportamento elastico lineare fino alla fessurazione del copriferro;
- dopo la fessurazione del copriferro la colonna presentano un decremento della rigidezza, rappresentato da una minore pendenza della curva;
- nella fase post picco della curva si registra un decremento della capacità portante con degrado della resistenza al crescere delle deformazioni; in questa fase le barre longitudinali presenti nella zona compressa sono soggette al fenomeno dell'instabilità per carico di punta, mentre nella zona tesa avviene la concentrazione delle fessure in corrispondenza della sezione plasticizzata.



Figura 4.44 - Lesioni nella zona tesa e nella zona compressa

Alla fine della prova le colonne presentano una configurazione deformata tale per cui, nella zona compressa si riscontra la totale assenza del copriferro, mentre nella zona tesa si riscontra un quadro fessurativo distribuito lungo l'altezza della colonna ma in particolare concentrata in corrispondenza della parte centrale, con lesioni maggiormente pronunciate rispetto alle altre.

Dalla figura seguente è possibile osservare la modalità di rottura.



Figura 4.45 - Configurazione delle colonne a fine prova

Si riepilogano di seguito in forma tabellare, i risultati sperimentali ottenuti. I valori di deformazione sono quelli riferiti alla media delle letture dei comparatori su base estese.

Prima Serie - $f_{cm}=24,50$ Mpa					
Campione		N_{max} (kN)	ϵ_{max}	N_u (kN)	ϵ_u
CEIX1	Compr.	1155	0,0075	981	0,0200
	Traz.	1155	-0,0029	981	-0,0111
CEIX2	Compr.	1120	0,0068	952	0,0191
	Traz.	1120	-0,0025	952	-0,0098
CEIY1	Compr.	1295	0,0099	1102	0,0219
	Traz.	1295	-0,0041	1102	-0,0130
CEIY2	Compr.	1260	0,0093	1071	0,0210
	Traz.	1260	-0,0039	1071	-0,0119
CEIXY1	Macchina	1085	0,0083	922	0,0131
CEIXY2	Macchina	1055	0,0065	897	0,0112

Tabella 4.3 – Risultati sperimentali, colonne della I serie sottoposte pressoflessione

Seconda Serie - $f_{cm}=12,65$ Mpa					
Campione		N_{max} (kN)	ϵ_{max}	N_u (kN)	ϵ_u
CEIIX1	Compr.	610	0,0069	519	0,0118
	Traz.	610	-0,0039	519	-0,0070
CEIIX2	Compr.	664	0,0067	564	0,0110
	Traz.	664	-0,0026	564	-0,0044
CEIYY1	Compr.	630	0,0067	535	0,0105
	Traz.	630	-0,0026	535	-0,0046
CEIYY2	Compr.	663	0,0067	564	0,0115
	Traz.	663	-0,0020	564	-0,0041

Tabella 4.4 – Risultati sperimentali, colonne della I serie sottoposte pressoflessione

4.2 Confronto teorico sperimentale: domini di resistenza e diagrammi momento – curvatura

Le indagini sperimentali, riportate nel paragrafo precedente, sono state svolte allo scopo di valutare l'influenza di alcuni parametri caratterizzanti il comportamento di colonne in calcestruzzo armato soggette a tre diverse condizioni di carico (compressione centrata, pressoflessione retta, pressoflessione deviata).

Nel presente paragrafo si fornisce un'interpretazione analitica dei risultati sperimentali, soprattutto per quanto riguarda le caratteristiche di resistenza e il comportamento ultimo delle colonne ricostruendo i diagrammi momento – curvatura e i domini di resistenza.

A tal proposito ci si è serviti di un programma di calcolo non lineare (SAP 2000).

Il software SAP 2000, nella parte denominata Section designer, consente di fare una modellazione a fibre di una sezione scelta, per assegnati legami $\sigma - \epsilon$ dei materiali.

L'idea di base dell'approccio di analisi a fibre è quello di suddividere la sezione che si sta analizzando in sottoelementi legati fra loro da condizioni di congruenza. Conoscendo le deformazioni della sezione si calcola per ogni fibra lo sforzo.

Tale metodologia permette di considerare per ogni fibra una differente legge costitutiva e pertanto nel caso del calcestruzzo armato di distinguere tra i materiali, specificando nella sezione quali sono le fibre di armatura quali di calcestruzzo confinato e quali di calcestruzzo non confinato.

Più fitta è la discretizzazione in fibre della sezione più accurata risulta essere la risposta in termini di domini di resistenza o di deformabilità.

Le fasi della realizzazione di un modello a fibre sono le seguenti:

- definizione dei materiali di base da applicare alle fibre;
- definizione della geometria della sezione;
- discretizzazione della sezione in fibre;
- assegnazione dei materiali alle macro fibre;
- estrapolazione dei risultati dal software.

L'applicativo "Section designer" del Sap 2000 consente di estrapolare i punti della frontiera del dominio di resistenza di una qualunque sezione discretizzata a fibre, e

inoltre consente di determinare il diagramma Momento – Curvatura per assegnato sforzo normale, quindi con eccentricità variabile lungo il diagramma.

Tuttavia, per confrontare i risultati sperimentali con quelli analitici, si ha la necessità di definire un diagramma momento – curvatura a eccentricità costante lungo il diagramma, e di conseguenza a sforzo normale variabile, pertanto tale diagramma si può definire per step:

- si assegna uno sforzo normale N ;
- si estrapola il diagramma momento – curvatura dal section designer per il valore di N assegnato prima;
- si calcola il momento flettente corrispondente allo Sforzo N assegnato, moltiplicando quest'ultimo per l'eccentricità (quella da sperimentazione);
- si legge nel diagramma momento – curvatura a $N = \text{cost.}$, la curvatura corrispondente al momento flettente determinato prima, ottenendo pertanto un punto di coordinate (M, ρ) ;
- si incrementa il valore dello sforzo normale agente nella sezione e si ripete il procedimento.

4.2.1 Colonne appartenenti alla I serie

La sezione di dimensione 220x300 mm viene creata, considerando tre differenti porzioni:

- un nucleo di calcestruzzo per il quale si adotta il legame di calcestruzzo confinato di Saatcioglu e Razvi (1992);
- un anello rettangolare nella parte esterna della sezione, che rappresenta il calcestruzzo non confinato, pertanto modellato con il legame di calcestruzzo confinato di Saatcioglu e Razvi (1992);
- delle barre di armatura interna in acciaio, per i quali si adotta un legame elasto – plastico in grado di riprodurre il legame convenzionale dell'acciaio.

La scelta del legame di calcestruzzo confinato è ricaduta nel modello di Saatcioglu e Razvi in quanto, come dimostrato nel capitolo 2 attraverso il confronto con la sperimentazione effettuata, è quel modello che coglie in maniera esaustiva gli aspetti salienti del materiale confinato.

4. Comportamento sperimentale di colonne in c.a. non rinforzate soggette a pressoflessione e modelli possibili

Di seguito si riportano, le immagini dei legami implementati per le sezioni delle colonne sperimentate.

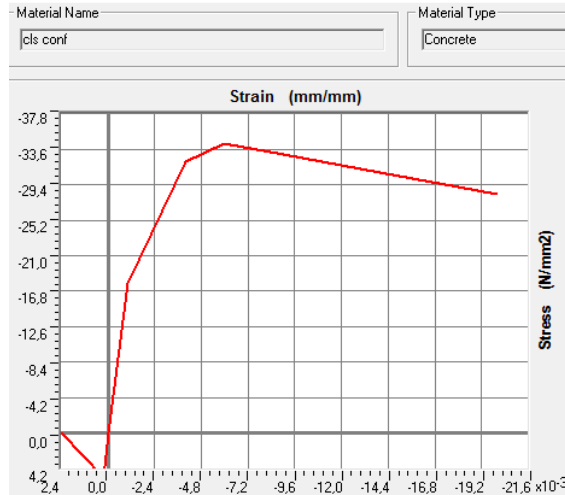


Figura 4.46 – Legame di calcestruzzo confinato di Saatcioglu e Razvi

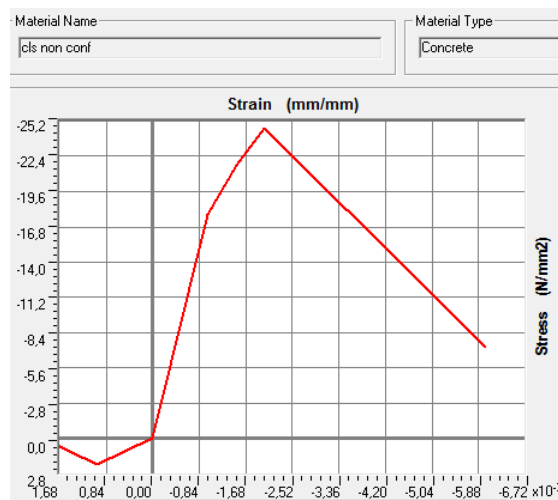


Figura 4.47 – Legame di calcestruzzo non confinato di Saatcioglu e Razvi

La sezione è stata discretizzata in 158 fibre, rispettivamente 10 per le barre di armatura longitudinale, 42 per il copriferro e 106 per il nucleo di calcestruzzo.

L'integrazione numerica viene eseguita considerando i valori di tensione e di deformazione baricentrici all'elemento.

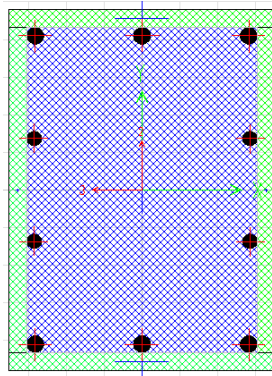


Figura 4.48 – Modellazione della sezione di calcestruzzo armato

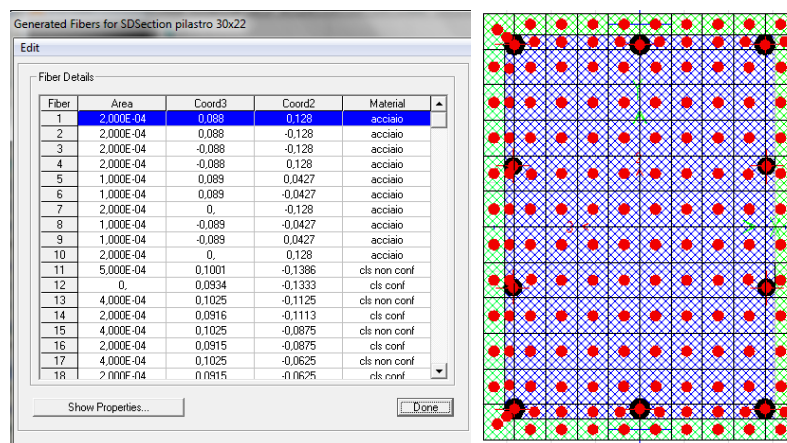


Figura 4.49 – Discretizzazione a fibre della sezione

Una volta definiti tutti i parametri caratterizzanti la sezione, è possibile estrapolare il dominio di resistenza della sezione dei campioni provati.

Nelle immagini seguenti si mostrano i domini di resistenza e i punti che rappresentano le prove sperimentali effettuate.

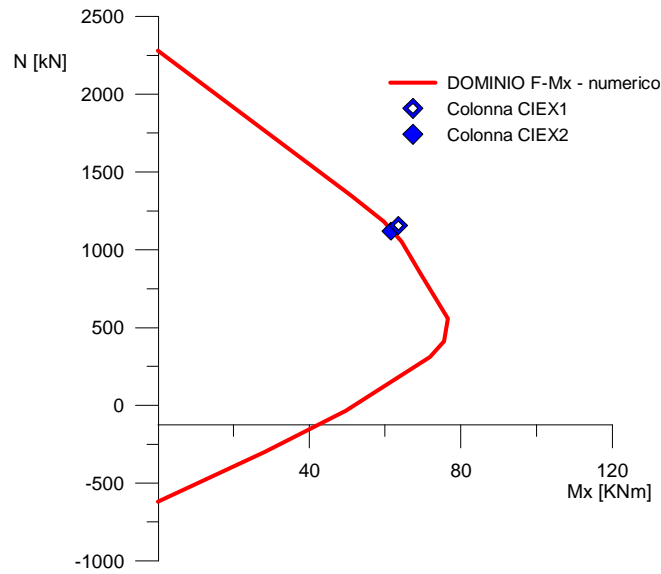


Figura 4.50 - Dominio $N - M_x$

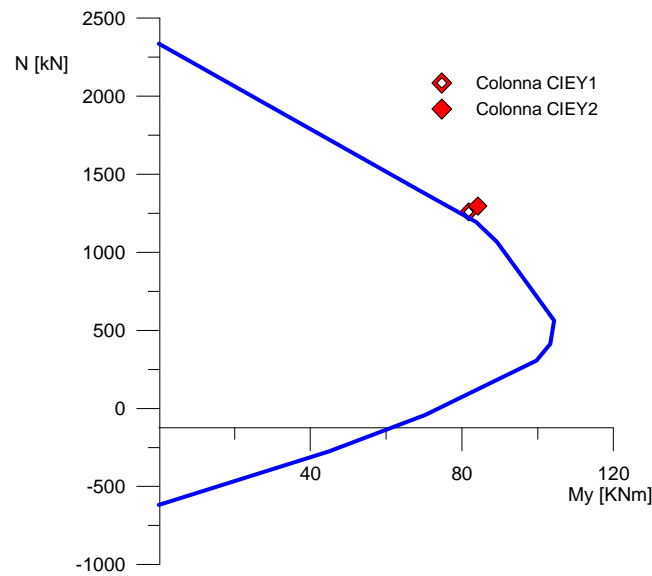


Figura 4.51 - Dominio $N - M_y$

Dalla figura seguente si mostrano i domini di pressoflessione deviata ad un livello di sforzo normale pari a quello raggiunto nelle prove sperimentali.

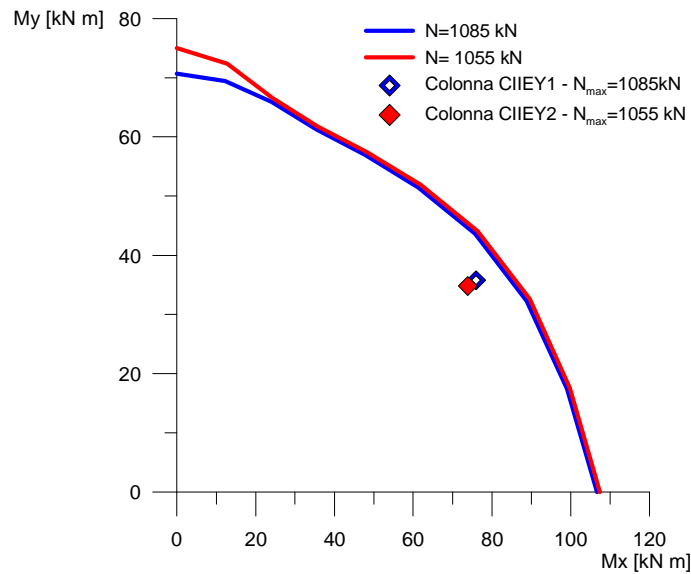


Figura 4.52 – Domino di pressoflessione deviata

Dai grafici riportati nelle figure precedenti risulta evidente come per le colonne della I serie i valori sperimentali si trovino prossimi alla frontiera del dominio.

È stato inoltre possibile estrapolare dal software i diagrammi momento –curvatura a $N = \text{cost.}$ e pertanto, a partire da questi grafici, è stato possibile determinare il grafico momento curvatura ad eccentricità costante, attraverso la procedura prima descritta.

Di seguito si riportano curve necessarie per la determinazione dei diagrammi ad eccentricità costante.

4. Comportamento sperimentale di colonne in c.a. non rinforzate soggette a pressoflessione e modelli possibili

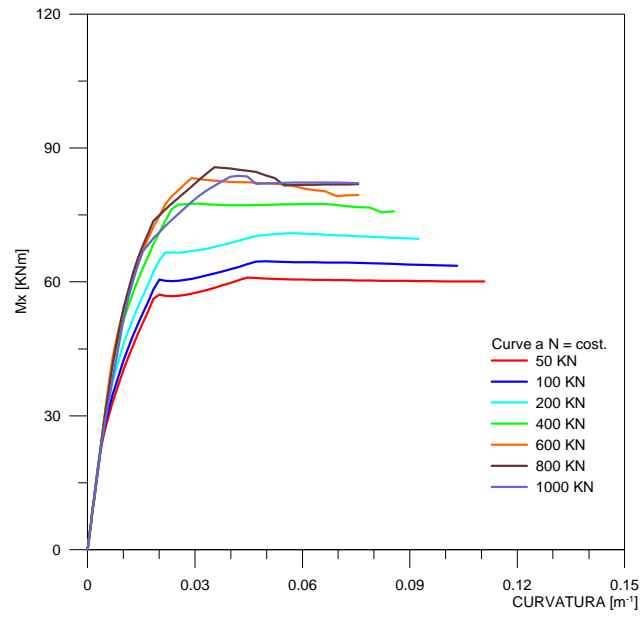


Figura 4.53 – Grafici Momento - curvatura a $N=cost.$, direzione x

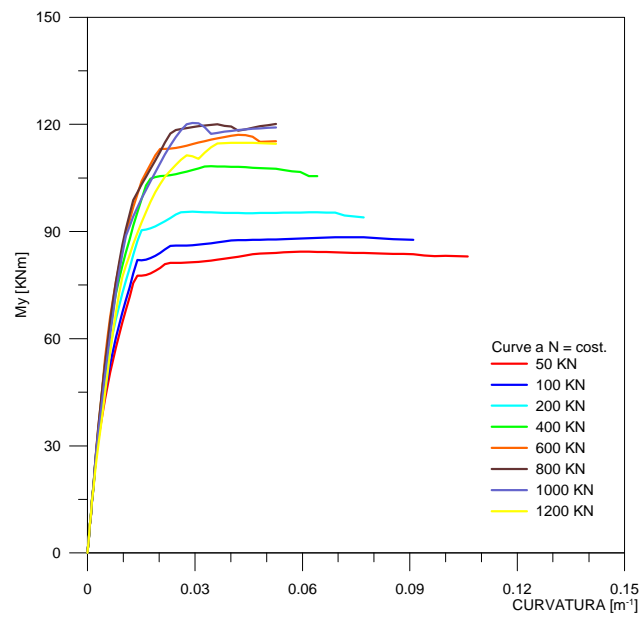


Figura 4.54 - Grafici Momento - curvatura a $N=cost.$, direzione y

Dalle curve momento-curvatura a $N=$ cost sono state ottenute, con la procedura prima descritta, le curve a eccentricità costante.

Di seguito si mettono a confronto le curve $M - \rho$, analitiche e sperimentali.

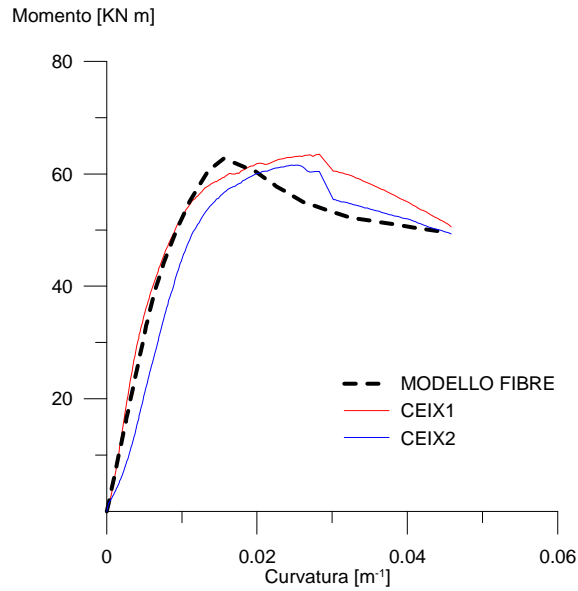


Figura 4.55 – Curve $M - \rho$, colonne CEIX1 e CEIX2, confronto analitico – sperimentale

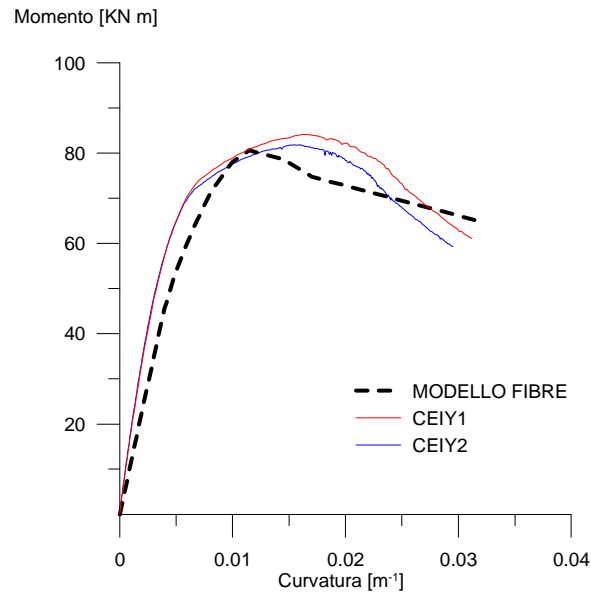


Figura 4.56 – Curve $M - \rho$, colonne CEIY1 e CEIY2, confronto analitico – sperimentale

Dai grafici riportati nelle precedenti figure, si nota la non perfetta coincidenza tra il legame analitico e quello sperimentale.

Tuttavia queste discordanze sono contenute, e sono dovute principalmente alla semplificazione del modello analitico utilizzato.

Alcuni fattori, quali la porosità del calcestruzzo, l'esistenza di micro fratture nella matrice cementizia, la fessurazione e lo spalling del copriferro, vengono trascurati in quanto, pur essendo presenti nella realtà sperimentale, risultano di difficile determinazione e quantificazione.

4.2.2 Colonne appartenenti alla II serie

La sezione di dimensione 220x300 mm viene modellata, considerando tre differenti porzioni:

- un nucleo di calcestruzzo per il quale si adotta il legame di calcestruzzo confinato di Saatcioglu e Razvi (1992);

- un anello rettangolare nella parte esterna della sezione, che rappresenta il calcestruzzo non confinato, pertanto modellato con il legame di calcestruzzo confinato di Saatcioglu e Razvi (1992);
- delle barre di armatura interna in acciaio, per i quali si adotta un legame elasto – plastico incrudente in grado di riprodurre il legame convenzionale dell'acciaio.

La scelta del legame di calcestruzzo confinato è ricaduta sul modello di Saatcioglu e Razvi in quanto, come dimostrato nel capitolo 2 attraverso il confronto con la sperimentazione effettuata, è quel modello che coglie in maniera esaustiva gli aspetti salienti del materiale confinato.

Di seguito si riportano, le immagini dei legami implementati per le sezioni delle colonne sperimentate.

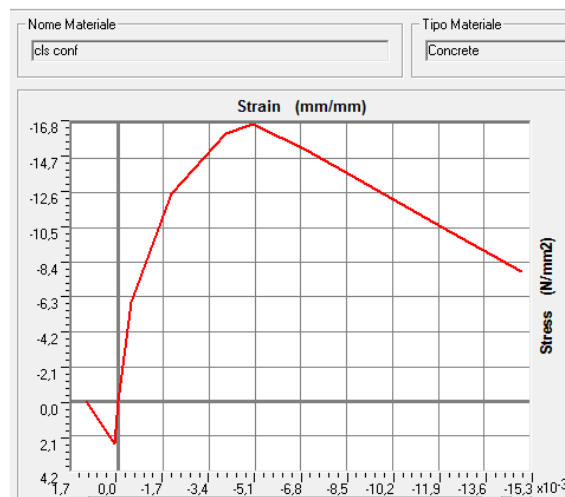


Figura 4.57 – Legame di calcestruzzo confinato di Saatcioglu e Razvi

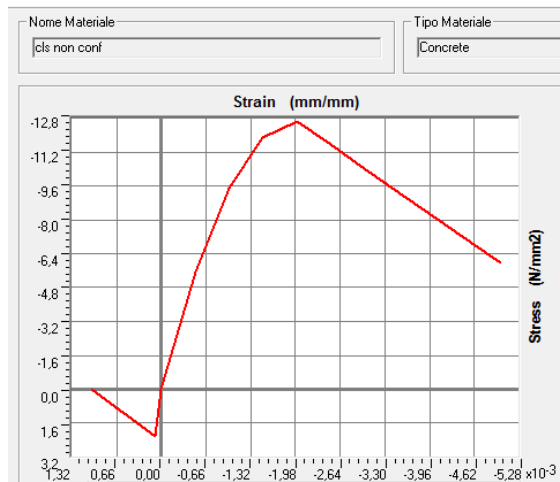


Figura 4.58 - Legame di calcestruzzo non confinato di Saatcioglu e Razvi

La sezione è stata discretizzata in 146 fibre, rispettivamente 6 per le barre di armatura longitudinale, 36 per il copriferro e 104 per il nucleo di calcestruzzo. L'integrazione numerica viene eseguita considerando i valori di tensione e di deformazione baricentrici all'elemento.

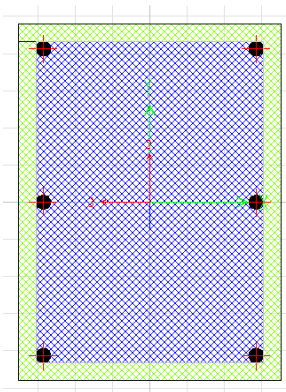


Figura 4.59 – Modellazione della sezione di calcestruzzo armato

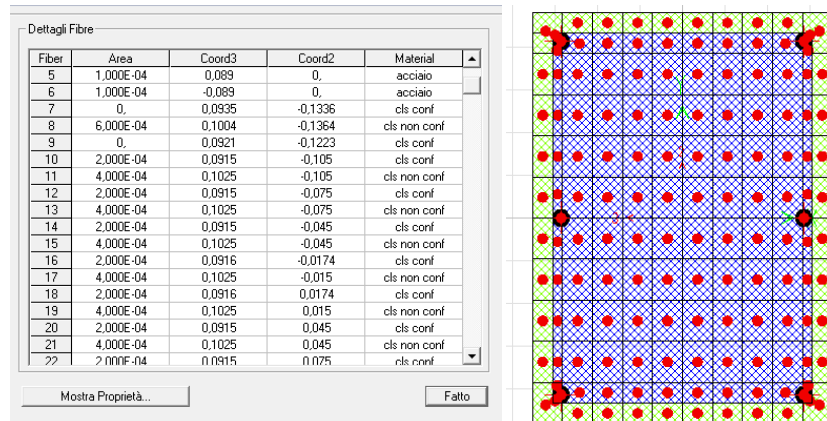


Figura 4.60 – Discretizzazione a fibre della sezione

Una volta definiti tutti i parametri caratterizzanti la sezione, è possibile estrapolare il dominio di resistenza della sezione dei campioni provati.

Nelle immagini seguenti si mostrano i domini di resistenza e i punti che rappresentano le prove sperimentali effettuate.

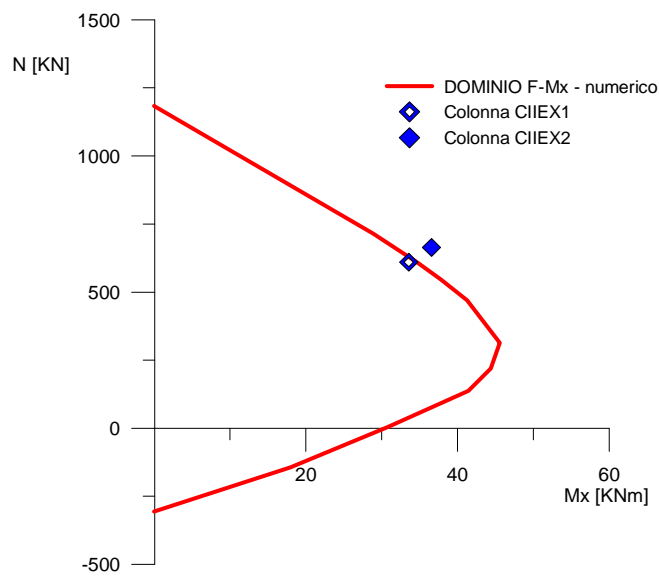


Figura 4.61 – Dominio N – Mx

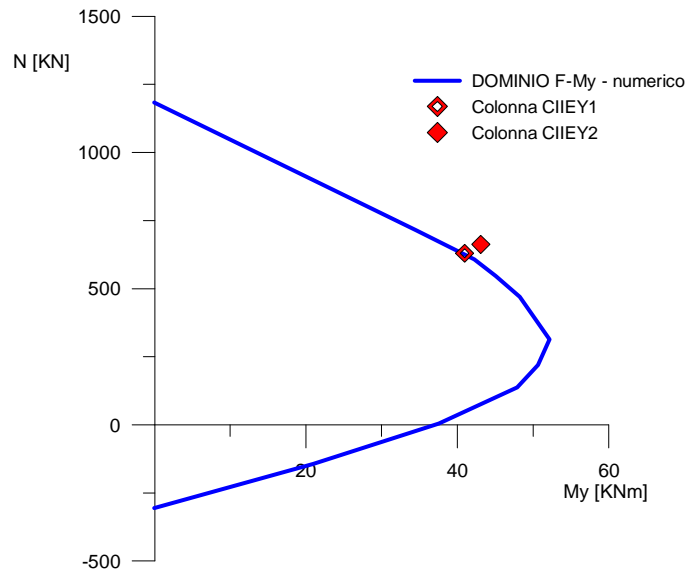


Figura 4.62 - Dominio N - My

Dai grafici riportati nelle figure precedenti risulta evidente come per le colonne della II serie i valori sperimentali si trovino prossimi alla frontiera del dominio.

È stato inoltre possibile estrapolare dal software i diagrammi momento -curvatura a $N = \text{cost.}$ e pertanto a partire da questi grafici è stato possibile determinare il grafico momento curvatura ad eccentricità costante, attraverso la procedura prima descritta.

Di seguito si riportano le curve necessarie per la determinazione dei diagrammi ad eccentricità costante.

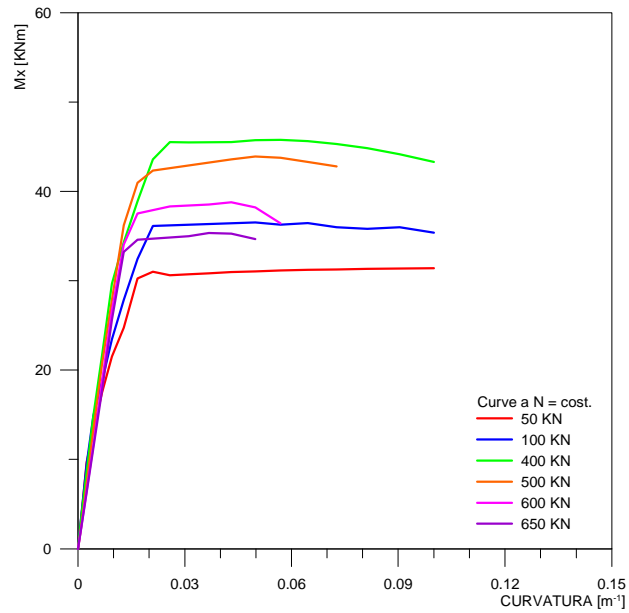


Figura 4.63 – Grafici Momento – curvatura a $N=cost$, direzione x

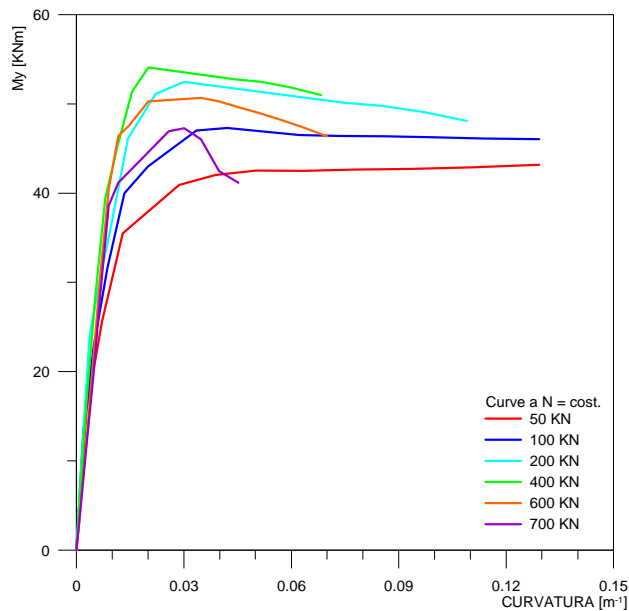


Figura 4.64 – Grafici Momento – curvatura a $N=cost$, direzione y

Dalle curve momento-curvatura a $N= cost$ sono state ottenute, con la procedura prima descritta, le curve a eccentricità costante.

Di seguito si mettono a confronto le curve $M - \rho$, analitiche e sperimentali.

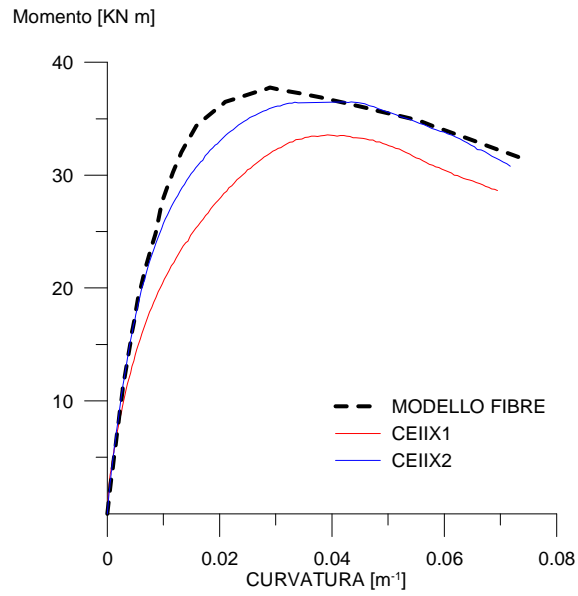


Figura 4.65 - Curve $M - \rho$, colonne CEIIX1 e CEIIX2, confronto analitico - sperimentale

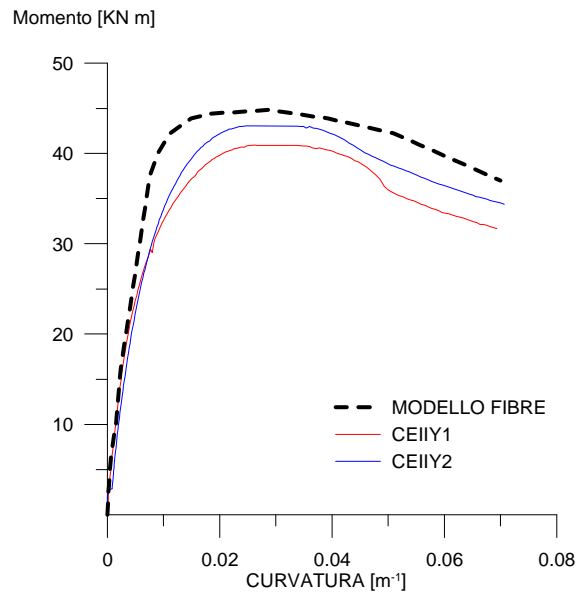


Figura 4.66 - Curve $M - \rho$, colonne CEIY1 e CEIY2, confronto analitico - sperimentale

Dai grafici riportati nelle precedenti figure, si nota la non perfetta coincidenza tra il legame analitico e quello sperimentale.

Tuttavia queste discordanze sono contenute, e sono dovute principalmente alla semplificazione del modello analitico utilizzato.

Infatti alcuni fattori, quali la porosità del calcestruzzo, l'esistenza di micro fratture nella matrice cementizia, la fessurazione e lo spalling del copriferro, vengono trascurati in quanto, pur essendo presenti nella realtà sperimentale, risultano di difficile determinazione e quantificazione.

5. Risposta teorica in curvatura di sezioni presso-inflesse in c.a.

L'evoluzione dei codici tecnici è stata storicamente legata ai progressi nel campo dell'ingegneria strutturale. Nonostante il continuo aggiornamento dei codici tecnici, la questione della valutazione della capacità di sezioni in c.a. sottoposte a pressoflessione deviata (ALBB) appare oggi non esaustivamente affrontato, tuttavia, i codici stessi consigliano spesso l'adozione di modelli altamente rappresentativi soprattutto quando devono essere eseguite analisi complesse. Su questo argomento, che è rilevante soprattutto quando deve essere valutata la capacità sismica degli edifici, nei codici è prevista la previsione della resistenza di sezioni soggetti ad azione biassiale, mentre non vengono date indicazioni circa la stima della curvatura ultima e duttilità. Tuttavia, la sopravvivenza delle strutture in cemento armato soggette ad azioni sismiche, non può essere affidata alla sola resistenza, ma la possibilità di valutare le risorse post-elastiche disponibili dalle sezioni trasversali è estremamente importante, soprattutto quando queste hanno il ruolo strategico di garantire la capacità di spostamento della struttura, come è richiesto per le sezioni trasversali di base di colonne in c.a..

Un'ampia analisi parametrica, che tenga conto di tutti i parametri geometrici e meccanici coinvolti nel problema, appare necessaria non solo per avere una profonda comprensione dell'argomento, ma anche per individuare dei criteri di progettazione migliori per sezioni in c.a..

Inoltre, la capacità di una sezione in c.a. non può essere valutata solo dall'osservazione della curvatura finale lungo ogni direzione di flessione, ma risulta più significativa valutare la duttilità disponibile di una sezione.

In questo capitolo si studia l'influenza dei parametri geometrici e meccanici più rappresentativi (resistenza del calcestruzzo, forma della sezione, livello di confinamento, rapporto di armatura longitudinale, distribuzione del rinforzo), nella valutazione della capacità deformativa di una sezione sottoposta a pressoflessione deviata.

Viene indagata la sensibilità dei suddetti parametri, attraverso la definizione della curvatura ultima, della curvatura elastica, e dei domini duttilità relativi ad una sezione in calcestruzzo armato.

5.1 Curvatura ultima, curvature elastica e definizione di domini di curvatura

5.1.1 Dominio di curvature ultime

La valutazione della capacità in curvatura di una sezione in cemento armato in regime di pressoflessione deviata richiede prima di fissare la legge costitutiva per le deformazioni per calcestruzzo e armatura.

Dalla sperimentazione riportata nei capitoli precedenti è stato possibile, attraverso i confronti teorici sperimentali, definire i modelli costitutivi che meglio descrivono il comportamento del calcestruzzo confinato.

Da tali confronti è stato osservato che il legame di Saatcioglu e Razvi è quello che meglio descrive il comportamento del calcestruzzo confinato.

Tutte le analisi effettuate fanno uso per il nucleo della sezione della legge di calcestruzzo confinato di Saatcioglu e Razvi, definita nei capitoli precedenti, che tiene conto dell'effetto di confinamento prodotte dalle armature longitudinale e trasversale, invece si utilizza la legge di calcestruzzo non confinato secondo Saatcioglu e Razvi per il copriferro.

Per l'acciaio viene assegnata una legge elastica-perfettamente plastica, con modulo elastico di Young pari a $E_s=210.000 \text{ Mpa}$. Il tratto elastico termina quando viene raggiunta la resistenza al limite elastico ($f_y=450 \text{ Mpa}$) e dopo segue il tratto orizzontale. Sotto queste condizioni il valore di deformazione dell'acciaio al limite elastico è $\varepsilon_{sy}=f_y/E_s=2.14 \%$. Nessun limite è stato dato alla deformazione ultima dell'acciaio anche perché la crisi della sezione si attinge per il raggiungimento della deformazione ultima nel calcestruzzo.

Indipendentemente dalla scelta delle leggi costitutive per calcestruzzo e acciaio, il valore curvatura ultima φ_u , che la sezione è in grado di raggiungere, è sempre dato dalla seguente espressione

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_{cu}} \quad (5.1)$$

essendo x_{cu} la distanza tra l'asse neutro e il punto della sezione interessata dalla massima deformazione di compressione (Figura 5.1).

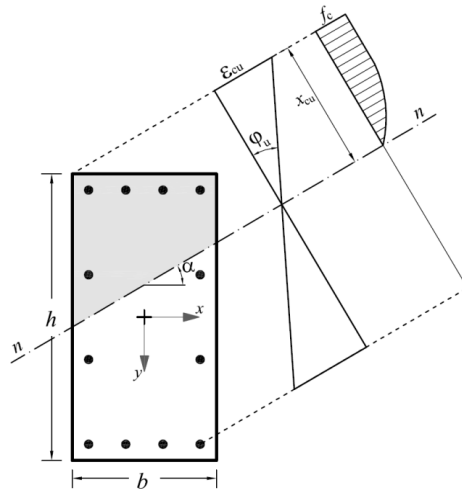


Figura 5.1 – Tensione – Deformazione ultima di una sezione in calcestruzzo armato, soggetta ad azione biassiale

Comunemente la valutazione della curvatura ultima di una sezione trasversale rettangolare è effettuata calcolando la capacità di curvatura lungo gli assi principali (x e y) utilizzando tali valori come riferimento per la definizione di un modello strutturale non lineare.

Se si vogliono invece valutare in maniera corretta le caratteristiche di deformazione di sezioni soggette ad azioni biassiali, è necessario costruire il dominio di curvatura ultima, (Figura 5.2) che consente di definire la curvatura disponibile al variare dell'angolo di sollecitazione.

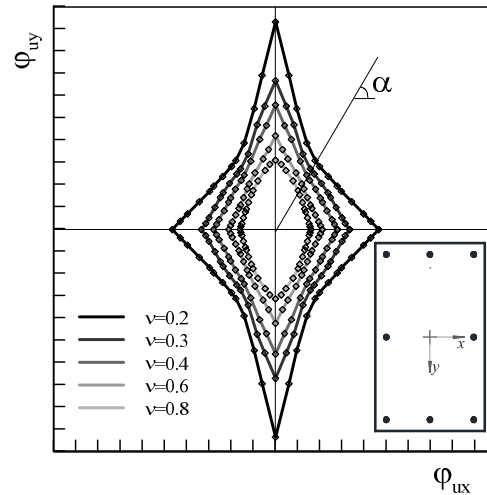


Figura 5.2 – Dominio di curvatura ultima al variare della sforzo normale adimensionalizzato v

La costruzione del dominio avviene, per assegnate leggi dei materiali e per fissato valore di ε_{cu} , variando l'inclinazione dell'angolo dell'asse neutro α , e imponendo le condizioni di equilibrio.

Definita la posizione dell'asse neutro, è possibile valutare la curvatura ultima attraverso l'equazione 5.1.

È possibile pertanto costruire il dominio di curvatura ricavando i punti di coordinate φ_{ux} φ_{uy} calcolabili attraverso le relazioni seguenti:

$$\varphi_{ux} = \varphi_u \cos \alpha \qquad \varphi_{uy} = \varphi_u \sin \alpha \qquad (5.2)$$

Il modulo di ciascun vettore che va dall'origine degli assi fino a tali punti rappresenta la curvatura ultima lungo la direzione individuata dall'angolo di sollecitazione, e viene determinata analiticamente come

$$\varphi_u = \sqrt{\varphi_{ux}^2 + \varphi_{uy}^2} \qquad (5.3)$$

Il dominio di curvatura ultima è fortemente influenzato dal livello di sforzo normale e quindi, è importante valutare l'influenza della sforzo normale adimensionale sulla forma dei domini, che è pari a:

$$\nu = N / f_c b h \quad (5.4)$$

Come era prevedibile (Figura 5.2), all'aumentare del livello di sforzo normale, il dominio si rimpicciolisce a causa di una generale riduzione delle capacità di deformazione. Inoltre si può osservare che i valori di curvatura ultima disponibili per la sezione trasversale lungo gli assi principali x e y , subiscono una riduzione significativa quando si verificano le condizioni di pressoflessione deviata.

Anche se i domini riportati in Figura 5.2 sono riferiti ad una specifica sezione, la perdita di capacità di curvatura in presenza di pressoflessione deviata è una tendenza generale che interessa tutte le sezioni rettangolari e sarà profondamente discussa in seguito.

5.1.2 Dominio di curvature elastica

Il dominio di curvatura elastica rappresenta la condizione della sezione al limite elastico per effetto di azioni biassiali. La costruzione di questo dominio può essere effettuata in modo simile al dominio di curvatura ultima.

Come è possibile osservare dalla Figura 5.3, la condizione di curvatura al limite elastico si verifica quando le barre di acciaio raggiungono la deformazione di snervamento ε_{sy} .

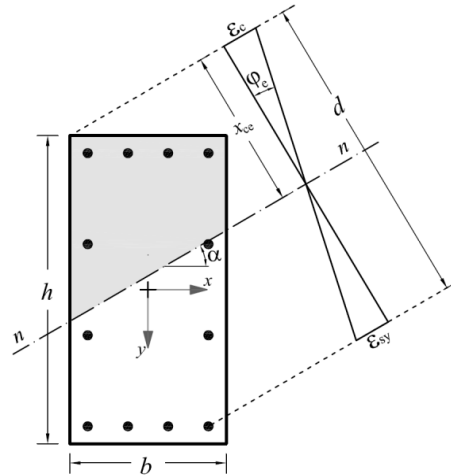


Figura 5.3 - Deformazione elastica di una sezione in calcestruzzo armato, soggetta ad azione biassiale

La curvatura elastica φ_e per un generica inclinazione dell'asse neutro può essere espressa come

$$\varphi_e = \frac{\varepsilon_{sy}}{d - x_{ce}} \quad (5.5)$$

Dove d è la distanza tra la barra snervata e la fibra di calcestruzzo maggiormente compressa, e x_{ce} la distanza dall'asse neutro della stessa fibra di calcestruzzo.

Il dominio di curvatura elastica (Figura 5.4) è quindi costruito variando di volta in volta l'angolo α e determinando la posizione dell'asse neutro (x_{ce}) corrispondente alle condizioni elastiche e il valore associato di φ_e .

I punti costituenti il dominio hanno coordinate:

$$\varphi_{ex} = \varphi_e \cos \alpha \quad \varphi_{ey} = \varphi_e \sin \alpha \quad (5.6)$$

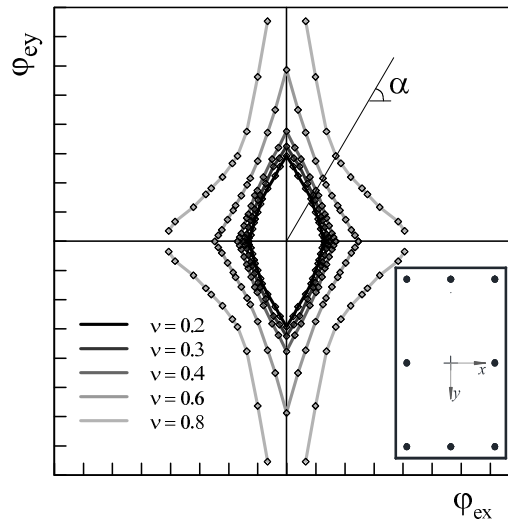


Figura 5.4 – Dominio di curvatura elastica al variare della sforzo normale adimensionalizzato v

A differenza del dominio di curvatura ultima, l'estensione dei domini di curvatura elastica cresce con l'aumentare del livello di sforzo normale.

Allo stesso tempo, si può osservare che anche la curvatura elastica mostra la tendenza generale a subire una riduzione quando la sezione è sottoposta a pressoflessione deviata.

Inoltre è importante sottolineare che, diversamente dai domini di curvatura ultima, la cui superficie limite può essere determinata per ogni valore di α e per ogni livello di sforzo normale, il dominio di curvatura elastica può risultare non definita per alcuni valori di α per elevati valori di sforzo normale.

Per tale situazione infatti, si verifica la condizione di rottura fragile della sezione, in quanto si raggiunge la rottura del calcestruzzo prima che avvenga lo snervamento delle armature. Nei domini riportati in Figura 5.4, la situazione di rottura fragile della sezione, si raggiunge per $v=0,8$ agli angoli $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ e 270° .

5.1.3 Domini di duttilità in curvatura

Noti i valori di curvatura φ_u e φ_e per ogni valore di α e per ogni livello di sforzo normale, è possibile calcolare la duttilità in curvatura della sezione μ_φ , attraverso la seguente espressione:

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_u}{\varphi_e} \quad (5.7)$$

Pertanto è possibile inoltre costruire un dominio di duttilità in curvatura, attraverso la definizione dei punti di coordinate:

$$\mu_{\varphi_x} = \mu_\varphi \cos \alpha = (\varphi_u / \varphi_e) \cos \alpha \quad \mu_{\varphi_y} = \mu_\varphi \sin \alpha = (\varphi_u / \varphi_e) \sin \alpha \quad (5.8)$$

Alcuni esempi di domini di duttilità in curvatura di sezioni rettangolari sono riportati in Figura 5.5 per differenti livelli di sforzo normale.

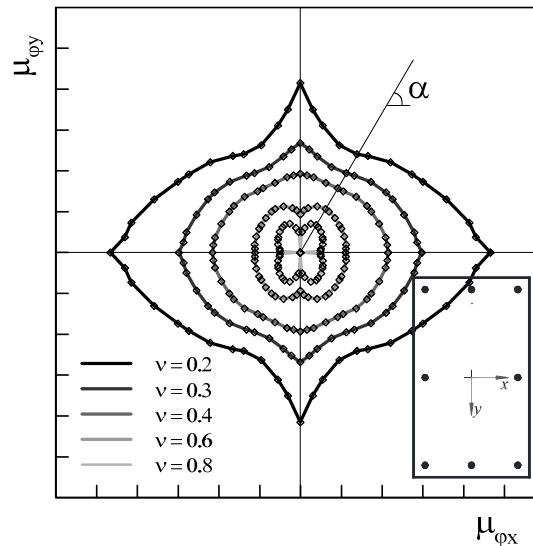


Figura 5.5 – Esempio di dominio di duttilità per una sezione rettangolare

Si può osservare che la forza assiale gioca un duplice ruolo. Infatti, i domini di duttilità subiscono una riduzione significativa in termini di estensione della superficie limite all'aumentare del livello di sforzo normale, mentre la duttilità

disponibile lungo gli assi ortogonali (x e y) rimane invariata o addirittura aumenta anche in presenza di elevati livelli di compressione normale.

Si noti inoltre, che quando la curvatura elastica non è definita per alcuni valori di α a causa della rottura fragile, il dominio di duttilità in curvatura tende a zero (Figura 5.5) per valori $\nu=0,8$.

Il dominio di duttilità in curvatura è la rappresentazione globale della duttilità che è disponibile in ogni direzione, per un determinato livello di sforzo normale.

5.2 Studio parametrico della capacità deformativa di una sezione in c.a. soggetta a presso flessione deviata

5.2.1 Definizione dei parametri

Sulla base di quanto esposto nei paragrafi precedenti, risulta chiaro che la valutazione dei domini in regime di pressoflessione potrebbe svolgere un ruolo importante in vari aspetti fondamentali nella progettazione sismica, come ad esempio la taratura di cerniere plastiche in modelli non lineari, la definizione di fattori di riduzione spettrale e la valutazione della capacità di spostamento inelastico di strutture.

Come si accennava prima diversi sono i parametri che possono influenzare il comportamento di una sezione in c.a.

Si assume, per semplicità, che l'interasse tra le armature risultino uguali lungo le due direzioni x e y . Facendo riferimento alla sezione generica riportata in Figura 5.6 è possibile definire l'interasse adimensionale come:

$$t_x = i_x / (b - 2\delta) \qquad t_y = i_y / (h - 2\delta) \qquad (5.9)$$

che assumono lo stesso valore per l'assunzione fatta $t = t_x = t_y$.

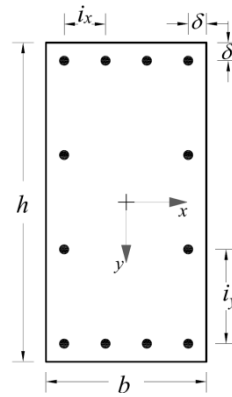


Figura 5.6 – Caratteristiche geometriche sezione generica

I parametri geometrici selezionati per l'analisi sono, $\xi=h/b$ (rapporto di forma), $\rho=A_s/bh$ (rapporto geometrico di armatura longitudinale), $\rho_{st}=A_{st}/bhs$ (rapporto volumetrico di armatura trasversale, s passo delle staffe), $t=t_x=t_y$, (distanza adimensionale dell'interasse tra le barre). Inoltre è anche esaminata l'influenza del parametro meccanico f_c (resistenza del calcestruzzo) e ε_{cu} (deformazione ultima a compressione del calcestruzzo considerata secondo dell'efficacia del confinamento).

Sono stati effettuate tre diverse analisi, nelle quali viene valutata l'influenza dei vari parametri scelti.

Nell'analisi *A1* viene esaminata l'influenza dei parametri meccanici “resistenza del calcestruzzo” e “l'efficacia del confinamento”. Tre livelli di resistenza di calcestruzzo (14, 25 and 35 MPa) e 2 livelli di efficacia di confinamento, bassa efficacia $\rho_{st}=0,25\%$ a cui si associa un valore di $\varepsilon_{cu}=0.5\%$, e efficacia medio-alta $\rho_{st}=0,25\%$ a cui si associa un valore di $\varepsilon_{cu}=1.0\%$.

L'analisi è stata condotta per tre diverse sezioni aventi dimensioni ($b \times h$) (in cm) 40x40, 30x60 e 30x90, a cui corrispondono i seguenti rapporti di forma $\xi=1.0$, $\xi=2.0$ and $\xi=3.0$.

In questa analisi il rapporto geometrico dell'armatura è fissato a $\rho=1\%$. I dettagli dei parametri coinvolti nell'analisi *A1* sono riportati in Tabella 5.1.

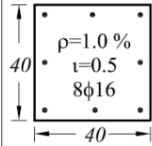
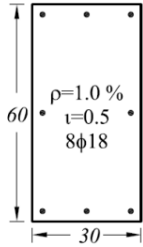
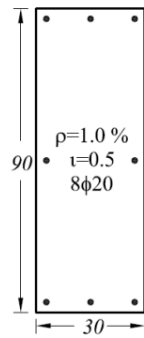
AI	ξ			
	S	1 $\xi=1.0$	2 $\xi=2.0$	3 $\xi=3.0$
				
ε_{cu}	1	f_c 14	f_c 14	f_c 14
		(MPa) 25	(MPa) 25	(MPa) 25
	2	35	35	35
		f_c 14	f_c 14	f_c 14
	0.5%	(MPa) 25	(MPa) 25	(MPa) 25
		35	35	35

Tabella 5.1 – Parametri coinvolti nell' Analisi 1

Nell' analisi A2, viene valutata l'influenza dell'interasse delle barre longitudinali, facendo variare il parametro adimensionale ι che assume i valori 1.0, 0.5, 0.33 e 0.25. La resistenza del calcestruzzo, l'efficacia del confinamento e il rapporto del rinforzo si assumono rispettivamente $f_c=25\text{ MPa}$, $\varepsilon_{cu}=1\%$ and $\rho=1\%$.

L' analisi è condotta 3 diverse sezioni prima definite che sono caratterizzati da un rapporto di forma pari a $\xi=1.0$, $\xi=2.0$ e $\xi=3.0$.

Nell'analisi A3 si vuole invece osservare l'influenza del rapporto geometrico di armatura. Il parametro ρ in questa analisi assume valori 1.0%, 2.5% e 4.0%. I parametri fissati, invece, sono resistenza del calcestruzzo ($f_c=25\text{ MPa}$), efficacia del confinamento ($\varepsilon_{cu}=1\%$) e interasse tra le barre adimensionalizzato ($\iota=0.33$). Anche questa analisi è condotta per tre diversi rapporti di forma $\xi=1.0$, $\xi=2.0$ e $\xi=3.0$. I dettagli dei parametri coinvolti nelle analisi A2 and A3 sono riassunti nelle tabelle seguenti.

A2		t					
		1	2	3	4		
S	I	$\tau=1.0$	$\tau=0.5$	$\tau=0.33$	$\tau=0.25$		
		$\xi=1.0$	40	$f_c=25\text{MPa}$ $\varepsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $4\phi 22$	$f_c=25\text{MPa}$ $\varepsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $8\phi 16$	$f_c=25\text{MPa}$ $\varepsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $12\phi 14$	$f_c=25\text{MPa}$ $\varepsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $16\phi 12$
			60	$f_c=25\text{MPa}$ $\varepsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $4\phi 24$	$f_c=25\text{MPa}$ $\varepsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $4\phi 18/\text{ang}$ $4\phi 16/\text{sid}$	$f_c=25\text{MPa}$ $\varepsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $12\phi 14$	$f_c=25\text{MPa}$ $\varepsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $16\phi 12$
$\xi=3.0$	90	$f_c=25\text{MPa}$ $\varepsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $4\phi 30$	$f_c=25\text{MPa}$ $\varepsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $4\phi 22/\text{ang}$ $4\phi 20/\text{sid}$	$f_c=25\text{MPa}$ $\varepsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $4\phi 18/\text{ang}$ $8\phi 16/\text{sid}$	$f_c=25\text{MPa}$ $\varepsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $4\phi 16/\text{ang}$ $12\phi 14/\text{sid}$		

Tabella 5.2 - Parametri coinvolti nell' Analisi 2

A3	S	ρ		
		1 $\rho=1.0\%$	2 $\rho=2.5\%$	3 $\rho=4.0\%$
Σ	1 $\Sigma=1.0$			
	2 $\Sigma=2.0$			
	3 $\Sigma=3.0$			

Tabella 5.3 - Parametri coinvolti nell' Analisi 3

La valutazione della curvatura ultima e della curvatura elastica della sezione viene effettuata attraverso la Section Design del programma SAP 2000 ,che è stato anche utilizzato nei capitoli precedenti per l'interpretazione teorica della sperimentazione effettuata.

Anche in questo caso la sezione è stata discretizzata in fibre e ad ogni fibra è stato una legge costitutiva del materiale.

Il programma consente di ottenere dei diagrammi momento-curvatura per qualsiasi inclinazione direzione dell'asse neutro e per un livello di sforzo normale stabilito.

L'analisi è stata effettuata per 12 diversi valori dell'inclinazione dell'asse neutro (0° , 5° , 10° , 20° , 30° , 35° , 45° , 55° , 60° , 70° , 80° , 85° , 90°). Nell'ipotesi di distribuzione simmetrica dell'armatura, rispetto agli assi principali della sezione, i

valori di curvatura ultima, curvatura elastica e duttilità in curvatura hanno una distribuzione simmetrica negli altri quadranti.

Per ogni analisi, la curvatura ultima viene calcolata quando la fibra di calcestruzzo compresso maggiormente sollecitata raggiunge il valore di deformazione ultima $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$, invece la curvatura elastica è determinata non appena la fibra di armatura tesa raggiunge il valore di deformazione a snervamento $\varepsilon_s = \varepsilon_{sy}$.

5.2.2 Indicatori di duttilità di curvature flessionale

Le analisi riportate nei paragrafi successivi mostrano il ruolo chiave di alcuni parametri nella progettazione di sezioni in c.a. soggette ad un regime di pressoflessione deviata relativamente alla capacità di duttilità in curvatura.

Come detto in precedenza la duttilità in curvatura, in condizioni di pressoflessione deviata, può assumere valori molto diversi (spesso inferiori) rispetto alla curvatura disponibile lungo gli assi principali.

Considerando pertanto l'importanza della duttilità in curvatura, potrebbe essere definito un parametro che esprime la capacità assoluta che una sezione ha sotto un regime di pressoflessione deviata in modo tale da poter fare dei confronti sintetici tra diverse configurazioni di sezione.

La scelta più naturale, è quella di identificare sinteticamente la capacità di duttilità sotto azioni biassiali di una sezione, calcolando l'area del suo dominio di duttilità in curvatura ($A_{\mu\varphi}$).

Tuttavia il semplice calcolo dell'area del dominio di duttilità non consente di effettuare valutazioni in termini qualitativi del comportamento della sezione, ossia quello di valutare l'attitudine a mantenere la duttilità in curvatura al variare dell'inclinazione dell'asse neutro.

Quindi si potrebbe definire un secondo indicatore, valutando la distanza che c'è con un dominio duttilità di una sezione con comportamento duttile ideale.

La forma ideale di un dominio di duttilità può essere quella con una ellisse avente come semi-assi la duttilità disponibili lungo gli assi principali $\mu_{\varphi_x}^{(\alpha=0^\circ)}$

e $\mu_{\varphi_y}^{(\alpha=90^\circ)}$.

Nel caso di sezione quadrata l'ellisse degenera in una circonferenza avente come raggio un valore costante di duttilità.

Il fattore di duttilità può essere così calcolato semplicemente facendo il rapporto tra l'area del dominio di duttilità e l'area duttile ideale. Se il dominio di duttilità in curvatura viene discretizzato per n angoli, e inoltre se la sezione trasversale ha una distribuzione simmetrica di rinforzo rispetto agli assi X e Y , allora è possibile calcolare la sua area $A_{\mu\phi}$ (Figura 5.7 a) partendo dall'area di un singolo quadrante del dominio considerando gli n angoli che vanno da 0° a 90° (Figura 5.7 b).

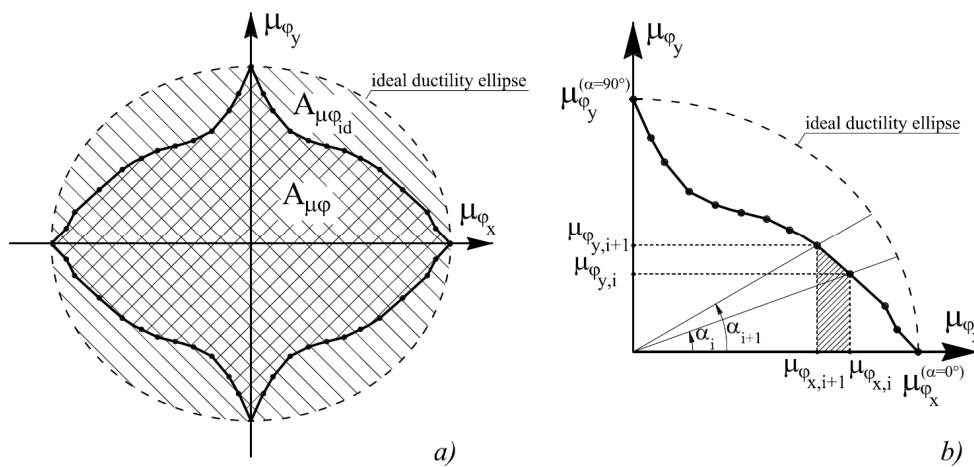


Figura 5.7 – Definizione del dominio di duttilità ideale e fattore di duttilità

Se α_i e α_{i+1} sono i due angoli consecutivi e $\mu_{\varphi_{x_i}}, \mu_{\varphi_{x_{i+1}}}, \mu_{\varphi_{y_i}}, \mu_{\varphi_{y_{i+1}}}$ sono le componenti della corrispondente duttilità lungo gli assi associati, l'area del dominio duttile è valutabile come 4 volte l'area di un singolo quadrante

$$A_{\mu\varphi} = 4 \sum_{i=1}^n \frac{(\mu_{\varphi_{y_i}} + \mu_{\varphi_{y_{i+1}}})(\mu_{\varphi_{x_i}} - \mu_{\varphi_{x_{i+1}}})}{2} = 2 \sum_{i=1}^n (\mu_{\varphi_{y_i}} + \mu_{\varphi_{y_{i+1}}})(\mu_{\varphi_{x_i}} - \mu_{\varphi_{x_{i+1}}}) \quad (5.10)$$

L'area ideale dell'ellisse $A_{\mu\varphi_{id}}$ è invece calcolata attraverso i valori di duttilità lungo gli assi ortogonali

$$A_{\mu\varphi_{id}} = \pi \mu_{\varphi_x}^{(\alpha=0^\circ)} \mu_{\varphi_y}^{(\alpha=90^\circ)} \quad (5.11)$$

Il fattore di duttilità in curvature biassiale $\mu_{\varphi_{BAF}}$ è quindi valutabile come

$$\mu_{\varphi_{BAF}} = \frac{A_{\mu\varphi}}{A_{\mu\varphi_{id}}} = \frac{2 \sum_{i=1}^n (\mu_{\varphi_{y_i}} + \mu_{\varphi_{y_{i+1}}})(\mu_{\varphi_{x_i}} - \mu_{\varphi_{x_{i+1}}})}{\pi \mu_{\varphi_x}^{(\alpha=0^\circ)} \mu_{\varphi_y}^{(\alpha=90^\circ)}} \quad (5.12)$$

Nei seguenti paragrafi gli indicatori di duttilità $A_{\mu\varphi}$ and $\mu_{\varphi_{BAF}}$ saranno usati per definire il comportamento deformativo delle sezioni in c.a. in regime di pressoflessione deviata.

5.2.3 Influenza della resistenza e dell'efficacia del confinamento sulla curvatura e del rapporto geometrico (Analisi AI)

Come accennato prima, l'analisi AI è effettuata tenendo conto dell'influenza di 3 parametri sulla capacità di deformazione di una sezione soggetta a sforzo biassiale: resistenza del calcestruzzo (f_c), efficacia del confinamento (ρ_t) rapporto di forma (ξ).

I valori di resistenza del calcestruzzo (14, 25 e 35 MPa) sono selezionati per essere rappresentativi rispettivamente di bassa, media e medio-alta resistenza di calcestruzzo. Mentre i valori di ρ_t (0,25% e 0,50%) a cui si associa un valore di deformazione ultima rispettivamente di (0.5% and 1.0%) sono rappresentativi di sezioni con efficacia di confinamento bassa e medio-alta, e infine i rapporti di forma (1.0, 2.0 e 3.0) sono rappresentativi di tre classi di sezioni, compatta, media e sezione allungata.

I dettagli dei parametri considerati sono riportati in Tabella 5.1, mentre i risultati, in termini di curvatura ultima, curvatura elastica e duttilità sono riportati nelle figure seguenti.

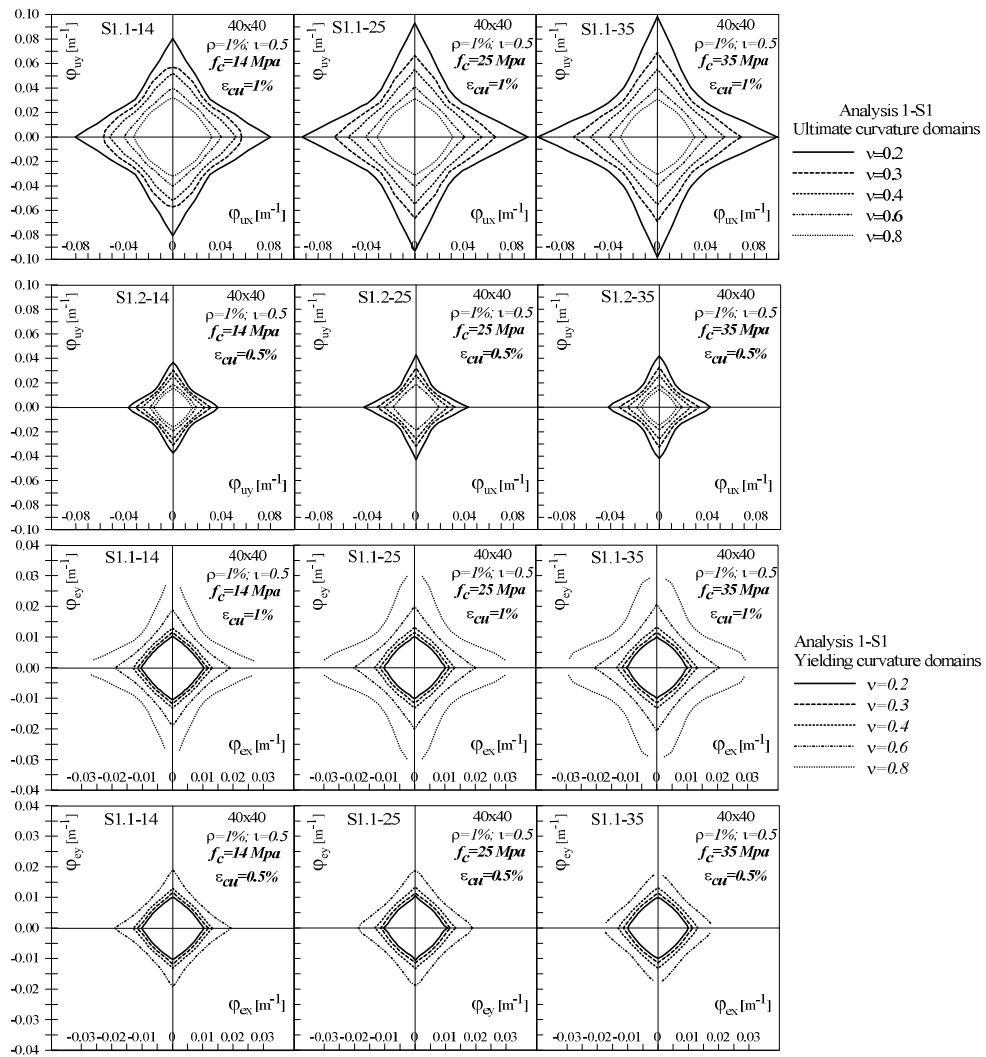


Figura 5.8 – Analisi 1, dominio di curvatura ultima e elastica sezione 40x40

5. Risposta teorica in curvatura di sezioni presso-inflesse in c.a.

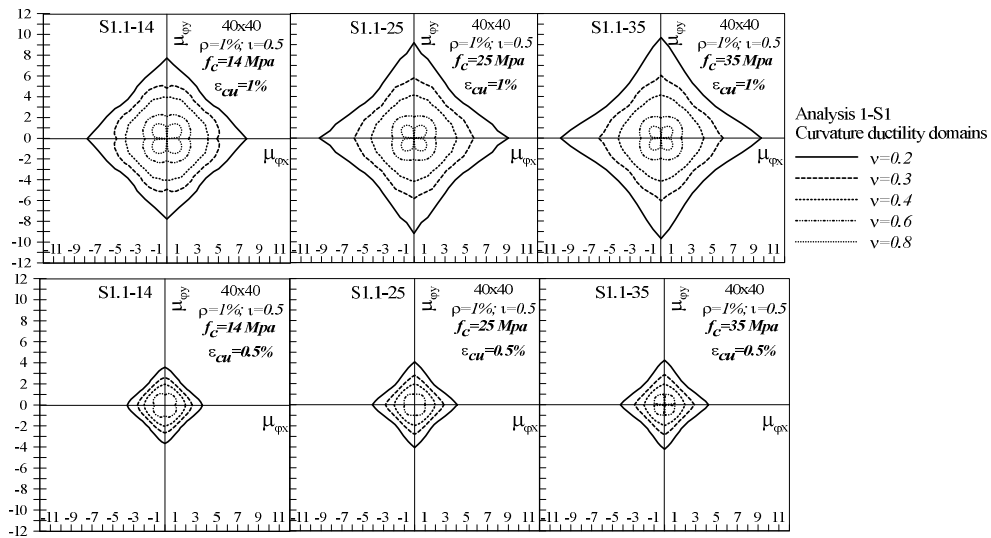


Figura 5.9 – Analisi 1, dominio di duttilità sezione 40x40

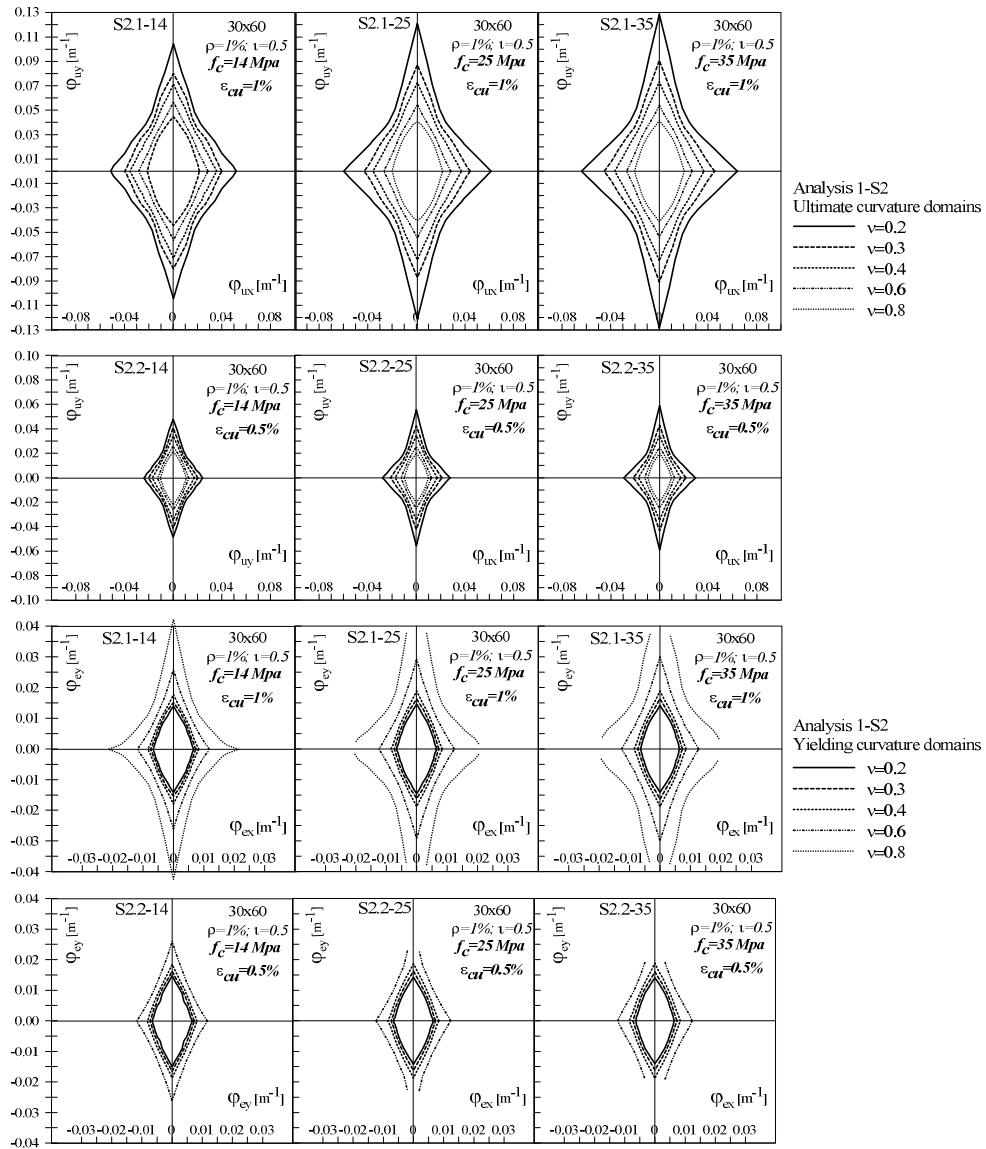


Figura 5.10 – Analisi 1, dominio di curvatura ultima e elastica sezione 30x60

5. Risposta teorica in curvatura di sezioni presso-inflesse in c.a.

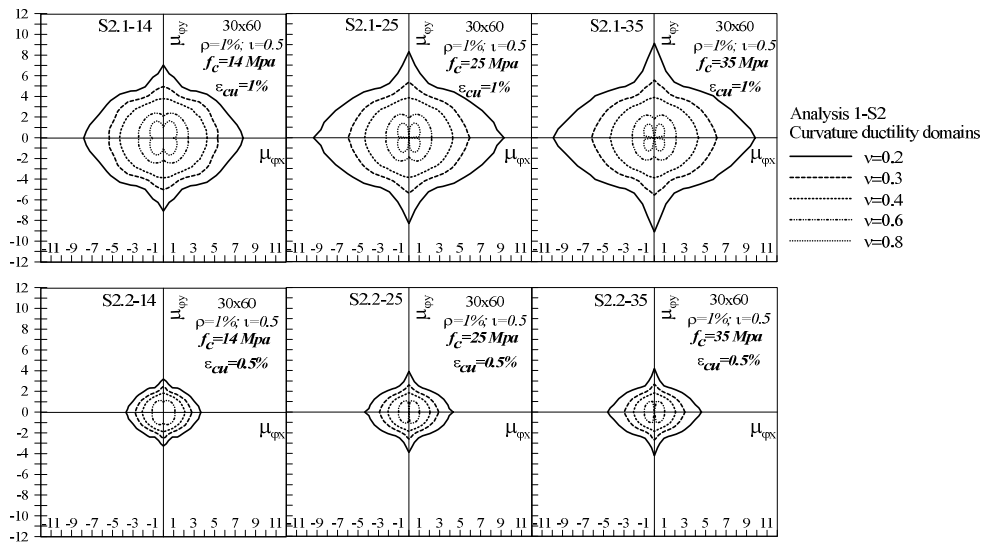


Figura 5.11 – Analisi 1, dominio di duttilità sezione 30x60

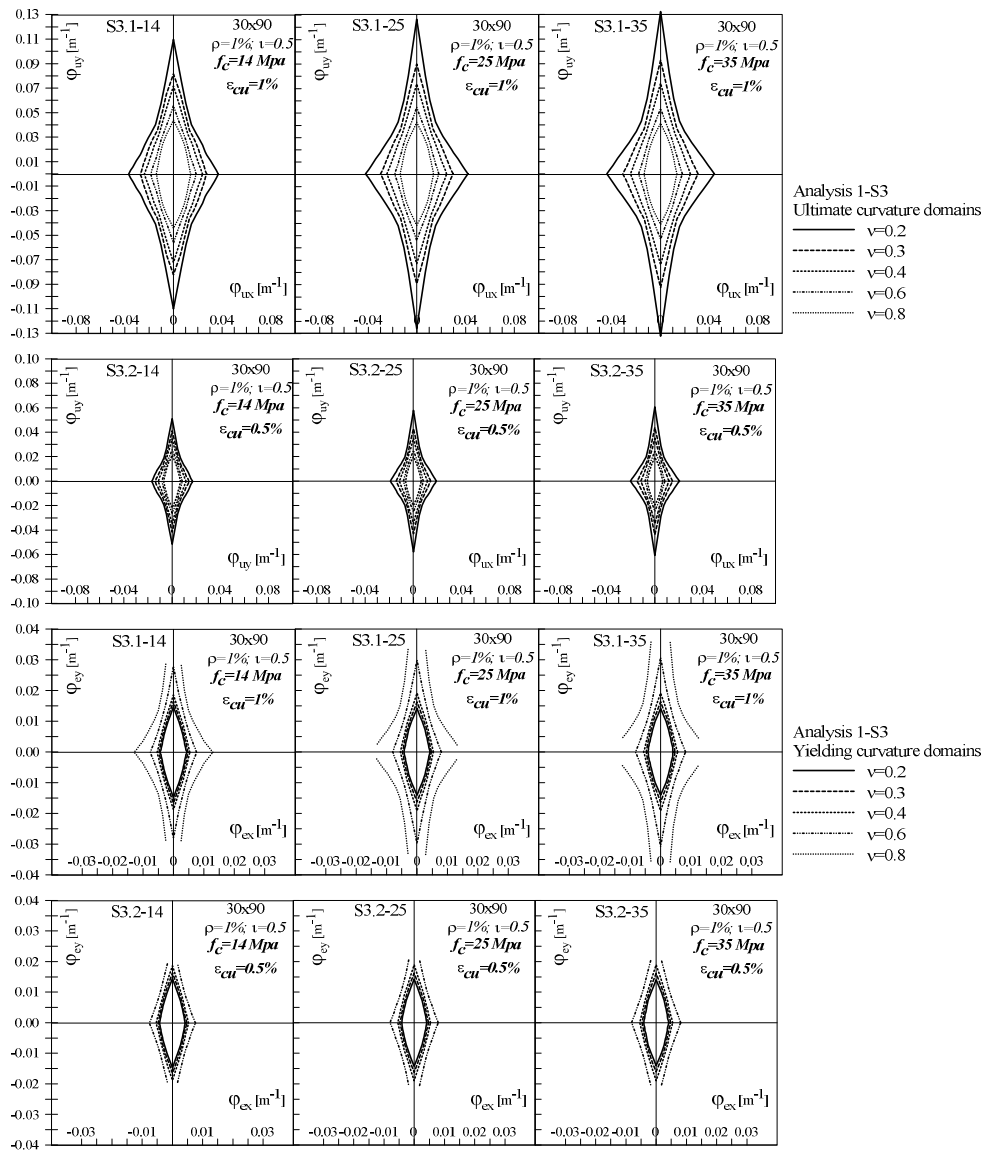


Figura 5.12 – Analisi 1, dominio di curvatura ultima e elastica sezione 30x90

5. Risposta teorica in curvatura di sezioni presso-inflesse in c.a.

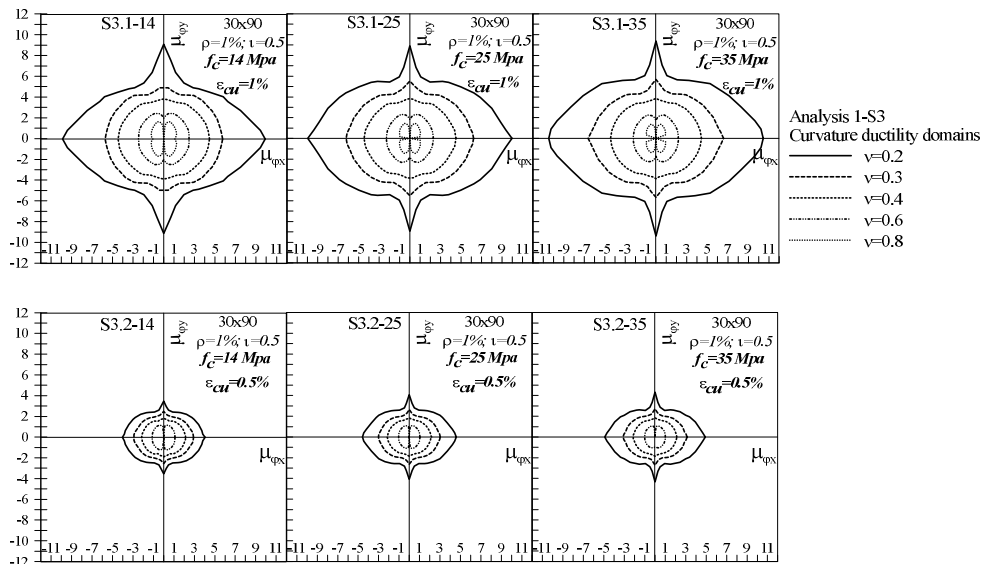


Figura 5.13 – Analisi 1, dominio di duttilità sezione 30x90

Dalle curve precedenti è possibile osservare il duplice ruolo che determina il livello dello sforzo normale sulla capacità deformativa di una sezione sottoposta a pressoflessione deviata. Infatti, per quanto riguarda il dominio di curvatura ultima, questo cresce al diminuire dello sforzo normale.

Una tendenza opposta invece si può notare osservando i domini di curvatura elastica, infatti l'estensione del dominio cresce all'aumentare dello sforzo normale. Relativamente alla forma della sezione, si può asserire che i valori di curvatura elastica e ultima in corrispondenza degli assi, sono fortemente influenzati dallo sviluppo della dimensione della sezione. Infatti per sezioni allungate le curvature misurate sugli assi ortogonali risultano accentuate.

In termini di duttilità invece queste differenze non ci sono. Infatti i domini di duttilità mostrano quasi gli stessi valori lungo gli assi principali anche per valori elevati di rapporto forma ξ . Lo sforzo normale, assume un ruolo significativo, infatti, all'aumentare di esso, l'estensione del dominio di duttilità si riduce.

Quando il carico assiale adimensionale ν è maggiore di 0.4 la duttilità in curvatura in regime biassiale è maggiore di quella disponibile lungo gli assi principali.

L'influenza dei parametri f_c , ξ e ε_{cu} sulla capacità deformativa soggetta a pressoflessione deviata può essere meglio valutata definendo la curvatura adimensionale e i domini di duttilità in curvatura (Fig. 5.14 e 5.15).

Questi grafici possono essere rappresentati su un solo quadrante, vista la simmetria lungo due direzioni delle sezioni indagati, con ascissa e ordinata pari alle componenti di curvatura ultima e duttilità ultima ($\varphi_{ux}, \varphi_{uy}, \mu_{\varphi_x}, \mu_{\varphi_y}$) normalizzate rispetto ai valori che assumono in corrispondenza degli assi $\alpha=0^\circ$ and $\alpha=90^\circ$ ($\varphi_{ux}^{(\alpha=0^\circ)}, \varphi_{uy}^{(\alpha=90^\circ)}, \mu_{\varphi_x}^{(\alpha=0^\circ)}, \mu_{\varphi_y}^{(\alpha=90^\circ)}$).

Questo tipo di rappresentazione permette di confrontare facilmente il comportamento delle sezioni aventi differenti caratteristiche geometriche e meccaniche.

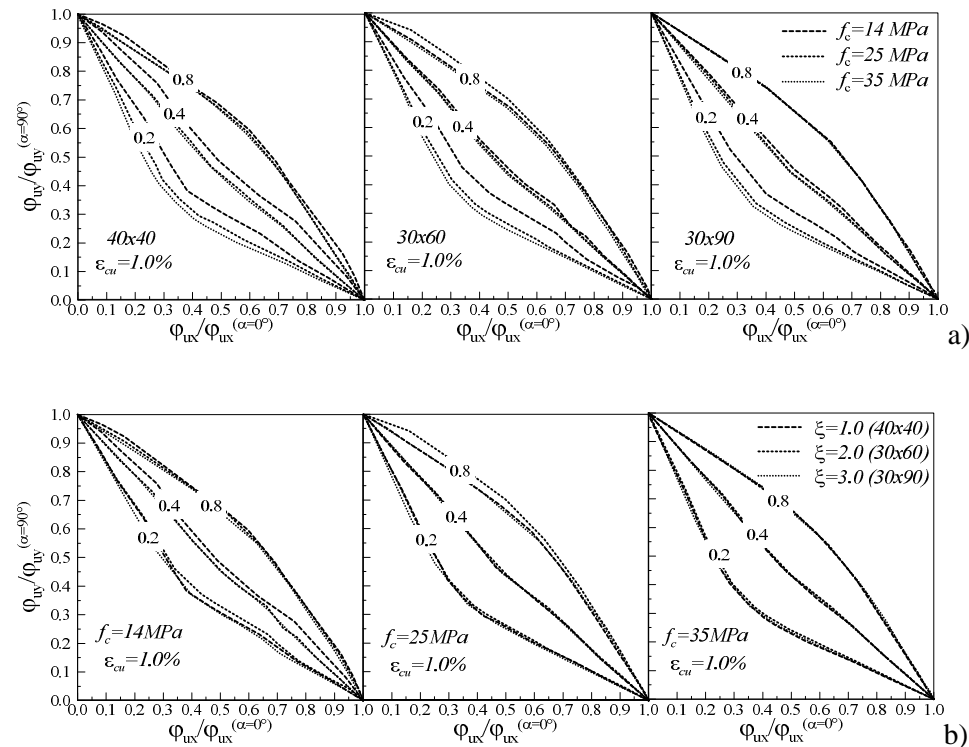


Figura 5.14 – Curvatura ultima normalizzata, a) influenza di f_c , b) influenza di ξ

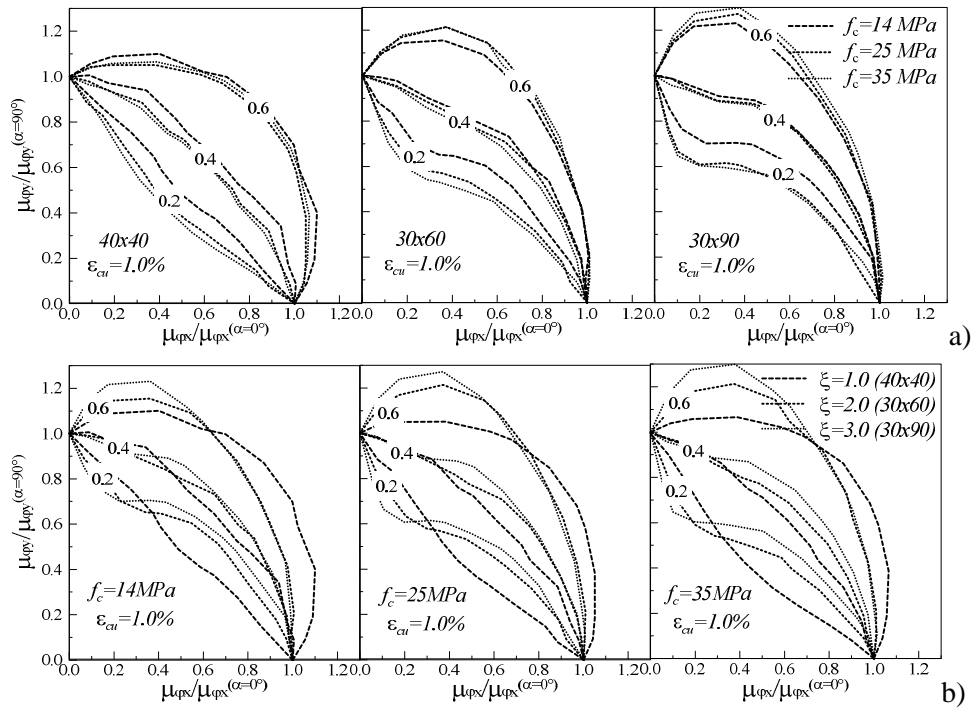


Figura 5.15 – Duttività normalizzata, a) influenza di f_c , b) influenza di ξ

Infine i grafici con gli indicatori di duttilità $A_{\mu\phi}$ e $\mu_{\phi BAF}$ sono riportati in Fig.5.16. Queste figure mostrano l'area del dominio di duttilità e la variazione del fattore di duttilità in curvatura al variare dei parametri esaminati.

La retta orizzontale in corrispondenza di $\mu_{\phi BAF} = 1$ definisce la condizione di duttilità ideale.

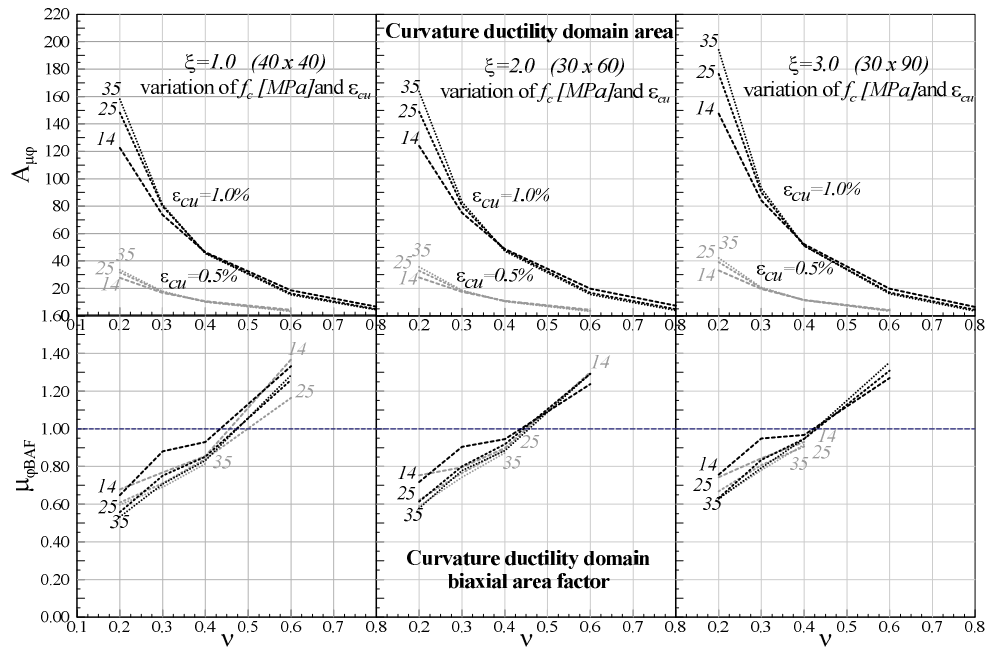


Figura 5.16 - Indicatori di duttilità al variare dei parametri scelti

Relativamente ai grafici di Fig. 5.14, si nota che per uno stesso livello di carico adimensionalizzato, è limitata l'influenza della resistenza del calcestruzzo f_c sulla curvatura ultima.

Addirittura l'influenza della resistenza è comunque trascurabile per valori di sforzo normale adimensionalizzato superiore a $v=0.4$. Questa tendenza è confermata anche in termini di duttilità osservando i domini adimensionali (Fig.5.15) e dagli indicatori di duttilità che mostrano che la resistenza non risulta essere più rilevante dopo $v=0.3$ (Fig. 5.15).

La resistenza non influisce, perché si confrontano le duttilità al medesimo valore di sforzo normale adimensionalizzato. Se tuttavia si considera che l'aumento di resistenza produce un incremento proporzionale dello sforzo normale dimensionale, agente sulla sezione, allora si può asserire che l'influenza di f_c è opposta rispetto all'incidenza che esercita lo sforzo normale.

Le analisi inoltre hanno dimostrato che i migliori valori di $\mu_{\phi BAF}$ sono associati a sezioni aventi basse resistenze soprattutto quando v supera il valore 0.4.

L'analisi dell'influenza del parametro $\xi=h/b$ mostra che il rapporto di forma ha un'influenza sulla capacità di curvatura ultima delle sezioni (Fig. 5.8-13). Inoltre i domini di curvatura ultima adimensionale mostrano (Fig. 5.14b) che la capacità di curvatura non è sensibile alla variazione di ξ . L'osservazione degli indicatori di duttilità $A_{\mu\phi}$ and $\mu_{\phi BAF}$ rivela che fino a $\nu=0.35$ sezioni aventi forma più allungata hanno un migliore comportamento in termini di area di duttilità sebbene la distribuzione locale della duttilità disponibile è più irregolare (Fig. 5.15b). Gli indicatori di duttilità non sono più sensibili alla variazione di ξ dopo aver superato $\nu=0.35$.

Considerando infine l'influenza di efficacia di confinamento va innanzitutto osservato (Fig. 5.8-13) che questo parametro non ha effetto nella forma dei domini. Tuttavia, in termini quantitativi ha una forte rilevanza essendo la curvatura finale proporzionale a ε_{cu} . Inoltre si nota che osservando $A_{\mu\phi}$ gli indicatori associati $\varepsilon_{cu}=1\%$ sono 5 volte più grandi di quelli associati a $\varepsilon_{cu}=0.5\%$ per qualsiasi livello di forza assiale (Fig. 5.16).

5.2.4 Influenza dovuta al rapporto di armatura e all'interasse tra le barre d'armatura (Analisi A2 e A3).

Nell'analisi A2 viene valutata la differenza di comportamento deformativo di una sezione soggetta a pressoflessione deviata, al variare del dell'interasse delle barre per un fissato rapporto d'armatura.

L'analisi è stata effettuata per un unico valore di resistenza di calcestruzzo ($f_c=25$ Mpa) per una deformazione ultima di ($\varepsilon_{cu}=1\%$) e per tre differenti rapporti di forma ξ (1.0, 2.0 and 3.0).

Per ogni sezione si è ipotizzata la stessa quantità di armatura sui lati della sezione, in modo da definire un unico valore di interasse adimensionale dell'armatura $t=t_x=t_y$. Sono stati considerati quattro livelli di interasse adimensionale (1.0, 0.50, 0.33 e 0.25) che corrisponde a sezioni aventi 2, 3, 4 e 5 barre rispettivamente per ogni lato. I risultati dell'analisi sono riportati in Fig.(5.17-19) in termini di domini

di curvatura ultima e domini di duttilità in curvatura. Per brevità per questa analisi non si riportano i domini di curvatura elastica.

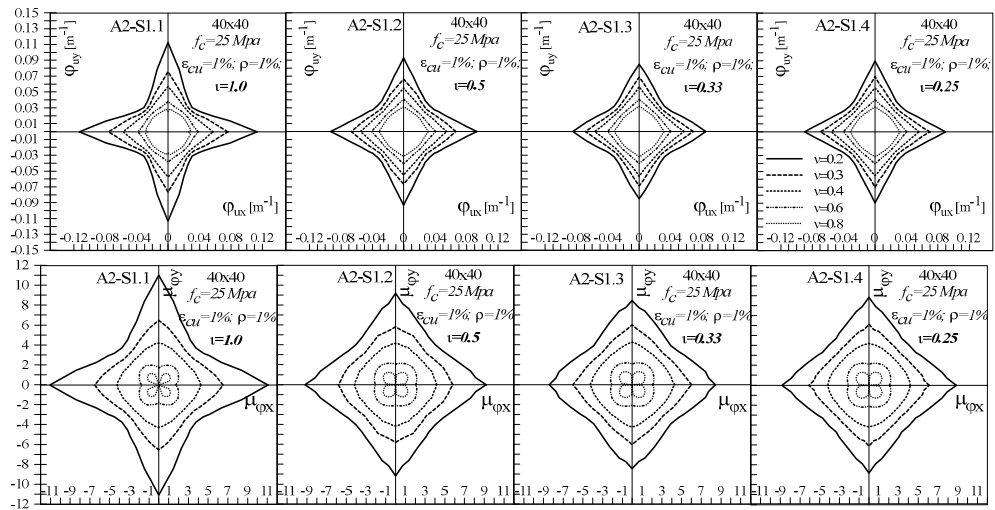


Figura 5.17 – Analisi A2, dominio di curvatura ultima e di duttilità, sezione 40x40

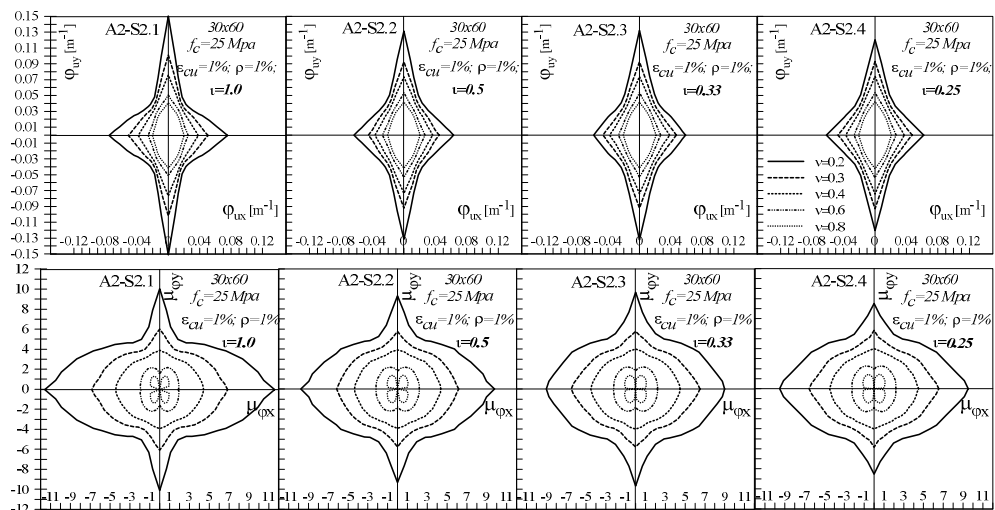


Figura 5.18 – Analisi A2, dominio di curvatura ultima e di duttilità, sezione 30x60

5. Risposta teorica in curvatura di sezioni presso-inflesse in c.a.

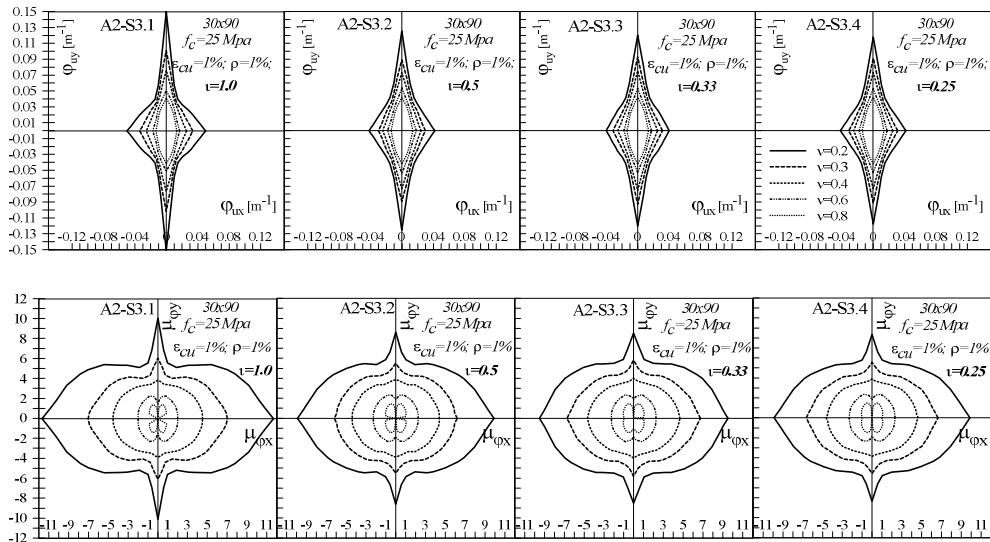


Figura 5.19 – Analisi A2, dominio di curvatura ultima e di duttilità, sezione 30x90

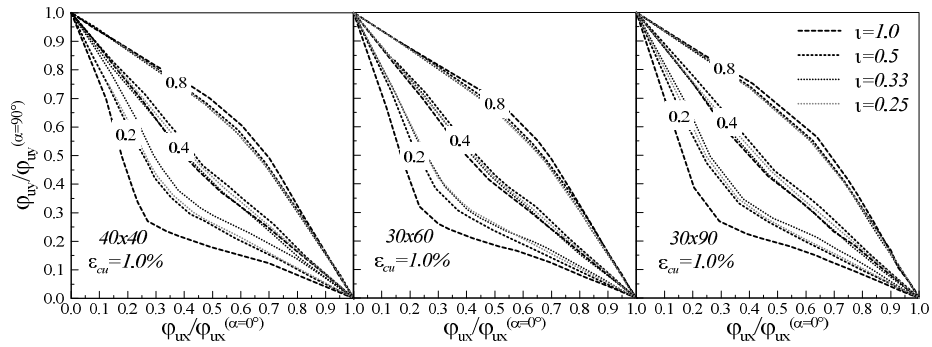


Figura 5.20 – Analisi A2, curvatura normalizzata

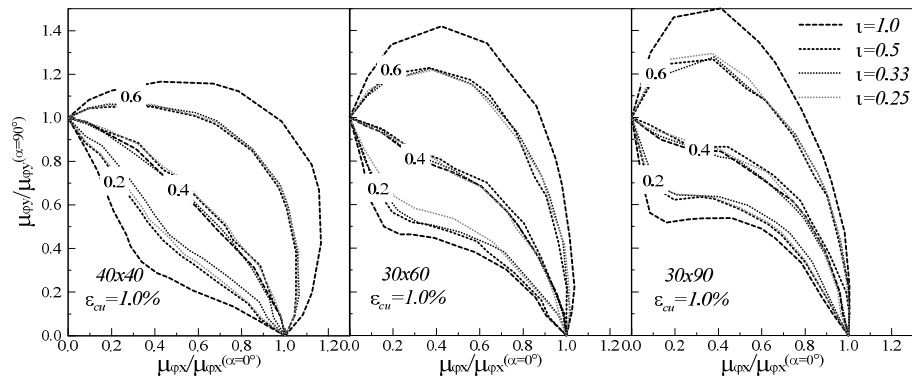


Figura 5.21 – Analisi A2, duttilità normalizzata

L'analisi mostra che la sensibilità di variabilità della curvatura ultima è limitata a livelli di forza assiale inferiori a $\nu=0.3$ e a bassi valori di λ . Per valori bassi di ν la riduzione di λ ha come effetto una diminuzione della curvatura ultima rispetto agli assi principali (Fig.5.17-19) e contemporaneamente un miglioramento del comportamento deformativo (Fig.5.20) per tutte le sezioni analizzate. L'indicatore di duttilità $A_{\mu\phi}$ non esibisce una forte dipendenza alla variazione di λ mentre il parametro $\mu_{\phi BAF}$ ha mostrato una doppia tendenza. Per livelli di sforzo assiale inferiori a $\nu=0.4$ la duttilità biassiale migliora quando λ diminuisce, al contrario per alti livelli di ν il comportamento deformativo migliora all'aumentare di λ .

Nell'analisi A3 viene valutata l'influenza del rapporto geometrico di armatura longitudinale sulla capacità di deformativa di una sezione. Le sezioni analizzate hanno le stesse caratteristiche adottate per l'analisi A2 in termini di f_c , ϵ_{cu} e ξ . Sono stati considerati tre livelli di rapporto di armatura ρ (1.0%, 2.5% e 4.0%). I risultati dell'analisi sono riportati in Fig. (5.22-24).

5. Risposta teorica in curvatura di sezioni presso-inflesse in c.a.

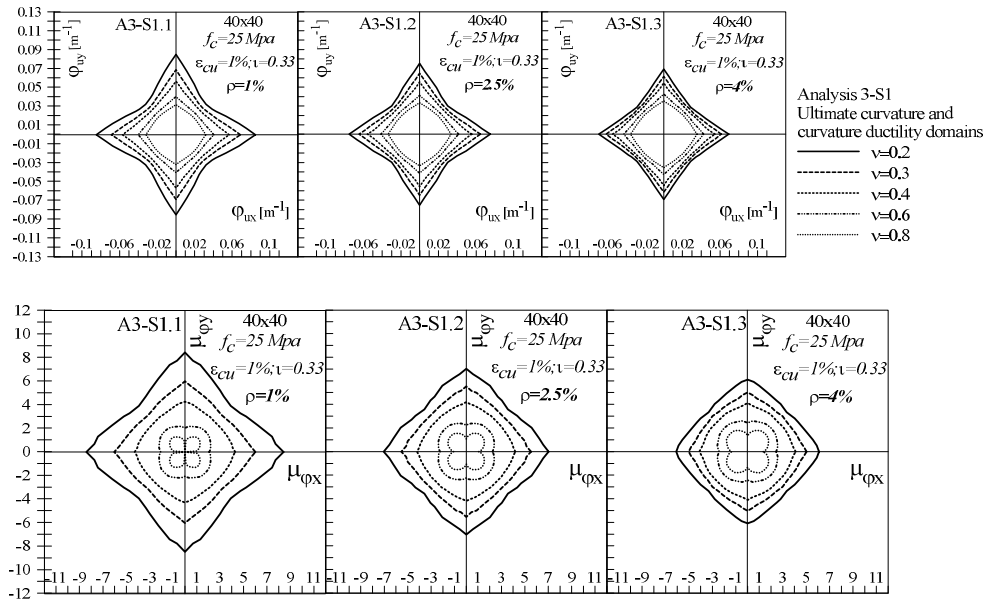


Figura 5.22 – Analisi A3, dominio di curvatura ultima e di duttilità, sezione 40x40

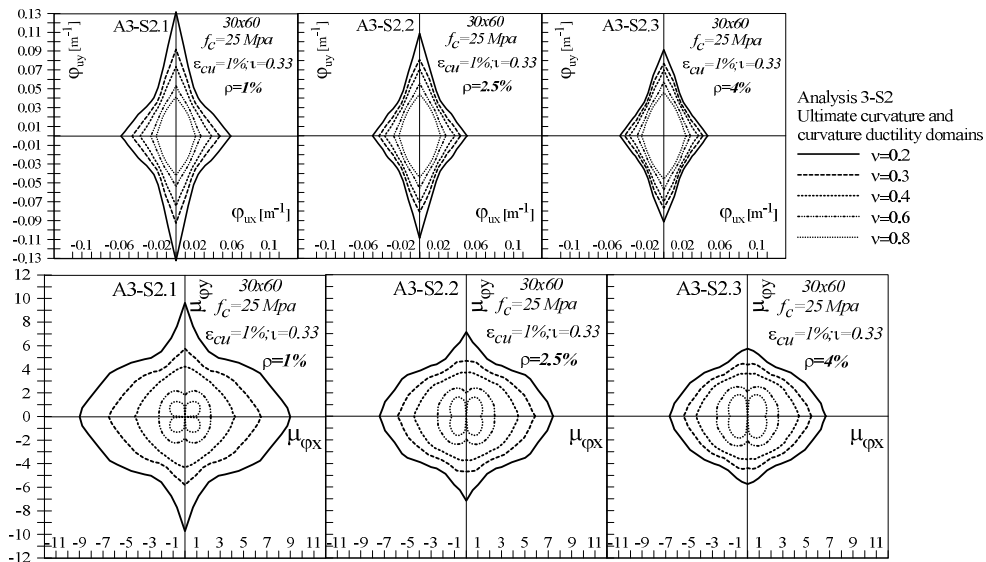


Figura 5.23 – Analisi A3, dominio di curvatura ultima e di duttilità, sezione 30x60

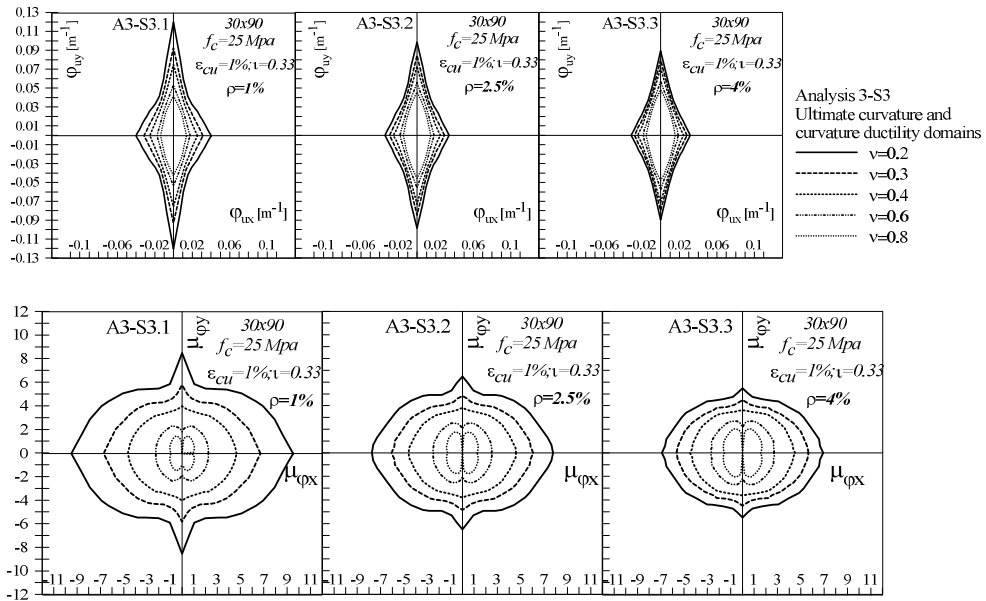


Figura 5.24 – Analisi A3, dominio di curvatura ultima e di duttilità, sezione 30x90

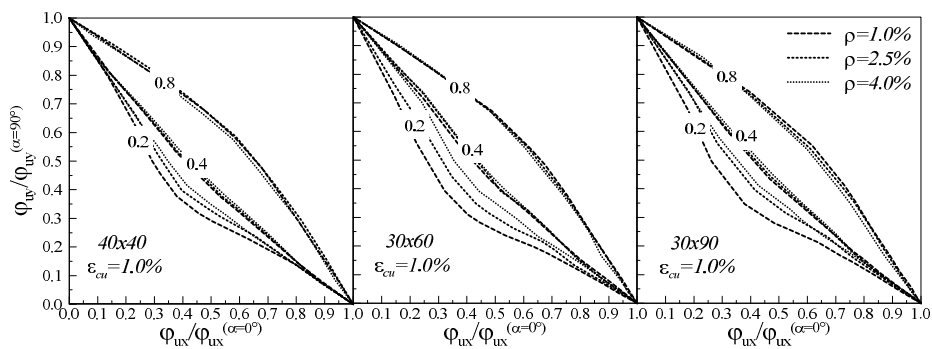


Figura 5.25 – Analisi A3, curvatura normalizzata

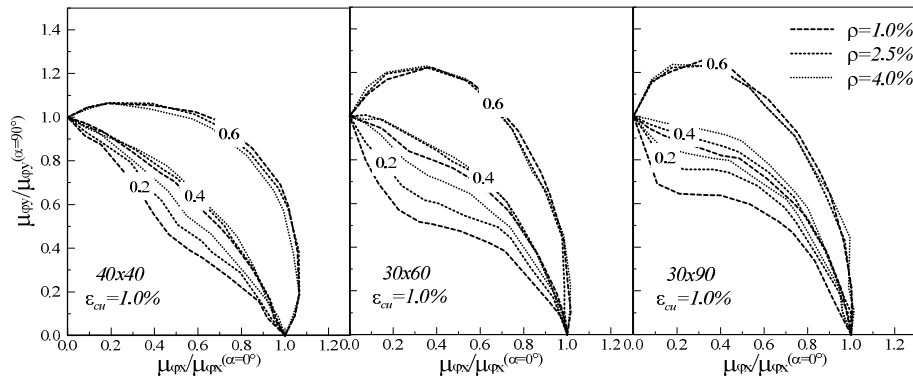


Figura 5.26 – Analisi A3, duttilità normalizzata

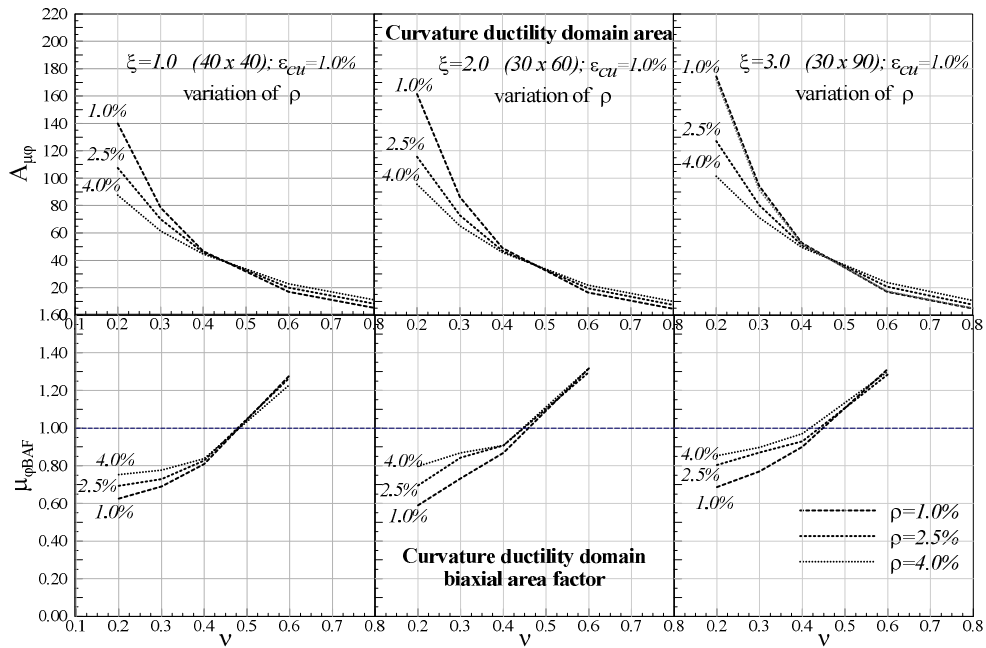


Figura 5.27 – Analisi A3, duttilità normalizzata

L'analisi ha mostrato che la curvatura ultima delle sezioni è influenzata dal rapporto di armatura per valori superiori a $v=0.3$. L'incremento di ρ ha l'effetto di ridurre complessivamente la curvatura ultima lungo gli assi principali x e y (Fig.

5.22-24), ma a questo si associa un migliore comportamento in regime di pressoflessione deviata.

Questa tendenza risulta più evidente se si osservano gli indicatori di duttilità (Fig. 5.23-24). Per bassi valori di sforzo normale ($\nu=0.4$) l'area dei domini di duttilità subisce una riduzione all'aumentare del rapporto di armatura e allo stesso tempo gli indicatori duttilità biassiale crescono significativamente raggiungendo valori di $\mu_{\varphi_{BAF}} = 0.8$ per valori bassi di sforzo normale adimensionalizzato. Per valori di ν superiore a 0,4 gli indicatori di duttilità non sono più sensibili alla variazione del rapporto di armatura.

6. Comportamento sperimentale di colonne in c.a. rinforzate soggette a pressoflessione e modelli possibili

6.1 Programma sperimentale

Il programma sperimentale prevede l'esecuzione di prove di pressoflessione su colonne in c.a. rinforzate con angolari e calastrelli, appartenenti alla tipologia denominata "terza serie".

Le colonne risultano avere le stesse caratteristiche geometriche e meccaniche di quella descritta al capitolo 3.

6.1.1 Attrezzatura di prova utilizzata

L'attrezzatura di prova utilizzata, per le prove di pressoflessione, è la stessa di quella impiegata per la campagna sperimentale sulle colonne senza rinforzo.

6.1.2 Caratterizzazione meccanica del calcestruzzo

La caratterizzazione meccanica del calcestruzzo utilizzato per la realizzazione delle colonne della terza serie è riportato nel paragrafo 3.2.2.

6.1.3 Colonne soggette a pressoflessione

Anche queste colonne sono state contrassegnate da una sigla. Per tali campioni la differenza, rispetto a quelli non rinforzati sta nell'aggiunta della lettera R, che sta per campione rinforzato.

Pertanto CEXIIR1, vuol dire colonna sottoposta a compressione eccentrica, appartenente alla categoria della terza serie, rinforzata, eccentricità lungo la direzione X, prova n.1.

Oppure CEXYI1, vuol dire colonna sottoposta a compressione eccentrica, appartenente alla categoria della prima serie, eccentricità composta lungo la direzione X e Y, prova n.1.

Le direzioni di applicazione dell'eccentricità si riportano di seguito accanto alla sezione della colonna.

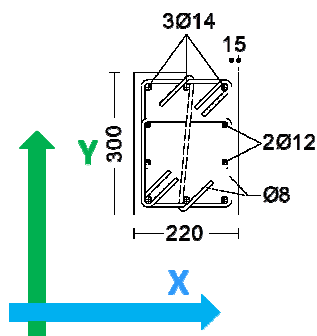


Figura 6.1 – Indicazione direzioni di eccentricità

L'eccentricità in direzione X è quella lungo l'asse della minore inerzia, mentre l'eccentricità in direzione Y è quella lungo l'asse della maggiore inerzia.

Di seguito si riporta una tabella riassuntiva del programma sperimentale, riguardante le sole colonne in calcestruzzo armato soggette a pressoflessione.

Seconda Serie - $f_{cm}=23,00$ Mpa				
n. Campione	Tipologia di Prova	Eccentricità x	Eccentricità y	codice
1	Pressoflessione retta	55 mm		CEIIIXR1
2	Pressoflessione retta		65 mm	CEIIYYR1

Tabella 6.1 – Programma sperimentale, colonne della III serie rinforzata sottoposte a pressoflessione

Anche per tali prove sono stati utilizzati 8 comparatori millesimali, 4 su base ad estensione ridotta applicati nella parte centrale della colonna e 4 comparatori su base estese, che misurano la deformazione su tutta la colonna.



Figura 6.2 – Colonne rinforzate sotto prova

Le sezioni critiche particolarmente tenute sotto controllo sono quelle alla testa ed al piede in cui si interrompono gli angolari. In tali sezioni sono stati applicati rinforzi aggiuntivi per limitare il rischio di crisi locali.



Figura 6.3 – Rinforzo in corrispondenza della sezione di attacco delle colonne CEIIXR1 e CEIIEYR1

Colonna CEIIXR1

La colonna CEIIXR1 appartenente alla terza serie, è stata sottoposta a pressoflessione secondo la direzione di minore inerzia con $e_x = 55$ mm.

Nelle figure seguenti si mostrano i risultati ottenuti dalla sperimentazione in forma di diagrammi che correlano opportunamente le grandezze rilevate.

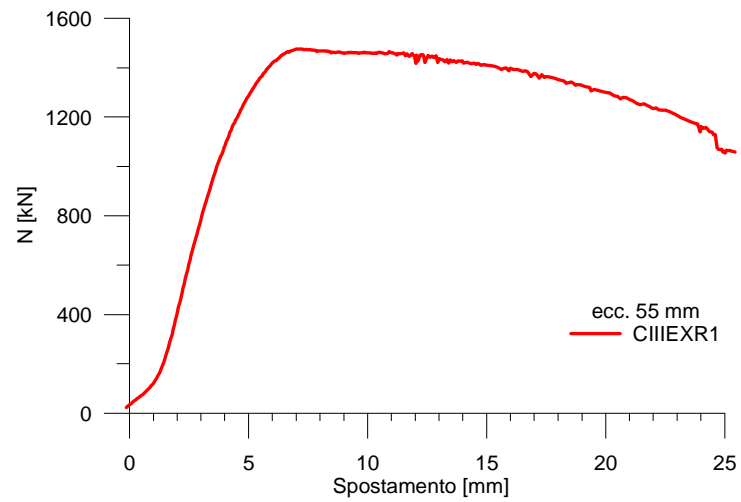


Figura 6.4 – Curva Forza – Spostamento, letture macchina

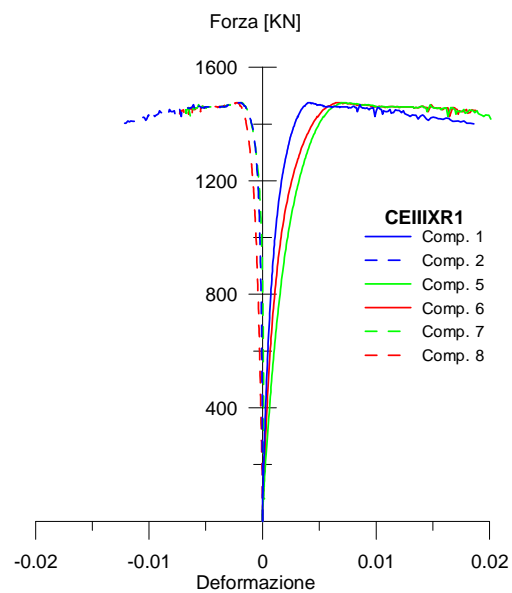


Figura 6.5 – Curve Forza – Deformazione, letture ai comparatori, colonna CEIIXR1

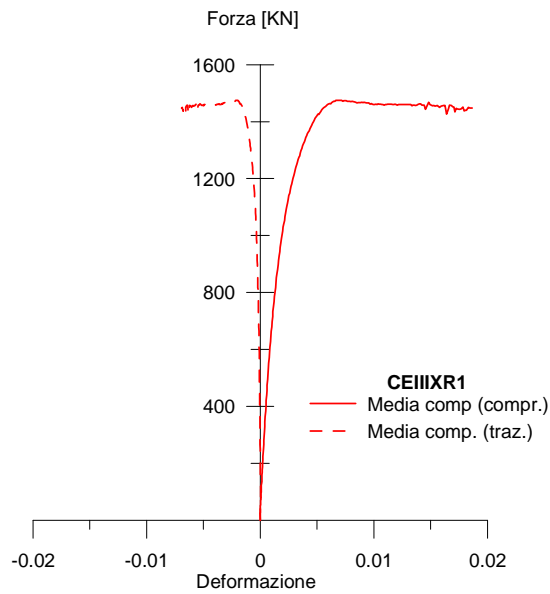


Figura 6.6 – Curve Forza – Deformazione media dei comparatori su base estesa, colonna CEIIXR1

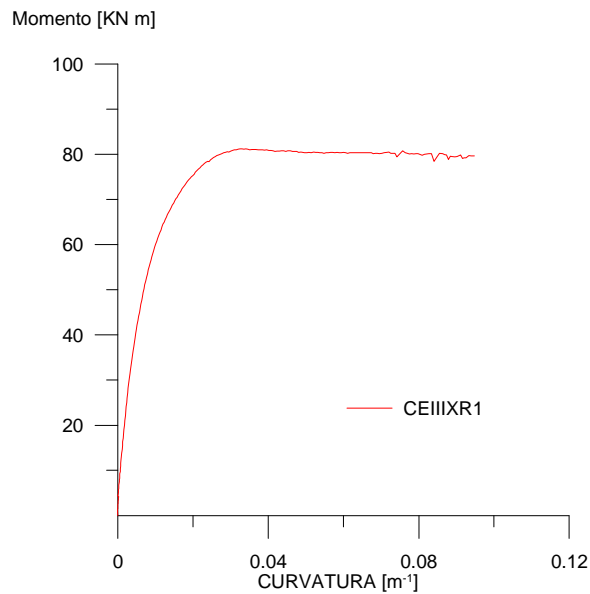


Figura 6.7 – Legame Momento – Curvatura sperimentale della colonna CEIIXR1

Dalla figura seguente è possibile osservare la modalità di rottura.



Figura 6.8 – Modalità di rottura, colonna CEIIIYR1

Colonna CEIIIYR1

La colonna CEIIIYR1 appartenente alla terza serie, è stata sottoposta a pressoflessione secondo la direzione di maggiore inerzia con $e_y = 65$ mm.

Nelle figure seguenti si mostrano i risultati ottenuti in forma di diagrammi che correlano opportunamente le grandezze rilevate.

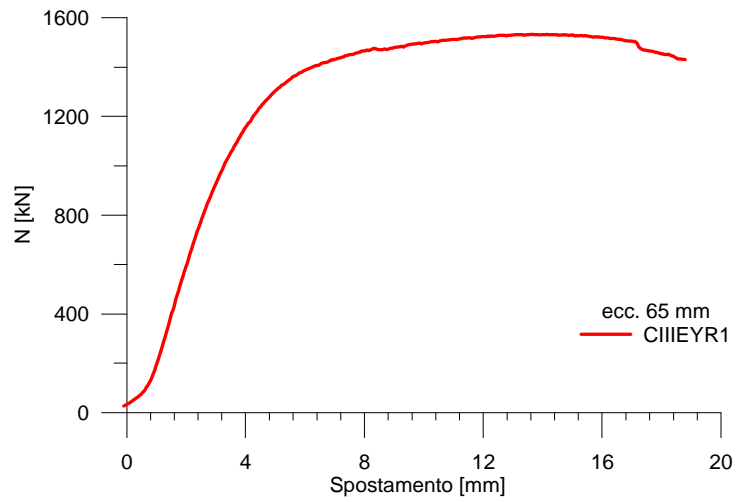


Figura 6.9 – Curve Forze – Spostamento, letture macchina

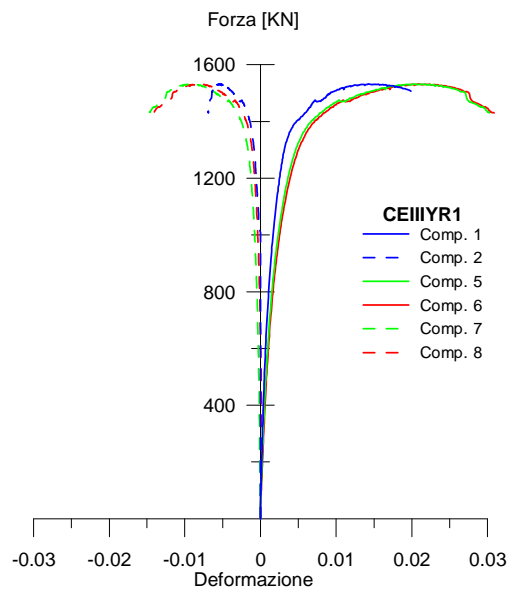


Figura 6.10 – Curve Forza – Deformazione dei comparatori, colonna CEIIIYR1

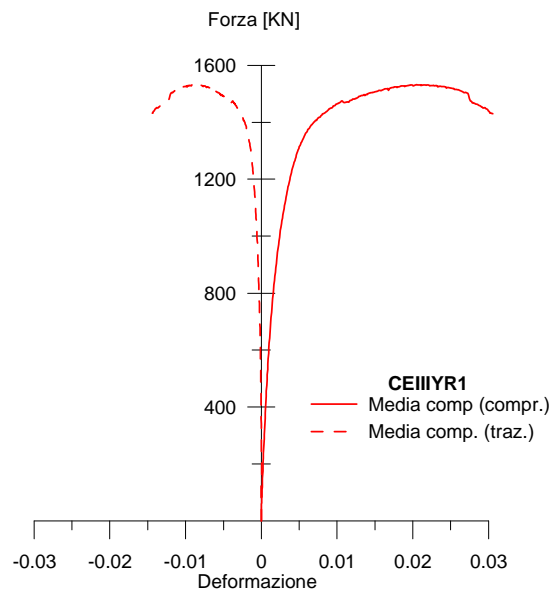


Figura 6.11 – Curve Forza – Deformazione media dei comparatori lunghi, colonna CEIIIYR1

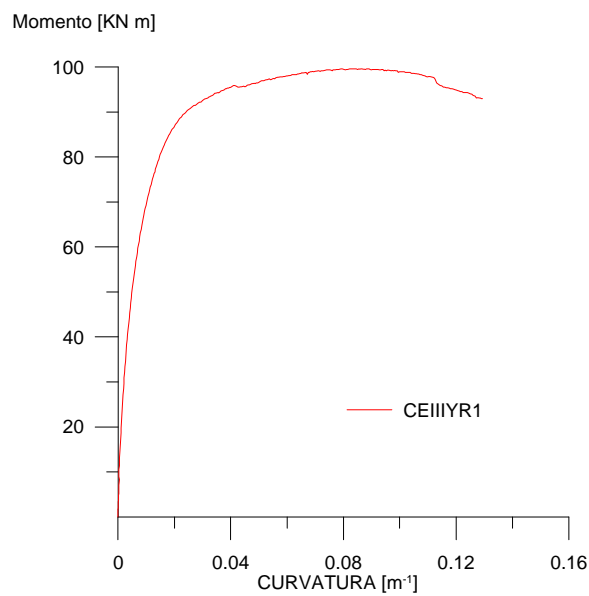


Figura 6.12 – Legame Momento – Curvatura sperimentale della colonna CEIIIYR1

Si riepilogano di seguito in forma tabellare, i risultati sperimentali ottenuti.

I valori di deformazione sono quelli riferiti alla media delle letture dei comparatori lunghi.

Terza Serie - $f_{cm}=23,00$ Mpa					
Campione		N_{max} (kN)	ϵ_{max}	N_u (kN)	ϵ_u
CEIII XR1	Compr.	1476	0,0069	1350	0,0213
	Traz.	1476	-0,0020	1350	-0,0153
CEIII YR1	Compr.	1532	0,0205	1428	0,03061
	Traz.	1532	-0,0084	1428	-0,0148

Tabella 6.2 – Risultati sperimentali, colonne della III serie rinforzate sottoposte pressoflessione

6.2 Confronto teorico sperimentale: domini di resistenza e diagrammi momento – curvatura

Nel presente paragrafo si fornisce un'interpretazione analitica dei risultati sperimentali, soprattutto per quanto riguarda le caratteristiche di resistenza e il comportamento ultimo delle colonne ricostruendo i diagrammi momento – curvatura e i domini di resistenza.

È stata adottata la medesima metodologia utilizzata per la modellazione analitica delle colonne non rinforzate di cui al paragrafo 4.2.

La sezione di dimensione 220x300 mm viene creata, considerando quattro differenti porzioni:

- un nucleo di calcestruzzo per il quale si adotta il legame di calcestruzzo confinato da armature interne e rinforzo, calcolato attraverso il modello di Mander, con pressione di confinamento secondo Badalamenti et. al;
- un anello rettangolare nella parte esterna della sezione, che rappresenta il calcestruzzo confinato da solo rinforzo, modellato sempre con il legame di Mander e pressione di confinamento di Badalamenti et. al.;

- delle barre di armatura interna in acciaio, per i quali si adotta un legame elasto – plastico incrudente in grado di riprodurre il legame convenzionale dell'acciaio.
- i 4 angolari di rinforzo, modellati con legame elastico perfettamente plastico.

È stato scelto di modellare il legame di calcestruzzo confinato da armature interne e rinforzo, attraverso l'espressione di Mander con pressione di confinamento calcolata secondo Badalamenti et. al.

Di seguito si riporta il legame implementato per calcestruzzo confinato da armature interne e rinforzo per le sezioni delle colonne sperimentate.

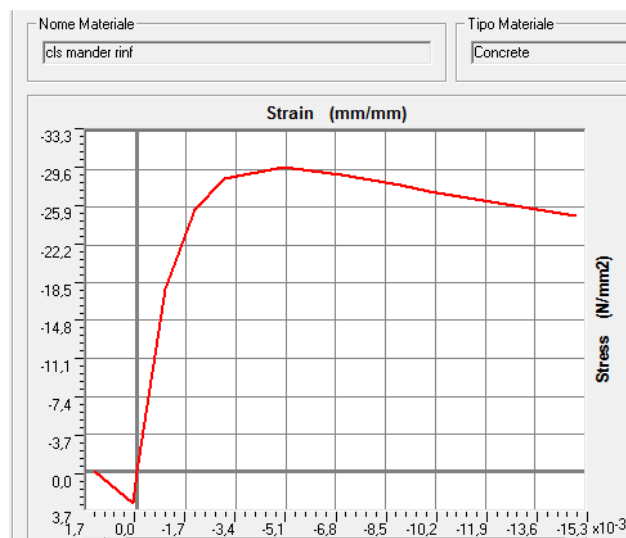


Figura 6.13 – Legame di calcestruzzo confinato secondo Mander, con pressione di confinamento secondo Badalamenti

Si considera inoltre, per aumentare la precisione nell'analisi, che l'area di calcestruzzo efficacemente confinata da armature interne e rinforzo, abbia un contorno parabolico.

Il tratto parabolico ha altezza pari a $d/4$ dove d rappresenta la distanza tra gli angolari.

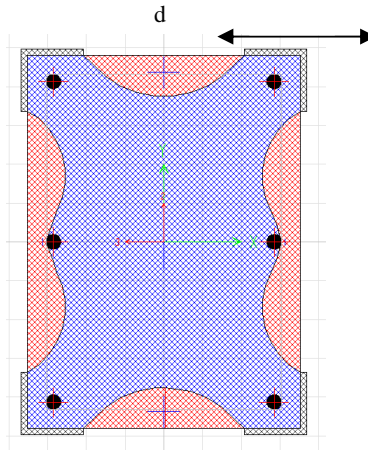


Figura 6.14 – Modellazione della sezione di calcestruzzo armato rinforzata

La sezione è stata discretizzata in 169 fibre, rispettivamente 6 per le barre di armatura longitudinale, 24 per l'acciaio degli angolari, 46 per il calcestruzzo non confinato e 93 per il nucleo di calcestruzzo.

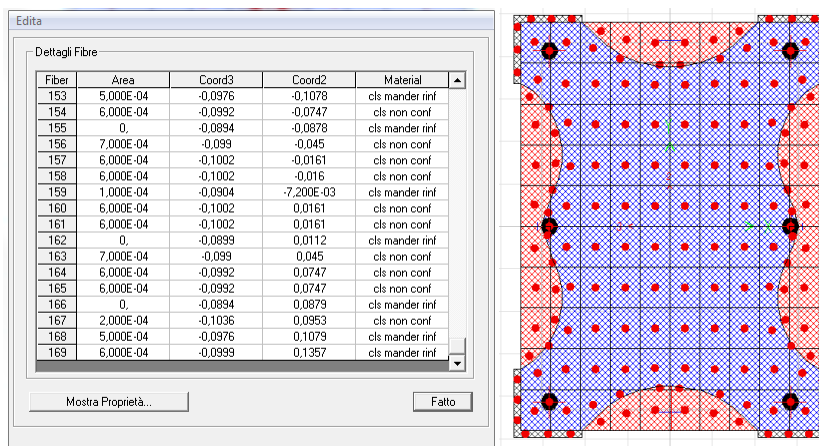


Figura 6.15 – Discretizzazione a fibre della sezione

Una volta definiti tutti i parametri caratterizzanti la sezione, è possibile estrapolare il dominio di resistenza della sezione dei campioni provati.

Nelle immagini seguenti si mostrano i domini di resistenza e i punti che rappresentano le prove sperimentali effettuate.

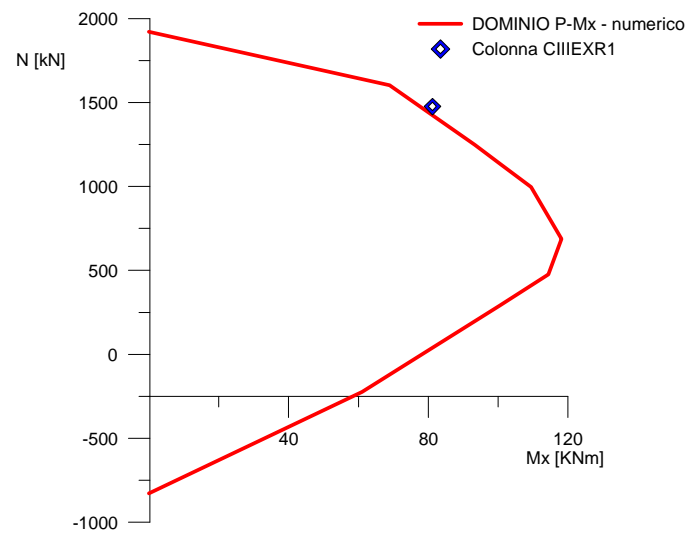


Figura 6.16 - Dominio N - Mx

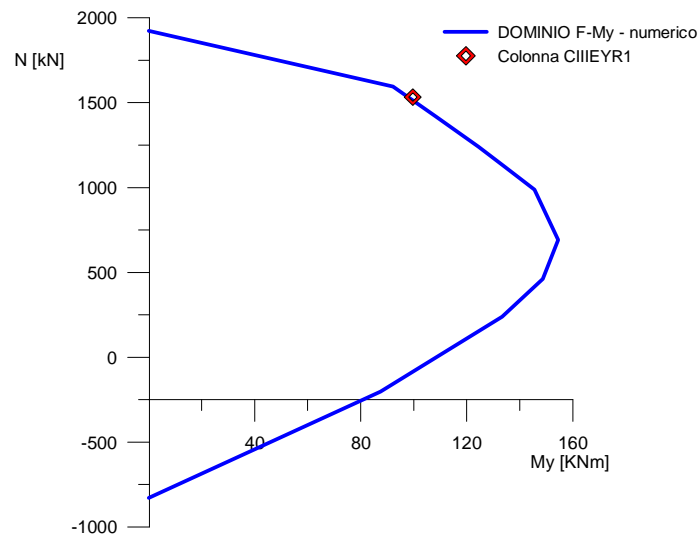


Figura 6.17 - Dominio N - My

Dai grafici riportati nelle figure precedenti risulta evidente come per le colonne della III serie rinforzate, i valori sperimentali si trovino prossimi alla frontiera del dominio.

È stato inoltre possibile estrapolare dal software i diagrammi momento –curvatura a $N = \text{cost.}$ e pertanto a partire da questi grafici è stato possibile determinare il grafico momento curvatura ad eccentricità costante, attraverso la procedura descritta nel paragrafo 4.2.

Di seguito si riportano le curve necessarie per la determinazione dei diagrammi ad eccentricità costante.

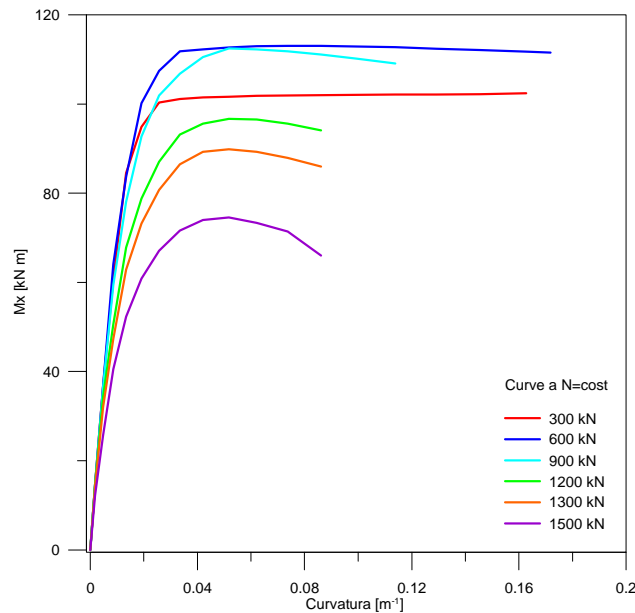


Figura 6.18 – Grafici Momento - curvatura a $N=\text{cost.}$, direzione x

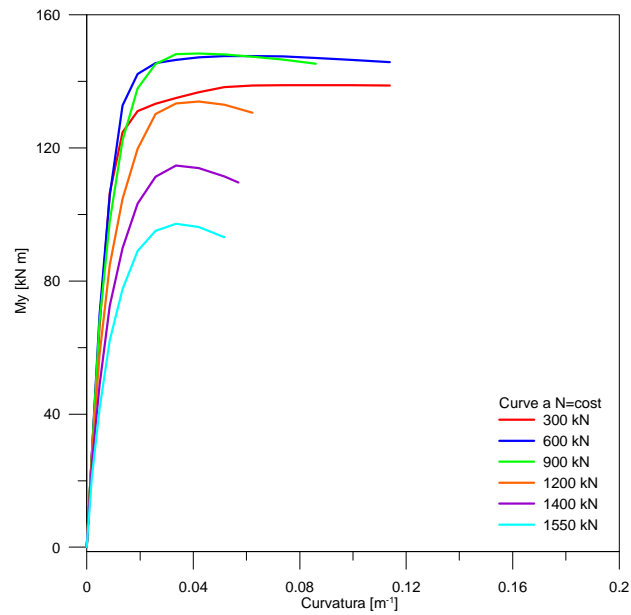


Figura 6.19 - Grafici Momento - curvatura a $N=cost.$, direzione y

Dalle curve momento-curvatura a $N= cost$ sono state ottenute, con la procedura descritta nei paragrafi precedenti, le curve a eccentricità costante.

Di seguito si mettono a confronto le curve $M - \rho$, analitiche e sperimentali.

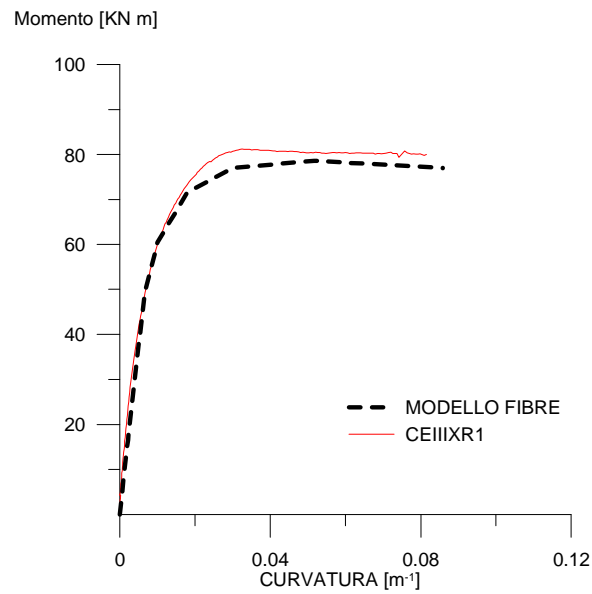


Figura 6.20 – Curve $M - \rho$, colonna CEIIXR1, confronto analitico – sperimentale

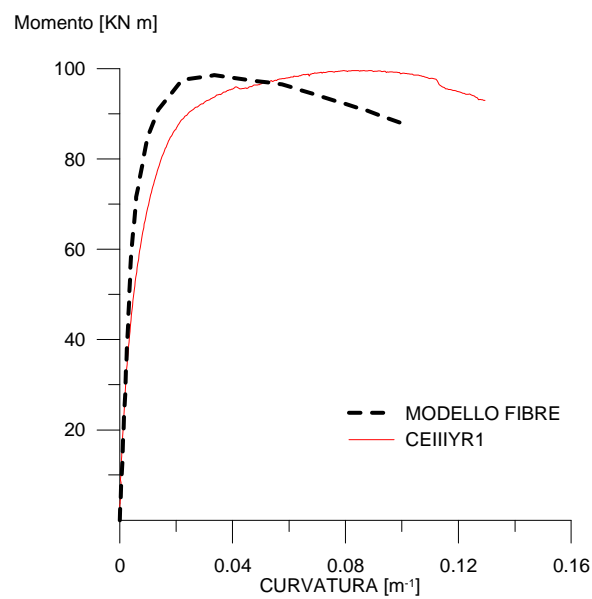


Figura 6.21 – Curve $M - \rho$, colonne CEIIYR1, confronto analitico – sperimentale

Dai grafici riportati nelle precedenti figure, si nota la non perfetta coincidenza tra il legame analitico e quello sperimentale.

Tuttavia queste discordanze sono contenute, e sono dovute principalmente alla semplificazione del modello analitico utilizzato.

Infatti alcuni fattori, quali la porosità del calcestruzzo, l'esistenza di micro fratture nella matrice cementizia, la fessurazione e lo spalling del copriferro, vengono trascurati in quanto, pur essendo presenti nella realtà sperimentale, risultano di difficile determinazione e quantificazione.

7. Risposta sperimentale di campioni in calcestruzzo confinati con FRCM: valutazioni sull'efficacia di confinamento.

7.1 Introduzione

L'impiego di materiali compositi fibrorinforzati a matrice polimerica (FRP) ha rappresentato negli ultimi anni una delle più diffuse tecniche per il consolidamento strutturale di colonne in cemento armato. Tale tipologia di intervento consente di ottenere grandi incrementi di capacità deformative e, in qualche caso anche di resistenza senza significativi aumenti dei carichi sulla struttura, e senza stravolgerne l'organizzazione strutturale.

Nonostante i grandi vantaggi che ne derivano dall'impiego, il sistema di rinforzo FRP presenta alcuni inconvenienti causati dall'uso della resina epossidica per l'incollaggio delle fibre. Fra questi si annoverano la scarsa resistenza ad alte temperature, gli elevati costi di applicazione, l'inapplicabilità su superfici bagnate e la difficoltà di stimare gli effetti di un sisma su elementi danneggiati all'interno delle camicie in FRP.

Un'interessante alternativa all'incollaggio del FRP con matrice polimerica è l'impiego di rinforzi costituiti da fibre ad alta resistenza entro matrici inorganiche (malta cementizia). A fronte di una minore capacità adesiva della matrice cementizia rispetto alle resine polimeriche, quest'ultima offre diversi vantaggi, quali la medesima resistenza al fuoco del supporto di calcestruzzo, l'applicabilità del sistema di rinforzo anche su supporti umidi, l'applicabilità su superfici scabre ed irregolari (non è necessaria una preventiva rasatura, abbattendo notevolmente i costi di posa in opera) e non necessita di manodopera altamente specializzata.

Soltanto nel corso degli ultimi anni l'attenzione della comunità scientifica si è rivolta allo studio di interventi di rinforzo con compositi a matrice cementizia, e pertanto risultano ancora pochi gli studi di natura sia sperimentale che teorica in quest'ambito. Fra i primi si segnalano i contributi dovuti a Triantafillou et al. 2006, Bournas et al. 2007, Rocca et al. 2009, Colajanni et al. 2012, Trapko 2013, nei quali sono riportati i risultati di indagini sperimentali su colonne soggette a compressione monotonica.

In tale contesto, si è condotta una campagna di prove sperimentali finalizzata alla analisi del comportamento sotto azioni cicliche di colonne in calcestruzzo a bassa resistenza, rinforzate con fibre di carbonio immerse in matrice inorganica (FRM). La ricerca, è stata condotta sottoponendo a test di compressione assiale 30 colonne, con lo scopo di indagare sull'efficacia di diverse quantità di fibra di confinamento, forma della sezione trasversale e raggio di curvatura degli angoli delle sezioni prismatiche. Sono state condotte prove sia monotoniche che cicliche.

7.2 Caratterizzazione meccanica dei materiali

7.2.1 Conglomerato cementizio

Le colonne sono state confezionate prevedendo una resistenza a compressione del calcestruzzo tipica degli edifici che necessitano di consolidamento strutturale (calcestruzzi a bassa resistenza). Per il confezionamento del conglomerato cementizio è stato utilizzato un cemento Portland (ASTM International Type I) con un rapporto acqua/cemento pari a 0.35 e un diametro massimo dell'aggregato di 10 mm. Il rapporto in peso di cemento : sabbia : aggregato è stato di circa 1 : 1.9 : 2.33. La caratterizzazione meccanica del materiale è avvenuta attraverso prove di compressione monoassiale su sei provini cilindrici 150×300 mm prelevati nella fase di confezionamento dei campioni (Figura 7.1). Le prove, condotte dopo 28 giorni di stagionatura, hanno fornito un valore medio della tensione massima di compressione del calcestruzzo di 16.66 N/mm² ed un valore medio di deformazione ultima di 0.406 %. In Figura 7.2 si mostra, a titolo di esempio, il legame $\sigma - \epsilon$ dedotto sperimentalmente da tre prove di compressione, due monotoniche e una ciclica; dal quale è possibile ricavare i valori di tensione e deformazione media sopra appena citate.



Figura 7.1 – Provini di conglomerato prima e dopo la prova

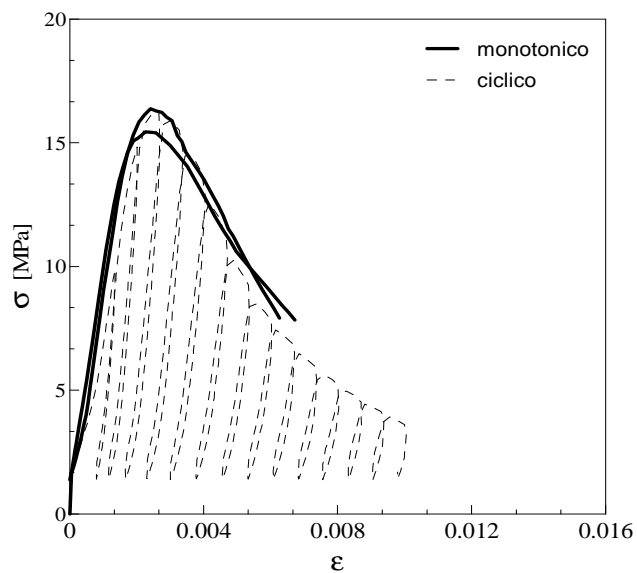


Figura 7.2 – Legame σ - ε per il conglomerato cementizio

7.2.2 Fibre di carbonio

Tenendo in considerazione le osservazioni riportate da diversi autori (es. Triantafyllou et al. 2006) riguardo all'adesione delle fibre di carbonio in strisce continue con il legante idraulico, per favorire la penetrazione della matrice di malta

fra le fibre, si è utilizzato un rinforzo costituito da una rete bidirezionale in fibra di carbonio del tipo RUREDIL X MESH C10, con maglia 10×10 mm e larghezza della singola fascia di 4 mm (Figura 7.3). Lo spessore nominale della rete in fibra di carbonio è di 0.047 mm mentre il peso è di 168 g/m^2 . Le proprietà meccaniche della fibra di carbonio, quali il carico di rottura a trazione e il modulo elastico, sono state fornite direttamente dalla casa produttrice e risultano rispettivamente di 4800 MPa e di 240 GPa.



Figura 7.3 – Fibra di carbonio usata ed applicazione del rinforzo FRM

7.2.3 Matrice cementizia

La malta per l'incollaggio è costituita da una matrice inorganica stabilizzata di natura pozzolanica per rinforzi strutturali, fornita dalla stessa casa produttrice delle fibre di carbonio (RUREDIL). Le caratteristiche meccaniche della malta sono state

determinate con il confezionamento di sei provini prismatici di dimensione $160 \times 40 \times 40$ mm che, a 28 giorni di stagionatura, sono stati sottoposti a prove di flessione e di compressione monotonica (Figura 7.4 e Figura 7.5). La media dei risultati ottenuti si è rilevata coerente con le indicazioni fornite dal produttore: resistenza a compressione di 31.17 MPa, resistenza a flessione di 9.46 MPa, e modulo elastico secante > 15000 MPa.



Figura 7.4 – Prova di flessione su campioni di malta



Figura 7.5 – Prova di compressione su campioni di malta

7.3 Programma sperimentale

7.3.1 Preparazione dei provini

Il programma sperimentale, oltre all'indagine sugli effetti dell'applicazione ciclica del carico, è stato rivolto ad analizzare gli effetti delle seguenti caratteristiche dei campioni: forma della sezione trasversale; percentuale di fibre di tessuto di confinamento; raggio di curvatura degli angoli nelle sezioni prismatiche.

A tal fine sono stati confezionati 10 campioni con sezione trasversale circolare (contrassegnati con la sigla C) di diametro $\Phi = 200$ mm, 10 campioni con sezione trasversale quadrata (contrassegnati con la sigla S) di lato 200 mm, e 10 campioni con sezione trasversale rettangolare (contrassegnati con la sigla R) di lati 200×400 mm.

Con l'obiettivo di indagare sugli effetti legati alla percentuale di fibra di confinamento sono stati confezionati campioni cilindrici C con 2 o 3 strati di fibra di carbonio, contrassegnati rispettivamente con la sigla F2 ed F3, in modo da riprodurre una pressione laterale di confinamento media ed alta, e campioni quadrati e rettangolari con 2 e 4 strati di fibra, contrassegnati rispettivamente con la sigla F2 e F4.

I campioni di sezione trasversale quadrata e rettangolare sono stati confezionati con spigoli arrotondati, per metà con un raggio di curvatura di 15 mm (contrassegnati con la sigla 15) e per la rimanente metà con un raggio di 30 mm (contrassegnati con la sigla 30). Per valutare l'influenza dell'applicazione di carichi ciclici sul legame tensione-deformazione, metà dei campioni (contrassegnati con la sigla M) sono stati portati a rottura per carico monotono e metà per carico ciclico (contrassegnati con la sigla C). Infine, per ogni tipo di sezione trasversale sono stati confezionati due campioni da provare senza apporre fibra di rinforzo (contrassegnati con la sigla F0). Tutti i campioni sono stati realizzati con la medesima altezza, pari a 600 mm. Sono state utilizzate casseformi in lamierino di acciaio, e al disarmo i provini sono stati cappati con una malta ad alta resistenza autolivellante.

La posa in opera della camicia FRM ha previsto una preliminare saturazione con acqua della superficie laterale dei campioni e la posa di due strati di malta dello spessore di 3 mm ciascuno con interposta rete in carbonio, avendo l'accortezza di

applicare lo strato successivo di malta quando il precedente non era ancora completamente indurito. Nei casi in cui era prevista la posa di più strati di rete, si è ripetuta l'operazione sempre fresco su fresco. All'estremità della rete di rinforzo si è eseguita una sovrapposizione di circa 10 cm.

Un quadro completo dei campioni sottoposti a prova e i rispettivi dettagli geometrici sono mostrati nella tabella seguente.

sia per le colonne non confinate che le colonne confinate, per le quali è anche riportato il rapporto geometrico di fibra di confinamento $\rho_f = 4 \cdot n \cdot t_f / d_{max}$ con n numero di strati di fibre, t_f spessore nominale della rete e d_{max} dimensione trasversale massima del campione. In presenza di più campioni con le medesime proprietà, è stata impiegata una lettera minuscola (a o b) per distinguere i campioni.

Campione	Sez. trasversale [mm]	Curvatura angoli [mm]	N° strati fibre	ρ_f [%]	Carico
CF0M-a	Φ200	---	---	---	Monotonico
CF0M-b	Φ200	---	---	---	Monotonico
CF0C	Φ200	---	---	---	Ciclico
S15F0M	200×200	15	---	---	Monotonico
S30F0C	200×200	30	---	---	Ciclico
R15F0M	200×400	15	---	---	Monotonico
R30F0C	200×400	30	---	---	Ciclico
CF2M-a	Φ200	---	2	0,188	Monotonico
CF2M-b	Φ200	---	2	0,188	Monotonico
CF2C	Φ200	---	2	0,188	Ciclico
CF3M-a	Φ201	---	3	0,282	Monotonico
CF3M-b	Φ202	---	3	0,282	Monotonico
CF3C-a	Φ203	---	3	0,282	Ciclico
CF3C-b	Φ204	---	3	0,282	Ciclico
S15F2M	200×200	15	2	0,188	Monotonico
S15F2C	200×200	15	2	0,188	Ciclico
S15F4M	200×200	15	4	0,376	Monotonico
S15F4C	200×200	15	4	0,376	Ciclico

7. Risposta sperimentale di campioni in calcestruzzo confinati con FRM: valutazione sull'efficacia di confinamento

S30F2M	200×200	30	2	0,188	Monotonico
S30F2C	200×200	30	2	0,188	Ciclico
S30F4M	200×200	30	4	0,376	Monotonico
S30F4C	200×200	30	4	0,376	Ciclico
R15F2M	200×400	15	2	0,094	Monotonico
R15F2C	200×400	15	2	0,094	Ciclico
R15F4M	200×400	15	4	0,188	Monotonico
R15F4C	200×400	15	4	0,188	Ciclico
R30F2M	200×400	30	2	0,094	Monotonico
Campione	Sez. trasversale [mm]	Curvatura angoli [mm]	N° strati fibre	pf [%]	Carico
R30F2C	200×400	30	2	0,094	Ciclico
R30F4M	200×400	30	4	0,188	Monotonico
R30F4C	200×400	30	4	0,188	Ciclico

Tabella 7.1- Caratteristiche delle “colonne non confinate e confinate”

7.3.2 Attrezzatura di prova utilizzata

L'attrezzatura è uguale a quella utilizzata nelle prove descritte nei capitoli precedenti.



Figura 7.6- Disposizione comparatori ed LVDT

7.4 Analisi dei dati sperimentali

7.4.1 Campioni non confinati

Nelle figure seguenti vengono mostrate le curve tensione-deformazione monotoniche e cicliche delle colonne in assenza di fibre di confinamento associate ad una immagine del provino sotto prova con la strumentazione di lettura. Nelle curve in figura, la tensione assiale è ottenuta dividendo il valore della forza rilevato dalla cella di carico per l'area della sezione originaria del campione, trascurando l'incremento di sezione dovuto alla applicazione della malta di rinforzo. La deformazione assiale è ottenuta, per le curve a tratto discontinuo, come deformazione media dedotta dalla lettura dei comparatori posti sulle facce del provino e, per le curve a tratto continuo, come deformazione dedotta dallo spostamento rilevato dal trasduttore LVDT.

Tutte le curve mostrano il tipico legame tensione-deformazione di un elemento di calcestruzzo non confinato soggetto a compressione centrata, caratterizzato da ramo crescente fino al valore della resistenza massima seguito da un ramo rapidamente decrescente (collasso fragile). Il confronto con i risultati delle prove cicliche conferma che la curva monotonica costituisce l'involuppo della risposta ciclica.

Non si osservano significative dipendenze della tensione massima e della deformazione ultima dalla forma del campione. Per i campioni testati, la resistenza a compressione media è pari a 15.92 N/mm^2 . Tale valore risulta leggermente più piccolo di quello rilevato per i cilindri confezionati per la caratterizzazione del materiale, pari a 16.66 N/mm^2 . Si osserva infine che, come prevedibile, le curve dedotte dalla lettura dei comparatori sono caratterizzate da maggiore rigidità di quelle dedotte dal trasduttore LVDT. La lettura dei comparatori è stata interrotta in corrispondenza della tensione massima, a causa della perdita di accuratezza dovuta ai danneggiamenti locali che si manifestano nel provino. Per quanto rilevato, nei paragrafi successivi si riportano esclusivamente le curve ottenute considerando la deformazione registrata dal trasduttore LVDT.

7. Risposta sperimentale di campioni in calcestruzzo confinati con FRCM: valutazione sull'efficacia di confinamento

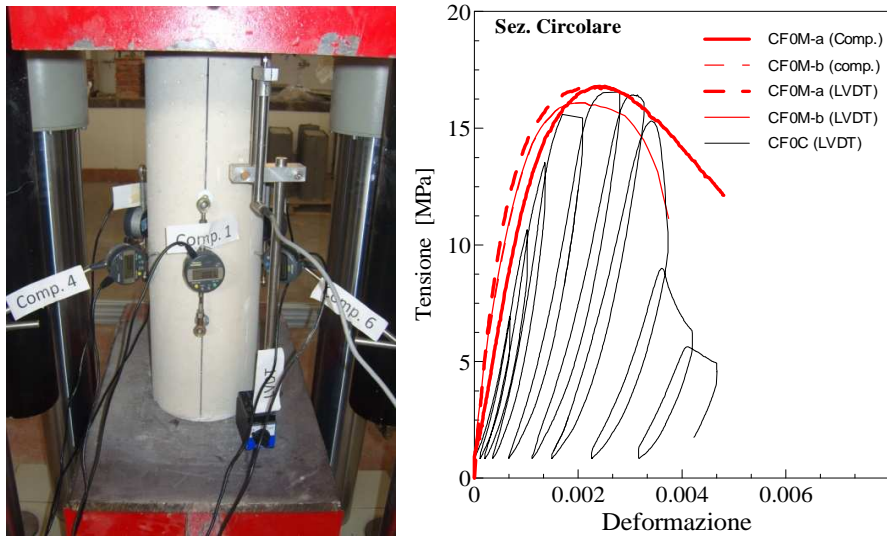


Figura 7.7 – Immagine durante la prova e curva tensione-deformazione ottenuta per i provini non confinati di sezione circolare

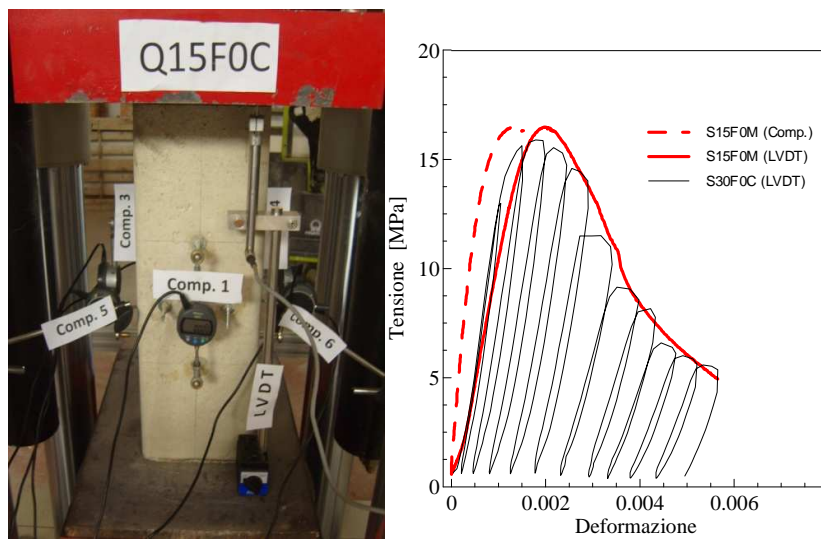


Figura 7.8 – Immagine durante la prova e curva tensione-deformazione ottenuta per i provini non confinati di sezione quadrata

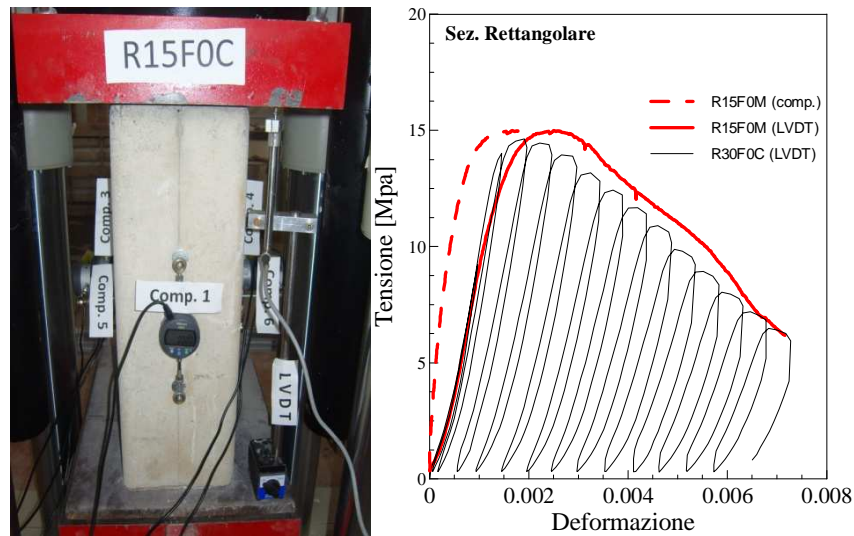


Figura 7.9 – Immagine durante la prova e curva tensione-deformazione ottenuta per i provini non confinati di sezione rettangolare

Nella tabella di seguito riportata, vengono riassunti i valori di tensione massima e la relativa deformazione raggiunta dal provino senza confinamento, nonché i valori ultimi di tensione e deformazione e di energia assorbita E_0 . Quest'ultima quantità è stata calcolata come area sottesa al diagramma σ - ε con una appropriata procedura sviluppata in Excel che prevede la discretizzazione dell'intera area in tanti trapezi equivalenti.

Campione	Tensione massima [N/mm ²]	tensione ultima [N/mm ²]	deformazione alla tensione massima [%]	deformazione ultima [%]	Energia assorbita [MJ/m ³]
CF0M-a	16,80	13,44	0,2511	0,4292	0,057
CF0M-b	16,08	12,86	0,2027	0,3572	0,047
CF0C	16,55	13,24	0,1677	0,2528	0,029
S15F0M	16,48	13,18	0,2037	0,3038	0,035
S30F0C	15,90	12,72	0,1828	0,2724	0,030
R15F0M	14,99	11,99	0,2513	0,4398	0,050
R30F0C	14,62	11,70	0,1913	0,4113	0,046
media	15,58	12,73	0,2072	0,3524	0,042

Tabella 7.2 – Risultati ottenuti dai provini senza confinamento

7.4.2 Calcestruzzo confinato: effetto dell'azione ciclica

Nelle Figure 7.15, 7.17 e 7.19 si riporta il confronto tra le curve tensione-deformazione cicliche e monotoniche di campioni con medesime caratteristiche geometriche e meccaniche.

Ad eccezione del campione S15F4M, che nella fase post-picco ha manifestato un comportamento anomalo (probabilmente a causa di un errato posizionamento delle fibre di carbonio), si può affermare che in generale non vi sia significativo degrado della risposta di colonne con camicia in FRCM per effetto dei carichi ciclici.

Il risultato risulta coerente con precedenti studi sul comportamento ciclico di colonne rinforzate con FRP. In tale ambito Sakai e Kawashima (2006) Shao et al. (2006) e Abbasnia e Ziaadiny (2010) avevano evidenziato che, per provini a sezione circolare confinati con FRP incollato con resina epossidica, la curva tensione-deformazione monotonica costituisce la curva involucro del legame tensione-deformazione ciclico. Recenti studi hanno confermato che tale evidenza sperimentale è indipendente dalla forma della sezione trasversale dei provini (Abbasnia et al. 2012).

Con i risultati della presente campagna di indagini sperimentali è stato possibile verificare che, anche nel caso di colonne rinforzate con FRCM, l'involucro dei cicli

segue l'andamento della curva tensione-deformazione ricavata per via monotonica indipendentemente dalla forma della sezione trasversale.

Al fine di confermare tale conclusione, valutando numericamente l'effetto del carico ciclico sul degrado di resistenza delle colonne rinforzate con FRCM, con la stessa tecnica impiegata in studi recenti sul comportamento ciclico di elementi in calcestruzzo confinati con FRP (Shao et al. 2006, Lam e Teng 2009 e Abbasnia et al. 2012), è stato valutato il parametro β_1 rappresentativo del degrado di resistenza ad ogni ciclo di carico, definito come segue:

$$\beta_1 = \frac{f_{new}}{f_{un,env}} \quad (6.1)$$

Il significato dei simboli viene spiegato attraverso le figure seguenti.

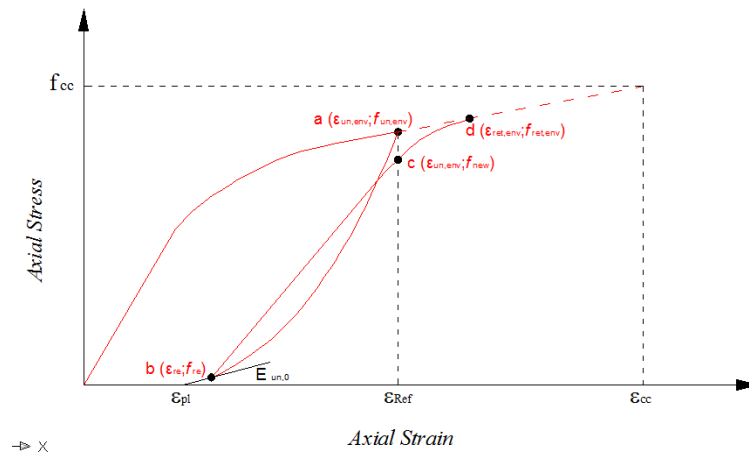


Figura 7.10 – Parametri per la valutazione del degrado di resistenza sotto carichi ciclici, ramo hardening.

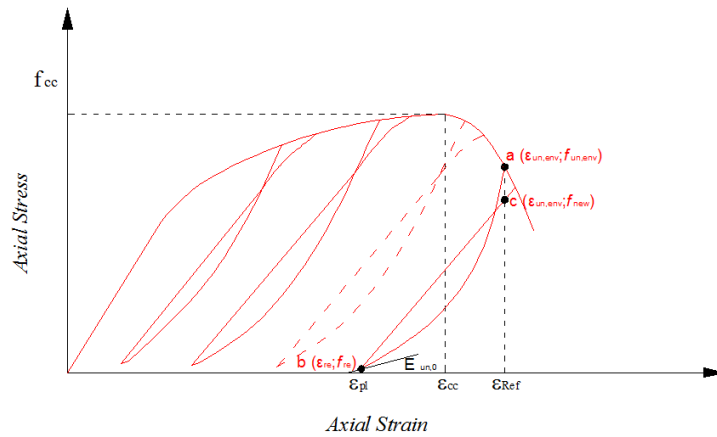


Figura 7.11 – Parametri per la valutazione del degrado di resistenza sotto carichi ciclici, ramo softening.

Dove, $f_{un,env}$ e $\epsilon_{un,env}$ rappresentano la sollecitazione assiale e la corrispondente deformazione nel punto di scarico (A), f_{re} e ϵ_{re} rappresentano la tensione e la deformazione e corrispondente al ricarico (punto B), f_{new} è la tensione nel ramo di ricarico al valore di deformazione $\epsilon_{un,env}$ (punto C), $\epsilon_{ret,env}$ e $f_{ret,env}$ rappresentano la deformazione e la tensione associata al ciclo successivo, mentre ϵ_{pl} è la deformazione plastica allo scarico completo ($F=0$).

Nelle Figure seguenti viene mostrata la correlazione tra la deformazione corrispondente al punto in cui ha inizio la fase di scarico di ogni ciclo ϵ_{un} ed il rapporto di degrado di resistenza β_i .

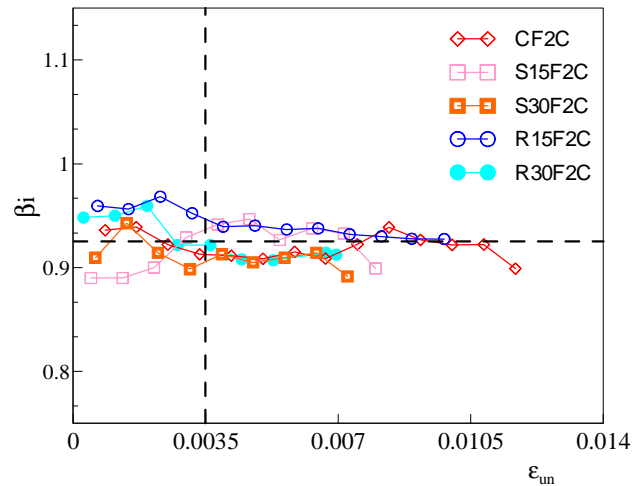


Figura 7.12 – Degradamento di resistenza al variare di ϵ_{un} , campione debolmente confinati

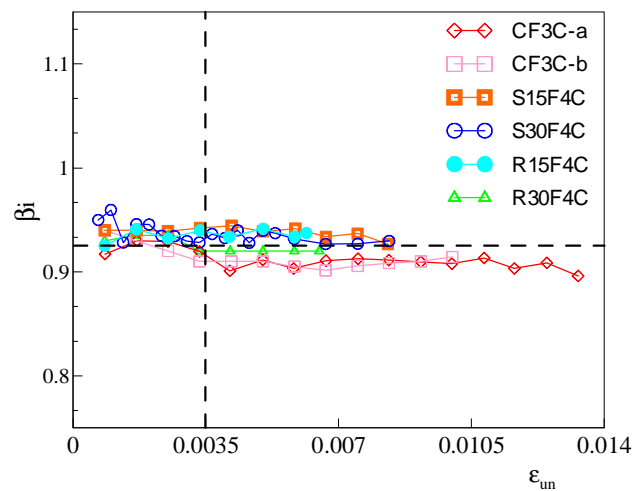


Figura 7.13 – Degradamento di resistenza al variare di ϵ_{un} , campione fortemente confinati

La figura mostra che nei primi cicli di carico ($\epsilon_{un} < 0.0035$) il valore di β_i è via via decrescente, ma si mantiene sempre superiore a 0.95, denotando nel ramo ascendente del legame costitutivo un modesto degrado di resistenza per effetto del carico ciclico. All'aumentare di ϵ_{un} , ($\epsilon_{un} \geq 0.0035$) β decresce e tende al valore di

0.93 per sia per la tipologia di campioni fortemente confinati sia per quelli debolmente confinati.

Un'altra importante considerazione che viene dedotta dalla Figura 7.12 e Figura 7.13 è che nel campo delle grandi deformazioni β tende ad assumere un andamento asintotico, indipendentemente dalle caratteristiche geometriche delle colonne testate e dal livello di confinamento laterale.

Il risultato è coerente con il valore dedotto da Lam e Teng (2009), che per elementi confinati con FRP e deformazioni $\epsilon_{un} \geq 0.0035$ ha trovato un valore di β di 0.92, e con il valore di $\beta=0.90$ suggerito da Shao et al. (2006) e Abbasnia et al. (2012). In questi lavori prima citati si perveniva alla conclusione che il degrado di resistenza per effetto del carico ciclico risulta poco significativo in presenza di dispositivi di confinamento.



Figura 7.14 – Un campione a sezione circolare durante la prova

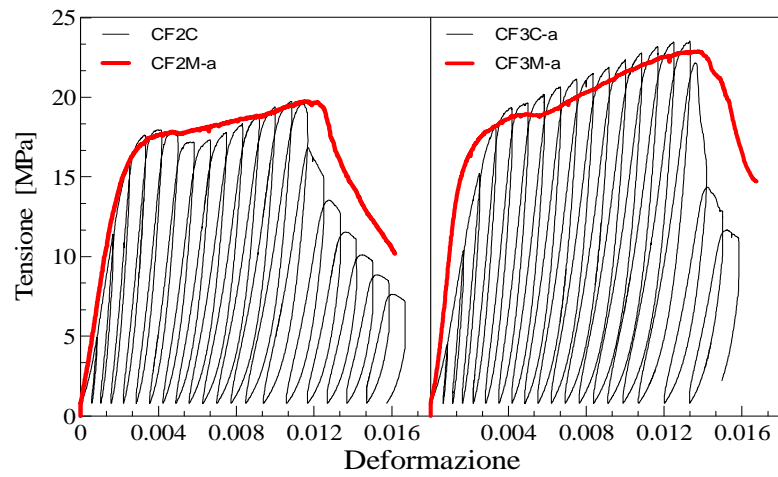


Figura 7.15 - Risposta ciclica e monotonica per colonne a sezione circolare



Figura 7.16 - Un campione a sezione rettangolare durante la prova

7. Risposta sperimentale di campioni in calcestruzzo confinati con FRM: valutazione sull'efficacia di confinamento

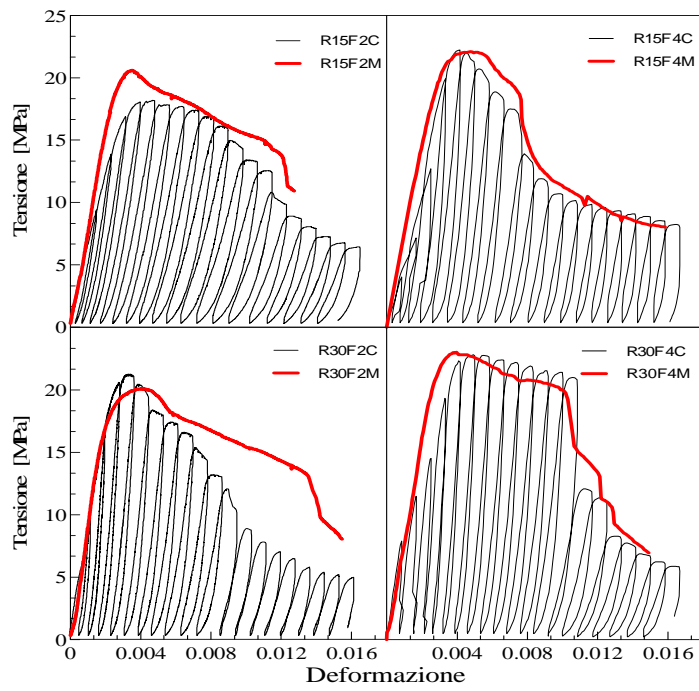


Figura 7.17 - Risposta ciclica e monotonica per colonne a sezione rettangolare



Figura 7.18 - Un campione a sezione quadrata durante la prova

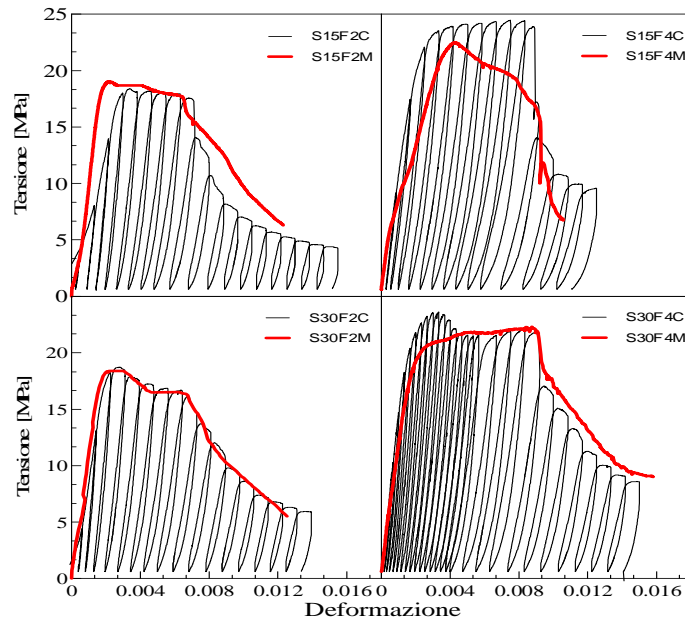


Figura 7.19 – Risposta ciclica e monotonica per colonne a sezione quadrata

7.4.3 Deformazione plastica

Un importante parametro che consente di comprendere gli effetti derivanti dal confinamento con FRCM è la deformazione plastica.

Il valore della deformazione plastica ε_{pl} non è stato direttamente registrato durante la prova, in quanto il minimo valore di pre-carico che la macchina consente di dare è 25 kN.

Pertanto, la deformazione plastica è stata stimata dalla curva sperimentale sforzo-deformazione, estendendo il percorso di scarico gradualmente verso il punto zero di tensione, secondo la seguente relazione (Lam et al, 2006)

$$\varepsilon_{pl} = \varepsilon_{re} - \frac{f_{re}}{E_{sec0}} \quad (6.2)$$

Dove E_{sec0} è il modulo di elasticità secante del calcestruzzo non confinato ($E_{sec0} = f_{c0}/\varepsilon_{c0}$).

Le figure seguenti mostrano come le deformazioni plastiche seguono delle leggi che risultano indipendenti dal livello di confinamento (Buyutkouzturk and Tseng,

1984); questa assunzione è coerente con quello dichiarato da Sakay and Kawashima (2006) and Lam and Teng (2009).

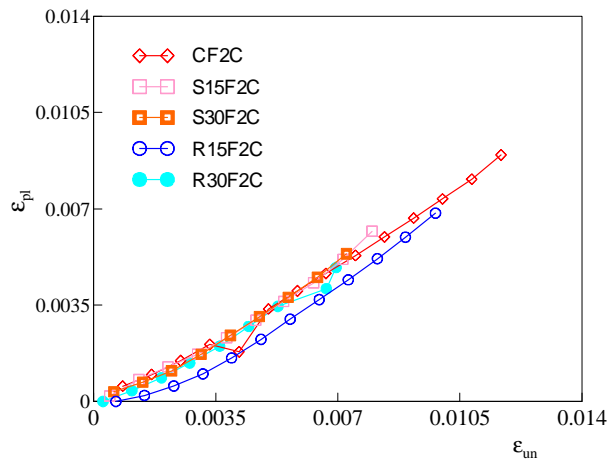


Figura 7.20 –Andamento della deformazione plastica, campioni mediamente confinati

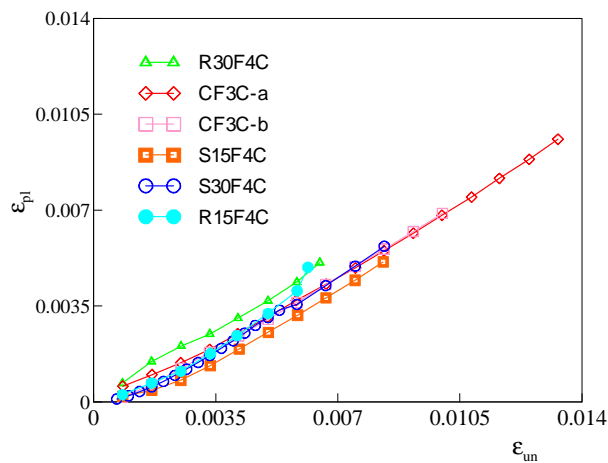


Figura 7.21– Andamento della deformazione plastica, campioni fortemente confinati

7.4.4 Efficacia del sistema di rinforzo FRCM

Sulla base dell'osservazione, che in generale la curva monotonica può essere considerata come la curva involucro del legame ciclico, nelle Figure Figura 7.22,

Figura 7.23 e Figura 7.24 vengono riportate le sole curve tensione-deformazione relative ai campioni soggetti a carico monotonic. In Tabella 7.2 vengono riportate le principali grandezze caratteristiche osservate per le “colonne non confinate”, mentre in Tabella 7.3 si mostrano le grandezze caratteristiche delle “colonne confinate”, normalizzate rispetto ai valori medi delle “colonne non confinate”, nelle quali si è assunta come deformazione ultima quella per la quale si attinge una resistenza residua pari all’80% della resistenza massima; inoltre in Figura 7.25 viene riportato un istogramma che sintetizza i valori ottenuti di tensione per ogni provino.

Tutte le “colonne confinate” presentano un legame tensione-deformazione contraddistinto da un tratto iniziale con pendenza costante simile a quella delle “colonne non confinate”. Il comportamento di tipo elastico-lineare si manifesta fino ad un valore del carico pari all’incirca al 46% (colonne tipo C), al 38% (colonne tipo S) e al 33% (colonne tipo R) di quello massimo applicato. Dall’analisi dei risultati sperimentali risulta che la presenza del sistema di rinforzo FRCM influenza notevolmente il comportamento degli elementi strutturali analizzati. L’effetto più evidente è costituito da un significativo incremento della capacità portante, della duttilità e dell’energia assorbita rispetto alle “colonne non confinate”.

Complessivamente, si è registrato un incremento medio della tensione massima del 34% e della deformazione ultima pari al 107% e un incremento dell’energia assorbita, parametro sintetico utilizzato per valutare l’efficacia del sistema di confinamento, pari al 302%.

Un altro importante aspetto osservato sperimentalmente è che, diversamente dal confinamento con FRP a matrice polimerica, gli elementi rinforzati con fibre immerse in matrice cementizia non collassano in maniera repentina. Come già osservato da Triantafillou et al. 2006 e da Bournas et al. 2007, nel caso di matrice cementizia, le lesioni interessano un numero limitato di fibre e si innescano quando in esse viene superata la loro resistenza a trazione, poi si propagano piuttosto lentamente nei fasci adiacenti, con conseguente meccanismo di rottura che risulta più duttile.

Il fenomeno è legato al fatto che le fibre nella matrice cementizia non sono soggette a distribuzioni di forze uniformi; ciò può condurre ad un possibile

slittamento relativo fra le fibre esterne e quelle più interne, dando luogo a quella che viene chiamata “rottura telescopica”. Inoltre, la microfessurazione della matrice cementizia per bassi livelli di carico conduce, al crescere del carico, ad un collasso di tipo pullout piuttosto che ad un collasso repentino per un cedimento improvviso delle fibre.

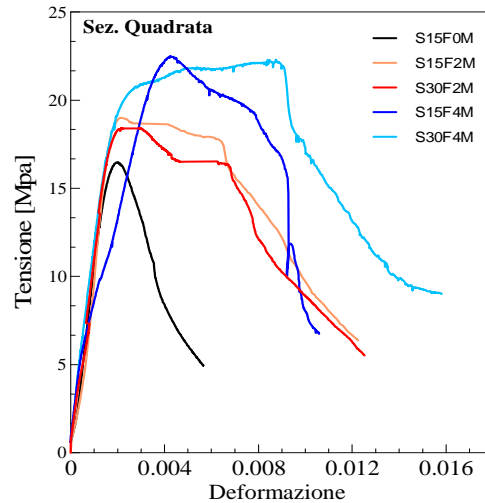


Figura 7.22 -Curve tensione – deformazione provini a sezione quadrata

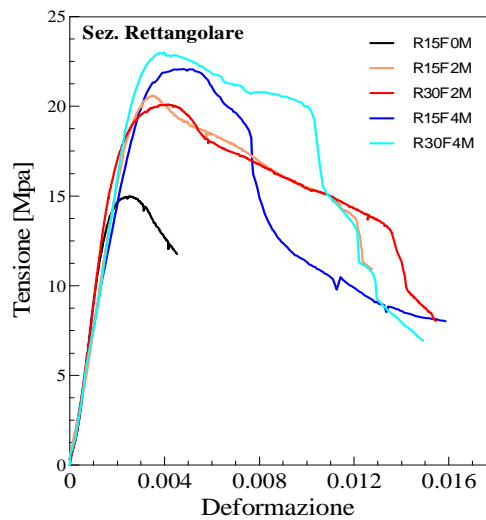


Figura 7.23 –Curva tensione – deformazione provini a sez. rettangolare

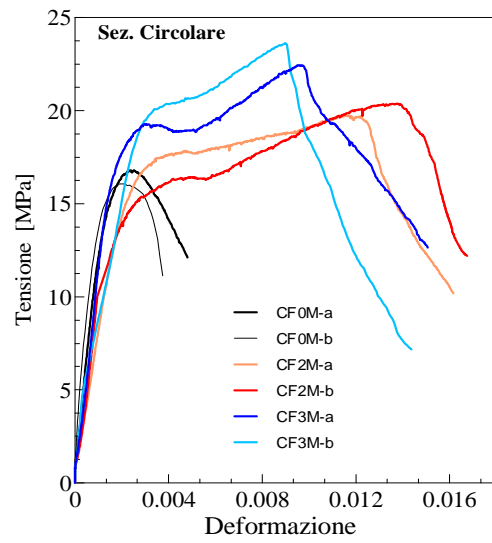


Figura 7.24 – Curva tensione – deformazione provini a sez. circolare

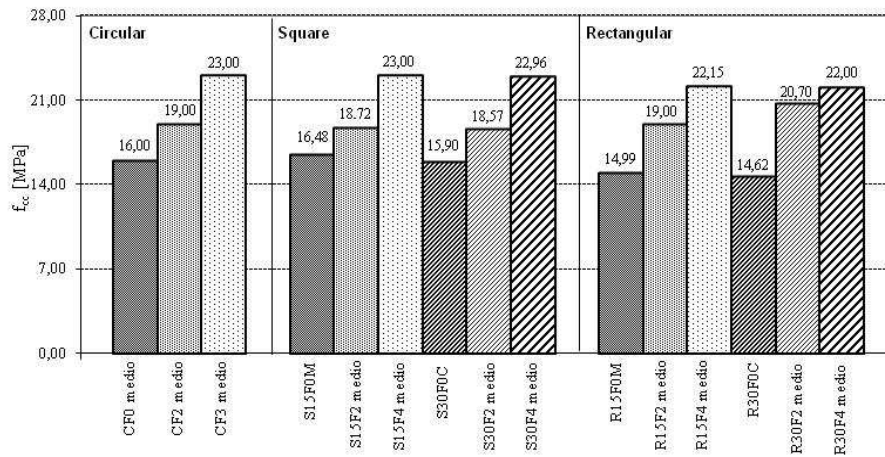


Figura 7.25 – Istogramma con i valori di tensione ottenuti

7. Risposta sperimentale di campioni in calcestruzzo confinati con FRM: valutazione sull'efficacia di confinamento

Campione	Tensione massima normalizzata	Deformazione alla tensione massima normalizzata	deformazione ultima normalizzata	Energia assorbita normalizzata
CF2M-a	1.24	5.58	3,81	5.29
CF2M-b	1.28	6,63	4.40	6.14
CF2C	1.24	5.23	3.45	4,62
CF3M-a	1.41	4,67	3.41	5.26
CF3M-b	1.49	4.34	2,79	4.29
CF3C-a	1.48	6.42	3,93	6.14
CF3C-b	1.44	5.12	3.48	5.38
S15F2M	1.20	1.04	2.07	2,74
S15F2C	1.16	1,62	2.04	2.33
S15F4M	1.41	2.04	2.36	3.38
S15F4C	1.54	3,61	2.59	4.50
S30F2M	1.16	1.44	2.06	2,62
S30F4M	1.40	4.22	2,77	4.45
S30F4C	1.48	1,61	2,69	5.36
R15F2M	1.29	1,69	2.42	3.24
R15F2C	1.14	2.27	2.54	3.12
R15F4M	1.39	2.25	2.17	3.07
R15F4C	1.40	2.00	2.00	2.45
R30F2M	1.26	2.04	2.55	3.45
R30F2C	1.34	1,86	2.01	2,69
R30F4M	1.45	1,92	0,15	4,6
R30F4C	1.43	2.35	3.08	4,79

Tabella 7.3 - Risultati ottenuti dai provini rinforzati

7.4.5 Effetto della forma della sezione trasversale

Com'è noto, l'efficacia del tessuto di confinamento negli elementi confinati con FRP incollati con resina epossidica è massima per le sezioni circolari (a simmetria radiale) per le quali la pressione di confinamento è uniforme nel piano delle sezione, si riduce leggermente nelle sezioni quadrate per effetto della

concentrazione di azione di confinamento agli spigoli, e decresce sensibilmente nelle sezioni rettangolari, tanto più quanto più è grande il rapporto fra i lati.

I dati in Tabella 7.3 e le curve delle Figure Figura 7.22, Figura 7.23 e Figura 7.24 evidenziano che in presenza di FRCM tale fenomeno è sempre presente, ma è meno pronunciato che per rinforzi con FRP. Va sottolineato come l'incremento di resistenza ottenuto, a parità di strati di fibra, è poco diverso fra provini quadrati e rettangolari, nonostante il parametro ρ_f sia per sezione rettangolare la metà di quello per sezioni circolari e quadrate. Per quanto riguarda la deformazione ultima e l'energia assorbita, confrontando i valori di capacità per provini con due strati di fibra di confinamento (confronto di: CF2# con S15F2# / S30F2# e con R15F2# / R30F2#) si rileva una efficacia media del confinamento nelle colonne circolari di circa il 45% maggiore che in quelle a sezione prismatica.

Le colonne a sezione circolare C esibiscono un comportamento di tipo hardening per tutte e due le percentuali di fibra considerata. Va rilevato che per il campione CF3M-a prima che il confinamento sia in grado di esercitare tutta la sua azione benefica, è presente un plateau nel legame tensione deformazione per valori della tensione poco più alti di quella a rottura del calcestruzzo non confinato, che evidenzia la necessità dell'innescarsi di un fenomeno di dilatanza prima che il confinamento sia efficacemente attivato.

Per le colonne a sezione quadrata (tipo S) si riscontra un comportamento "perfettamente plastico" per il campione S30F4M con quattro strati di fibra di confinamento, mentre l'omologo S15F4M, come già evidenziato nel paragrafo precedente, presenta un ramo spiccatamente softening in ragione di un infelice posizionamento del tessuto. In presenza di due strati di fibra il comportamento post picco è caratterizzato da un ramo sub-orizzontale dopo il raggiungimento della resistenza massima.

Negli elementi a sezione rettangolare R, nonostante il significativo incremento di resistenze assicurato dal tessuto di confinamento, il comportamento post-picco è sempre softening; tuttavia la pendenza è modesta e la riduzione della resistenza all'80% del valore di picco avviene sempre per deformazioni di grande entità.

7.4.6 Effetto della quantità di fibra di confinamento

Il confronto fra le curve in (Figure Figura 7.22, Figura 7.23 e Figura 7.24) evidenzia che, come prevedibile, l'incremento della quantità di fibra di confinamento produce un incremento sia della tensione di picco che di quella a rottura. Più specificamente, nelle colonne a sezione circolare il valore medio dell'incremento di tensione massima, dell'energia assorbita e deformazione ultima è pari rispettivamente al 21%, 407% e 295% in presenza di due strati di fibra di rinforzo, e al 40%, 399% e 246% per tre strati. Analogamente, per le colonne a sezione quadrata risulta 15%, 231% e 151% per due strati, e 43%, 472% e 218% per quattro strati. Infine per sezione rettangolare 35%, 173% e 97% per due strati, e 52%, 226% e 111% per quattro strati.

Si rileva pertanto che l'incremento di resistenza prodotto da un maggiore numero di strati di rinforzo (CF3M-a e CF3M-b), per le colonne a sezione circolare (Figura 7.24) è accompagnato da una deformazione di rottura minore di quella riscontrabile in presenza di due strati di fibra (CF2M-a e CF2M-b). Il fenomeno è legato alla maggiore efficacia dell'azione di confinamento esercitata dalle fibre nelle colonne a sezione circolare, che comporta il raggiungimento di una tensione massima che è maggiore rispetto a quella che provoca la formazione delle prime lesioni sulla camicia di rinforzo. Si ha così un innesco e un più rapido propagarsi delle fessure nella matrice e la conseguente rottura delle fibre dovuta ai livelli di tensione raggiunti. Tale fenomeno è parzialmente presente nelle sezioni rettangolari, mentre non si verifica in quelle quadrate.

7.4.7 Effetto del raggio di curvatura degli spigoli

Nelle colonne rinforzate con FRP, il valore del raggio di curvatura degli spigoli nelle sezioni prismatiche risulta un parametro fondamentale per la diffusione degli sforzi nella fibra (Wang e Wu 2008, Wu e Wei 2010), e influenza significativamente sia il valore della deformazione a rottura che, conseguentemente, la resistenza massima.

In presenza di FRCM è la matrice cementizia stessa ad assicurare un'adeguata riduzione della concentrazione di tensione nella fibra in prossimità degli spigoli della sezione, e conseguentemente il valore del raggio di curvatura degli spigoli ha una influenza minore sulle condizioni di rottura e praticamente nulla sulla

resistenza massima. Soltanto tra colonne con sezioni rettangolari (tipo R) con 4 strati di fibra, si osserva una significativa variazione della deformazione ultima e dell'energia assorbita al variare del raggio di curvatura degli spigoli (confronto tra R15F4# con R30F4#), di circa il 70% e il 45% rispettivamente. Per sezioni quadrate (tipo S) con 4 strati di fibra, si osserva una variazione significativa solo della deformazione ultima, pari al 24% (confronto tra S15F4# con S30F4#). Tuttavia, visto il numero limitato dei campioni testati, è necessario procedere ad ulteriori sperimentazione per confermare queste conclusioni.

7.4.8 Comportamento osservato ed evoluzione del quadro fessurativo

Vengono infine commentati i principali fenomeni che hanno accompagnato l'evoluzione del quadro fessurativo. In tutti i provini, in prossimità del carico di picco si è verificata, a seguito della dilatazione laterale del calcestruzzo, la formazione di lesioni sub-verticali sulla camicia di rinforzo, accompagnate da un tipico rumore legato alla fessurazione del nucleo di calcestruzzo. Al crescere dello spostamento impresso, si è verificata la rottura della fibra; la conseguente perdita del contributo di resistenza dovuto alla camicia di rinforzo ha comportato una maggiore deformabilità della colonna e l'attivazione del meccanismo di collasso dell'intero sistema. Quest'ultimo è stato caratterizzato, per tutti i campioni, dalla formazioni di macro-lesioni sub-verticali in corrispondenza degli angoli (Figura 7.26).

Infine, maggiore è il numero strati di fibre di carbonio utilizzato, maggiore risulta il danneggiamento del nucleo interno di calcestruzzo a collasso avvenuto. Questa osservazione è riportata anche in Trapko (2013).



Figura 7.26 - Modalità di collasso per colonne con sez. trasversale: a) circolare, b) quadrata, c) rettangolare, d) particolare del collasso della rete in fibra di carbonio.

8. Conclusioni

Nella presente tesi sono stati presentati e discussi, dopo una breve descrizione delle caratteristiche dei materiali utilizzati e dopo la presentazione dei modelli analitici presenti in letteratura, i risultati di una indagine sperimentale condotta su colonne in calcestruzzo armato in presenza e in assenza di rinforzi soggette a compressione centrata e pressoflessione. La sperimentazione, dal confezionamento dei campioni alle successive prove, è stata eseguita presso il laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale Aerospaziale e dei Materiali dell'Università degli Studi di Palermo.

Sono state effettuate prove a compressione centrata su quattro campioni non rinforzati e su quattro campioni rinforzati. La risposta sperimentale è stata confrontata con la risposta teorica valutata utilizzando i modelli analitici più rilevanti. Da questo confronto è risultato che il modello che meglio approssima i risultati in questione è quello nel quale il calcestruzzo confinato è definito attraverso il legame di Saatciglu e Razvi. Per le colonne rinforzate, differentemente dal caso precedente, è emerso che il legame più adeguato è quello di Mander, opportunamente modificato nella parte che riguarda il calcolo della pressione di confinamento.

La sperimentazione ha evidenziato che per colonne costituite da calcestruzzo avente bassa resistenza a compressione, il sistema di rinforzo conferisce alla colonna incrementi di resistenza a compressione percentuali di circa il 60% e incrementi di deformazione del 25%.

Dunque, come era d'altronde prevedibile, il sistema di rinforzo non agisce solo in termini di incremento di capacità portante, ma conferisce anche capacità deformativa oltre il picco di resistenza.

Le stesse tipologie di colonne sperimentate in compressione sono state provate a pressoflessione. In totale sono state effettuate n.14 prove, di cui 8 a pressoflessione retta secondo le due direzioni principali su colonne non rinforzate, 4 a pressoflessione deviata su colonne non rinforzate, 2 a pressoflessione retta su colonne rinforzate.

L'elaborazione di un modello analitico, realizzato mediante l'ausilio di un software di calcolo non lineare (SAP 2000) ha permesso di costruire i domini di resistenza e i diagrammi momento – curvatura, consentendo pertanto di confrontarli con i risultati sperimentali.

Tale software ha permesso di modellare a fibre la sezione delle colonne sperimentate e di attribuire ad ogni fibra un legame $\sigma - \epsilon$ derivato dalle prove di compressione centrata.

Dai confronti effettuati si è osservato che la modellazione analitica risulta ben approssimare i risultati ottenuti sperimentalmente.

Le discordanze sono contenute e sono dovute principalmente alla semplificazione del modello analitico utilizzato. Infatti alcuni fattori, quali la porosità del calcestruzzo, l'esistenza di micro fratture nella matrice cementizia, la fessurazione e lo spalling del copriferro, sono stati per semplicità trascurati in quanto di difficile determinazione e quantificazione.

Le osservazioni sperimentali sono state affiancate ad un'indagine parametrica teorica sulle capacità deformative ultime delle sezioni in c.a. non rinforzate al variare delle caratteristiche meccaniche del cls (tenuto in conto attraverso il legame di Razvi e Satcioglu verificato sperimentalmente) e della distribuzione della armatura che potrà essere estesa anche al caso di colonne rinforzate.

L'influenza di ciascun parametro è stata valutata per diversi livelli di sforzo normale adimensionale. Il parametro che più di tutti è risultato influente sulla capacità di deformazione delle sezioni è il confinamento del calcestruzzo. Sono stati definiti domini di curvatura ultima e domini di duttilità.

Le analisi hanno evidenziato che:

- un aumento della resistenza del calcestruzzo non modifica la forma dei domini di curvatura ultima e dei domini di duttilità in curvatura ma produce un leggero aumento della area di questi domini.
- un aumento del rapporto di armatura riduce l'area dei domini di duttilità in curvatura, ma contemporaneamente ha l'effetto di ridurre fortemente le differenze di duttilità, tra il caso di pressoflessione retta e pressoflessione deviata.

È stata infine condotta una campagna sperimentale con prove di compressione monotonica e ciclica su colonne a sezione circolare, quadrata e rettangolare, confinate con fibre di carbonio immerse in matrice cementizia.

Tali prove hanno confermato che, anche per questa tipologia di confinamento, le curve costitutive ottenute con prove monotoniche forniscono l'involuppo di quelle di omologhe prove cicliche.

La presenza del sistema di confinamento in FRCC è in grado di limitare il danneggiamento dovuto a carichi ciclici, assicurando che il rapporto di degrado β_i non scenda al di sotto di 0.9. Tale parametro ha andamento asintotico al crescere dell'ampiezza dei cicli; inoltre al crescere degli strati di fibra di confinamento il degrado risulta minore.

Le indagini condotte confrontando i risultati ottenuti per diverse forme della sezione trasversale hanno confermato che la maggior efficacia del sistema di rinforzo si ottiene per colonne circolari. Tuttavia, si è anche osservato che in colonne prismatiche con rapporto fra i lati pari a 2, la perdita di efficacia del rinforzo rispetto ad omologhi campioni con sezione quadrata non è molto maggiore.

Inoltre è stato rilevato che il valore del raggio di curvatura degli spigoli ha una influenza sulla deformazione ultima molto minore di quanto accade per sezioni analoghe in cui il rinforzo è realizzato con fibra di carbonio immerse in matrice polimerica, probabilmente in ragione dell'azione di riduzione della concentrazione degli sforzi nella fibra in prossimità degli spigoli assicurata dalla matrice cementizia. Si è però rilevato che il valore del raggio di curvatura ha una influenza non trascurabile sul valore della deformazione ultima e, conseguentemente, sulla capacità del sistema di assorbire energia.

I risultati ottenuti si configurano come base per la definizione di strumenti di analisi per la predizione della curvatura ultima delle sezioni in c.a. da utilizzare nelle pratiche applicazioni. Inoltre i risultati ottenuti sono da considerare utili per colmare alcuni sostanziali carenze dei modelli di capacità fornite dalle norme tecniche.

Bibliografia

BADALAMENTI V., CAMPIONE G., MANGIAVILLANO M.L, Simplified Model for compressive Behavior of Concrete Columns Strengthened by Steel Angles and Strips, *Journal of Engineering Mechanics, Asce*, February 2010, pp. 230-238.

BANHOLZER, B., BROCKMANN, T., BRAMESHUBER, W. (2006). Material and bonding characteristics for dimensioning and modeling of textile reinforced concrete (TRC) elements. *Materials and Structures*, 39; pp.749-763.

BRAGA F, GIGLIOTTI R, LATERZA M., Analytical stress–strain relationship for concrete confined by steel stirrups and/or FRP jackets, *Journal Structural Engineering ASCE* 2006;132(9):1402–19.

BRESLER B, Design Criteria for reinforced columns under axial load and biaxial bending, *Journal of the American Concrete Institute*, Farmington Hills, November 1960, pp. 481-490.

CAMPIONE G., Analytical model for high strength concrete columns with square cross-section, *Engineering Structures*, March 2008;28(3):295–316.

CAMPIONE G, FOSSETTI M, PAPIA M., Simplified analytical model for compressed high-strength columns confined by transverse steel and longitudinal bars, *FIB international conference*, Naples, Italy; 2006.

CAMPIONE G, MINAFÒ G. Compressive behavior of short high-strength concrete columns, *Engineering Structures* 2010;32(9):2755–66.

CAMPIONE, G., COLAJANNI, P., LA MENDOLA, L., SPINELLA, N. (2007). Ductility of Reinforced Concrete Members Externally Wrapped with Fiber Reinforced Polymer Sheets. *Journal of Composites for Construction*, ASCE, Vol.11 N°3.

CIRTEK, L., Mathematical model for RC banded column behaviour, *Construction Building Material*, 15,(2001) pp. 351–359.

CIRTEK, L., RC columns strengthened with bandageexperimental programme and design recommendations, *Construction Building Material.*, 15, (2001) pp. 341–349.

CUSSON, D., AND PAULTRE, P., Stress-Strain Model for Confined High-Strength Concrete, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, V. 121, No. 3, March 1995, pp. 468-477.

DE CASO Y BASALO F. J., MATTA F., NANNI A. (2009). Fiber Reinforced Cementitious Matrix for Infrastructure Rehabilitation - *Composites & Polycon 2009*, American Composites Manufacturers Association, January 15-17, Tempa, FL USA.

DE LORENZIS, L., TEPPERS, R. (2003). Comparative Study of Models on Confinement of Concrete Cylinders with FRP Composites. *Journal of Composites for Construction*, ASCE, Vol.7 N°3, 2003.

DE VIVO L., ROSATI L., Ultimate Strength Analysis of Reinforced Concrete Sections Subject to Axial Force and Biaxial Bending,, *Compu. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.166, 1998, pp. 261-287.

DHAKAL RP, MAEKAWA K., Modeling for post-yield buckling of reinforcement, *Journal Structural Engineering* ASCE 2002;128(9):1139-1147.

DI LUDOVICO M., LIGNOLA G.P., PROTA A., COSENZA E., Analisi non lineare di sezioni in c.a. soggette a pressoflessione deviata, *Atti del XII Convegno Ingegneria Sismica in Italia, ANIDIS 2007*, Pisa, 10-14 giugno, 2007.

DI LUDOVICO M.,VERDERAME G.M., IOVINELLA I., COSENZA E., Domini di curvatura di sezioni in c.a. in pressoflessione deviata. parte I: analisi a fibre, *Atti*

del Convegno Reluis, *Valutazione e riduzione della vulnerabilità sismica di edifici esistenti in c.a.* Roma, 29-30 maggio 2008

DI LUDOVICO M., VERDERAME G.M., IOVINELLA I., COSENZA E., Domini di curvatura di sezioni in c.a. in pressoflessione deviata. parte II: valutazione semplificata, Atti del Convegno Reluis, *Valutazione e riduzione della vulnerabilità sismica di edifici esistenti in c.a.* Roma, 29-30 maggio 2008

FARDIS, M.N., AND KHALILI, H. (1981) Concrete encased in fiberglass-reinforced-plastic. *Journal of the American Concrete Institute*. Proceedings, v. 78, No. 6. November-December 1981, pp.440-446.

HARAJLI, M.,H. (2006). Axial stress-strain relationship for FRP confined circular and rectangular concrete columns. *Cement and Concrete Composites*, (28) 938-948.

HONG, K. N., AND HAN, S. H., Stress-Strain Model of High-Strength Concrete Confined by Rectangular Ties, *Journal of Structural Engineering*, KSCE, V. 9, No. 3, 2005, pp. 225-232.

KAPPOS, A. J., AND KONSTANTINIDIS, D., Statistical Analysis of Confined High-Strength Concrete Columns, *Material and Structures*, V. 32, Dec. 1992, pp. 734-748.

KENT, D. C., AND PARK, R., Flexural Members with Confined Concrete, *Journal of Structural Division*, ASCE, V. 97, No. ST7, July 1971, pp. 1969-1990.

KUSUMA, B., AND TAVIO, Unified Stress-Strain Model for Confined Columns of Any Concrete and Steel Strengths, *Proceeding of the International Conference on Earthquake Engineering and Disaster Mitigation*, 14-15 Apr. 2008, Jakarta, Indonesia, pp. 502-509.

LEGERON F, PAULTRE D. ,Uniaxial confinement model for normal and high strength concrete columns, *Journal Structural Engineering, ASCE* 2003;29(2): pp. 241–252.

MANDER, J. B., PRIESTLEY, M. J. N., AND PARK, R., Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete, *Journal of the Structural Division, ASCE*, V. 114, No. ST8, Aug. 1988, pp. 1804-1825.

MIRMIRAN A., SHAHAWY M. (1997). Behavior of Concrete Columns Confined by Fiber Composites. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, v. 123, NO.5, May. pp.583-590.

MONTI G., SANTINI S., (2002). Reliability-based calibration of partial safety coefficients for FRP. *Journal of Composites for Construction, 6(3), ASCE*.

MONTI, G. (2003). Seismic upgrade of reinforced concrete columns with FRP. *Teheran, 22 Luglio*.

MONTI, G., AND RENZELLI, M. (2003). Confinement of rectangular sections. *Journal of Composites for Construction, ASCE*.

MONTUORI R., PILUSO V., Analisi della capacità portante di colonne in cemento armato rinforzate con angolari e calastrelli, *XVIII Congresso C.T.A., Venezia 26.28 Settembre, 2001*.

MONTUORI, R., PILUSO, V., AND RIZZANO, G., Analisi teorico sperimentale della capacità portante di colonne in c.a. presso inflesse rinforzate con angolari e canestrelli, *Proc., V Workshop Italiano Sulle Strutture Composte, Vol. II, Fasciano, ed., Università del Sannio, Benevento 2002, 325–339*.

MONTUORI R., PILUSO V., Reinforced concrete columns strengthened with angles and battens subjected to eccentric load, *Engineering Structures, 31, 539–550 (2009)*

POPOVICS, S., A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve for Concrete, *Cement and Concrete Research*, V. 3, No. 5, 1973, pp. 583-599.

RAZVI S, SAATCIOGLU M. Confinement model for high-strength concrete. *Journal Structural Engineering*, ASCE 1999;125(3):281-8.

SARGIN, M. (1971). Stress-strain relationships for concrete and the analysis of structural concrete sections. *Study No. 4, Solid Mechanics Division, University of Waterloo*, 167 pp.

SCOTT B. D., PARK R., PRIESTLEY M.J.N, Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates, *Journal American Concrete Institute*, ACI, vol. 79, pp. 13-27.

SHEIKH, S. A., LI Y. (2006). Design of FRP confinement for square concrete columns. *Engineering Structures (29) 1074-1083*.

SHEIKH S. A., UZUMERI S. M., Analytical Model for Concrete Confinement in Tied Columns, *Journal of the Structural Division*, ASCE, V. 108, No. ST12, Dec. 1982, pp. 2703-2722.

SPOELSTRA M. R., MONTI G. (1999). FRP-confined concrete model. *Journal of Composite for Construction*, ASCE, 3(3), 143-150.

THORENSFELDT, E., TOMASZEWICZ, A., AND JENSEN, J. J., Mechanical Properties of High-Strength Concrete and Application in Design, *Proceedings of the Symposium Utilization of High Strength Concrete*, Tapir, Trondheim, 1987, pp. 149-159.

WHITNEY, C. S., Design of Reinforced Concrete Members under Flexure or Combined Flexure and Direct Compression, *ACI Journal*, March 1937, V. 33, No. 3, pp. 483-498.

XIAO Y., WU H. (2000). Compressive Behavior of Concrete Confined by Carbon Fiber Composite Jackets. *Journal of Materials in Civil Engineering*, ASCE, v. 12, N0. 2, May 2000. Pp. 139-146.

YONG, Y. K., NOUR, M. G., AND NAWY, E. G., Behavior of Laterally Confined High-Strength Concrete under Axial Loads, *Journal of the Structural Division*, ASCE, V. 114, No. ST2, February 1988, pp. 332-351.