

## PROPAGAZIONE DELLA FRATTURA IN COMPONENTI SOLLECITATI DA PROCESSI ALEATORI A BANDA LARGA

G. Petrucci\*, A. Di Gangi

\*Università degli Studi di Palermo - DICGIM, Viale delle Scienze, 90128 Palermo, e-mail: giovanni.petrucci@unipa.it

### Sommario

In questo lavoro viene presentato un metodo per la stima della propagazione della frattura in componenti soggetti a processi di sollecitazione (tensione) di tipo aleatorio a banda larga. L'analisi riguarda processi di tipo stazionario e gaussiano e si riferisce a sollecitazioni monoassiali. Il metodo permette di effettuare previsioni di propagazione della frattura utilizzando come dati di ingresso un parametro della funzione densità spettrale di potenza (PSD) del processo di sollecitazione, la sua varianza e 2 parametri relativi al materiale evitando l'integrazione dell'equazione di Paris nel dominio del tempo. Il metodo è stato sviluppato effettuando una notevole quantità di simulazioni numeriche nelle quali sono state utilizzate circa un migliaio di PSD di forma differente e parametri spettrali opportunamente variabili.

### Abstract

In this paper a method for estimating the crack propagation in components subjected to wide band random processes of loading is presented. The analysis has been carried out considering uniaxial stresses and stationary and gaussian processes. The method uses as input one parameter of the power spectral density (PSD) of the stress process, its variance and 2 parameters of the material and eliminate the need of the integration of the equation of Paris in time domain. The method has been developed by carrying out a significant amount of numerical simulations in which about a thousand different PSDs of different shapes and spectral parameters have been considered.

**Parole chiave:** frattura, propagazione, processi aleatori, banda larga.

### 1. INTRODUZIONE

Gli elementi strutturali sono spesso soggetti a sollecitazioni variabili nel tempo che causano la propagazione di fratture, inizialmente anche di piccole dimensioni, fino a condurre l'elemento alla rottura. La crescita della dimensione della frattura può essere valutata accumulando l'incremento di lunghezza per ogni ciclo di carico applicato, attraverso l'integrazione della legge di Paris che lega le caratteristiche geometriche del componente, le caratteristiche del materiale e l'ampiezza di carico alla velocità di propagazione [1,2].

Nel caso di sollecitazioni ad ampiezza variabile, le ampiezze  $r$  e valori medi  $m$  dei cicli di fatica devono essere determinati mediante un metodo di conteggio [3,4] ed utilizzati per valutare un'ampiezza di sollecitazione equivalente, ad esempio tramite la relazione di Walker [2,4-6], da introdurre nell'equazione di Paris per effettuare l'integrazione.

Nel caso dei processi aleatori di sollecitazione [5,6] l'analisi di propagazione deve essere effettuata in termini statistici. Se si sceglie l'approccio nel dominio del tempo è necessario effettuare il conteggio dei cicli e l'integrazione dell'equazione di Paris su un elevato numero di campioni del processo di sollecitazione stesso per effettuare la media dei risultati, con conseguente, notevole onere computazionale. In alternativa, nel caso di processi aleatori di tipo stazionario e gaussiano [5,6], può

essere effettuata un'analisi nel dominio della frequenza a partire dalla funzione Densità Spettrale di Potenza (PSD) del processo. Nel caso più generale la soluzione teorica del problema richiede la conoscenza della relazione tra PSD e la distribuzione di probabilità congiunta dei cicli rainflow per media e ampiezza [5-8]. Tale relazione è nota solo nel caso di processi a banda stretta [7,8] (fig.1), per cui, nel caso di processi a banda larga (fig.2), la propagazione della frattura può essere analizzata nel dominio della frequenza solo con metodi approssimati, ad esempio [9-12]. In particolare nel rif.[12] è stato proposto un metodo che mette in relazione la *velocità media di propagazione* della frattura del processo alla varianza del processo, a 2 parametri che quantificano la larghezza di banda della PSD e alle caratteristiche del materiale.

Nel presente lavoro viene proposto un metodo di valutazione della propagazione della frattura nel dominio della frequenza caratterizzato da notevole semplicità di applicazione e precisione, sviluppato analizzando oltre un migliaio di PSD di differente forma, caratterizzate da opportuni valori dei parametri spettrali. Il metodo permette di associare alla PSD una tensione equivalente di ampiezza costante dipendente dalla varianza, da un parametro spettrale e da 2 parametri del materiale, che può essere introdotta direttamente nell'equazione di Paris per determinare la lunghezza media di frattura per assegnato numero di cicli o il numero di cicli mediamente necessario affinché sia raggiunta una lunghezza di frattura assegnata.

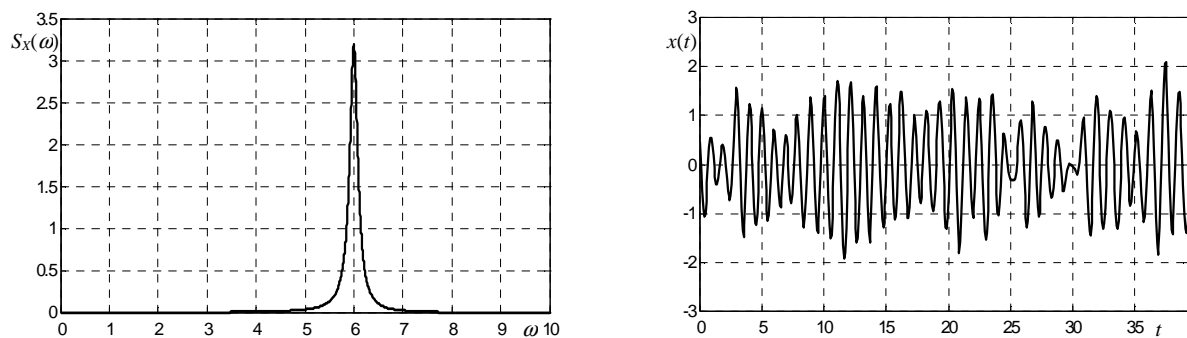


Figura 1- Processo a banda stretta: a sinistra la PSD, a destra un campione.

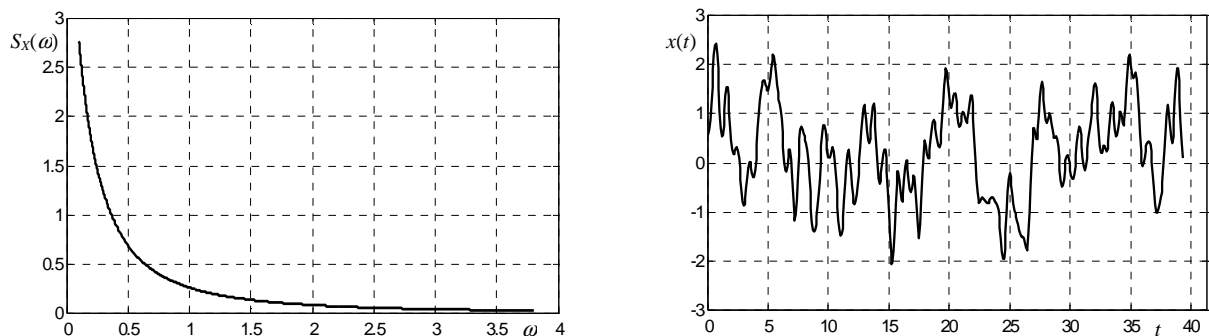


Figura 2- Processo a banda larga: a sinistra la PSD, a destra un campione.

## 2. PSD, PARAMETRI SPETTRALI E PROCESSI A BANDA LARGA

Un processo aleatorio di tipo stazionario e gaussiano  $X(t)$  può essere descritto in modo univoco nel dominio della frequenza tramite la funzione Densità Spettrale di Potenza (PSD)  $S_X(\omega)$ , una funzione reale, positiva e pari, la cui area sottesa coincide con il valor quadratico medio del processo, che nel caso di processi a media nulla coincide con la varianza [5-8].

Le PSD possono essere classificate in funzione della *larghezza di banda*, cioè l'ampiezza dell'intervallo di frequenze su cui è distribuita l'energia del processo. Tipicamente, i campioni di un processo a *banda stretta* (fig.1) sono caratterizzati da cicli di fatica con ampiezza variabile, ma di tipo praticamente alternato simmetrico. In questo caso la distribuzione statistica dell'ampiezza dei cicli di fatica  $P_r$  coincide la distribuzione statistica dei massimi del processo [5-8] che è nota in forma

analitica, dipendendo dalla sola varianza del processo. Nel caso di processi a *banda larga* (fig.2) i massimi consecutivi hanno livelli nettamente differenti e la determinazione dei cicli di fatica richiede l'applicazione di un metodo di conteggio, tipicamente il metodo *Rainflow* [3,4]. La funzione densità di probabilità congiunta dei valori medi e delle ampiezze dei cicli  $P_{m,r}$  non può essere ottenuta per via analitica a causa della mancanza di relazioni generali.

La caratterizzazione della forma di una PSD viene effettuata mediante i *momenti spettrali*  $\lambda_i$  [4-8]:

$$\lambda_i = 2 \int_0^{\infty} \omega^i S_X(\omega) d\omega \quad (1)$$

Il momento di ordine zero ( $\lambda_0$ ) è pari all'area sottesa dalla PSD e coincide con la varianza del processo nel caso di processi a media nulla. Utilizzando i momenti spettrali per valutare le grandezze tipiche della geometria delle aree, è possibile determinare diversi parametri indicativi della larghezza di banda del processo [6-8] e della forma della PSD, tra i quali i più importanti sono:

$$\alpha_x = \frac{\lambda_2}{\sqrt{\lambda_0 \lambda_4}} \quad \beta_x = \frac{\lambda_1}{\sqrt{\lambda_0 \lambda_2}} \quad (2,3)$$

Il coefficiente  $\alpha_x$  (2) prende il nome di fattore di irregolarità e rappresenta il rapporto tra il numero medio dei massimi e il numero medio degli attraversamenti dello 0 nell'unità del tempo del processo. Tipicamente si afferma che un processo è a banda larga se  $\alpha_x < 0.6$  e a banda stretta se  $\alpha_x > 0.88$  [6-8].

### 3. PROPAGAZIONE DELLA FRATTURA, LEGGE DI PARIS

Secondo la legge di Paris [1,2] la velocità di propagazione  $da/dN$ , intesa come incremento della lunghezza di frattura  $a$  per ciclo di sollecitazione, può essere espressa in funzione del fattore di intensificazione delle tensioni  $K_I$ , relativo al modo I di propagazione, come segue:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K_I^n \quad (4)$$

essendo  $C$  ed  $n$  delle costanti dipendenti dal materiale. In particolare,  $\Delta K$  è la *variazione* del fattore di intensificazione delle tensioni che può essere espressa come:

$$\Delta K_e = \Delta \sigma_e \beta \sqrt{\pi a} \quad (5)$$

essendo  $\beta = \beta(a)$  una funzione adimensionale della lunghezza della frattura legata alla geometria elemento-difetto e  $\Delta \sigma_e$  una funzione dell'ampiezza del ciclo di tensione applicato. Se la tensione all'interno del ciclo varia tra i valori estremi  $\sigma_{\min}$  e  $\sigma_{\max}$  e si definiscono l'ampiezza e il valor medio dei cicli come ha  $r = \Delta \sigma = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2$  ed  $m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2$ ,  $\Delta \sigma_e$  coincide con  $\sigma_{\max}$  per i cicli di sollecitazione in cui  $\sigma_{\min} \leq 0$ , mentre assume l'espressione di Walker (7) [1,2,4] per  $\sigma_{\min} > 0$ , cioè può essere espressa nel modo seguente:

$$\Delta \sigma_e = \sigma_{\max} = m + r \quad \sigma_{\min} \leq 0 \quad (6)$$

$$\Delta \sigma_e = \sigma_{\max} \left( 1 - \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \right)^\gamma = (m + r) \left( \frac{2r}{m + r} \right)^\gamma \quad \sigma_{\min} > 0 \quad (7)$$

essendo  $\gamma$  un parametro dipendente dal materiale.

Sostituendo la (5) nella (4), separando le variabili relative alla geometria del sistema ( $\beta$  e  $a$ ) dalla variabile che descrive la sollecitazione ( $\Delta \sigma_e$ ) ed integrando, la (4) può essere riscritta come

$$A_N = S_N \quad (8)$$

Il termine di sinistra della (8) è l'integrale espresso come

$$A_N = \frac{1}{C} \int_{a_i}^{a_N} (\beta \sqrt{\pi a})^{-n} da \quad (9)$$

essendo  $a_i$  la lunghezza iniziale della frattura ed  $a_N$  la lunghezza raggiunta dopo  $N$  cicli. Questo integrale può essere risolto molto semplicemente in modo numerico, in funzione della lunghezza  $a_N$ , per le varie geometrie elemento-difetto, nota la funzione  $\beta(a)$  e le costanti relative al materiale  $n$  e  $C$ . A sua volta, l'integrale a destra della (8) può essere scritto come:

$$S_N = \int_0^N \Delta \sigma_e^n dN = \sum_{j=1}^N \Delta \sigma_{e_j}^n = N \Delta \bar{\sigma}_e^n \quad (10)$$

essendo

$$\Delta \bar{\sigma}_e^n = E[\Delta \sigma_e^n] = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Delta \sigma_{e_j}^n \quad (11)$$

il *valor medio della tensione equivalente di Walker elevata all'esponente  $n$* , grandezza dipendente dall'ampiezza dei cicli di fatica applicati, dall'esponente  $n$  stesso e dal coefficiente  $\gamma$  tramite la (7). Se il valore  $\Delta \bar{\sigma}_e^n$  relativo ad una storia di sollecitazione è noto, la (8) può essere esplicitata nelle seguenti relazioni:

$$N = \frac{A_N}{\Delta \bar{\sigma}_e^n} \quad A_N = N \Delta \bar{\sigma}_e^n \quad (12,13)$$

delle quali la prima consente di determinare il numero  $N$  di cicli mediamente necessario affinché la frattura si propaghi ad una lunghezza  $a_N$  assegnata, la seconda, nel caso in cui sia assegnato il numero di cicli  $N$ , consente di determinare il valore di  $A_N$  per risalire alla corrispondente lunghezza di frattura  $a_N$  mediante una semplice procedura numerica, in base alla (9).

Nel caso in cui i cicli di sollecitazione siano classificati per media ed ampiezza mediante una funzione di densità di probabilità  $P_{m,r}$ , il termine  $\Delta \bar{\sigma}_e^n$  può essere ottenuto nella seguente forma:

$$\Delta \bar{\sigma}_e^n = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} U_{r-m} (m+r)^n P_{m,r} dm dr + \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (1-U_{r-m}) (m+r)^n \left( \frac{2r}{m+r} \right)^{\gamma n} P_{m,r} dm dr \quad (14)$$

$$U_{r-m}=1 \rightarrow r \geq m, \quad U_{r-m}=0 \rightarrow r < m$$

Poiché nel caso più generale di processi a banda larga non esistono relazioni analitiche tra la i parametri spettrali della PSD e la funzione  $p_{m,r}$ , in questo lavoro viene presentata una relazione approssimata tra la funzione  $\Delta \bar{\sigma}_e^n$ , i parametri del materiale  $n$  e  $\gamma$  ed i parametri di banda della PSD.

#### 4. IL MODELLO PROPOSTO

Nell'ipotesi che ai fini dell'analisi della frattura la descrizione della forma della PSD possa essere effettuata utilizzando semplicemente i parametri (2,3), ipotesi in generale non accettabile [6-8,12], la relazione tra  $\Delta \bar{\sigma}_e^n$  e i parametri spettrali e i parametri del materiale risulta in generale del tipo

$$\Delta \bar{\sigma}_e^n = f(n, \gamma, \lambda_0, \alpha_x, \beta_x) \quad (15)$$

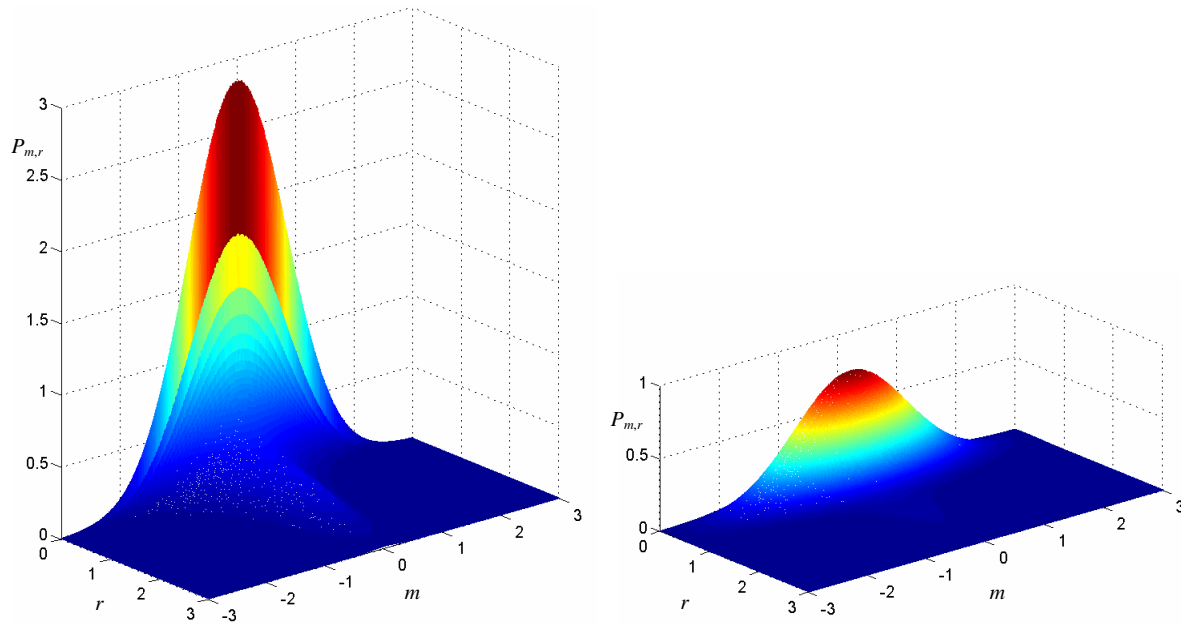


Figura 3 – Esempi di funzione distribuzione di probabilità dei cicli rainflow per PSD a banda larga.

La determinazione della forma effettiva della (15) è stata effettuata analizzando il valore di  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  ottenuto considerando oltre 1000 PSD aventi  $\lambda_0=1$  (area sottesa e varianza unitarie) ed ampia variabilità dei parametri  $\alpha_x$  e  $\beta_x$ . Le PSD sono state raccolte dalla letteratura o create appositamente in modo da fare variare in modo completo i parametri spettrali. Per ciascuna di esse sono stati generati campioni in modo da conteggiare con il metodo rainflow oltre  $10^9$  cicli di fatica e sono state determinate le corrispondenti funzioni di densità di probabilità dei cicli  $P_{m,r}$ , due esempi delle quali sono mostrati in fig.3. I valori di  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  sono stati poi determinati mediante la relazione (14). Nella determinazione di  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  sono stati eliminati tutti gli estremi del processo esterni all'intervallo  $\pm 6\lambda_0^{1/2}$ , corrispondenti a cicli di ampiezza estremamente elevata, con bassissima probabilità di accadimento. Nella determinazione di  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  sono stati presi in considerazione valori dei parametri  $n$  e  $\gamma$  opportunamente discretizzati nei campi rappresentativi per i materiali di uso tradizionale, cioè  $2.50 \leq n \leq 4.25$ ,  $0.4 \leq \gamma \leq 0.7$  con passi  $\Delta n = 0.25$  e  $\Delta \gamma = 0.1$ .

Il passo fondamentale del procedimento è stata l'individuazione della dipendenza di  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  dai parametri spettrali. In particolare è stato osservato che  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  risulta praticamente una funzione monotona di un parametro spettrale ottenuto dal prodotto di  $\alpha_x$  e  $\beta_x$  [13], cioè

$$\delta_x = \frac{\lambda_1}{\lambda_0} \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_4}} = \alpha_x \beta_x \quad (16)$$

Ad esempio, nelle fig.4 e 5 e sono mostrati i valori  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  per i processi considerati al variare di  $\delta_x$ . In fig.4 è fissato il valore di  $n=2.5$  e sono rappresentati con colori differenti i valori di  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  ottenuti per diversi valori di  $\gamma$ . In fig.5 è fissato il valore di  $\gamma=0.7$  e sono rappresentati con colori differenti i valori di  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  ottenuti per diversi valori di  $n$ . Analizzando i risultati delle simulazioni e tenendo conto del fatto che la tensione  $\Delta\sigma_e$  nelle (6,7) risulta direttamente proporzionale alla deviazione standard del processo  $\lambda_0^{1/2}$ , per cui i valori di  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  risultano direttamente proporzionali a  $\lambda_0^{n/2}$ , è stato verificato che la funzione  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  può essere approssimata mediante un'espressione del tipo:

$$\Delta\bar{\sigma}_e^n = \lambda_0^{n/2} [C_2(n, \gamma) \delta_x^2 + C_1(n, \gamma) \delta_x] \quad (17)$$

i cui coefficienti  $C_1(n, \gamma)$  e  $C_2(n, \gamma)$  sono stati determinati mediante approssimazione bidimensionale ai

minimi quadrati, ottenendo le superfici mostrate in fig.6. In particolare le equazioni dei coefficienti in funzione dei parametri  $n$  e  $\gamma$  sono risultate le seguenti

$$C_i = (-1)^{i-1} \exp\left(c_{0,0,i} + c_{1,0,i}n + c_{0,1,i}\gamma + c_{1,1,i}n\gamma + c_{2,0,i}n^2 + c_{0,2,i}\gamma^2\right) \quad i=1,2 \quad (18)$$

i cui coefficienti  $c$  sono mostrati nella tabella 1.

Fissate le caratteristiche del materiale  $n$  e  $\gamma$ , determinati i parametri  $\lambda_0$  e  $\delta_x$  mediante le (1) e (16), utilizzando le equazioni (17) e (18), è possibile determinare in modo approssimato  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  ed effettuare le previsioni di propagazione mediante le relazioni (12) e (13), senza ricorrere agli onerosi calcoli nel dominio del tempo. In particolare, se si utilizza l'equazione (8) introducendo il valore di  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  relativo al processo considerato e facendo variare il numero di cicli  $N$  tra 1 e il valore che provoca la rottura, è possibile determinare una curva di propagazione della frattura  $a(N)$  che è la *media* delle curve che si otterrebbero effettuando le integrazioni della legge di Paris sui i singoli campioni del processo di sollecitazione. Naturalmente, in generale, i valori di  $a_N$  o di  $N$  che si ottengono dalle (12,13) introducendo il valore  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  sono valori medi rispetto ai campioni del processo.

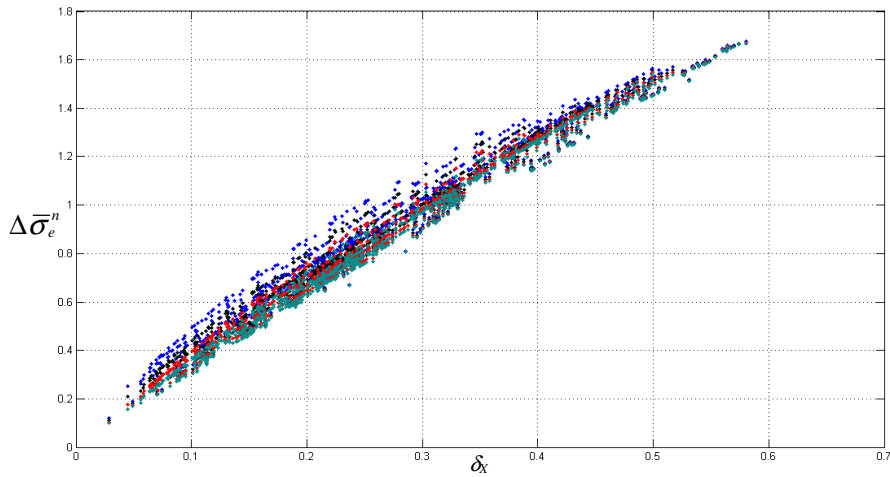


Figura 4: Curve di  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  per i vari processi in funzione di  $\delta_x$ , al variare di  $\gamma$ , per  $n=2.5$ .

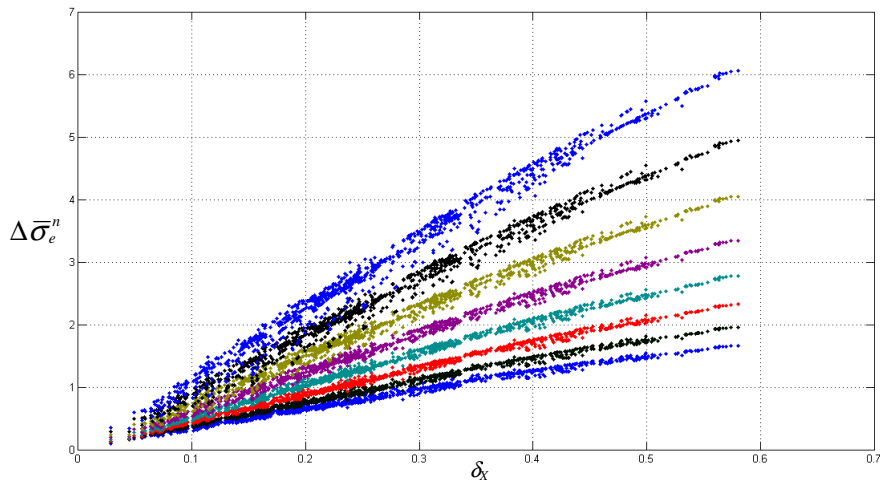


Figura 5- Curve di  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  per i vari processi in funzione di  $\delta_x$ , al variare di  $n$ , per  $\gamma=0.7$ .

Tabella 1 - Coefficienti delle equazioni di stima dei parametri delle parabole interpolanti

|       | $c_{0,0}$ | $c_{1,0}$ | $c_{0,1}$ | $c_{2,0}$ | $c_{1,1}$ |
|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $C_1$ | 1.109     | -0.03911  | -0.7685   | 0.09373   | 0.1090    |
| $C_2$ | 1.839     | -0.42580  | 0.2984    | 0.15490   | -1.090    |

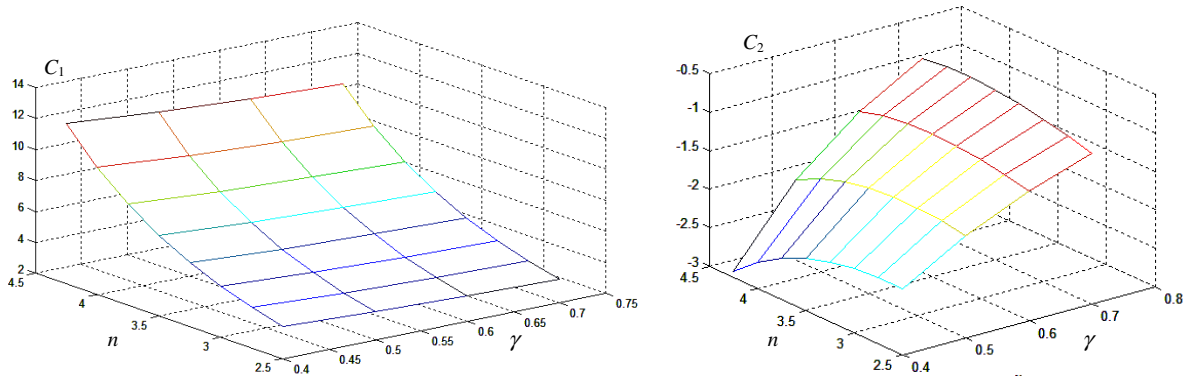


Figura 6: i coefficiente  $C_1$  e  $C_2$  al variare di  $n$  e  $\gamma$ .

**5. VERIFICA MEDIANTE IL METODO DIRETTO**

La verifica del metodo è stata effettuata confrontando i risultati di propagazione della frattura ottenuti con il metodo proposto con quelli ottenuti mediante il metodo diretto nel dominio del tempo [4-8]. In generale il metodo diretto consiste nel simulare i campioni del processo nel dominio del tempo mediante la trasformata inversa di Fourier, applicare il metodo di conteggio rainflow ai campioni determinando i valori  $r$  ed  $m$  dei cicli di fatica; in questo caso i dati ottenuti vengono utilizzati per effettuare l'integrazione dell'equazione di Paris nel dominio del tempo mediante le eq.(10) e (8). Per le analisi è stata considerata una piastra di semiampiezza  $b=50$  mm, con cricca centrata, sollecitata a trazione.

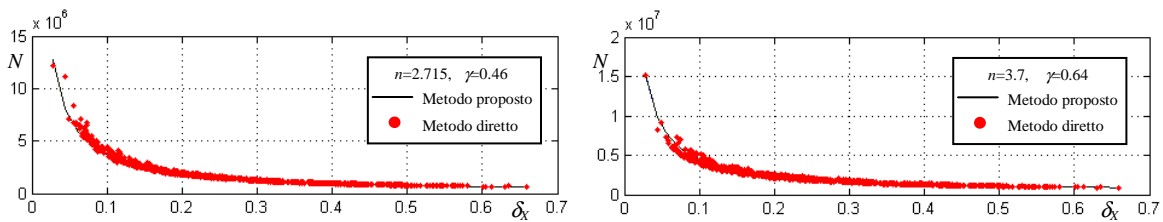


Figura 7: Numero di cicli per assegnata lunghezza di frattura per i processi analizzati; a sinistra per l'acciaio AISI 4340 e a destra per la lega di alluminio 7075-T6 Al.

Una prima verifica è stata effettuata assegnando una lunghezza di frattura e determinando con il metodo proposto e con il metodo diretto il numero di cicli necessario al suo raggiungimento per tutti i processi utilizzati per la messa a punto del metodo, ma considerando 2 materiali con coefficienti  $n$  e  $\gamma$  non coincidenti con quelli della discretizzazione effettuata. In particolare sono stati considerati [1] un acciaio AISI 4340 con  $n=2.715$ ,  $\gamma=0.46$ ,  $C=1.21 \cdot 10^{-11}$  [m/ciclo MPa m<sup>0.5</sup>],  $K_c=130$  [MPa m<sup>0.5</sup>] e una lega di alluminio 7075-T6 Al con  $n=3.7$ ,  $\gamma=0.64$ ,  $C=2.71 \cdot 10^{-11}$ ,  $K_c=29$  [MPa m<sup>0.5</sup>]. Nella fig.7 sono mostrati i punti rappresentativi dei valori ottenuti con il metodo diretto e i valori ottenuti con il metodo proposto in linea continua. A parte i casi di numeri di cicli molto elevati, lo scarto si mantiene nell'ordine del 5%.

Un'altra analisi è stata effettuata simulando varie PSD di forma differente da quelle utilizzate per determinare la relazione alla base del metodo, ad esempio quelle mostrate in fig.8, aventi lo stesso parametro  $\delta_x \approx 0.475$  e forma differente, e considerando i materiali già descritti, i cui coefficienti  $n$  e  $\gamma$  non coincidevano con i valori delle discretizzazione effettuate.

In particolare per le 2 PSD sono stati ottenuti con il metodo diretto valori medi della tensione equivalente di Walker elevata all'esponente  $n$   $\Delta \bar{\sigma}_e^n = 86.64$  e  $\Delta \bar{\sigma}_e^n = 87.14$ , a fronte del valore  $\Delta \bar{\sigma}_e^n = 85.31$  fornito dal metodo. A partire dalle suddette PSD sono state effettuate valutazioni della propagazione della frattura. In questo caso l'integrazione nel dominio del tempo e l'applicazione del metodo proposto sono state effettuate in modo cumulativo fino al valore di lunghezza critica calcolato considerando una tensione statica pari a 3 volte la deviazione standard del processo, cioè  $\sigma = 3 \lambda_0^{1/2}$ .

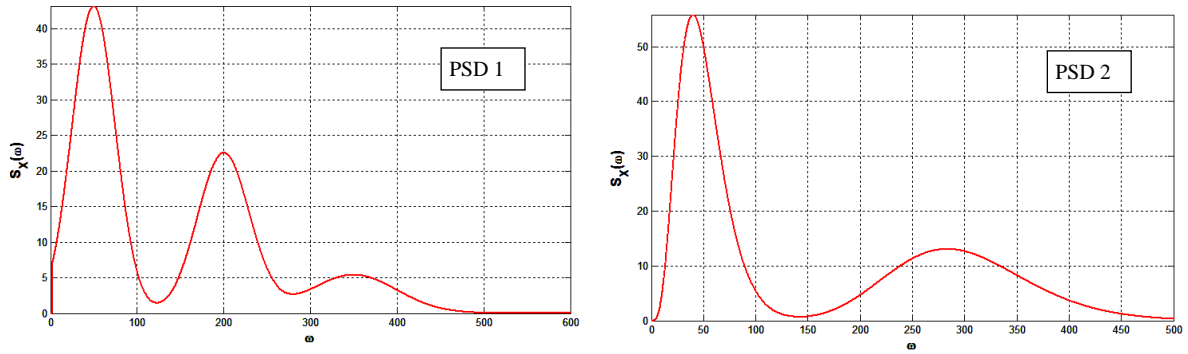


Figura 8: PSD a banda larga di forme differenti, con parametri  $\delta_x$  praticamente coincidenti ( $\delta_x \approx 0.475$ ).

Due esempi dei risultati ottenuti sono mostrati nelle fig.9 e 10, dove sono rappresentate la curva media di propagazione della frattura al variare del numero di cicli ottenuta con il metodo proposto in linea continua e le curve di propagazione relative a due campioni dei processi di fig.8 ottenuti con il metodo diretto. Gli scostamenti sono limitati e direttamente collegati all'errore nella determinazione di  $\Delta \bar{\sigma}_e^n$ .

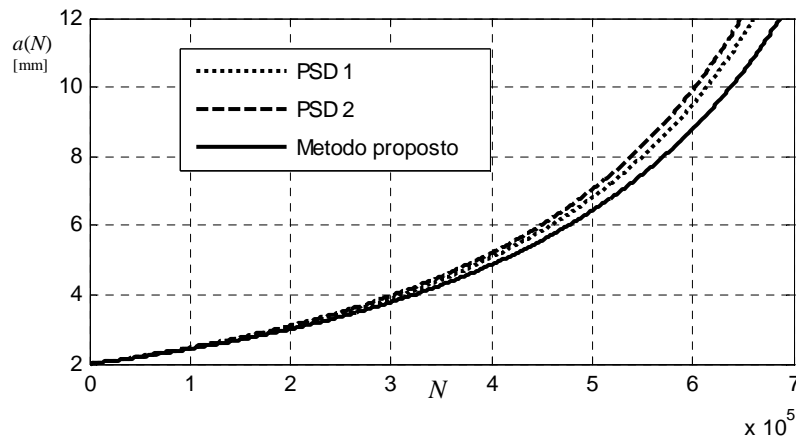


Figura 9: Curve di propagazione della frattura ottenute con metodo proposto e il metodo diretto per le PSD di fig.8, considerando l'acciaio AISI 4340.

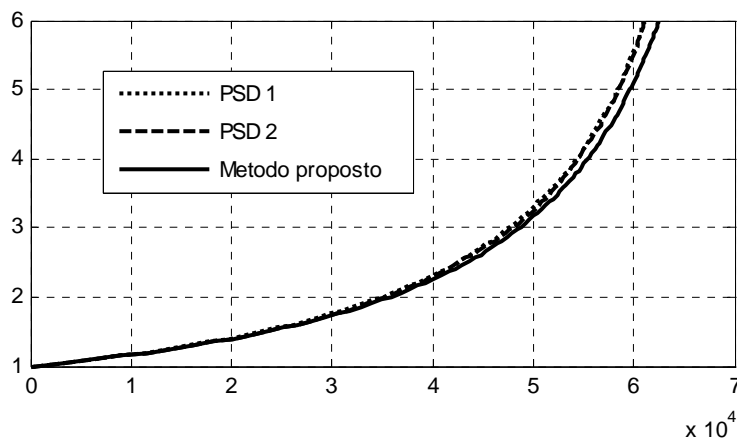


Figura 10: Curve di propagazione della frattura ottenute con metodo proposto e il metodo diretto per le PSD di fig.8, considerando una lega di alluminio 7075-T6 Al.



## 6. CONCLUSIONI

In questo lavoro è stato presentato un metodo per la stima della propagazione della frattura in componenti sollecitati da processi di sollecitazione aleatori a banda larga nel dominio della frequenza. In particolare, il metodo permette di associare alla PSD del processo di sollecitazione sul componente una grandezza rappresentativa della sollecitazione stessa, definita  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$ , costituita dal valor medio della tensione equivalente di Walker elevata all'esponente  $n$  del materiale. Tale grandezza è dipendente in modo semplice dall'unico parametro spettrale  $\delta_x$ , dal momento spettrale  $\lambda_0$  e dai parametri  $n$  e  $\gamma$  del materiale. Essa può essere introdotta direttamente nell'equazione di Paris posta in forma opportuna per determinare la lunghezza media di frattura per assegnato numero di cicli o il numero di cicli mediamente necessario affinché sia raggiunta una lunghezza di frattura assegnata.

La validazione del modello proposto è stata effettuata per via numerica, considerando PSD di forma differente da quelle utilizzate per determinare la relazione alla base del metodo e materiali i cui coefficienti  $n$  e  $\gamma$  non coincidevano con i valori delle discretizzazioni effettuate. Sono stati confrontati risultati ottenuti con il metodo proposto ed integrando l'equazione di Paris nel dominio del tempo, utilizzando i cicli di fatica determinati mediante il metodo diretto.

Il metodo risulta essere caratterizzato da 2 pregi rilevanti: 1) la relazione tra  $\Delta\bar{\sigma}_e^n$  e i parametri  $\delta_x$ ,  $\lambda_0$ ,  $n$  e  $\gamma$  è estremamente semplice, 2) la precisione nella determinazione della lunghezza di frattura e/o del numero di cicli è molto buona.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] N. Perez, *Fracture Mechanics*, Puerto Rico, Kluwer Academic Publishers (2004).
- [2] N. E. Dowling, *Mechanical behavior of materials*, New Jersey, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, (1993).
- [3] ASTM Designation 1049-85, Standard Practices for cycle counting in fatigue analysis.
- [4] P. H. Wirsching, T. L. Paez, K. Ortiz, *Random Vibrations*, John Wiley and Sons Inc., New York, USA (1995).
- [5] Y.L Lee, J. Pan, R. B. Hathaway, M. E. Barkey, *Fatigue Testing and Analysis - Theory and Practice*, Elsevier (2005).
- [6] K. Sobczyk, B. F. Spencer, *Random fatigue: from data to theory*, San Diego, Academic Press (1992).
- [7] G. Petrucci, B. Zuccarello, "On the estimation of the fatigue cycle distribution from spectral density data", *J. of Mechanical Engineering Science Part C*, 819-831, (1999).
- [8] G. Petrucci, M. Di Paola, B. Zuccarello, "On the characterization of dynamic properties of random processes by spectral parameters", *Journal of Applied Mechanics*, 67 (3), 519-526 (2000).
- [9] W. D. Dover, R. D. Hibberd, "The influence of mean stress and amplitude distributions on random load fatigue crack growth", *Engng Fract Mech*, 9, 251-63 (1977).
- [10] X. Huang, J. W. Hancock, "A reliability analysis of fatigue crack growth under random loading", *Fatigue Fract Eng Mater Struct*, 12 (3), 247-58 (1989).
- [11] R. Arone, "Fatigue crack growth under stationary random load", *Engng Fract Mech*, 39 (5), 895-903 (1991).
- [12] B. Zuccarello, N. Adragna, "A novel frequency domain method for predicting fatigue crack growth under wide band random loading", *International Journal of Fatigue*, 29, 1065-1079 (2007).
- [13] G. Petrucci, F. Santannerà, Un Nuovo Metodo Per La Previsione Della Vita A Fatica Di Componenti Soggetti A Sollecitazioni Random A Banda Larga, XXXVIII Convegno AIAS, Torino (2009).