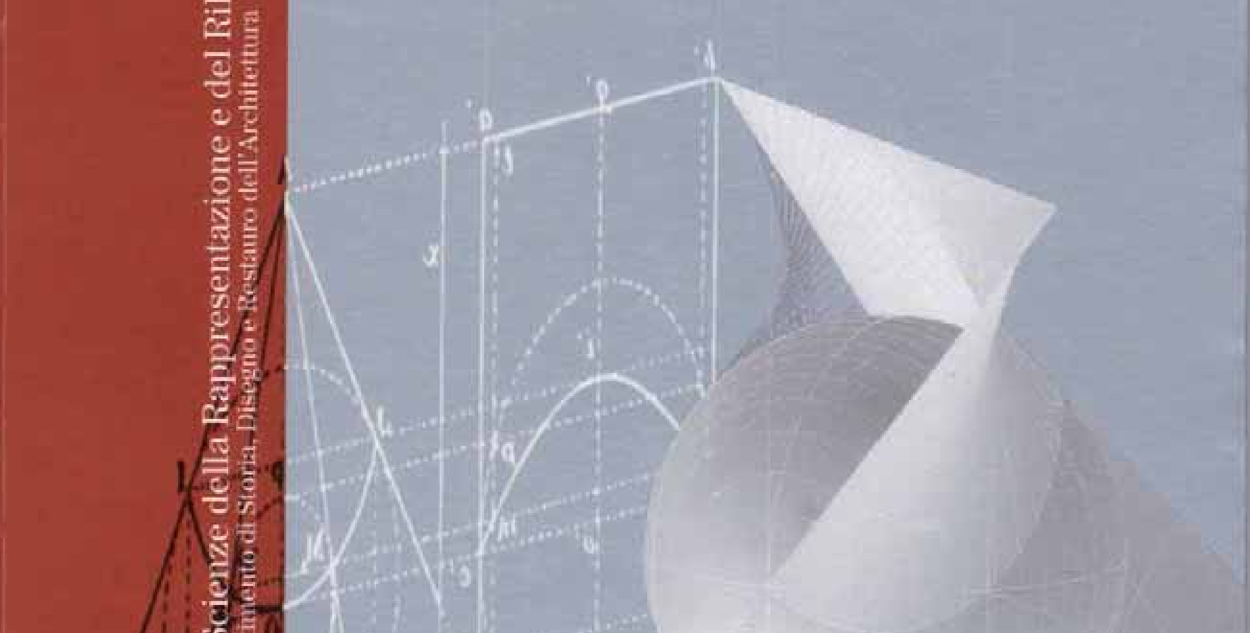
Attualità della geometria descrittiva

a cura di *Laura Carlevaris*
Laura De Carlo
Riccardo Migliari



Strumenti
del Dottorato di Ricerca in Scienze della Rappresentazione e del Rilievo
SAPIENZA Università di Roma – Dipartimento di Storia, Disegno e Restauro dell'Architettura

GANGEMI EDITORE

Indice

Introduzione 9
Emma Mandelli

Un seminario sulla Geometria descrittiva e il suo rinnovamento 11
Laura De Carlo

La Geometria descrittiva nel quadro storico della sua evoluzione dalle origini alla rappresentazione digitale 15
Riccardo Migliari

LA GEOMETRIA DESCRITTIVA NELLE SCUOLE ITALIANE

- Il rinnovamento della Geometria descrittiva a Palermo nella "Collana" dell'Istituto di Disegno 45
  Lucia Bonanno
- La Geometria descrittiva a Napoli: la testimonianza di una vita 55
  Anna Sgrosso
- Il processo di rinnovamento della Geometria descrittiva nell'Ateneo napoletano 67
  Mara Capone
- La scuola fiorentina 77
  Roberto Corazzi
- La scuola romana della Geometria descrittiva nella Facoltà di Architettura (1920-2000) 89
  Riccardo Migliari

PARTE PRIMA
La Geometria descrittiva analogica

• La prospettiva: una conversazione su questioni solo apparentemente banali 99
Riccardo Migliari

• L'origine della prospettiva tra scienza e magia 143
Maria Teresa Bartoli

• La prospettiva sperimentale: Canaletto e la camera ottica 153
Dario Maran

• Geometria del disegno - prospettiva su quadro reale 165
Michele Inzerillo

• La rappresentazione in doppia proiezione ortogonale: forma di Monge e forma tecnica 189
Marco Fasolo

• La rappresentazione quotata tra storia e prospettive 201
Laura Carlevaris

• La prospettiva parallela come metodo: una visione storica 229
Laura De Carlo

• Assonometria diretta 249
Laura Inzerillo

PARTE SECONDA
La Geometria descrittiva digitale

• La logica delle forme 267
Roberto Ciarloni

• La teoria delle ombre e del chiaroscuro nella rappresentazione informatica 283
Graziano Mario Valenti

• I poliedri e le tecniche di tassellazione delle superfici continue: un nuovo punto di incontro 297
Leonardo Baglioni

• Il cono, i suoi assi, le sue sezioni piane, da Apollonio alla rappresentazione matematica 315
Marta Salvatore

• L'iperboloide ellittico per tre rette sghembe 325
Federico Fallavollita

• Costruzione omologica e rappresentazione digitale di una sezione conica 335
Francesco Di Paola

PARTE TERZA

Contributi dei dottorandi

• La prospettiva dinamica interattiva. Applicazioni per la realizzazione di un modello *real-time* 349
Dario Battista

• L'uso del modellatore nell'indagine geometrica: il caso delle superfici minime 359
Francesco Borgogni

• Le cicloidi nella letteratura dell'Ottocento: discussione e rappresentazione matematica 373
Jorge Botero Riveros

• Il riflesso dell'anamorfosi. Sperimentazioni attraverso l'uso dello specchio nell'architettura illusoria 381
Michele Calvano

• La Prospettiva di Erwin Panofsky. Una lettura critica tra scienza e arte 393
Marco Cellucci

• Commento a *New Principles of Linear Perspective* di Brook Taylor 401
Livio Fabbri

• Il Trattato di Geometria descrittiva di Jules de la Gournerie e la Scuola Politecnica 409
Marina Fantozzi

• R_Rappresentazione al quadrato. Il disegno generativo per il rinnovamento della Geometria descrittiva 419
Marco Filippucci

• «Dalle imperfezioni reali alle correzioni apparenti». La prospettiva per rettificare lo spazio architettonico 429
Valeria Giampà

• La scuola transazionalista tra psicologia e geometria: il trapezoide ruotante di Adelbert Ames Jr. 441
Fabio Luce

• Brook Taylor e la sua prospettiva lineare nella prima edizione del Trattato 449
Carla Madeddu

• La prospettiva pratica. Gli strumenti per costruire la prospettiva 457
Annika Moscati

• La prospettiva di Eustachio Zanotti tra scienza e arte 467
Enrica Pieragostini

• Per una storia della prospettiva del XX secolo 473
Jessica Romor

• L'angolo di campo in fotografia, nell'occhio umano e in prospettiva 489
Filippo Sicuranza

• La prospettiva di Desargues: analisi del metodo 499
Gaia Lisa Tacchi

La Geometria descrittiva digitale

parte seconda

Roberto Ciarloni
Ingegnere, Responsabile della Tecnologia C.T.O. di Think 3
Graziano Mario Valenti
Sapienza, Università di Roma
Leonardo Baglioni
Sapienza, Università di Roma
Marta Salvatore
Sapienza, Università di Roma
Federico Fallavollita
Alma Mater Studiorum, Università di Bologna
Francesco Di Paola
Università degli Studi di Palermo

Costruzione omologica e rappresentazione digitale di una sezione conica

Francesco Di Paola

Lo studio teorico e pratico delle proprietà delle coniche come luogo geometrico trova contributi fin dai tempi antichi delineando, nel corso dei secoli, diversi approcci che individuano momenti salienti dell'evoluzione del pensiero geometrico e matematico.
In questo lavoro si espone un'inedita via risolutiva, attraverso procedimenti omologici, per la costruzione del profilo della curva, della quale siano noti cinque punti, e dei suoi elementi notevoli. Si focalizza, inoltre, l'attenzione sulle limitazioni operative che i *software* di modellazione matematica, strutturati con funzioni di geometria analitica, presentano nella soluzione di problemi grafici di geometria piana e nello spazio. Si presentano, infine, i primi esiti della ricerca metodologica che mira a strutturare nuovi listati di programmazione di costruzioni geometriche.

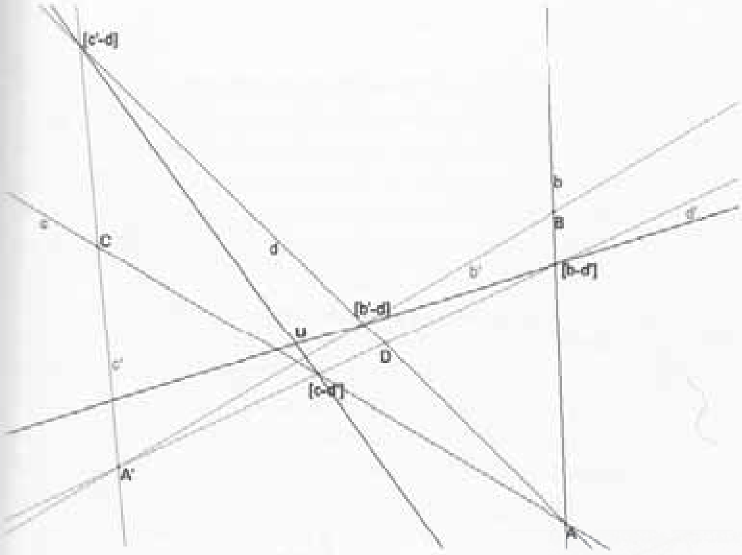
Rapporto tra proiettiva e omologia

Sulla scia di Desargues, De La Hire, Poncelet, Staudigl, von Peschka, dagli ultimi trent'anni dello scorso secolo, presso le cattedre di Disegno della Facoltà di Ingegneria dell'Università di Palermo si è intrapreso un filone di indagine nel campo specifico delle applicazioni della Geometria descrittiva atto a individuare metodologie sintetiche tramite considerazioni omologiche. La risoluzione di problemi complessi di rappresentazione che, con i metodi tradizionali richiedono lunghe e, a volte, imprecise costruzioni, affidate a curve di appoggio o di inviluppo, trova nel "metodo omologico" una pratica quasi sempre più snella e dinamica.
Gli intensi studi condotti dal professor Michele Inzerillo e dal suo gruppo di lavoro hanno efficacemente dimostrato che, sul versante grafico, il processo teorico dell'omologia introduce semplificazioni determinanti, talvolta imprevedibili; la via omologa possiede una potenzialità ancora da sviscerare e una elevata versatilità di supporto[1]. Il poter rispondere a molteplici quesiti pratici della Geometria del Disegno costituisce certamente un motivo stimolante per conoscere e applicare l'omologia con vantaggio e con eleganza, secondo articolazioni altrimenti meno abbordabili. La storia della Geometria non evidenzia una ricerca intesa a individuare un rapporto fra proiettiva e omologia. Gli sviluppi delle risorse del metodo omologico forniscono un cospicuo numero di considerazioni di supporto alla trattazione generale di tutte le problematiche grafiche della Geometria descrittiva.
Tralasciandone la genesi spaziale, l'omologia piana è ritenuta «una collineazione ("omografia"), non identica, fra i due piani stessi sovrapposti, in cui sono uniti tutti i punti di una retta e tutte le rette di un

fascio; la retta, luogo di punti uniti, dicesi asse di omologia, ed il punto, centro del fascio di rette unite, dicesi centro di omologia»[2]. Valgono le proprietà fondamentali che punti corrispondenti in una omologia sono allineati con il centro e rette distinte corrispondenti si intersecano sull'asse.
L'omologia, che non è alternativa alla proiettiva, generalmente, offre vie risolutive più semplici, prevedibili e controllabili. Comparativamente, la facile operatività omologica è sperimentabile, tutta e sempre, all'interno del campo grafico. L'omologia traccia nuovi percorsi preferenziali, di cui non si può non tenere conto, specialmente quando si è impegnati a costruire immagini dotate di alto valore documentario.
Questo studio propone un'inedita via risolutiva per la costruzione di una sezione conica di cui siano noti cinque punti[3].
Dal noto *Teorema fondamentale* di Steiner e Chasles, la generazione di una conica determinata da un numero sufficiente di condizioni (quando si conoscono cinque dei suoi punti, di cui tre non allineati o cinque tangenti oppure tre tangenti e i punti di contatto sopra due di esse) mediante forme proiettive è eseguibile per punti, tramite due fasci proiettivi, o per tangenti, tramite due punteggiate proiettive. Nel caso in cui si conoscono cinque dei punti della conica, il teorema recita così: «una curva di secondo ordine (reale) può sempre riguardarsi come luogo delle intersezioni di rette corrispondenti in due fasci proiettivi, i cui centri siano due punti generici della curva»[4].
La predetta metodologia per fasci proiettivi non permette di definire gli enti geometrici della conica (centri, diametri, corde, tangenti, elementi coniugati, fuochi, vertici, asintoti, assi, etc.), inoltre, rispetto al campo grafico, bisogna evidenziare che la via proiettiva di Steiner offre sovente difficoltà di elementi disponibili nel campo.
Per superare queste limitazioni operative, dati cinque punti della curva da costruire risulta necessario determinare soltanto pochi suoi punti opportunamente scelti, sufficienti per individuare elementi caratteristici (una corda o un diametro e le tangenti agli estremi, due coppie di corde parallele, etc.) che permettano di procedere omologicamente.
Si può procedere impostando un'omologia con centro e asse propri o un'omologia affine ortogonale o ancora un'omologia affine obliqua, facendo individuare una corrispondenza biunivoca fra tutti i punti del piano che contiene la conica (ellisse, parabola, iperbole) con quelli di un altro piano al predetto sovrapposto ma non coincidente sul quale giace una circonferenza[5].

1/ Costruzione della conica-iperbole dati cinque punti generici. Applicazione del Teorema di Steiner e Chasles, determinazione del centro U del fascio prospettivo ai due fasci di centri A e A'.

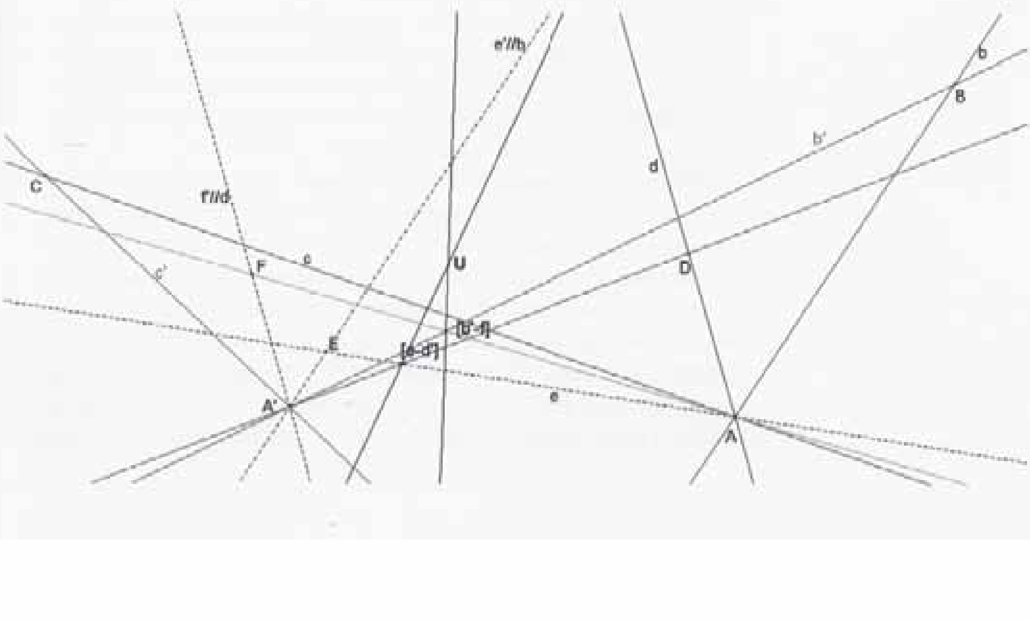
2/ Costruzione della conica-iperbole dati cinque punti generici. Applicazione del Teorema di Steiner e Chasles. Determinazione del centro U del fascio prospettivo ai due fasci di centri A e A' e determinazione per via proiettiva dei punti E e F appartenenti alla curva da determinare.



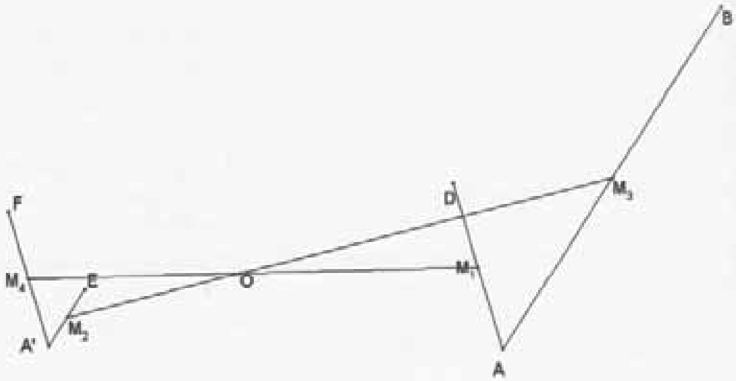
Costruzione di una conica iperbole

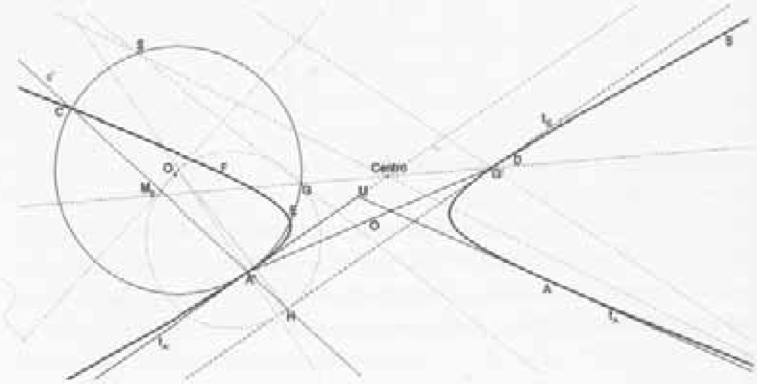
Teorema di Steiner e Chasles

Dal Teorema di Steiner, siano dati i cinque punti di una conica (si scelgano quattro punti e uno interno ad essi, dalla disposizione dei punti assegnati si evince che si tratta di una iperbole): A, A', B, C, D, e siano tracciate le rette dei due fasci proiettivi di centri A e A': $b = A\text{-}B$, $c = A\text{-}C$, $d = A\text{-}D$, $b' = A'\text{-}B$, $c' = A'\text{-}C$, $d' = A'\text{-}D$. I punti a due a due corrispondenti comuni alle rette $c'\text{-}d$ e $c\text{-}d'$ e alle rette $b\text{-}d'$ e $b'\text{-}d$ appartenenti ai fasci di centri A e A' generano due *punteggiate proiettive* non sovrapposte che individuano il centro U del fascio prospettivo ai primi due (fig. 1).



3/ Costruzione dela conica-iperbole dati cinque punti generici. Applicazione del Metodo delle corde parallele e verifica della natura della curva piana.
4/ Costruzione dela conica-iperbole dati cinque punti generici. Impostazione dell'omologia ad asse proprio c', la corda A'-C, centro proprio e circonferenza a_o di centro O e raggio A'-O_a omologa alla conica da costruire.





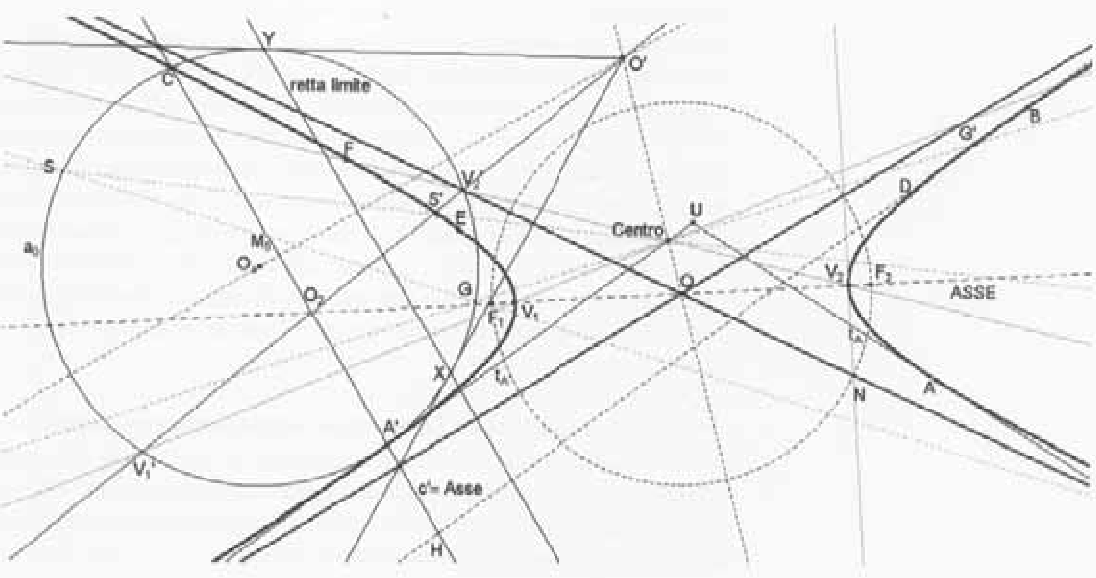
Determinazione di due corde della conica.
Verifica della natura della conica

Si determinano due punti E e F opportuni sfruttando le proprietà proiettive. Per il centro A' si consideri il raggio proiettante e' parallelo a uno dei raggi del fascio di centro A, per esempio al raggio b (fig. 2).
La retta che unisce il punto $[e'-d]$ comune ai raggi $e'-d$ con U interseca d' nel punto $[d'-e]$ comune con il raggio e.
Tale punto, unito con A, incontra il raggio e' in E, nuovo punto della conica; A-E è il raggio e, corrispondente di e'. Infatti, la retta che unisce i punti comuni ai raggi $e'-d$ e e-d' contiene il centro di proiettività U.
Ancora per A' si consideri il raggio f' parallelo a uno dei raggi del fascio di centro A, per esempio al raggio d. La retta che unisce il punto $[f'-b]$ comune ai raggi $f'-b$ con U interseca b' nel punto $[f-b']$ comune con il raggio f. Tale punto, unito con A, incontra il raggio f' in F, nuovo punto della conica; A-F è il raggio f, corrispondente di f'. Infatti, la retta che unisce i punti comuni ai raggi $f'-b$ ed f-b' contiene il centro di proietti-

vità U. La retta che unisce i punti medi M_1 e M_2 delle corde parallele B-A e A'-E della conica, ne contiene il centro, così come la retta che unisce i punti medi M_3 e M_4 delle corde parallele A-D e A'-F della conica, ne contiene il centro; dunque la M_1-M_2 interseca la M_3- M_4 nel centro O della conica. L'applicazione del metodo delle corde parallele verifica, in questo caso, che la conica da determinare è un'iperbole (fig. 3).

Costruzione dell'omologia ad asse e centro proprio

Per ogni punto della conica disponiamo del relativo diametro, per simmetria rispetto al centro O; per il punto A il diametro è A'-O-G'.
«Se una conica è generata mediante fasci proiettivi, alla congiungente i centri dei due fasci, considerata in uno di essi, corrisponde, nell'altro fascio, la tangente alla conica nel centro di questo»[6].
Nella proiettività dei due fasci di centro A ed A' le $t_A = U$-A e $t_{A'} = U$-A' sono tangenti la conica in A e A'. Si costruisce un'omologia avente per asse la retta passante per il segmento A'-C, corda della conica e della circonferenza a_0 omologa di centro O_a e raggio O_a-C; della curva sono già disponibili i punti A, B, D, del primo ramo e A', C, E, F del secondo ramo e ancora i simmetrici rispetto ad O. La retta $t_A = U$-A' essendo tangente alle due curve omologhe (ad un ramo dell'iperbole e alla circonferenza a_0) è unita, ovvero ha l'omologa coincidente con se stessa; quindi si deduce che essa deve contenere il centro dell'omologia (fig. 4).



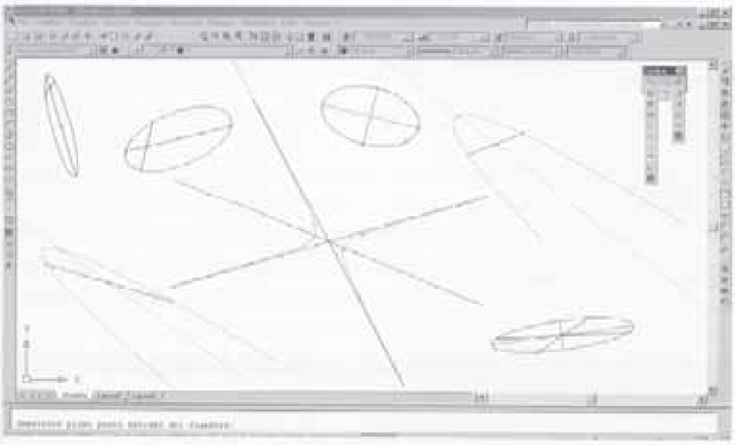
5/ Costruzione della conica-iperbole dati cinque punti generici.
Determinazione per vie omologiche degli elementi notevoli della conica: asintoti; asse trasverso; i fuochi F_1 e F_2 ; i vertici dei due rami V_1 e V_2.

Per determinare il centro si considera la retta tangente $t_{G'}$ al ramo di iperbole nel punto G' (parallela alla retta data t_A) che interseca l'asse nel punto H.
Da quest'ultimo punto si manda la corrispondente retta tangente alla circonferenza a_0 nel punto G. L'intersezione della retta che congiunge i punti G e G' e della t_A determina il centro di omologia; dell' iperbole si può così costruire qualsivoglia punto non più per proiettiva ma per omologia e determinare tutti gli elementi notevoli della conica (asintoti, fuochi, vertici, asse, diametri e corde coniugate, porzioni della conica comprese fra due secanti o interna al campo grafico, la tangente in un punto, la tangente da un punto proprio o improprio, le intersezioni fra retta e conica senza costruirla, verifica della posizione di un punto rispetto alla conica, punti e rette limiti, etc.). Volendo determinare gli asintoti dell'iperbole, che sono diametri tangenti la curva nei punti impropri si può utilizzare la retta limite Y-X secante rispetto al cerchio e direzione dell'asse di omologia C-A', essendo Y e X punti limite in quanto i loro omologhi sono impropri[7] (fig. 5).
Per tracciare gli asintoti si individua, per via omologica, il punto O' corrispondente di O, come intersezione della congiungente il centro dell'iperbole O e il centro dell'omologia con la retta ortogonale all'asse di omologia per O_a centro della circonferenza a_0. Tracciando le tangenti alla circonferenza dal punto O' determinato si individuano sull'asse di omologia due punti che uniti con il centro della conica fissano gli asintoti.
L'asse trasverso secante dell'iperbole si disegna immediatamente in quanto bisettrice degli angoli degli asintoti; per segnare i vertici reali dei due rami ci si avvale sempre della costruzione omologica strutturata: si ricava il punto O_2, punto intersezione dell'asse della conica con l'asse di omologia, si invia dal punto O' esterno alla circonferenza a_0 il raggio O'-O_2 che sega la circonferenza in V_2' e V_1', congiungendo questi due ultimi punti con il centro di omologia si fissano sull'asse dell'iperbole i vertici V_1 e V_2 cercati. Noti i vertici dei due rami e gli asintoti si possono ricavare geometricamente i fuochi F_1 e F_2 tracciando il cerchio di centro O e raggio O-N che mette in relazione detti elementi[8].

Strutturazione del listato LISP per la costruzione di una conica

Dall'ultimo quarto del secolo scorso ad oggi, la rivoluzione informatica apportata dagli strumenti tecnologici digitali ha ampliato le potenzialità grafiche nella soluzione e nella investigazione dei problemi classici della geometria descrittiva.

6/ Schermata del software AutoCAD. Tracciamento rigoroso del profilo di coniche con evidenziazione degli elementi notevoli. Nella barra degli strumenti Disegna è stata creata una palette di pulsanti nuovi che, in automatico, richiama le funzioni strutturate per la generazione di coniche (ellissi, parabole, iperboli) di cui si conoscano due diametri coniugati, o un diametro e una corda coniugata, o due corde coniugate, o cinque elementi tra punti e tangenti.



Si è registrata un'interessante evoluzione ed una trasformazione nel *modus operandi* tanto che gli studiosi avvertono l'esigenza di rinnovare l'insegnamento della disciplina per un approccio ad una geometria descrittiva attuale che trovi nuova forza generatrice nell'era informatica. Nuovi interessanti contributi in questa direzione sono stati prodotti, in particolare, da Riccardo Migliari e dal suo gruppo presso "Sapienza", Università di Roma[9]. In ambito informatico, l'avvento di *software* dedicati alla rappresentazione computerizzata ha ampliato le possibilità di investigazione delle forme di oggetti spaziali, analizzandone proprietà e relazioni reciproche e ha semplificato notevolmente l'elaborazione grafica, la rapidità di esecuzione, l'iterazione di processi, la precisione e la sicurezza dei risultati.

In aggiunta alla panoramica di comandi atti a disegnare, controllare e modificare un qualsiasi ente geometrico, altra potenzialità, nuova rispetto alle tecniche strumentali tradizionali, risiede nella possibilità di "creare" comandi sperimentali (con linguaggi di programmazione, *scripting*) che permettano di ampliare i campi di indagine geometrici sulla base del patrimonio tramandatoci.

Il percorso di ricerca intrapreso mira a determinare in ambiente *CAD* degli strumenti efficienti che potenzino la ricerca di vie semplificate grafiche e offrano occasioni di riflessione per acuire le conoscenze culturali e formative della Geometria descrittiva e proiettiva.

Concentrando l'attenzione all'oggetto di studio ovvero alla costruzione di curve sezioni coniche, esistono alcuni *software* per la rappresentazione matematica che, nonostante limitino la generalità dell'approccio operativo, offrono strumenti validi per il tracciamento della

```
;; Costruzione per la determinazione di una iperbole dati cinque suoi punti.
(defun C:Ip5 ()
 (prompt "Il comando IPERBOLE5 disegna i due rami di una iperbole dati cinque suoi punti")
 (terpri)
;;immissione coordinate cinque punti (non allineati, non coicicenti, in senso orario i primi quattro punti esterni e poi il quinto interno).
 (setq ptA (getpoint"\n Immettere primo punto esterno del primo ramo:"))
 (command "punto" ptA)
 (command "_chprop" "_last" "" "_c" 1 "")
 (princ ptA)
 (setq ptA1 (getpoint "\n Immettere secondo punto esterno del ramo opposto:"))
 (command "_point" ptA1)
 (command "_chprop" "_last" "" "_c" 1 "")
 (princ ptA1)
 (setq ptC (getpoint "\n Immettere terzo punto esterno:"))
 (command "_point" ptC)
 (command "_chprop" "_last" "" "_c" 1 "")
 (princ ptC)
 (terpri)
 (setq ptB (getpoint "\n Immettere quarto punto esterno:"))
 (command "_point" ptB)
 (command "_chprop" "_last" "" "_c" 1 "")
 (princ ptB)
 (setq ptD (getpoint "\n Immettere quinto punto interno ai primi quattro:"))
 (command "_point" ptD)
 (command "_chprop" "_last" "" "_c" 1 "")
 (princ ptD)
;;Si applica il Teorema di J. Steiner per la determinazione di altri due punti della conica E e F. Scelti il punto A e il punto A1 come centri dei due fasci proiettivi si inviano i raggi proiettivi agli altri punti noti (B,C,D).
                                        ;(command "_xline" ptA ptC "")
                                        ;(command "_xline" ptA ptD "")
                                        ;(command "_xline" ptA ptB "")
                                        ;(command "_xline" ptA1 ptC "")
                                        ;(command "_xline" ptA1 ptD "")
                                        ;(command "_xline" ptA1 ptB "")
........

;; luogo geometrico dell'iperbole per via omologica (Oa, centro della circ omologa a; r, raggio di a). "sp" sta per serie polare.
 (setvar "cmdecho" 0)
 (setq punti (getint "\n Digitare il Numero di punti della conica e disattivare lo Snap: "))
 (setq angsp (/ (* 2 pi) punti))
 (setq angl11 (+ angl1 0.5))
 (setq ang 0)
 (while (< ang (* 2 pi))
   (setq ptS1 (polar ptOa angl11 r))
                                        ;(command "_point" ptS1)
  (setq ptL2 (inters ptS1 ptG ptA1 ptC nil))
                                        ;(command "_point" ptL2)
                                        ;(command "_xline" ptS1 ptG "")
                                        ;(command "_xline" ptL2 ptG1 "")
                                        ;(command "_xline" ptP ptS1 "")
  (setq angas (angle ptG1 ptL2))
  (setq angas1 (angle ptP ptS1))
  (setq ptSc1 (inters ptS1 ptP ptL2 ptG1 nil))
                                        ;(command "_point" ptSc1)
  (setq ptS2 (polar ptOa (+ angl11 angsp) r))
                                        ;(command "_point" ptS2)
                                        ;(command "_xline" ptS2 ptG "")
  (setq ptL3 (inters ptS2 ptG ptA1 ptC nil))
                                        ;(command "_point" ptL3)
                                        ;(command "_xline" ptL3 ptG1 "")
  (setq ptSc2 (inters ptS2 ptP ptL3 ptG1 nil))
                                        ;(command "_point" ptSc2)
  (setq angl11 (+ angl11 angsp))
  (setq ang (+ ang angsp))
                                      (command "_line" ptSc1 ptSc2 "")
  (command "_chprop" "_last" "" "_c" 30 ""))
 (setvar "cmdecho" 1)
 (princ))
```

7/ Pagina precedente. *Stralcio dello scripting per la generazione automatica di conica iperbole dati cinque punti. L'algoritmo "Ip5" è stato elaborato nel programma Visual LISP in ambiente AutoCAD.*

conica; alcuni modellatori consentono di determinare una conica tramite tre punti e due tangenti (*Thinkdesign*) o dati cinque punti (*Cabri Géomètrie*) o impostando alcuni valori notevoli di proprietà analitiche quali il rapporto di eccentricità o la posizione della direttrice (*Rhinoceros*).

Le più recenti versioni del software *AutoCAD* permettono di disegnare soltanto la conica ellisse, solo nel caso particolare di conoscere gli estremi degli assi o i fuochi, presentando un contenuto interesse nei confronti delle coniche in generale, limitandone l'impiego in svariati campi scientifici progettuali e strutturali[10].

Muovendo dalle limitazioni operative riscontrate, si sono metodologicamente strutturati nuovi listati di programmazione *AutoLISP*[11], per l'esecuzione di algoritmi di Geometria proiettiva e descrittiva, selezionati tra quelli di più rapida esecuzione. I comandi creati, generati da procedimenti proiettivi-omologici, disegnano coniche (ellissi, parabole, iperboli) di cui si conoscano due diametri coniugati, o un diametro e una corda coniugata, o due corde coniugate, o cinque elementi tra punti e tangenti; condizioni queste molto frequenti nelle applicazioni dei diversi metodi di rappresentazione (fig. 6). In questa sede si riporta lo *scripting* relativo alla costruzione di una conica iperbole dati cinque punti (se tre o quattro dei cinque punti dati sono allineati, o se due punti sono coincidenti, la conica non è definita)[12] (fig. 7).

Nel listato le espressioni seguenti hanno rispettivamente questo significato: *(setq ange (angle ptO ptE))*, è il formato della funzione utilizzata per assegnare un valore alla variabile angolo *ange*; *(setq ptS (polar ptO ange*2 d5*))*,è il formato della funzione utilizzata per assegnare un punto (*pt*S) in corrispondenza di un determinato angolo (*ange*2) a una determinata distanza (d5) dal punto dato (*pt*O). Gli angoli sono espressi in radianti e i loro valori riferiti all'asse *X* sono positivi se misurati in senso antiorario (*default*).

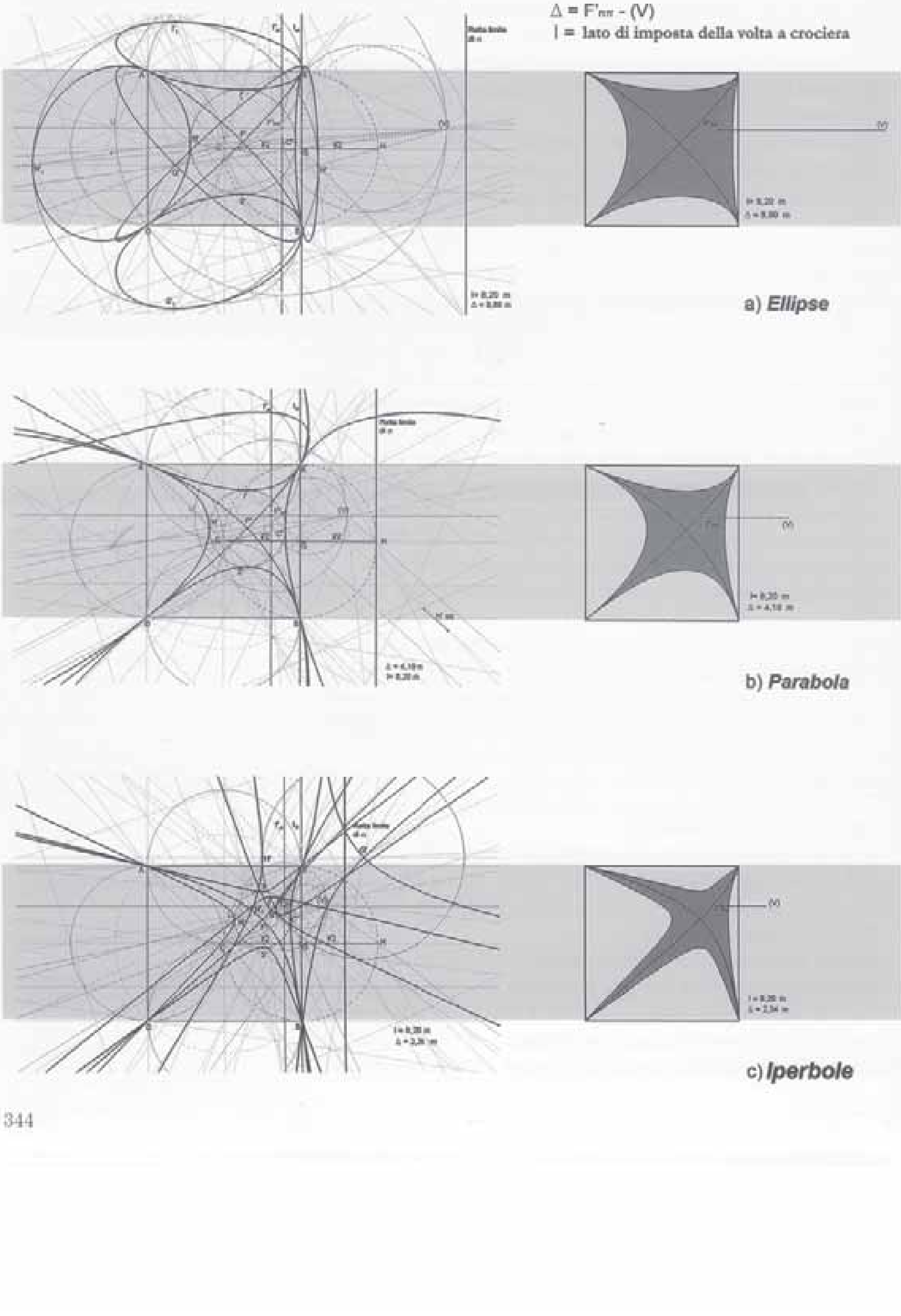
Un'esperienza in architettura

Si propone un'applicazione in architettura, volta ad evidenziare i vantaggi operativi della funzione *CAD* creata nella risoluzione speditiva e rigorosa di problematiche grafiche legate alla costruzione delle coniche in generale.

L'esempio si riferisce a una rappresentazione prospettica a quadro orizzontale di una volta a crociera romana su impianto quadrato con il piano di imposta coincidente con il quadro.

Assegnata una opportuna posizione del centro di proiezione *V*, l'immagine prospettica delle direttrici circolari dei due cilindri ugua-

8/ Un esempio di applicazione della funzione "CONICS" in ambiente AutoCAD per la rappresentazione di una volta a crociera romana su impianto quadrato. Rappresentazione prospettiva a quadro orizzontale con il piano di imposta coincidente con il quadro π. L'immagine prospettica può essere, rispettivamente, una ellisse (a), una parabola (b) o una iperbole (c) in relazione alla posizione della direttrice circolare dei due semi-cilindri uguali, rispetto al "piano limite".



li[13] – appartenenti a piani perpendicolari a π passanti per i lati del quadrato di imposta – e delle ellissi diagonali – intersezioni dei due cilindri – può essere una ellisse, una parabola o una iperbole in relazione alla posizione di dette curve piane rispetto al "piano limite"[14] rispettivamente esterno, tangente o secante ai cilindri a sezione circolare.

Per la costruzione geometrica delle coniche è sufficiente determinarne, impiegando vie risolutive dell'omologia piana affine ortogonale e a centro proprio, solo cinque punti di esse per descrivere immediatamente in ambiente *AutoCAD*, con l'algoritmo elaborato (*function* "CONIC5"), i profili cercati (fig. 8).

Note

1. Michele Inzerillo, Professore ordinario di Fondamenti e Applicazioni di Geometria descrittiva all'Università di Palermo. Per un maggiore approfondimento si vedano: Michele Inzerillo, *Fondamenti e Applicazioni di Scienza della Rappresentazione – Geometria del Disegno – Prospettiva*, Palermo 2008; R. Filosto, Michele Inzerillo, *Contributo dell'omologia nella rappresentazione grafica*, Collana di studi dell'Istituto di Disegno della Facoltà di Ingegneria di Palermo, Palermo 1974; G.M. Catalano, *Inediti sulle coniche*, Palermo 1988.
2. Gino Castelnuovo, *Lezioni di Geometria analitica*, Dante Alighieri, Roma-Milano 1909, p. 341.
3. Ringrazio sentitamente i professori Michele Inzerillo e Pietro Pizzurro, docenti di Disegno presso il Dipartimento di Rappresentazione della Facoltà di Ingegneria di Palermo per i preziosi suggerimenti e per il costante supporto allo svolgimento della ricerca.
4. Castelnuovo, *op. cit.*, p. 427.
5. In questa sede, per motivi di spazio editoriale, si espone il caso del tracciamento della conica iperbole.
6. Castelnuovo, *op. cit.*, p. 425.
7. Gino Fano, *Lezioni di Geometria descrittiva*, Torino 1910, p. 20: «Le rette limiti di un'omologia sono parallele all'asse, e la mediana della striscia di piano compresa tra esse dista pure egualmente (in sensi opposti) dal centro e dall'asse».
8. Vincenzo Capitano, *Applicazioni di geometria proiettiva e descrittiva al Disegno delle forme geometriche elementari*, 1972, p. 28.
9. Professore ordinario di Fondamenti e Applicazioni di Geometria descrittiva alla Sapienza, Università di Roma. Si veda: RiccardoMigliari, *Geometria descrittiva*, voll.1-2, CittàStudi Edizioni, Novara 2009.
10. Si possono tracciare due tipi di ellissi, in relazione al valore della variabile di sistema PELLISSE; se PELLISSE è uguale a 0 (*default*) si crea un'ellisse esatta, che ha un centro e quattro punti, estremi degli assi, ellisse conosciuta come "ellisse *NURBS*" (*Non Uniform Rational Bezier Spline*); se PELLISSE è uguale ad 1, si crea un'ellisse costituita da polilinee.
11. Il linguaggio *AutoLISP*, implementazione del linguaggio di programmazione *LISP* (LISt Processor), è incorporato nel pacchetto *AutoCAD* e utilizzato da altri software *CAD* quali *IntelliCAD* e *ProgeCAD*: ha la capacità di trattare liste dinamiche di dati. Questa capacità consente il trattamento di un disegno tecnico come una grossa lista composta dagli oggetti inseriti (linee, cerchi, archi ecc...), rendendo possibile la loro modifica e creazione. Attualmente esistono diversi *editor script* per la scrittura di programmi *LISP*, ma uno degli strumenti più efficace è il *Visual LISP*. La console interattiva all'interno del software *AutoCAD*, facilita

il controllo nell'*editor* di testo della corrispondenza delle parentesi e della corretta digitalizzazione delle funzioni e delle variabili e presenta una serie di potenzialità di *debug* che agevolano l'individuazione di errori nel listato.

[12] Il file *AutoLISP* contenente la funzione "lp5", creato in ambiente *AutoCAD*, all'interno dell'*editor VisualLISP*, ha un'estensione (".lsp"). Per eseguire il programma in una finestra di disegno del software *AutoCAD*, è necessario caricare il file. L'applicazione si carica tramite la finestra di dialogo Carica/scarica applicazioni nella "barra dei menù – Strumenti", all'interno della sessione di lavoro di *AutoCAD*. Per richiamare la funzione, le vie possibili da percorrere sono due: digitare il nome della funzione, nel nostro caso, "lp5", sulla riga di comando di *AutoCAD*, oppure creare un nuovo pulsante che, in automatico, attiva la funzione. Assegnate le coordinate di cinque punti (dalla disposizione dei punti assegnati si evince la natura della conica da costruire), in automatico il programma svolge i calcoli contenuti nelle stringhe del listato e traccia la conica evidenziandone gli elementi notevoli.

[13] I cilindri hanno assi incidenti e sono ortogonali fra loro.

[14] Si indica con piano limite il piano parallelo al quadro passante per il centro di proiezione *V*.

Finito di stampare nel mese di marzo 2012
GANGEMI EDITORE SPA – ROMA
www.gangemieditore.it

Questo volume raccoglie, com'è nella tradizione della Collana, gli esiti di un seminario promosso dal Dottorato di ricerca in Scienze della Rappresentazione e del Rilievo della Sapienza e rivolto alla Scuola nazionale di Dottorato. Il seminario, che si è svolto per via telematica avvalendosi di un avanzato sistema di videocomunicazione e video presenza, era rivolto in particolare alle scuole locali di Dottorato affiliate alla Scuola Nazionale. In continuità con precedenti iniziative, il Seminario ha affrontato i rapporti tra la tecnologia informatica e i fondamenti scientifici della rappresentazione ponendo in particolare l'attenzione sulla questione del rinnovamento della disciplina con l'obiettivo di monitorare, approfondire e proseguire il dibattito e gli studi sullo sviluppo di questa scienza e presentare ai giovani allievi italiani la necessità di rivedere lo statuto stesso della disciplina nella sua dimensione storica, come processo di ricerca e di scoperta in continuo sviluppo.

La struttura del volume riprende quella del seminario che si inquadra nelle attività formative di base della Scuola di Dottorato. Ai testi introduttivi di Emma Mandelli, (direttore della Scuola nazionale), Laura De Carlo (coordinatore del Dottorato in Scienze della Rappresentazione e del Rilievo della Sapienza) e Riccardo Migliari (coordinatore scientifico del seminario), segue una parte dedicata alle Scuole italiane che hanno avuto un ruolo significativo nel panorama della Geometria descrittiva nelle facoltà di Architettura e Ingegneria e che vantano una tradizione che ha segnato la storia più recente nell'insegnamento della disciplina. Sono in seguito raccolti i contributi dei docenti che hanno preso parte alle lezioni, articolati in due parti: la prima riguarda i contributi relativi alla *Geometria descrittiva analogica*, la seconda i contributi orientati alla *Geometria descrittiva digitale*. Il volume presenta infine gli studi degli allievi del XXIV e XXV ciclo del Dottorato della Sapienza, sviluppati sulla base di temi proposti dai docenti.

Strumenti
del Dottorato di Ricerca in Scienze della Rappresentazione e del Rilievo
SAPIENZA Università di Roma – Dipartimento di Storia, Disegno e Restauro dell'Architettura

WORLDWIDE DISTRIBUTION
& DIGITAL VERSION EBOOK/APP:
www.gangemieditore.it