

CALCOLO DELLA PORTATA DI PIENA CON MODELLO BIDIMENSIONALE NON LINEARE

C. Nasello¹, M. Sinagra², T. Tucciarelli³ & M. Moramarco⁴

- (1) Dipartimento di Ingegneria Civile Ambientale Aerospaziale e Materiali, Università di Palermo, Italia, e-mail: carmelo.nasello@unipa.it
- (2) Dipartimento di Ingegneria Civile Ambientale Aerospaziale e Materiali, Università di Palermo, Italia, e-mail: marco.sinagra@unipa.it
- (3) Dipartimento di Ingegneria Civile Ambientale Aerospaziale e Materiali, Università di Palermo, Italia, e-mail: tullio.tucciarelli@unipa.it
- (4) Istituto di Ricerca per la Protezione Idrogeologica, CNR Perugia, Italia, e-mail: T.Moramarco@irpi.cnr.it

SOMMARIO

Si propone un modello bidimensionale di trasformazione afflussi-deflussi per il calcolo della piena in una sezione di un corso d'acqua. Il bacino idrografico è rappresentato da una mesh triangolare non strutturata. L'input del modello è costituito dalle piogge lorde, trasformate in piogge nette mediante l'equazione integrata di Horton. Il calcolo della propagazione idraulica nei diversi rami della rete idrografica consente di abbandonare le ipotesi di stazionarietà e di linearità, ordinariamente adottate nell'idrologia delle piene. Il modello proposto viene calibrato ed applicato ad un bacino idrografico di un affluente del fiume Tevere per il quale si dispongono di alcuni idrogrammi di piena e delle relative piogge.

1 INTRODUZIONE

La formazione dei deflussi di piena è uno dei temi principali dell'idrologia. La trasformazione della pioggia netta in deflusso superficiale, generalmente, è effettuata con modelli stazionari e lineari (Brath, 1996). In tale categoria rientra il ricorso all'idrogramma unitario istantaneo (IUH), il quale si basa sulla geomorfologia della rete idrografica e sulla velocità v della corrente (Rodriguez-Iturbe & Valdes, 1979). Calcolati i diversi termini dell'IUH che dipendono dalla geomorfologia, il parametro di calibrazione legato alla velocità v può assumersi unico su tutta la rete idrografica, oppure variabile nello spazio in funzione dell'area drenata da monte, della scabrezza di Manning nelle aree a monte, della pendenza della cella del DEM (Noto & La Loggia 2007). Con questa procedura si perviene ad un unico IUH, caratteristico di un assegnato bacino idrografico, in cui la velocità della corrente durante le piene è assunta costante in ogni punto al variare del tempo e dell'evento. Ciò è in contrasto con l'evidenza che l'IUH, di fatto, cambia da un evento di pioggia all'altro e, all'interno dello stesso evento di pioggia, e al variare dell'intensità della pioggia.

Looper & Vieux (2012), per la formazione e la propagazione della piena, non si riferiscono all'idrogramma unitario, ma utilizzano le equazioni monodimensionali del moto e di continuità nella loro approssimazione cinematica. Le suddette equazioni sono

applicate a delle sezioni trasversali dell'alveo rilevate direttamente o estratte da un DEM ottenuto mediante LiDAR. Ciò consente di adattare la velocità di propagazione della piena, in ogni sezione, al variare del tirante idrico h calcolato nella stessa sezione.

Un ulteriore filone di studio considera le equazioni bidimensionali di Saint-Venant risolte agli elementi finiti su una mesh triangolare non strutturata. Le suddette equazioni sono risolte nella loro formulazione completa, ovvero dinamica (Kim et Al. 2012). In qualche simulazione su bacino sintetico questi ultimi usano un passo di integrazione inferiore al secondo (0.1 s). Nell'applicazione ad un bacino naturale di 64 km² la mesh di calcolo contiene 25531 elementi triangolari; nelle simulazioni su tale bacino naturale hanno usato un passo di integrazione di 0.5 secondi. Per la determinazione della pioggia netta essi fanno riferimento al modello tRibs (tRibs model, 2012).

La modellazione cinematica fornisce errori significativi per pendenze delle aste fluviali inferiori a qualche unità per cento. Di contro, Aricò et al. (2011) hanno dimostrato che l'utilizzo di un modello completo, in presenza di errori significativi della rappresentazione topografica, produce errori maggiori di quelli prodotti da un modello a zero inerzia. Poiché l'utilizzo della modellazione bidimensionale di un intero bacino idrografico costringe a rappresentare la geometria dell'alveo con approssimazione, gli autori ritengono che la modellazione a zero inerzia sia lo strumento più adeguato per la risoluzione di un modello distribuito di trasformazione afflussi-deflussi. In questo articolo si propone l'uso di un modello bidimensionale a zero inerzia che consente il calcolo dell'idrogramma di piena in una sezione, rappresentando il bacino idrografico a monte mediante un dominio di calcolo ad elementi triangolari non strutturati. Partendo dalle piogge lorde precipitate e misurate da un certo numero di stazioni pluviografiche distribuite nello spazio, si usa il metodo di Horton integrato per il calcolo delle piogge nette in ogni cella di calcolo, potendo trascurare durante i fenomeni di piena il contributo dato dall'affioramento delle acque di falda. Determinate le piogge nette, l'algoritmo di calcolo valuterà la formazione e la propagazione della piena, fornendo l'idrogramma di piena nella sezione di chiusura assegnata.

2 IL MODELLO IDRAULICO

Le equazioni di governo delle acque basse nella forma diffusiva, avendo adottato la relazione di Chezy-Manning per esprimere la resistenza al moto, possono scriversi nella forma (Aricò et Al., 2011):

$$\nabla_x H + \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla_y H + \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial uh}{\partial x} + \frac{\partial vh}{\partial y} = Q \quad (3)$$

dove h è il tirante idrico, H è la quota piezometrica, u e v sono le componenti della

velocità rispettivamente in direzione x e y , g è l'accelerazione di gravità, n è il coefficiente di Manning, $\nabla_{x(y)}H$ è la componente del gradiente piezometrico in direzione $x(y)$ e Q è il termine sorgente.

Combinando le equazioni (1), (2) e (3) è possibile pervenire ad un'unica equazione differenziale, scritta nella forma:

$$\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^{5/3}}{n\sqrt{|\nabla H|}} \frac{\partial H}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^{5/3}}{n\sqrt{|\nabla H|}} \frac{\partial H}{\partial y} \right) = Q \quad (4)$$

Dopo essere stata discretizzata nel tempo, la (4) viene risolta ad ogni passo temporale in due fasi successive, corrispondenti la prima ad un problema di predizione puramente convettivo, la seconda ad un problema di correzione puramente diffusivo (Aricò *et al*, 2011). La discretizzazione spaziale, comune alle due fasi, è operata su mesh triangolare non strutturata di Delaunay.

La fase di predizione viene risolta attraverso un approccio denominato MAST (MARCHING IN SPACE AND TIME) (Aricò & Tucciarelli, 2007; Aricò *et al.*, 2009), che prevede la risoluzione sequenziale di un numero di ODE pari al numero dei nodi della mesh. In tale fase, il gradiente piezometrico viene assunto costante nel tempo e pari al valore calcolato all'inizio del passo temporale. Diversamente, il sistema lineare risolvibile la fase di correzione (Aricò *et al.*, 2011), è risolto con il metodo dei gradienti coniugati preconditionati nell'incognita η , espressa dalla (5), che costituisce la correzione da apportare alla quota piezometrica di ogni generico nodo i :

$$\eta_i = H_i^{k+1} - H_i^{k+1/2} \quad (5)$$

L'adozione dell'ipotesi diffusiva permette di pervenire ad una soluzione sufficientemente accurata con tempi di calcolo nettamente inferiori alla modellazione completa, a parità di tempo simulato e di capacità computazionale.

3 IL MODELLO DI TRASFORMAZIONE AFFLUSSI-DEFLUSSI

La trasformazione afflussi-deflussi a scala di evento è realizzata adottando il metodo di Horton integrato, applicato ad ogni cella di calcolo, definita dal poligono di Voronoi costruito sulla triangolazione originaria di Delaunay. In particolare, per ogni passo temporale Δt si calcola l'infiltrazione potenziale media \bar{f}_p mediante la (6):

$$\bar{f}_p(t + \Delta t)_i = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} f_p(t) dt = \frac{F(t) - F(t + \Delta t)}{\alpha} \quad (6)$$

$$f_p(t) = f_\infty + (f_0 - f_\infty) e^{-\alpha t} \quad (7)$$

dove $f_p(t)$ è l'infiltrazione potenziale calcolata secondo Horton (Chow *et al*, 1988), f_0 è la velocità di infiltrazione iniziale, f_∞ è la velocità di infiltrazione finale, $F(t)$ ed

$F(t+\Delta t)$ rappresentano l'infiltrazione effettiva in due istanti successivi ed α è il coefficiente di decadimento.

Partendo da valori dell'intensità di pioggia i molto piccoli ed inferiori all'infiltrazione potenziale $f_p(t)$, la quantità \bar{f}_p viene dunque confrontata con l'intensità media di pioggia $i(t+\Delta t)$. Se $i(t+\Delta t) \leq \bar{f}_p(t+\Delta t)$, l'infiltrazione effettiva si pone pari a $\bar{f}(t+\Delta t) = i(t+\Delta t)$; se $i(t+\Delta t) > \bar{f}_p(t+\Delta t)$ si pone $\bar{f}(t+\Delta t) = \bar{f}_p(t+\Delta t)$ e viene determinato l'istante t^* in cui $i(t^*+\Delta t) = \bar{f}_p(t^*+\Delta t)$. L'istante t^* sarà l'estremo inferiore di integrazione per il nuovo passo temporale di calcolo dell'infiltrazione effettiva.

4 CASO STUDIO: TORRENTE ASSINO IN UMBRIA

L'Assino a Serrapartucci è un torrente umbro con bacino di 160 km² e ricade nella provincia di Perugia. Le informazioni topografiche sono disponibili sia in un DEM di lato 20 m, sia nella classica cartografia scala 1:25.000 con curve di livello ogni 25 m (fig. 1).

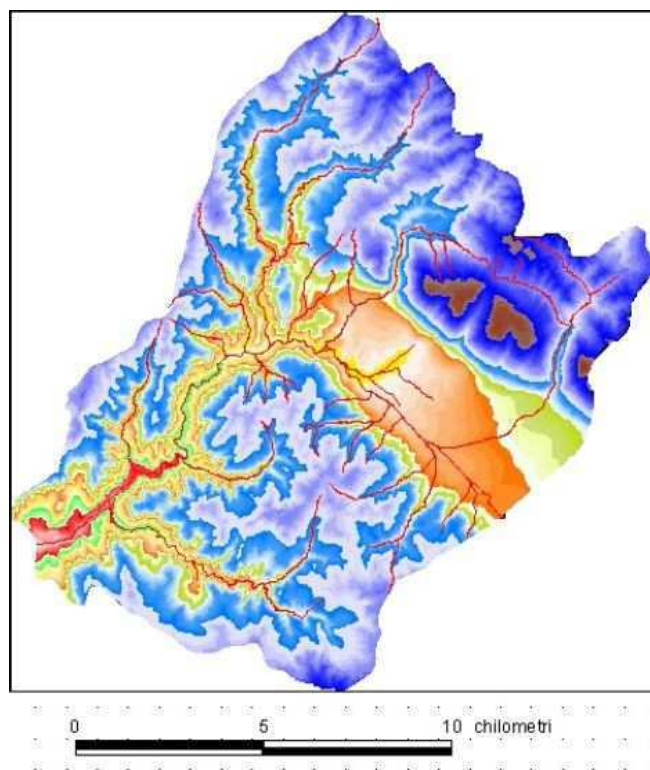


Figura 1. DEM dell'Assino a Serrapartucci. Quota sezione di chiusura 296 m s.l.m. colore rosa, quota massima 964 m s.l.m. colore marrone.

Il dominio di calcolo, ovvero il bacino idrografico, è stato ottenuto per digitalizzazione di una polilinea tridimensionale (nelle tre coordinate georiferite x , y , z). Anche la rete idrografica è stata ottenuta per digitalizzazione di analoghe polilinee tridimensionali. La rete idrografica è stata digitalizzata utilizzando la cartografia 1:25000.

Stabiliti il bacino idrografico e la rete idrografica, che costituiscono il dominio di calcolo esterno e le linee forzanti interne al dominio di calcolo, si è proceduto alla generazione della mesh di calcolo triangolare. La mesh iniziale è stata generata con il software open source NetGenn, mentre la proprietà di Delaunay generalizzata (Aricò *et al.*, 2011) è stata ottenuta mediante specifico software interno al modello senza modificare la posizione dei nodi originari. La mesh triangolare prevede 88600 elementi, aventi lato massimo di 70 m (fig. 2).

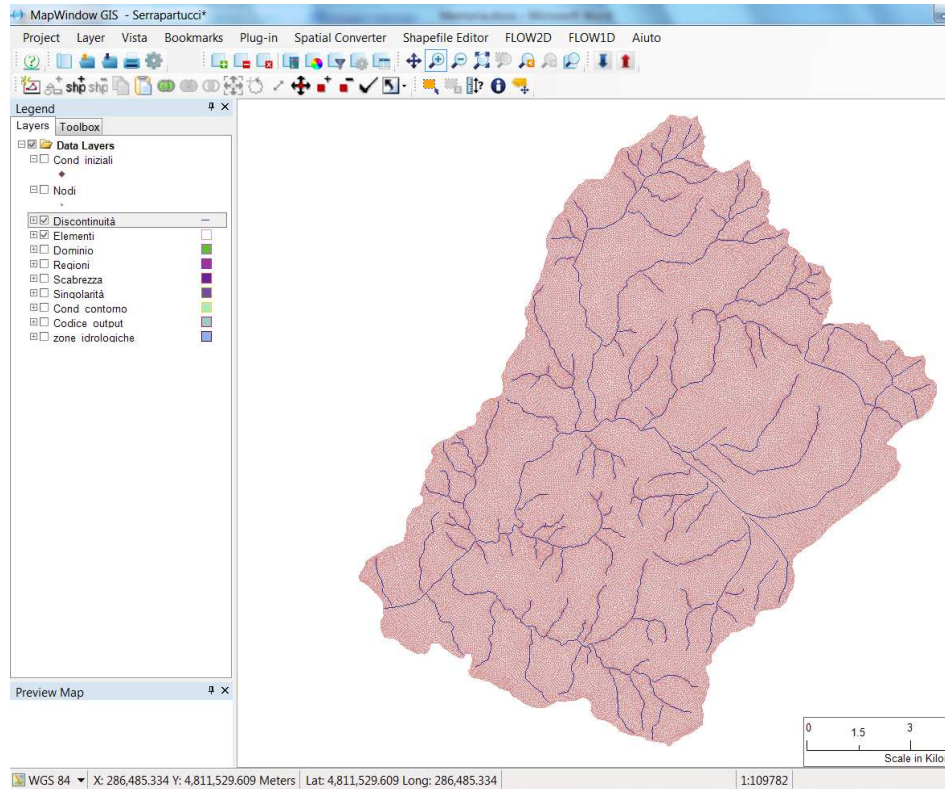


Figura 2. Dominio di calcolo.

La digitalizzazione della rete idrografica è fondamentale perché essa fornisce le linee forzanti sulle quali i triangoli della mesh appoggiano uno dei tre lati (fig. 3). Malgrado la densità della mesh venga aumentata in corrispondenza delle aste fluviali, la sovrapposizione di queste con i lati è fondamentale per ottenere una buona rappresentazione della topografia del terreno. Un lato che collega due nodi opposti rispetto all'asta fluviale genera un falso punto di minimo a monte dell'intersezione del lato con l'asta.

L'assegnazione della quota topografica ai nodi della mesh può avvenire sia per lettura da un DEM della corrispondente quota, sia per interpolazione lineare di curve di livello disponibili in forma vettoriale in formato dxf. Nel caso presente si è utilizzato un DEM 20m*20m, integrato con alcune curve di livello nelle zone dove il DEM mostrava inesattezze.

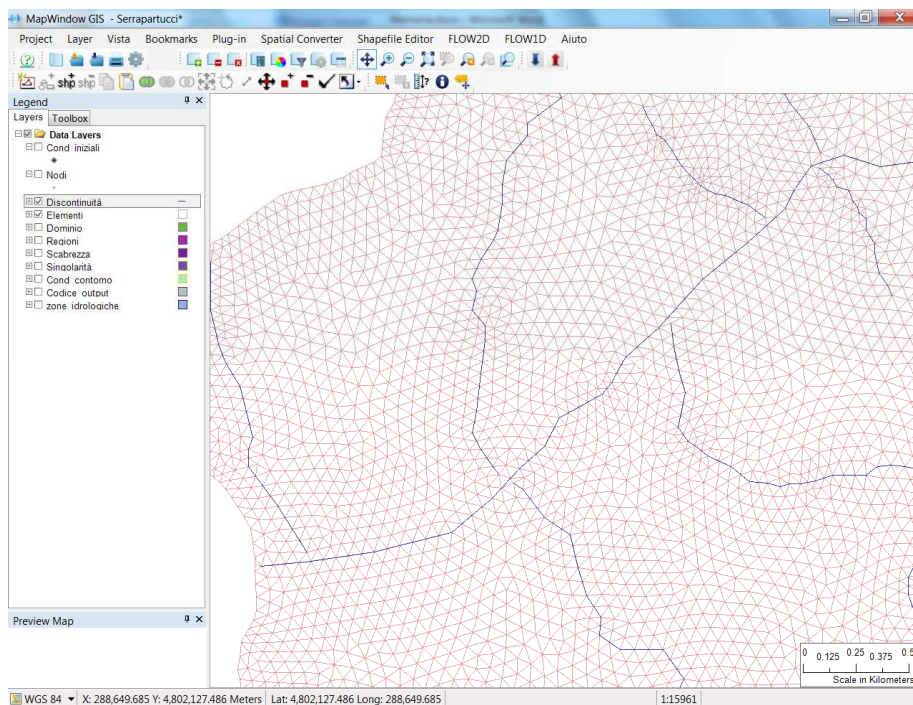


Figura 3. Mesh di calcolo in prossimità della sezione di chiusura.

Le stazioni pluviografiche disponibili sono tre: San Benedetto, Gubbio e Montelovesco, per le quali si sono costruiti i rispettivi topoiets. Si è fatta l'ipotesi che la pioggia misurata dal pluviografo fosse distribuita uniformemente nel rispettivo topoiets (fig. 4).

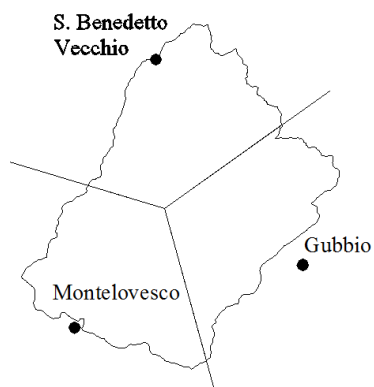


Figura 4. Topoiets per l'Assino a Serrapartucci.

A tutti gli elementi triangolari è stato attribuito un unico valore della scabrezza n di

Manning. Nelle prime simulazioni si è utilizzato un coefficiente $n = 0.020 \text{ s/m}^{1/3}$.

Come prima simulazione si è ipotizzata una pioggia netta di intensità costante nel tempo che piova uniformemente nell'intero bacino. In output è fornita la portata $Q(t)$ nella sezione di chiusura (fig. 5). Le piogge in input hanno 3 intensità differenti ($i = 10, 30$ e 60 mm/h). Dopo un transitorio in cui la portata è crescente, si raggiungono condizioni di moto permanente con portata massima uscente $Q_{\max} = iA$, essendo i l'intensità di pioggia netta e A l'area del bacino idrografico. Dividendo la portata $Q(t)$ simulata per tale Q_{\max} , si perviene alla ben nota curva ad S, talora identificata come curva aree-tempi (Brath, 1996).

Se con una pioggia di 10 mm/h occorrono 20000 s perché tutto il bacino contribuisca alla piena, con una pioggia di 30 mm/h bastano 10000 s per raggiungere il moto permanente (fig. 5a). Aumentando le piogge in ingresso, aumentano le portate nella rete idrografica e quindi le velocità delle correnti di piena. Pertanto la curva ad S si sposta, significativamente, verso l'asse delle ordinate.

Derivando ciascuna delle 3 curve ad S di fig. 5a si ottengono 3 idrogrammi unitari ($IUH = \Delta S / \Delta t$) differenti nei quali, al crescere della pioggia entrante, diminuisce il tempo di picco e aumenta la portata al picco (fig. 5b). si osservi che la modellistica bidimensionale proposta supera le ipotesi di stazionarietà e linearità, considerando una diversa risposta della rete idrografica al variare della intensità di pioggia dell'evento.

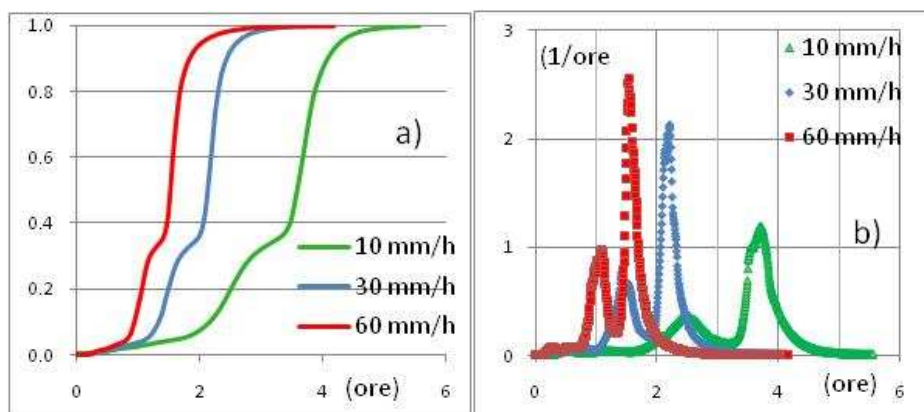


Figura 5. Curve ad S per pioggia costante a), IUH al variare dell'intensità di pioggia b).

Ovviamente, la scabrezza di Manning diventa un parametro di calibrazione perché al suo diminuire (dominio di calcolo via via più liscio) diminuisce il tempo di picco e aumenta la portata al picco (fig. 6).

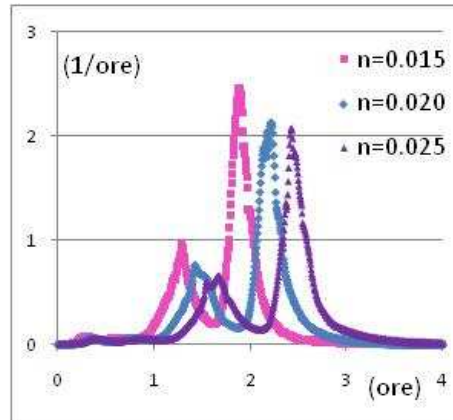


Figura 6. IUH al variare di Manning e per intensità di pioggia netta costante $i=30$ mm/h.

Gli eventi di piena studiati per l’Assino sono 4. Ovviamente le piogge registrate nei tre pluviografi variano fra una stazione e l’altra. Le altezze ragguagliate sono comprese fra 50 e 100 mm (tab. 1).

Stazione pluviografica	Nov. 2005 (mm)	Gen. 2001 (mm)	Dic. 2000 (mm)	Dic. 1998 (mm)
Gubbio	113.0	56.8	130.8	56.5
S. Benedetto Vecchio	90.7	53.8	80.3	79.4
Montelovesco	86.7	38.1	87.1	45.8
Pioggia ragguagliata hr	96.4	49.4	98.7	60.5

Tabella 1. Altezze di pioggia registrate.

La portata massima al colmo è compresa fra 77 e 195 m^3/s (tab. 3). Oltre l’altezza di pioggia ragguagliata dell’evento hr, si sono considerate (tab. 3) le altezze di pioggia ragguagliata nei 5 e 15 giorni precedenti (hr5, hr15) l’evento di piena.

Noti gli ietogrammi di pioggia e gli idrogrammi di piena si è calcolato il coefficiente d’afflusso Φ , distinguendo che vi sono tre eventi con $\Phi > 0.65$, e un evento con $\Phi < 0.50$ (tab. 3).

Per ciascun evento si è proceduto alla calibrazione dei 3 parametri idrologici di Horton e della scabrezza n di Manning. Come già detto, i parametri di Horton da calibrare sono la velocità di infiltrazione iniziale f_0 , la velocità di infiltrazione finale f_∞ ed il coefficiente di decadimento α . Si fa l’ipotesi di ritenere caratteristici del bacino idrografico i parametri f_∞ , α , e la scabrezza n di Manning, mentre il parametro f_0 si assume dipendente dal singolo evento. Pertanto, si è proceduto a valutare i parametri propri del bacino mediante i dati relativi ai quattro eventi storici, risolvendo mediante l’algoritmo di ottimizzazione euristico denominato “Simulated Annealing” (Press et al., 1988) il seguente problema gestionale:

$$Max(\min(NS_i)) \quad (7),$$

dove NS_i è l'indice di Nash-Sutcliff associato alla i -esima terna di parametri caratteristici del bacino, e definito come:

$$NS_i = 1 - \frac{\sum(q_{oss} - q_{sim})}{\sum(q_{oss} - \bar{q})} \quad (8),$$

dove q_{oss} è la portata osservata, q_{sim} è la portata simulata e \bar{q} è il valore medio delle osservazioni. La portata simulata è stata calcolata ottimizzando il parametro f_o (per ogni singolo evento e per assegnata terna di parametri).

Nelle simulazioni dei quattro eventi storici il passo temporale adottato è stato di 400 s. L'evento storico più lungo è durato 55 ore ed il tempo medio di simulazione è risultato 180 secondi con un processore Intel i3 3.20 GHz.

I parametri ottenuti con l'ottimizzazione sono riportati nelle tabelle 2 e 3.

f_o (mm/h)	α (1/s)	n (s/m ^{1/3})
2.147	0.00645	0.0135

Tabella 2. Parametri idrologici ed idraulici caratteristici del bacino ottimizzati.

	hr15 (mm)	hr5 (mm)	hr (mm)	Qmax (m ³ /s)	Φ	f_o (mm/h)	NS
2005	56.9	13.5	96.4	195	0.67	2.147	0.8309
2001	99.5	15.5	49.4	82	0.99	2.678	0.8419
2000	19.6	0.7	98.7	83	0.73	2.147	0.6399
1998	24.3	17.7	60.5	77	0.41	5.510	0.7449

Tabella 3. Piogge registrate e infiltrazione iniziale calibrata.

Per i tre eventi caratterizzati da un coefficiente d'afflusso $\Phi > 0.65$ (nov. 2005, gen. 2001, dic. 2000) le permeabilità iniziale e finale sono comprese fra 2.147 e 2.678 mm/h. Invece per l'evento con coefficiente d'afflusso $\Phi < 0.50$ la permeabilità iniziale è risultata superiore a 5.5 mm/h.

Come prevedibile, le più basse permeabilità sono associate ai tre eventi con i maggiori coefficienti d'afflusso ($\Phi > 0.65$). In questi tre casi o sono piovuti 100 mm, oppure i 100 mm sono piovuti nei 15 giorni antecedenti; inoltre l'alto coefficiente d'afflusso esprime una certa uniforme distribuzione delle piogge in ciascuno dei tre topietti.

Nell'evento corrispondente al minor coefficiente d'afflusso ($\Phi < 0.50$), si ha la maggiore permeabilità iniziale ($f_o > 5.5$ mm/h). Ciò si giustifica sia perché le piogge non sono state particolarmente copiose (e quindi è stata maggiore la percentuale infiltrata), sia perché in certe aree del bacino, probabilmente, è piovuto meno di quanto registrato dai tre pluviografi registratori.

In fig. 7 si confrontano gli eventi storici con gli eventi simulati corrispondenti ai set di parametri ottimizzati.

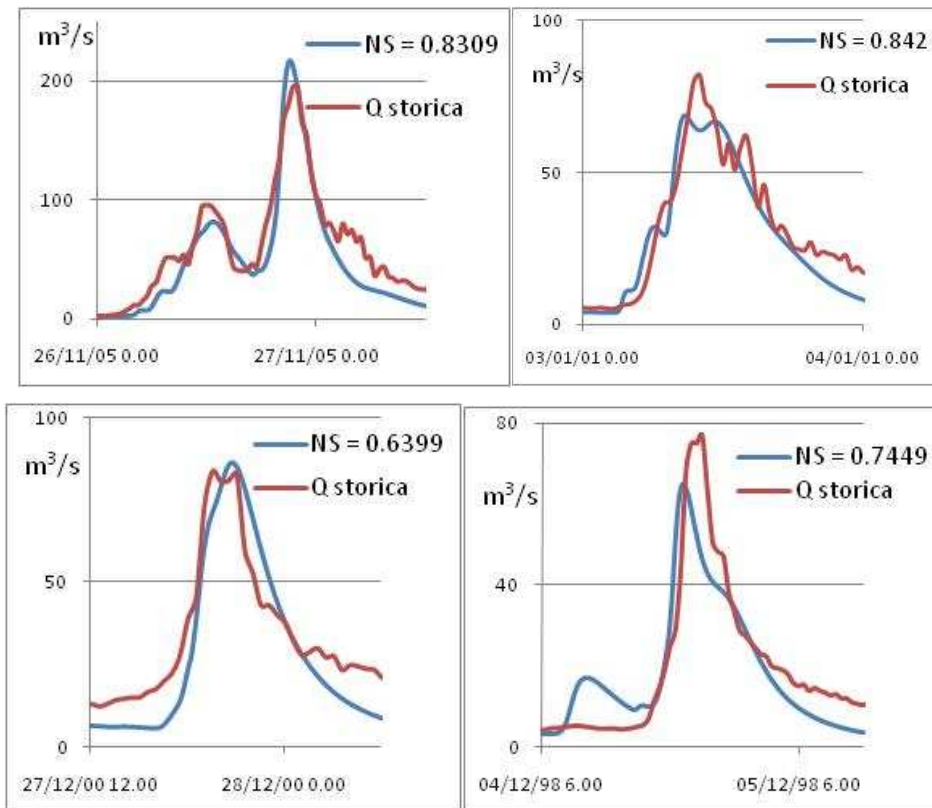


Figura 7. Idrogrammi di piena storici e simulati.

Riportando su grafico i parametri di Horton ottenuti con la calibrazione (fig. 8) si osserva che le permeabilità f (iniziale e finale) assumono valori prossimi a 2.5 allorché le piogge nei 15 giorni precedenti (circa 100 mm) hanno aumentato significativamente il contenuto idrico nel terreno, oppure gli abbondanti eventi (100 mm) si sono abbattuti quasi uniformemente in tutto il bacino. In questi casi il coefficiente di decadimento α è poco significativo.

La permeabilità iniziale assume valore superiori a 5 mm/h (fig. 8) allorché nei quindici giorni precedenti non sono cadute piogge cospicue. In questi casi il coefficiente di decadimento α manifesta una sua influenza sul fenomeno.

Pertanto, la permeabilità iniziale del modello di Horton integrato, piuttosto che esprimere una caratteristica fisica del suolo, è un parametro legato prevalentemente al contenuto idrico nel terreno antecedente l'evento.

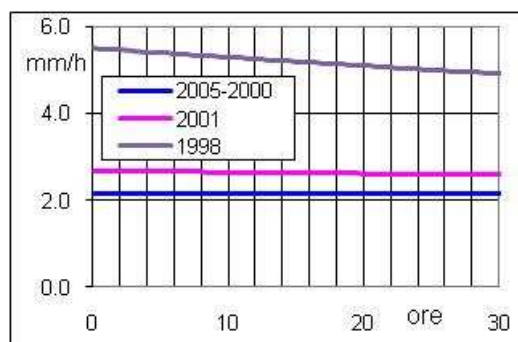


Figura 8. Parametri di Horton calibrati.

In merito all'indice di scabrezza di Manning ottenuto con l'ottimizzazione ($n=0.0135 \text{ s/m}^{1/3}$) si osserva che questo è decisamente inferiore ai valori ordinariamente utilizzati per le correnti in moto uniforme in alveo naturale. Ciò è dovuto probabilmente al fatto che nella maggior parte del dominio bidimensionale le altezze idriche sono estremamente piccole, al di fuori dell'intervallo coperto dalle prove sperimentali alla base della formula di Manning.

5 CONCLUSIONI

Nell'articolo si è applicato su un bacino idrografico naturale un modello bidimensionale a zero inerzia, per il calcolo della portata di piena in una sezione di chiusura. Il bacino idrografico è rappresentato da una mesh triangolare non strutturata. La modellistica proposta consente di abbandonare le ipotesi di linearità e stazionarietà generalmente adottate. Note le piogge storiche affluite nel bacino, si sono determinate le piogge nette mediante la formulazione integrata di Horton. I tre parametri idrologici di Horton e la scabrezza di Manning, ovvero i quattro parametri da calibrare, sono stati ottenuti, con un processo di ottimizzazione, dal confronto fra le onde di piena storiche e quelle simulate. È risultato che la scabrezza di Manning è ben inferiore agli usuali valori adottati nel moto uniforme, e la velocità di infiltrazione nel sottosuolo all'inizio dell'evento dipende principalmente dal contenuto idrico nel terreno, ovvero dalla quantità di pioggia precipitata nei giorni prima dell'evento di pioggia intensa.

BIBLIOGRAFIA

- Aricò, C. & Tucciarelli, T. MAST solution of advection problems in irrotational flow fields, *Advances in Water Resources*, 2007,a, 30(3), pp. 665-685.
- Aricò, C., Nasello, C. & Tucciarelli, T. Using unsteady-state water level data to estimate channel roughness and discharge hydrograph. *Advances in Water Resources*, 2009, 32(8), pp. 1223-1240.
- Aricò, C., Sinagra, M., Begnudelli L. & Tucciarelli, T. MAST-2D diffusive model for flood prediction on domains with triangular Delaunay unstructured meshes. *Advances in Water Resources* (2011), doi:10.1016/j.advwatres.2011.08.002.

- Brath, A. Modelli matematici di formazione dei deflussi di piena. In *La sistemazione dei corsi d'acqua naturali* a cura di U. Maione e A. Brath. Editoriale Bios, Cosenza, 1996.
- Chow, V.T., Maidment, D.R. & Mays, L.W. *Applied Hydrology*. McGraw-Hill, New York, 1988.
- Kim, J., Warnock, A., Ivanov, V.Y. & Katopodes, N.D. Coupled modeling of hydrologic and hydrodynamic processes including overland and channel flow, *Advances in Water Resources*, 2012, 37, pp. 104–126.
- Looper, J. P. & Vieux, B. E. An assessment of distributed flash flood forecasting accuracy using radar and rain gauge input for a physics-based distributed hydrologic model. *Journal of Hydrology*, 2012, 412–413, pp. 114–132.
- Noto, L.V. & La Loggia, G. Derivation of a distributed unit hydrograph integrating Gis and remote sensing, *Journal of hydrologic engineering*, 2007, 12 (6), 639-650.
- Press, H. W., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A., & Vetterling, W. T.. *Numerical recipes, the art of scientific computing*, Cambridge, University Press, Cambridge, England, 1988.
- Rodriguez-Iturbe, I. & Valdes, J.B. The Geomorphologic Structure of Hydrologic Response, *Water Resources Research*, 1979 15(6), 1409-1420.
- Tribs Model: <http://vivoni.asu.edu/tribs.html>. Pagina internet visitata il 24.03.2012.