

INFLUENZA SUL COMPORTAMENTO DINAMICO DI UN ROTORE SOSPESO ATTRAVERSO CUSCINETTI MAGNETICI ATTIVI MEDIANTE μ -SYNTHESIS E LOOP-SHAPING DESIGN

G. Barbaraci^a, G. Virzì Mariotti^b

^a *Università degli Studi di Palermo - Dipartimento DICGIM,
Viale delle Scienze, 90128 Palermo, e-mail: gabriele.barbaraci@unipa.it*

^b *Università degli Studi di Palermo - Dipartimento DICGIM,
Viale delle Scienze, 90128 Palermo, e-mail: gabriele.virzimariotti@unipa.it*

Sommario

In questo lavoro viene effettuato un confronto sul comportamento dinamico di un albero rotante quando è sospeso attraverso un sistema di due cuscinetti magnetici ciascuno costituito da due assi. Le sospensioni magnetiche attive sono ottenute elaborando due diversi sistemi di controllo che realizzano la stabilità del rotore conferendo a quest'ultimo delle prestazioni robuste nel mantenimento degli spostamenti entro certi margini prestabiliti. Ognuno di questi sistemi di controllo è caratterizzato da otto ingressi e quattro uscite con la presenza di incertezze sul guadagno spostamento e guadagno di corrente; ciò è giustificato dal semplice fatto che gli apparati elettronici possono usurarsi con il continuo uso nel tempo inducendo il rotore a stati di instabilità durante un normale funzionamento. I risultati prodotti sono mostrati attraverso le simulazioni in ambiente MATLAB dove vengono testate le capacità del rotore di eliminare il disturbo e di seguire un riferimento.

Abstract

In this work a comparison is made on the dynamic behavior of a rotating shaft when it is suspended through a system of two magnetic bearings each consisting of two axes. The active magnetic suspension is obtained by making two different control systems that realize the stability of the rotor giving it a strong performance in the maintenance of predetermined movements within certain margins. Each of these control systems is characterized by eight inputs and four outputs with the presence of uncertainties on the displacement and control current gains, that is justified by the simple fact that by using of electronic equipment they can wear out over time causing the rotor's instability during a normal operation. The results produced are shown through simulations in MATLAB environment where the ability of the rotor to eliminate noise and to follow a reference is tested.

Parole chiave: rotore flessibile, cuscinetti magnetici attivi, controllo robusto.

1. INTRODUZIONE

I cuscinetti magnetici attivi utilizzano elettromagneti per attirare la sezione del rotore interessata alla realizzazione della forza, e rendono il rotore libero di ruotare senza alcun contatto fisico con il cuscinetto. Questa operazione, chiamata levitazione magnetica attiva, è instabile a meno di un algoritmo identificato da un sistema di controllo che può essere o meno realizzato considerando delle funzioni nel dominio delle frequenze, [1]. Al fine di ottenere una levitazione magnetica stabile, un controllo di tipo feedback del segnale di posizione è necessaria al fine di trasformare il segnale di posizione in un segnale di corrente. Come ci si può aspettare, una varietà di schemi di controllo vengono utilizzati e una serie di studi sono stati fatti per il controllo dei cuscinetti magnetici attivi. Il

sistema dinamico dipende però soprattutto dalla velocità angolare del rotore, come avviene per qualsiasi sistema rotante a causa dell'effetto giroscopico, [2]. L'effetto giroscopico porta il sistema a fenomeni di instabilità che devono essere considerati per ottenere levitazione stabile. Il movimento del rotore è caratterizzato dalla traslazione lungo le direzioni x e y e la rotazione del rotore attorno a questi assi [1], [3] e [4]. Senza un sistema di controllo adatto nessuna levitazione magnetica è possibile [1]. Negli ultimi vent'anni numerosi sistemi di controllo sulla levitazione magnetica sono stati elaborati in modo da fornire sufficiente conoscenza circa la capacità del sistema di mantenere l'assenza di contatto tra il rotore e lo statore. Ovviamente ci sono molti sistemi di controllo che non sono in grado di mantenere la posizione del punto di funzionamento zero delle sezioni controllate senza un ulteriore algoritmo come l'integratore di un regolatore PID [5], altri sistemi di controllo necessitano di tutto il vettore di stato per creare il feed-back come ad esempio il controllo ottimo [3] caratterizzato da una matrice il cui numero di colonne è pari alla dimensione del vettore di stato. La punta di diamante dei sistemi di controllo è rappresentato da μ -sintesi, loop-shaping design e H-infinito di tipo robusto. I vantaggi ottenuti utilizzando il controllo robusto fanno riferimento alla sua possibilità di modellare semplicemente la presenza di perturbazioni dinamiche, la presenza di non linearità, variazioni parametriche, perdite per isteresi etc. Inoltre è utilizzato anche nel caso vi sia la presenza di rumori di misura e di attuazione. Grazie all'elevata velocità periferica in presenza di un controllo attivo, i cuscinetti magnetici attivi si prestano molto bene per lavorazioni meccaniche ad elevata velocità di rotazione del mandrino. La scelta del sistema di controllo cade sulla sintesi del controllo robusto. La sintesi di tipo μ è stata proposta al fine di realizzare la levitazione magnetica attiva stabile, supponendo che l'intero sistema dinamico rappresentato dal rotore è soggetto a stati di incertezza che producono perturbazioni tali da destabilizzare il movimento rotatorio e ancor più la levitazione stessa. Tali incertezze possono essere poste laddove si conosce a priori un potenziale deterioramento dei componenti caratteristici l'intera macchina come incertezze nei rumori di misura e di attuazione; incertezze relative alla forza generata dall'utensile da taglio in una lavorazione di fresatura, [7]. Gli algoritmi di controllo proposti sono sviluppati con μ -sintesi per ottenere una stabilità e prestazioni robuste investigate attraverso simulazioni. Nelle simulazioni vengono utilizzati due diversi algoritmi di controllo attivo per la stabilizzazione degli spostamenti. Un approccio simile è stato applicato in [8] in cui il confronto tra due diversi sistemi di controllo è stato eseguito al fine di analizzare le differenze sul comportamento dinamico. Molte altre applicazioni di controllo robusto sono stati eseguite attraverso l'utilizzo del loop-shaping e H_∞ [9].

Il loop shaping design è comunemente usato anche per ottenere un compromesso di stabilità robusta e prestazioni elevate. Questa tecnica è un problema di ottimizzazione particolare per garantire la stabilità in anello chiuso a tutte le frequenze, [10].

1. MODELLO MATEMATICO

La particolare configurazione mostrata in questo lavoro considera un rotore con quattro gradi di libertà. I cuscinetti magnetici attivi radiali sono costituiti da otto poli, le coppie di poli formano fra loro un angolo di 45° . L'asse di simmetria di ogni coppia di poli a sua volta forma un angolo di 45° gradi con la direzione orizzontale in modo che la risultante della forza sostenga il rotore lungo la direzione x e y attraversando il centro di massa e la rotazione attorno ad esso, come mostrato in figura 1:

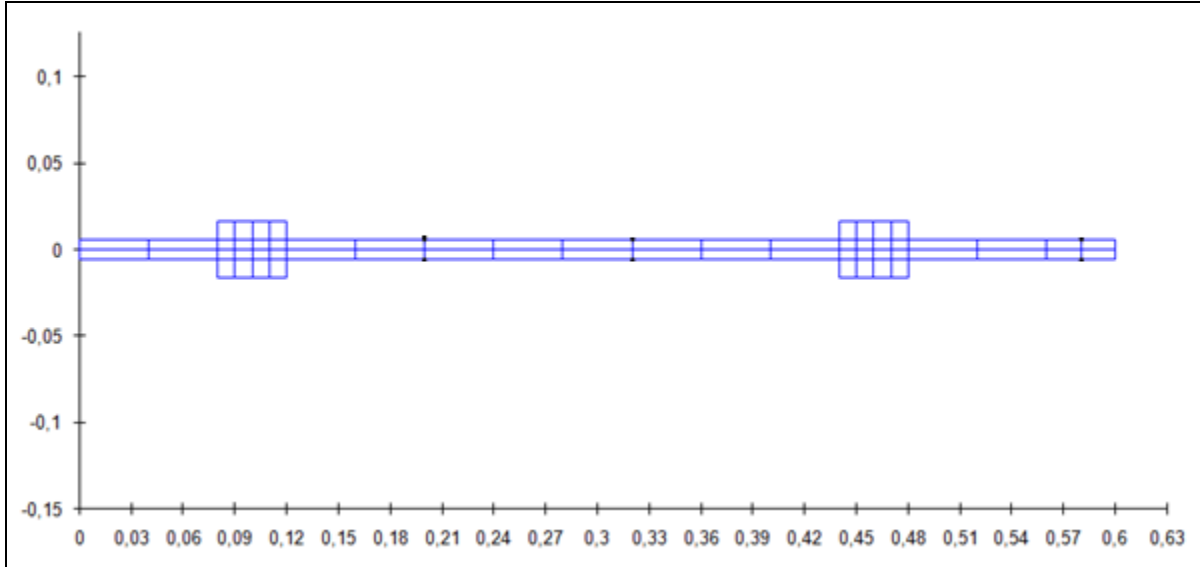


Figura 1: Rappresentazione schematica del rotore discretizzato e supportato da due cuscinetti magnetici attivi radiali.

Il sistema è soggetto a stati di incertezza sui guadagni di corrente e di spostamento rispettivamente $k_{(x,y)(A,B)}$ e $k_{(ix,iy)(A,B)}$ attraverso i parametri $\delta_{k_{(x,y)(A,B)}}$ e $\delta_{k_{(ix,iy)(A,B)}}$ con un margine di variabilità espresso in percentuale in $P_{k_{(x,y)(A,B)}}$ e $P_{k_{(ix,iy)(A,B)}}$.

L'equazione del moto è riferita ad entrambi i piani x e y e possiede l'espressione (1) derivata da uno studio a parametri concentrati:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + (\Omega\mathbf{G} + \mathbf{C})\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{B}_f \mathbf{f}(\mathbf{i}_c(t), \mathbf{q}_b(t)) \quad (1)$$

dove

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_x & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_y \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{G}_y \\ \mathbf{G}_x & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_x & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_y \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (5)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{i}_c(t), \mathbf{q}_b(t)) = \begin{bmatrix} F_{xA}(i_{cxA}(t), x_{bA}(t)) \\ F_{yA}(i_{cyA}(t), x_{bB}(t)) \\ F_{xB}(i_{cxB}(t), y_{bA}(t)) \\ F_{yB}(i_{cyB}(t), y_{bB}(t)) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{q}(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad \dots \quad x_n(t) \quad y_1(t) \quad y_2(t) \quad \dots \quad y_n(t)]^T \quad (7)$$

Attraverso l'introduzione di una legge di trasformazione di coordinate (8) il sistema è soggetto ad un troncamento modale che trasforma (1) in un sistema (9) avente un numero di variabili inferiore rispetto a quello di partenza:

$$\begin{cases} \mathbf{q}(t) = \mathbf{M}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{P} \mathbf{r}(t) \\ \mathbf{q}_b(t) = \mathbf{C}_M \mathbf{q}(t) \\ \mathbf{M}_r = \mathbf{P}^T \mathbf{M}^{-1/2} \mathbf{M} \mathbf{M}^{-1/2} \\ \mathbf{K}_r = \mathbf{P}^T \mathbf{M}^{-1/2} \mathbf{K} \mathbf{M}^{-1/2} \\ \mathbf{G}_r = \mathbf{P}^T \mathbf{M}^{-1/2} \mathbf{G} \mathbf{M}^{-1/2} \\ \mathbf{C}_r = \mathbf{P}^T \mathbf{M}^{-1/2} \mathbf{C} \mathbf{M}^{-1/2} \end{cases} \quad (8)$$

$$\mathbf{M}_r \ddot{\mathbf{r}}(t) + (\Omega \mathbf{G}_r + \mathbf{C}_r) \dot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{K}_r \mathbf{r}(t) = \mathbf{P}^T \mathbf{M}^{-1/2} \mathbf{B}_f \mathbf{f}(\mathbf{i}_c(t), \mathbf{q}_b(t)) \quad (9)$$

L'introduzione delle incertezze sui guadagni di posizione e di corrente è giustificata dai processi di usura che si instaurano quando i componenti si trova in ambienti ostili, oppure le incertezze possono essere introdotto per schematizzare delle non linearità.

La legge con la quale la forza magnetica varia al variare dello spostamento e della corrente è linearizzata attraverso espansione in serie di Taylor (10) al fine di effettuare una rappresentazione del modello (9) in spazio di stato, un'espressione che si presta particolarmente per la sintesi dei sistemi di controllo, [5]:

$$\mathbf{f}(\mathbf{i}_c(t), \mathbf{q}_b(t)) \approx \mathbf{K}_S \mathbf{q}_b(t) + \mathbf{K}_I \mathbf{i}_c(t) \quad (10)$$

dove

$$\mathbf{K}_S = \begin{bmatrix} k_{xA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{yA} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{xB} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{yB} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{K}_I = \begin{bmatrix} k_{ixA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{iyA} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{ixB} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{iyB} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{i}_c(t) = \begin{bmatrix} i_{cxA}(t) \\ i_{cyA}(t) \\ i_{cxB}(t) \\ i_{cyB}(t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$k_{(x,y)(A,B)} = \bar{k}_{(x,y)(A,B)} \left(1 + P_{k_{(x,y)(A,B)}} \delta_{k_{(x,y)(A,B)}} \right) = \bar{k}_{(x,y)(A,B)} + \Delta \bar{k}_{(x,y)(A,B)} \quad (14)$$

$$k_{(ix,iy)(A,B)} = \bar{k}_{(ix,iy)(A,B)} \left(1 + P_{k_{(ix,iy)(A,B)}} \delta_{k_{(ix,iy)(A,B)}} \right) = \bar{k}_{(ix,iy)(A,B)} + \Delta \bar{k}_{(ix,iy)(A,B)} \quad (15)$$

L'ultima espressione conduce alla formulazione matriciale degli stati di incertezza (16) e (17):

$$\mathbf{K}_S = \bar{\mathbf{K}}_S + \bar{\mathbf{K}}_S \mathbf{P}_{K_S} \Delta_{K_S} \quad (16)$$

$$\mathbf{K}_I = \bar{\mathbf{K}}_I + \bar{\mathbf{K}}_I \mathbf{P}_{K_I} \Delta_{K_I} \quad (17)$$

dove

$$\bar{\mathbf{K}}_S = \begin{bmatrix} \bar{k}_{xA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{yA} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{k}_{xB} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{k}_{yB} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\bar{\mathbf{K}}_I = \begin{bmatrix} \bar{k}_{ixA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{iyA} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{k}_{ixB} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{k}_{iyB} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\bar{\mathbf{K}}_S \mathbf{P}_{K_S} \Delta_{K_S} = \bar{\mathbf{K}}_S \begin{bmatrix} P_{k_{xA}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{k_{yA}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{k_{xB}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{k_{yB}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{k_{xA}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{k_{yA}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{k_{xB}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{k_{yB}} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\bar{\mathbf{K}}_I \mathbf{P}_{K_I} \Delta_{K_I} = \bar{\mathbf{K}}_I \begin{bmatrix} P_{k_{ixA}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{k_{iyA}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{k_{ixB}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{k_{iyB}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{k_{ixA}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{k_{iyA}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{k_{ixB}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{k_{iyB}} \end{bmatrix} \quad (21)$$

1.1. Sistema di controllo

Al fine di fornire un effetto stabilizzante nel controllo della posizione del rotore, un sistema di controllo adatto deve essere realizzato perché nessuna levitazione magnetica può essere stabilizzata senza controllore. Qui sono stati realizzati due sistemi di controllo in accordo con il modello matematico (22) con l'assunzione (26);

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_2(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_{amp}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}_b^{-1} \mathbf{K}_b + \mathbf{M}_I^{-1} \mathbf{P}^T (\sqrt{\mathbf{M}})^{-1} \mathbf{B}_f \bar{\mathbf{K}}_S \mathbf{C}_{mt} & -\Omega \mathbf{M}_b^{-1} \mathbf{G} & \mathbf{M}_b^{-1} \mathbf{P}^T (\sqrt{\mathbf{M}})^{-1} \mathbf{B}_f \bar{\mathbf{K}}_I \mathbf{C}_{amp} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{amp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \\ \mathbf{x}_{amp}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_b^{-1} \mathbf{P}^T (\sqrt{\mathbf{M}})^{-1} \mathbf{B}_f \mathbf{P}_{k_s} & \mathbf{M}_b^{-1} \mathbf{P}^T (\sqrt{\mathbf{M}})^{-1} \mathbf{B}_f \mathbf{P}_{k_i} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{K_S} \\ \mathbf{u}_{K_I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{amp}(t) \end{bmatrix} \mathbf{y}(t)_{amp} \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(t) \\ \mathbf{z}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\bar{\mathbf{K}}_S \mathbf{C}_{mt})^{4 \times 4} & \mathbf{0}^{4 \times 4} & \mathbf{0}^{4 \times 8} \\ \mathbf{0}^{4 \times 4} & \mathbf{0}^{4 \times 4} & (\bar{\mathbf{K}}_I \mathbf{C}_{amp})^{4 \times 4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \\ \mathbf{x}_{amp}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{4 \times 8} \\ \mathbf{0}^{4 \times 8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{K_s} \\ \mathbf{u}_{K_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{4 \times 4} \\ \mathbf{0}^{4 \times 4} \end{bmatrix} \mathbf{y}(t)_{amp} \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{K_s} \\ \mathbf{u}_{K_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_{K_s} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Delta_{K_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(t) \\ \mathbf{z}_2(t) \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\begin{cases} \mathbf{y}(t)_{sensor} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{4 \times 4} & \mathbf{0}^{4 \times 4} & \mathbf{0}^{4 \times 8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T(t) & \mathbf{x}_2^T(t) & \mathbf{x}_{amp}^T(t) \end{bmatrix} \\ \dot{\mathbf{x}}(t)_{amp} = \mathbf{A}_{amp} \mathbf{x}(t)_{amp} + \mathbf{B}_{amp} \mathbf{q}(t)_{sensor} \\ \mathbf{y}(t)_{amp} = \mathbf{C}_{amp} \mathbf{x}(t)_{amp} + \mathbf{D}_{amp} \mathbf{q}(t)_{sensor} \end{cases} \quad (25)$$

$$\begin{cases} \mathbf{x}_1(t) = \begin{bmatrix} r_{xA}(t) & r_{xB}(t) & r_{yA}(t) & r_{yB}(t) \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{x}_2(t) = \begin{bmatrix} \dot{r}_{xA}(t) & \dot{r}_{xB}(t) & \dot{r}_{yA}(t) & \dot{r}_{yB}(t) \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{y}_{amp}(t) = \mathbf{i}_c(t) \\ \mathbf{q}(t)_{sensor} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{mt} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T(t) & \mathbf{x}_2^T(t) \end{bmatrix}^T \end{cases} \quad (26)$$

Per tutti i tipi di sistemi di controllo impiegati in questo lavoro è stata estratta una forma compatta che contenga tutte le matrici trattate in precedenza. Tale forma detta a blocco unico è caratterizzata dall'introduzione di tutti gli ingressi e le uscite presenti nel sistema comprese le stesse incertezze, perturbazioni e segnali di controllo come in (27):

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix} \quad (27)$$

dove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}_b^{-1} \mathbf{K}_b + \mathbf{M}_l^{-1} \mathbf{P}^T (\sqrt{\mathbf{M}})^{-1} \mathbf{B}_f \bar{\mathbf{K}}_S \mathbf{C}_{mt} & -\Omega \mathbf{M}_b^{-1} \mathbf{G} & \mathbf{M}_b^{-1} \mathbf{P}^T (\sqrt{\mathbf{M}})^{-1} \mathbf{B}_f \bar{\mathbf{K}}_I \mathbf{C}_{amp} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{amp} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\begin{cases} \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_b^{-1} \mathbf{P}^T (\sqrt{\mathbf{M}})^{-1} \mathbf{B}_f \mathbf{P}_{k_s} & \mathbf{M}_b^{-1} \mathbf{P}^T (\sqrt{\mathbf{M}})^{-1} \mathbf{B}_f \mathbf{P}_{k_i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{amp}(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} (\bar{\mathbf{K}}_S \mathbf{C}_{mt})^{4 \times 4} & \mathbf{0}^{4 \times 4} & \mathbf{0}^{4 \times 8} \\ \mathbf{0}^{4 \times 4} & \mathbf{0}^{4 \times 4} & (\bar{\mathbf{K}}_I \mathbf{C}_{amp})^{4 \times 4} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{mt}^{4 \times 4} & \mathbf{0}^{4 \times 4} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (30)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{D}_{11} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{4 \times 8} \\ \mathbf{0}^{4 \times 8} \end{bmatrix} \\ \mathbf{D}_{12} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{4 \times 4} \\ \mathbf{0}^{4 \times 4} \end{bmatrix} \\ \mathbf{D}_{21} = \mathbf{0}^{4 \times 8} \\ \mathbf{D}_{22} = \mathbf{0}^{4 \times 4} \end{array} \right. \quad (31)$$

Di solito si vuole che un rotore supportato da cuscinetti magnetici attivi realizzi delle prestazioni in termini di comportamento dinamico dettato dalla presenza di funzioni peso. Le funzioni peso introdotte impongono delle restrizioni sullo spostamento e sul segnale di corrente erogata quando certi disturbi con contenuto armonico inficiano il comportamento dinamico dell'intero sistema. Le funzioni di ponderazione sono funzione di trasferimento nella variabile di Laplace. Gli schemi a blocchi sono mostrati in figura 2 a seguito dell'introduzione delle funzioni di ponderazione;

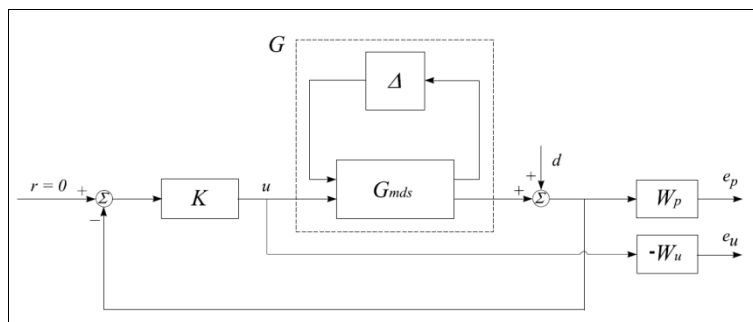


Figura 2: Schema a blocchi con l'introduzione delle funzioni peso come ulteriori output.

dove $G_{m_{ds}}$ è la pianta del sistema nominale ovvero quella senza incertezze, K è il sistema di controllo, d il vettore dei disturbi, e_p e e_u rappresentano le uscite ponderate dell'intero sistema, che si vuole siano entro margini di tolleranza, rispettivamente per i segnali di spostamento e di corrente. La presenza delle funzioni peso induce ad un ampliamento dello spazio di stato per il quale il nuovo sistema a schemi a blocchi è rappresentato da un'altra struttura a blocco unico \mathbf{P} come in figura 3.

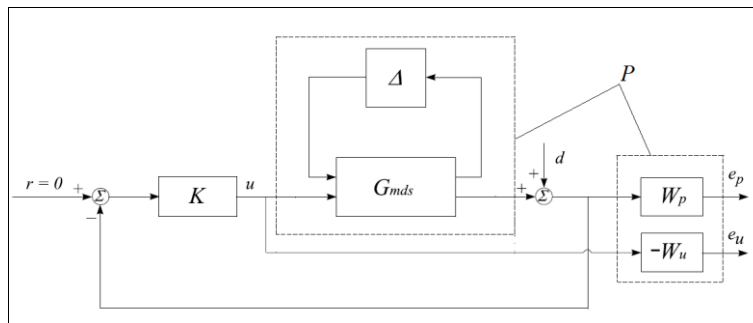


Figura 3: Schema a blocchi della nuova pianta.

Tutti I controllori utilizzati sono accomunati dal concetto di robustezza dettato dalla presenza dell'introduzione delle incertezze per la loro sintesi. Il sistema ad anello chiuso è dotato di stabilità robusta se e solo se la pianta del modello $G = F(G_{m_{ds}}, \Delta)$ è asintoticamente stabile per tutti i valori di incertezze che sono stati contemplati nel sistema. Al fine di analizzare la stabilità robusta e le prestazioni robuste è necessario verificare che le relative funzioni di trasferimento rispettino la condizione dettata dalla relazione:

$$\left\| \begin{bmatrix} W_p (I + GK)^{-1} \\ W_u K (I + GK)^{-1} \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < 1 \quad (32)$$

Essa rappresenta la funzione di trasferimento complessiva esprime la relazione che sussiste tra disturbi e uscite desiderate, in altre parole introducendo questa funzione di trasferimento nella pianta del sistema si ottiene un sistema globale che però non sempre è in grado di mantenere la risposta entro certi margini di tolleranza, motivo per il quale in questo lavoro si effettua un confronto basato sul comportamento dinamico del sistema. Il vettore \mathbf{d} in (33) rappresenta il vettore dei disturbi posti in ingresso al sistema;

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_p \\ \mathbf{e}_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_p (\mathbf{I} + \mathbf{GK}_{controller})^{-1} \\ \mathbf{W}_u \mathbf{K} (\mathbf{I} + \mathbf{GK}_{controller})^{-1} \end{bmatrix} \mathbf{d} \quad (33)$$

Sulla base del criterio di robustezza la funzione di trasferimento che relaziona \mathbf{d} a \mathbf{e}_p e \mathbf{e}_u s deve essere dotata della proprietà secondo la quale la sua norma infinita, $\| \cdot \|_{\infty}$ sia molto piccola per tutti i valori di incertezze contenuti nella matrice Δ .

2. RISULTATI, SIMULAZIONI E DISCUSSIONE

Le simulazioni sono state realizzate con i dati mostrati nella tabella 1:

Tabella 1: Dati per le simulazioni

Simbolo	Descrizione	S.I.
m	massa del rotore	2.3Kg
I_P	momento di inerzia polare	$8 \times 10^{-4} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$
I_T	momento di inerzia trasversale	$6 \times 10^{-2} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$
$P_{\bar{k}_{(x,y)(A,B)}, \bar{k}_{(ix,iy)(A,B)}}$	percentuale di incertezza	10%
$\delta_{\bar{k}_{(x,y)(A,B)}, \bar{k}_{(ix,iy)(A,B)}}$	incertezza normalizzata	$[-1,1]$
$\bar{k}_{(x,y)(A,B)}$	guadagno di posizione nominale	144000N / m
$\bar{k}_{(ix,iy)(A,B)}$	guadagno di corrente nominale	38N / A

Altre informazioni essenziali per lo sviluppo di questo lavoro sono riferite alle funzioni di trasferimento introdotte nella pianta del nostro sistema. Queste funzioni di trasferimento sono essenziali se si desidera avere determinate prestazioni che di solito sono definite nel dominio della frequenza. Alcuni autori introducono funzioni peso rappresentate da semplici valori scalari per descrivere un certo valore desiderato delle prestazioni. In questo lavoro si introduce una funzione di trasferimento dei segnali di uscita, o per meglio dire dello spostamento. L'introduzione della funzione di trasferimento nel dominio "s" significa che lo spostamento deve essere caratterizzato da un certo

comportamento dinamico a seconda della variabile di frequenza relativa all'eccitazione esterna. Questa tecnica viene comunemente utilizzata soprattutto quando viene presa in considerazione una struttura flessibile o se alcuni nodi sono sottoposti a vibrazioni. Nelle figure 4, 5 e 6 si mostra la risposta in frequenza della funzione di ponderazione relativa alle prestazioni di spostamento al fine di analizzare la funzione della sensibilità ovvero come i disturbi possono influenzare la risposta dinamica del sistema. Questo è realizzato per tutti gli assi controllati di ogni singolo cuscinetto radiale magnetico attivo. Nella figura 4 è indicata la funzione di sensibilità per il sistema di controllo LSDP e possiamo vedere che il sistema possiede una buona attenuazione dei disturbi fino ad un certo valore di frequenza pari a 10^3 Hz e comunque differente a seconda dagli assi presi in considerazione. Il controllo LSDP è in grado di mantenere la risposta del sistema ben al di sotto della risposta in frequenza dettata dalla funzione peso mentre il sistema di controllo μ -sintesi mostra una risposta eccessiva che va oltre la linea per l'intera gamma di frequenza visualizzata.

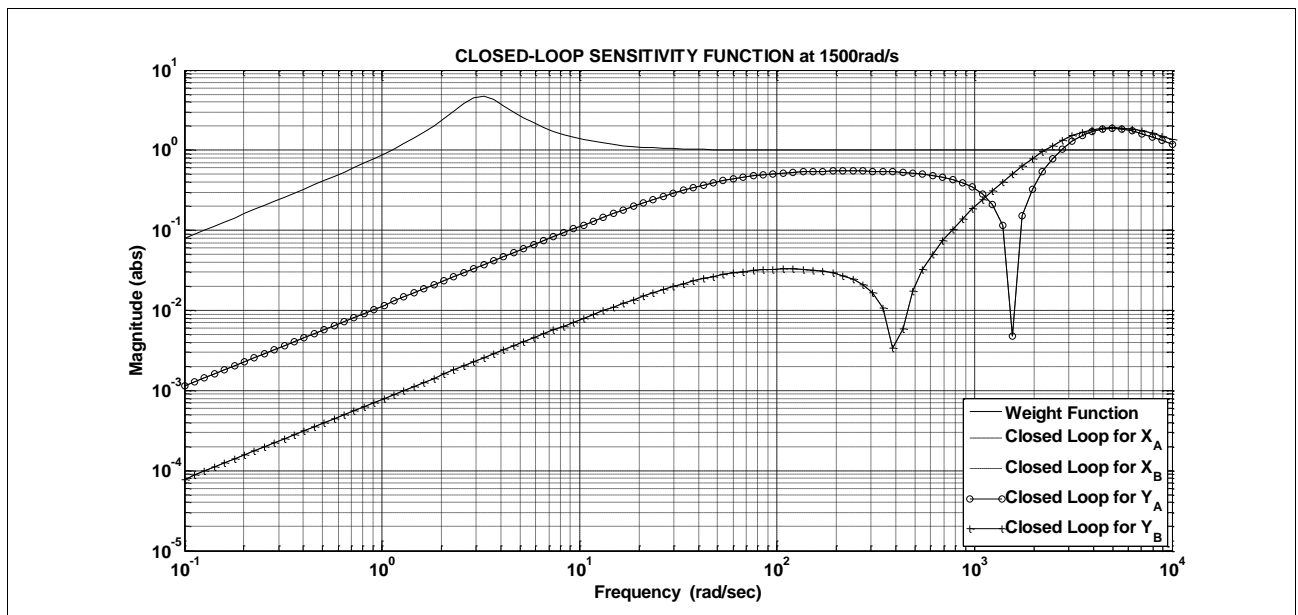


Figura 4: Risposta in frequenza della funzione peso per la reiezione del disturbo con il controllo LSDP.

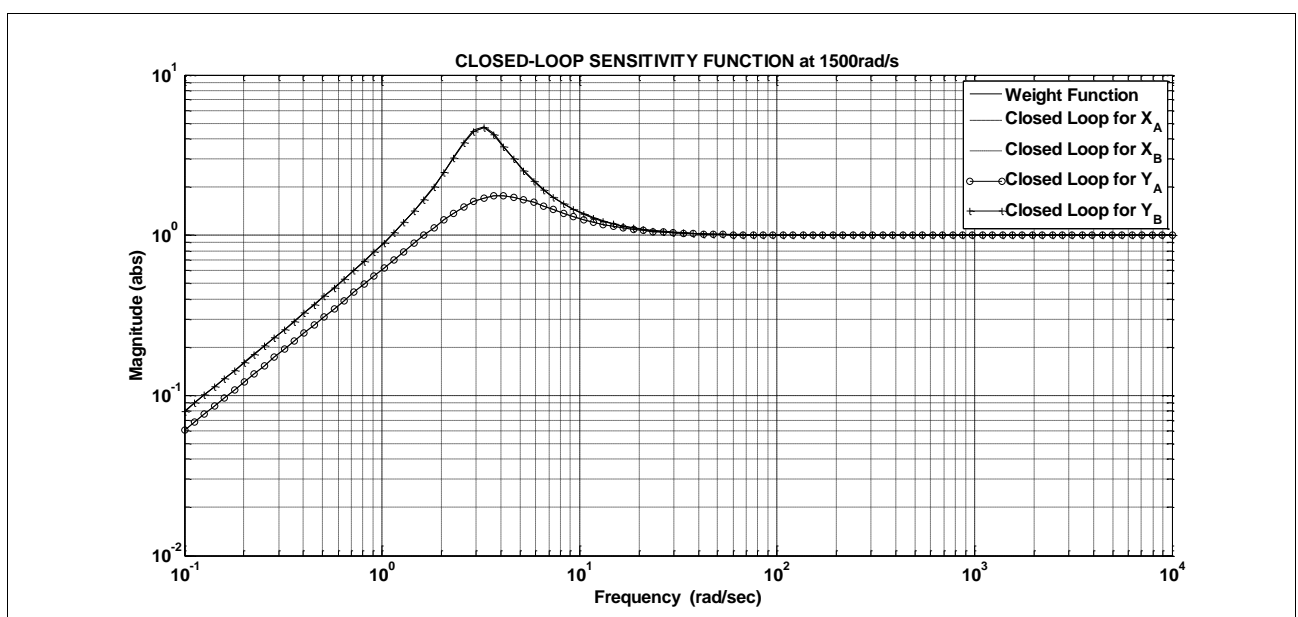


Figura 5: Risposta in frequenza della funzione peso per la reiezione del disturbo con il controllo μ .

Nella figura 6 è mostrata la condizione di stabilità robusta per il LSDP; da essa si vede che il sistema esibisce una stabilità robusta per ogni valore di frequenza (superiore e limite inferiore). Il sistema di controllo LSDP mostra buone prestazioni fino 10^3 Hz per sia per il limite superiore che per il limite inferiore sia per il sistema nominale.

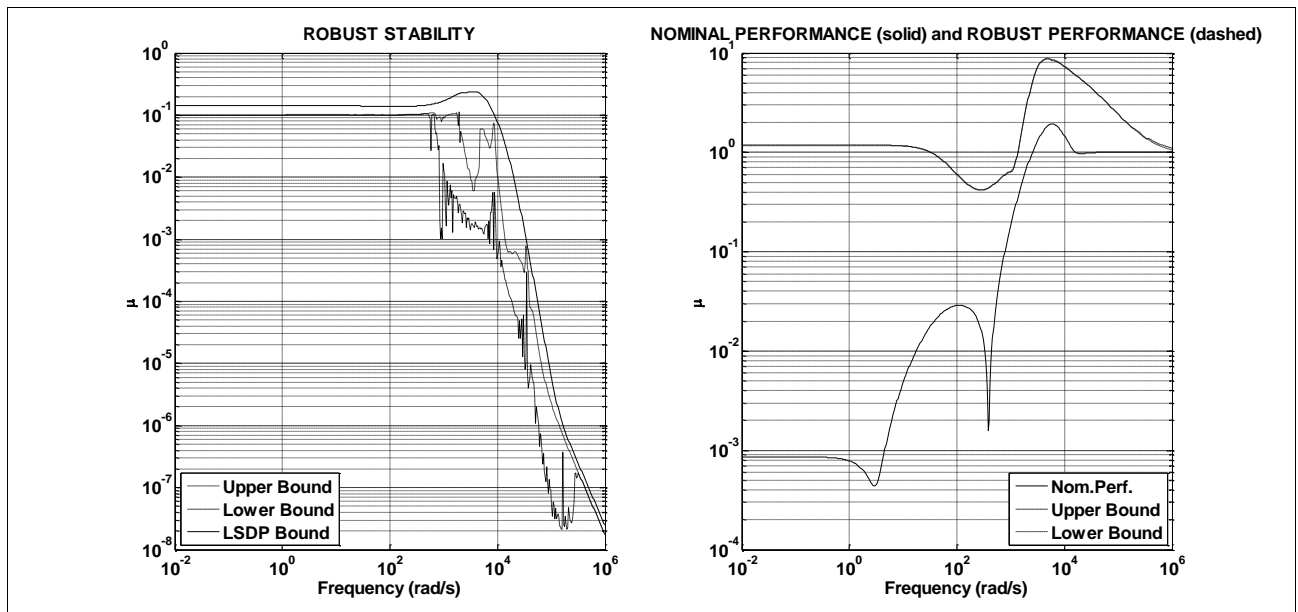


Figura 6: Stabilità Robusta e prestazioni robuste e nominali descritte dal valore μ con il controllo LSDP.

Dalla figura 7 si nota che la stabilità robusta per la μ -sintesi è ben mantenuta per tutti i valori di frequenze, ma la stessa cosa non può dirsi per le prestazioni, infatti, sia per la pianta nominale che per il sistema perturbato le prestazioni sono basse dato che $\mu < 1$;

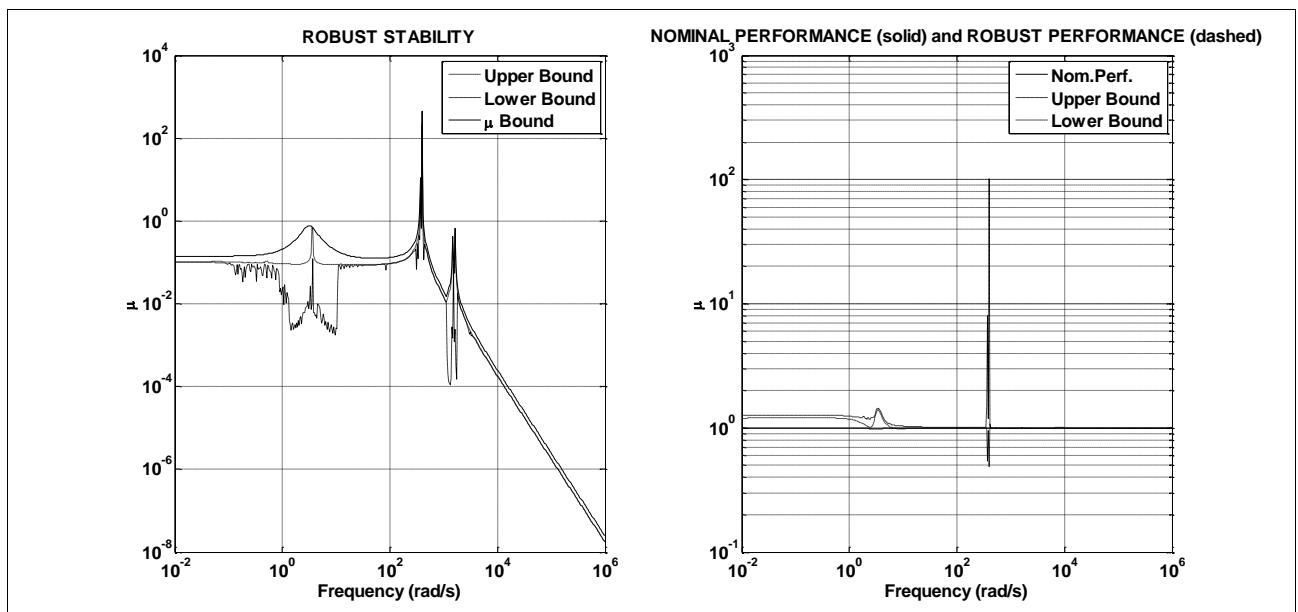


Figura 7: Stabilità Robusta e prestazioni robuste e nominali descritte dal valore μ con il controllo μ .

Ovviamente i risultati precedenti influenzano il comportamento dinamico di tutto il sistema. Nella figure 8 e 9 è mostrato rispettivamente lo studio del rigetto dei disturbi e l'inseguimento di un segnale di riferimento. In entrambe le figure sono presenti entrambi i sistemi di controllo. Nella figura 8 il test per la reiezione del disturbo viene eseguita secondo una simulazione caratterizzata da un intervallo di tempo di 60s con un periodo di 20s mediante un'onda quadra avente e un'ampiezza di $10^{-6}m$. Entrambi

i sistemi di controllo sono in grado di supportare l'albero in levitazione magnetica, ma il modo in cui lo fanno è diverso. Il loro comportamento dinamico è tipico di un sistema smorzato in cui il valore di sovralongazione presente è diversa a seconda del tipo di controllore. Il controllore LSDP fornisce buone prestazioni per la reiezione del disturbo a causa del breve periodo di estinzione della risposta transitoria e possiede una sovra elongazione molto piccola se confrontati con quelli offerti dal controllore μ -sintesi. Nella figura 9 sono indicate le simulazioni per l'inseguimento del segnale di riferimento. I segnali di ingresso per l'analisi del comportamento è lo stesso per la reiezione del disturbo ma in questo caso la posizione di ciascuna sezione sospesa deve seguire i segnali di ingresso perché il sistema deve essere in grado di adattarsi ad ogni condizione desiderata richiesta dall'utente. Anche in questo caso μ -sintesi possiede lo stesso comportamento dinamico descritto in figura 8 sebbene il tipo di test sia diverso, infatti il sistema di controllo LSDP esibisce una risposta più pronta a causa del breve periodo di estinzione dei transitori caratterizzato da oscillazioni smorzate, spostamenti più piccoli e sovralongazioni più piccole.

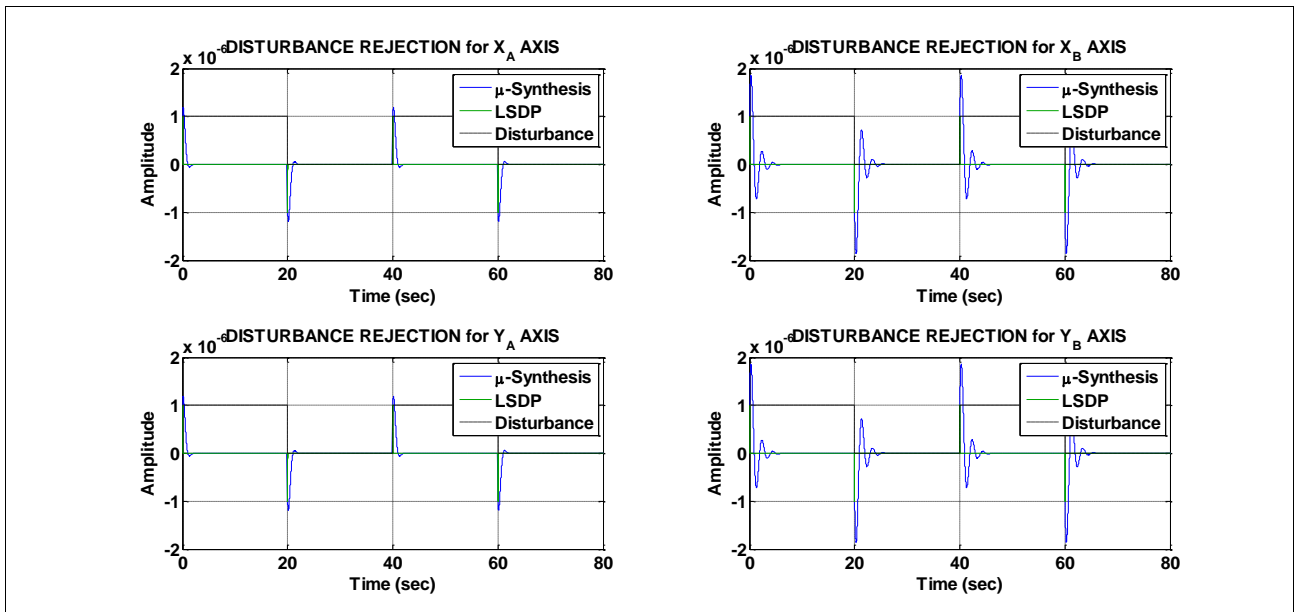


Figura 8: Confronto delle prestazioni nel test di rigetto del disturbo del segnale a 1500 rad/s.

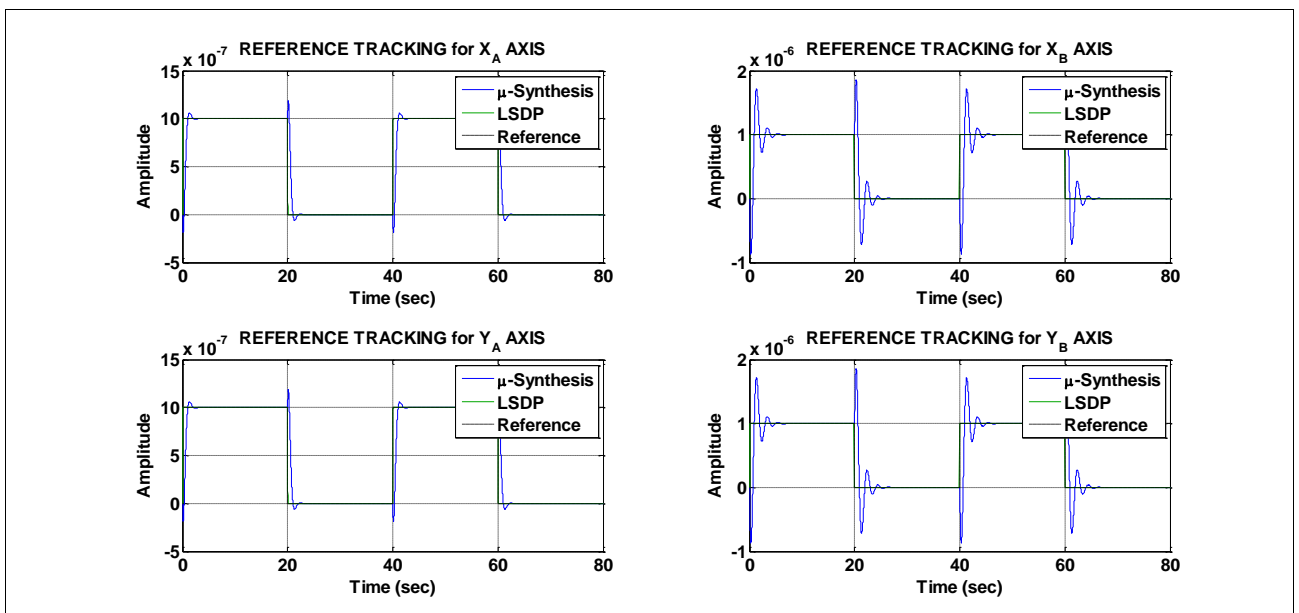


Figura 9: Confronto delle prestazioni nel test di inseguimento del segnale a 1500 rad/s.

2. CONCLUSIONI

In questo lavoro è stato effettuato un confronto in termini di prestazioni dinamiche esibite da un rotore flessibile in levitazione magnetica utilizzando due diversi sistemi di controllo. La levitazione magnetica è stata demandata da un sistema di due cuscinetti magnetici attivi radiali ciascuno dei quali a otto poli. Il confronto mostra che il sistema di controllo loop-shaping fornisce le migliori prestazioni per eliminare i disturbi e seguire il segnale di riferimento quando sono richieste certe prestazioni sulla posizione e sulla corrente. Il presente studio ha dimostrato che in presenza di funzioni peso, in quanto vincoli da rispettare, i due sistemi di controllo sintetizzati non inducono il rotore ad esibire lo stesso comportamento dinamico, sebbene in entrambi i casi il controllo è di tipo robusto. In particolare il sistema di controllo loop shaping mostra una maggiore capacità di estinguere i transitori, spostamenti più piccoli e prontezza di risposta superiore a quella mostrata dal controllo robusto di tipo μ . Lo sviluppo successivo è di considerare una non co-localizzazione dei sensori come stati di incertezza per eliminare il problema della modellizzazione matematica derivante dalla trasformazione degli spostamenti captati dai sensori rispetto a quelli rilevati dal piano di sezione medio del cuscinetto.

BIBLIOGRAFIA

- [1] G. Schweitzer, H. Bleuler, A. Traxler, *Radial active magnetic bearings*, Zurich, vdf Hochschulverlag AG, ETH Zurich, 1994(sold out). Author's Reprint, Zurich 2003.
- [2] G. Genta, *Dynamics of Rotating Systems*, Springer editions, Mechanical Engineering Series, Torino 2005
- [3] G. Barbaraci, G.V. Mariotti, *Controllo Subottimo per un Albero Rotante in Levitazione Magnetica Attiva*, XXXVIII convegno nazionale AIAS, 9-11 Settembre 2009, Torino, Italy.
- [4] G. Schweitzer and E.H. Maslen, *Magnetic Bearings: Theory, Design and Application to Rotating Machinery*, Springer editions, Zurich, January 2009.
- [5] G. Barbaraci, A.H. Pesch, J.T. Sawicki, *Experimental Investigations Of Minimum Power Consumption Optimal Control For Variable Speed Amb Rotor*. In Proceedings of the ASME 2010 International Mechanical Engineering Congress & Exposition IMECE2010 (pp.1-10). Vancouver, British Columbia.
- [6] Bugajski, D., Enns, D., Tannenbaum, A., Synthesis methods for robust nonlinear control, American Control Conference, San Francisco, California, June 2-4, 1993, pp. 531-535
- [7] C.R. Knospe, R.L. Fittro, *Control of a High Speed Machining Spindle via μ -Synthesis*, Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Control Applications Hartford, CT, October 5-7, 1997.
- [8] J.D. Wu, J.H. Lin, *Implementation of an active vibration controller for gear-set shaft using μ -analysis*, Journal of Sound and Vibration 281 (2005) 1037–1055.
- [9] S. Kaitwanidvilai, M. Parnichkun, *Design of Structured Controller Satisfying H_∞ Loop Shaping using Evolutionary Optimization: Application to a Pneumatic Robot Arm*, Engineering Letters, 16:2, EL_16_2_03, 2003.
- [10] D. McFarlane, K. Glover, *A Loop Shaping Design Procedure Using H_∞ Synthesis*, IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 37, NO. 6, June 1992.