



## FENOMENI LENTI NELLE FASI DI COSTRUZIONE ED ESERCIZIO DEGLI IMPALCATI DA PONTE PRECOMPRESSI

Michele Fabio Granata\*

\* Università di Palermo

Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Aerospaziale e Geotecnica  
Viale delle Scienze, 90128 Palermo, Italy  
granata@unipa.it

**Sommario.** *Gli impalcati in cemento armato precompresso sono comuni in varie tipologie di ponte. In essi, i fenomeni lenti nel tempo, come la viscosità ed il ritiro del calcestruzzo o il rilassamento dell'acciaio preteso, influenzano fortemente il comportamento della struttura. Tali fenomeni causano una modifica nel tempo del campo di deformazione e dello stato di sforzo, sia durante le fasi di costruzione che in esercizio. Ciò riguarda non soltanto la resistenza e lo stato limite ultimo, ma ancora di più lo stato limite di esercizio in termini di configurazione geometrica e deformata finale. Inoltre risulta necessaria un'accurata analisi della sequenza di costruzione poiché le varie fasi costruttive coinvolgono spesso getti di caratteristiche ed età differenti, variazione di vincoli e diversi schemi parziali. Questo avviene sia quando la costruzione prevede centine e puntelli, sia quando viene realizzata per sbalzi successivi. Dopo il raggiungimento della configurazione finale di esercizio per i carichi permanenti (peso proprio e precompressione), le deformazioni ed in molti casi anche le tensioni si modificano ulteriormente nel tempo, a causa dei fenomeni lenti ed in particolare della viscosità del calcestruzzo. Una corretta valutazione di tali effetti risulta dunque importante per la previsione del comportamento strutturale in esercizio, in termini di resistenza, deformazione e fessurazione del calcestruzzo. Lo studio verrà affrontato sulla base della teoria della viscoelasticità lineare e verranno presentati due esempi pratici per illustrare i concetti enunciati. Nel primo, riguardante un ponte a conci costruito a sbalzo e con schema finale ad arco-portale, verranno discussi gli aspetti concernenti lo stato limite di esercizio e la valutazione numerica degli effetti viscosi. Nel secondo caso, riguardante un ponte strallato con impalcato in calcestruzzo, verrà evidenziata la possibilità di minimizzare gli effetti dei fenomeni lenti mediante un'opportuna sequenza costruttiva.*

## FENÓMENOS LENTOS EN LAS FASES DE CONSTRUCCIÓN Y SERVICIO DE LOS TABLEROS DE PUENTE EN PRETENSADO

Michele Fabio Granata\*

\* Universidad de Palermo  
Departamento de Ingeniería Estructural, Aeroespacial y Geotécnica  
Viale delle Scienze, 90128 Palermo, Italia  
granata@unipa.it

**Resumen.** Los tableros de hormigón armado pretensado, son comunes en diferentes tipologías de puentes. En ellos, los fenómenos lentos en el tiempo, como la fluencia y la retracción del hormigón o la relajación del acero pretensado, afectan fuertemente al comportamiento de la estructura. Dichos fenómenos, causan una modificación en el tiempo del campo de deformación y del estado de esfuerzo, tanto en fase de construcción como de servicio. Eso atañe no sólo a la resistencia y al estado límite último, sino, más todavía, al estado límite de servicio en términos de configuración geométrica y deformada final. Además, resulta necesario un análisis detallado de la secuencia de construcción, puesto que las distintas fases constructivas a menudo implican piezas de características y edades diferentes, variación de vínculos y esquemas parciales distintos. Eso se produce tanto cuando la construcción se realiza con cimbras y jabalcones, como cuando se realiza por voladizos sucesivos. Tras alcanzar la configuración final de servicio para las cargas permanentes (peso propio y pretensado), las deformaciones y, en muchos casos, también las tensiones, siguen modificándose en el tiempo, debido a los fenómenos lentos y en particular a la fluencia del hormigón. Por lo tanto, resulta importante elaborar una correcta evaluación de dichos efectos, para realizar la previsión del comportamiento estructural en servicio, en términos de resistencia, deformación y fisuración del hormigón. El estudio se desarrollará a partir de la teoría de la visco-elasticidad lineal y se presentarán dos ejemplos prácticos para explicar los conceptos enunciados. En el primero, que se refiere a un puente de dovelas construido por voladizos sucesivos y con esquema final de arco-pórtico, se tratarán los aspectos concernientes al estado límite de servicio y la evaluación numérica de los efectos viscosos. En el segundo caso, que se refiere a un puente atirantado con tablero de hormigón, se pondrá de relieve la posibilidad de minimizar los efectos de los fenómenos lentos mediante una oportuna secuencia constructiva.

## 1 INTRODUZIONE

Il comportamento nel tempo dei materiali, determinato dalla viscosità e dal ritiro del calcestruzzo e dal rilassamento dell'acciaio di precompressione, influenza lo stato di sollecitazione e di deformazione degli impalcati da ponte in cemento armato precompresso, sia nelle fasi costruttive che in esercizio. Di tali fenomeni si deve tener conto fin dalla costruzione in quanto essa comporta di frequente variazioni dello schema statico, in cui la configurazione finale di esercizio viene raggiunta attraverso una successione di stadi parziali.

In particolare, la viscosità del calcestruzzo può avere effetti diversi nel comportamento a lungo termine delle strutture. L'effetto principale della viscosità è quello di indurre una crescita nel tempo delle deformazioni elastiche iniziali dovute ai carichi permanenti. Inoltre essa comporta una redistribuzione degli sforzi interni quando, successivamente all'applicazione di un carico, lo schema statico iniziale varia mediante l'aggiunta di uno o più vincoli. Un ulteriore effetto sulle sollecitazioni si ha nelle strutture iperstatiche, in cui gli sforzi indotti dalle deformazioni imposte inattese che possono verificarsi durante l'esercizio della struttura (ad esempio dai cedimenti dei vincoli) si riducono nel tempo. Alla stessa maniera ma con effetti opposti, quando durante la costruzione si introducono artificialmente nella struttura delle deformazioni imposte al fine di modificare convenientemente il comportamento strutturale, la viscosità può vanificarne parzialmente l'efficacia. E' il caso degli archi funicolari; in essi i momenti parassiti dovuti all'accorciamento elastico delle sezioni e alla caduta di spinta, potrebbero essere eliminati mediante una coazione imposta secondo la tecnica introdotta da Freyssinet. Tale tecnica prevede l'introduzione di una distorsione in chiave (cioè di una sconnessione nella sezione di mezzeria dell'arco con allontanamento dei due semiarchi tramite l'interposizione di martinetti) che induce un recupero dello sforzo normale perso per effetto della caduta di spinta. L'effetto di tale coazione impressa diminuisce però a causa della viscosità e quindi deve tenersi in conto che un'aliquota dei momenti parassiti verrà ugualmente reintrodotta nel tempo.

Effetti diversi dovuti allo scorrimento viscoso (detto anche *fluage* o *creep*) possono registrarsi nelle strutture non omogeneamente viscoso rispetto a quelle omogenee. La omogeneità nei confronti della viscosità dipende da una costituzione chimico-fisica omogenea del getto di calcestruzzo che ha comuni caratteristiche e dunque fluisce viscosamente con una legge nel tempo che è caratteristica di quel calcestruzzo. Quando invece si compongono sezioni mediante parti realizzate con getti differenti, la sezione pur essendo interamente in calcestruzzo presenta diversità nelle caratteristiche reologiche dovuta a diversa costituzione o a diversi tempi di maturazione e quindi la sezione non può dirsi omogeneamente viscosa. Un altro tipo di eterogeneità è quella delle sezioni composte acciaio-calcestruzzo, in cui la presenza dell'acciaio che non mostra fenomeni reologici come quelli del calcestruzzo, in relazione alle tensioni di lavoro, modifica il comportamento della sezione provocando una migrazione delle tensioni dal materiale viscoso (calcestruzzo) verso quello rigido (acciaio). Tali situazioni di non omogeneità nella sezione possono comportare nel tempo il raggiungimento di stati critici per fessurazione del calcestruzzo o per forti incrementi delle tensioni nell'acciaio. In questi casi si parla di eterogeneità viscosa nella sezione. Se essa dipende da calcestruzzi con diverse caratteristiche reologiche, è possibile considerare valori medi ed un unico comportamento omogeneo, quando le variazioni tra calcestruzzi non sono significative. Nel caso delle sezioni con acciaio, la presenza del materiale più rigido può essere trascurata solo quando esso è presente con basse

percentuali rispetto al calcestruzzo. La non omogeneità si può però presentare anche lungo la struttura, quando la diversità dei getti riguarda elementi in diversi punti dell'organismo strutturale oppure quando si assemblano elementi in calcestruzzo con elementi in acciaio. Quest'ultimo è il caso dei ponti strallati, in cui elementi in calcestruzzo (impalcato e torri) ed in acciaio (stralli) collaborano, con ruoli diversi, nel funzionamento strutturale globale. Dunque l'omogeneità viscosa può essere vista sia a piccola scala (all'interno della sezione) che a grande scala (tra i diversi elementi che compongono la struttura) con differenti effetti nel tempo.



Figura 1: Metodologie di costruzione: a) per sbalzi successivi ; b) con centina mobile ; c) a spinta.

Negli impalcati da ponte, a parte le caratteristiche reologiche degli elementi, hanno un'influenza fondamentale anche le metodologie di costruzione. Esse sono molto diversificate e generalmente presentano complesse sequenze costruttive in cui variano sia lo schema statico che i carichi. Durante la costruzione gli elementi possono essere gettati in situ o prefabbricati e successivamente assemblati; ciò è importante ai fini della determinazione delle deformazioni viscosi. La costruzione dei ponti per sbalzi successivi (*balanced cantilever method*), quella attraverso centina mobile (*launching gantry*) e quella per spinte successive (*incrementally launched bridges*) sono tra le tecniche maggiormente usate per l'efficienza e la velocità di costruzione degli impalcati a travata in cemento armato precompresso (fig. 1). In essi la successione di schemi statici risulta rilevante ai fini della determinazione delle deformazioni differite. Un esempio molto significativo è quello dei ponti a trave continua, costruiti a sbalzo (fig. 1a). In essi il principio è quello di avanzare attraverso la costruzione di conci di impalcato a partire dalle pile procedendo da un lato e dall'altro della pila e connettendo i conci successivi ai precedenti tramite precompressione, ottenendo così mensole di lunghezze crescenti fino alla mezzeria della campata. Nella prima fase i cavi di precompressione sono sempre posti superiormente per compensare il momento flettente negativo dovuto al peso proprio dei conci stessi. Successivamente le due mensole che costituiscono le semicampate vengono unite in mezzeria; la continuità dell'impalcato viene ottenuta inserendo ulteriori cavi di precompressione nella zona inferiore (cavi di continuità), raggiungendo così lo schema di trave continua su più appoggi (le pile) o di telaio a più campate nel caso in cui si mantenga la connessione rigida con le pile.

Altri casi in cui gli effetti della viscosità risultano importanti sono anche i ponti costruiti con travi prefabbricate inizialmente appoggiate e poi rese continue, ponti ad arco costruiti per sbalzi successivi e ponti strallati con impalcato in calcestruzzo.

In esercizio, la viscosità ha un importante effetto sullo stato limite di deformazione, in quanto nel tempo si può avere un eccessivo incremento di deformazioni, rispetto a quelle elastiche iniziali, che può comportare situazioni di incompatibilità con le esigenze di servizio della struttura. O anche effetti sullo stato limite di fessurazione, per eccessivi incrementi di sollecitazione dovuti a migrazione delle tensioni tra parti di struttura a diverse caratteristiche reologiche. Esempi di tali situazioni si sono verificati

in alcuni ponti, come quello sul Rio Sinigo, costruito in Italia nel 1982, con il metodo degli sbalzi successivi e con getto in situ di conci in calcestruzzo leggero strutturale. Esso ha presentato dopo alcuni anni dalla costruzione, una freccia in mezzeria di oltre 50 cm (fig. 2a). Lo stesso è accaduto nel ponte Yuan-Shan a Taiwan [1], nel quale è stato registrato uno spostamento verticale di circa 60 cm della connessione a cerniera nella mezzeria della campata. Inoltre, alla viscosità ed agli effetti della forte non omogeneità delle grandi strutture da ponte viene imputata da parte di alcuni studiosi l'eccessiva deformazione prima del crollo, dopo molti anni dalla costruzione, del ponte Koror-Babeldaob a Palau [2,3] (fig. 2b); altri autori hanno comunque evidenziato ulteriori cause che portarono al crollo [4]. I tre casi sopra citati sono però tutti relativi a ponti costruiti per sbalzi successivi con getti in situ e con schema finale di trave con cerniera in mezzeria. Questo schema statico è sconsigliabile proprio perché troppo sensibile all'incremento di deformazione per creep ed è stato praticamente abbandonato. Oggi si preferisce realizzare un incastro interno nella mezzeria della campata, inserendo la precompressione inferiore, che ha il benefico effetto di fornire spostamenti verso l'alto, in direzione opposta all'incremento di deformazione viscosa, per la quale risulta generalmente preponderante lo spostamento indotto dal peso proprio verso il basso.

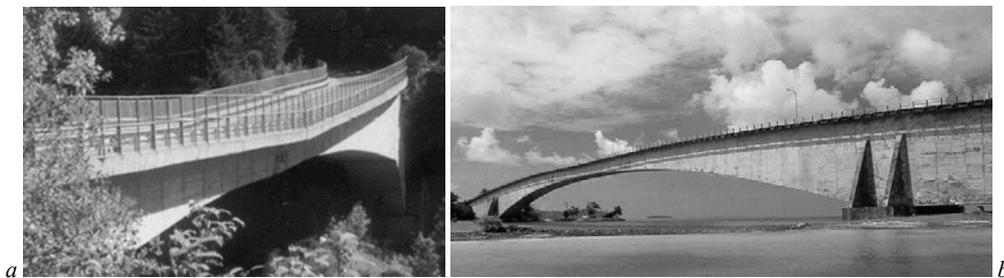


Figura 2: Ponti che hanno presentato problemi dovuti agli effetti dei fenomeni lenti. a) Rio Sinigo; b) Koror-Babeldaob a Palau, prima del crollo.

Per molti anni numerosi autori hanno studiato gli effetti sui ponti delle deformazioni differite nel tempo e su questo argomento è disponibile una ricca letteratura. Tra i metodi semplificati il più diffuso è quello messo a punto da Bazant [5], noto come *Age Adjusted Effective Modulus* (AAEM) method, ovvero metodo del modulo effettivo corretto con invecchiamento. Esso risulta piuttosto utile per i progettisti in quanto fornisce soluzioni accurate ed accettabili per molti problemi concreti che si presentano nella pratica tecnica. Chiorino [6] ha proposto un approccio sistematico e razionale basato sulla teoria della viscoelasticità lineare trattando in particolare la problematica delle strutture con variazione dello schema statico per aggiunta di vincoli posticipati all'applicazione del carico. Mola ha introdotto l'utilizzo delle funzioni di rilassamento ridotto [7] con lo scopo di affrontare alcune problematiche legate alla presenza di vincoli elastici. Gli stessi concetti possono applicarsi anche a strutture viscosamente non omogenee, le quali possono essere studiate mediante la semplice modifica delle funzioni utilizzate per le strutture omogenee. Un'interessante applicazione è stata fornita a questo proposito per il caso dei ponti strallati [8]. Dezi ha studiato l'effetto di variazioni dello schema statico in strutture reologicamente non omogenee per diverse caratteristiche dei getti [9]. Arici e Granata hanno studiato i casi di cambiamenti di schema statico per successive aggiunte e rimozioni di vincoli durante le fasi di costruzione [10]. Dilger ha studiato l'effetto della viscosità all'interno delle sezioni non omogenee e la migrazione delle tensioni mediante la cosiddetta *creep transformed section* [11]. Tadros e Ghali

hanno successivamente puntualizzato il fenomeno delle cadute di tensione della precompressione per fenomeni lenti [12], suggerendo alcune espressioni, ancora oggi utilizzate e recepite dalle norme europee. Arici e Granata hanno studiato il comportamento in esercizio di ponti con schema ad arco-portale, in cui interviene il contributo fondamentale dello sforzo normale [13]. Altri studi hanno riguardato gli effetti sui ponti strallati con impalcato in calcestruzzo sia per quanto riguarda la sequenza di tesatura degli stralli sia per la determinazione della configurazione geometrica finale e la valutazione della deformata in esercizio [14,15]. Tutte le analisi presenti in letteratura si basano sui modelli di viscosità attualmente disponibili e sviluppati attraverso dati raccolti in alcuni database (ACI209-92, CEB MC90, GL2000, B3); ma tali modelli forniscono previsioni piuttosto differenti [16-19] e dunque il loro utilizzo porta spesso a risultati quantitativamente diversi [3,6], sebbene il comportamento qualitativo globale risulta chiaramente individuato.

In questo studio viene presentata l'analisi del comportamento a lungo termine per viscosità, dei ponti con impalcato in cemento armato precompresso a partire dai concetti base della teoria della viscoelasticità lineare con invecchiamento. Verranno analizzate le problematiche connesse con la *staged construction*, ovvero con la sequenza costruttiva che implica cambiamento di schema statico e carichi, fino al raggiungimento della configurazione finale di servizio. Le soluzioni verranno fornite tramite relazioni approssimate per una valutazione speditiva dello stato di sforzo e di deformazione, utile nelle fasi di *conceptual design*. Infine verranno illustrati due casi-studio su ponti con diversi schemi statici, per una migliore comprensione dei concetti esposti. L'obiettivo è quello di mostrare due diversi approcci al problema della viscosità nelle strutture. Un approccio è quello di valutare quantitativamente gli effetti sulle tensioni e sulle deformazioni, durante le fasi di costruzione ed in esercizio e verrà illustrato a partire da un esempio pratico di un ponte a conci costruito per sbalzi successivi e con schema finale ad arco-portale. Un secondo approccio mira invece alla minimizzazione degli effetti della viscosità, mediante un'opportuna sequenza di costruzione che, basandosi sulla conoscenza dei fenomeni viscosi, permetta di ottenere uno schema statico finale in cui le sollecitazioni rimangano pressoché costanti nel tempo, mediante l'introduzione di opportune distorsioni durante le fasi costruttive. Questo secondo approccio verrà illustrato attraverso l'esempio di un ponte strallato con impalcato di calcestruzzo.

## 2 TEORIA DELLA VISCOELASTICITA' LINEARE

Durante le fasi di costruzione, le azioni prevalenti che agiscono sull'impalcato di un ponte sono generalmente il peso proprio e la precompressione. Successivamente, in esercizio vengono applicati i carichi permanenti aggiuntivi dovuti alla sovrastruttura, eventuale precompressione aggiuntiva ed i carichi mobili dovuti al traffico. I carichi variabili di esercizio però non permangono nel tempo e le tensioni indotte non sono generalmente molto alte, per cui tali carichi non hanno influenza sulla viscosità.

Nei ponti in c.a.p. con sezione aperta (ad esempio graticci di travi a doppio T con soletta superiore) o chiusa (come per i cassoni mono o pluricellulari), il livello delle tensioni di compressione nel calcestruzzo non supera generalmente il 40÷50% delle tensioni di rottura a compressione. In tale ambito è possibile ritenere valido il principio di sovrapposizione degli effetti nel tempo, teorizzato da McHenry, per cui è possibile sommare gli effetti di carichi e distorsioni che vengono applicate sulla struttura in tempi successivi [6]. Per carichi intenderemo azioni statiche esterne, concentrate o distribuite, applicate sulla struttura; mentre per distorsioni si intenderanno azioni geometriche

dovute ad esempio a spostamenti o rotazioni relative in sezioni della struttura. In tali ipotesi, la linearità del modello con cui si tratterà la teoria della viscoelasticità, si riferisce alla possibilità di sommare gli effetti nel tempo. Quindi la linearità non è riferita all'andamento del fenomeno viscoso e alla forma delle relative funzioni (che vengono fornite dalle normative) ma alla combinazione lineare degli effetti nel tempo.

## 2.1 Principi fondamentali della viscoelasticità lineare

L'andamento delle deformazioni differite del calcestruzzo può essere modellato attraverso la *funzione di viscosità*  $J(t, t_0)$ . Essa rappresenta la deformazione totale al tempo  $t$  per una tensione unitaria applicata al tempo  $t_0$ . La deformazione totale è data dalla somma di un'aliquota elastica iniziale conseguente all'applicazione del carico, istantanea e costante, e di un'aliquota viscosa, la quale è invece funzione del tempo tramite il cosiddetto *coefficiente di viscosità*  $\varphi(t, t_0)$ . Il valore totale della deformazione al tempo  $t$  generico, a partire dall'origine posta alla data del getto del conglomerato, dipende quindi dallo stato tensionale indotto da un carico applicato al tempo  $t_0$  e risulta proporzionale alle tensioni tramite la funzione di viscosità  $J(t, t_0)$ :

$$\varepsilon_{\sigma}(t) = \sigma_c(t_0) J(t, t_0) = \varepsilon_{\sigma}(t_0) [1 + \varphi(t, t_0)] = \sigma_c(t_0) \left[ \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \right] \quad (1)$$

nella quale  $\varepsilon_{\sigma}(t)$  è la deformazione totale dipendente dallo stato tensionale indotto dal carico applicato, somma della parte elastica e di quella viscosa, al tempo  $t$ ;  $\sigma_c(t_0)$  è la tensione indotta nel calcestruzzo al tempo di applicazione del carico;  $\varepsilon_{\sigma}(t_0)$  è la deformazione elastica iniziale;  $E_c(t_0)$  è il modulo elastico del calcestruzzo al tempo di applicazione del carico;  $\varphi_{28}(t, t_0)$  è il coefficiente di viscosità riferito al modulo elastico convenzionale del calcestruzzo a 28 giorni di maturazione  $E_{c28}$ .

Il coefficiente di viscosità  $\varphi(t, t_0)$  viene fornito dalle norme per un determinato modello di viscosità adottato. Se, successivamente all'applicazione del primo carico, se ne aggiungono altri che permangono nel tempo, la storia tensionale prevede incrementi tensionali dipendenti da tali carichi. In tal caso, al generico tempo  $t$  si può utilizzare il principio di sovrapposizione degli effetti sommando i vari contributi, in cui le deformazioni conseguenti ad ogni carico applicato, proseguono nel tempo con una diversa funzione di viscosità.

Reciprocamente in una struttura, inizialmente iperstatica, in presenza di una deformazione impressa costante nel tempo, le deformazioni elastiche indotte da tale distorsione sulla struttura non variano mentre le tensioni che nascono inizialmente per effetto delle deformazioni elastiche, variano con l'espressione duale della (1):

$$\sigma_c(t) = \varepsilon_{\sigma}(t_0) R(t, t_0) \quad (2)$$

in cui  $R(t, t_0)$  è la *funzione di rilassamento*, reciproca della funzione di viscosità;  $\varepsilon_{\sigma}(t_0)$  è la deformazione elastica iniziale dovuta alla distorsione, che rimane costante nel tempo ed induce lo stato tensionale iniziale. La funzione di rilassamento  $R(t, t_0)$  rappresenta la tensione totale al generico tempo  $t$ , dovuta ad una deformazione unitaria al tempo  $t_0$ . In definitiva, se la deformazione è dovuta ad una distorsione iniziale applicata al tempo  $t_0$ , nella struttura la deformata si mantiene costante nel tempo, mentre lo stato tensionale varia, a partire dal tempo  $t_0$ , con la funzione  $R(t, t_0)$ , decrescente nel tempo. La funzione di rilassamento può essere ottenuta numericamente dalla funzione di viscosità  $J(t, t_0)$ , attraverso l'integrazione numerica di un'equazione integrale di Volterra [6].

Le funzioni di viscosità dipendono da vari parametri, tra cui l'umidità relativa media  $RH$  (%) dell'ambiente in cui matura il calcestruzzo, la resistenza caratteristica di rottura del calcestruzzo  $f_{ck}$  e la superficie esposta all'ambiente attraverso il coefficiente  $2A_c/u$  (*notional size*), in cui  $A_c$  è l'area della sezione di calcestruzzo e  $u$  è il perimetro della sezione. In figura 3 sono riportati i diagrammi semilogaritmici di esempio delle funzioni  $J(t, t_0)$  e  $R(t, t_0)$  per fissati valori di tali parametri.

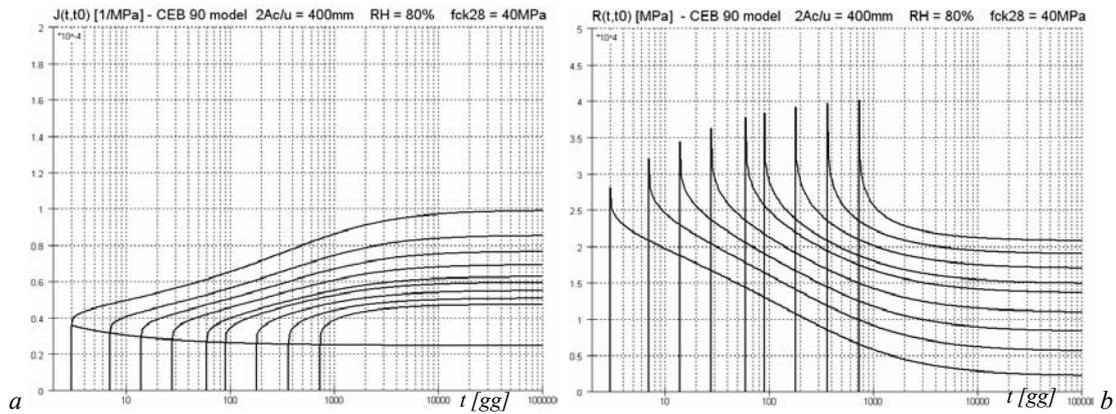


Figura 3: Esempio di funzioni del CEB MC 90 per diversi valori del tempo  $t_0$ .  $RH=80\%$ ,  $2A_c/u=400$  mm,  $f_{ck} = 40$  MPa. a) Funzione di viscosità  $J(t, t_0)$ . b) Funzione di rilassamento  $R(t, t_0)$ .

L'analisi delle strutture a vincoli rigidi, viscosamente omogenee e con schema statico invariabile si basa dunque su due teoremi fondamentali.

Il *primo teorema della viscoelasticità lineare* stabilisce che se ad una struttura in calcestruzzo, viene applicato al tempo  $t_0$  un carico permanente, lo stato tensionale da questo provocato al tempo  $t_0$ , si mantiene costante nel tempo, mentre la deformata iniziale cresce con legge  $J(t, t_0)$ .

Viceversa il *secondo teorema della viscoelasticità lineare* stabilisce che se alla struttura viene applicata una deformazione impressa al tempo  $t_0$ , la deformata elastica indotta inizialmente permane nel tempo, mentre lo stato di tensione conseguente decresce con la funzione di rilassamento  $R(t, t_0)$ .

Per chiarire meglio il significato del primo teorema, si consideri un carico permanente  $q$  applicato su una struttura al tempo  $t_0$ . Se la struttura ha vincoli invariabili nel tempo, indicata con  $S^q(t)$  la generica sollecitazione indotta, essa rimane coincidente con quella elastica:

$$S^q(t) = S_0^{el,q} \quad (3)$$

in cui  $S_0^{el,q}$  è la sollecitazione nello schema elastico con il carico  $q$  applicato. La storia della generica deformazione  $D^q(t)$  procede invece con la funzione  $J(t, t_0)$ :

$$D^q(t) = D_0^{el,q} E_c(t_0) J(t, t_0) \quad (4)$$

in cui  $D_0^{el,q}$  è la deformazione valutata nello schema elastico con il carico  $q$  applicato.

Una conseguenza importante del primo teorema riguarda le strutture omogenee isostatiche o iperstatiche per vincoli esterni rigidi che sono anche vincolate elasticamente in alcuni punti. Nel caso in cui i vincoli elastici vengano introdotti allo stesso tempo  $t_0$  del carico o ad un tempo immediatamente successivo, e tali vincoli vengano forzati fino ad ottenere un valore della reazione pari a quello del vincolo rigido corrispondente per quello stesso carico, la distribuzione iniziale delle sollecitazioni non

si modifica e non è affetta dalla viscosità. Ciò significa che il punto vincolato rimane fisso per ogni tempo  $t \geq t_0^+$  e secondo il primo teorema le deformazioni aumentano ma le tensioni rimangono quelle iniziali.

In tali casi, a partire dallo schema con vincoli elastici, si raggiunge lo schema corrispondente su vincoli fissi per quel carico, introducendo una forzatura dei vincoli elastici tale che il valore della loro reazione sia pari a quello del corrispondente schema su vincoli fissi. Ciò è molto utile, come vedremo, per ridurre gli effetti della viscosità nei ponti strallati, nei quali è possibile, attraverso la pretensione degli stralli, fornire ai punti di attacco dell'impalcato un valore della componente verticale dello sforzo nello strallo pari alla reazione del vincolo fisso nella trave continua corrispondente, valore della reazione che successivamente non si modifica più per  $t \geq t_0^+$ .

## 2.2 Cambiamenti di schema statico per aggiunta di vincoli posticipati

Fin qui sono stati illustrati i due teoremi fondamentali della viscoelasticità lineare. Il *terzo teorema* (detto anche principio della parziale acquisizione dello schema statico modificato), si occupa invece di quelle strutture viscosamente omogenee in cui, successivamente all'applicazione del carico vengono aggiunti vincoli. Questi ultimi risultano quindi posticipati rispetto al carico e la struttura si dice a schema variato. Tale teorema afferma che in una struttura a vincoli rigidi, se al tempo  $t_1$ , successivo al tempo  $t_0$  di applicazione del carico, viene aggiunto un qualunque vincolo, interno od esterno, lo stato di tensione precedente all'applicazione del vincolo si modifica avvicinandosi, a tempo infinito, a quello che sarebbe nato nella struttura, sottoposta allo stesso carico, ma considerata con il vincolo aggiunto fin dall'inizio.

Infatti, quando si applica un carico permanente sulla struttura, per il primo principio le deformazioni aumentano nel tempo a tensione costante. Ma se si aggiunge successivamente un vincolo tale incremento di deformazione non può più avvenire in quel punto vincolato, mentre nel resto della struttura la deformazione viscosa procede liberamente. Dunque esiste un punto in cui il vincolo posticipato impedisce l'ulteriore incremento di deformazione viscosa. Tale vincolo, impedendo nel punto ulteriori deformazioni, causa la nascita di una reazione nella struttura che modifica lo stato tensionale, cosicché sia sollecitazioni che deformazioni variano nel tempo [3]. Il caso limite, seppure teorico, sarebbe quello per cui la reazione indotta dal vincolo posticipato risulti eguale a quella che il vincolo avrebbe fornito se fosse stato preesistente al carico, cioè se lo schema statico fosse stato fin dall'inizio quello finale. In questo caso limite le sollecitazioni sarebbero quelle che nascono nello schema elastico corrispondente allo schema statico modificato, con il carico applicato fin dall'inizio. Naturalmente nel caso reale la reazione del vincolo posticipato aumenta nel tempo, partendo dal valore nullo a  $t_1$  e avvicinandosi a quello dello schema elastico finale a tempo infinito, seguendo l'incremento della deformazione viscosa impedita. Per trovare le sollecitazioni nella struttura in cui è in atto la redistribuzione degli sforzi, si può operare mediante una combinazione lineare delle sollecitazioni nello schema elastico iniziale e in quello finale. I coefficienti di questa combinazione sono i valori della *funzione di redistribuzione*  $\xi(t, t_0, t_1)$ : essi esprimono la percentuale di acquisizione delle sollecitazioni dello schema statico modificato ( $\xi=0$  se non c'è redistribuzione e  $\xi=1$  se l'acquisizione dello schema modificato è totale). La funzione di redistribuzione può essere determinata attraverso la soluzione numerica dell'equazione integrale di Volterra:

$$J(t, t_0) - J(t_1, t_0) = \int_{t_1}^t J(t, \tau) d\xi(\tau, t_0, t_1) \quad (5)$$

Il principio della parziale acquisizione dello schema statico modificato per materiali viscoelastici è strettamente valido solo per strutture che possono essere considerate omogenee e a vincoli rigidi. Le strutture ordinarie possono essere considerate omogeneamente viscose trascurando l'eterogeneità locale dovuta a limitate variazioni delle caratteristiche dei materiali. Tale assunto può essere accettato quando l'analisi riguarda il comportamento globale a lungo termine della struttura sia per la determinazione delle caratteristiche di sollecitazione che della deformata ad un certo tempo. Viceversa risulta necessaria un'analisi maggiormente accurata quando si voglia descrivere il campo delle tensioni e delle deformazioni all'interno della sezione, in quanto in quel caso è necessario tenere conto dell'eventuale eterogeneità.

Per chiarire meglio il significato del terzo teorema, si consideri il seguente esempio in cui due mensole sono soggette contemporaneamente ad un carico  $q$  (fig. 4), il quale viene applicato al tempo  $t_0$ . Al tempo di applicazione del carico si ha la deformata elastica istantanea con un abbassamento ed una rotazione  $\alpha^{q,el}$  dell'estremo libero; dopo, le rotazioni  $\alpha^q(t)$  aumentano secondo la relazione (4) e gli sforzi rimangono costanti.

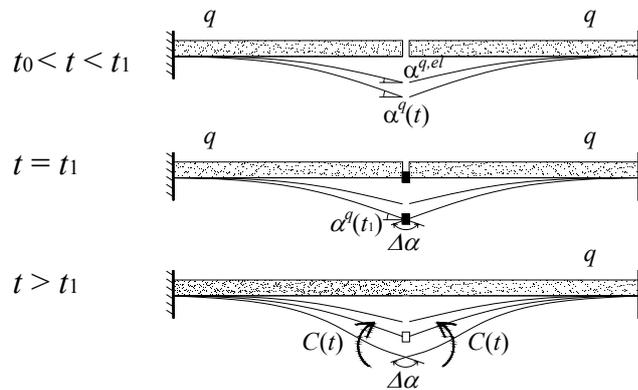


Figura 4: Esempio di struttura a schema variato

Quando a  $t_1 > t_0$ , viene gettato un concio di sutura centrale che unisce le due mensole, si introduce negli estremi liberi delle mensole un vincolo di continuità (incastro interno) che trasforma lo schema statico in una trave doppiamente incastrata agli estremi. Le ulteriori rotazioni relative  $\Delta\alpha(t)$  che procederebbero liberamente nella sezione di mezzeria per effetto della viscosità se non ci fosse il vincolo interno, sono invece impediti a partire da  $t_1$ , ed il valore  $\Delta\alpha$  raggiunto a  $t_1$  rimane costante. Nasce allora una coppia interna  $C(t)$ , come reazione del vincolo interno che induce una redistribuzione delle sollecitazioni. Se il vincolo fosse stato preesistente al carico, la coppia interna sarebbe esattamente eguale al momento positivo della trave incastrata-incastrata nella sezione di mezzeria e resterebbe costante nel tempo (caso limite). La redistribuzione degli sforzi si può esprimere in formule, attraverso la combinazione lineare delle sollecitazioni negli schemi elastici prima e dopo l'apposizione del vincolo posticipato, per cui la storia della generica sollecitazione (3) si modifica e diventa:

$$S^q(t) = S_0^{el,q} + (S_1^{el,q} - S_0^{el,q}) \xi(t, t_0, t_1) \quad (6)$$

in cui  $S_1^{el,q}$  è la sollecitazione nello schema elastico modificato con il vincolo aggiunto e con il carico  $q$  applicato, mentre  $\xi(t, t_0, t_1)$  è la funzione di redistribuzione.

Per le deformazioni, nel caso di singola aggiunta al tempo  $t_1$ , si ha invece:

$$D^q(t) = D_0^{el,q} E_c(t_0) J(t, t_0) + D_1^{el,q} E_c(t_0) [J(t, t_0) - J(t_1, t_0)] \quad (7)$$

Infatti, il progresso delle deformazioni secondo la relazione (4), a partire dallo schema iniziale, si arresta con la modifica dello schema statico e procede successivamente, a partire dal tempo  $t_1$ , con riferimento allo schema variato (dopo l'aggiunta del vincolo).

### 2.3 Cambiamento di schema statico per rimozione di vincoli temporanei

Nel caso in cui, successivamente all'applicazione del carico a  $t_0$ , un vincolo venga aggiunto al tempo  $t_1 > t_0$  ed un altro vincolo venga rimosso a  $t_2 > t_1$ , per il primo teorema, le deformazioni variano ma le sollecitazioni non cambiano fino a  $t_1$ . Il vincolo posticipato aggiunto al tempo  $t_1$  impedisce l'incremento di deformazione viscosa nel punto vincolato e la reazione del vincolo posticipato cambia nel tempo dando luogo ad una redistribuzione delle sollecitazioni, espressa attraverso la funzione  $\xi(t, t_0, t_1)$ .

Quando a  $t_2 > t_1$  un altro vincolo (temporaneo) viene rimosso, per le condizioni di equilibrio della struttura, tale rimozione equivale all'applicazione di un carico eguale ed opposto alla reazione del vincolo rimosso. Ma poiché era in atto sulla struttura una redistribuzione dovuta al vincolo posticipato, la reazione del vincolo rimosso  $X^q(t)$  varia col tempo ed anche il carico applicato in opposizione a  $X^q(t)$  varia, cosicché lo stato di sollecitazione si modifica ulteriormente per ogni  $t > t_2$ . Il caso è illustrato nell'esempio di fig. 5. In una trave continua a più campate si applica un carico permanente generico  $q$  a  $t_0$ . Al tempo  $t_1$  un vincolo di cerniera interna viene chiuso dando continuità alle travi adiacenti. Inizia una redistribuzione viscosa poiché tale vincolo interno è posticipato all'applicazione del carico e l'incremento di rotazione relativa per viscosità, permesso inizialmente dalla cerniera interna, viene successivamente impedito. Al tempo  $t_2$  viene poi rimosso un appoggio intermedio (temporaneo), al quale corrispondeva una reazione  $X^{el,q}$  al tempo di applicazione del carico e successivamente una reazione  $X^q(t)$  che variava nel tempo per effetto della redistribuzione, secondo la relazione (6).

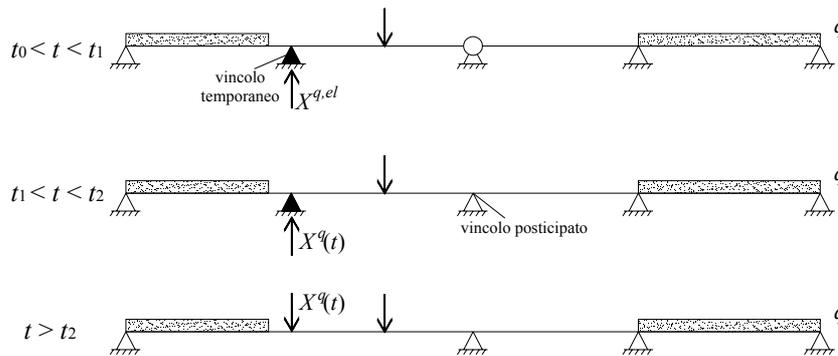


Figura 5: Rimozione di un vincolo temporaneo in una struttura con schema variato

L'effetto del vincolo rimosso è, per ogni tempo  $t > t_2$ , equivalente all'applicazione di un carico, opposto alla reazione  $X^q(t)$  del vincolo rimosso, la quale reazione è variabile nel tempo per effetto della redistribuzione in atto nella struttura. La generica sollecitazione  $S^q(t)$  al tempo  $t > t_0^+$  diventa allora:

$$S^q(t) = S_0^{el,q} + (S_1^{el,q} - S_0^{el,q}) \xi(t, t_0, t_1) + (S_2^{el,q} - S_1^{el,q}) \frac{X^q(t)}{X_1^{el,q}} H(t - t_2) \quad (8)$$

in cui, per la (6), la funzione che fornisce la reazione del vincolo rimosso nel tempo è:

$$X^q(t) = X_0^{el,q} + (X_1^{el,q} - X_0^{el,q})\xi(t, t_0, t_1) \quad (9)$$

mentre  $S_0^{el,q}$ ,  $S_1^{el,q}$  sono le sollecitazioni e  $X_0^{el,q}$ ,  $X_1^{el,q}$  i valori delle reazioni nel vincolo rimosso, rispettivamente nello schema iniziale senza il vincolo posticipato (schema elastico 0) e in quello con il vincolo posticipato aggiunto (schema elastico 1), naturalmente ambedue con il vincolo da rimuovere ancora presente.  $S_2^{el,q}$  sono invece le sollecitazioni sullo schema elastico finale con vincolo posticipato aggiunto e vincolo temporaneo rimosso. La funzione di Heaviside  $H(t-t_2)$  è essenziale per la corretta valutazione della sequenza cronologica dei successivi cambiamenti di schema statico per aggiunta e rimozione, in quanto  $X^q(t)$  è non nulla per  $t < t_2$ .

L'ultimo termine della relazione (8) esprime la variazione delle sollecitazioni per viscosità dovuta alla rimozione, variazione che dipende dai valori della reazione  $X^{el,q}$  del vincolo temporaneo nei vari schemi elastici e dalla funzione di redistribuzione [10].

## 2.4 Metodo AAEM

L'approccio dell'AAEM sostituisce alla soluzione rigorosa delle equazioni integrali associate al problema della viscosità, alcune espressioni algebriche approssimate. Le relazioni costitutive del problema elastico vengono sostituite in questo modo da una legge costitutiva dello stesso tipo di quella elastica di Hooke ma con un modulo elastico fittizio che si va modificando, per tenere conto dell'accumulo delle deformazioni viscosi nel tempo. Considerando il caso di azioni variabili nel tempo, che inducono tensioni di valore  $\sigma_c(t_0)$  e  $\sigma_c(t)$ , e applicando il principio di sovrapposizione degli effetti a partire dalla (1), la legge delle deformazioni può scriversi in forma algebrica:

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} [1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)] \quad (10)$$

avendo introdotto il coefficiente di invecchiamento  $\chi(t, t_0)$ .

Dalla (10) è possibile ricavare il modulo elastico effettivo (*Effective Modulus, EM*) e quello corretto con invecchiamento (*Age Adjusted Effective Modulus, AAEM*), che esprimono l'accumulo di deformazione viscosa nel tempo. Il primo (EM) è relativo al caso di azioni che mantengono il livello di tensione  $\sigma_c(t_0)$  costante nel tempo, mentre il secondo (AAEM) è relativo al caso di tensioni variabili. La (10) diventa quindi:

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c,eff}(t, t_0)} + \frac{\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)}{E_{c,adj}(t, t_0)} \quad (11)$$

ed il coefficiente di invecchiamento risulta definito dalla relazione

$$\chi(t, t_0) = \frac{1}{1 - R(t, t_0)/E_c(t_0)} - \frac{1}{E_c(t_0)J(t, t_0) - 1} = \frac{E_c(t_0)}{E_c(t_0) - R(t, t_0)} - \frac{1}{\varphi(t, t_0)} \quad (12)$$

Attraverso l'AAEM è possibile dare una definizione analitica della funzione di rilassamento a partire dal coefficiente di viscosità, ottenendo l'espressione:

$$R(t, t_0) = \left( 1 - \frac{\varphi(t, t_0)}{1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)} \right) E_c(t_0) \quad (13)$$

In questo modo si evita la risoluzione numerica delle equazioni integrali di Volterra, una volta che sia noto il coefficiente di viscosità  $\varphi(t, t_0)$  ed il coefficiente di invecchiamento  $\chi(t, t_0)$ . Il coefficiente di viscosità viene fornito dalle norme in base al modello di viscosità prescelto; il coefficiente di invecchiamento può essere determinato tramite integrazione numerica dalla (12),<sup>1</sup> ma in letteratura esistono diverse espressioni semplificate [5]. Esso varia generalmente tra 0.6 e 1.0, per cui è ormai accettato l'uso generalizzato di un valore medio costante nel tempo e approssimato  $\chi=0.8$ .

Per il caso di cambiamento dello schema statico, attraverso il metodo AAEM è possibile approssimare l'espressione integrale (5) della funzione di redistribuzione, ottenendo un'espressione di semplice utilizzo nei casi pratici:

$$\xi(t, t_0, t_1) \cong \left( \frac{\varphi(t, t_0) - \varphi(t_1, t_0)}{1 + \chi(t, t_1)\varphi(t, t_1)} \right) \frac{E_c(t_1)}{E_c(t_0)} \quad (14)$$

la quale permette, a partire dai valori del coefficiente di viscosità, dei moduli elastici e ponendo  $\chi=0.8$ , di ottenere semplicemente i valori della funzione di redistribuzione.

### 3 CADUTE DELLO SFORZO DI PRECOMPRESSIONE

Nel caso della precompressione applicata al tempo  $t_0$ , oltre alla presenza dello sforzo assiale  $P_0$  e dei momenti flettenti associati alle eccentricità del cavo di precompressione, l'azione della precompressione subisce una caduta di sforzo a causa dei fenomeni lenti (viscosità e ritiro del calcestruzzo e rilassamento dell'acciaio). Se si considera il solo effetto della viscosità nel calcestruzzo, lo sforzo interno del cavo  $P(t)$ , legato all'incremento di deformazione viscosa e quindi alla caduta di tensione per viscosità [20] è dato dalla relazione:

$$P(t) = P_0 \left[ 1 - \frac{n_0 \rho_p k_p \varphi(t, t_0)}{1 + n_0 \rho_p k_p [1 + \chi(t, t_0)\varphi(t, t_0)]} \right] \quad (15)$$

in cui  $n_0 = E_p/E_c(t_0)$  è il rapporto tra i moduli elastici dell'acciaio e del calcestruzzo;  $\rho_p = A_p/A_c$  è il rapporto tra le aree di acciaio e di calcestruzzo nella sezione;  $k_p = 1 + e^2/r_c^2$  è il contributo dovuto all'eccentricità  $e$  del cavo rispetto al baricentro della sezione, essendo  $r_c$  il raggio d'inerzia della sezione di calcestruzzo.

La (15) tiene conto delle cadute di tensione della precompressione per sola viscosità e per il valore di tensione, nella fibra di calcestruzzo congruente con l'acciaio, dipendente dalla sola precompressione. In realtà le cadute di tensione dipendono anche:

- dalla tensione effettiva nella fibra di calcestruzzo che tiene conto anche del carico permanente che agisce contemporaneamente alla precompressione;
- dal fatto che il momento flettente della precompressione nelle strutture iperstatiche non coincide con il momento  $P_0 \cdot e$  delle strutture isostatiche;
- dal ritiro del calcestruzzo e dal rilassamento dell'acciaio armonico, i quali procedono parallelamente alla viscosità, modificando le deformazioni nella fibra di calcestruzzo congruente all'acciaio e le corrispondenti tensioni nell'armatura.

---

<sup>1</sup> Per permettere con semplicità l'integrazione numerica per i modelli di viscosità maggiormente in uso, è stata creata dai ricercatori del Politecnico di Torino una pagina web in cui è disponibile un software che fornisce i valori delle funzioni di viscosità, rilassamento e dei coefficienti  $\chi$  per i diversi modelli: [www.polito.it/creepanalysis](http://www.polito.it/creepanalysis).

L'espressione generale delle cadute di tensione  $\Delta f_p$  nell'acciaio di precompressione per fenomeni lenti [20,21] può scriversi dunque nella forma più completa:

$$\Delta f_p(t) = \frac{n_0 f_{c0} \varphi(t, t_0) + \varepsilon_{sh}(t) E_p + f'_{re}(t)}{1 + n_0 \rho_p k_p [1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)]} \quad (16)$$

in cui  $f_{c0}$  è la tensione di compressione nella fibra di calcestruzzo alla quota dell'acciaio di precompressione;  $\varepsilon_{sh}(t)$  è la deformazione da ritiro della fibra di calcestruzzo al tempo  $t$ , valutato a partire dal tempo di getto;  $f'_{re}(t)$  è la variazione di tensione nell'armatura di precompressione per rilassamento dell'armatura stessa (relativa al rilassamento ridotto,  $f'_{re} = 0.8 f_{re}$ ).

Le relazioni che forniscono la storia della generica sollecitazione e della generica deformazione nel tempo per effetto della precompressione, sono riportate in [20].

Va però evidenziata una differenza sostanziale nel considerare l'effetto della viscosità su deformazioni e sollecitazioni per la precompressione rispetto a quanto visto per il peso proprio, in particolare per il ruolo giocato dalle cadute nel cambio di schema statico e quindi nella redistribuzione delle sollecitazioni. Generalmente si tende a considerare peso proprio e precompressione semplicemente come carichi che hanno sulla struttura effetti opposti, per cui si pensa che un bilanciamento dei carichi verticali permanenti tramite la precompressione sia sufficiente a ridurre al minimo gli effetti viscosi. Quando si tiene conto delle cadute e non si hanno variazioni di schema statico ciò risulta corretto. Quando invece si ha una variazione di schema statico per aggiunta di un vincolo posticipato, la differente redistribuzione dei carichi permanenti rispetto alla precompressione per effetto delle cadute di tensione, genera uno stato di sollecitazione in cui generalmente i momenti di peso proprio recuperano maggiormente il valore dello schema statico modificato rispetto alla precompressione. Ciò implica per esempio un incremento di spostamento verso il basso nella mezzeria della campata di un ponte a travata e quindi la preponderanza delle deformazioni lente indotte dal peso proprio rispetto a quelle indotte dalla precompressione. Questa circostanza risulta importante per la prevenzione di frecce eccessive a lungo termine e per la determinazione delle monte di costruzione da assegnare ai vari elementi strutturali.

#### 4 PONTE A CONCI IN C.A.P. CON SCHEMA AD ARCO-PORTALE

Si consideri un ponte con schema finale ad arco-portale a due cerniere con pile inclinate. Questo esempio viene discusso al fine di illustrare gli effetti della viscosità sullo stato limite di esercizio e la necessità di una valutazione numerica di tali effetti in termini di sollecitazioni nella struttura a schema variato. La campata centrale del ponte ha una luce di 122 metri tra le cerniere dell'arco e di 98 metri tra gli assi dell'attacco pile-impalcato. Le due campate laterali di compenso sono lunghe invece solo 16 metri (fig. 6). L'impalcato ha profilo variabile e la sezione trasversale è un cassone monocellulare con larghezza complessiva di 9.75 metri. Lo spessore della soletta superiore è pari a 26 cm, lo spessore della soletta inferiore varia invece tra 90 cm, sulle pile, e 24 cm, nella sezione di mezzeria della campata centrale. La costruzione procede secondo le seguenti fasi.

- Fase 0. Vengono realizzate le spalle e le pile provvisorie. Le pile inclinate, prefabbricate, vengono posizionate in appoggio tra la sommità della pila provvisoria ed il piede della spalla. L'impalcato viene costruito a partire dalla sezione di testa pila, posizionando i primi conci e solidarizzandoli alla pila inclinata.

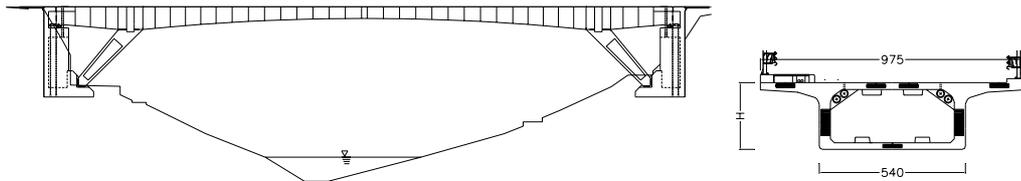


Figura 6: Geometria del ponte ad arco-portale

- Fase 1. La costruzione dell'impalcato prosegue per conci prefabbricati montati con sbalzi simmetrici fino al completamento della campata di compenso (primi cinque conci). A questo punto il concio finale della campata di compenso viene connesso alla spalla (fig. 7a).
- Fase 2. La spalla viene precompressa verticalmente e viene completato il montaggio dei restanti conci della campata centrale per sbalzi asimmetrici; il compenso dei momenti dovuti al montaggio dei conci centrali viene effettuato tramite la connessione del concio di estremità della campata laterale corta con la spalla precompressa (funzionamento a doppio effetto dell'appoggio sulla spalla, figura 7b).
- Fase 3. L'impalcato viene successivamente chiuso in mezzeria dopo il completamento dei due semi-ponti tramite il getto di sutura: il comportamento dell'impalcato è in questa fase a trave continua, poiché sono ancora presenti le pile provvisorie e le pile inclinate non sono ancora attive (Fig. 7c).
- Fase 4. Dopo la rimozione delle pile provvisorie inizia il comportamento ad arco-portale ed il funzionamento delle pile inclinate. Si raggiunge così lo schema statico finale di esercizio di figura 6.

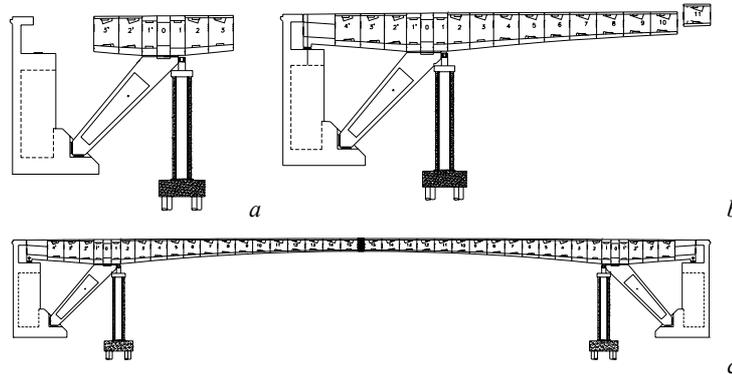


Figura 7: a) Fase 1: costruzione per sbalzi simmetrici. b) Fase 2: costruzione della stampella asimmetrica. c) Fase 3: chiusura in chiave

In esercizio, la struttura si comporta dunque come un arco-portale a due cerniere. Il dimensionamento dei cavi di continuità in campata al lembo inferiore viene effettuato tramite la valutazione dei massimi momenti flettenti positivi. In progetto risulta di fondamentale importanza mettere in conto gli effetti della viscosità per la variazione di schema statico, i quali inducono ulteriori momenti positivi in campata. Una prima variazione dello schema è dovuta infatti al passaggio dal funzionamento a mensola delle prime fasi costruttive a quello del ponte chiuso a trave continua sulle pile provvisorie. Una seconda variazione si ha successivamente, con la rimozione del vincolo provvisorio costituito dai puntelli. Per effettuare il confronto con lo schema statico a trave continua si considera il ponte di figura 8, il quale viene costruito con le stesse modalità del precedente ma su pile verticali definitive. La distribuzione delle luci rimane analoga a quella del ponte ad arco, anche se non è ottimale per un ponte a travata costruito per

sbalzi successivi, essendo le campate di compenso molto corte rispetto a quella centrale.

Le due strutture precedentemente descritte sono state analizzate per la valutazione della sicurezza allo stato limite di esercizio, secondo le indicazioni della normativa europea (EC2). Lo stato limite di esercizio è stato considerato con le seguenti ipotesi: comportamento lineare delle sezioni; tensione limite di trazione nulla (sezione interamente reagente a compressione); massima tensione di compressione nel calcestruzzo pari a quella limite per lo SL considerato:  $f_{ck}/\gamma_c$ .

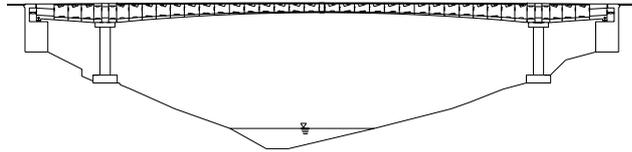


Figura 8: Ponte a trave continua di confronto

Attraverso tali posizioni è possibile costruire il dominio elastico di ogni sezione, per il quale le rette limite sono determinate dalle condizioni di tensione nulla al bordo superiore od inferiore della sezione e dalla tensione massima di compressione. Di conseguenza, si può costruire un dominio compreso tra le quattro rette limite, il quale definisce uno stato limite di prima fessurazione (tensione di trazione nulla) o di eccesso di compressione (massima tensione nel calcestruzzo). Le sezioni di maggiore interesse, che permettono il dimensionamento della precompressione superiore ed inferiore sono la sezione di mezzeria della campata centrale (momenti massimi positivi) e quella di testa pila (momenti massimi negativi). Sono state considerate diverse ipotesi di redistribuzione viscosa facendo riferimento a diversi modelli di viscosità, al fine di considerare la situazione peggiore per il dimensionamento delle armature di precompressione superiore ed inferiore. Le azioni agenti in costruzione sono peso proprio e precompressione superiore mentre quelle considerate in fase di esercizio sono: precompressione inferiore, carichi permanenti aggiuntivi, cadute di tensione della precompressione superiore ed inferiore, ritiro, redistribuzione per viscosità.

I valori della funzione di redistribuzione  $\xi$  necessari alla valutazione degli effetti viscosi, sono stati determinati ipotizzando un tempo medio di carico delle stampelle  $t_0=60$  giorni ed un tempo di chiusura in mezzeria  $t_1=90$  giorni, con immediata rimozione delle pile provvisorie (cioè  $t_R = t_1^+$ ). Il calcestruzzo utilizzato è di classe  $f_{ck} = 40$  MPa mentre i parametri necessari alla determinazione dei valori delle funzioni di viscosità per i modelli considerati sono:  $2A_c/u = 400$  mm e  $RH = 80\%$ . Si è operato nell'ipotesi semplificata di struttura viscosamente omogenea e contemporanea realizzazione delle due stampelle, trascurando la non omogeneità dovuta alla differenza di età dei getti e di realizzazione dei due semiponti. I modelli utilizzati sono: il CEB Model Code 90 [17], il modello GL2000 [18] ed il modello B3 [19]. I valori ricavati dai diversi modelli a tempo infinito (100 anni, cioè  $3.6 \cdot 10^4$  giorni) sono riportati in tabella 1 e indicano che le previsioni di recupero dello schema statico modificato possono essere estremamente diverse, anche a partire dagli stessi dati iniziali. Ciò influenza tutte le considerazioni in fase di dimensionamento della precompressione e successivamente, di verifica.

	$\xi(3.6 \cdot 10^4, 60, 90)$
CEB Model Code 90	0.48
Modello GL2000	0.69
Modello B3	0.88

Tabella 1: Valori della funzione di redistribuzione per diversi modelli di viscosità.

In figura 9 vengono riportati i diagrammi relativi ai percorsi delle tensioni nelle sezioni, entro il dominio M-N, per i due casi di arco-portale (indicato con ●) e trave continua di confronto (indicata con ■) e per il valore fissato della funzione di ridistribuzione  $\xi$ . Nella figura sono stati indicati con l'apice i punti dell'arco e con il doppio apice quelli della trave. I tratti del percorso delle sollecitazioni corrispondono alla sequenza di applicazione dei carichi in costruzione:

- tratti 0-A' e 0-A'': applicazione di peso proprio e precompressione superiore nello schema del semiponte completo;
- tratto A'B': rimozione delle pile provvisorie (solo nel caso dell'arco-portale);
- tratti B'C' e A''C'': applicazione di precompressione inferiore, carichi permanenti aggiuntivi ed effetti delle cadute della precompressione e di ritiro del calcestruzzo; tali effetti vengono considerati agenti istantaneamente con il loro valore finale ad esaurimento del fenomeno (cioè a tempo infinito);
- tratti C'D' e C''D'': effetti della viscosità sulla variazione di schema statico per vincolo posticipato in mezzeria e successiva rimozione dei puntelli, valutati con la (8);
- tratti D'E' e D''E'': applicazione dei carichi variabili di esercizio.

L'effetto dei carichi mobili nella struttura ad arco-portale è duplice, poiché influenza sia il valore di momento flettente che il valore di sforzo normale per ogni sezione della campata. Per tenere conto di ciò viene qui considerato il dominio rettangolare circoscritto al dominio elastico delle coppie (M,N), definito attraverso le rette parallele agli assi  $M_{\max}$ ,  $M_{\min}$ ,  $N_{\max}$  e  $N_{\min}$ . Per la verifica nei confronti del dominio di sicurezza allo stato limite, viene considerato il punto più svantaggioso cioè più esterno.

Il diagramma di figura 9a, riportato per la sezione di testa pila, è necessario per il dimensionamento delle armature superiori di precompressione: si sceglie un numero di cavi per sezione tale da avere il punto più esterno del percorso di sollecitazione sul dominio, situazione che corrisponde ad avere una delle tensioni limite nella sezione.

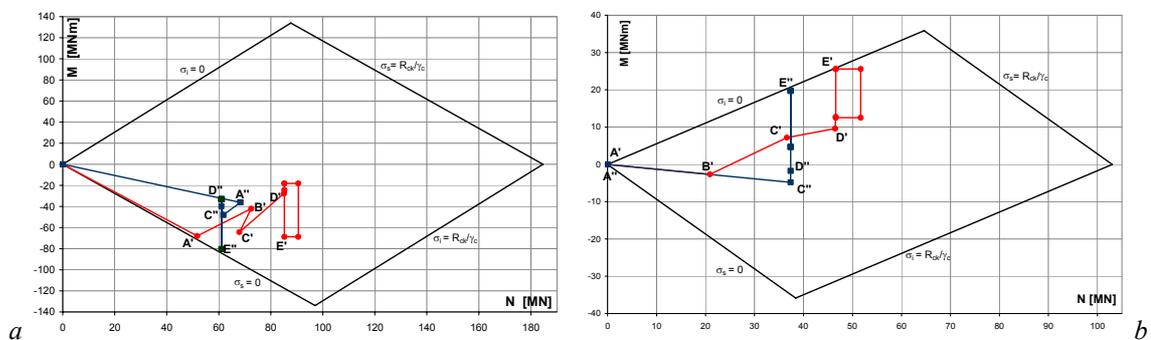


Figura 9: a) Sezione di testa pila. Riduzione precompressione superiore dell'arco: 25%. b) Sezione di mezzeria. Riduzione precompressione inferiore dell'arco: 50%

Nel caso dell'arco tale punto è quello che corrisponde alla fine della costruzione a mensola, per cui la precompressione superiore viene dimensionata considerando come situazione più svantaggiosa quella di costruzione (A'). Nel caso della trave invece, il punto più esterno e quindi la situazione più svantaggiosa è quella di momento massimo negativo per carichi mobili (E''). Ripetendo questa valutazione per ognuno dei tre valori di ridistribuzione, si è ottenuto che il diagramma di figura 9a corrisponde ad una situazione in cui la precompressione superiore nell'arco è affidata ad un numero di cavi ridotto del 25% rispetto a quella necessaria nella trave.

In figura 9b vengono riportati gli analoghi diagrammi per la sezione di mezzeria. In questo caso, il parametro di dimensionamento è il numero dei cavi delle armature

inferiori a momento positivo. Le situazioni più svantaggiose sono sempre quelle per i momenti massimi positivi dovuti ai carichi mobili ( $E'$ ,  $E''$ ). Il diagramma di figura 9b può essere ottenuto con una riduzione dei cavi di continuità in campata nell'arco di circa il 50% rispetto a quelli necessari nella trave continua ( $B'C'$ ). La forte riduzione del numero di cavi e quindi dello sforzo di precompressione da indurre tramite l'armatura pretesa è conseguente all'apporto di sforzo normale presente nel telaio con pile inclinate per effetto arco ( $A'B'$ ). Tale aliquota riduce gli effetti dei massimi momenti positivi in campata dovuti ai carichi mobili mediante delle forti tensioni di compressione, le quali a loro volta sono indotte sia dai carichi permanenti che dagli stessi carichi mobili distribuiti in campata.

I diagrammi della figura 9 sono dunque di riferimento per il dimensionamento della precompressione superiore e di quella inferiore. Ma una volta fissati il numero dei cavi e lo sforzo normale di precompressione da introdurre nelle sezioni, diverso sarà il valore delle sollecitazioni finali in esercizio al variare della percentuale di recupero viscoso. In figura 10 è mostrato un diagramma per la sezione di mezzeria di arco e trave in cui, fissate le quote di precompressione superiore e inferiore per le due strutture in base alle considerazioni sopra esposte, le sollecitazioni vengono messe a confronto per i tre diversi valori di  $\xi$  riportati in tab. 1, dovuti al modello di viscosità utilizzato.

Le condizioni di sicurezza in esercizio variano al variare della quota di redistribuzione delle sollecitazioni: all'aumentare del valore di redistribuzione, la distanza dalla retta limite del dominio di sicurezza aumenta nel caso dell'arco e diminuisce nel caso della trave. Questo fenomeno è ancora dovuto all'effetto arco, per il recupero dello sforzo normale derivante dal carico distribuito del peso proprio come se questo agisse direttamente sullo schema finale modificato (dopo l'aggiunta del vincolo posticipato e la rimozione dei puntelli provvisori) e quindi risulta benefico per la struttura. In questo caso dunque, tramite i concetti sopra esposti, è possibile valutare numericamente gli effetti della viscosità al fine di operare un corretto dimensionamento della precompressione e di valutare le sollecitazioni nei vari stadi ed in esercizio.

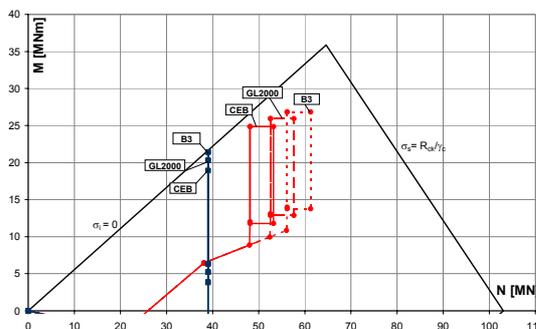


Figura 10: Dominio della sezione di mezzeria di arco e trave. Confronto per diversi valori di redistribuzione

## 5 PONTE STRALLATO CON IMPALCATO IN C.A.P.

Si consideri ora un ponte strallato a tre campate le cui caratteristiche sono illustrate in figura 11. In questo caso verrà illustrata la possibilità di ridurre gli effetti della viscosità in esercizio, mediante un'opportuna sequenza costruttiva. La campata centrale è lunga 210 m mentre quelle laterali 60 m. La configurazione degli stralli è mista ad arpa-ventaglio con due piani simmetrici ancorati ai bordi dell'impalcato. La sezione è un cassone pluricellulare largo 20 m e alto 2 m. Il ponte è costruito per sbalzi simmetrici a partire dal pilone, fino al completamento della campata laterale. I controstralli di

ormeggio sono ancorati ad una pila flessibile che permette gli spostamenti orizzontali. Lo spazio tra gli ancoraggi degli stralli è di 10 m sull'impalcato e di 2 m nel pilone. La torre è composta da due bracci verticali con un elemento rigido di collegamento trasversale; l'impalcato è appeso a stralli verticali in corrispondenza dei piloni, per evitare improvvisi cambiamenti di rigidità dei vincoli. La resistenza del calcestruzzo è  $f_{ck} = 40$  MPa. Il carico da peso proprio dell'impalcato è  $q_d = 350$  kN/m mentre quello della sovrastruttura  $q_s = 60$  kN/m. La sezione di impalcato ha:  $A_c = 10.7$  m<sup>2</sup>,  $J_c = 6.26$  m<sup>4</sup>,  $y_G = 0.796$  m (posizione del baricentro dal bordo superiore). Il diametro equivalente dello strallo è  $\phi_p = 0.09$  m, mentre per gli ormeggi fissi si ha  $\phi_b = 0.13$  m. Il pilone ha sezione  $A_p = 13.92$  m<sup>2</sup>,  $J_p = 15.3$  m<sup>4</sup>. Il profilo finale dell'impalcato è parabolico con monta massima in mezzeria di 1.60 m.

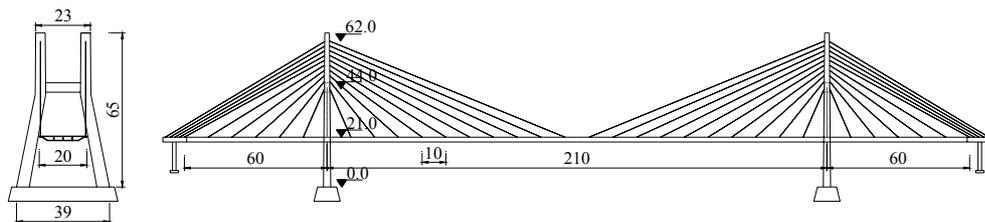


Figura 11: geometria del ponte strallato di studio.

La sequenza di costruzione è illustrata in figura 12. Poiché gli stralli equivalgono ad appoggi elastici per l'impalcato, la strategia di tesatura degli stralli per raggiungere il profilo finale desiderato è quello di ottenere, ad ogni stadio di costruzione, la configurazione relativa alla corrispondente trave continua su appoggi rigidi. Come visto precedentemente, in virtù di un corollario del primo teorema della viscoelasticità lineare, ciò equivale a inserire un appoggio elastico subito dopo l'applicazione del carico e a forzarlo al valore di reazione corrispondente al vincolo rigido. Di conseguenza, non nascono variazioni dello stato tensionale per viscosità. Si può ottenere questo risultato in tutti gli stadi e anche in quello finale, regolando le tensioni in tutti gli stralli ed in ogni stadio. Ciò è tecnologicamente possibile ma non conveniente, perché induce un danneggiamento dei trefoli dentro l'ancoraggio. Si può comunque adottare un'opportuna sequenza di tesatura che approssimi il comportamento reale a quello di trave continua su appoggi rigidi, regolando pochi stralli in ogni stadio.

Generalmente sono due i fenomeni che vanno considerati nei ponti strallati: l'applicazione di un carico su una trave su appoggi elastici, che indurrebbe un rilassamento delle tensioni nel calcestruzzo, e la redistribuzione per vincolo posticipato, dopo la chiusura in mezzeria.

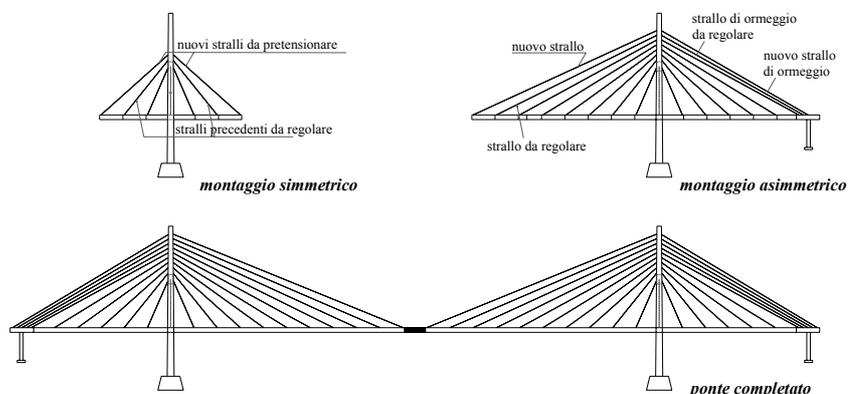


Figura 12: Sequenza di costruzione del ponte strallato per sbalzi successivi.

Per tenere conto di ciò sarebbe necessario valutare correttamente gli effetti viscosi tramite i modelli forniti dalle norme, ma come si è visto anche dall'esempio precedente, essi forniscono previsioni spesso molto differenti. Seguendo l'approccio proposto invece, si raggiunge la configurazione su appoggi fissi per carichi permanenti e non si ha variazione delle sollecitazioni nel tempo, minimizzando gli effetti della viscosità, senza la necessità di operare con complesse valutazioni numeriche [15].

La procedura che permette il raggiungimento di questi obiettivi è la seguente:

- in ogni fase di costruzione vengono tesati due stralli: l'ultimo strallo introdotto al valore predefinito di tensione e quello precedente, regolato in maniera tale da avvicinarsi allo stato di trave continua parziale su appoggi fissi;
- nello stadio finale vengono regolati tutti gli stralli fino a raggiungere la configurazione finale per carichi permanenti corrispondente alla trave continua, con il profilo voluto.

La figura 13a mostra la deformata ed il diagramma dei momenti di uno stadio di costruzione con sbalzi simmetrici, mentre la figura 13b mostra la configurazione finale.

In tal modo si vede come la situazione per carichi permanenti, rimanendo costante nel tempo, riduca gli effetti della viscosità al minimo sulle sollecitazioni, mantenendo un comportamento conforme a quello enunciato dal primo teorema della viscoelasticità.

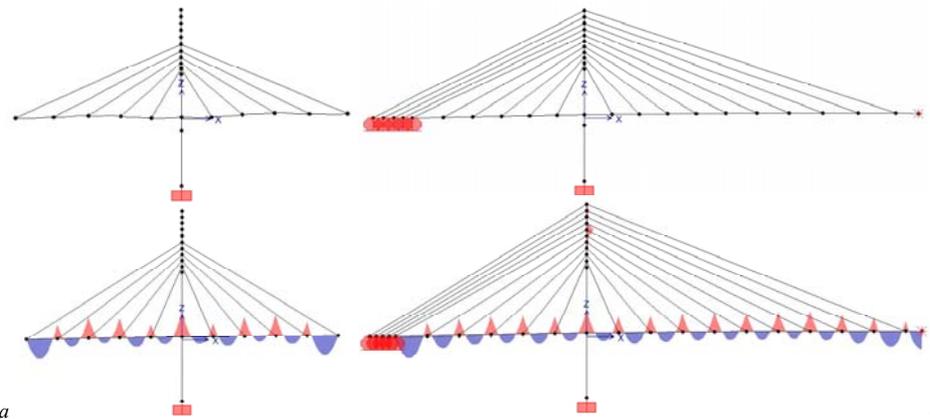


Figura 13: Deformata e diagrammi dei momenti flettenti. a) Sbalzi simmetrici. b) Configurazione finale.

## 6 CONCLUSIONI

E' stato presentato uno studio riguardante gli effetti della viscosità sui ponti con impalcato in cemento armato precompresso. Sono stati illustrati i concetti base, sulla scorta della teoria della viscoelasticità lineare con invecchiamento e sono state fornite le relazioni che permettono la valutazione della storia di sollecitazioni e deformazioni in strutture omogeneamente viscosi con variazione di schema statico per aggiunta e rimozione di vincoli, dovuta alle fasi costruttive, tenendo conto dei carichi permanenti e della precompressione. Successivamente sono stati discussi due casi-studio significativi di ponti in c.a.p.: il primo ha riguardato un ponte ad arco-portale costruito con conci prefabbricati montati per sbalzi successivi; per esso sono stati mostrati i valori delle funzioni di viscosità necessarie per le valutazioni numeriche con differenti modelli di letteratura e se ne sono discussi gli aspetti relativi allo stato limite di esercizio. Il secondo caso-studio ha riguardato un ponte strallato a tre campate, per il quale si è cercato invece di minimizzare gli effetti della viscosità nelle fasi costruttive e nella configurazione finale di esercizio, mediante un'opportuna sequenza di tesatura degli stralli.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] H.S. Chiu, J.C. Chern and K.C. Chang, “Long term deflection control in cantilever prestressed concrete bridges”, I and II. *J. Eng. Mech. ASCE*, **122**, 489-501 (1996).
- [2] Z.P. Bažant, Guang-Ha Li, Qiang Yu, “Explanation of excessive long-time deflections of collapsed record-span box girder bridge in Palau”, Preliminary Report n. 08-09/A222e, 8<sup>th</sup> *International Conference on Creep and Shrinkage of Concrete CONCREEP-8*, Ise Shima, Japan (2008)
- [3] Z.P. Bažant, G.-HuaLi, Q. Yu, “Prediction of creep and shrinkage and their effects in concrete structures: Critical appraisal”, *Creep, shrinkage and durability mechanics of concrete and concrete structures*, Taylor & Francis, London, 1275-1289 (2008).
- [4] C.J. Burgoyne, R.C. Scantlebury, “Why did Palau Bridge collapse?”, *The Structural Engineer*, **84** (11), 30-37 (2006)
- [5] Z.P. Bažant, *Inelastic Analysis of Structures*. Chichester: J. Wiley and sons. (2002)
- [6] M.A. Chiorino, “A Rational Approach to the Analysis of Creep Structural Effects” in: *Shrinkage and Creep of Concrete*, Gardner & Weiss ed., ACI SP-227, 107-141 (2005)
- [7] M.A. Chiorino, G. Creazza, F. Mola, P. Napoli, “Analysis of Aging Viscoelastic Structures with n-Redundant Elastic Restraints”, *Fourth RILEM International Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete: Mathematical Modelling*, Z.P. Bažant ed., Northwestern University, Evanston, 623-644 (1986)
- [8] F. Mola, F. Giussani, “Long-term behaviour of cable stayed bridges”, *Studies and Researches*, Fratelli Pesenti, Politecnico di Milano, **24**, 153-187 (2003)
- [9] L. Dezi, G. Menditto, A. M. Tarantino, “Viscoelastic heterogeneous structures with variable structural system”, *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, **119**, 238-250 (1993)
- [10] M. Arici, M.F. Granata, “Removal of temporary supports and creep effects in the sequential construction of bridges” in Chiorino-Gardner, *Structural Implication of Shrinkage and Creep of Concrete*, ACI SP246-3, 37-51 (2007)
- [11] W.H. Dilger, “Creep analysis of prestressed concrete structures using creep-transformed section properties”, *PCI Journal*, **27** (1), 98–117 (1982)
- [12] A. Ghali, M.K. Tadros, “Partially prestressed concrete structures”, *J. Struct. Eng. ASCE*, **111**, 8, 1846-1865 (1985).
- [13] M. Arici, M.F. Granata, “Valutazione della sicurezza in esercizio di un ponte ad arco-portale costruito per conci”, *Industrie manufatti cementizi*. **1**, 40-57 (2008).
- [14] M.Schlaich, “Erection of cable-stayed bridges having composite decks with precast concrete slabs”, *Journal of Bridge Engineering ASCE*, **6**(5), 333-339 (2001).
- [15] M. Arici, M.F. Granata, P. Margiotta, A. Recupero, “Creep effects and stress adjustments in cable-stayed bridges with concrete deck”, *Proc. 3<sup>rd</sup> fib Conference*, Washington (2010)
- [16] ACI 209R-92: “Prediction of creep, shrinkage, and temperature effects in concrete structures”, reported by ACI Committee 209, 1-47, reapproved (1997)
- [17] CEB, Bulletin d’Information n° 213/214 - *CEB-FIP Model code 1990*, Thomas Telford, London (1993)
- [18] N.J. Gardner, M.J. Lockman, “Design provision for shrinkage of normal strength concrete”, *ACI Materials Journal*, **2**, 159-161 (2001)
- [19] Z.P. Bažant, S. Baweja, “Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures: model B3”, *Adam Neville symposium: creep and shrinkage-structural design effects*, ACI SP-194, A. Al-Manaseer ed., Farmington Hills, Michigan, 1-83 (2000).
- [20] M. Arici, M.F. Granata, P. Margiotta, “L’influenza dei fenomeni lenti nella costruzione e nell’esercizio dei ponti in c.a.p. parte I: basi teoriche”, *Meccanica dei materiali e delle strutture*, **1**(1), 36-54 (2009), <http://portale.unipa.it/meccanicadeimateriali/home/index.html>
- [21] CEN, EN 1992-1-1, *Eurocode 2 – Design of concrete structures – Part 1.1: General rules and rules for buildings*, December 2004 edition (2004)

