

*Giornate di studio dell'Insegnante di MATematica*

**ATTI del convegno**

*Insegnare ed apprendere la matematica nella scuola che  
cambia: nuove e vecchie "sfide" di pratica e ricerca didattica*

20-21 OTTOBRE 2023  
DIPARTIMENTO DI MATEMATICA E INFORMATICA  
UNIVERSITÀ DI PALERMO

**Quaderni di Ricerca in Didattica**  
Numero speciale N. 12, 2023

A cura di

Benedetto Di Paola



G.R.I.M. - Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento/Apprendimento delle Matematiche

Università degli Studi di Palermo

**ISSN 1: 1592-4424**

**ISSN 2: 1592-5137**



## L'evento è stato promosso dai seguenti enti:

**Dipartimento di Matematica e Informatica,  
Università degli Studi di Palermo**



**Dipartimento di Matematica e Informatica,  
Università di Catania**



**Ministero dell'Istruzione, dell'Università e del  
Merito**



**U4Learn s.r.l.**

**G.R.I.M.  
Gruppo di Ricerca  
sull'insegnamento/Apprendimento delle  
matematiche**



**Piano Lauree Scientifiche - PLS**



## Con la sponsorizzazione di:

**Associazione GIMat**

**GIMat**

**MaTek - Enhancement of research excellence  
in Mathematics Teacher Knowledge. H2020-  
WIDESPREAD-2018-2020. Project Id:  
951822**





## Indice

Premessa	p. 9
<b>Plenarie</b>	
<i>Statistica e Agenda 2030: insegnare in classe l'analisi dei dati ufficiali</i> Di Salvo F., Università degli Studi di Palermo	p. 13
<i>Fare matematica dentro e fuori la scuola: un ponte tra formale e informale</i> Casi R., Università di Torino	p. 15
<i>Il liceo matematico al Vittorio: da Euclide ai frattali</i> Uttuso A., Ferro C., Liceo Classico Vittorio Emanuele II, Palermo	p. 19
<i>Narrazione e collaborazione per promuovere il problem solving in un'ottica inclusive</i> Dello Iacono U., Università della Campania	p. 27
<b>Seminari e laboratori - Scuola Primaria e dell'Infanzia</b>	p. 29
<i>Il gioco per educare al pensiero matematico: innovazione e metodologia integrata STEM nella scuola dell'infanzia</i> Antonella Montone, Michele G. Fiorentino, Raffaella Forliano, Giuditta Ricciar diello	p. 31
<i>Nuovi amici: quali strategie per raggiungerli e conoscerli? La Matematica può aiutarci!</i> Loddo A., Romano P.	p. 35
<i>La media aritmetica: dal concetto all'algoritmo, alle proprietà</i> Bartolomei G. S.	p. 37
<i>Think-Make-Improve: dall'astratto al concreto per la scoperta dello spazio geometrico</i> Di Paola B.	p. 41
<i>Dal concreto all'astratto: da una attività manipolativa alla costruzione del concetto di frazione come numero sulla retta</i> Ricciardiello G., Montone A., Fiorentino M. G.	p. 43
<i>Matematica in pratica; l'arte dell'uncinetto come strumento didattico</i> Bonaviri E	p. 45
<b>Seminari e laboratori - Scuola Secondaria di I grado</b>	p. 49
<i>Una didattica dell'“impalcatura” per preparare la classe al teorema di Pitagora</i> Amore G.	p. 51
<i>Storytelling per la didattica: quando la disciplina stessa diventa narrazione</i> Benvenuti S., Riccioni F.	p. 53
<i>Matematica...tra le Pelagie</i> Di Nolfo C.	p. 55
<i>Pentamini: dalla bottega matematica al laboratorio digitale</i> Bisignani C., Mazzeo G.	p. 57
<i>Il gioco del bridge nella pratica didattica: una vecchia sfida per un nuovo modo di apprendere.</i> Caruso P.	p. 61
<i>Riflessioni sullo sviluppo della competenza argomentativa come momento cruciale per l'apprendimento in matematica</i> Spagnolo C.	p. 63
<i>Matematica a cubetti</i> Aritmetica e Geometria insieme Rao Camemi C.	p. 65
<i>Un metro quadrato di origami</i> Barraco C., Console A., Marletta C., Rizzo R.	p. 67
<b>Seminari e laboratori - Scuola Secondaria di II grado</b>	p. 69
<i>Vedere e ascoltare le funzioni goniometriche</i> Menna L.	p. 71

<i>Laboratorio di geometria ricorrente sul cerchio dei nove punti</i> Rinchiusa G., Vaccaro M.A.	p. 75
<i>Risoluzione geometrica delle equazioni di I e II grado</i> Cerroni C., Di Prima M. C.	p. 79
<i>La Matematica in dialogo con le altre discipline: una proposta di percorsi co-disciplinari</i> Fiorentino M.G et al.	p. 83
<i>Matematica Civica</i> Paratore A.	p. 87
<i>“Un salto nel passato”: insegnare la matematica attraverso lo storytelling digitale</i> Fuoco C., Lattuca M., Liguori M.	p. 91
<i>Puoi imparare dal tuo studente? Un gioco di ruolo per sperimentare l’apprendimento della matematica in classi multilinguistiche</i> Bianco G., Di Paola B., Nicosia G. G.	p. 95
<i>Il potere inclusivo della Ricerca Operativa: motivazione, interesse e performance scolastica</i> Muni P. M., Colajanni G., Taranto E.	p. 99
<i>Il moltiplicatore geometrico di Euclide</i> Di Matteo V., Ducato R.	p. 101

## Risoluzione geometrica delle equazioni di I e II grado

**Cinzia Cerroni,**

Dipartimento di Matematica e Informatica dell'Università degli Studi di Palermo

E-mail: cinzia.cerroni@unipa.it

**Maria Concetta Di Prima**

Liceo Scientifico Statale Benedetto Croce di Palermo.

E-mail: mariaconcetta.diprima@liceocroce.it

**Abstract.** I metodi di risoluzione algebrica delle equazioni di I e di II grado proposti ai nostri studenti risalgono a tempi abbastanza recenti, così come la notazione utilizzata che fa uso delle espressioni letterali a noi note. In realtà, per i Greci del periodo classico, quelle che oggi chiamiamo equazioni erano equivalenze tra figure geometriche, e la soluzione, che per noi è un numero reale, era per loro un segmento da costruire con riga e compasso. Il nostro laboratorio propone la descrizione di macchine virtuali che permettono di costruire in Geogebra le soluzioni delle equazioni di I grado e particolari equazioni di II grado. Queste attività fanno parte di un progetto più ampio, “Il moltiplicatore geometrico di Euclide”, realizzato presso il Liceo Scientifico Benedetto Croce di Palermo, che si è classificato secondo al premio Ricci 2022.

### 1. Macchine in Geogebra che risolvono le equazioni di I grado del tipo $ax=b$ , con $a, b$ positivi.

Per gli antichi Greci, l'equazione di primo grado  $ax=b$  è da interpretare come un'equivalenza tra due figure geometriche e, quindi, come un'uguaglianza tra due aree; pertanto le variabili presenti,  $a$ ,  $b$  e  $x$ , sono positive e, nello specifico,  $a$  e  $x$  sono le misure di due segmenti (quindi  $ax$  è l'area di un rettangolo) e  $b$  l'area di un quadrato. Risolvere l'equazione significa costruire il lato di un rettangolo, di cui sia nota l'altra dimensione, equivalente a un quadrato assegnato. Descriveremo le macchine risolutive delle equazioni di I grado utilizzando **tre approcci differenti**.

#### 1) Il metodo del completamento al quadrato.

Esso fa uso della Proposizione 43 del I Libro degli Elementi di Euclide: “*I complementi dei parallelogrammi intorno alla diagonale di ogni parallelogramma sono uguali tra loro*”, cioè, dato un parallelogramma, scelto ad arbitrio un punto di una delle due diagonali e tracciate da esso le rette parallele ai lati, si ottengono quattro parallelogrammi; i due che non sono attraversati dalla diagonale scelta sono equivalenti. La fig.1 mostra l'equivalenza dei parallelogrammi  $BGEF$  e  $EHDI$ ,

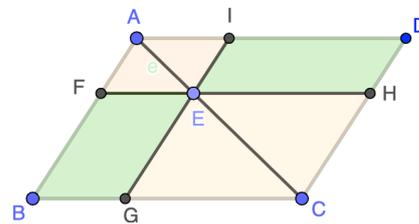


Fig.1 Prop.43

Questa proposizione, applicata ai rettangoli, risolve il problema:

*Dato un quadrato del quale sia nota l'area  $b$ , determinare un lato del rettangolo ad esso equivalente, di cui sia dato l'altro lato  $a$ . Algebricamente, il problema viene tradotto dall'equazione:  $ax=b$ , per cui dovremo prima costruire il quadrato di area  $b$ , cioè di lato radice quadrata di  $b$  (faremo uso del II teorema di Euclide).*

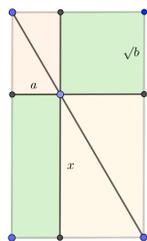


Fig.2 Prop.43 applicata a un rettangolo

**2) Il primo teorema di Euclide**

In questa macchina, l'equazione  $ax=b$  è risolta facendo uso del I teorema di Euclide, pensandola come l'equivalenza tra il rettangolo, avente dimensioni  $a$  e  $x$  congruenti rispettivamente all'ipotenusa e alla proiezione di un cateto sull'ipotenusa di un triangolo rettangolo (e viceversa), e il quadrato costruito sul cateto considerato. Come nel metodo precedente, costruiremo dapprima il segmento di lunghezza radice quadrata di  $b$ .

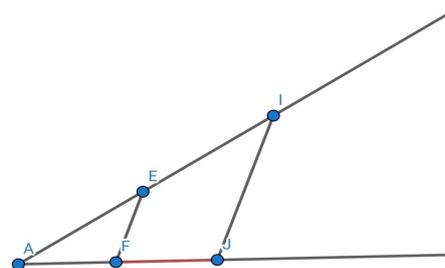


Fig.3 Teorema di Talete

**3) Il teorema di Talete**

Se consideriamo due semirette  $AI$  e  $AJ$  che formano un angolo qualsiasi e i tre segmenti noti  $AE = a$ ,  $EI = b$  e  $AF = 1$ , se  $FJ = x$  è staccato sulla semiretta  $AJ$  da  $IJ$  parallela a  $EF$ , il teorema di Talete ci garantisce che  $a$ ,  $b$ ,  $1$  e  $x$  stanno nella proporzione:

$$a : b = 1 : x$$

Poiché in una proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi, la costruzione data risolve l'equazione di primo grado  $ax=b$ .

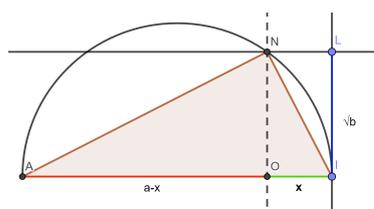


Fig.4 II teorema di Euclide

**2. Macchine in Geogebra che risolvono equazioni i di II grado**

Descriveremo la macchina risolutiva delle equazioni di II grado che presentano due variazioni, quindi del tipo  $x^2-ax+b=0$  utilizzando i teoremi di Euclide. Le sue soluzioni possono determinarsi riscrivendo tale equazione come:

$$(\sqrt{b})^2 = x \cdot (a - x)$$

Interpretando le grandezze coinvolte in tale equazione come aree, si ottiene che  $\sqrt{b}$  deve essere il lato di un quadrato equivalente a un rettangolo di lati  $x$  e  $a - x$ , dove  $x$  è l'incognita da determinare. Se interpretiamo  $x$  e  $a - x$  come le proiezioni sull'ipotenusa  $a$  dei cateti di un triangolo rettangolo

di altezza relativa all'ipotenusa pari a  $\sqrt{b}$ , il secondo teorema di Euclide risolve il problema geometricamente.

### **3. Conclusioni**

Questo laboratorio, rendendo la Geometria una disciplina applicabile anche in contesti non geometrici, ha permesso agli studenti di capirne l'importanza. I ragazzi hanno imparato a usare Geogebra con naturalezza e spontaneità, non perché dovevano, ma perché serviva loro per costruire una macchina virtuale funzionante. I loro docenti si sono resi conto che per migliorare la propria didattica occorre motivare gli studenti e utilizzare metodologie e strategie pratiche e coinvolgenti.

### **4. Ringraziamenti**

Un sentito ringraziamento alla prof.ssa Ducato Roberta, fonte continua di idee e spunti di lavoro, sempre stimolanti e di grande interesse, volti al coinvolgimento dei nostri studenti nello studio della Matematica, che ha ispirato la realizzazione di questo laboratorio.

## APPENDICE 1

### Macchine in Geogebra che risolvono le equazioni di primo grado



Macchina risolutiva delle equazioni di I grado col metodo a completamento



Macchina risolutiva delle equazioni di I grado con i teoremi di Euclide



Macchina risolutiva delle equazioni di I grado col teorema di Talete

### Macchine in Geogebra che risolvono le equazioni di secondo grado



Macchina risolutiva delle equazioni di II grado con due variazioni del tipo  $x^2 - ax + b = 0$ , con  $a$  e  $b$  positivi.



Macchina risolutiva delle equazioni di II grado con una variazione e una permanenza del tipo  $x^2 - ax + b = 0$  oppure  $x^2 + ax - b = 0$  con  $a$  e  $b$  positivi

### Bibliografia e sitografia

Euclide: Elementi libro I proposizione 43, libro III proposizione 3, libro VI proposizione 8, libro VI proposizione 2

Cartesio (1637): La Géométrie

<https://www.geogebra.org>