

# **Forza gravitazionale e forza elettrostatica: storia e confronto**

**Rosario Lo Franco**

Dipartimento di Fisica e Chimica, via Archirafi 36, 90123 Palermo, Italy

E-mail: rosario.lofranco@unipa.it

**Riassunto.** In questo articolo viene proposta un'attività didattica riguardante il confronto tra la forza gravitazionale, ovvero la legge di gravitazione universale di Newton, e la forza elettrostatica, ovvero l'interazione tra due cariche puntiformi scoperta da Charles Coulomb. Inizialmente si introduce uno schema di progettazione didattica, rivolta a studenti del quinto anno di un liceo scientifico, basato su metodologie didattiche standard. Successivamente gli argomenti della proposta vengono trattati in dettaglio, riassumendo i passaggi storici essenziali. Infine, un confronto su scala microscopica e macroscopica dei due tipi di forze è presentato, mettendo in luce analogie e differenze utili ai fini didattici.

## **1. Introduzione**

La Natura è regolata da quattro interazioni (forze) fondamentali tra gli elementi costituenti della materia (atomi, elettroni, protoni e le altre particelle nucleari e subnucleari): interazione gravitazionale, interazione elettromagnetica, interazione debole, interazione forte. L'interazione gravitazionale fu introdotta da Newton a livello teorico con la legge di gravitazione universale tra corpi dotati di massa, mentre l'interazione elettromagnetica venne interpretata da Maxwell come l'interazione unificante dei fenomeni apparentemente diversi di elettricità e magnetismo legati alle proprietà di carica delle particelle elementari [1]. Nel caso di cariche in quiete la forza elettromagnetica si riduce alla forza elettrostatica o di Coulomb. La forza nucleare forte è quella che tiene uniti più protoni in un nucleo atomico ed è responsabile, quindi, della stabilità del nucleo. La forza nucleare debole è responsabile del decadimento beta dei nuclei atomici, associato alla loro radioattività, per il quale un neutrone si trasforma in un protone o viceversa, con emissione di elettroni (radiazione beta) e neutrini [1].

Tra le quattro interazioni fondamentali, quelle che quotidianamente vengono esperite sono la forza gravitazionale, sotto forma della forza peso, e la forza elettromagnetica, sotto forma di tutte le altre forze macroscopiche. Per esempio, le forze di attrito, le tensioni delle funi, le forze elastiche sono manifestazioni complesse di forze elettromagnetiche. Data la loro importanza fondamentale e pratica, la didattica della forza gravitazionale e della forza elettrostatica merita una particolare attenzione. La struttura simile della loro formulazione matematica le rende candidate ideali ad un confronto qualitativo e quantitativo. Inoltre, il percorso storico che ha portato alla loro scoperta e formulazione riveste un'importanza epistemologica strategica nella comprensione del metodo scientifico nella fisica classica. In generale, una didattica che insegni agli studenti i passaggi che conducono a leggi fondamentali della Natura e il ruolo dei diversi scienziati coinvolti in questi passaggi può rivelarsi efficiente per una più profonda comprensione delle leggi stesse. Questo lavoro si inserisce in questo contesto.

Il presente articolo fornisce una proposta didattica rivolta a studenti di quinto anno del liceo scientifico finalizzata all'apprendimento e all'approfondimento della forza gravitazionale di Newton e della forza elettrostatica di Coulomb. Uno schema di progettazione didattica, basato su metodologie standard, è inizialmente fornito che include anche attività di didattica laboratoriale. Successivamente gli argomenti della proposta vengono trattati in dettaglio, riassumendo i passaggi storici essenziali che condussero alla scoperta dei due tipi di forze. Attenzione particolare è data infine alle loro analogie e differenze sia qualitative che quantitative in contesti microscopici e macroscopici.

## **2. Schema di progettazione didattica**

In questa sezione viene articolata la proposta didattica sullo studio della forza gravitazionale e della forza elettrostatica sotto forma di uno schema di progettazione basato su metodologie didattiche standard [2].

### 2.1. Obiettivi educativi generali

Gli obiettivi educativi generali, quindi trasversali e non prettamente disciplinari, sono i seguenti: i) sviluppare le capacità di tipo critico; ii) potenziare le capacità di analisi, sintesi e confronto; iii) acquisire il gusto di sapere e di fare; iv) potenziare la collaborazione con i compagni e con i docenti; v) riflettere sull'origine storica delle scoperte scientifiche; vi) acquisire gli elementi essenziali della metodologia scientifica di ricerca.

### 2.2. Caratteristiche e prerequisiti degli studenti a cui è rivolta la proposta

La proposta didattica è rivolta a studenti del quinto anno di un liceo scientifico. I prerequisiti e i contenuti di riferimento che gli studenti devono conoscere sono: basi di meccanica classica; moto circolare uniforme; basi di elettrostatica; espressioni algebriche; concetto di ordini di grandezza.

### 2.3. Obiettivi specifici

Gli obiettivi generali, quindi disciplinari e legati agli argomenti trattati, sono i seguenti: i) riconoscere la forza di attrazione gravitazionale di Newton; ii) riconoscere la forza elettrica di Coulomb; iii) conoscere il significato di legge dell'inverso del quadrato della distanza; iv) conoscere l'origine storica della legge di gravitazione universale; v) conoscere l'origine storica della forza elettrostatica; vi) riconoscere analogie e differenze tra forza gravitazionale e forza elettrica; vii) confrontare quantitativamente la forza gravitazionale e la forza elettrica.

### 2.4. Tempistica, strategie didattiche e materiale

Il tempo di realizzazione previsto della proposta didattica è 3 ore. Le strategie didattiche utilizzate per lo svolgimento dell'attività sono: lezione partecipata sotto forma di piccolo seminario, *cooperative learning* e didattica laboratoriale.

Il materiale necessario per lo svolgimento dell'attività è costituito in un proiettore (o LIM) ed un computer per la visione di una presentazione didattica (lezione partecipata sotto forma di piccolo seminario) e per la visione di filmati dove viene mostrata la verifica sperimentale della formulazione matematica delle forze gravitazionale ed elettrostatica. Se disponibile in laboratorio, la bilancia a torsione dotata di corpi sferici e sfere cariche può essere utilizzata per la verifica delle forze con la partecipazione diretta degli studenti.

### 2.5. Svolgimento dell'attività

**Cosa deve fare l'insegnante.** L'insegnante presenta inizialmente, con una lezione partecipata caratterizzata da un piccolo seminario di circa 30 minuti, gli argomenti della proposta. Si inizia, per ragioni storiche, con la forza gravitazionale, dandone l'espressione esplicita e poi chiedendosi come si è arrivati ad essa. Quindi, si racconta il percorso storico che va da Hooke a Newton fino a Cavendish, "sceneggiato" anche facendo leggere agli studenti le frasi dei protagonisti. Il seminario continua poi con la parte dedicata alla forza elettrica, strutturata come prima: si dà la sua espressione matematica e poi si attraversa il percorso storico che ha portato ad essa. Il seminario si chiude con la parte dedicata al confronto tra i due tipi di forza, evidenziandone analogie, differenze e intensità relative. La parte storica così proposta dovrebbe affascinare gli studenti verso gli argomenti trattati, facendogli apprezzare che prima di giungere ad una legge fisica "universalmente" riconosciuta possono esserci anni di lavoro, di discussioni e confronti, anche bizzarri ed energici, con altri scienziati.

Dopo il seminario, l'insegnante darà inizio ad una sessione sperimentale. L'esperimento di verifica della forza gravitazionale e della forza di Coulomb è complesso e richiede strumentazione raffinata e costosa (come la bilancia a torsione). Pertanto, se la strumentazione è disponibile in laboratorio, l'insegnante realizzerà egli stesso un esperimento di classe che verrà analizzato a gruppi dagli studenti. In alternativa, nel caso in cui la strumentazione non dovesse essere disponibile, l'insegnante proporrà la visione di un filmato in cui sono realizzati gli esperimenti e lascerà sempre analizzare i dati a gruppi di studenti. L'ultima parte di attività è lasciata alla verifica che l'insegnante proporrà mediante una relazione finale di tutta l'attività.

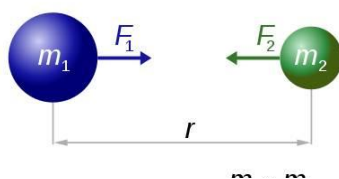


Figura 1. Rappresentazione grafica della forza gravitazionale.

**Cosa devono fare gli studenti.** Gli studenti partecipano inizialmente al seminario tenuto dall'insegnante, anche in maniera attiva leggendo a turno le frasi degli scienziati coinvolti nel percorso storico che conduce alla scoperta dei due tipi di forze. Il coinvolgimento degli studenti in questa prima fase serve ad una loro migliore attenzione e ad un più efficace apprendimento. Successivamente, essi osserveranno l'esperimento di classe proposto dall'insegnante o guarderanno un filmato dove gli esperimenti sono realizzati, analizzando a gruppi i risultati ottenuti. Infine, scriveranno una relazione personale per la valutazione finale, dove essi dovranno anche mettere in luce il ruolo della matematica come strumento per descrivere fenomeni fisici.

### 3. Legge di gravitazione universale di Newton

In questa sezione viene analizzata la forza gravitazionale nella sua formulazione newtoniana della legge di gravitazione universale con i passaggi storici che hanno condotto ad essa.

#### 3.1. Formulazione matematica

La legge di gravitazione universale afferma che nell'universo ogni corpo materiale attrae ogni altro corpo materiale con una forza che è direttamente proporzionale al prodotto delle loro masse e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza. Si tratta di una legge fisica generale derivata per induzione da osservazioni empiriche. Fa parte della meccanica classica ed è stata formulata nell'opera di Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* ("Principia"), pubblicata per la prima volta il 5 luglio 1687 [1, 3]. La sua espressione matematica è (in modulo)

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

dove  $F$  è la forza tra le masse,  $G$  è la costante di gravitazione universale,  $m_1$  è la prima massa,  $m_2$  è la seconda massa, e  $r$  è la distanza tra i centri delle masse. Tale forza è sempre attrattiva e diretta lungo la congiungente i centri dei corpi materiali, come illustrato in Fig. 1. Considerando le unità di misura nel sistema internazionale (SI),  $F$  è misurata in Newton (N),  $m_1$  e  $m_2$  in chilogrammi (kg),  $r$  in metri (m), e la costante  $G$  è approssimativamente uguale a  $G = 6,674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ . Ma come si è arrivati a questa legge fisica e come si è trovato il valore della costante  $G$ ? Nel seguito si risponde a queste domande.

#### 3.2. Hooke vs Newton

Verso la fine degli anni 1660, l'ipotesi di una proporzionalità inversa tra gravità e il quadrato della distanza era abbastanza comune ed era stata avanzata da un certo numero di persone per motivi diversi. Robert Hooke (Freshwater, 18 luglio 1635–Londra, 3 marzo 1703) diede un contributo significativo avanzando l'idea della "composizione dei moti celesti" e convertendo il pensiero di Newton dalla forza centrifuga alla forza centripeta. Nel 1686, quando il primo libro di Newton "Principia" fu presentato alla Royal Society, Robert Hooke accusò Newton di plagio, sostenendo che egli aveva preso da lui la "nozione" de "la regola della diminuzione della Gravità, agendo essa in modo reciproco come i quadrati delle distanze dal centro". Allo stesso tempo (secondo un resoconto dell'epoca di Edmond Halley), Hooke ammetteva che "la dimostrazione delle curve del moto con ciò generate" era completamente di Newton [1, 3].



**Figura 2.** Ritratti di Robert Hooke (a sinistra) e di Isaac Newton (a destra).

Robert Hooke pubblicò le sue idee sul "Sistema del Mondo" quando lesse alla Royal Society il 21 marzo 1666 un documento "Sulla gravità", "riguardante la flessione di un moto diretto in una curva da parte di una sopravveniente azione di attrazione", e le pubblicò nuovamente sotto forma più sviluppata nel 1674, come "Tentativo di Dimostrare il Moto della Terra dalle Osservazioni". Hooke annunciò nel 1674 che aveva progettato di "spiegare un sistema del mondo diverso da qualsiasi altro fino allora conosciuto", basato su tre "Supposizioni" [4, 5]: i) che «tutti i corpi celesti indistintamente hanno un'attrazione o forza che gravita verso i propri Centri» e che "essi attirano anche tutti gli altri Corpi Celesti che si trovano nella sfera della loro influenza»; ii) che «tutti i corpi di qualsiasi tipo che vengono messi in un moto diretto e semplice, continueranno così ad andare avanti in linea retta, fino a quando non verranno deviati e piegati da qualche altra forza efficace...»; iii) che «queste forze attraenti sono tanto più potenti nell'operare, quanto più vicino ai propri Centri si trova il corpo sul quale agiscono». Così Hooke postulava chiaramente mutue attrazioni tra il Sole e i pianeti, in un modo che aumentava con la vicinanza al corpo attraente, insieme con un principio di inerzia lineare.

Le dichiarazioni di Hooke fino al 1674 non facevano menzione, tuttavia, a una legge dell'inverso del quadrato che si applica, o potrebbe applicarsi, a queste attrazioni. Inoltre, la gravitazione di Hooke non era ancora universale, anche se si avvicinava all'universalità più da vicino delle ipotesi precedenti. Egli, inoltre, non fornì ulteriori prove o dimostrazioni matematiche. Fu in seguito, il 6 gennaio 1679 in uno scritto a Newton, che Hooke comunicò la sua «ipotesi ... che l'Attrazione è sempre in una proporzione duplicata alla Distanza dal Centro Reciproco...».

### 3.3. Opera di Newton

Nel maggio 1686 Isaac Newton (Woolsthorpe-by-Colsterworth, 25 dicembre 1642 –Londra, 20 marzo 1727) negò che Hooke dovesse essere accreditato come autore dell'idea. Tra le ragioni addotte, Newton ricordò che l'idea era stata discussa con Sir Christopher Wren precedentemente alla lettera di Hooke del 1679. Inoltre, Newton riconobbe la priorità del lavoro di altri, tra cui Bullialdus (che suggerì, senza dimostrarlo, che ci fosse una forza attrattiva dal Sole in proporzione inversa al quadrato della distanza) e Borelli (il quale suggerì, senza dimostrarlo, che c'era una tendenza centrifuga a controbilanciare un'attrazione gravitazionale verso il Sole, così da far muovere i pianeti lungo ellissi) [1, 4]. Newton inoltre difese il suo lavoro sostenendo che, se anche avesse sentito Hooke parlare di proporzione inversa del quadrato, egli avrebbe ancora dei diritti derivanti dalle sue dimostrazioni circa l'accuratezza dell'idea. Secondo Newton, prima della pubblicazione dei Principia, c'erano a priori tante ragioni per dubitare della precisione della legge che «senza le mie (di Newton) dimostrazioni, alle quali il signor Hooke è estraneo, un Filosofo giudizioso non poteva credere che fosse precisa dappertutto». Questa osservazione si riferisce alla scoperta di Newton, supportata da dimostrazione matematica, che se la legge dell'inverso del quadrato si applica a piccole particelle (corpi in caduta libera sulla superficie della Terra), allora anche una grande massa sferica simmetrica attrae masse esterne alla sua superficie, anche da molto vicino, proprio come se tutta la propria massa fosse concentrata nel suo centro. Così Newton dava una giustificazione, altrimenti mancante, per applicare la legge dell'inverso del quadrato a grandi masse sferiche planetarie come se fossero piccole particelle. Alcuni manoscritti di Newton degli anni 1660 dimostrano che egli era arrivato a provare che, nel caso di moto planetario circolare, 'il tentativo di recedere' (chiamato in seguito forza centrifuga) aveva un rapporto di inverso del quadrato con la

distanza dal centro. Dopo il suo carteggio con Hooke degli anni 1679-1680, Newton adottò il linguaggio di forza verso l'interno o forza centripeta.

Secondo lo studioso di Newton J. Bruce Brackenridge, anche se molto è stato fatto nel cambiamento di linguaggio e di punti di vista tra forza centrifuga e centripeta, i calcoli reali e le prove sono rimasti gli stessi in entrambi i modi. Essi implicavano anche la combinazione di spostamenti tangenziali e radiali, a cui Newton stava lavorando già dal 1660. La lezione e l'influenza di Hooke su Newton, anche se significativa, era di prospettiva e non cambiava l'analisi. Questo sottofondo è la causa maggiore che portava Newton a dire che c'erano validi motivi per negare la paternità di Hooke sulla legge dell'inverso del quadrato [3, 5].

Leggenda vuole che la famosa mela "newtoniana" fornì la prima ispirazione per la formulazione della legge di gravitazione universale di Newton. Per la derivazione della legge, Newton suppose che i pianeti si muovessero in orbite circolari, che per la maggior parte dei pianeti è una buona approssimazione. Lo scopo era dimostrare che la forza di attrazione tra i corpi celesti (terra-luna, sole-pianeti) responsabile delle loro orbite, fosse anche responsabile del comportamento dei corpi in caduta vicino alla superficie della terra. Newton postulò che una forza chiamata gravità era responsabile di entrambi i moti. Il suo problema, quindi, fu quello di tentare di determinare la legge vigente. Il suo metodo coinvolge un confronto tra i movimenti della luna attorno alla terra e un oggetto (la mela) che cade verso la terra (la gravità è quindi sempre quella terrestre). Dal momento che né la mela né la luna si muovono in linea retta a velocità costante, ciascuna di esse deve essere sottoposta ad un'accelerazione. Bisogna quindi determinare le accelerazioni della luna e della mela.

*Fatti noti circa il moto di caduta della mela e il moto della luna attorno alla terra.*

Fatto 1. Accelerazione della mela (misurata):  $a_{\text{mela}} = 9.8 \text{ m/s}^2$ .

Fatto 2. Raggio della terra (misurato):  $R_T = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$

Fatto 3. Distanza terra-luna (misurata):  $R_{\text{luna}} = 3.84 \times 10^8 \text{ m}$ .

Fatto 4. La luna compie un giro completo attorno alla terra in 27.3 giorni.

Si possono calcolare la lunghezza dell'orbita lunare  $C_{\text{luna}}$  e la velocità della luna lungo l'orbita  $v_{\text{luna}}$ .

Calcolo 1:  $C_{\text{luna}} = 2 \pi R_{\text{luna}} = 2 \pi (3.84 \times 10^8) = 2.413 \times 10^9 \text{ m}$ .

Calcolo 2:  $v_{\text{luna}} = C_{\text{luna}} / (27.3 \times 24 \times 60 \times 60) = 1019 \text{ m/s}$ .

Dal momento che la luna è in un'orbita quasi circolare intorno alla terra, il suo moto può essere approssimato come circolare. Pertanto, l'accelerazione della luna è una accelerazione centripeta la cui formula è stata scoperta da Christian Huygens nel 1657:  $a_{\text{luna}} = v_{\text{luna}}^2 / R_{\text{luna}}$ . Da qui risulta:  $a_{\text{luna}} = v_{\text{luna}}^2 / R_{\text{luna}} = 2.704 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ .

Newton postulò che la forza di attrazione tra la terra e la mela o fra la terra e la luna dovesse dipendere dalla distanza misurata dal centro della terra al centro della mela o dal centro della terra al centro della Luna. Conosciamo già la distanza dal centro della terra al centro della Luna data da  $R_{\text{luna}}$ . La distanza dal centro della terra al centro della mela è data dal raggio della terra  $R_{\text{mela}} \approx R_T$  (trascurando il raggio della mela).

**Mela:**  $a_{\text{mela}} = 9.8 \text{ m/s}^2$ ,  $R_{\text{mela}} = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$ .

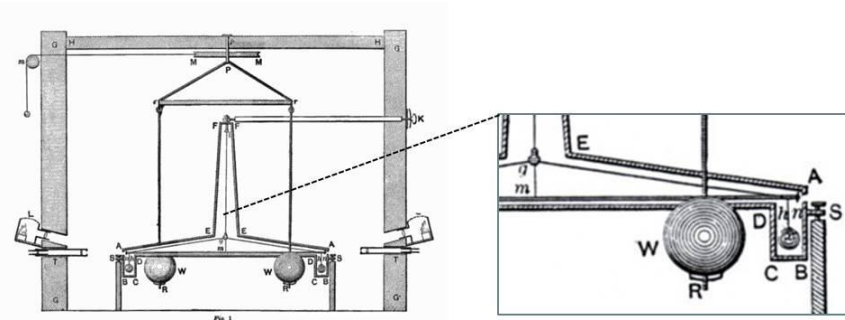
**Luna:**  $a_{\text{luna}} = 2.704 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ ,  $R_{\text{luna}} = 3.84 \times 10^8 \text{ m}$ .

Si nota che all'aumentare della distanza  $R$  tra i corpi, l'accelerazione  $a$  causata dalla gravità terrestre diminuisce. Ciò implica una proporzionalità inversa di qualche tipo, per esempio:  $a_{\text{luna}}/a_{\text{mela}} \propto R_T/R_{\text{luna}}$ . Ma Newton (così come noi adesso) trovò che i due rapporti non sono uguali:

$$\frac{a_{\text{luna}}}{a_{\text{mela}}} = 2.76 \times 10^{-4} \neq \frac{R_{\text{mela}}}{R_{\text{luna}}} = 1.66 \times 10^{-2}.$$

Ma elevando al quadrato il rapporto delle distanze si ottiene un valore che Newton definì *pretty nearly* al rapporto tra le accelerazioni:

$$\frac{a_{\text{luna}}}{a_{\text{mela}}} = 2.76 \times 10^{-4} \approx \left( \frac{R_{\text{mela}}}{R_{\text{luna}}} \right)^2 = 2.75 \times 10^{-4}.$$



**Figura 3.** Illustrazione della bilancia a torsione realizzata da Cavendish.

Così, nel 1678 Newton concluse che la gravità varia tra la terra e la mela e tra la terra e la luna come una legge dell'inverso del quadrato:  $a_g = k / r^2$ . Bisogna tener presente che questo è un calcolo approssimato, poiché la luna non ruota circolarmente attorno al centro della terra, ma terra e luna ruotano attorno al loro centro di massa, situato a circa 1000 Km sotto la superficie terrestre.

A questo punto, mancano pochi passi alla formulazione della legge di gravitazione. Se una forza attrattiva da un corpo di massa  $m_1$  agisce su un corpo di massa  $m_2$ , questa forza deve essere proporzionale alla massa  $m_1$ . Tuttavia, anche il corpo di massa  $m_2$  esercita a sua volta una forza attrattiva sul corpo di massa  $m_1$  e questa forza deve essere proporzionale alla massa  $m_2$ . Poiché entrambe le forze sono le stesse, segue che la forza di attrazione deve essere proporzionale a entrambe le masse:  $F = m_1 a_1 = m_2 a_2$ . Essendo  $a_i = k_i / r^2$  ( $i = 1, 2$ ), allora:  $m_1 k_1 = m_2 k_2 \Rightarrow k_i = G m_j$  ( $i \neq j$ ;  $i, j = 1, 2$ ), dove si è introdotta la costante di proporzionalità  $G$ . Quindi si ottiene la forza gravitazionale universale:  $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ , dove  $G$  è la costante universale.

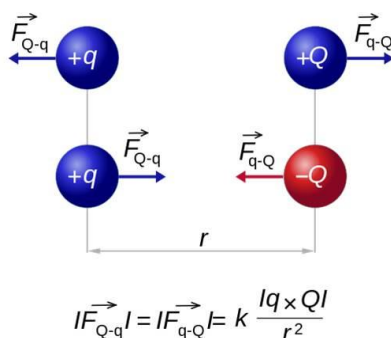
### 3.4. Disagio di Newton sulla legge

Mentre Newton fu in grado di formulare la legge di gravità nella sua monumentale opera, egli era profondamente a disagio con il concetto di "azione a distanza", che le sue equazioni implicavano. Nel 1692, nella sua terza lettera a Bentley, scrisse: "Che nel vuoto un corpo possa agire a distanza su di un altro senza la mediazione di qualsiasi altra cosa, per mezzo e attraverso la quale la loro azione e la loro forza possano essere trasferite dall'uno all'altro, è per me un'assurdità così grande a cui, credo, nessun uomo con competenze in questioni filosofiche potrebbe mai credere". Egli non riuscì mai, secondo le sue parole, "a stabilire la causa di questa forza". In tutti gli altri casi, egli usò il fenomeno del moto per spiegare l'origine delle varie forze che agiscono sui corpi, ma nel caso della gravità non fu in grado di identificare sperimentalmente il moto che produce la forza di gravità. Nel *General Scholium* di Newton del 1713 nella seconda edizione del Principia: «Non sono stato in grado finora di scoprire la causa di queste proprietà della gravità e "hypotheses non fingo" ... È sufficiente che la gravità esista davvero e agisca secondo le leggi che ho spiegato, e che serva a tenere conto di tutti i moti dei corpi celesti».

Il problema dell'azione a distanza legato alla legge di Newton è stato successivamente risolto dalla teoria di Einstein della relatività generale [1, 3]. Tuttavia la forza gravitazionale di Newton continua ad essere utilizzata come un'eccellente approssimazione degli effetti della gravità. La relatività è richiesta quando c'è bisogno di estrema precisione, o quando si tratta di gravitazione per oggetti di notevole massa e densità [1].

### 3.5. Il valore della costante universale $G$

Il valore della costante  $G$  è stato accuratamente determinato dai risultati dell'esperimento condotto dallo scienziato scozzese Henry Cavendish (Nizza, 10 ottobre 1731 – Londra, 24 febbraio 1810) nel 1798. Questo esperimento fu anche la prima verifica della teoria della gravitazione di Newton tra masse in laboratorio. Ebbe luogo 111 anni dopo la pubblicazione dei *Principia* di Newton e 71 anni dopo la sua morte, quindi nessuno dei calcoli di Newton poteva utilizzare il valore di  $G$ : egli poteva soltanto calcolare il valore di una forza rispetto ad un'altra. Cavendish costruì una bilancia a torsione, attenendosi al piano originale del geologo John Michell (vedi Fig. 3), effettuò una serie di misurazioni con l'apparecchiatura e ne riferì i risultati nel *Philosophical transactions of the Royal Society* nel 1798 [1].



**Figura 4.** Illustrazione della forza elettrostatica di Coulomb.

#### 4. Forza elettrostatica di Coulomb

In questa sezione viene analizzata la forza elettrostatica in modo analogo a quanto fatto per la forza gravitazionale. Si inizia con la sua formulazione matematica e si prosegue con la trattazione del percorso storico che ha condotto ad essa.

##### 4.1. Formulazione matematica

La forza elettrostatica è descritta dalla legge di Coulomb e definita come la forza esercitata dal campo elettrico la cui sorgente è dunque la carica elettrica. Si tratta della forza che agisce tra oggetti elettricamente carichi, ed è operativamente definita dal valore dell'interazione tra due cariche elettriche puntiformi e ferme nel vuoto. Si tratta di una legge fisica generale derivata per induzione da osservazioni empiriche. La formulazione della legge di Coulomb è stata pubblicata per la prima volta nelle *Mémoire sur l'Électricité et le Magnétisme* nel 1785. In linguaggio moderno si dice che la forza tra due cariche è proporzionale al prodotto dei loro valori e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza, ed è diretta come la congiungente delle due cariche. Si tratta di una forza repulsiva nel caso le cariche abbiano segno uguale, attrattiva altrimenti, come illustrato in Fig. 4. L'espressione matematica della forza di Coulomb è (in modulo) [1, 3]

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

dove  $q_1$  e  $q_2$  sono le due cariche elettriche (positive o negative),  $r$  è la distanza tra le cariche e  $k$  è la costante di Coulomb. La forza è repulsiva se le cariche hanno lo stesso segno e attrattiva se hanno segno opposto. Considerando le unità di misura nel sistema internazionale (SI),  $F$  è misurata in Newton (N),  $q_1$  e  $q_2$  in Coulomb (C),  $r$  in metri (m), e la costante  $k$  è approssimativamente uguale a  $k = 8.99 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ . Ma come si è arrivati a questa legge fisica e come si è trovato il valore della costante  $k$ ? Nel seguito verrà data risposta a queste domande.

##### 4.2. Cenni sull'origine della carica elettrica

Gli antichi greci avevano osservato che l'ambra, strofinata con uno straccio di lana, era in grado di attirare corpi leggeri come pagliuzze o segatura. Allo stesso modo una bacchetta di plastica strofinata con un panno di lana attira piccoli pezzi di carta. Nel XVII secolo l'inglese W. Gilbert chiamò fenomeni elettrici quei fenomeni di cui sembrava essere responsabile l'ambra e chiamò elettrizzate le sostanze che sono in grado di attirare corpi leggeri. L'elettrostatica qualitativa può essere considerata avere inizio nel XVII secolo con gli studi sulla conduzione e l'induzione elettrica di Stephen Gray (1666 Canterbury, Kent - 1736 London) [1].

##### 4.3. Charles du Fay

Un significativo contributo è stato dato da Charles François de Cisternay du Fay (Parigi, 14 settembre 1698 – Parigi, 16 luglio 1739), famoso per essere stato il primo scienziato ad affermare l'esistenza di un'elettricità positiva ed una negativa. Partendo dagli studi di Stephen Gray sulla conduzione elettrica, Du Fay cominciò a studiare i fenomeni elettrici, aiutato dal prete Jean Antoine Nollet. Gray aveva dimostrato che vi erano materiali capaci di trasportare il cosiddetto fluido elettrico. Partendo da questo, Charles Du Fay osservò che i materiali si potevano caricare elettricamente per strofinio o per induzione, considerando che i corpi così elettrizzati ne potevano attirare o respingere altri. La sua prima ipotesi fu che attiravano materiali senza carica e respingevano quelli elettrizzati. Ma dovette presto abbandonarla dopo aver notato che, sebbene due tubi di vetro elettrizzati si respingessero, quando uno di questi era avvicinato a un bastoncino di resina a sua volta elettrizzato per strofinamento, si verificava una forte attrazione. Charles Du Fay cominciò allora una serie di esperimenti con ogni materiale possibile, alla fine dei quali formulò la teoria secondo cui non esisteva un solo fluido elettrico, ma che ve ne erano ben due, distinti uno dall'altro, come scrisse nel suo lavoro del 1733 dal titolo *A Discourse concerning Electricity* [1, 6]: “Ci sono due distinte elettricità, molto diverse una dall'altra. Una che io chiamo elettricità vetrosa e l'altra elettricità resinosa. La prima è quella del vetro, delle pietre preziose, dei peli di animali, della lana e di molti altri corpi. La seconda è quella dell'ambra, del coppale, della seta, della carta e di un vasto numero di altre sostanze”.

#### 4.4. Benjamin Franklin

Per ben quindici anni le due cariche elettriche mantennero questa nomenclatura. Poi Benjamin Franklin (Boston, 17 gennaio 1706 – Filadelfia, 17 aprile 1790) riprese in mano il lavoro di Du Fay e interpretò correttamente la questione: da allora si parla di cariche positive e negative. Franklin quindi, oltre agli importanti contributi dati con il principio di conservazione della carica e la scoperta del parafulmine, introdusse proprio il “+” e il “-” nella distinzione delle cariche elettriche [1, 6].

#### 4.5. Franz Aepinus

L'elettrostatica quantitativa ha inizio nella seconda metà del XVIII secolo, con i contributi di Franz Ulrich Theodor Aepinus (Rostock, 1724 – Dorpat, 1802). Egli fu autore del *Tentamen Theoriae Electricitatis et Magnetismi* (Saggio sulla teoria dell'elettricità e del magnetismo), pubblicato a San Pietroburgo nel 1759, all'interno del quale si trova il primo tentativo sistematico di applicare il ragionamento matematico ai problemi dell'elettrostatica e del magnetismo [1, 6].

#### 4.6. Joseph Priestley

Un importante contributo all'elettrostatica quantitativa lo diede successivamente Joseph Priestley (Fieldhead, 13 marzo 1733 – Contea di Northumberland (Pennsylvania), 6 febbraio 1804). Nel 1767 venne pubblicato il suo *The History and Present State of Electricity* (700 pagine). La prima parte del testo è una storia dello studio dell'elettricità fino al 1766. La seconda parte è una descrizione di teorie sulla elettricità e suggerimenti per la ricerca futura. Sulla base di esperimenti con sfere cariche, Priestley fu tra i primi a proporre che la forza elettrica seguiva una legge dell'inverso del quadrato, simile alla legge di gravitazione universale di Newton [1, 6]. Tuttavia, egli non generalizzò né approfondì questo aspetto e la legge generale venne poi enunciata dal fisico francese Charles-Augustin de Coulomb nel 1780.

#### 4.6. Charles Coulomb

Charles-Augustin de Coulomb (Angoulême, 14 giugno 1736 – Parigi, 23 agosto 1806) è stato un ingegnere e fisico francese. Con la sua legge, Coulomb è considerato il fondatore della teoria matematica dell'elettricità e del magnetismo: l'unità di misura della carica elettrica, il coulomb, fa riferimento al suo nome. La dipendenza della forza tra corpi carichi sia dalla distanza che dalla carica era già stata scoperta, ma non pubblicata, nei primi anni del 1770 da Henry Cavendish (lo stesso che misurò la costante di gravitazione universale  $G$ ). Nel 1785, Coulomb pubblicò le sue memorie sull'elettricità e magnetismo in cui ha enunciato e scritto la sua legge [1, 6-9].

In *Premier Mémoire sur l'Électricité et le Magnétisme*, Coulomb descrive «come costruire e utilizzare un equilibrio elettrico (bilancia di torsione) basato sulla proprietà dei fili metallici di avere una forza (di torsione) di reazione proporzionale all'angolo di torsione». Coulomb determinò sperimentalmente anche la legge



**Figura 5.** Ritratti di (da sinistra verso destra): C. Du Fay, B. Franklin, F. Aepinus, J. Priestley and C. Coulomb.

che spiega come "due corpi elettrizzati dello stesso tipo di energia elettrica esercitano gli uni sugli altri". A pagina 574 si legge: « *Il résulte donc de ces trois essais, que l'action répulsive que les deux balles électrisées de la même nature d'électricité exercent l'une sur l'autre, suit la raison inverse du carré des distances* ». Cioè: « Da queste tre prove si evince che la forza repulsiva che le due sfere - [che erano] elettrificate con lo stesso tipo di elettricità - esercitano l'una sull'altra, segue la proporzione inversa del quadrato della distanza ». In *Second Mémoire sur l'Électricité et le Magnétisme*, Coulomb «determina in base a quali leggi il flusso magnetico e il flusso elettrico agiscono, per repulsione o per attrazione». A pagina 579, egli afferma che la forza di attrazione tra due sfere di carica opposta è proporzionale al prodotto della quantità di carica sulle sfere ed è inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra le sfere, nella forma matematica data in sezione 4.1. Questa pubblicazione risultò essenziale per lo sviluppo della teoria dell'elettromagnetismo. Egli utilizzò una bilancia di torsione, come quella utilizzata da Cavendish, per studiare le forze di repulsione e di attrazione delle particelle cariche. Questa gli permise anche di calcolare il valore della costante  $k$  capace di misurare l'intensità della forza tra due cariche elettriche (come in questo caso) grazie all'amplificazione dell'indice di torsione di un filo di quarzo.

## 5. Confronto tra forza gravitazionale e forza elettrostatica

In questa sezione viene presentato un confronto qualitativo e quantitativo tra le due forze oggetto di studio in questo lavoro.

La legge della gravitazione di Newton assomiglia alla legge di Coulomb delle forze elettriche, usata per calcolare la grandezza della forza elettrica tra due corpi elettricamente carichi. Entrambe sono leggi dell'inverso del quadrato, in cui la forza è inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra i corpi. La legge di Coulomb ha il prodotto di due cariche al posto del prodotto delle masse, e la costante elettrostatica al posto della costante gravitazionale. Entrambe sono forze di azione a distanza e permettono l'introduzione di un campo gravitazionale vettoriale ( $\mathbf{g} = \mathbf{F}/m_1$ , cioè l'accelerazione di gravità) e di un campo elettrico ( $\mathbf{E} = \mathbf{F}/q_1$ ): pertanto esse sono entrambe forze conservative. Tuttavia, la forza gravitazionale è sempre attrattiva mentre la forza elettrica (di Coulomb) può essere attrattiva o repulsiva in base al segno delle cariche.

Le forze (o interazioni) gravitazionale ed elettrica sono entrambe caratterizzate dal *range* di interazione che per entrambe è, in linea di principio, infinito (dipendono dalla distanza esattamente nello stesso modo). È interessante confrontare quindi l'intensità di queste due interazioni. Per l'effetto della forza elettrica  $F_e$  l'unità naturale da considerare è la carica dell'elettrone; per l'effetto della forza gravitazionale  $F_g$  si possono prendere le masse del protone e dell'elettrone. Prendiamo quindi il caso di un atomo di idrogeno. In unità SI abbiamo [1]:

$$F_g = 6.67 \times 10^{-11} \frac{(1.67 \times 10^{-27})(9.1 \times 10^{-31})}{r^2} = \frac{1.01 \times 10^{-67}}{r^2}, \quad F_e = 8.99 \times 10^9 \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{r^2} = \frac{2.3 \times 10^{-28}}{r^2},$$

da cui  $F_g/F_e = 4.4 \times 10^{-40}$ . L'interazione elettrica è molto più intensa dell'interazione gravitazionale (su scala microscopica): la gravitazione deve essere vista come un'interazione molto debole.

Il risultato precedente sembra contrastare con la nostra esperienza quotidiana, ma c'è una spiegazione molto semplice per questo: la forza gravitazionale è solo attrattiva mentre quella elettrica può essere attrattiva o repulsiva (per la presenza di cariche elettriche positive e negative). Questo significa che l'interazione e-

lettrica può essere, per così dire, schermata. Gli oggetti macroscopici presenti nel nostro ambiente sono in larga parte elettricamente neutri e quindi non esercitano alcuna forza elettrica verso l'esterno. La forza gravitazionale non può essere schermata e possiamo correttamente dire che il suo range è infinito. Diversamente, il *range* delle forze elettriche è tipicamente dell'ordine delle distanze atomiche ( $10^{-10}$  m). A dispetto della sua "debolezza", l'interazione gravitazionale è preponderante su scala macroscopica e cosmica.

A conclusione di questo paragrafo, in Tabella 1 si riassumono le analogie e le differenze tra la forza gravitazionale e la forza elettrostatica.

**Tabella 1.** Analogie e differenze tra la forza gravitazionale e la forza elettrostatica.

	<b>Forza gravitazionale</b>	<b>Forza elettrostatica</b>
<b>Analogie</b>	Azione a distanza Conservativa Proporzionale al prodotto dei generatori dell'interazione Proporzionale all'inverso del quadrato della distanza Diretta lungo la congiungente i centri dei generatori	Azione a distanza Conservativa Proporzionale al prodotto dei generatori dell'interazione Proporzionale all'inverso del quadrato della distanza Diretta lungo la congiungente i centri dei generatori
<b>Differenze</b>	Agisce su tutti i corpi Solo attrattiva Debole Lungo raggio Non schermabile Indipendente dal mezzo	Agisce solo su corpi elettrizzati Attrattiva o repulsiva Forte Corto raggio Schermabile Dipendente dal mezzo

## 6. Conclusioni

In questo articolo è stata presentata una proposta didattica per studenti di liceo scientifico mirata all'approfondimento della forza gravitazionale e della forza elettrostatica da un punto di vista storico e comparativo. La proposta è articolata seguendo metodologie didattiche standard ed è basata sulla convinzione che la conoscenza del percorso storico che conduce alle scoperte scientifiche, trasmesso agli studenti in modo partecipato e sceneggiato seguendo il ruolo degli scienziati coinvolti, permetta una consapevolezza maggiore del metodo scientifico e della legge fisica stessa. Un approccio di questo tipo, dove la conoscenza della storia della fisica relativa alla formulazione della legge di gravitazione universale e della forza elettrica ha finalità didattiche, conduce ad una immediata contestualizzazione delle leggi stesse e quindi ad una più profonda comprensione dell'impatto che la scoperta ha avuto nell'ambito della fisica classica.

Inoltre, è stato fatto un confronto sia qualitativo che quantitativo dei due tipi di forze. Sebbene le due forze abbiano strutture matematiche molto simili, una dettagliata analisi delle loro analogie e differenze consente di apprezzarne le caratteristiche peculiari e il diverso ruolo in base al contesto dimensionale in cui esse sono considerate. Per esempio, sebbene su scala macroscopica e cosmica la forza gravitazionale domina largamente sulla forza elettrostatica, quest'ultima è molto più intensa su scala microscopica. La forza elettrostatica è un'interazione molto più forte di quella gravitazionale, ma ad un'analisi superficiale basata sull'esperienza quotidiana si direbbe il contrario: lo studio comparativo approfondito serve proprio ad evitare tali misconcetti epistemologici.

## Ringraziamenti

R.L.F. desidera ringraziare la Prof. Rosa Maria Sperandeo Mineo per le utili e fruttuose discussioni.

### Riferimenti bibliografici

- [1] Simonyi, K. (2012). *A Cultural History of Physics*. CRC Press, Taylor & Francis Group.
- [2] [www.indire.it](http://www.indire.it); [www.istruzione.it](http://www.istruzione.it).
- [3] Bevilacqua, F. (1983). *Storia della fisica (un contributo all'insegnamento della fisica)*. Angeli editore.
- [4] Turnbull, H. W. (1960). *Correspondence of Isaac Newton, Vol 2 (1676-1687)*. Cambridge University Press.
- [5] Purrington, R. D. (2009). *The First Professional Scientist: Robert Hooke and the Royal Society of London*. Springer.
- [6] Heilbron, J. L. (1979). *Electricity in the 17<sup>th</sup> and 18<sup>th</sup> centuries: A Study of Early Modern Physics*. Los Angeles, California. University of California Press.
- [7] Coulomb, C. A. de (1784). *Recherches théoriques et expérimentales sur la force de torsion et sur l'élasticité des fils de metal*, Histoire de l'Académie Royale des Sciences, pages 229-269.
- [8] Coulomb, C. A. de (1785). *Premier mémoire sur l'électricité et le magnétisme*, Histoire de l'Académie Royale des Sciences, pages 569-577.
- [9] Coulomb, C. A. de (1785). *Second mémoire sur l'électricité et le magnétisme*, Histoire de l'Académie Royale des Sciences, pages 578-611.