

ANALISI DELL'EFFETTO RINFORZANTE DEGLI ESTENSIMETRI INGLOBATI IN MATERIALI A BASSO MODULO

A. Ajovalasit^a, S. Fragapane^b, B. Zuccarello^c

^{b,c} Università di Palermo, Dipartimento di Ingegneria DICGIM, Viale delle Scienze 90128 Palermo
e-mail: ^a a.ajovalasit@gmail.com, ^b salvatore.fragapane@unipa.it, ^c bernardo.zuccarello@unipa.it

Sommario

L'effetto rinforzante degli estensimetri elettrici a resistenza è ben documentato nella letteratura tecnica soprattutto per ciò che riguarda gli estensimetri installati in superficie. Questa memoria riguarda l'effetto rinforzante locale degli estensimetri inglobati all'interno dei materiali. In particolare si estende agli estensimetri inglobati un semplice modello già utilizzato per gli estensimetri installati in superficie. Il modello - che si basa sulle seguenti ipotesi: modulo di Young dell'estensimetro costante, distribuzione esponenziale delle tensioni tangenziali all'interfaccia ER-struttura e larghezza della struttura uguale a quella dell'estensimetro - conduce ad una semplice formula che consente di valutare l'effetto rinforzante locale. Lo studio teorico è stato integrato con analisi numeriche e sperimentali che hanno confermato l'applicabilità del modello proposto.

Abstract

The reinforcement effect of electrical resistance strain gauges is well described in the literature especially for strain gauges installed on surface. This paper considers the local reinforcement effect of strain gauges embedded within low Young modulus materials. In particular, it considers a simple theoretical model, already used for strain gauges installed on surface. The model - which is based on the following assumptions: strain gauge with uniform Young's modulus, exponential distribution of the interfacial shear stresses at the ER-structure interface and structure width equal to the strain gauge one - leads to a simple formula that allows the user to assess the local reinforcement effect. The theoretical analysis has been completed by numerical and experimental analysis, which confirmed the consistency of the model proposed.

Parole chiave: estensimetri elettrici a resistenza, estensimetri inglobati, effetto rinforzante, meccanica sperimentale.

1. INTRODUZIONE

L'effetto rinforzante si manifesta quando l'estensimetro (ER) è installato su di un provino di piccolo spessore (*effetto globale*) o su di un provino, anche se di grosso spessore, avente un basso modulo di Young (*effetto locale*). L'analisi della bibliografia [1-11] mostra che l'effetto rinforzante è stato studiato fin dai tempi iniziali di sviluppo della tecnica estensimetrica. In particolare, l'effetto rinforzante su materiali a basso modulo di Young ha ricevuto attenzione da parte di numerosi ricercatori con riferimento sia agli ER applicati in superficie [1,2] sia agli ER inglobati all'interno [3,4]. Una rassegna sull'effetto rinforzante, aggiornata al 1990, è riportata nella memoria [5].

Nelle memorie precedenti, in generale, i due effetti, locale e globale, sono presenti simultaneamente. Alcuni studi riguardano però in modo esplicito il solo effetto rinforzante locale. Così alcune memorie [6,7] utilizzano un modello teorico-numerico per una stima dell'effetto rinforzante. Altre memorie [8,9] propongono di tenere conto dell'effetto rinforzante locale impiegando, per il calcolo delle tensioni, costanti elastiche apparenti determinate mediante taratura con ER identici a quelli impiegati sulla struttura. Quest'ultimo metodo, inizialmente proposto per materiali isotropi [8], è stato successivamente esteso ai materiali ortotropi [9].

Nel caso di ER installati in superficie, è stata altresì proposta [10] la seguente formula che fornisce il coefficiente correttivo C definito come il rapporto tra la deformazione ε effettiva (in assenza di ER) e la deformazione ε' misurata dall'ER:

$$C = \frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = 1 + \frac{E_{sg}}{E_s} \frac{t_{sg}}{L_{sg}} \bar{\varphi} \left(\frac{L_g}{t_{sg}}, \frac{L_{sg}}{t_{sg}} \right) \quad (1)$$

Nella (1) E_{sg} è il modulo di Young dell'ER, E_s è il modulo di Young della materiale sul quale è installato l'ER, t_{sg} , L_g ed L_{sg} indicano rispettivamente lo spessore, la lunghezza della griglia e la lunghezza totale dell'ER, $\bar{\varphi}$ è il valore medio di una funzione φ determinata per via teorica [10].

La (1) può essere scritta come:

$$C = \frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = 1 + \frac{E_{sg}^*}{E_s} \quad (1a)$$

dove E_{sg}^* , che esprime la sensibilità all'effetto rinforzante, è data da:

$$E_{sg}^* = E_{sg} \frac{t_{sg}}{L_{sg}} \bar{\varphi} \left(\frac{L_g}{t_{sg}}, \frac{L_{sg}}{t_{sg}} \right) \quad (1b)$$

Questa memoria riguarda l'effetto rinforzante degli estensimetri inglobati che trovano crescente impiego soprattutto all'interno dei materiali compositi, come risulta dallo sviluppo commerciale di ER da inglobare [12].

2. IL MODELLO TEORICO PROPOSTO PER ER INGLOBATI

Gli estensimetri inglobati (o “annegati”) all'interno dei materiali sono utilizzati per determinare lo stato di deformazione all'interno dei corpi. Attualmente la tecnica si utilizza nelle strutture in calcestruzzo, nei modelli in materiale plastico e nei laminati in materiale composito.

Al fine di ottenere una relazione che fornisce il rapporto tra la deformazione effettiva ε (che si ha cioè in assenza dell'ER) e la deformazione misurata ε' in funzione delle caratteristiche geometriche ed elastiche dell'ER nonché del modulo di Young del materiale nel quale l'estensimetro è inglobato, nel seguito si estende la teoria relativa all'estensimetro installato in superficie [10] al caso dell'ER inglobato, nelle seguenti ipotesi semplificative:

1. modulo di Young dell'estensimetro costante, indipendente cioè dall'ascissa x (fig.1);
2. distribuzione esponenziale delle tensione tangenziali;
3. larghezza della struttura uguale a quella dell'ER;
4. trascurabilità degli effetti delle tensioni normali ai bordi laterali dell'ER.

Si considera a tal fine un ER avente spessore t_{sg} , lunghezza totale L_{sg} e lunghezza della griglia L_g , inglobato in una lastra indefinita avente spessore pari alla larghezza dell'estensimetro e soggetta ad uno stato monoassiale di tensione longitudinale con deformazione remota pari a ε (fig.1).

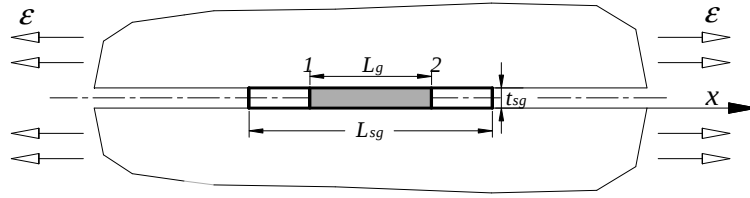


Figura 1: Rappresentazione schematica dell'estensimetro (ER) inglobato.

Tenendo conto della simmetria del modello rispetto all'asse x (Fig.1) e trascurando gli effetti delle tensioni normali agenti sulle facce dell'ER ortogonali all'asse x , l'analisi dell'ER inglobato è riconducibile a quella di un ER installato in superficie con spessore uguale a $t_{sg}/2$.

Com'è noto, nel caso di ER installati in superficie, ipotizzando un comportamento elastico lineare del materiale, la deformazione si trasmette dal provino all'estensimetro mediante una distribuzione di tensioni tangenziali $\tau_s(x)$ (figura 2) concentrata alle estremità che può essere ben rappresentata da una relazione del tipo [10]:

$$\tau(x) = e^{-\left(\frac{a}{t_{sg}}\right)x} - e^{-\left(\frac{a}{t_{sg}}\right)(L_{sg}-x)} \quad (2)$$

dove la costante a definisce il gradiente delle tensioni tangenziali, legato alle caratteristiche geometriche ed elastiche degli elementi (ER e struttura).

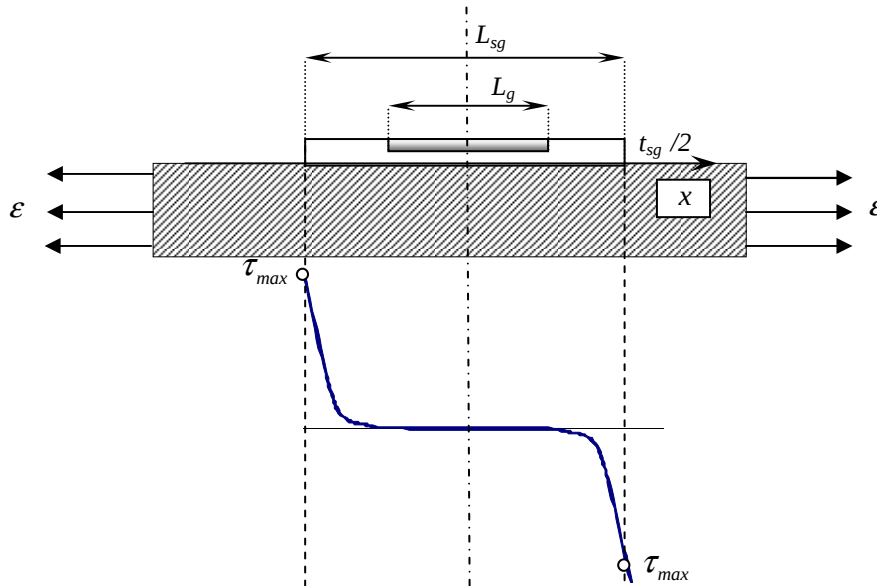


Figura 2: Andamento delle tensioni tangenziali all'interfaccia ER-provino

Il sistema di fig.1 risulta essere simmetrico rispetto all'asse orizzontale per $t_{sg}/2$, quindi si considererà il sistema come un estensimetro installato in superficie ed avente spessore pari alla metà di quello inglobato di conseguenza la relazione (2) diventa:

$$\tau_e(x) = \tau_{max} \left[e^{-\left(\frac{2a}{t_{sg}}\right)x} - e^{-\left(\frac{2a}{t_{sg}}\right)(L_{sg}-x)} \right] / \left[1 - e^{-\left(\frac{2a}{t_{sg}}\right)L_{sg}} \right] \quad (3)$$

Quindi nel caso di estensimetri inglobati introducendo la nuova variabile $a_e = 2a$ la (3) diventa:

$$\tau_e(x) = \tau_{\max} \left[e^{-\left(\frac{a_e}{t_{sg}}\right)x} - e^{-\left(\frac{a_e}{t_{sg}}\right)(L_{sg}-x)} \right] / \left[1 - e^{-\left(\frac{a_e}{t_{sg}}\right)L_{sg}} \right] \quad (4)$$

La distribuzione delle tensioni normali $\sigma_{x,sg}(x)$ agenti nello spessore dell'ER può essere facilmente calcolata considerando l'equilibrio alla traslazione di un tratto infinitesimo di estensimetro lungo la direzione longitudinale (fig.3).

$$\sigma_{x,sg} t_{sg} / 2 + \tau_e(x) dx = (\sigma_{x,sg} + d\sigma_{x,sg}) t_{sg} / 2 \quad (5)$$

Dalla (5) dopo semplificazione si ha:

$$d\sigma_{x,sg} = \frac{2\tau_e(x)}{t_{sg}} dx \quad (6)$$

che integrando fornisce:

$$\sigma_{x,sg}(x) = \frac{2}{t_{sg}} \int_0^x \tau_e(x) dx \quad (7)$$

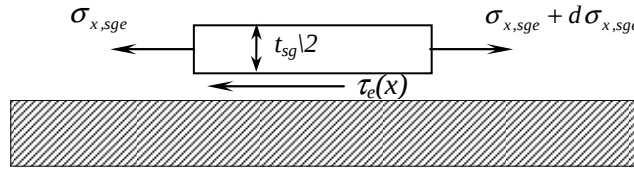


Figura 3: Tensioni normali e tangenziali agenti su un tratto infinitesimo dell'ER.

Sostituendo la (4) nella (7) ed integrando si ottiene:

$$\sigma_{x,sg}(x) = \frac{2\tau_{\max}}{a_e [1 - e^{-\left(\frac{a_e}{t_{sg}}\right)L_{sg}}]} \left[e^{-\left(\frac{a_e}{t_{sg}}\right)(L_{sg}+x)} \left(e^{-\left(\frac{a_e}{t_{sg}}\right)x} - 1 \right) \left(e^{-\left(\frac{a_e}{t_{sg}}\right)x} - e^{-\left(\frac{a_e}{t_{sg}}\right)L_{sg}} \right) \right] \quad (8)$$

Note le tensioni normali agenti sulla griglia estensimetrica e considerando che l'ER è soggetto ad uno stato monoassiale di tensione, è possibile determinare la deformazione media a cui è soggetta la griglia:

$$\epsilon'_e = \frac{1}{E} \left[\frac{1}{L_g} \int_{(L_{sg}-L_g)/2}^{(L_{sg}+L_g)/2} \sigma_{x,sg}(x) dx \right] \quad (9)$$

indicando con E_{sg} il modulo di Young dell'ER. Sostituendo infine la (8) nella (9) ed integrando risulta:

$$\epsilon'_e = \frac{2\tau_{\max}}{[1 - e^{-\left(\frac{a_e}{t_{sg}}\right)L_{sg}}] E_{sg}} \frac{L_{sg}}{t_{sg}} f_e \left(a_e, \frac{L_{sg}}{t_{sg}}, \frac{L_g}{t_{sg}} \right) \quad (10)$$

dove la funzione f_e è riportata nell' Appendice.

Inoltre, le tensioni tangenziali producono sulla superficie della struttura una distribuzione di tensioni normali $\sigma_{x,s}^\tau$ che possono essere determinate mediante la seguente formula, derivata dalla teoria dell'elasticità [13]:

$$\sigma_{x,e}^\tau(x) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{L_{sg}} \frac{\tau(\xi)}{x-\xi} d\xi \quad (11)$$

dove ξ rappresenta l'ascissa corrente di integrazione. Sostituendo la (4) nella (11) ed integrando si ottiene:

$$\sigma_{x,e}^\tau(x) = \frac{2\tau_{\max}}{\pi \left[1 - e^{-\left(\frac{a_e}{t_{sg}}\right) L_{sg}} \right]} \left\{ e^{-\left(\frac{a}{t_{sg}}\right)x} \left[Z\left(\left(\frac{a}{t_{sg}}\right)x\right) + Z\left(\left(\frac{a}{t_{sg}}\right)(L_{sg}-x)\right) \right] + e^{-\left(\frac{a}{t_{sg}}\right)(L_{sg}-x)} \left[Z\left(\left(\frac{a}{t_{sg}}\right)(L_{sg}-x)\right) + Z\left(\left(\frac{a}{t_{sg}}\right)x\right) \right] \right\} \quad (12)$$

essendo Z la cosiddetta *funzione integrale esponenziale*:

$$Z(t) = -\int_{-t}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt \quad (13)$$

Le tensioni $\sigma_{x,e}^\tau$ producono una deformazione media $\bar{\varepsilon}_s^\tau$ pari a:

$$\bar{\varepsilon}_e^\tau = \frac{1}{E_s} \left[\frac{1}{L_g} \int_{(L_{sg}-L_g)/2}^{(L_{sg}+L_g)/2} \sigma_{x,e}^\tau(x) dx \right] \quad (14)$$

Sostituendo la (7) nella (14) ed integrando si ottiene:

$$\bar{\varepsilon}_e^\tau = -\frac{2\tau_{\max}}{\left[1 - e^{-\left(\frac{a_e}{t_{sg}}\right) L_{sg}} \right] E_s} g_e \left(a_e, \frac{L_{sg}}{t_{sg}}, \frac{L_g}{t_{sg}} \right) \quad (15)$$

dove la funzione g_e è riportata nell'Appendice. Per il principio di sovrapposizione degli effetti, la deformazione media totale $\bar{\varepsilon}_e$ (della struttura all'interfaccia) si ottiene sommando alla deformazione $\bar{\varepsilon}_e^\tau$ dovute alle tensioni tangenziali, la deformazione ε dovuta al carico monoassiale applicato all'infinito, si ha quindi:

$$\bar{\varepsilon}_e = \bar{\varepsilon}_e^\tau + \varepsilon \quad (16)$$

Trascurando lo scorrimento dell'ER (piccolo spessore) questa deformazione risulta uguale alla deformazione media ε' dell'ER, si ha cioè:

$$\varepsilon'_e = \bar{\varepsilon}_e^\tau + \varepsilon \quad (17)$$

Il coefficiente correttivo $C_e = \varepsilon/\varepsilon'_e$ si ottiene sostituendo la (10) e la (15) nella (17):

$$C_e = \frac{\varepsilon}{\varepsilon'_e} = 1 - \frac{\bar{\varepsilon}_e^\tau}{\varepsilon'_e} = 1 + \frac{1}{2} \frac{E_{sg}}{E_s} \frac{t_{sg}}{L_{sg}} \varphi_e \left(a_e, \frac{L_{sg}}{t_{sg}}, \frac{L_g}{t_{sg}} \right) \quad (18)$$

dove con φ_e si è indicato il rapporto tra le funzioni che compaiono nelle relazioni (15) e (10).

3. IL COEFFICIENTE CORRETTIVO

L'analisi della relazione (18) mostra che il coefficiente correttivo dipende in generale dal parametro a_e , che controlla il gradiente delle tensioni tangenziali. Tale parametro dipende, per dato estensimetro, dal modulo di Young del materiale nel quale l'estensimetro è inglobato.

Al fine di valutare il valore di tale parametro sono state eseguite simulazioni numeriche con il metodo degli elementi finiti (codice Ansys) considerando un modello semplificato bidimensionale (fig.7), praticamente eguale al modello teorico di fig.1, costituito da elementi tipo PLANE 82.

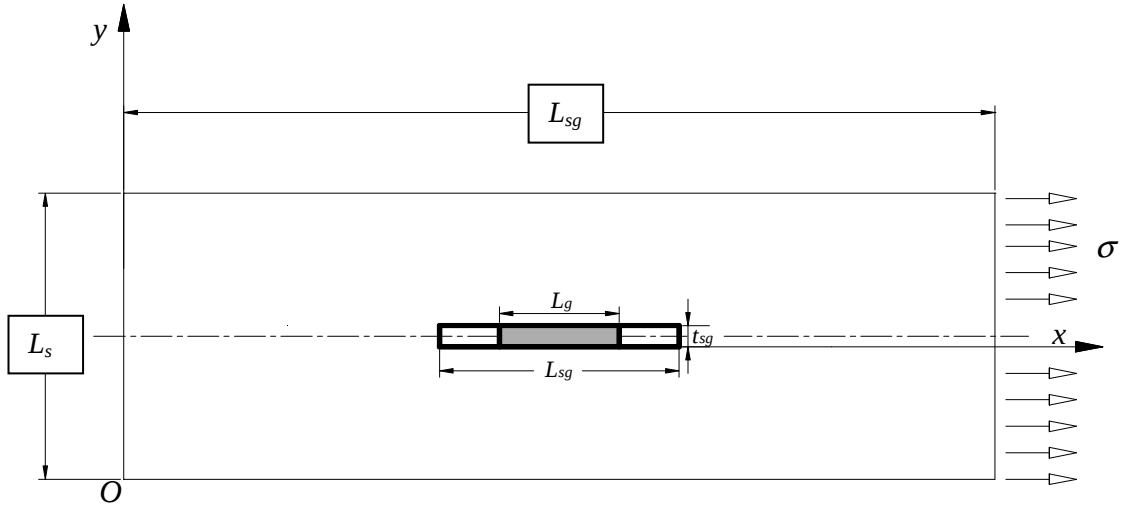


Figura 7: Modello numerico bidimensionale con $L_s > 10 L_{sg}$ e $t_s > 500 t_{sg}$

La suddetta analisi numerica mostra che, per estensimetri aventi lunghezza del supporto estensimetrico compresa tra 6 e 20 mm, a_e varia nel campo $0,52 \leq a_e \leq 0,89$ per E_s compreso tra 500 e 3.000 MPa. Nel suddetto campo di a_e la variazione della funzione φ_e è trascurabile. Si può pertanto considerare nella (18), al posto di φ_e il valore medio $\bar{\varphi}_e$ assunto in corrispondenza a $a_e=0,70$. Quindi l'equazione (18) diviene:

$$C_e = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_e} = 1 + \frac{1}{2} \frac{E_{sg}}{E_s} \frac{t_{sg}}{L_{sg}} \bar{\varphi}_e \left(\frac{L_g}{t_{sg}}, \frac{L_{sg}}{t_{sg}} \right) \quad (19)$$

La relazione (19) si può scrivere:

$$C_e = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_e} = 1 + \frac{E_{sg}^{*e}}{E_s} \quad (20)$$

dove E_{sg}^{*e} , che esprime la *sensibilità dell'ER inglobato all'effetto rinforzante locale*, è data da:

$$E_{sg}^{*e} = \frac{1}{2} E_{sg} \frac{t_{sg}}{L_{sg}} \bar{\varphi}_e \left(\frac{L_g}{t_{sg}}, \frac{L_{sg}}{t_{sg}} \right) \quad (21)$$

Nei limiti di validità del modello proposto, l'equazione (19) consente di stimare l'effetto rinforzante di un ER inglobato, noti che siano la geometria e il modulo di Young dello stesso nonché il modulo di Young della materiale nel quale l'estensimetro è inglobato.

La figura 4 mostra l'andamento della funzione $\bar{\varphi}_e$, al variare di L_{sg}/t_{sg} per diversi valori del rapporto L_g/t_{sg} . In particolare si evidenzia che, per dato L_g/t_{sg} , la funzione $\bar{\varphi}_e$ e di conseguenza l'effetto rinforzante decresce all'aumentare del rapporto L_{sg}/t_{sg} .

Analogamente la figura 5 mostra, nel caso di estensimetri installati in superficie, l'andamento della funzione $\bar{\varphi}$, che rappresenta il valore medio della funzione φ relativa al campo di variabilità di a relativo agli estensimetri installati in superficie ($0.15 \leq a \leq 0.65$)[10].

Il paragone della (20) con la (1) fornisce, tenendo conto delle (1a) e della (21) il rapporto tra le sensibilità all'effetto rinforzante E_{sg}^{*e} (relativa all'ER inglobato) e E_{sg}^* (relativa all'ER in superficie):

$$\frac{E_{sg}^{*e}}{E_{sg}^*} = \frac{C_e - 1}{C - 1} = \frac{1}{2} \frac{\bar{\varphi}_e}{\bar{\varphi}} \quad (21.1)$$

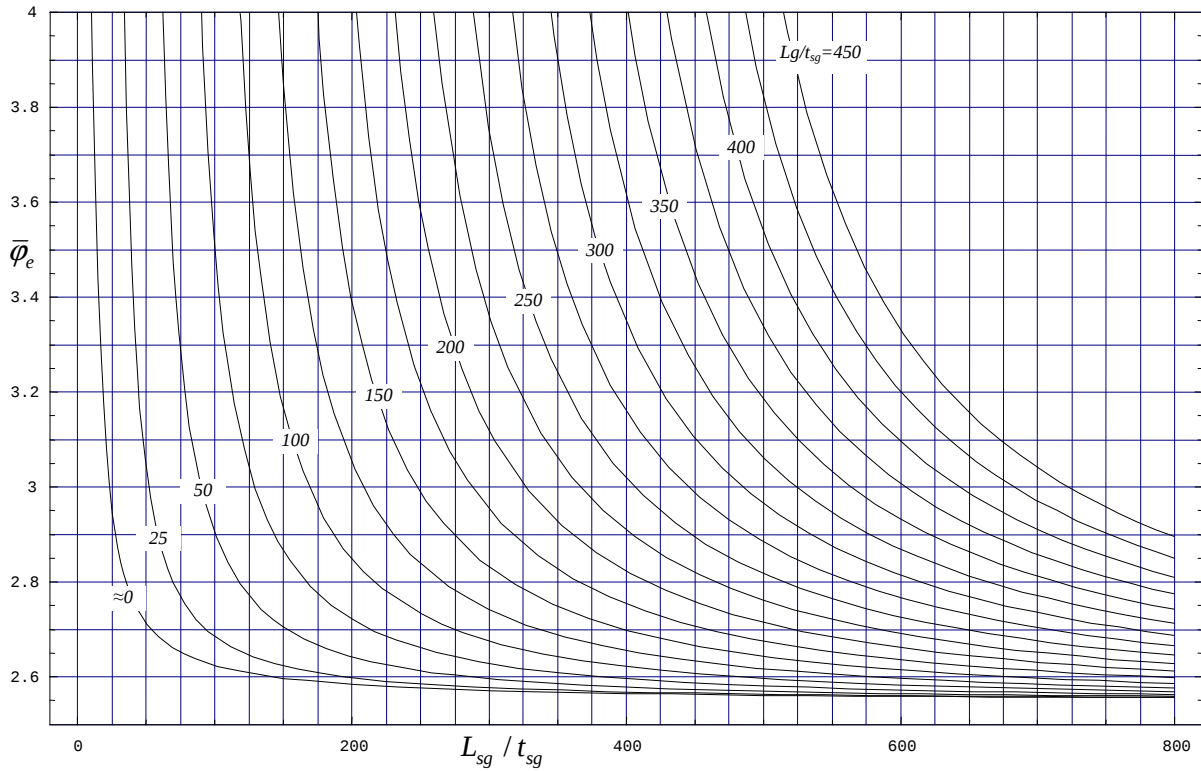


Figura 4: ER inglobati: andamento della funzione $\bar{\varphi}_e$ al variare del rapporto L_{sg}/t_{sg} per diversi valori di L_g/t_{sg} .

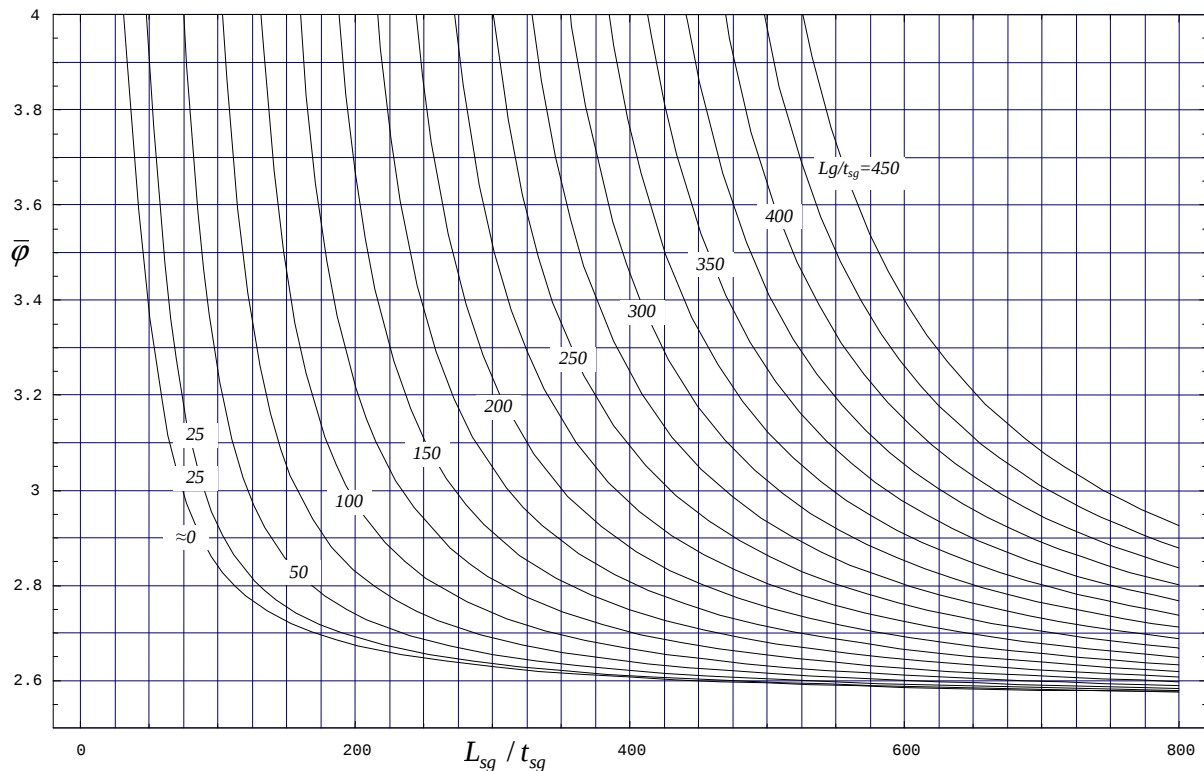


Figura 5: ER in superficie: andamento di $\bar{\varphi}$ al variare del rapporto L_{sg}/t_{sg} , e per diversi valori di L_g/t_{sg} .

La relazione (21.1) mostra che l'effetto rinforzante dell'ER inglobato è ridotto, a parità di altre condizioni, rispetto a quello dell'ER installato in superficie. L'entità di tale riduzione dipende dal rapporto $\bar{\varphi}_e/\bar{\varphi}$ il cui andamento è riportato nella figura 6. Nella stessa figura 6 sono indicati i punti relativi ad estensimetri commerciali aventi base di misura compresa tra 1,5 e 20 mm; per tali estensimetri il rapporto $\bar{\varphi}_e/\bar{\varphi}$ è compreso tra 0,88 e 0,98.

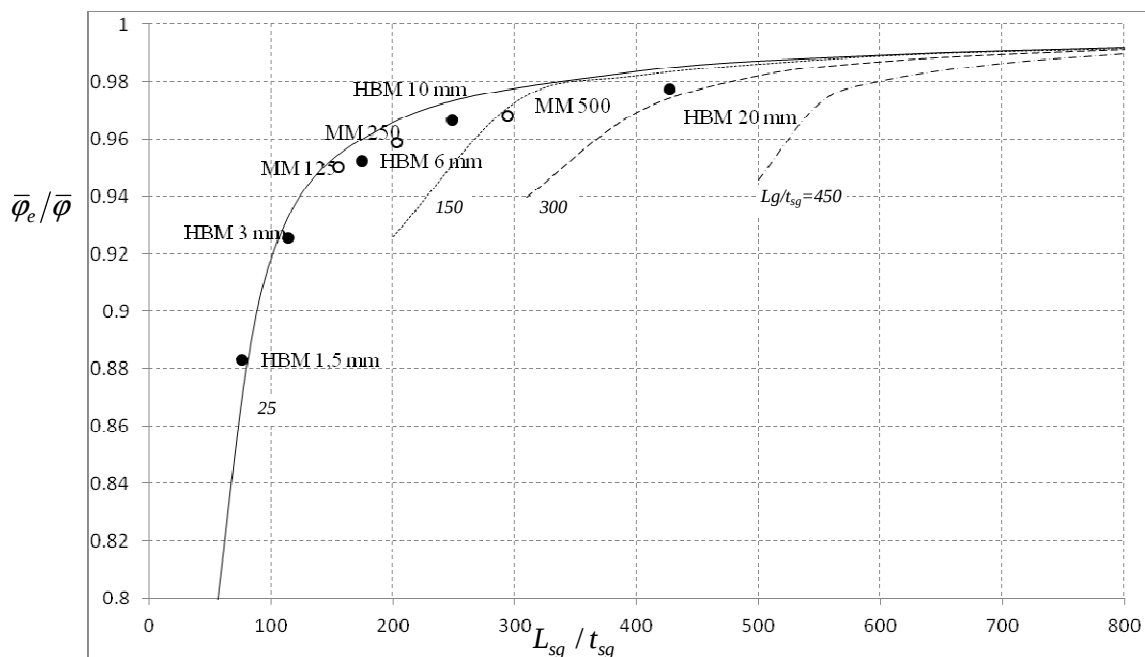


Figura 6: Andamento del rapporto $\bar{\varphi}_e/\bar{\varphi}$ in funzione del rapporto L_{sg}/t_{sg} per diversi valori di L_g/t_{sg} . (= 25 - 150 - 300 - 450)

La figura 6 mostra che:

- il rapporto $\bar{\varphi}_e/\bar{\varphi}$ è sempre minore di uno;
- all'aumentare di L_g/t_{sg} e al diminuire di L_{sg}/t_{sg} il rapporto $\bar{\varphi}_e/\bar{\varphi}$ tende a uno, di conseguenza, in base alla (21.1); il rapporto E_{sg}^{*e}/E_{sg}^* tra le sensibilità all'effetto rinforzante tende a 0.5.

Il coefficiente correttivo dato dalla (19) è in genere approssimato, dato che si è utilizzato un modello semplificato. In generale, come per gli ER installati in superficie, per una più accurata valutazione del dell'effetto rinforzante dell'ER inglobato, conviene determinare la sensibilità all'effetto rinforzante E_{sg}^{*e} mediante la taratura effettuata su di un ER inglobato in un materiale avente un modulo di Young più basso di quello relativo al materiale in cui l'ER verrà inglobato durante le prove.

In base alla relazione (20), la taratura fornisce:

$$E_{sg}^{*e} = \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c^{'e}} - 1 \right) E_s^c \quad (27)$$

dove ε_c è la deformazione effettiva del provino di taratura, $\varepsilon_c^{'e}$ è la corrispondente deformazione misurata dall'estensimetro inglobato ed E_s^c è il modulo di Young del provino di taratura.

L'impiego del valore di E_{sg}^{*e} , così determinato, nella (20) consente di determinare il coefficiente correttivo per altri materiali.

5. SIMULAZIONI NUMERICHE

Il modello numerico usato per determinare il valore della costante a_e , è stato utilizzato anche per validare il modello teorico proposto. A tal fine sono stati simulati ER installati su materiali aventi modulo di Young compreso nel range 200-3.000 MPa in cui l'effetto rinforzante risulta significativo. Più in dettaglio, sono stati considerati gli ER tipo HBM e M-M riportati in tabella 1, dove i moduli di Young sono quelli determinati nella memoria [11], in applicazione della norma VDI/VDE 2635. In analogia al modello teorico si è considerata la griglia centrata rispetto al supporto.

Tabella 1 – Caratteristiche geometriche degli estensimetri analizzati

Strain gauge type	L_g	b_g	L_{sg}	b_{sg}	t_{sg}^a	E_{sg}^c	L_{sg}/t_{sg}	L_g/t_{sg}
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[μm]	[MPa]		
HBM: 1-LY11-1.5/350	1.5	1.2	5.7	4.7	74.5	6015	76.51	20.13
HBM: 1-LY11-3/350	3	1.5	8.5	4.5	74.5	6462	114.09	40.27
HBM: 1-LY11-6/350	6	2.9	13	6	74.5	7449	174.5	80.54
HBM: 1-LY11-10/350	10	5	18.5	9.5	74.5	6853	248.32	134.23
MM: CEA-XX ^b -125-UW-	3.18	4.57	10.7	6.9	69	7343	155.07	46.09
MM: CEA-13-250-UW-	6.35	4.57	14	6.9	69	7349	202.9	92.03
MM: CEA-13-500-UW-	12.7	4.57	20.3	6.9	69	7369	294.2	184.06

^a nominal, ^b XX= 06 or 13., ^c from Ref. [11]

Mediante l'analisi numerica agli elementi finiti è stato possibile determinare in maniera diretta il valore della deformazione media ε' lungo la griglia mediante la relazione seguente che utilizza gli spostamenti degli estremi della griglia stessa [18]:

$$\varepsilon' = \frac{u_1 - u_2}{L_g} \quad (23)$$

dove (Fig. 1)

u_1 è lo spostamento del primo (1) estremo della griglia;

u_2 è lo spostamento del secondo (2) estremo della griglia.

Quindi, noto il valore della deformazione imposta ε si ricava immediatamente il coefficiente correttivo dell'effetto rinforzante $C_e = \varepsilon / \varepsilon_e'$.

Le figure 8 e 9 mostrano, per alcuni estensimetri di tabella 1, le curve teoriche del coefficiente correttivo C_e , determinate mediante la relazione (19), e alcuni valori del coefficiente correttivo C_e ricavati mediante simulazioni numeriche.

Dall'analisi delle suddette figure si nota il buon accordo tra i risultati numerici e le curve teoriche del coefficiente correttivo fornite dal modello proposto. E' confermato altresì come al crescere della base di misura dell'ER l'effetto rinforzante locale diminuisce significativamente.

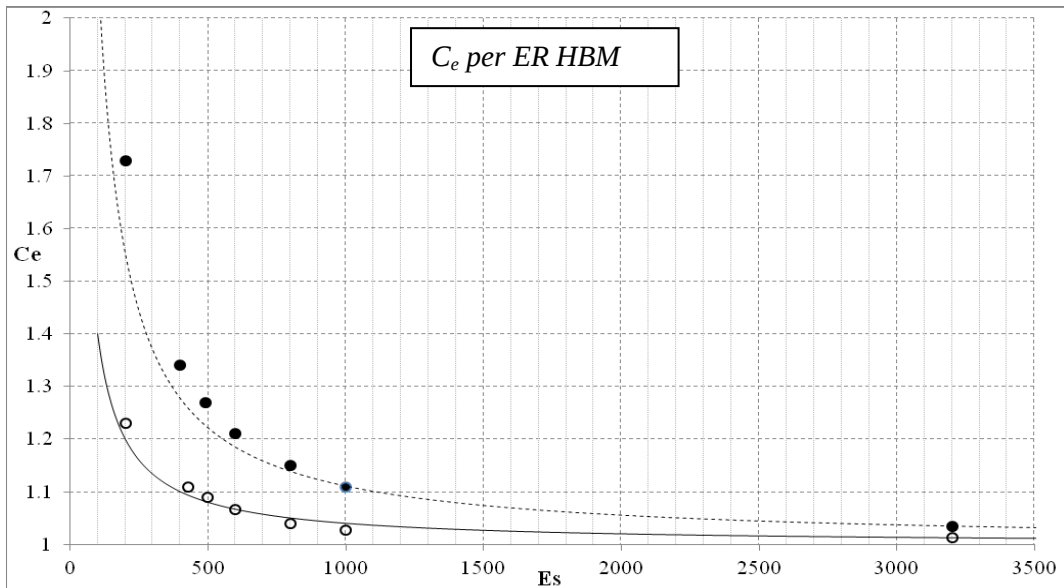


Figura 8: Curve teoriche di C_e e valori determinati mediante simulazione numerica per ER aventi base di misura 1,5 mm (HBM:1-LY11-1,5/350) (----) e 10 mm (HBM:1-LY11-10/350) (—).

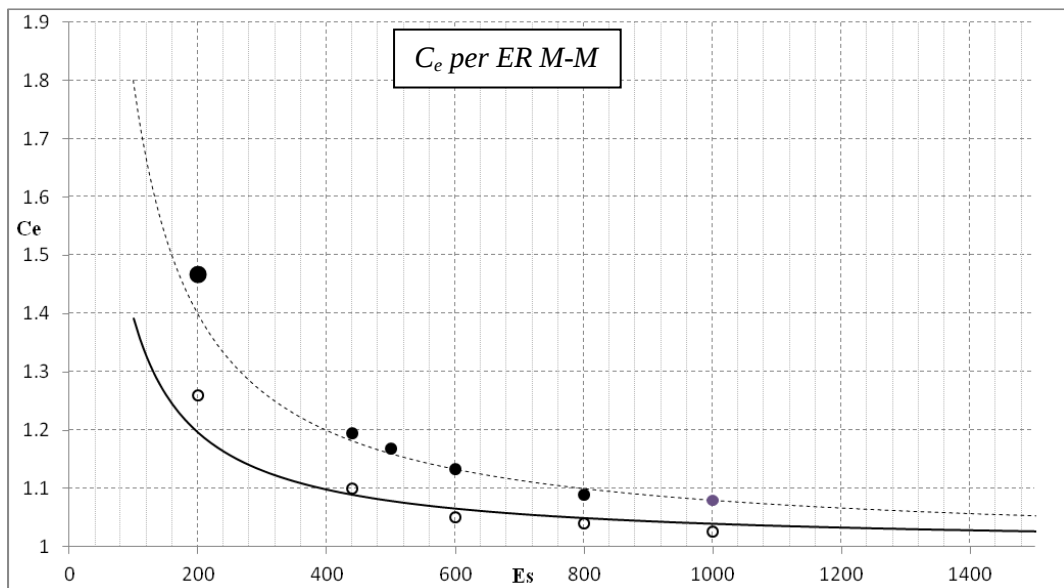


Figura 9: Curve teoriche di C_e e valori determinati mediante simulazione numerica per ER aventi base di misura 3,18 mm (MM:CEA-13-125-UW350) (----) e 12,7 mm (MM:CEA-13-500-UW350) (—).

5. ANALISI SPERIMENTALE

Le prove sperimentali, descritte nel seguito, si riferiscono ad alcuni estensimetri HBM e M-M (tabella1) inglobati all'interno di materiali a basso modulo di Young.

Come materiale si è impiegata la resina epossidica (PL-2 della VISHAY), che è stato anche opportunamente miscelato con altre resine epossidiche al fine di ottenere materiali con vari moduli di Young compresi nel range tra 500 e 1.500 MPa.

Per la realizzazione dei provini con ER inglobati si è impiegato uno stampo realizzato da barre di plexiglass (trasparente) in modo da controllare visivamente il corretto posizionamento dell'ER inglobato. L'assenza di tensioni iniziali sui provini è stata verificata mediante osservazione degli stessi al polariscopio circolare in luce bianca.

Il provino così ottenuto, delle dimensioni nominali di 25x14x250 mm, è stato strumentato con altri due ER installati in superficie (fig.10), secondo l'asse longitudinale del provino, utilizzando un adesivo a base di cianoacrilato (HBM, tipo **Z 70**). Gli estensimetri contrapposti consentono di compensare l'eventuale flessione spuria. Il cablaggio è stato realizzato mediante cavi in rame con diametro di 0,09 mm isolati con guaina in PVC.

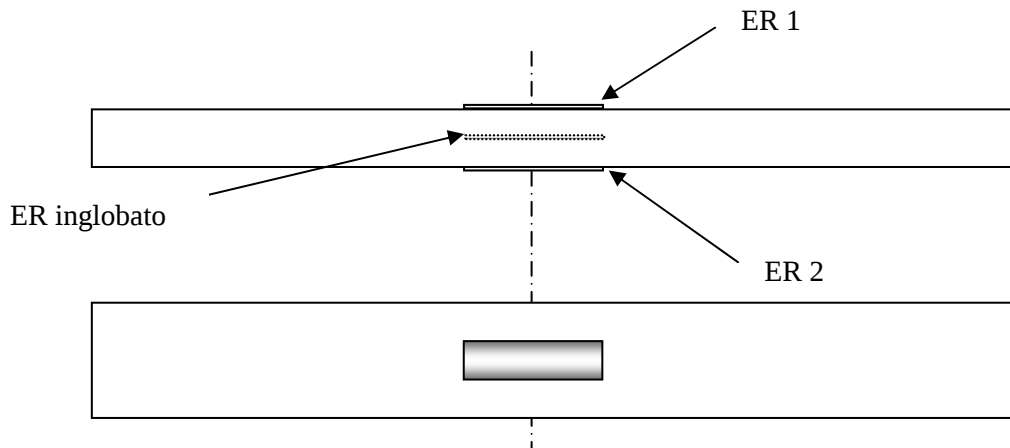


Figura 10: Posizionamento degli estensimetri sui provini usati nelle verifiche sperimentali.

Gli ER sono stati collegati allo strumento di misura (HBM, tipo UPM 100) mediante un collegamento a $\frac{1}{4}$ di ponte a quattro fili con alimentazione intermittente, avente le seguenti caratteristiche:

1. Alimentazione 0,5 V, $f = 600$ Hz
2. Intervallo di integrazione (intervallo tra due misure successive): 100 ms
3. Intervallo di misura (intervallo tra due cicli di misura successivi): 30 s
4. Tempo di integrazione (durata della singola misurazione): 500 ms

Il provino è stato altresì strumentato con due estensometri a coltello (HBM, modello DD1), avente base di misura 50 mm, montati contrapposti, al fine di misurare la deformazione effettiva ϵ eliminando la flessione spuria.

I provini sono stati caricati mediante macchina prova materiali di tipo elettromeccanico equipaggiata con una cella di carico da 20 kN. Le prove sono state eseguite in controllo di spostamento, impostando la velocità della traversa della macchina di prova a 0,5 mm/min.

Prima di ogni ciclo di misura si sono eseguiti almeno tre cicli di allenamento sul provino e poi si è imposta una deformazione compresa tra 1.500 e 2.000 $\mu\text{m/m}$.

Misurate le deformazioni ϵ'_e (mediante l'ER inglobato), ϵ' (mediante gli ER installati in superficie) ed ϵ (mediante gli estensometri) si sono determinati i coefficienti correttivi sia per gli ER inglobati che per quelli installati in superficie. La tabella 2 mostra i coefficienti correttivi così determinati.

Tabella 2: Effetto rinforzante per ER tipo HBM ed M-M inglobati e installati in superficie.

ER	E_s [MPa]	C_e			C
		teorico	numerico	sperimentale	
HBM: 1-LY11-1,5/350	175	1,55	1,73	1,49	2,09
HBM: 1-LY11-1,5/350	493	1,22	1,27	1,21	1,79
HBM: 1-LY11-1,5/350	586	1,18	1,21	1,16	1,45
HBM: 1-LY11-1,5/350	1260	1,09	1,10	1,10	1,18
M-M :CEA-XX-125-UW-350	440	1,14	1,19	1,12	1,48
M-M :CEA-13-500-UW-350	430	1,11	1,15	1,09	1,42

La tabella 2 mostra che i coefficienti correttivi, relativi all'ER inglobato determinati per via teorica, numerica e sperimentale sono in buon accordo tra di loro; tale tabella mostra inoltre che i coefficienti relativi agli ER inglobati sono sempre inferiori, come previsto dalla teoria, a quelli relativi agli estensimetri installati in superficie.

Inoltre, per l'ER tipo HBM:1-LY11-1,5/350, i coefficienti correttivi C_e e C di tabella 2, sono riportati in figura 11 al variare del modulo di Young E_s del provino. Per entrambe le modalità di installazione (inglobato ed in superficie) nella stessa figura 11 è riportata la curva teorica in cui la sensibilità all'effetto rinforzante è stata determinata mediante calibrazione utilizzando un ER inglobato in un materiale avente $E_s^c = 493$ MPa.

Si osserva un buon accordo tra risultati sperimentali e relative curve teoriche, con scostamenti inferiori a $\pm 5\%$. Si osserva altresì che i coefficienti correttivi degli ER inglobati sono sempre minori di quelli relativi agli stessi estensimetri installati in superficie.

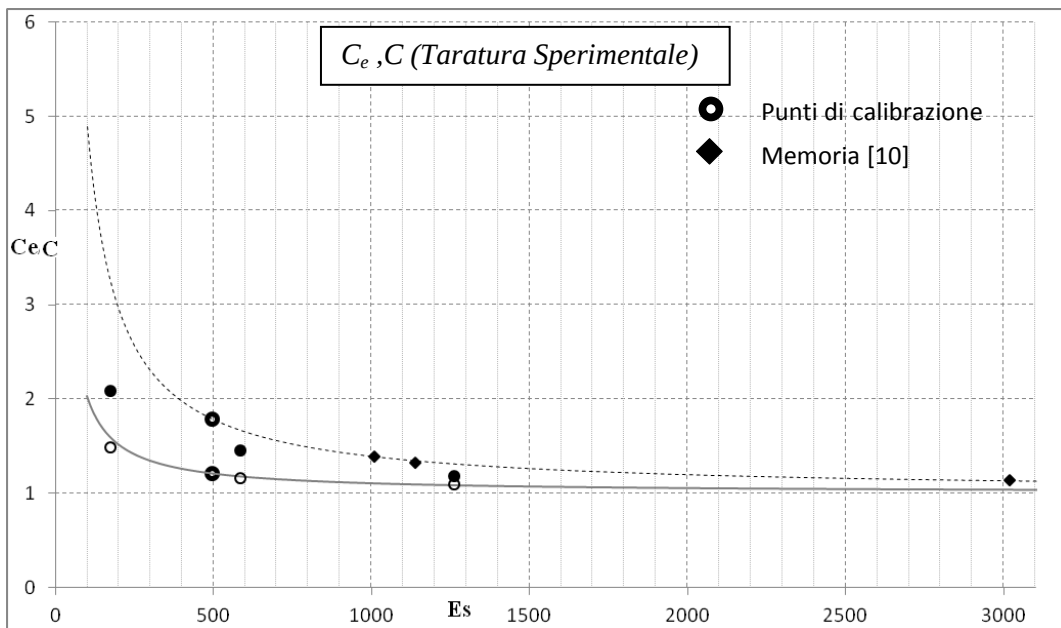


Figura 11: Coefficiente correttivo C_e e C in funzione del modulo di Young della struttura E_s per ER con $L_{sg}=5,7$ mm, $t_{sg}=0,0745$ mm, $L_g=1,5$ mm (HB:1-LY11-1,5/350).

7. CONCLUSIONI

Lo studio teorico, numerico e sperimentale, eseguito in questa memoria, presenta un modello per la valutazione dell'effetto rinforzante locale degli estensimetri inglobati all'interno di materiali a basso modulo.

In particolare, il modello teorico proposto si muove verso la definizione di un indice dell'effetto rinforzante dell'estensimetro mediante il quale è possibile valutare l'effetto rinforzante locale per qualunque modulo di Young del materiale della struttura in cui l'ER è inglobato. La accuratezza di

tale indice, che esprime la *sensibilità all'effetto rinforzante* E_{sg}^{*e} dell'estensimetro inglobato, può essere migliorata affiancando al modello teorico proposto una calibrazione sperimentale.

L'analisi numerica e le verifiche sperimentali hanno ampiamente confermato la buona attendibilità del modello teorico proposto per la stima dell'effetto rinforzante; per materiali con modulo di Young superiore a 500 MPa lo scostamento tra le previsioni teoriche e i risultati sperimentali risulta sempre inferiore a $\pm 5\%$.

E' possibile pertanto affermare che il modello teorico semplificato proposto ha permesso di evidenziare:

- la riduzione dell'effetto rinforzante degli ER inglobati all'aumentare della base di misura dell'ER, così come accadeva per l'ER installato in superficie;
- la riduzione dell'effetto rinforzante dell'estensimetro inglobato, a parità di altre condizioni, rispetto a quello dell'estensimetro installato in superficie; l'entità di tale riduzione dipende dal rapporto $\bar{\varphi}_e/\bar{\varphi}$, dal coefficiente a e a_e e dalla geometria dell'ER.
- l'irrelevanza dell'effetto rinforzante per ER commerciali inglobati in materiali aventi modulo di Young $E_s \geq 3.000$ MPa.

6. APPENDICE

Le funzioni f_e e g_e che compaiono rispettivamente nelle relazioni (10) e (15) sono date dalle seguenti espressioni:

$$f_e = \frac{2\tau_{max}}{[1 - e^{-\left(\frac{2a}{t_{sg}}\right)L_{sg}}](a_e^2 E_{sg} L_g)} \left[a_e L_g \left(1 + e^{-a_e \left(\frac{L_{sg}}{t_{sg}}\right)} \right) + \frac{2t_{sg}}{a_e} \left(e^{-\frac{a_e}{t_{sg}} \left(\frac{L_{sg} + L_g}{2}\right)} - e^{-\frac{a_e}{t_{sg}} \left(\frac{L_{sg} - L_g}{2}\right)} \right) \right] \quad (A1)$$

$$g_e = - \frac{2\tau_{max}}{[1 - e^{-\left(\frac{2a}{t_{sg}}\right)L_{sg}}] E_s L_g \pi} \left\{ 2e^{-\frac{a_e}{t_{sg}} \left(\frac{L_{sg} - L_g}{2}\right)} \left[Z \frac{a_e}{t_{sg}} \left(\frac{L_{sg} - L_g}{2} \right) \right] + \right. \\ \left. - 2e^{-\frac{a_e}{t_{sg}} \left(\frac{L_{sg} + L_g}{2}\right)} \left[Z \frac{a_e}{t_{sg}} \left(\frac{L_{sg} + L_g}{2} \right) + Z \frac{a_e}{t_{sg}} \left(\frac{L_{sg} - L_g}{2} \right) \right] + \left(1 + e^{-\frac{a_e}{t_{sg}} L_{sg}} \right) \cdot \left[2 \ln \left(\frac{L_{sg} + L_g}{L_{sg} - L_g} \right) \right] \right\} \quad (A2)$$

BIBLIOGRAFIA

- [1] Findley, W.N., Reed, R.M.: "Concerning strain-gage measurement of creep of plastics". Experimental Mechanics 1963, 3(1), pp. 29-32.
- [2] Swam, J.W.: "Resistance strain gauges on thermoplastics". Strain 1973, 9(2), pp.56-59.
- [3] Dove R.C., Brasier, R.I., Baker, W.E., " Selection of gages for strain measurement at interior points". Experimental Mechanics, 1962, 2(6), pp.189-190.
- [4] Bray, A., Desogus, S.: "Gli estensimetri annegati: nuovo metodo per l'analisi tridimensionale delle tensioni". Ingegneria Meccanica, 1970, XIX (12), pp.29-35.
- [5] Little, E.G., Tocher, D., O'Donnell, P.: „ Strain gauge reinforcement of plastics“. Strain 1990, 26(3), pp. 91-98.
- [6] Stehlin, P.: " Strain distribution in and around strain gauges". Journal of Strain Analysis 1972, 7(3), pp. 228-235.
- [7] Beatty, M. F., Chewning, S. W.: " Numerical analysis of the reinforcement effect of a strain gage applied to a soft material". International Journal of Engineering Science 1979, vol. 127, pp. 907-915.

- [8] Perry, C.C.: "Strain gage reinforcement effects on low-modulus materials", *Experimental Techniques* 1985, 9(5), pp.25-27.
- [9] Perry, C.C.: "Strain gage reinforcement effects on orthotropic materials", *Experimental Techniques* 1986, 10(2), pp.20-24.
- [10] Ajovalasit, A., Zuccarello, B., "Local reinforcement effect of a strain gauge installation on low modulus materials", *Journal of Strain Analysis*, 40(7), 643-653, 2005.
- [11] Ajovalasit, A., D'Acquisto, L. Fragapane, S., Zuccarello, B., "Stiffness and reinforcement effect of electrical resistance strain gauges", *Strain*, 43(4), 299-305, 2007.
- [12] Horoschenkoff, A., Klein, S., Haase, K., *Structural integration of strain gages*. HBM, Darmstadt, Germany, 2006.
- [13] S.P. Timoshenko, J.N. Goodier, "Theory of Elasticity", *McGraw-Hill*, Auckland, New Zeland, 1988.
- [14] HBM: Catalog - Strain gages and accessories (wt07.02.10e), internet: www.hbm.com (2006).
- [15] MM: Catalog 500 – Precision strain gages Wishay Micro-Measurements (Databook VSD-DB0066 – 0401). Internet: www.wishay.com (2005).
- [16] Ansys User manual – ANSYS Inc., Canonsburg, Pennsylvania (2004).
- [17] Ajovalasit, A., Zuccarello, B., Fragapane S. L'effetto rinforzante degli estensimetri inglobati. *In Atti del XXXVIII Convegno Nazionale AIAS 2009, Torino*.
- [18] Schajer, G.S., "Use of displacement data to calculate strain gauge response in non-uniform strain fields". *Strain* 1993, 29(1) , 9-13.