

UTILIZZO DI UN MODELLO DIFFUSIVO 2D DI ACQUE BASSE PER LA SIMULAZIONE IN TEMPO REALE DI SCENARI DI INONDAZIONI

Costanza Aricò², Marco Sinagra¹, Angelica Tarpanelli², Tommaso Moramarco² & Tullio Tucciarelli¹.

¹Department of Hydraulic Engineering and Environmental Applications, University of Palermo, Italy, Viale delle Scienze, 90128, Palermo, Italy

² Research Institute for Geo-Hydrological Protection, CNR, Via Madonna Alta 126, 06128 Perugia, Italy

SOMMARIO

I recenti cambiamenti climatici e le sempre più frequenti inondazioni rendono particolarmente attuale l'utilizzo di sistemi di allerta per facilitare l'evacuazione precoce della popolazione e la messa in sicurezza dei beni. I suddetti sistemi sono basati in parte sulla previsione a breve termine delle piogge, in parte sulla stima del processo di trasformazione afflussi-deflussi e della propagazione dell'onda di piena. Nella presente memoria il modello diffusivo MAST 2D ad avanzamento spaziale e temporale già proposto da alcuni degli autori viene ulteriormente migliorato per una più rapida soluzione ed una migliore adattabilità all'uso del calcolo parallelo. Viene introdotta una nuova soluzione semi-analitica della componente convettiva del problema, con una notevole riduzione del corrispondente sforzo computazionale. La componente diffusiva viene discretizzata nello spazio e nel tempo con una procedura classica agli elementi finiti che si traduce, ad ogni passo temporale, in un sistema lineare ben condizionato che può essere risolto efficacemente anche con l'ausilio del calcolo parallelo. Il modello è stato implementato nel sistema di allerta precoce del fiume Genna, in Umbria. Gli idrogrammi di piena previsti a breve termine sulla base delle piogge misurate sono utilizzati quali condizione al contorno di monte del modello, il cui dominio ricopre la superficie potenzialmente inondabile per tutto il tratto considerato a rischio idraulico. Il tempo di calcolo necessario a simulare accuratamente la propagazione della piena è un decimo della durata dell'idrogramma di piena e ancor più piccolo rispetto all'anticipo delle previsioni di pioggia rispetto al verificarsi dell'inondazione.

1 INTRODUZIONE.

Negli ultimi anni le sempre più frequenti inondazioni causate sia dall'uso irrazionale del suolo che dai cambiamenti climatici hanno favorito lo sviluppo di sistemi di allerta precoce, che consentono l'attuazione di interventi utili per la sicurezza di beni e persone anche con anticipi di poche ore della stima del pericolo. Tali sistemi includono almeno

alcune delle seguenti componenti: l'osservazione dei dati meteorologici, la loro analisi, la previsione delle piogge a breve termine, la trasformazione afflussi-deflussi, la modellazione idraulica e la correzione degli algoritmi di predizione.

La modellazione idraulica bidimensionale risulta di particolare rilievo in presenza di zone urbanizzate, con la presenza di numerose infrastrutture atte a deviare la direzione dei flussi idrici, ovvero in concomitanza di eventi con elevati tempi di ritorno. Valori eccezionali dei tiranti idrici e delle portate a monte delle zone soggette a rischio idraulico comportano infatti il divagare delle correnti su superfici topograficamente irregolari, non plasmate dall'azione modellatrice delle correnti di magra e di morbida. Il limite all'applicazione dei modelli bidimensionali è stato sinora costituito 1) dai lunghi tempi di calcolo richiesti dalle simulazioni, che possono diventare facilmente una frazione significativa dell'anticipo temporale della piena e quindi vanificarne l'utilità, 2) dalla sensibilità dei risultati rispetto all'errore di modello e di calibrazione, che può portare a previsioni del tutto errate, anche fisicamente non plausibili, per particolari idrogrammi di input.

Una prima soluzione al problema precedente può essere trovata calcolando 'off-line' gli scenari di inondazione per potenziali idrogrammi di piena e stabilendo così una relazione di tipo sostanzialmente statistico fra le portate di ingresso nel dominio di calcolo ed i tiranti e le velocità in alcuni punti del dominio, considerati particolarmente significativi. Una seconda soluzione è l'adozione di un modello diffusivo, particolarmente robusto e veloce, che a scapito di piccoli errori di calcolo consenta di valutare con affidabilità e tempestività l'evoluzione di tiranti e velocità, nonché di modellare fedelmente la morfologia del terreno anche in presenza di particolari manufatti stradali, ferroviari o di altra natura. Scopo della memoria è quello di presentare lo sviluppo e l'applicazione di un modello siffatto al sistema di allerta precoce preposto a tutela delle zone rivierasche del torrente Genna, in Umbria.

Il tempo di calcolo richiesto dal modello è stato minore di un decimo della durata dell'idrogramma simulato ed ancor minore dell'anticipo della previsione di tale idrogramma nella sezione di monte del tratto di alveo soggetto ad esondazione.

2 IL SISTEMA DI ALLERTA PRECOCE

I sistemi di difesa dalle inondazioni di tipo non strutturale sono basati oggi principalmente, specie nel caso di corsi d'acqua soggetti a "flash floods", sull'accuratezza e l'affidabilità delle previsioni a breve termine, opportunamente inserite in un sistema di allerta precoce. Possiamo distinguere cinque componenti principali del sistema:

La prima componente è costituita dal sistema di monitoraggio delle condizioni iniziali del bacino, dei dati idrometrici e pluviometrici, nonché di altri parametri misurati all'interno od in prossimità del bacino ed utili alle previsioni. Tale sistema è costituito dall'insieme dei sensori e degli strumenti di trasmissione, nonché di conservazione dei dati acquisiti in pieno campo in una o più unità poste anche a notevole distanza dai sensori. I segnali trasmessi devono essere convertiti in formato digitale, controllati ed immagazzinati per i successivi processi di analisi.

La seconda componente è costituita dai modelli di previsione (*forecast models*), a loro volta composti da diverse sezioni. Una prima sezione è dedicata all'acquisizione

dei dati del sistema di monitoraggio, nonché alla loro integrazione con i dati geomorfologici del SIT e con eventuali altre informazioni provenienti dalla rete, quali previsioni meteorologiche a breve termine (0-6 ore, *nowcasting*) o a medio termine (1-4 giorni). Una seconda sezione è dedicata all'elaborazione statistica dei dati, alla previsione dei deflussi, all'eventuale aggiornamento dei parametri del modello di trasformazione afflussi-deflussi, in base al confronto dei dati simulati con quelli in seguito registrati. Una terza sezione può essere dedicata alla valutazione dello scenario di inondazione, attraverso modellistica idraulica, ed una quarta al grado di incertezza nella stima del danno e quindi al rischio ad esso associato.

Una quarta componente è costituita dal sistema decisionale, che deve predisporre al meglio i possibili scenari da consegnare al gestore per la decisione finale. Segue infine il sistema di disseminazione delle informazioni e di possibili azioni dirette quali l'attivazione di segnali stradali.

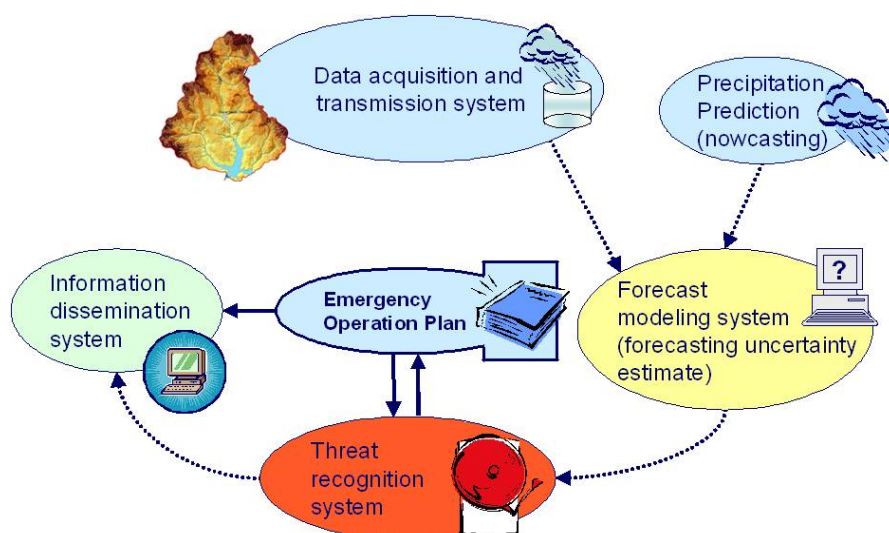


Figure 1. Componenti di un sistema di allerta precoce.

All'interno del sistema di allerta, la previsione di scenari di inondazione attraverso modellistica idraulica bidimensionale diventa di particolare utilità quando la minaccia principale è costituita dall'esondazione di un corso d'acqua su aree pianeggianti, occupate da infrastrutture e/o zone residenziali. L'utilizzo di tale modellistica è stato sinora scoraggiato dall'onere computazionale dei modelli e dalla loro ridotta affidabilità.

3 THE DIFFUSIVE MAST MODEL

Le equazioni del moto di un modello bidimensionale di acque basse possono essere scritte nella forma [Tucciarelli and Termini, 2000]:

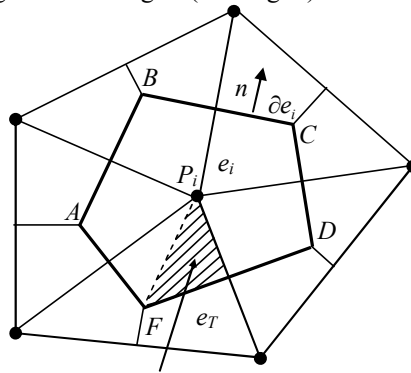
$$\nabla_x H + \frac{n^2 p \sqrt{p^2 + q^2}}{h^{10/3}} = 0 \quad (1a), \quad \nabla_y H + \frac{n^2 q \sqrt{p^2 + q^2}}{h^{10/3}} = 0 \quad (1b), \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} = 0 \quad (1c).$$

dove h è il tirante idrico, H è la quota piezometrica, p e q sono i flussi per unità di larghezza rispettivamente in direzione x e y , g è l'accelerazione di gravità, n è il coefficiente di Manning, $\nabla_{x(y)} H$ è la componente del gradiente piezometrico in direzione x (y). Esprimendo i flussi p e q in funzione del gradiente piezometrico, possiamo scrivere la (1c) nella forma:

$$\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^{10/3}}{n^2 \sqrt{p^2 + q^2}} \frac{\partial H}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^{10/3}}{n^2 \sqrt{p^2 + q^2}} \frac{\partial H}{\partial y} \right) = 0 \quad (2).$$

Dopo essere stata discretizzata nel tempo, la (2) viene risolta ad ogni passo temporale in due fasi successive, corrispondenti la prima ad un problema di predizione puramente convettivo, la seconda ad un problema di correzione puramente diffusivo. La discretizzazione spaziale, comune alle due fasi, è operata su mesh triangolare non strutturata mediante un approccio classico alla Galerkin.

Chiamiamo $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ il dominio finito del modello, Ω_h una ripartizione poligonale di Ω e T_h una triangolazione non strutturata di tipo Delaunay. La triangolazione T_h è definita mesh primaria ed il generico triangolo e_T *primary element*. Chiamiamo $P_h = \{P_i, i=1, \dots, J\}$ l'insieme di tutti i vertici di ogni $e_T \in T_h$ e J il corrispondente set di indici. La mesh duale $E_h = \{e_i, i=1, \dots, J\}$ è costruita a partire dalla mesh primaria. Il generico volume e_i associate al vertice P_i è un poligono irregolare dato dall'unione dei sotto-triangoli ottenuti dal frazionamento di ogni triangolo di T_h che contiene il nodo P_i ed operato dagli assi degli stessi triangoli (vedi fig. 2).



secondary element

Figure 2. The dual mesh.

La fase di predizione viene risolta attraverso un approccio denominato MAST (MARCHING in Space and Time), proposto in passato da alcuni degli autori (Aricò and Tucciarelli, 2007; Aricò et al., 2009). Nella fase di predizione il gradiente piezometrico viene assunto costante nel tempo e pari al valore calcolato all'inizio del passo

temporale. Si può dimostrare che tale approssimazione cambia il problema diffusivo in un problema puramente convettivo, risolubile attraverso la conoscenza delle condizioni iniziali e delle sole condizioni al contorno di monte. Ad ogni cella di calcolo i -esima viene assegnato un potenziale pari alla quota piezometrica nel nodo i . Le celle di calcolo vengono quindi ordinate secondo il valore decrescente del potenziale delle velocità, costituito dalle quote piezometriche nel caso in esame, e risolte in sequenza.

Si può dimostrare [Aricò et al., 2009] che l'integrazione spaziale dell'equazione (2), nell'ipotesi anzidetta di trascurare la variazione temporale del gradiente piezometrico, conduce in ogni cella i -esima alla seguente equazione differenziale ordinaria:

$$K_i^k h_i^{5/3} + A_i \frac{dH_i}{dt} = \overline{Ft}_i^k \quad (3),$$

dove il primo termine a primo membro rappresenta il flusso uscente dalla cella di calcolo, il secondo termine la variazione di volume nell'unità di tempo ed il secondo membro il flusso medio entrante nella cella i -esima. Il coefficiente K_i^k dipende dalla geometria della cella i , dal coefficiente di scabrezza e dal dislivello di potenziale fra la cella i e le celle limitrofe a valle. Il secondo termine a primo membro rappresenta il termine capacitivo, mentre il secondo membro è costituito dalla media dei flussi entranti dalle celle limitrofe di monte durante il passo temporale, noto dalla soluzione delle celle precedenti. Nella precedente formulazione dell'algoritmo MAST la soluzione di ogni equazione (3) è stata ottenuta per via numerica, adottando uno schema di Runge-Kutta con passo temporale variabile, selezionato automaticamente come frazione di quello di calcolo [Aricò and Tucciarelli, 2007]. Nella nuova formulazione, viene adottata una soluzione semi-analitica che riduce drasticamente i relativi tempi di calcolo. Poniamo h_i^k pari al tirante idrico all'inizio del passo temporale ed h_i^{kf} il suo valore asintotico,

calcolato in base alla (3) come $h_i^{kf} = \left(\overline{Ft}_i^k / K_i^k \right)^{3/5}$. Noti questi due valori, possiamo scrivere l'Eq. (3) in forma dimensionale come [Aricò et al., 2009]:

$$\frac{d\xi}{d\tau} = 1 - \xi^{5/3}, \quad \xi = \frac{h_i}{h_i^{kf}}, \quad \tau = \frac{dt \overline{Ft}_i^k}{A_i h_i^{kf}}, \quad \text{se } h_i^{kf} > h_i^k \quad (4,a),$$

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \xi_f^{5/3} - \xi^{5/3}, \quad \xi = \frac{h_i}{h_i^k}, \quad \tau = \frac{dt \overline{Ft}_i^k}{A_i h_i^k} \left(\frac{h_i^k}{h_i^{kf}} \right)^{5/3}, \quad \text{se } h_i^{kf} < h_i^k \quad (4,b).$$

La soluzione in serie delle Eq. (4,a) e (4,b) esiste, ma una approssimazione sufficientemente accurata, che richiede minore sforzo computazionale, è data dalle seguenti espressioni:

$$\xi = \frac{\exp(c_1 \tau) + c_2}{\exp(c_1 \tau) + c_3} \quad \text{if } h_i^{kf} > h_i^k \quad (5,a) \quad \xi = 1 + (\xi_f - 1) \frac{\exp(c_1 \tau) + c_2}{\exp(c_1 \tau) + c_3} \quad \text{if } h_i^{kf} < h_i^k \quad (5,b),$$

qualora si adotti una appropriata scelta dei coefficienti c_1 , c_2 e c_3 . Si osservi innanzitutto che per qualunque valore di c_3 è possibile ottenere il valore esatto della funzione ξ e della sua derivata ξ' per $\tau = 0$ e $\tau = \infty$ ponendo:

$$c_2 = \xi_0 (1 + c_3) - 1, \quad c_1 = \xi_0' \frac{(1 + c_3)^2}{(c_3 - c_2)} \quad \text{se } h_i^{kf} > h_i^k \quad (6,a),$$

$$c_2 = -1, \quad c_1 = \xi_0' \frac{(1 + c_3)}{(\xi_f - 1)} \quad \text{se } h_i^{kf} < h_i^k \quad (6,b).$$

Il coefficiente c_3 può essere selezionato al fine di minimizzare il massimo errore della soluzione approssimata al variare della variabile indipendente τ . Tale ottimo dipende da ξ_0 nel caso (a) e da ξ_f nel caso (b) ed è stato calcolato confrontando le soluzioni approssimate (5,a) e (5,b) con le soluzioni 'esatte' delle Eq. (4) calcolate numericamente con un passo di integrazione molto piccolo. I valori ottimali sono riportati in Tab 1.

La componente diffusiva del problema (1)-(2), che consente l'assegnazione delle condizioni al contorno di valle al modello, viene ricondotta mediante discretizzazione spaziale e temporale ad un sistema lineare che è ben condizionato, con matrice simmetrica e definita positiva. La sua soluzione costituisce la componente del codice con il maggior onere computazionale, che però cresce con legge poco più che lineare all'aumentare del numero dei nodi. Inoltre, il sistema viene risolto con l'algoritmo del gradiente coniugato, un metodo iterativo che ben si presta all'utilizzo del calcolo parallelo.

Table 1. Coefficienti c_3 ottimali.

ξ_0, ξ_f	$h_i^{kf} > h_i^k$	$h_i^{kf} < h_i^k$
	c_3	c_3
	0.746910	-0.817120
0.1	0.579450	-0.605480
0.2	0.460290	-0.473940
0.3	0.366280	-0.374090
0.4	0.288870	-0.293430
0.5	0.223400	-0.226030
0.6	0.166990	-0.168420
0.7	0.117660	-0.118360
0.8	0.074026	-0.074301
0.9	0.035066	-0.035129

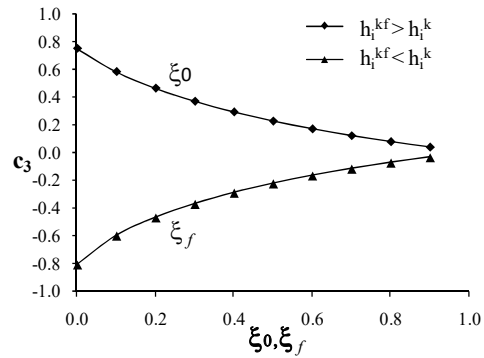


Figure 3. Function c_3

4 APPLICAZIONE AL FIUME GENNA

Il Genna è un piccolo fiume dell'Italia centrale, con un bacino di circa 90 km². La lunghezza del canale principale è di circa 24 km. La morfologia del bacino è relativamente piatta, con una escursione topografica massima di circa 430 m. Il suolo ha

composizione prevalentemente argillosa, con permeabilità media. Il suo utilizzo è costituito prevalentemente da coltivazioni, ma circa il 12% è urbanizzato. La rete pluviometrica consiste di quattro pluviometri, due all'interno del bacino ed altri due prossimi al suo contorno, nonché di una stazione idrometrica denominata Palazzetta, collocata circa 600 m a monte della sezione di chiusura del bacino ed in servizio a partire dal 1993.

Un accurato rilievo topografico è stato condotto lungo il corso dell'alveo per ottenere una ricostruzione dettagliata in formato digitale della sua morfologia e delle infrastrutture idrauliche presenti. Il modello digitale (DEM) della zona soggetta a potenziale inondazione è stato acquisito mediante rilievo laser, che ha consentito di ottenere una griglia con dimensione delle celle pari a 3m x 3m.

La trasformazione afflussi-deflussi necessaria per ottenere l'idrogramma delle portate in ingresso al modello idraulico è stata ottenuta mediante il modello idrologico semi-distribuito denominato MISD [Corradini et al., 1995]. Il modello idrologico è stato calibrato utilizzando gli idrogrammi di otto eventi piovosi significativi misurati presso la stazione idrometrica di Palazzetta. Gli stessi eventi sono stati utilizzati per calibrare il coefficiente di scabrezza n di Manning. A tal fine sono stati confrontati gli idrogrammi di portata e di livello calcolati dal modello con quelli registrati presso la stazione di Palazzetta. Ciò ha consentito di identificare tre zone dell'alveo con differenti coefficienti. La prima, Zona 1, è costituita dalla superficie dell'alveo (comprensiva delle sponde) nella parte superiore del bacino, sino ad una distanza di circa 1.5 km dalla sezione di chiusura; la seconda, Zona 2, dai piani golenali; la terza, Zona 3, dalla superficie restante. I valori stimati di n sono stati rispettivamente di $0.04 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$ e $0.045 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$ per le Zone 1 e 3, di $0.06 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$ per i piani golenali.

Il dominio di calcolo bidimensionale comprende tutta la zona urbanizzata denominata Ponte della Pietra (Fig. 4), inclusi gli impianti di trattamento dei fanghi, limitrofa ad un tratto d'alveo della lunghezza di circa 4.3 Km.

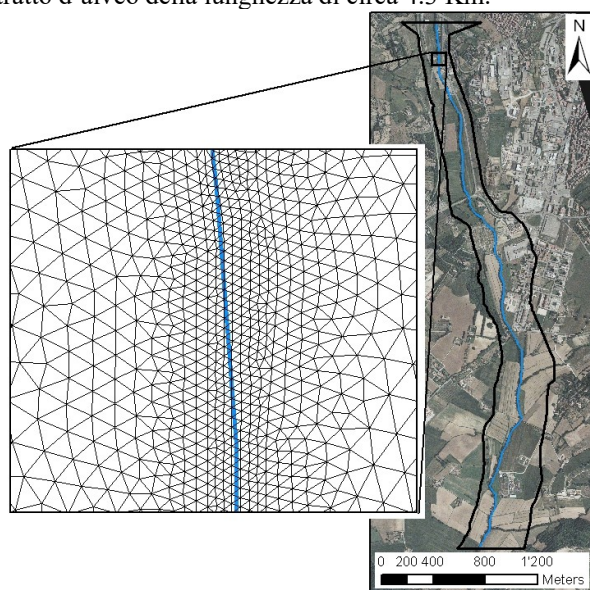


Figure 4. Domain outline (on the right) and detail of the unstructured triangular mesh (on the left).

Il dominio di calcolo è stato discretizzato mediante una mesh triangolare generata dal codice commerciale ArgusONE [Argus Holdings Ltd.]. La mesh è stata generata utilizzando una lunghezza variabile dei lati; circa 3 m per i triangoli interni alle sponde e circa 10 m per i triangoli esterni. Inoltre, la geometria della mesh è stata adattata alla morfologia della zona in esame imponendo la sovrapposizione delle linee esterne al coronamento degli argini con i lati dei triangoli. La mesh finale è composta da 77946 elementi e 39512 nodi. Dopo avere generato la mesh, sono state calcolate le quote topografiche dei nodi mediante interpolazione delle quote del DEM. L'interpolazione è basata sulla tecnica del kriging, seguita da un opportuno rimaneggiamento delle quote finalizzato a rimuovere eventuali minimi artificiali.

Nella Fig. 5 sono mostrate le massime aree di inondazione calcolate. Il corrispondente evento piovoso sintetico è stato generato con tempo di ritorno $T = 50$ anni e trasformato in deflussi mediante il modello MISD. I deflussi pervengono all'asta principale mediante diversi affluenti, la cui confluenza è segnata con un punto giallo nelle immagini di Fig. 5. Le caratteristiche fondamentali dei corrispondenti idrogrammi (portata al colmo, tempo di colmo e durata dell'evento) sono riportate in Tab. 2.

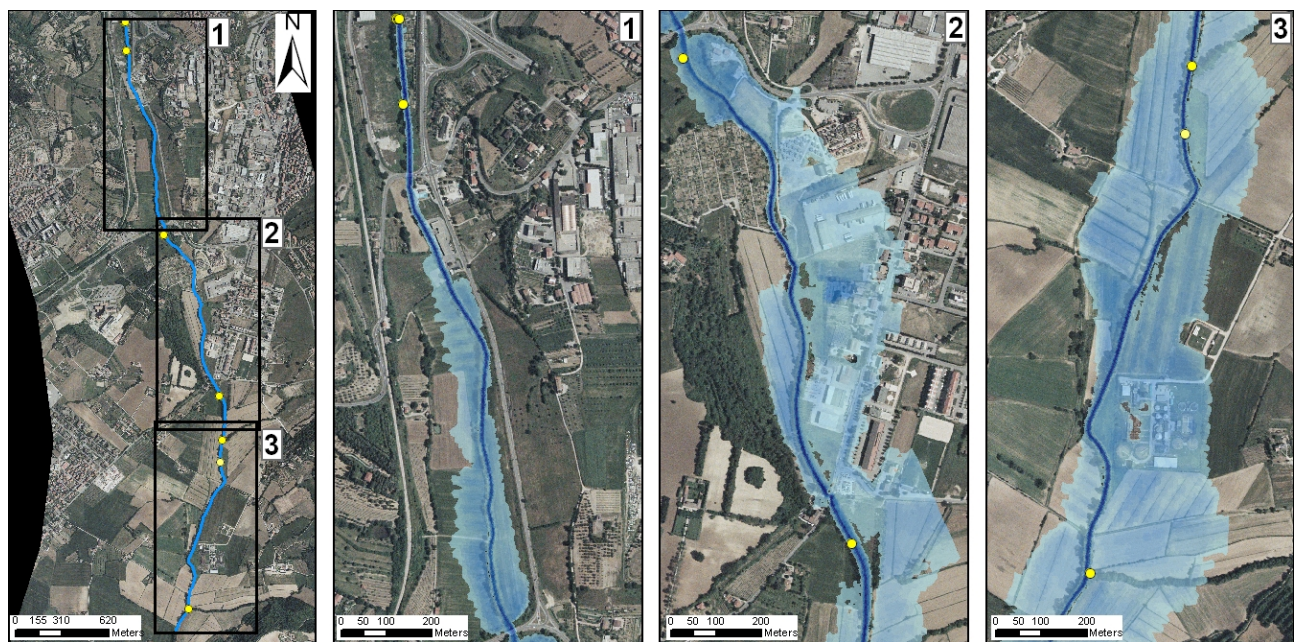


Figure 5. Flooded areas

Per verificare l'efficienza computazionale del modello, è stato misurato il CPU della simulazione ottenuta mediante un singolo processore Intel 6400 a 2.13 GHz, differenziando la soluzione della componente convettiva da quella diffusiva. I risultati

sono mostrati in Fig.6. Possiamo osservare che il tempo di CPU necessario per la soluzione della componente diffusiva e quindi del sistema lineare ad essa associato è sette volte maggiore di quello richiesto per le rimanenti parti del modello. I tempi di calcolo possono essere quindi ulteriormente ridotti, in misura notevole, mediante l'ausilio del calcolo parallelo.

Table 2: characteristics of the inflow conditions

	Peak flow [m ³ /s]	Time to peak [h]	Event duration [h]
Inflow 1	45.2	7.4	33.8
Inflow 2	0.9	5.7	33.8
Inflow 3	12.9	7.4	33.8
Inflow 4	4.1	6.2	33.8
Inflow 5	16.0	7.9	33.8
Inflow 6	2.8	6.0	33.8
Inflow 7	13.4	7.8	33.8

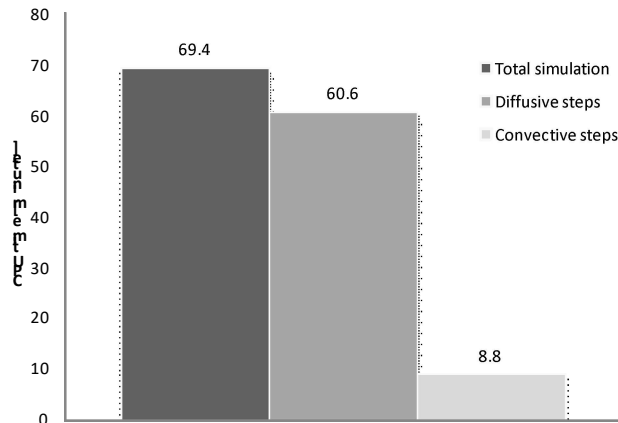


Figure 6. CPU time values

5 CONCLUSIONI

Il modello diffusivo MAST per il calcolo delle aree soggette a potenziali inondazioni è stato adattato all'uso nel contesto di un sistema di allerta precoce. Le caratteristiche principali richieste al modello in questo caso sono la robustezza, l'affidabilità ed un tempo di calcolo molto minore del tempo di anticipo dell'evento, compreso fra la previsione a breve termine dell'idrogramma di piena nella sezione di monte e l'effettiva inondazione. Nel caso in questione, la CPU totale richiesta dal modello per la risoluzione di una mesh di circa 78000 elementi ed un evento della

durata di circa 34 ore è circa dieci volte più piccola del tempo di anticipo dell'inondazione. Il modello è stato risolto con un semplice computer seriale, ma un'ulteriore sensibile riduzione del tempo di calcolo può essere ottenuta mediante l'ausilio del calcolo parallelo.

RINGRAZIAMENTI

The authors are thankful to Umbria Region, Department of Soil Conservation, for providing part of the data.

References

- [1] Aricò C., Nasello C., Sinagra M., Tucciarelli T. An improved numerical solver of the 2D diffusive shallow waters equations over unstructured triangular meshes. Proc. 13th Workshop on Physical Processes in Natural Waters, Palermo, Italy, 1-4 September 2009.
- [2] Aricò C., Tucciarelli T. A Marching in space and time (MAST) solver of the shallow water equations. Part I: The 1D case. Adv. Wat. Res. 2007; 30(5), 1236-1252
- [3] Argus Holdings Ltd.
http://www.argusint.com/pub/OnLineDocs/ArgusONE_UsersGuide.pdf.
- [4] Corradini, C., Melone, F., and Ubertini, L., A semi-distributed model for direct runoff estimate, Proc. IASTED International Conference, Modeling and Simulation, Pittsburgh, Pennsylvania, April 27-29 1995; 541-545, 1995.
- [5] Tucciarelli T., Termini, D. Finite-element modelling of floodplain flows. ASCE J. Hydr. Eng., vol. 126(6) 2000, pp. 416-424.