

Giornate di studio dell'Insegnante di MATematica

ATTI del convegno
(VERSIONE DRAFT)

Pratiche d'aula e ricerca didattica: nuove e vecchie sfide di insegnamento/apprendimento matematico per una scuola competente e inclusiva

18-19 OTTOBRE 2019
DIPARTIMENTO DI MATEMATICA E INFORMATICA
UNIVERSITÀ DI PALERMO

Quaderni di Ricerca in Didattica
Quaderno 2 – Numero speciale N. 5, Ottobre 2019

A cura di

Benedetto Di Paola

G.R.I.M. - Gruppo di Ricerca sull'Insegnamento/Apprendimento delle Matematiche

Università degli Studi di Palermo

ISSN 1: 1592-4424

ISSN 2: 1592-5137

L'evento è stato promosso dai seguenti enti:

**Dipartimento di Matematica e Informatica,
Università degli Studi di Palermo**



**Dipartimento di Matematica e Informatica,
Università di Catania**



**Ministero dell'Istruzione, dell'Università e
della Ricerca**



U4Learn s.r.l.



**G.R.I.M.
Gruppo di Ricerca
sull'insegnamento/Apprendimento delle
matematiche**



Piano Lauree Scientifiche - PLS



Con la sponsorizzazione di:

**Centro di Iniziativa Democratica degli
Insegnanti – Palermo – CidiPalermo**



PALERMO SCIENZA



La Medusa Editrice



Indice

Premessa	p. 9
Plenarie	
Tra luci e ombre. L'insegnamento della matematica in Italia negli ultimi cento anni. (Brunelli F.)	p. 13
Le parole che “ingannano”. La componente lessicale nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. (Demartini S., Sbaragli S.)	p. 19
Comunicazioni e laboratori - Scuola Primaria e dell'Infanzia	
Costruzioni geometriche in un approccio dimostrativo alla scuola primaria. (Asenova M.)	p. 29
I rettangoli mutanti e l'apprendimento delle tabelline. (Barbanera P.)	p. 31
Argomentazione Collaborativa OnLine: un'esperienza nella scuola secondaria di primo grado. (Albano G et. Al.)	p. 33
Giochiamo con i numeri binari. Pensiero Computazionale e Astrazione alla scuola primaria. (Gaio A., Di Crisci S.)	p. 35
La scatola con i baffi: un grafico con tante informazioni! (Bartolomei G.S.)	p. 37
Primi passi verso la geometria...camminiamo tutti insieme. (Lo Cicero M.)	p. 39
Comunicazioni e laboratori verticali - Scuola Primaria e Secondaria di I grado	
Analisi di manuali scolastici di matematica dal punto di vista linguistico e disciplinare. (Canducci M. et al.)	p. 43
Robotica e Coding: spinte motivazionali per l'apprendimento della Geometria e per lo sviluppo del pensiero computazionale. (Di Raffaele F.)	p. 45
Le definizioni nei testi scolastici: dall'analisi alla didattica. (Canducci M. et al.)	p. 47
Curricolo verticale. Ponte tra competenze. (Campo O. Munda F.)	p. 49
I sistemi di notazione numerici nei tempi, nei luoghi e nelle culture dell'antichità. (Spagnolo C.)	p. 51
Comunicazioni e laboratori - Scuola Secondaria di I grado	
Come imPiegare l'ora di matematica: attività didattiche con gli origami. (Barraco C. et al.)	p. 55
Usare il concetto di pendenza (e il geopiano) nello studio della geometria piana alla scuola secondaria di primo grado. (Amore G.)	p. 57
La statistica per orientarsi nella realtà. (Ciarcià C., Finamore F.)	p. 59
A caccia di triangoli. (Bisignani C. et al.)	p. 61
Piegare per spiegare: la Potenza degli origami. (Barraco C. et al.)	p. 63

“Matematica all’aperto? Si può!”. (Ruggeri A.R.)	p. 65
Comunicazioni e laboratori verticali - Scuola Secondaria di I e II grado	
Uno strumento per la gestione degli interventi durante i lavori di gruppo. (Brunetto D.)	p. 69
La bellezza della matematica nell’arte. (Esposito A.)	p. 71
Il connubio “matematica e narrazione” nel progetto Raccontiamo la matematica. (Leonetti E.)	p. 73
Comunicazioni e laboratori - Scuola Secondaria di II grado	
Cinematica e Sezione Aurea. (Arena C.)	p. 77
Il Bridge a Scuola: un ponte per unire le sponde emotive dell’amore e dell’odio per la matematica. (Borzì G., Caruso P.)	p. 81
Un laboratorio per conoscere e comprendere attraverso i numeri. (Di Salvo F.)	p. 83
Calcolo algebrico: gli errori verticali. (Perez G.E.)	p- 85
Fogli Google e Statistica. (Scilipoti A.V.)	p. 87
La valenza didattica dell’accostamento matematica/arte: proposte interdisciplinari per il biennio della scuola superiore di secondo grado. (Benvenuti S.)	p. 89
Attori e osservatori nel Digital Interactive Storytelling in Matematica. (Albano G. et al.)	p. 91
L’angolo giro non esiste. (Grasso A.)	p. 93
I Serious Games per una didattica della matematica inclusiva. (Capone R. et al.)	p. 95
Un esempio di co-planning tra docenti: l’esperienza del Liceo Matematico a Palermo. (Uttuso A. et al.)	p. 97

Premessa

IV edizione delle Giornate di studio dell’Insegnante di Matematica (GIMat): **“Pratiche d’aula e ricerca didattica: nuove e vecchie sfide di insegnamento/apprendimento matematico per una scuola competente e inclusiva”**.

Come per le passate edizioni, le GIMat nascono dalla collaborazione dei Nuclei di Ricerca in didattica della Matematica dei dipartimenti di Matematica e Informatica di Catania e Palermo. Sono ormai una “realtà” sul territorio italiano, sostenuta da moltissimi docenti, formatori e studenti universitari che con passione ogni anno partecipano attivamente e si confrontano su temi complessi che riguardano il mondo della Scuola e della Ricerca in Didattica della Matematica. Quest’anno, i docenti partecipanti in qualità di relatori e di uditori hanno interessato diverse regioni d’Italia come la Campania, l’Emilia Romagna, il Lazio, il Piemonte, la Puglia, la Sicilia, la Toscana, il Trentino Alto Adige, etc. Oltre ai docenti provenienti dall’Italia, la IV edizione di GIMat ha inoltre “ospitato” una cospicua delegazione di docenti e ricercatori in Didattica della Matematica della Svizzera italiana, dando voce alle loro ricerche condotte in ambito nazionale e internazionale.

Il grande interesse registrato per GIMat sottolinea ancora una volta, come per le passate edizioni, il desiderio e il bisogno da parte dei docenti e degli studenti universitari di raccontarsi, confrontarsi, formarsi e “crescere” insieme in una scuola sempre più competente, inclusiva e in dialogo con L’Università.

Come per l’edizione del 2017, gli spazi dedicati a GIMat 2019 sono quelli dell’Università degli Studi di Palermo: le plenarie presso l’Aula Magna l’Edificio 13 di Viale delle Scienze; le attività seminariali e laboratoriali, organizzate per i vari gradi scolastici coinvolti (dalla Scuola dell’Infanzia alla Secondaria di II grado), presso l’Ed. 19 di Viale delle Scienze.

Nello spirito di GIMat, gli atti del convegno (seppur in una versione attuale, solo draft) vogliono fornire la possibilità di riflettere sui diversi spunti offerti durante queste due giornate e facilitare la messa in comune delle tante esperienze portate avanti sul territorio nazionale e internazionale.

I **37 contributi** riportati di seguito, scritti e presentati da insegnanti, insegnanti/ricercatori e ricercatori universitari intervenuti a GIMat 2019, discutono in modo molto variegato e attraverso quadri teorici tra loro differenti, ricerche teorico/sperimentali di Didattica della Matematica davvero interessanti, condotte in Italia e all’estero. Il volume, quindi, in quest’ottica, può configurarsi come un buon riferimento testuale per la formazione e l’aggiornamento degli insegnanti in servizio e pre-servizio che vogliono approfondire tematiche riguardanti la Matematica e la sua didattica in aula.

Ci auguriamo che le GIMat possano divenire una consuetudine ed è con questo obiettivo che vi diamo appuntamento alla V edizione delle Giornate di studio dell’Insegnante di Matematica che si terrà a Catania ad Ottobre 2020.

Benedetto Di Paola
Dipartimento di Matematica e Informatica
Università degli Studi di Palermo

Giornate di studio dell'Insegnante di MATematica

Plenarie

Tra luci e ombre. L'insegnamento della matematica in Italia negli ultimi cento anni

Fabio Brunelli

Istituto Comprensivo Masaccio, Firenze

E-mail: brunelli1950@libero.it

Abstract/Riassunto. Vorrei riflettere brevemente sull'insegnamento della matematica in Italia negli ultimi centoventi anni, con particolare riferimento alla scuola primaria e a quella secondaria di primo grado. Il mio discorso sarà organizzato in quattro punti: 1) Inizio del '900, 2) Seconda metà del '900, 3) Fine del '900 e primi anni 2000, 4) Oggi (luci e ombre). Mi rivolgo in modo particolare ai colleghi giovani, quelli che hanno iniziato a insegnare dopo il 2000. Nella parte finale fornirò delle risorse che spero siano utili agli insegnanti.

1. Inizio del '900

Francesco Severi nel 1919 affermava: "... bisogna che nei primi gradi delle scuole (elementari e medie) l'insegnamento della matematica sia esclusivamente intuitivo".

Severi proseguiva: "Col taglio della carta, coi modelli [fisici, manipolabili] e con mille altri accorgimenti di cui si trovano esempi nei libri di testo inglesi, bisogna suscitare la "curiosità" degli allievi.

Specialmente la geometria si dovrà considerarla, in questa fase, come una vera e propria scienza fisica.



Figura 1. *Francesco Severi*

... Ebbene, resterà quel che resterà; ma intanto il grosso della scolaresca non sarà stato ributtato da difficoltà insormontabili fin dalle prime lezioni ed avrà almeno imparato quel tanto che era possibile ...".

Vorrei sottolineare l'importanza per Severi della intuizione nell'insegnamento della matematica. Idea che ritroveremo nei programmi della scuola media del 1979. Ancora l'interesse per i modelli, che nel corso del '900 diventeranno "materiali", "oggetti", "artefatti", "macchine matematiche", ecc.

Mi colpisce anche la proposta di un insegnamento induttivo della matematica. Cosa che, se io avessi sentito nel 1973, fresco di laurea in matematica, mi avrebbe sicuramente scandalizzato. A mio parere si potrebbe già affermare che in Severi c'è già la moderna idea di "laboratorio di matematica".

In ultimo Severi non sembra preoccuparsi della quantità di nozioni apprese, quanto di non "perdere studenti per strada". In altre parole penso che si possa già parlare di un insegnamento inclusivo della matematica.

Il contributo di Severi alla scuola italiana ci sembra purtroppo caduto nel nulla. Saranno poi due filosofi idealisti, Giovanni Gentile e Giuseppe Lombardo Radice, a produrre una riforma incisiva e durevole in tutt'altra direzione dagli anni '20 fino al secondo dopoguerra.

2. Seconda metà del ‘900

Nel primo dopoguerra era urgente in Italia riformare la scuola che era ancora imbevuta di fascismo. Nel 1945 la Commissione Alleata all’Educazione per la scuola media lavorò con tempi rapidi: per la matematica notiamo una nuova attenzione all’aspetto pratico e sperimentale. L’aritmetica e la geometria, secondo quei programmi, andavano svolte su un piano soprattutto pratico ed intuitivo, legato all’esperienza e alla vita. Nel complesso quei programmi risentivano di un’impostazione empirica, che ci rivela l’assenza di un principio informatore unitario; rileggendoli oggi possiamo avvertire influssi della pedagogia americana, del resto la commissione era presieduta da un allievo di Dewey. Chi ha studiato l’argomento afferma che i programmi della Commissione Alleata non influirono più di tanto sulla scuola, dove si procedette in qualche modo “per tradizione”.

Questo a mio parere è un punto importante, perché lo ritroviamo nel corso del tempo fino ad oggi. Che rapporto c’è tra la scuola delle normative e la scuola reale? Quanti sono oggi gli insegnanti italiani che conoscono bene le Indicazioni del 2012 e si sforzano di applicarle in classe? È come se ci fossero due mondi paralleli; il primo quello dei documenti ministeriali, dei convegni e della ricerca didattica, il secondo quello delle prassi didattiche consolidate nelle scuole.

La figura che ci interessa maggiormente a metà del secolo e negli anni seguenti è quella di Emma Castelnuovo (1913 - 2014).

Emma era figlia di Guido Castelnuovo e nipote di Federico Enriques, tra i più grandi matematici italiani del ‘900. Si laureò in matematica nel 1936.

Nell’agosto del 1938 vinse la cattedra di matematica nella scuola media ma, essendo di famiglia ebrea, alcuni giorni dopo fu sospesa dal servizio a causa delle leggi razziali. Dal 1939 al 1943 insegnò nella scuola israelitica e fu reintegrata al servizio solo dopo la guerra. Ha insegnato a Roma nella scuola media Tasso fino al 1979.



Figura 2. Emma Castelnuovo

Ecco alcune citazioni di Emma:

Nel 1946: “Sostituire ad un metodo descrittivo un metodo costruttivo: dal concreto all’astratto”.

Vediamo in queste parole la proposta di un metodo induttivo, tipico della fisica, già proposto da Severi. Mi colpisce l’opposizione di Emma al “metodo descrittivo”. Si tratta di una battaglia purtroppo ancora in corso. Mi riporta in mente quanto ho sentito poco tempo fa a Pisa dalla ricercatrice canadese Nathalie Sinclair. Utilizzando parole di Raymond Duval, Sinclair lamentava come in Canada l’insegnamento della geometria stesse scomparendo, riducendosi ad una

semplice “botanica”!

Nel 1948 Emma Castelnuovo afferma: “È necessario animare la naturale e istintiva curiosità che hanno i ragazzi dagli 11 ai 14 anni, accompagnandoli nella scoperta delle verità matematiche, trasmettendo l’idea di averlo fatto per se stessi e dall’altra parte far sentire progressivamente la necessità di un ragionamento logico”.

Anche la curiosità degli allievi era un punto importante del pensiero di Severi. Qui troviamo anche l’obiettivo alto di raggiungere “verità matematiche” e di iniziare gradualmente gli allievi al “ragionamento logico”. Oggi noi cerchiamo di sviluppare nei nostri alunni le capacità di argomentazione.

Infine nel 1964 Emma afferma: “Far ricorso all’oggetto e all’azione”. Questo oggetto saranno i suoi “modelli dinamici”, o oggetti reali, come pentole, ombre o formiche, spesso realizzati con cartoncino, spago, elastici, ... modelli dei quali lei diceva che potevano anche essere brutti, sia

perché realizzati a scuola dai ragazzi con materiali poveri, sia perché non dovevano distrarre dai significati che essi mutuavano.

Anni '60: alcune idee, maturate a Parigi negli anni '50 ad opera di Piaget sotto l'influsso della Scuola Bourbakista, raggiungono l'Italia come una irresistibile moda pedagogica. Ecco come ne parla Bruno D'Amore: "L'avventura era iniziata negli anni '70 e portava il nome di Nuova Matematica; essa si basava quasi del tutto sullo studio di una teoria (che qualcuno chiamava ingenua) degli insiemi". La moda dilaga in Italia, soprattutto nella scuola elementare, e lascia una impronta decennale nei manuali e nelle schede didattiche.

La reazione a questa moda didattica da parte di autorevoli esperti italiani arriva nel 1979 con i Nuovi Programmi per la Scuola Media. Ricordo i membri della commissione: Giuseppe Arcidiacono, Luigi Campedelli, Emma Castelnuovo, Liliana Chini Artusi, Michele Laforgia, Lucio Lombardo Radice, Giovanni Prodi, Francesco Speranza, Vinicio Villani.

Impressionante è oggi rileggerli per apprezzarne la modernità: "Pertanto gli allievi saranno impegnati, individualmente e in gruppo, in momenti operativi, indagini e riflessioni opportunamente guidati ed integrati dall'insegnante, giungendo, secondo la natura del tema, a sviluppi matematici più approfonditi e generali e, rispettivamente, ad un quadro coerente di risultati sperimentali. In molti casi l'indagine sperimentale e quella matematica potranno proseguire a lungo assieme, integrandosi senza confondersi."

Leggiamo ancora, riguardo al "laboratorio di matematica" e ai "modelli": "Si sottolinea l'importanza di questa attività di laboratorio non solo, come è ovvio, per le scienze sperimentali, ma anche per la matematica (procedimenti di misura, rilevazioni statistiche e costruzioni di grafici, costruzioni di geometria piana e spaziale, ecc.). Peraltro, l'insegnante, nello sviluppo dei concetti matematici, non dovrà rimanere esclusivamente ancorato a modelli materiali, tenendo conto che la matematica ha specifici obiettivi e che il suo apprendimento progredisce attraverso i metodi che le sono propri. Si metteranno in rilievo le differenze fra il certo e il probabile, fra il continuo e il discreto, fra leggi matematiche e leggi empiriche."

Nell'ambito degli obiettivi enunciati nella premessa agli insegnamenti l'insegnamento della matematica si propone per prima cosa di: "Suscitare un interesse che stimoli le capacità intuitive degli alunni."

Ancora una volta ci viene in mente la "curiosità" di cui parlava Severi.

Un'altra pietra miliare di quegli anni sono i programmi per la scuola elementare del 1985 di cui ricordiamo le prime parole: "L'educazione matematica contribuisce alla formazione del pensiero nei suoi vari aspetti: di intuizione, di immaginazione, di progettazione, di ipotesi e deduzione, di controllo e quindi di verifica o smentita. Essa tende a sviluppare, in modo specifico, concetti, metodi e atteggiamenti utili a produrre le capacità di ordinare, quantificare e misurare fatti e fenomeni della realtà e a formare le abilità necessarie per interpretarla criticamente e per intervenire consapevolmente su di essa ...

Gli estensori sentono il bisogno di pronunciarsi contro l'approccio puramente cardinale nella introduzione dei numeri naturali: "... Con gradualità potrà introdurre qualche rappresentazione logico-insiemistica (si potranno usare i diagrammi di Eulero-Venn, i grafi, ecc.) che sarà impiegata per l'aritmetica, la geometria, per le scienze, per la lingua, ecc. Tuttavia terrà presente che la simbolizzazione formale di operazioni logico-insiemistiche non è necessaria, in via preliminare, per l'introduzione degli interi naturali e delle operazioni aritmetiche"

Il monumento funebre agli insiemi è il libro di Michele Pellerey "Oltre gli Insiemi" (Tecnodid, 1989) che renderei oggi obbligatoria lettura per tutti gli studenti di Scienze della Formazione.

3. Fine del '900 e primi anni 2000

Con la fine del '900 nascono in Italia gli Istituti Comprensivi e si inizia a parlare di "Competenze", "Curricolo verticale", "Valutazione oggettiva esterna (INVALSI)". Queste

novità vengono generalmente accolte male dai docenti. Ancora oggi sono viste da molti con sospetto, se non addirittura osteggiate (Puleo 2019). A mio parere invece si tratta di opportunità per riflettere e migliorare l'insegnamento della matematica. Mi riferisco, per esempio, al sito dell'INVALSI dove spesso vengono annunciati convegni o seminari di ricerca. Oppure al sito <https://www.gestinv.it/> dove ogni insegnante può trovare centinaia di quesiti INVALSI catalogati con diversi criteri.

Gli istituti comprensivi hanno rotto una specie di bolla dentro alla quale viveva la Scuola Primaria italiana dal 1861. Il contatto della Scuola Primaria con il resto della Scuola italiana non è stato e non è tuttora indolore e provoca crisi, ma anche questa crisi può essere a mio parere occasione di riflessione e crescita.

La fine del secolo stimola molti ambienti, non solo in Italia, a riflessioni e domande che troviamo nei titoli di molti convegni e pubblicazioni del periodo: “Quali conoscenze per la scuola del terzo millennio?”, “Le competenze del XXI secolo”, “La scuola del terzo millennio”, ecc.

Vorrei citare in questo senso: “La Matematica dalla Scuola Materna alla Maturità”, curato da Grugnetti e Villani (tradotto da una pubblicazione del CREM del Belgio), come pure i volumi dell'Unione Matematica Italiana: “Matematica 2001, 2003, 2004”.

Queste tre pubblicazioni dell'UMI sono state la base al Piano M@t.abel, che offre ancora adesso nel sito di INDIRE 116 percorsi didattici, dalla scuola primaria alla secondaria di secondo grado. Un fratello minore di M@t.abel è il Progetto Qualità e Merito (PQM), con una quarantina di attività di matematica per la scuola secondaria di primo grado, sempre nel sito di INDIRE.



Figure 3. Matesorelle

4. Oggi (luci e ombre)

Di ombre nella scuola italiana ve ne sono molte. Dobbiamo stare attenti a non farci del male e a non deprimerci. Lo scorso anno ho trovato in uso una scuola primaria un volume che stento a chiamare “guida didattica”. Benché edito nel 2009, ventiquattro anni dopo i programmi del 1985, riproponeva un approccio al numero in classe prima assolutamente fermo agli anni 70. La mia impressione è che molti insegnanti siano un poco sprovveduti – indifesi e come tali facile preda di “maghi e fattucchiere”, che vendono loro “metodi sicuri”!

Facciamoci coraggio e cerchiamo luci da contemplare nel nostro tempo: le prime sono quelle di cui abbiamo già detto nel paragrafo precedente, frutto delle novità dei primi anni 2000. Oggi sono aumentate le offerte di formazione per gli insegnanti di matematica, a partire da queste Giornate di studio dell'Insegnante di Matematica che si svolgono in Sicilia dal 2016. Un'altra bella risorsa degli ultimi anni sono le Scuole Estive di matematica e i Seminari promossi da molti enti e associazioni, a iniziare dall'UMI (lo scorso agosto si è tenuta a Frascati la sesta Scuola Estiva UMI CIIM AIRDM). Altri enti che offrono scuole estive e formazione di qualità senza scopi di lucro sono la Mathesis, il GFMT, il GRIMeD, il Centro MORIN, l'Officina Matematica di Emma Castelnuovo dell'MCE a Cenci, ecc.

Anche il mondo delle gare di matematica è molto vivace negli ultimi anni e spinge (almeno spero) gli insegnanti ad una didattica che contempla maggiormente il gioco, la ricerca di strategie e il problem solving. Possiamo ricordare le Olimpiadi della Matematica organizzate dall'UMI con la Scuola Normale, i Giochi Matematici della Bocconi, il Rally Matematico Transalpino, il Kangourou, i Giochi Matematici del Mediterraneo e moltissimi altri, come L'Etniade Matematica, la Coppa Dini, la Coppa Galilei, la Coppa Nash, la Coppa Noether, la Coppa Ruffini.

I social network, così cresciuti ultimamente, vengono giustamente criticati da educatori e intellettuali. Ben utilizzati i social possono diventare un potente strumento di comunicazione e formazione.

Un esempio per tutti sono le “Matesorelle”, un gruppo di insegnanti, per lo più della scuola primaria, che si sono conosciute tramite Facebook e utilizzano la rete per la formazione matematica.

Sono loro che mi hanno regalato la borsina “ π iaccio” in occasione del ForMATH Day 2019 lo scorso aprile a Bologna.

Concludo con un accenno alla ricerca didattica. Forse non tutti gli insegnanti sanno che esiste l’AIRD (Associazione Italiana di Ricerca in Didattica della Matematica), che è nata nel 2012 e costituisce un formidabile motore di iniziative in tutte le sedi universitarie italiane. Si tratta di una associazione di ricercatori anche giovani e collegati con quelli di tutti i paesi del mondo, partecipando ai convegni dell’ICMI (International Commission on Mathematical Instruction). È proprio ai colleghi siciliani dell’AIRD che dobbiamo queste giornate GIMat a Palermo e a Catania.

Bibliografia e sitografia

- Clairaut, A. (1741). *Elementes de Géometrie*. Paris: David Fils
- Severi, F. (1919). *La Matematica. Energie Nove*, Serie II, 9.
<http://www.erasmo.it/energienove/fascicoloimg.asp?an=19&fas=9&ntit=2198&file=E00359.JPG&tipo=jpg&im=p>
- Goodstein, J. and Babbitt, D. A Fresh Look at Francesco Severi. *Notices of the American Mathematical Society* 59(8).
- Enriques, F. (1921). Insegnamento dinamico. *Periodico di Matematiche*, IV, I.
- Castelnuovo, E. (1948). *Geometria Intuitiva*. Lanciano-Roma: Carrabba.
- Grugnetti, L e Villani, V. (1999). *La Matematica dalla Scuola Materna alla Maturità*. Bologna: Pitagora.
- Cerini, G. (2002). Istituti comprensivi: il perché di un “successo annunciato” disponibile al link
<http://www.edscuola.it/archivio/comprensivi/successo.htm>
- Anichini G., Arzarello F., Ciarrapico L., et al., editors. (2004). *Matematica 2003*. Lucca: Matteoni stampatore
- Progetto M@t.abel, dal 2007, <http://www.scuolavalore.indire.it/superguida/matabel/>
<http://www.scuolavalore.indire.it/guide/pqm-matematica/>
- Progetto Qualità e Merito, dal 2009,
<http://www.scuolavalore.indire.it/superguida/pqm-piano-nazionale-qualita-e-merito/>
- Archivio interattivo delle prove Invalsi, dal 2013, <https://www.gestinv.it/>
- Puleo, R (2019) “Le competenze?...chiamiamole “Pippo”!”. *Quaderni GRIMeD n°5* reperibile al link
<http://www.grimed.net/wp-content/uploads/2019/03/Quaderni-Grimed-.pdf>
- Castelnuovo, E. (2017). *Didattica della matematica*. A cura di Arzarello, F., Bartolini Bussi, M.G. Torino: Utet Università.
- “Emmatematica” (2003) *Atti del Convegno “Vedere oltre le figure e i numeri”*, a cura di Castelnuovo E., Piccione M., Galeazzi, A., Spirito, G. Firenze: Edifir.
- Degli Esposti, C., Lanciano, N. (2016). *Emma Castelnuovo*. Roma: L’Asino d’Oro.
- Gruppo di Ricerca e Sperimentazione in Didattica e Divulgazione della Matematica, Bologna
<https://rsddm.dm.unibo.it/>
- Associazione Italiana di Ricerca in Didattica della Matematica <https://www.airdm.org/>

Le parole che “ingannano”. La componente lessicale nell’insegnamento e nell’apprendimento della matematica

Silvia Demartini e Silvia Sbaragli

Dipartimento formazione e apprendimento – SUPSI di Locarno, Svizzera

E-mail: silvia.demartini@supsi.ch; silvia.sbaragli@supsi.ch

Abstract/Riassunto. La componente lessicale gioca un ruolo fondamentale nella costruzione del sapere matematico a scuola. La comprensione e la gestione del lessico specialistico, insieme alla padronanza degli aspetti linguistici di base, sono, infatti, aspetti imprescindibili anche nell’apprendimento disciplinare; in tutto ciò, gioca un ruolo non secondario la lingua comune, che, con le sue abitudini e i suoi significati più ricorrenti, è un bagaglio che gli allievi si portano appresso: una risorsa, ma anche un ingombro. Questo è il caso delle parole che “ingannano”: apparentemente innocue, ricorrenti, abituali nella prassi didattica e nella manualistica. Ma quali conseguenze possono avere sul piano della costruzione concettuale?

1. Le parole della matematica

L’articolo si inserisce all’interno della ricerca *Italmatica. Comprendere la matematica a scuola tra lingua comune e linguaggio specialistico* (progetto 176339 del Fondo Nazionale Svizzero per la Ricerca Scientifica), ideata e condotta in modo congiunto da esperti di didattica della matematica e da linguisti del Dipartimento formazione e apprendimento (DFA) della Scuola Universitaria Professionale della Svizzera Italiana (SUPSI). Il progetto, di durata triennale (2018-2021), è il naturale proseguimento di studi precedenti, che hanno confermato l’importanza di un’analisi approfondita del linguaggio della matematica e della sua comprensione (si vedano ad esempio Fornara & Sbaragli 2013, 2016 e 2017 e Demartini, Fornara & Sbaragli 2018, in corso di stampa).

È noto che il linguaggio specialistico della matematica ha sviluppato nel tempo caratteri di universalità, precisione, concisione, densità ed efficacia (Gotti 2008; Gualdo & Telve 2011). Tale linguaggio si caratterizza per essere un codice semiologico composito, che origina testi in cui convivono parole della lingua d’uso quotidiano, termini settoriali, ma anche figure e grafici, ed espressioni simboliche (equazioni, formule, espressioni algebriche ecc.); queste espressioni, a volte, sono inserite in frasi che, per il resto, possono essere proprie anche della lingua comune (ne è un semplice esempio «Trovare le soluzioni dell’equazione $x^2 - 4 = 0$ »).

L’acquisizione del linguaggio della matematica – che, come tutti i linguaggi specialistici, presenta caratteristiche talvolta contrastanti con la lingua d’uso comune – è considerata da numerosi studiosi una delle cause che cooperano alle difficoltà di apprendimento della disciplina (Bernardi 2000; D’Amore 1999, 2000; Ferrari 2003; Laborde 1995; Maier 1993, 1995). A ciò vanno aggiunte difficoltà linguistiche ed espressive di base (in comprensione e in produzione), legate alla mancata o incompleta padronanza della lingua comune (D’Aprile *et al.* 2004; Ferrari 2004): va infatti considerato che per poter comunicare e argomentare la matematica – componenti considerate oggi fondamentali per la competenza in questa disciplina – è necessario sostenere il linguaggio specialistico con un uso corretto e consapevole della

lingua naturale. Se accettiamo l'ipotesi di Sfard (2000), che interpreta il pensiero come forma di comunicazione e considera il linguaggio non come veicolo di significati preesistenti, ma come costruttore dei significati stessi, allora possiamo ipotizzare che una competenza linguistica sintatticamente debole e lessicalmente imprecisa non aiuti la costruzione di un sapere specifico solido e approfondito. L'ipotesi che la lingua cooperi alla costruzione del pensiero e del sapere è condivisa dagli studi in campo linguistico educativo, ed è quanto mai cruciale in prospettiva interdisciplinare (Lavinio 2004; Colombo & Pallotti 2015).

Sul piano specifico del lessico, va osservato che, durante il processo di insegnamento/apprendimento della matematica, soprattutto quando questo viene veicolato dall'uso dei libri di testo scolastici, vi è un'altissima densità di parole tecnico-specialistiche aventi caratteristiche diverse, che possono incidere sull'efficacia dell'apprendimento degli allievi. Non esistono, infatti, solo i veri e propri “termini” (come *ipotenusa*), dotati di un solo significato e utilizzati esclusivamente nel discorso disciplinare, ma vi è anche un'ingente quantità di “parole/termini”, cioè di vocaboli specialistici che, però, sono anche parte del lessico comune (come *figura*, *angolo*, *punto* e moltissime altre): parole, fra l'altro, spesso appartenenti al Vocabolario di Base (De Mauro 2016) e quindi estremamente ricorrenti nei discorsi quotidiani. Inoltre, ai tecnicismi specifici della disciplina vanno aggiunti quelli detti collaterali (Serianni 2003), cioè non propri di un ambito del sapere e a rigore non necessari, ma che servono a distanziare (verso l'alto) il discorso scientifico da quello comune (si pensi a espressioni come *si dice*, *si nota*, ma anche *sussiste una relazione*, *indicando con ecc.*).

Limitandoci, qui, al lessico specifico, vediamo di seguito alcuni tipi di parole e di costrutti ricorrenti presenti nei libri di testo:

- parole specialistiche del tutto nuove (ad esempio il termine tecnico *ortocentro*, monosemico, legato in modo specialistico alla disciplina e che non viene usato al di fuori di essa). Queste parole creano solitamente meno difficoltà negli studenti rispetto ad altre tipologie di parole: la difficoltà risiede, più che altro, nella memorizzazione del termine, mentre il suo significato univoco e altamente specializzato solitamente non crea particolari problemi;
- costrutti linguistici speciali (ad esempio “si bisecano scambievolmente a metà” per le diagonali di un parallelogrammo), cioè combinazioni lessicali entrate ormai con forza, e stabilizzate, nelle abitudini didattiche: spesso sono annidate e dense, lontane dall'uso quotidiano;
- parole polisemiche, cioè parole già note, ma che il più delle volte hanno significati diversi nel lessico specialistico della matematica rispetto a quello o a quelli circolanti nella lingua comune;
- parole “non parole”, ossia parole o locuzioni non proprie del lessico specialistico della matematica (in quanto non hanno fondamenti di significato in tale contesto), ma introdotte in conseguenza della trasposizione didattica abituale della disciplina.

Riportiamo di seguito alcuni esempi di parole che possono “ingannare” durante il processo di insegnamento/apprendimento della matematica, rientranti nelle categorie sopra menzionate, concentrandoci in particolare sulle ultime due (che risultano più interessanti sul piano didattico).

2. Le parole polisemiche

La polisemia, cioè la coesistenza di significati diversi in una parola, è una delle potenzialità e, allo stesso tempo, una delle sfide principali che il lessico presenta, anche dal punto di vista didattico (Casadei & Basile 2019). Se osserviamo il fenomeno prestando attenzione specifica al linguaggio della matematica, possiamo osservare che il suo lessico è influenzato dalla lingua comune più di quanto potrebbe apparire a prima vista. Questo a volte può risultare vincente sul piano didattico, mentre molto spesso può costituire un ostacolo, in quanto gli alunni tendono ad applicare pratiche interpretative tipiche del linguaggio quotidiano al contesto della matematica, che ne richiederebbe altre. Ciò può creare quello che Maier chiama (1993, p. 4) “un miscuglio

dei sensi”: immagine che descrive efficacemente quello che sembra avvenire nella mente degli allievi quando cercano di associare nuovi sensi a parole già stabilmente immagazzinate con alcuni significati (in conseguenza dell’uso nella comunicazione quotidiana).

Per cominciare a indagare questo fenomeno, abbiamo effettuato una ricerca (Demartini, Fornara & Sbaragli, 2018) in classi della scuola dell’obbligo ticinesi e italiane, coinvolgendo in entrambi i territori tre ordini scolastici differenti (scuola dell’infanzia, scuola primaria, scuola secondaria di primo grado). La ricerca verteva sulla raccolta e sull’analisi delle definizioni spontanee proposte da allieve e allievi per sei parole/termini (non presentate all’interno di testi, ma come lemmi isolati): *angolo*, *area*, *contorno*, *figura*, *linea*, *punto*. Dall’analisi effettuata su un campione di 200 allievi è emerso come i significati propri della lingua d’uso comune e quelli specifici del linguaggio matematico si mischino tra loro, creando, in certi casi, incoerenze e possibili misconcezioni nei diversi livelli scolastici. Riportiamo alcuni esempi per il termine *angolo*: «L’angolo può essere lo spigolo del tavolo se non è rotondo oppure la parte più appuntita di per esempio: un triangolo, un rettangolo un quadrato ecc.» 3SP¹; «L’angolo è una cosa che si trova alla fine di qualcosa. In matematica ci sono vari tipi di angolo. (angolo retto,...)» 3SSPG; a proposito di *punto*, invece, si può leggere che è «Quello che si usa per concludere una frase. Elemento del piano, ente geometrico» 3SSPG.

La ricerca ha evidenziato come sia necessario didatticamente tener conto di un simile bagaglio di concezioni e di significati quando si affrontano i concetti matematici, esplicitando e analizzando alcune parole/termini tramite un lavoro congiunto di italiano e matematica. Questo perché gli allievi devono accrescere non solo la loro competenza matematica, ma anche la loro competenza nel comunicare le idee matematiche nel rispetto della disciplina, con il sostegno di una buona competenza linguistica (e specificamente lessicale) in contesto.

Lo stesso emerge dalle ricerche condotte sulle convinzioni degli allievi relative al concetto di altezza: un concetto con il quale siamo confrontati fin dalla nascita e che si porta con sé convinzioni derivanti dall’uso di tale termine nel mondo reale. Basti pensare all’associazione che diversi allievi fanno del concetto di altezza dei poligoni alla direzione verticale, derivante dal suo uso nella quotidianità. Nel mondo reale, in effetti, spesso si parla di altezza come di quella distanza che viene individuata dalla direzione del filo a piombo: quindi verticale, secondo il punto di vista da cui tradizionalmente si osserva ciò che ci circonda. Dà conferma di ciò il GRADIT (*Grande dizionario italiano dell’uso* curato da Tullio De Mauro), in cui, al lemma “altezza” si legge, come prima accezione (quella più comune, appartenente al lessico fondamentale, FO), quanto segue: “la distanza verticale tra due punti: *questa scaffalatura è due metri di altezza e tre di lunghezza*”. Tale convinzione, funzionale per una lettura del mondo reale, diventa misconcezione quando si chiede di individuare altezze nei poligoni disposte in direzioni diverse dalla verticalità.

Significative conseguenze di questa misconcezione originata dal lessico sono le altezze che sovente tracciano gli allievi quando una figura, ad esempio un parallelogramma, viene disposto in posizioni non convenzionali:

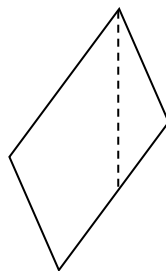


Figura 1. Altezza erronea influenzata dalla verticalità.

¹ SP = scuola primaria; SSPG = scuola secondaria di primo grado. Il numero che precede la sigla indica la classe.

Questa tendenza è emersa in una ricerca effettuata con allievi alla fine della quinta primaria, inerente le convinzioni relative al concetto di altezza di poligoni (Sbaragli 2017). Nell’ambito di questa stessa ricerca si è riscontrato anche come molte convinzioni erronee derivanti dall’uso della parola “altezza” nel linguaggio comune siano rafforzate dalle scelte didattiche effettuate dagli insegnanti, che derivano anche dalle proposte dei libri di testo. Tali scelte risultano spesso univoche e vincolanti, e spesso non tengono conto dell’aspetto concettuale e culturale del sapere matematico in gioco. Basti pensare che in diversi libri di testo per il concetto di altezza dei poligoni si propone l’uso del filo a piombo, che vincola la direzione privilegiata derivante dalla verticalità. Ciò comporta che gli allievi considerino altezza un determinato segmento esclusivamente disposto in verticale rispetto al lettore. Tali erronee convinzioni hanno conseguenze nei livelli scolastici successivi. In Botta e Sbaragli (2016) sono presentati i risultati di tre item delle prove INVALSI somministrati uno al terzo anno di scuola secondaria di primo grado e due nel biennio della scuola secondaria superiore, dai quali emergono difficoltà diffuse nel mobilitare in diverse situazioni il concetto di altezza di poligoni. Tramite l’analisi di 250 fascicoli INVALSI, scelti a campione, è emerso come il non riconoscere un segmento esterno e disposto in posizione non standard come altezza del triangolo spinga la maggior parte degli studenti a cercare strategie alternative per risolvere le diverse situazioni proposte negli item, preferendo strade lunghe, complesse o inadatte, che risultano spesso fallimentari.

La tendenza ad ancorarsi ai significati noti e a sovraestendere la semantica delle parole della lingua comune al contesto della matematica può creare diverse misconcezioni nella mente degli allievi. Basti pensare alla somiglianza che spesso il docente richiama tra il significato di “moltiplicazione” nel lessico comune, inteso come aumento della quantità, e il significato nel lessico matematico: se la cosa può funzionare quando si moltiplica nell’insieme dei numeri naturali $\mathbb{N}$ (a parte il caso di zero e uno), lo stesso non avviene in matematica quando si moltiplica in $\mathbb{Q}$, ossia nei razionali, dove la moltiplicazione può far diminuire il risultato.

Oppure ancora si può citare l’esempio della “proprietà associativa”, che, se interpretata secondo il lessico comune, sembra che associ i termini leggendo l’uguaglianza da una parte, e che, al contrario, li dissocia leggendola dall’altra parte. Per questo c’è chi ipotizza anche nei libri di testo, sbagliando, che esistano non una ma due proprietà (caratterizzate da due aggettivi diversi): “associativa” e “dissociativa”, mentre in realtà la proprietà è univoca. Da ciò si deduce che la ricerca di assonanze tra lingua comune e significato nel contesto matematico, molto spesso può creare più ostacolo che aiuto alla comprensione.

3. Le parole “non parole” matematiche

Nei libri di testo scolastici italiani, e di conseguenza nella didattica quotidiana, vi sono anche parole/termini entrate con forza dalla trasposizione didattica della matematica, ma che non rientrano in realtà nella disciplina. Tali parole creano spesso un appesantimento informativo per lo studente, o a volte addirittura un ostacolo, non giustificato da una reale necessità né da una funzionalità didattica.

Un esempio sono i termini spaziali come “orizzontale”, “verticale”, “obliquo” o “laterale”. Simili parole, diffuse in ambito geometrico, derivano da una prassi scolastica ricorrente, ma possono generare misconcezioni, dato che sono aggettivi che mettono in evidenza la scelta, reiterata e diffusa, di dare importanza alla posizione dell’oggetto del quale si sta parlando, piuttosto che all’essenza dell’oggetto stesso. Invece di rilevare le caratteristiche “assolute” dell’oggetto matematico, come il parallelismo, la perpendicolarità, la congruenza dei lati o degli angoli..., si mettono in evidenza le proprietà “relative” dell’oggetto, che dipendono dal punto di vista, orientando così l’attenzione degli studenti su caratteristiche concrete, dirette e percepibili, importanti in un contesto di vita reale, ma di ostacolo in un mondo geometrico dove non esistono “direzioni privilegiate”.

Un altro termine che porta con sé convinzioni forti dal punto di vista della vita quotidiana che possono generare misconcezioni in ambito matematico è la parola *base* (Martini & Sbaragli 2004). A tale termine, molti libri di testo (o docenti) associano nel piano il lato del poligono che viene disposto orizzontalmente e in basso rispetto al lettore, e nello spazio la faccia di appoggio. Per questo motivo, molti insegnanti chiedono esplicitamente agli allievi di realizzare le figure geometriche disposte esclusivamente con il lato da considerarsi come base orizzontale dal proprio punto di vista e nella parte inferiore del foglio, o di disporre i solidi con la base che appoggia. In questo modo si sta pensando alla parola *base* riferita più a un contesto di vita reale (nel quale le basi rappresentano, ad esempio, le fondamenta di una costruzione) che a un contesto matematico; di nuovo, il GRADIT ci dà conferma di ciò: la prima accezione del lemma “base” nel lessico fondamentale dell’italiano, infatti, è “1. parte inferiore di un oggetto o una struttura, gener. con funzione di sostegno o di appoggio: *base di una scultura*, di un edificio, *di un vaso*”. Oltre a queste relazioni spaziali, vi sono anche sostantivi entrati indebitamente nel lessico matematico tipico dei libri di testo: ne è un esempio il “non poligono”, che viene proposto nei libri per individuare l’insieme complementare dei poligoni all’interno dell’insieme delle figure del piano, parlando quindi di un’assenza di identità (come mostra la composizione stessa della locuzione, che inizia con *non*) invece che di figure e del suo sottoinsieme, ossia i poligoni.

O ancora, è notevole il caso dei tre aggettivi impiegati per descrivere le “frazioni” come “proprie”, “improprie” e “apparenti”, usati in Italia per particolari tipi di frazioni (quelle comprese tra 0 e 1, quelle maggiori di 1 - numeri naturali esclusi - e quelle che coincidono con numeri naturali). Anche questi termini esistono solo nei libri di testo scolastici, che, invece, potrebbero essere alleggeriti a favore di una didattica più efficace, cioè centrata sui concetti e non sui termini: è infatti un errore pensare che la ridondanza lessicale porti sempre e comunque a una maggiore chiarezza concettuale. Eppure, il problema della terminologia sovrabbondante è ricorrente nella manualistica scolastica, non solo di matematica (Sobrero 2009).

4. Conclusioni

Alla luce di quanto mostrato, si possono sintetizzare alcuni elementi utili per riflettere sull’insegnamento/apprendimento della matematica e sulle sue modalità comunicative:

- occorre far acquisire familiarità agli allievi con una particolare varietà di lingua che subisce l’influenza del linguaggio formale della matematica e della lingua comune, ma che differisce dalle abitudini di comportamento e dalle prestazioni linguistiche cui sono abituati nella quotidianità. Ciò può essere incentivato creando significative situazioni comunicative in cui si dà risalto al ruolo del contesto e degli scopi, cioè a quegli elementi del processo di comunicazione che sono più spesso trascurati quando si tratta di comunicare una disciplina (ancor più se scientifica);
- è necessario che i docenti di tutte le discipline considerino la padronanza linguistica e, nello specifico, l’alfabetizzazione lessicale (Ferreri 2005) e l’approfondimento del lessico come una componente chiave della costruzione di competenze disciplinari. Ciò significa, in concreto, avere una doppia consapevolezza: dei diversi tipi di parole con cui si ha a che fare (e che si propongono in classe) e di che cosa significhi conoscere davvero a fondo termini e parole, cioè avere di essi una “competenza lessicale matura” (Sobrero 2009, p. 218), multilivello, profonda e sensibile al contesto d’uso;
- è opportuno che si ripensi l’insegnamento della matematica senza trascurare alcuni elementi: il peso della componente linguistica (sia comune, sia specialistica), che coopera alla costruzione del pensiero, vincolandolo o agevolandone i processi complessi; l’importanza di un lavoro sinergico con i docenti di italiano, affinché l’educazione linguistica sia davvero strumento per comprendere a fondo e per costruire

sapere; la necessità di una manualistica razionale e consapevole anche dal punto di vista dell'espressione linguistica, e, nello specifico, lessicale.

Bibliografia

- Bernardi, C. (2000). Linguaggio naturale e linguaggio logico: parliamo della 'e'. *Progetto Alice*, 1(1), 11-21.
- Botta, E. & Sbaragli, S. (2016). Il caso dell'altezza. Un sapere fondante. *Nuova secondaria*, XXXIV, 1, 112-116.
- Casadei, F. & Basile, G. (2019) (Eds). *Lessico ed educazione linguistica*. Roma: Carocci.
- Colombo A. & Pallotti, G. (2015) (Eds). *L'italiano per capire*. Roma: Aracne.
- D'Amore, B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, B. (2000). Lingua, Matematica e Didattica. *La matematica e la sua didattica*, 1, 28-47.
- D'Aprile, M., Squillace, A., Armentano, P., Cozza, P., D'Alessandro, R., Lazzaro, C., Rossi, G., Scarnati, A. Scarpino, L., Servi, G. & Sicilia, R. (2004). Dillo con parole tue. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 27B(1), 31-51.
- Demartini, S., Fornara, S. & Sbaragli, S. (2018). Dalla parola al termine. Il cammino verso l'apprendimento del lessico specialistico della matematica nelle definizioni dei bambini. In Corrà, L. (Ed.). *La lingua di scolarizzazione nell'apprendimento delle discipline non linguistiche*. Roma: Aracne, 79-101.
- Demartini, S., Fornara, S. & Sbaragli, S. (in corso di stampa). Se la sintesi diventa un problema. Alcune caratteristiche del linguaggio specialistico della matematica in prospettiva didattica. In Atti del VX Congresso Internazionale SILFI "Linguaggi settoriali e specialistici: sincronia, diacronia, traduzione, variazione", Genova, 28-30 maggio 2018. Firenze: Cesati.
- De Mauro, T. (2016). *Il Nuovo Vocabolario di Base della lingua italiana* Disponibile da <https://www.dropbox.com/s/mkcyo53m15ktbnp/nuovovocabolariodibase.pdf?dl=0> (4.10.2019).
- Ferrari, P.L. (2003). Costruzione di competenze linguistiche appropriate per la matematica a partire dalla media inferiore. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. 26A, 4, 469-496.
- Ferrari, P.L. (2004). *Matematica e linguaggio. Quadro teorico e idee per la didattica*, Bologna: Pitagora.
- Ferreri, S. (2005). *L'alfabetizzazione lessicale. Studi di linguistica educativa*. Roma: Aracne.
- Fornara, S., & Sbaragli, S. (2013). Italmatica. Riflessioni per un insegnamento/apprendimento combinato di italiano e matematica. In D'Amore, B. & Sbaragli, S. (Eds.). *La didattica della matematica come chiave di lettura delle situazioni d'aula*. Bologna: Pitagora, 33-38.
- Fornara, S., & Sbaragli, S. (2016). Che problema, queste parole! *La vita scolastica*, 2, 16-18.
- Fornara, S., & Sbaragli, S. (2017). Italmatica. L'importanza del dizionario nella risoluzione di problemi matematici. In De Renzo, F. & Piemontese, M.E. (Eds.). *Educazione linguistica e apprendimento/insegnamento delle discipline matematico-scientifiche*. Roma: Aracne, 211-224.
- Gotti, M. (2008). *Investigating Specialized Discourse*. Bern: Peter Lang.
- Gualdo, R. & Telve, S. (2011). *Linguaggi specialistici dell'italiano*. Roma: Carocci.
- Laborde, C. (1995). Occorre apprendere a leggere e scrivere in matematica? *La matematica e la sua didattica*, 2, 121-135.
- Lavinio, C. (2004). *Comunicazione e linguaggi disciplinari. Per un'educazione linguistica trasversale*. Roma: Carocci.
- Maier, H. (1993). Problemi di lingua e di comunicazione durante le lezioni di matematica. *La matematica e la sua didattica*. 1, 69-80.
- Maier, H. (1995). Il conflitto tra lingua matematica e lingua quotidiana per gli allievi. *La matematica e la sua didattica*, 3, 298-305.
- Martini, B., & Sbaragli, S. (2005). *Insegnare e apprendere la matematica*. Napoli: Tecnodid.
- Sbaragli, S. (2016). L'importanza dei saperi fondanti. Il caso dell'altezza dei poligoni. In: D'Amore, B. & Sbaragli S. (Eds). *La matematica e la sua didattica. Convegno del trentennale*. Bologna: Pitagora. 35-40.
- Serianni, L. (2003). *Italiani scritti*. Bologna: il Mulino.
- Sfard, A. (2000). Symbolizing Mathematical Reality Into Being - Or How Mathematical Discourse and Mathematical Objects Create Each Other, in Cobb, P., E.Yackel and K.McClain (Eds.). *Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms*. Lawrence Erlbaum Associates.

Sobrero, A.A. (2009). L'incremento della competenza lessicale, con particolare riferimento ai linguaggi scientifici. *Italiano LinguaDue*, 1, 211-225. Disponibile da <https://riviste.unimi.it/index.php/promoitals/article/view/441> (4.10.2019).

Giornate di studio dell'Insegnante di MATematica

***Comunicazioni e laboratori
Scuola Primaria e dell'Infanzia***

Costruzioni geometriche in un approccio dimostrativo alla scuola primaria

Miglena Asenova

Università degli Studi di Palermo

E-mail: miglena.asenova@unipa.it

Abstract/Riassunto. Il seminario ha lo scopo di presentare una ricerca svolta alla scuola primaria e relativa all’uso della coppia «costruzione con riga e compasso - relativa dimostrazione» nella formazione degli studenti alla percezione non iconica in geometria, necessaria alla corretta nominalizzazione e definizione delle figure geometriche del piano. Essa si presenta inoltre come una proposta di un primo approccio alla dimostrazione in geometria.

1. Introduzione

Molte delle ricerche sull’apprendimento della geometria sono accomunate dal fatto che in esse il fallimento degli studenti viene attribuito esclusivamente a difficoltà di gestione delle proprietà prettamente matematiche e concettuali degli oggetti geometrici, attribuendo tali difficoltà a un mancato adattamento dello studente alle esigenze di armonizzazione tra le componenti figurale e concettuale (Mariotti & Fischbein, 1997) oppure ad aspetti di natura strutturale, comunque propri del sapere matematico in sé. Ciò che distingue invece l’approccio all’apprendimento della geometria di Duval (2005) è il fatto che questo autore indaga la problematica proprio da un punto di vista cognitivo, tenendo conto della complessità semiotica dovuta al coordinamento di diversi registri semiotici e individuando quello che potrebbe essere chiamato “l’armamentario di base” di cui lo studente necessita per affrontare con efficienza un compito in geometria. Tale approccio dovrebbe dunque essere visto non in contrapposizione a quelli più tradizionali ma come a essi propedeutico.

Il seminario intende mostrare i risultati di una ricerca (Asenova, 2018) svolta in due classi (una IV e una V) della scuola primaria. Durante la sperimentazione in aula, gli studenti hanno fatto ricorso alla riga e al compasso per la costruzione del triangolo equilatero e sono stati successivamente sottoposti a un test relativo alla loro capacità di completare la dimostrazione corrispondente, proposta sotto forma di testo *cloze*. Lo scopo della ricerca consisteva nel verificare se anche bambini di giovane età possono accedere a quello che Duval (2005) chiama “il modo di vedere non iconico”, che è il presupposto per l’accesso alla geometria euclidea e soprattutto alle dimostrazioni condotte in essa. Il modo di vedere non iconico è caratterizzato dal fatto che in esso le figure geometriche emergono da una decostruzione dimensionale, mentre nel modo di vedere iconico esse sono percepite come unità figurali in cui ciò che emerge sono la forma e gli aspetti metrici e topologici.

2. Quadro teorico di riferimento

Il quadro teorico di riferimento si basa su due componenti: per l’analisi degli aspetti cognitivi della problematica e per l’analisi delle relazioni tra le variabili d’azione si fa riferimento all’approccio cognitivo all’apprendimento della geometria di Duval (2005), mentre per la realizzazione degli strumenti di rilevazione e dell’elaborazione dei dati si fa riferimento alla formula di comprensione di un testo matematico di D’Amore e Fandiño Pinilla (2015).

3. La ricerca

Uno dei problemi nel primo approccio alla geometria euclidea alla scuola secondaria è quello della corretta decodifica del testo delle istruzioni per le costruzioni con riga e compasso. Spesso i successivi passaggi della risoluzione del problema o della relativa dimostrazione sono irrimediabilmente compromessi da una errata interpretazione delle istruzioni. Nella sperimentazione relativa alla ricerca qui presentata sono state messe a confronto due diverse modalità di somministrazione delle istruzioni per le costruzioni con riga e compasso: una basata puramente sulla percezione visiva (per gli alunni della classe IV), l'altra basata sul consueto testo scritto (per gli alunni della classe V). Lo scopo era quello di verificare se la modalità puramente visiva potesse consentire anche a bambini molto giovani di superare lo scoglio dovuto alla complessità delle istruzioni scritte.

Al fine di verificare se i bambini fossero in grado di attribuire significato alla figura geometrica costruita, decostruendola dimensionalmente e mostrando così di aver adottato un modo di vedere non iconico, è stato loro chiesto di completare il testo della relativa dimostrazione, dalla quale erano state cancellate delle parole applicando le regole della formula di comprensione di un testo matematico (D'Amore & Fandiño Pinilla, 2015). Tale formula consente di misurare il grado di comprensione di un testo matematico da parte di un soggetto, in base alla sua capacità di completare in maniera corretta il testo *colze* inserendo le parole mancanti o loro sinonimi.

4. Conclusioni

La ricerca condotta in classe ha permesso di mostrare che la somministrazione delle istruzioni attraverso la modalità puramente visiva facilita in maniera significativa gli allievi, consentendo di concludere l'attività autonomamente e in maniera soddisfacente anche a bambini molto giovani.

I dati elaborati sulla base della formula di comprensione di un testo matematico hanno mostrato che la comprensione del testo della dimostrazione da parte degli alunni è positiva (dunque sufficiente) per circa il 65% della classe IV e per circa l'85% della classe V. Queste percentuali mostrano che il lavoro svolto in classe sulle costruzioni geometriche è in grado di far acquisire il modo di vedere non iconico anche a bambini molto giovani.

La ricerca ha permesso quindi di mostrare l'utilità del ricorso a compiti che sfruttano la coppia «costruzioni con riga e compasso - relativa dimostrazione» anche nella scuola primaria. La coordinazione tra queste due componenti è particolarmente utile nell'ottica di un'educazione al modo di vedere non iconico, indispensabile per l'apprendimento in geometria, ma essa può inoltre costituire un valido primo approccio alla dimostrazione anche per bambini di giovane età (e, a maggior ragione, per studenti della scuola secondaria di primo e secondo grado).

Bibliografia

- Asenova, M. (2018). Vedere geometricamente: La percezione non iconica alla scuola primaria. *La matematica e la sua didattica*, 26(2), 173-210.
- D'Amore, B., & Fandiño-Pinilla, M. I. (2015). A formula for an objective measurement of students' understanding difficulties of a mathematical text: Evaluative and educational use. *Scientia Paedagogica Experimentalis*, 52(1-2), 27-58.
- Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 10, 5-53.
- Mariotti M. A., & Fishbein, E. (1997). Defining in classroom activities. *Educational Studies in Mathematics*, 34(3), 219-248.

I rettangoli mutanti e l'apprendimento delle tabelline

Pia Barbanera

Istituto Comprensivo Tommaseo, Torino – Scuola primaria “Francesco d’Assisi”

E-mail: barbanera.pia@gmail.com

Abstract/Riassunto. In questo laboratorio si racconterà una sperimentazione del progetto “Per contare”, proposto dalla Fondazione Asphi e dall’Università di Modena e Reggio Emilia, con la guida della ricercatrice Baccaglini Frank, e attuato nella nostra scuola. Si mostrerà un’attività per l’apprendimento della moltiplicazione e delle tabelline in classe seconda, “Dai Diagrammi a rettangolo alle moltiplicazioni”, che ha aiutato i bambini ad apprendere le tabelline attraverso strategie di calcolo mentale con composizioni e scomposizioni di numeri, usando disegni di rettangoli quadrettati.

1. Introduzione

Cinque anni fa, con la classe prima, abbiamo aderito al progetto “Per contare”² e sperimentato con i bambini le attività proposte. Il progetto, presentato anche all’ICMI study 23 ([1]), ha riscontrato risultati positivi nel prevenire difficoltà in matematica ([2]), rilevare bambini con difficoltà ([3]), e gestire studenti con DSA ([4]). Esso mira a un apprendimento della matematica attraverso uso di materiali concreti, attività ludiche, composizione e scomposizione di numeri e ragionamenti su fatti numerici. In tutto il progetto è forte l’approccio metacognitivo al calcolo e anche nel percorso qui descritto, prosecuzione del lavoro svolto in prima, la scelta dei rettangoli e le loro modalità d’introduzione è frutto di una precisa scelta didattica, che favorisce negli studenti la costruzione di immagini mentali significative e “manipolabili” da un punto di vista matematico. Qui descriviamo l’attività “Moltiplicazione e divisione”³, fondamentale per il calcolo mentale delle tabelline e per le ripercussioni nei ragionamenti dei bambini negli anni successivi alla seconda, anche in campo geometrico: infatti lavorare con i rettangoli, calcolando da quanti quadretti è formato, è propedeutico al futuro lavoro su area e perimetro. Inoltre l’uso del rettangolo-diagramma consente di avvicinarsi alla divisione non come un’entità a sé stante, ma come operazione inversa della moltiplicazione e permette di continuare il lavoro sui problemi con variazioni (sulla moltiplicazione e divisione), molto utili per sviluppare nel bambino competenze matematiche.

2. I rettangoli mutanti

Si è partiti con un approccio ludico al problema, che portasse i bambini al sapere matematico, partendo da un apprendimento di tipo informale, per poi proseguire con un sapere più strutturato. Il lavoro è stato organizzato come di seguito descritto.

² <http://percontare.asphi.it/>

³ attività consultabile sul sito, nella sezione “guida alle attività per la matematica - classe seconda”, da un utente registrato

Prima fase:

Si fa osservare alla classe un rettangolo formato da un certo numero di quadretti e si ragiona su ciò che può rappresentare. Dopo una discussione matematica (dove si accettano anche proposte fantasiose!) si arriva a pensare al rettangolo come un numero di quadretti ripetuto n volte. Da qui si passa al gioco dei “rettangoloni” (il nome è stato dato dai bambini), in cui si disegnano vari rettangoli descrivendo sia la ripetizione che il risultato finale.

Seconda fase:

Si chiede ai bambini di disegnare e ritagliare, sotto la guida dell’insegnante, tutti i rettangoli possibili a partire dalla tavola pitagorica. A questo punto si incollano tutti i rettangoli-mutanti (nome dato dai bambini perché cambiano di volta in volta) nelle loro cassette (cioè il cartellone della tavola pitagorica, con i numeri segnati in ordine crescente). Questo è il momento in cui si osserva la simmetria della casa dei rettangoli e si capisce che non è necessario memorizzare tutti i rettangoli ma solamente la metà.



Figura 1. Casa dei rettangoli

I bambini notano inoltre che tutti i rettangoli con il 2, il 5 e il 10 sono facilmente “calcolabili”.

Terza fase:

In questa fase viene mostrato ai bambini un rettangolo come quello in figura 3 e attraverso una discussione si arriva a comprendere perché il 7, nel caso del rettangolo in figura, è stato scomposto in 5 e 2. I bambini notano che è semplice calcolare 5×3 e 2×3 e che il rettangolo grande è la somma dei due rettangoli in cui è stato “spezzato” (termine usato dai bambini). L’attività prosegue nel disegnare e scomporre (cioè spezzare) i rettangoli per facilitarne la memorizzazione.



Figura 2. Rettangolo “spezzato”

3. Brevi Conclusioni

Le attività sono state videoregistrate e verranno presentate nel laboratorio, commentandone i risultati. Saranno mostrati bambini che, anche con difficoltà di apprendimento, risolvono calcoli moltiplicativi, sottolineando come l’attività sia fortemente inclusiva. Attraverso una simulazione dell’attività, verranno fatte sperimentare le fasi del percorso sull’apprendimento delle tabelline.

Bibliografia

- [1] Baccaglini-Frank A. (2015). [Preventing low achievement in arithmetic through the didactical materials of the PerContare project](#) . In: X. Sun, B. Kaur & J. Novotná (eds.). *ICMI Study 23 Conference Proceedings*. Macau – China: University of Macau, pp. 169-176.
- [2] Baccaglini-Frank, A. (2017). [Preventing learning difficulties in arithmetic: the approach of the PerContare project](#) . *Mathematics Teaching* , 258, pp. 14-18 .
- [3] Baccaglini-Frank, A. & Scorza, M. (2013). [Il Progetto PerContare – pratiche per una “buona didattica” e metodi per la rilevazione di bambini con difficoltà in matematica](#). In B. D'Amore e S. Sbaragli (Eds.) *La didattica della matematica come chiave di lettura delle situazioni d'aula. Atti del Convegno "Incontri con la Matematica" n.27*, Castel S. Pietro Terme, novembre 2013. ISBN 88-371-1717-5. Bologna: Pitagora Editrice.
- [4] Baccaglini-Frank, A., & Scorza, M. (2013). [Gestire gli studenti con DSA in classe uso delle mani e della linea dei numeri nel progetto PerContare](#) . In C. Cateni, C. Fattori, R. Imperiale, B. Piochi, e P. Vighi, *Quaderni GRIMeD n. 1* , 183-190. ISBN 8837118813.

Argomentazione Collaborativa OnLine: un’esperienza nella scuola secondaria di primo grado

Giovannina Albano, Anna Pierri

Dip. di Ing. dell’Informazione ed Elettrica e Matematica Applicata, Università di Salerno

E-mail: galbano@unisa.it, apijerri@unisa.it

Francesca Morselli

Dipartimento di Matematica, Università di Genova

E-mail: morselli@dima.unige.it

Maria De Pompeis

Scuola Secondaria di Primo Grado, Istituto Comprensivo “Matteotti- Cirillo” di Grumo Nevano (NA)

E-mail: mariadepompeis@libero.it

Monica Testera

Scuola Secondaria di Primo Grado Goffredo Mameli, Istituto Comprensivo di Carcare (SV)

E-mail: mrossom@libero.it

Abstract/Riassunto. Si descrive la progettazione e implementazione di una serie di attività volte a promuovere l’emergere di argomentazioni collettive attraverso l’interazione online. la sperimentazione ha coinvolto due scuole secondarie di primo grado, rispettivamente di Carcare (SV) e Grumo Nevano (NA).

Background

Sempre più crescente è l’attenzione ai processi argomentativi, riconosciuta anche dalle Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012), che sottolineano come la matematica possa contribuire a “sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri” (p. 49). Alcuni autori sottolineano come le attività argomentative possano favorire il passaggio dai concetti quotidiani ai concetti scientifici (Douek, 2006), un graduale ingresso nella cultura dei teoremi (Boero, 2007) e più in generale favorire la costruzione dei significati (Morselli, Sibilla & Testera, 2015). In questa prospettiva, un ruolo decisivo, durante le attività argomentative, è dato dall’interazione sociale, in particolare dalle dinamiche di classe, in cui si sottolinea anche il ruolo chiave di mediazione del docente (Azmon et al., 2011). Emerge in particolare l’importanza di alternare richieste di produzione individuale di argomentazioni, confronto in piccolo gruppo e discussione di classe (Morselli, Panucci & Testera, 2015). In tal senso, il momento della discussione di classe serve anche arrivare all’individuazione di un’argomentazione “collettiva”. Nel presente contributo si

esplora una situazione in cui l'argomentazione nasce invece dall'interazione sociale realizzata esclusivamente a distanza in ambiente online. Questa si ispira a esperienze simili a livello universitario, che ha visto coinvolti studenti dei corsi di laurea in ingegneria, e futuri insegnanti della scuola primaria (Albano, Pierri & Sabena, 2019 a&b). In tali esperienze, a differenza del caso qui presentato, l'interazione è stata in modalità blended e la collaborazione ha riguardato il supporto reciproco all'apprendimento significativo dei contenuti del corso, anche quando il focus è stato l'argomentazione, come nel caso degli studenti di scienze della formazione primaria. Qui discutiamo una possibile trasposizione della metodologia.

La Sperimentazione

L'attività prevede il coinvolgimento di una classe da ciascuna delle due scuole coinvolte e, a livello studente, prevede quattro fasi: 1) ogni studente riceve un problema (lo stesso per tutti) da risolvere individualmente e propone una propria soluzione; 2) ogni studente è messo a lavorare in coppia con un compagno di classe e gli viene chiesto di confrontare le soluzioni per arrivare a produrre una soluzione condivisa; 3) ogni coppia di una classe è abbinata con una coppia dell'altra classe con lo scopo di confrontare le soluzioni precedenti e giungere a una nuova soluzione condivisa; 4) discussione collettiva del problema, dell'attività e delle risoluzioni. La fase 3) avviene completamente online. Il docente, insieme al ricercatore, si preoccupa di: a) scegliere un opportuno problema aperto, che possa prevedere varie possibilità di risoluzione; b) analizzare le soluzioni individuali dei propri studenti e, di conseguenza, abbinare studenti che hanno prodotto soluzioni simili, in modo da formare le coppie che lavorano alla fase 2); c) analizzare le soluzioni condivise prodotte dalle coppie in modo da abbinare con coppie dell'altra classe che abbiano dato soluzioni molto diverse; d) gestire la discussione finale in aula. In questo contributo illustriamo la progettazione e implementazione dell'attività e presentiamo una prima analisi delle argomentazioni collettive realizzate con studenti della classe II di due scuole secondarie di I grado, rispettivamente di Grumo Nevano (NA) e di Carcare (GE). Presentiamo anche le impressioni degli studenti, raccolte con un questionario finale.

Bibliografia

- Albano, G., Pierri, A., Sabena, C. (2019.a). Formative assessment workshops as a tool to support pre-service teacher education on argumentation. *Proceedings of CIEAEM 71*, (in stampa)
- Albano, G., Pierri, A., Sabena, C. (2019.b). Enhancing formative assessment practices in undergraduate courses by means of online workshop. *Proceedings of ICTMT 14*, (in stampa)
- Azmon, S., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2011). The impact of teacher-led discussions on students subsequent argumentative writing. *Proceedings of PME 35*, 2, 73-80.
- Boero P. (2007). Theorems in school: from history, epistemology and cognition to classroom practice. Sense Publishers, Rotterdam.
- Douek, N. (2006). Vygotsky's everyday concepts/scientific concepts dialectics in school context: a case study. *Proceedings of PME 30*, 2, 449-456
- Morselli F., Panucci E. & Testera M. (2015). Démarche d'investigation et explication au collège. *Recherches en éducation*, 21, 138-151.
- Morselli F., Sibilla A. & Testera M. (2015). Lo sviluppo delle competenze argomentative nella scuola secondaria di primo e secondo grado. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 38, 548-565.
- MIUR (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione*. Annali della Pubblica Istruzione, Numero Speciale. Le Monnier.

Giochiamo con i numeri binari. Pensiero Computazionale e Astrazione alla scuola primaria

Aaron Gaio*; **Sofia Di Crisci****

**Università degli Studi di Parma; **Istituto Comprensivo di Cavalese (TN)*

E-mail: aaron.gaio.tn@gmail.com

Abstract/Riassunto. Dopo un'introduzione e definizione pensiero computazionale e dell'importanza che sta assumendo nel mondo della scuola, andiamo a presentare l'esplicitazione di un suo modello di valutazione, che tiene in considerazione le varie dimensioni, focalizzando qui la nostra attenzione sulla capacità di astrazione. Un'attività didattica di introduzione al codice e ai numeri binari ci permette di valutare delle prime evidenze di astrazione nei bambini della scuola primaria, oltre a sviluppare alcune interessanti dinamiche di calcolo mentale.

1. Introduzione e contesto

Secondo la definizione operativa proposta dalla International Society for Technology in Education e dalla Computer Science Teacher Association degli Stati Uniti, il pensiero computazionale è un processo di problem solving che include (ma non è limitato a) le seguenti caratteristiche: formulazione di problemi per permettere l'utilizzo di un computer e altri strumenti per aiutare la loro soluzione; organizzazione logica e analisi dei dati; rappresentazione dei dati attraverso astrazioni come modelli o simulazioni; automatizzazione delle soluzioni utilizzando il pensiero algoritmico (una serie di passi ordinati); identificazione, analisi e implementazione di soluzioni possibili, con l'obiettivo di ottenere la migliore e più efficiente combinazione di passi risolutivi e risorse; generalizzazione e trasferimento del processo di risoluzione del problema ad una varietà di altri problemi. La capacità di astrazione completa e di pensiero astratto come opposto agli schemi mentali, è considerata in letteratura propria dei bambini oltre gli 11 o 12 anni di età (Jean Piaget, come in Lister, 2011). Può qualche task stimolare la capacità di astrazione, almeno parziale, già nell'età della scuola primaria? In che modo possiamo valutarlo?

2. Modello di valutazione del pensiero computazionale

Obiettivo di questo intervento è dunque quello di analizzare la dimensione del pensiero computazionale definita come astrazione, come nel modello di categorizzazione di Dagienè et al. (2017), ripreso poi dagli autori con evidenze per ogni dimensione (Di Crisci, Gaio, 2019). L'astrazione è considerata una componente chiave per il pensiero computazionale: “The abstraction process – deciding what details we need to highlight and what details we can ignore – underlies computational thinking” (Wing, 2008, p. 3718). Nel modello, la dimensione dell'astrazione è ulteriormente divisa in 5 evidenze che ci possono permettere di analizzarla e valutarla: Analizzare i dati; Individuare la chiave del problema; Shifting; Updating; Inhibition. Come anticipato, alla scuola primaria, non tutte queste evidenze si presentano negli alunni. Andremo a vedere nell'esempio un semplice passaggio di astrazione tra carte numerate (simbolo) e quantità reale e come i bambini ci si possono avvicinare con l'uso di un semplice artefatto.

3. Numeri binari, carte ed astrazione

Tramite un'attività di introduzione del codice binario agli studenti della scuola primaria, attraverso attività pratiche di simulazione del funzionamento dei numeri binari e della loro costruzione, abbiamo osservato delle dinamiche strettamente collegate al processo cognitivo dell'astrazione (o non-astrazione). Costruendo dei modelli, che richiedono più o meno capacità di astrazione per essere applicati e funzionali alla comprensione del sistema binario, gli studenti vengono guidati alla scoperta di un modo di contare diverso, utilizzando solo “zero” e “uno”, bianco e nero, oggetti accesi e spenti. Il modello che è stato oggetto di studio dettagliato utilizza delle carte bianche e nere, a rappresentare dei bit, accesi o spenti (adattamento da Bell et al., 2015) e sono i bambini stessi a modellizzare il funzionamento dei numeri binari, collaborando tra loro per formarli. Durante una sperimentazione effettuata su 3 classi quarte della scuola primaria, è stato inoltre osservato come il costruire i numeri binari in questo modo, vada a toccare alcune dinamiche del calcolo mentale (come definito in Harries e Spooner, 2013), facendo implementare strategie agli alunni per addizione e sottrazione, quali proprietà di completamento, raddoppio, che poi possono rivelarsi generalizzabili al calcolo mentale con i numeri decimali, oltre a dare un significato alle operazioni senza limitarle a puro calcolo meccanico. Il passaggio dall'utilizzo di carte bianche e nere, che rappresentano oggetti che possono essere accesi e spenti (e.g. lampadine), fino all'utilizzo delle cifre 0 e 1 rappresenta già di per sé un esercizio della capacità di astrazione. Il sistema delle carte numerate (1, 2, 4, 8, 16, ...) permette anche di valutare altre dimensioni del pensiero computazionale, quali la scomposizione del problema e, soprattutto, la generalizzazione e riconoscimento di pattern, come da evidenze illustrate nel capitolo precedente.



Figura 1. Sperimentazione in classe

Bibliografia

- Bell, T. C., Witten I. H., & Fellows M. (1998, 2015 review). *Computer Science Unplugged: Off-line activities and games for all ages*. Computer Science Unplugged.
- Dagienè, V., Sentance, S., & Stupurienė, G. (2017). Developing a two-dimensional categorization system for educational tasks in informatics. *Informatica*, 28(1), 23-44.
- Di Crisci, S. e Gaio, A. *Verso una valutazione inclusiva del pensiero computazionale* (2019). In. Cateni, C. et al. (eds.). *LA MATEMATICA IN ATTO: DIDATTICA e VALUTAZIONE. Quaderni GRIMED n.5*.
- Harries, T., & Spooner, M. (2013). *Mental mathematics for the numeracy hour*. Routledge.
- Lister, R. (2011, January). Concrete and other neo-Piagetian forms of reasoning in the novice programmer. In *Proceedings of the Thirteenth Australasian Computing Education Conference-Volume 114* (pp. 9-18). Australian Computer Society, Inc..
- Rijke, W. J., Bollen, L., Eysink, T. H., & Tolboom, J. L. (2018). Computational Thinking in Primary School: An Examination of Abstraction and Decomposition in Different Age Groups. *Informatics in education*, 17(1), 77.
- Thompson, I. (1999). Mental calculation strategies for addition and subtraction. Part 1. *Mathematics in school*, 28(5), 2-4.

La scatola con i baffi: un grafico con tante informazioni!

Gaetana Serenella Bartolomei

Liceo scientifico statale “Benedetto Croce” - Palermo

C.I.D.I. Palermo

E-mail: serenabartolomei@libero.it

Abstract/Riassunto: Nel laboratorio si presenta una delle attività svolte nel corso dell’anno scolastico 2018/19 in una classe prima di “Liceo Matematico” del Liceo Scientifico Statale “Benedetto Croce” di Palermo. L’attività, sperimentabile in tutti gli ordini di scuola, è incentrata sul *box plot* o diagramma a scatola e baffi, un grafico che, utilizzando alcuni valori di sintesi, descrive le caratteristiche salienti di una distribuzione statistica di dati. Operativamente, si propone la costruzione, la lettura e l’interpretazione del grafico, soffermandosi sulle informazioni che si possono dedurre da esso sull’andamento del fenomeno rappresentato.

1. Il box plot

Il *box plot*, o diagramma a scatola e baffi, è un grafico utilizzato per caratteri quantitativi misurabili con scala a intervalli o scala a rapporti. Per la costruzione si riportano su un asse orientato verticale (oppure orizzontale) i seguenti valori di sintesi: valore adiacente inferiore (VAI o A) o minimo, 1° quartile (Q_1), mediana, 3° quartile (Q_3), valore adiacente superiore (VAS o B) o massimo.

2. La costruzione della scatola e dei baffi

La scatola del *box plot* ha come estremi inferiore e superiore rispettivamente il primo quartile (Q_1) e il terzo quartile (Q_3). La mediana divide la scatola in due parti.

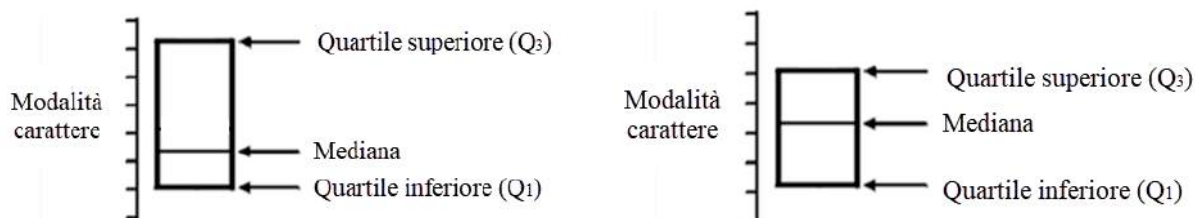


Figura 1. *La scatola.*

I baffi sono le linee che si allungano dai bordi della scatola e individuano gli intervalli in cui sono posizionati i valori rispettivamente minori di Q_1 e maggiori di Q_3 . Nelle costruzioni più semplici, i baffi si ottengono congiungendo Q_1 al minimo e Q_3 al massimo dei valori. In altre, si procede individuando il valore adiacente inferiore (VAI) e il valore adiacente superiore (VAS),

che consentono di evidenziare la presenza di eventuali valori fuori limite (outliers o osservazioni eccezionali).

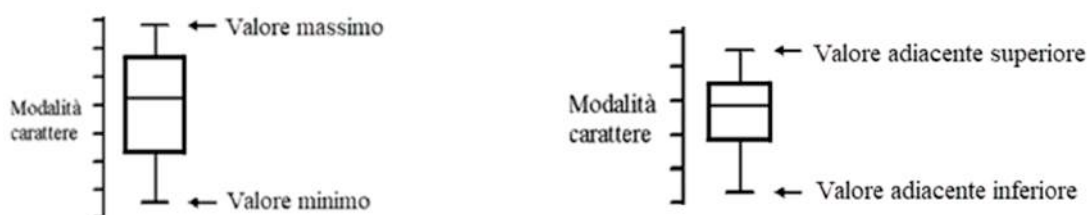


Figura 2. La scatola con i baffi.

3. La lettura e l'interpretazione del grafico

Per la lettura ed interpretazione del grafico, ci si soffermerà sulle informazioni che si possono dedurre dalla differenza interquartile, dalle distanze tra ciascun quartile e la mediana, dalla lunghezza dei baffi e dai valori anomali per comprendere la forma della distribuzione statistica dei dati. Infine, si evidenzieranno i vantaggi del *box plot* rispetto all'istogramma.

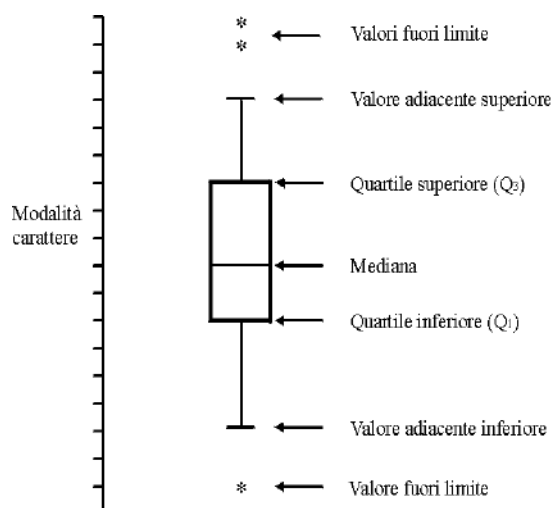


Figura 3. Il box plot con valori fuori limite.

Bibliografia e sitografia

- Borra S. & Di Ciaccio A. (2015). *Statistica: metodologie per le scienze economiche e sociali*. McGraw-Hill Education.
- Cicchitelli, G., D'Urso P., Minozzo M. (2017). *Statistica: principi e metodi*. Ediz. mylab. Con aggiornamento online.
- Sheldon M. R. (2014). *Introduzione alla statistica*. Apogeo Education - Maggioli Editore.
- <https://www.khanacademy.org/math/statistics-probability/summarizing-quantitative-data/box-whisker-plots/a/box-plot-review#targetText=A%20box%20and%20whisker%20plot,the%20box%20at%20the%20median.>
- <https://towardsdatascience.com/understanding-boxplots-5e2df7bcbd51>
- http://studiosat.unibocconi.it/uni/POPUP/Shared/S_12_Box%20plot%20una%20rappresentazione%20sintetica%20della%20distribuzione.pdf

Primi passi verso la geometria...camminiamo tutti insieme.

Maria Lo Cicero

Direzione Didattica “G. Rodari”, 2° Circolo di Villabate

E-mail: maria.locicero53@gmail.com

Abstract/Riassunto. Sperimentazione di buone pratiche didattiche relative al riconoscimento, denominazione e descrizione di figure geometriche piane, in una classe prima della scuola primaria; con accertamento delle conoscenze pregresse, in continuità con la scuola dell’infanzia, attraverso conversazioni guidate e la descrizione del percorso didattico mirato al raggiungimento del relativo obiettivo di apprendimento. La sperimentazione è scandita da un percorso metodologico che partendo dalla prima rappresentazione del mondo fisico giunge, attraverso l’azione pratica, manipolativa e laboratoriale, allo sviluppo del sapere.

1. Introduzione

L’inizio di un percorso didattico in una classe prima della scuola primaria rappresenta una fase complessa sia per la costruzione del *contratto didattico* (Brousseau, 1986), che per la scelta delle modalità educative e didattiche funzionali ai diversi bisogni, al fine di rendere ciascun alunno protagonista dell’apprendimento. Il percorso didattico che è stato sperimentato, riguardante il riconoscimento, la denominazione e la descrizione di figure geometriche piane (Indicazioni Nazionali 2012) è finalizzato all’acquisizione del relativo obiettivo di apprendimento, ma è stato altresì funzionale alla costruzione e al rinforzo di tale contratto.

In una prima fase si è focalizzata l’attenzione sulle conoscenze pregresse possedute dagli alunni per comprendere quale fosse il punto di partenza del percorso. Inizialmente la geometria ha a che fare con le sensazioni, esperienze e osservazioni esterne di tipo senso-motorie e procede poi per razionalizzazioni successive di queste prime osservazioni (Sbaragli, Mammarella, 2010). Il bambino comincia ad elaborare le sue strutture conoscitive con il conseguente passaggio dal piano percettivo, motorio, manipolativo a quelle della rappresentazione simbolica. Secondo Bolondi (2009) l’insegnante della scuola primaria non può prescindere dal patrimonio di esperienze e concettualizzazioni che il bambino ha accumulato durante gli anni della scuola dell’infanzia. Una seconda fase prevede un percorso strutturato, caratterizzato dalla “costruzione” del bagaglio di competenze e abilità, attraverso l’azione pratica, esperienziale, manipolativa in assetto laboratoriale.

2. Quadro teorico

Il percorso didattico è stato condotto dall’insegnante in modo socio-costruttivista. Si è cercato di dare spazio alla creatività dello studente, allo sviluppo naturale della sua coscienza sociale, del senso di responsabilità e della capacità critica, in approccio laboratoriale e ludico: *noi impariamo veramente solo ciò che viviamo* (Kilpatrick, 1987). È stato adottato l’approccio di geometria come “prima rappresentazione del mondo fisico”. L’evoluzione del pensiero geometrico degli studenti va ricercato a partire dalle prime esperienze spaziali di tipo senso-motorio, per poi passare ad un’organizzazione razionale e formale. In accordo con il pensiero di Emma Castelnuovo (1963), la conoscenza deve cominciare necessariamente attraverso i sensi e l’espressione verbale spiegherà i vari passaggi delle scoperte fatte. L’approccio esperienziale trova giustificazione anche nella *Teoria dell’Embodiment della mente* di Lakoff e Núñez, secondo cui corpo e cervello si sarebbero evoluti in modo interconnesso e la mente sarebbe un

prodotto di questo percorso evolutivo, una facoltà emergente del sistema neurocerebrale. Le nostre idee, le nostre teorie sono inevitabilmente legate alla nostra natura biologica, nel senso che nascono dal modo in cui percepiamo il mondo attraverso il nostro sistema senso-motorio. *La matematica, così come noi la conosciamo, dipende dalla natura del nostro cervello e dalla nostra esperienza corporea* (Lakoff & Núñez, 2005). Il percorso metodologico ha previsto anche l'intersezione di attività supportate dagli strumenti multimediali. L'uso della LIM apre la porta dell'aula ai nuovi linguaggi (suoni, colori, immagini, filmati, interazioni e simulazioni) al fine di valorizzare le “intelligenze multiple” (Gardner in Biondi, 2008)

3. Percorso didattico

Il seguente percorso didattico è stato sperimentato in una classe prima della scuola primaria e si suddivide in 2 fasi.

1A: Percorso mirato al riconoscimento delle principali figure geometriche: quadrato, rettangolo, triangolo e cerchio. L'insegnante coinvolge gli alunni in un gioco di forme costruite dal loro corpo, delle quali non conoscono i nomi. L'insegnante fotografa dall'alto le figure realizzate e successivamente le mostra alla classe mediante la LIM. Si apre, dunque, una verbalizzazione sul riconoscimento di tali figure e delle loro caratteristiche.

1 B: Utilizzo di GeoGebra per presentare le figure anche in movimento, con verbalizzazione per ulteriori accertamenti dei prerequisiti.



Figura 1: Bambini rappresentano inconsapevolmente figure geometriche con il corpo.

2 A In seguito alle risposte rilevate si è deciso di attivare un percorso non immediato poiché mancavano alcuni prerequisiti. Tale percorso inizia con la presentazione di figure solide, loro sviluppo, realizzazione di solidi con cartoncino, con materiale strutturato e non.

2 B Realizzazione di “orme” ottenute dall'immersione delle figure solide in colori a tempera.

2 C Attività laboratoriali sulla costruzione di figure piane con cartoncino, uso del tangram, figure artistiche, geopiano che servono da rinforzo dei concetti studiati, ma anche da verifica dell'acquisizione di tali concetti.

Bibliografia

- Biondi G., (2008). *LIM. A scuola con la Lavagna Interattiva Multimediale*. Nuovi linguaggi per innovare la didattica. Firenze: Giunti.
- Bolondi G., (2009). *Continuità e discontinuità in matematica: dalla scuola dell'infanzia alla scuola primaria*. Atti del Convegno Nazionale n. 23: Incontri con la Matematica. Pratiche matematiche e didattiche in aula. Castel San Pietro Terme (Bologna).
- Brousseau G., (1986) in D'Amore B. (1999). *Elementi di Didattica della Matematica*. Bologna: Pitagora.
- Castelnuovo E., (1963). *Didattica della Matematica*. Firenze: La Nuova Italia.
- Kilpatrick Y., (1987). *What costrutivism might be in mathematics education*. Proceedings of PME XI, Montreal.
- Lakoff G., Nunez R.E., (2005). *Da dove viene la matematica*, Torino: Bollati Boringhieri.
- Sbaragli S., Mammarella I.C. (2010). *L'apprendimento della geometria*. In: Lucangeli D., Mammarella I.C. (2010). *Psicologia della cognizione numerica*. Approcci teorici, valutazione e intervento. Milano: Franco Angeli.

Giornate di studio dell'Insegnante di MATematica

***Comunicazioni e laboratori verticali
Scuola Primaria e Scuola Secondaria di I grado***

Analisi di manuali scolastici di matematica dal punto di vista linguistico e disciplinare

Michele Canducci, Silvia Demartini, Elena Franchini, Silvia Sbaragli

Dipartimento Formazione e Apprendimento della Scuola Universitaria Professionale della Svizzera Italiana

E-mail: michele.canducci@supsi.ch; silvia.demartini@supsi.ch;
elena.franchini@supsi.ch; silvia.sbaragli@supsi.ch

Abstract/Riassunto. Il laboratorio si propone di prendere in esame i manuali scolastici in adozione dagli insegnanti di scuola primaria e secondaria di primo grado partecipanti e di far emergere eventuali criticità o elementi di forza sia dal punto di vista linguistico sia dal punto di vista disciplinare. In particolare, ci si concentrerà su un tema specifico (introduzione ai poligoni) grazie al quale verranno condivise riflessioni e chiavi di lettura potenzialmente utili per analizzare qualitativamente la presentazione di un qualsiasi tema matematico all'interno del libro di testo.

1. Introduzione

Il lavoro di analisi proposto nel laboratorio nasce da una ricerca su più ampia scala che si occupa, nella sua prima fase, dell'analisi dei testi scolastici di matematica della scuola primaria e secondaria di primo grado in Italia e di materiale selezionato in uso alla scuola elementare e alla scuola media in Canton Ticino e nei Grigioni (nello specifico le parti dedicate al tema “poligoni”). Il progetto *Italmatica. Comprendere la matematica a scuola tra lingua comune e linguaggio specialistico* (progetto 176339 del Fondo Nazionale Svizzero per la Ricerca Scientifica) è frutto della collaborazione fra i centri di competenza Didattica della Matematica (DdM) e Didattica dell'italiano lingua di scolarizzazione (DILS) del Dipartimento Formazione e Apprendimento (DFA) della Scuola Universitaria Professionale della Svizzera Italiana (SUPSI).

La ricerca si fonda sulla consapevolezza che la comprensione del linguaggio della matematica è uno dei maggiori ostacoli per l'apprendimento della disciplina, a tutti i livelli scolastici e nelle diverse lingue. In questo tipo di linguaggio specialistico, infatti, i periodi sono concisi e densi di informazione, fortemente nominalizzati e ricchi di termini e costrutti non condivisi con il linguaggio comune (Gualdo & Telve, 2011).

Nei libri di testo scolastici, si ritrovano questi fenomeni spesso amplificati a causa dello stile tipicamente manualistico e delle scelte tipografiche e di layout di pagina. Inoltre, l'utilizzo non sempre coerente di registri semiotici differenti (verbale, figurale, aritmetico, algebrico ecc) all'interno di uno spazio limitato rende in alcuni casi difficoltosa la comprensione profonda dell'oggetto matematico in discussione.

All'interno del progetto, il cui svolgimento è previsto su tre anni accademici (2018-2021), il gruppo di lavoro si prefigge di analizzare un corpus di circa 150 testi scolastici anche attraverso l'ausilio di strumenti per l'analisi automatica del linguaggio – scelti fra quelli più aggiornati e in uso in campo linguistico e informatico – in modo da estrarre informazioni anche quantitative su aspetti linguistici e disciplinari rilevanti.

2. Alcuni strumenti per l'analisi degli aspetti linguistico-disciplinari dei libri di testo scolastici di matematica

In letteratura, in ambito sia matematico sia linguistico, sono sempre più presenti contributi che analizzano caratteristiche e difficoltà presenti in specifici aspetti della trasposizione disciplinare (Zan, 2016; Colombo & Pallotti, 2014; Ferrari, 2004, 2012; Demartini, Fornara & Sbaragli, 2018) o in campioni di libri di testo (Calò & Ferreri, 1997; Zambelli, 2014). In questo filone si inserisce questo laboratorio, che ha l'intento di affinare la riflessione, di sensibilizzare e di rendere consapevole chi si occupa di didattica della matematica (docenti, autori, editori ecc.) dell'importanza che ha l'utilizzo coerente e corretto dell'informazione espressa mediante diverse rappresentazioni semiotiche (verbale, figurale, aritmetiche ecc.) nell'apprendimento di un sapere matematico.

Per lo svolgimento del laboratorio viene chiesto ai partecipanti di portare il libro adottato nella propria classe in cui si trovano le pagine relative al tema “poligoni”, solitamente trattato con specifici approfondimenti a partire dalla seconda primaria fino alla classe seconda della scuola secondaria di primo grado. I materiali didattici forniti dagli insegnanti stessi verranno esaminati qualitativamente dal punto di vista matematico, evidenziando ad esempio eventuali imprecisioni concettuali, incoerenze tra elementi del testo (in particolare linguistici e figurali), presenza di impliciti oppure omissione di informazioni necessarie alla comprensione, utilizzo non efficace del registro figurale, sovrabbondanza di nomenclatura o notazione, presenza di parti argomentative lacunose. L'analisi di questi aspetti sarà completata da una lettura di tipo linguistico attraverso alcuni livelli di analisi particolarmente significativi nello studio di testi disciplinari come lessico, sintassi, semantica, testualità e pragmatica.

Le potenziali difficoltà linguistiche che l'allievo incontra nella lettura di un testo scolastico di matematica sono molte e spesso sono di ostacolo alla comprensione del sapere in gioco: dal lessico (composto di terminologia specialistica e circoscritta o, all'opposto, di parole polisemiche fino a rasentare l'ambiguità), alla sintassi (caratterizzata, a volte, da strutture non facilmente leggibili e comprensibili), alla semantica (un sistema di significati in relazione con altri), alla pragmatica (deissi, inferenze, impliciti); il tutto in un'organizzazione testuale dei contenuti peculiare e complessa.

Bibliografia

- Calò, R. & Ferreri, S. (a cura di). *Il testo fa scuola. Libri di testo, linguaggi ed educazione linguistica*. Scandicci: La Nuova Italia.
- Colombo, A. & Pallotti, G. (2014) (a cura di). *L'italiano per capire*. Roma: Aracne.
- Demartini, S., Fornara, S., & Sbaragli, S. (in2018). *Dalla parola al termine. Il cammino verso l'apprendimento del lessico specialistico della matematica nelle definizioni dei bambini*. In Corrà, L. (a cura di), *La lingua di scolarizzazione nell'apprendimento delle discipline non linguistiche*. Roma: Aracne, 79-101.
- Ferrari, P. L. (2004). *Matematica e linguaggio. Quadro teorico e idee per la didattica*. Bologna: Pitagora.
- Ferrari, P. L. (2012). Linguaggio, formalismo e costruzione del significato in matematica. In Pacelli, T., Coppola, C., & Gerla, G. (a cura di). (2012). *Logica, linguaggio e didattica della matematica* (Vol. 135). Milano: FrancoAngeli.
- Gualdo, R. & Telve, S. (2011). *Linguaggi specialistici dell'italiano*. Roma, Carocci.
- Zambelli, M. L. (2014). Semplificare i testi di studio: quando, come. In *Italiano LinguaDue*, 1, 327-341.
- Zan, R. (2016). *I problemi di matematica. Difficoltà di comprensione e formulazione del testo*. Roma: Carocci Faber.

Robotica e Coding: spinte motivazionali per l'apprendimento della Geometria e per lo sviluppo del pensiero computazionale.

Fabio Di Raffaele

Liceo Artistico “E. Catalano”

CIDI Palermo

E-mail: fabio.diraffaele@gmail.com

Abstract/Riassunto. “Ti lancio una sfida...”. Un gioco strutturato favorisce la realizzazione di una situazione d’aula ideale per l’apprendimento; questo ambiente, tecnicamente noto come “*situazione a-didattica*”, svincola gli allievi dal “*contratto didattico*”⁴ che limita la loro libertà di argomentare, congetturare e dimostrare. L’uso in aula di un robot didattico permette agli studenti di sviluppare il pensiero computazionale, acquisendo o consolidando le principali nozioni topologiche del piano. Opportunamente supportati, gli studenti avvertiranno l’esigenza di utilizzare istruzioni che permettono di snellire la lunghezza del “messaggio” da trasferire al robot. Il Coding rende semplice e divertente la comunicazione senza sacrificare la completezza delle teorie dei linguaggi informatici formali.

1. Didattica e giochi STEM

Lo scopo dei giochi STEM è quello di facilitare, attraverso pratiche ludiche, l’assimilazione dei principi fondamentali delle Scienze, della Tecnologia, della Ingegneria e della Matematica. “Mind Designer”, un robot della Clementoni è uno dei tanti giochi STEM; è interattivo, propone interessanti sfide ed esegue le istruzioni fornitegli, in una delle tre seguenti modalità: a) vocale, b) attraverso macro sequenze registrate in apposita tastiera, c) attraverso macro sequenze realizzate con una apposita app su tablet (android e iOS) e successivamente trasferite al robot tramite Bluetooth. Queste macro sequenze sono composte da un numero finito di istruzioni che il robot eseguirà. L’allievo che accoglierà la sfida proposta dal robot, scoprirà subito che, per fare disegnare al robot una corretta figura geometrica o per spostarlo da un punto iniziale ad un punto finale all’interno di un tabellone, è più facile ed anche più rapido indicargli di ripetere, un numero finito di volte, una istruzione o una sequenza di esse (quest’ultima è detta procedura). In questo modo l’allievo avrà sperimentato l’approccio al **coding** nel momento in cui si porrà il problema di come vincere la sfida realizzando una *sequenza finita, non ambigua e sintetica di istruzioni; un algoritmo*. Imparare fin da piccoli il “coding”, favorisce il potenziamento delle capacità logiche deduttive e il pensiero computazionale, offrendo la possibilità di sfruttare al meglio queste capacità nel futuro lavorativo⁵.

1.1 “Ciao mi chiamo Mind”

Questo è il saluto che porge il piccolo robot prima di proporre una delle tante sfide. L’indicazione di realizzare un programma che faccia spostare “Mind” da un punto iniziale a un punto finale all’interno di un tabellone permette al piccolo programmatore di esercitarsi con i concetti topologici di lateralità, di avanti e indietro e di rotazione oraria o antioraria di specifici

⁴ In merito al contratto didattico si veda Bruno D’amore (1999)

⁵ Per approfondimenti sulla didattica orientativa si veda Zanniello (2003)

angoli, sui sistemi di riferimento: relativo (assunto dal robot) e assoluto (che è dato dalla posizione del programmatore).

Altre sfide sulla realizzazione di poligoni regolari o di altre figure geometriche, permetteranno all'allievo di ragionare sul concetto di angolo (interno ed esterno), in quanto il robot dovrà alternare l'esecuzione di specifiche rotazioni alla tracciatura dei lati delle figure richieste.

Come realizzare una attività didattica? Dopo aver presentato le caratteristiche e i principi di funzionamento basilari del robot, si può proporre agli studenti di costruire una striscia di carta e di compilarla con opportune istruzioni sequenziali, che se una volta eseguite dal robot gli permetteranno di ottenere quanto richiesto nella consegna. Se, ad es. la sfida fosse: “disegna un esagono regolare di lato 3cm”, gli studenti dovranno realizzare qualcosa di simile a quanto riportato di fianco.



Figura 1. Programmazione semplice in modalità cartacea

Successivamente si può trasferire il lavoro in modalità “tablet” perché questa offre l’opportunità di realizzare “procedure” in modalità *off-line*. Queste sotto-sequenze del programma verranno richiamate più volte, ove opportuno, permettendo di risparmiare tempo nella costruzione dell’intero programma.



Figura 2. Programmazione semplice in modalità tablet.



Figura 3. Programmazione per “procedure” in modalità tablet.

In questa modalità il robot verrà utilizzato solo in fase esecutiva. Questo è un vantaggio non indifferente.

2. I costrutti di controllo fondamentali con code.org⁶

I **costrutti di controllo** di un linguaggio di programmazione sono **dispositivi sintattici**, che permettono di **combinare** tra loro **istruzioni elementari**, creando così istruzioni complesse o **blocchi di istruzioni, controllando il flusso** della loro esecuzione.

La programmazione per procedure utilizzate dal robot “Mind” avvia gli allievi più piccoli all’uso dei costrutti in sequenza; tuttavia per acquisire una approfondita conoscenza sull’uso dei costrutti di controllo è necessario utilizzare strumenti più complessi. Il sito www.code.org realizza gratuitamente e per livelli percorsi di apprendimento del coding. Le sfide sono del tutto simili a quelle proposte da “Mind Designer”, tuttavia gli aspetti teorici vengono trattati in modo completo, permettendo agli allievi di realizzare esperienze sui costrutti di selezione (**IF...THEN...ELSE...**) e sui costrutti iterativi (**FOR.... – WHILE... - REPEAT ...**).

Bibliografia

D’Amore B, – Complementi di matematica per l’indirizzo didattico – Volume 6 – Elementi di Didattica della Matematica. Pitagora Editrice Bologna. (1999).
Zanniello G.,2003, Didattica Orientativa – Una metodologia per l’attivazione dello sviluppo professionale e personale, Tecnodid S.r.l., Napoli.

⁶ link al portale web: www.code.org

Le definizioni nei testi scolastici: dall’analisi alla didattica

Michele Canducci, Silvia Demartini, Elena Franchini, Silvia Sbaragli

Dipartimento Formazione e Apprendimento della Scuola Universitaria Professionale della Svizzera Italiana

E-mail: michele.canducci@supsi.ch; silvia.demartini@supsi.ch;
elena.franchini@supsi.ch; silvia.sbaragli@supsi.ch

Abstract/Riassunto. Il contributo si propone di analizzare un campione di definizioni tratte dai libri di testo di scuola primaria e secondaria di primo grado, con l’intento di fornire agli insegnanti alcune chiavi di osservazione utili ad acquisire consapevolezza rispetto a questa modalità di espressione del sapere matematico. Insieme alle specificità di natura matematica, verranno proposte considerazioni linguistico-testuali, nella convinzione che il dialogo fra le due prospettive sia essenziale per una riflessione profonda sull’argomento.

1. Introduzione

Il contributo si colloca nell’ambito della ricerca *Italmatica. Comprendere la matematica a scuola tra lingua comune e linguaggio specialistico* (progetto 176339 del Fondo Nazionale Svizzero per la Ricerca Scientifica, durata 2018-2021). Il progetto è frutto della collaborazione fra i centri di competenza Didattica della Matematica (DdM) e Didattica dell’italiano lingua di scolarizzazione (DILS) del Dipartimento Formazione e Apprendimento (DFA) della Scuola Universitaria Professionale della Svizzera Italiana (SUPSI), e si occupa dell’analisi dei testi scolastici di matematica della scuola primaria e secondaria di primo grado (nello specifico le pagine dedicate al tema “poligoni”). Il progetto, il cui svolgimento è previsto su tre anni accademici (2018-2021), è il naturale proseguimento di studi precedenti, che hanno confermato la necessità di indagare la comprensione in ambito matematico con particolare riferimento agli aspetti linguistici. La sinergica collaborazione interdisciplinare permette di osservare i fenomeni da diversi punti di vista, ponendo l’accento sul ruolo chiave – tra i vari codici semiotici presenti (aritmetico, figurale ecc.) – giocato dalla lingua storico-naturale.

2. Esempi di definizione dalla scuola primaria alla secondaria di primo grado

La “definizione” è una componente significativa della testualità matematica, ma non solo: diffusissima nei manuali scolastici, è un concetto condiviso dai più diversi ambiti del sapere, ed è, inoltre, appannaggio del senso comune, per il quale è una sorta di spiegazione. In ambito matematico, un oggetto matematico viene definito in una teoria e le sue proprietà sono determinate dalla definizione e dagli assiomi della teoria in cui la definizione è formulata. La definizione dovrebbe presentare delle peculiarità specifiche (D’Amore & Fandiño Pinilla, 2012; Demartini, Fornara, & Sbaragli, in press), e particolari tratti di compattezza, sintesi e densità; nei manuali, queste caratteristiche si scontrano, spesso, con un’opposta tendenza alla ridondanza, che farebbe pensare più a descrizioni che ad autentiche definizioni. Visti i livelli scolastici considerati, considereremo le definizioni in puro senso aristotelico (per genere prossimo e differenza specifica), caratteristiche della cosiddetta “matematica elementare”; senza prendere in esame le definizioni per astrazione. Nella Tabella seguente è riportato, a

scopo esemplificativo, un piccolo campione di definizioni di “quadrilatero” tratte da libri scolastici dalla 3^a scuola primaria alla 1^a scuola secondaria di primo grado:

	3^a scuola primaria	4^a scuola primaria	5^a scuola primaria	1^a scuola secondaria di primo grado
Definizioni	I quadrilateri sono poligoni con 4 lati e 4 angoli.	I poligoni che hanno quattro vertici, quattro lati e quattro angoli si chiamano quadrilateri.	I quadrilateri sono poligoni con quattro lati e quattro angoli, hanno due diagonali e la somma degli angoli interni è sempre un angolo giro (360)°.	Ogni poligono con quattro lati si dice quadrilatero.
	Se hanno 4 lati e 4 angoli si chiamano quadrilateri	Un quadrilatero è un poligono che ha 4 lati.	I quadrilateri sono poligoni con 4 lati, 4 angoli e 4 vertici.	Un quadrilatero, o quadrangolo, è un poligono con quattro lati (e quattro angoli).

Tabella 1. Esempi di definizione di quadrilatero (dalla scuola primaria alla scuola secondaria di primo grado) tratte da testi del corpus del progetto Italmatica (par. 1).

È sufficiente scorrere questi pochi esempi, soffermandosi anche solo sulla diversa lunghezza di ciascuna frase, per accorgersi di come il contenuto matematico assuma diverse forme linguistiche (per quanto riguarda ad esempio il lessico, specialistico e non solo), e sia concepito diversamente a livello di selezione e di distribuzione informativa: aspetti, questi, che non possono non influenzare la lettura, la comprensione e, poi, la sistemazione concettuale degli apprendenti. Tali scelte definitorie possono in effetti influenzare negativamente ciò che viene colto dell’oggetto matematico in gioco ma anche le caratteristiche della definizione stessa in ambito matematico.

3. Riflessioni in chiave didattica

La riflessione sulle caratteristiche delle definizioni è una pista significativa e utile per il docente che voglia indagare a fondo la sistemazione disciplinare veicolata dalla manualistica. Ciò sia per prendere coscienza dei possibili ostacoli legati a scelte linguistiche e di struttura testuale, sia per riflettere in chiave didattica su cosa significhi educare gli allievi a *definire* nel campo della matematica.

Bibliografia

- D’Amore, B. & Fandiño Pinilla, M. (2012). Su alcune D in didattica della matematica: designazione, denotazione, denominazione, descrizione, definizione, dimostrazione. Riflessioni matematiche e didattiche che possono portare lontano. In *Bollettino dei docenti di matematica*, Bellinzona, 64, pp. 33-46.
- Demartini, S., Fornara, S. & Sbaragli, S. (in press). Se la sintesi diventa un problema. Alcune caratteristiche del linguaggio specialistico della matematica in prospettiva didattica”. In Atti del XV Congresso SILFI, *Linguaggi settoriali e specialistici: sincronia, diacronia, traduzione, variazione*, Genova, 28-30.05.2018.
- Lavinio, C. (2004). *Comunicazione e linguaggi disciplinari. Per un’educazione linguistica trasversale*. Roma: Carocci.
- Gualdo, R. & Telve, S. (2011). *Linguaggi specialistici dell’italiano*. Roma, Carocci.

Curricolo verticale. Ponte tra competenze

Ornella Campo, Fiorella Munda

I.C. Giotto-Cipolla Palermo

E-mail: ornellacampo@alice.it, fiomaisa@virgilio.it

Abstract/Riassunto. Il laboratorio si focalizza sull'elaborazione guidata di Unità Di Apprendimento e relative rubriche di valutazione. Il piano di lavoro coinvolge l'utenza in assetto laboratoriale attraverso attività di guida al modello progettuale che viene proposto per un curricolo verticale. L'organizzazione in piccoli gruppi è finalizzata all'elaborazione di materiali spendibili nel proprio contesto scolastico con l'ausilio di modelli semi-strutturati e tutorial. Al termine dell'incontro i lavori saranno socializzati per favorire la circolarità delle esperienze e la condivisione di procedure.

1. Dal curricolo alla progettazione di classe

Utilizzando esempi concreti estrapolati dalle Indicazioni Nazionali si ipotizza un percorso complesso di raccordo tra la scuola Primaria e la scuola secondaria di I grado riflettendo sull'attribuzione di senso a procedure, metodi e strumenti nella dinamica formativa. Si tratta dunque di delineare un approccio pedagogico-didattico che orienti tra le logiche che sottendono il concetto di competenza. L'elaborazione di un'UDA (di raccordo tra scuola Primaria e Secondaria di I grado) con relative rubriche di valutazione finalizzate alla definizione dei livelli di competenza può rappresentare un punto di riferimento per la scuola e per i docenti nell'ottica di una reale continuità all'interno del Primo ciclo di Istruzione.

1.1 Laboratorio di sviluppo di materiali didattici (UDA, rubriche di valutazione....)

La progettazione e la gestione di un curricolo si traducono nell'esplicitazione di un'area di processo che si concretizza in azioni sistematiche e orientate al cambiamento.

Il laboratorio vuole esprimere fattivamente il lavoro del team docenti nella progettazione di un segmento formativo alla luce delle moderne strategie di elaborazione delle informazioni e gestione delle conoscenze e attraverso modalità di lavoro che si muovano in direzione top down e bottom up.

Durante il seminario e il laboratorio ad esso agganciaio verranno presentate in modo operativo alcuni aspetti del testo delle autrici dal titolo: **Curricolo verticale. Ponte tra competenze**, pubblicato da La Medusa nel 2019.

Bibliografia

- Campo, O., Munda, F. (2019). *Curricolo verticale. Ponte tra competenze*. La Medusa, Palermo
- Baldacci, M. (2008). Il concetto di competenza nelle nuove Indicazioni per il curricolo, in *Pedagogia più Didattica. Teorie e Pratiche Educative*, n. 3, Trento, Erickson
- Baldacci M. (2009), *Il curricolo e i suoi livelli logici*.
<http://www.notiziedellascuola.it/eventi/eventi-2009/seminario-estivo-nazionale-ischia-27-29-luglio/materiali-seminario-ischia-2009/Baldacci%20-%20Livelli%20logici%20del%20curricolo.pdf>

Da Re F. (2013). *La didattica per competenze*, Milano, Pearson

Da Re F. (2016). *Competenze. Didattica, valutazione, certificazione*, Milano, Pearson

MIUR (2012). *Indicazioni Nazionali*

Fiorin I. (2015). *Le competenze, ieri e oggi*, Roma, Tuttoscuola n. 548 gennaio 2015

Fiorin, Castoldi, Previtali (2014), *Dalle Indicazioni al curricolo scolastico*, Brescia, La Scuola

Tornar C.(2001), *Il processo didattico tra organizzazione e controllo*, Roma, Monolite Editrice

I sistemi di notazione numerici nei tempi, nei luoghi e nelle culture dell'antichità

Camilla Spagnolo

Università degli studi di Urbino Carlo Bo

ForMath Project

E-mail: camilla.spagnolo@uniurb.it

Abstract/Riassunto. L'intervento presenta un laboratorio per studenti di scuola primaria e secondaria di primo grado elaborato per favorire lo sviluppo di competenze nell'ottica delle Indicazioni Nazionali per il primo ciclo. Il percorso permetterà di comprendere le caratteristiche e i vantaggi del sistema posizionale attraverso due tipi di attività: la prima consentirà di scoprire le proprietà dei diversi sistemi di notazione dei numeri in uso presso alcuni popoli antichi, la seconda di esplorare alcuni degli algoritmi di calcolo in uso presso gli stessi popoli.

1. Istanze didattiche alla base del progetto

Il laboratorio nasce da una riflessione trasversale sulle Indicazioni Nazionali del primo ciclo (MIUR, 2012) condotta insieme a ricercatori e insegnanti di diverse discipline. In particolare, per quanto riguarda l'educazione al patrimonio culturale e alla cittadinanza attiva ci si è soffermati sul seguente traguardo per lo sviluppo di competenze al termine della scuola primaria *“Comprende avvenimenti, fatti e fenomeni delle società e civiltà che hanno caratterizzato la storia dell'umanità con possibilità di apertura e di confronto con la contemporaneità”*. È compito di ciascun insegnante (e dunque anche dell'insegnante di matematica) contribuire allo sviluppo di tale traguardo. Nello specifico nelle Indicazioni Nazionali è obiettivo di apprendimento per la classe quinta della scuola primaria per la disciplina di matematica *“conoscere sistemi di notazione dei numeri che sono o sono stati in uso in luoghi, tempi e culture diverse dalla nostra”*.

Dal punto di vista didattico, l'obiettivo del laboratorio è di fornire agli studenti gli strumenti necessari per comprendere le caratteristiche e i vantaggi del sistema posizionale attraverso l'esplorazione dei diversi sistemi di notazione dei numeri e delle diverse strategie di calcolo in uso nell'antichità.

2. La struttura del percorso e gli strumenti utilizzati

L'esigenza di effettuare calcoli si è manifestata fin dall'antichità. La matematica è nata proprio per rispondere a necessità tra cui ad esempio contare, misurare degli appezzamenti di terreno, regolare gli scambi commerciali e attività finanziarie. Dunque, tutte le più antiche civiltà hanno sviluppato le proprie pratiche di calcolo e le proprie nozioni matematiche (Giacardi et al., 2010).

Durante il laboratorio gli allievi vestiranno i panni degli archeologi della matematica. Viaggeranno attraverso i secoli facendo tappa presso alcune antiche popolazioni per scoprire le proprietà dei loro sistemi di notazione numerici. Il percorso didattico è strutturato in diverse attività, quattro in tutto. Le prime tre sono dedicate ai sistemi numerici utilizzati da antiche civiltà: dagli uomini della preistoria, agli antichi egizi, dalla civiltà dei Maya a quella degli Inca

fino ai Sumeri. Nel corso dell'ultima attività, invece, si affrontano alcuni algoritmi della moltiplicazione: la moltiplicazione egizia, la moltiplicazione per crocetta, la moltiplicazione per gelosia e altri ancora.

Il corso è proposto in due versioni: una per la scuola primaria e una per la secondaria di primo grado. Entrambi i percorsi prevedono sia materiali teorici di approfondimento, sia materiali operativi che l'insegnante può costruire insieme agli allievi.



Figura 1. Alunni intenti a svolgere le attività di laboratorio.

3. Conclusioni

La caratteristica di questo laboratorio è l'interdisciplinarietà: per la realizzazione dell'attività sarà decisivo il contributo di altre discipline, prima fra tutte la Storia. Risalire alle origini del pensiero matematico permetterà agli studenti riconoscere nella Matematica le dimensioni di ricerca e scoperta. Questa immagine è in contrasto con quella socialmente diffusa di disciplina di studio fatta per memorizzare, applicare formule ed eseguire calcoli (Viale, 2019).

In questo quadro la storia della matematica ci consente di esplicitare l'evoluzione della matematica stessa nel tempo, per conoscere e confrontare diverse rappresentazioni e diversi algoritmi, attuali e passate.

Bibliografia

- Giacardi, L., & Roero, C. S. (2010). *La matematica delle civiltà arcaiche. Egitto, Mesopotamia, Grecia*. Università Popolare di Torino. ISBN: 9788896652022.
- MIUR (2012), *Indicazioni Nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*, Roma.
- Viale, M. (2019). *I fondamenti linguistici delle discipline scientifiche. L'italiano per la matematica e le scienze a scuola*. CLEUP. ISBN 9788854950825.

Giornate di studio dell'Insegnante di MATematica

***Comunicazioni e laboratori
Scuola Secondaria di I grado***

Come imPiegare l’ora di matematica: attività didattiche con gli origami

Chiara Barraco

I.C. “Dusmet - Doria” _ Catania

E.mail: barraco.chiara@gmail.com

Antonella Console

S.M.S. “Q.Maiorana” _ Catania

E.mail: antonellacns@gmail.com

Concetta Marletta

I.C. “Di Guardo - Quasimodo” _ Catania

E.mail: concetta.marletta@gmail.com

Renata Rizzo

I.C. “Cavour” _ Catania

E.mail: renatarizzo@alice.it

“Catania in Piega” gruppo locale del **Centro Diffusione Origami**

E.mail: cataniainpiega@gmail.com - <https://www.origami-cdo.it>

Abstract/Riassunto. La proposta nasce per invogliare gli insegnanti all'uso didattico dell'arte dell'Origami.

Le valenze educative di questa tecnica sono molteplici e insospettabili: allenare la coordinazione occhio-mano, migliorare la percezione visiva e spaziale, abituare alla sequenzialità e all'accuratezza, esercitare la concentrazione e la memoria, ma soprattutto divertire e appassionare.

L’Origami si è anche dimostrato un valido aiuto per gli alunni con DSA, per gli iperattivi, per i diversamente abili, per gli stranieri e per tutti coloro che non padroneggiano la lingua.

Durante il seminario verranno illustrate le semplici basi per introdurre l'Origami in classe, farà seguito un laboratorio nel quale si piegheranno dei modelli.

Descrizione del seminario

Il filo conduttore delle diverse attività realizzate è **l’approccio laboratoriale**, letteralmente il “fare con le mani”. Nel costruire modelli materiali si comprendono pienamente i concetti per giungere alla formalizzazione consapevole di regole e procedure.

Il materiale che utilizziamo in tutte le nostre attività è di facile reperibilità: fogli per fotocopie A4, anche di vari colori e foglietti dei comuni memo che si trovano in cartoleria (cubotti).



Esistono molte tipologie di origami, noi lavoriamo su quelli che hanno una ricaduta didattica e che sono il più possibile semplici. Alcuni modelli si realizzano piegando un unico foglio, altri assemblando più moduli (cioè più fogli piegati tutti allo stesso modo) per ottenere un unico oggetto finale.



I modelli formati con un solo foglio permettono di lavorare singolarmente e ottenere abbastanza rapidamente il modello desiderato.

Gli origami modulari, invece, favoriscono la collaborazione, l'inclusione, ma senza tralasciare le abilità logiche per gli incastri e le loro simmetrie.

Per esempio, per costruire un poliedro regolare a facce triangolari servono: 6 moduli per ottenere il tetraedro, 12 moduli per l'ottaedro e 30 moduli per l'icosaedro. Anche per ottenere il cubo servono 6 moduli e 30 per il dodecaedro... quali sono le ragioni aritmetiche e geometriche?



La tecnica dell'origami, quindi, può essere utilizzata, all'occorrenza, come modalità alternativa, per mantenere l'attenzione e per introdurre o rafforzare alcuni concetti matematici e migliorare le abilità logiche generali.

Gli origami, inoltre, possono essere usati in diverse materie e si prestano ad attività interdisciplinari e multidisciplinari. Nell'ambito della matematica, possono essere utilizzati per vari argomenti, non solo geometrici, ma anche aritmetici e algebrici (quadrato e cubo di binomio). Il desiderio di costruire con le proprie mani un oggetto “bello” o persino divertente stimola la manualità fine, la concentrazione e pretende impegno.



Nella nostra esperienza quotidiana, abbiamo notato la forte valenza inclusiva di tale strategia didattica. Si creano nuove collaborazioni tra pari e nuove dinamiche di gruppo che azzerano i preconcetti su alunni bravi e meno bravi in matematica. Ognuno porta il suo valido contributo nella costruzione dei moduli, nella scelta dei colori, nella logica degli incastri e ciascuno assume il ruolo talvolta di tutor e talvolta di apprendista nei vari momenti della costruzione del modello. Non dimentichiamo che alla base di ogni piega c'è

una legge matematica che la regola. I ragazzi, nella risoluzione del loro problema, apparentemente solo concreto o artistico, fanno esperienza di molte proprietà geometriche, ad esempio il teorema dei 4 colori o il calcolo dell'ampiezza degli angoli, infatti, nell'origami tutti i postulati della geometria euclidea vengono rispettati.

Bibliografia e sitografia

Bascetta P., Quarto Convegno Italiano su Origami, Dinamiche educative e Didattica, *Senigallia 13- 15 aprile 2018 ed. CDO*

Frigerio E-, Spreafico M.L.S.,(2018) *Ed ora, origami.*,Associazione Culturale Kangourou Italia, Monza.

Mancini F., Quarto Convegno Italiano su Origami, Dinamiche educative e Didattica, *Senigallia 13- 15 aprile 2018 ed. CDO*

Perone M., Pellizzari E., Lucangeli D. (2013) *Geometria con la carta*, Erickson vol. 3

Beutelspacher, Wagner,(2012) *Piega e spiega la matematica*, Ponte delle grazie

www.origamiheaven.com
www.modulandia.it

Usare il concetto di pendenza (e il geopiano) nello studio della geometria piana alla scuola secondaria di primo grado

Gabriele Amore

IC Perez-Madre Teresa di Calcutta-Palermo

E-mail: Gabriele.amore@istruzione.it

Abstract/Riassunto. Nel laboratorio useremo il concetto di pendenza per creare e studiare figure geometriche nel geopiano. La pendenza rende possibile la costruzione di segmenti paralleli e perpendicolari, anche quando i segmenti di riferimento sono inclinati rispetto alla direzione orizzontale e verticale. Questo libera la rappresentazione delle figure geometriche dai modi standardizzati (il quadrato con un lato sempre orizzontale ecc), consentendo agli alunni di creare costruzioni geometriche per esplorare le similitudini, i rapporti numerici (con la rappresentazione geometrica di numeri periodici), il calcolo di aree di figure o di porzioni ricavate in modi inusuali, fornendo spunti e supporti per lo studio di teoremi (Talete, Euclide, Pitagora). Infine usare la pendenza facilita l'introduzione alla geometria analitica.

1. Che cosa è la pendenza di un segmento nel geopiano.

Il geopiano è uno strumento inventato dal matematico Caleb Gattegno: è una tavola con chiodi disposti a formare un reticolo ordinato, usato nella scuola primaria per costruire (con spaghi ed elastici) decori e figure geometriche; alla secondaria permette di studiare l'isoperimetria e l'equivalenza di figure anche di una certa complessità (Caselnuovo, Arzarello, & Bussi, 2017). Le sue caratteristiche ne fanno uno strumento attraente, manipolativo e inclusivo.

Volendo creare un collegamento tra geometria e aritmetica (spesso percepite come discipline separate dagli alunni), ho introdotto il concetto di pendenza di un segmento nel geopiano. Questa è definita come il rapporto (concetto chiave per la matematica della scuola media) tra il numero di chiodi verticali e quelli orizzontali che separano gli estremi di un segmento AB (dove A corrisponde al chiodo più a sinistra e B quello più a destra; la pendenza è positiva se da A a B si sale, altrimenti è negativa, figura 1).

1.1 Segmenti paralleli e perpendicolari. Costruzione di altezze e assi nel geopiano.

Nelle nostre prime esperienze in classe, abbiamo studiato cosa succede alla pendenza quando due segmenti sono paralleli (stessa pendenza) o perpendicolari (pendenza inversa e cambiata di segno). Grazie a questa scoperta, i ragazzi hanno potuto costruire gli assi di un dato segmento e le altezze di un triangolo <https://www.youtube.com/watch?v=Zwsai6I0sqg>.

1.2 Applicazione del parallelismo allo studio delle similitudini nei triangoli

Usando il parallelismo dei segmenti i ragazzi hanno avuto uno strumento pratico per studiare la similitudine di triangoli ottenuti “tagliando” un triangolo di partenza con un segmento parallelo a un lato <https://www.youtube.com/watch?v=Zwsai6I0sqg>. Applicando il concetto di similitudine, si possono rappresentare geometricamente i periodici a partire dalla frazione generatrice, rappresentata come pendenza di un segmento (figura 2)

1.1 Applicazione allo studio dei quadrilateri e costruzione di quadrilateri “storti” (ruotati)

La pendenza permette di identificare trapezi, parallelogrammi, rettangoli, rombi e quadrati anche quando sono presentati con orientamenti non convenzionali (figura 3). La costruzione di quadrati “storti” con il calcolo dell’area, fornisce uno strumento per lo studio sperimentale del teorema di Pitagora (in figura 3 sono presenti due di questi quadrati)

1.3 Calcolo di lunghezze frazionarie di segmenti e calcolo dell’area di porzioni di figure

Qual è l’area della parte verde (DEGF) del triangolo di figura 4? Ragionando sulla pendenza di AB si possono scoprire interessanti relazioni (vedi figura).

Figure:

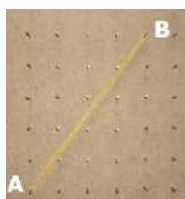


Figura 1. Rappresentazione di un segmento sul geopiano. La pendenza di AB è $P_{AB} = +5/4$

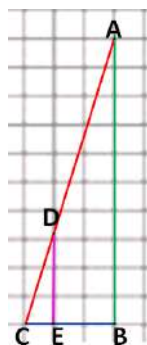


Figura 2. Se il segmento AB misura 10 e il segmento CB misura 3, la lunghezza di DE rappresenta il numero periodico $3,(3)$

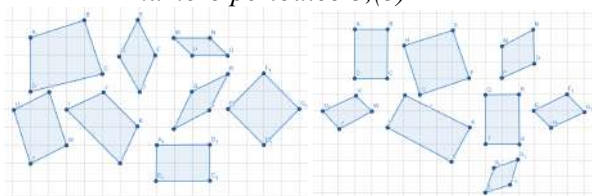


Figura 3. Individua i trapezi (o i parallelogrammi, o i rettangoli, o i quadrati): un esercizio reso possibile dal concetto di pendenza, anche quando le figure sono presentate in modo non convenzionale

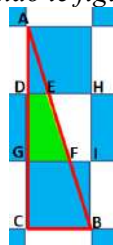


Figura 3. Utilizzando la pendenza è possibile concludere che $\overline{DE} = 1/3 \overline{DH}$; $\overline{GF} = 2/3 \overline{GI}$. Per cui $\overline{DE} = \overline{FI}$ e $\overline{EH} = \overline{GF}$. Trattandosi di caselle quadrate, l’area della parte verde è metà del quadretto DHGI, quindi $1/3$ del triangolo ABC.

Bibliografia

Castelnuovo, E., Arzarello, F., & Bussi, M. G. B. (2017). *Didattica della matematica*.

La statistica per orientarsi nella realtà

Carla Ciarcià

Istituto Comprensivo “Parco della Vittoria”, Roma

E-mail: ciarciacarla@gmail.com

Francesca Finamore

Istituto Comprensivo “Parco della Vittoria”, Roma

E-mail: francesca.finamore@istruzione.it

Abstract/Riassunto. L’insegnamento della statistica già da diversi anni è inserito nel curriculum scolastico italiano come tassello dell’asse matematico attraverso uno specifico modulo: “Dati e previsioni”. Nelle Nuove Indicazioni Nazionali si ribadisce il ruolo strategico della Statistica, considerata il “*cavallo di Troia*” per avvicinare gli alunni alla Matematica. Non a caso probabilità e statistica sono oggetto di verifica all’interno delle prove nazionali INVALSI e delle indagini internazionali OCSE-PISA e IEA-TIMSS. In questa ottica, gli insegnanti sono chiamati a implementare attività didattiche, avvalendosi di metodologie innovative e inclusive, attraverso le quali si sviluppino le competenze disciplinari specifiche e le competenze chiave in tema di cittadinanza attiva: le capacità di argomentare, di imparare a fare scelte consapevoli valutandone le conseguenze ed assumendosene la responsabilità (Fortini, 2000).

1. Introduzione

La statistica è sempre di più un fattore chiave nel profilo culturale degli individui e nel processo educativo dei giovani cittadini, proprio per la sua caratteristica di strumento a supporto del giudizio critico, necessario per comprendere la realtà nella sua dimensione quantitativa e prendere decisioni anche nel quotidiano (ISTAT, 1989). Una indagine statistica, al fine di riuscire a dare una interpretazione del fenomeno che si è voluto indagare permette di sviluppare molte competenze dei ragazzi e può contribuire a dare un significato ai numeri, ad approfondire concetti come frazione e percentuale e il significato intrinseco tra loro. Per ogni docente l’obiettivo primario è capire come valorizzare al meglio le risorse e le potenzialità dei propri alunni, individuando i loro bisogni educativi e trovando i percorsi didattici e di apprendimento più funzionali. La tecnologia può contribuire al raggiungimento di questi obiettivi: le TIC offrono la possibilità di utilizzare strumenti versatili e adattabili, che consentono di modificare il contenuto didattico per rispondere alle specifiche esigenze dello studente (McKenzie, 2006). Inoltre la tecnologia può facilitare il lavoro cooperativo e collaborativo nella classe, permettendo ad ogni studente di dare il proprio contributo nella creazione di materiali originali, in base alle proprie abilità e risorse (Scataglini, Cramerotti & Ianes, 2011; Zambotti, 2013). Sulla base di tale premessa, si presenteranno in particolare due percorsi, inclusivi che mirano a stimolare le diverse intelligenze presenti in classe (Gardner, 1993).

1.1 Alcune proposte didattiche

Per sviluppare le competenze in statistica in particolare, è fondamentale poter lavorare con dati reali, focalizzarsi sulla variabilità e sul ruolo del contesto e lavorare con un metodo induttivo, basato su interrogativi, che è poi il processo alla base del ragionamento statistico (Huff, Darrel,

2007; Ottaviani, 2008). Tanto premesso, la prima attività didattica proponibile riguarda l'indagine sulle misure antropometriche tra cui in particolare quella del “cubito”, antica misura egizia. Questa attività, proposta in modalità laboratoriale, permette di approfondire non solo concetti matematici, ma anche alcuni argomenti trasversali come il numero aureo e la sezione aurea. La seconda proposta descrive un percorso didattico articolato sull'uso della carta nella nostra realtà scolastica. L'attività è nata dall'interesse autentico espresso dagli allievi di una terza media di approfondire i comportamenti corretti e i piccoli gesti che ogni individuo consapevole potrebbe compiere per rispettare l'ambiente e preservarne le risorse. Pertanto, tutta la classe si è adoperata per realizzare un'indagine statistica che fornisse una stima indicativa della quantità di carta utilizzata dalla scuola ed anche una valutazione generale in qualità di consumatori di carta. Il lavoro ha permesso anche importanti collegamenti interdisciplinari: la produzione della carta e il suo riciclo (tecnologia), concetto di impronta ecologica (scienze), approfondimenti tramite visione di video della BBC (lingua inglese).

In entrambe le proposte didattiche, gli obiettivi previsti di apprendimento, inclusione e partecipazione attiva di tutti, sono stati perseguiti e raggiunti attraverso opportune scelte metodologiche che hanno dato spazio all'uso delle TIC. In questo modo, noi docenti, abbiamo sperimentato quanto gli studenti siano effettivamente più disposti a lavorare aiutandosi attraverso le tecnologie, in quanto esse costituiscono il mezzo attraverso cui le generazioni attuali fanno gruppo e questa modalità di lavoro permette loro di apprendere insieme e creare in maniera più divertente e stimolante, apportando ognuno un contributo personale e allo stesso tempo condiviso da tutto il gruppo classe.

Bibliositografia

Fortini M., (2000). *Linee guida metodologiche per rilevazioni statistiche Nozioni metodologiche di base e pratiche consigliate per rilevazioni statistiche dirette o basate su fonti amministrative*, ISTAT Roma.

Gardner H., (1993) G. *Educazione e sviluppo della mente. Intelligenze multiple e apprendimento*, trad. it., Erickson, Trento 2005.

Huff, Darrel (2007). *Mentire con le Statistiche*. Monti & Ambrosini.

Ianes D., (2006). *La speciale normalità. Strategie di integrazione e inclusione per le disabilità e i bisogni educativi speciali*, Erickson.

“Indicazioni Nazionali e nuovi scenari”(23 febbraio 2018)

ISTAT (1989). *Manuali di tecniche di indagine*, voll. 1-6, Istat, collana metodi e norme, Roma.

McKenzie, W. (2006). *Intelligenze multiple e tecnologie per la didattica*. Trento: Erickson.

Scataglini, C., Cramerotti, S., & Ianes, D. (2011). *Fare sostegno nelle scuole superiori. Dagli aspetti teorici-metodologici alla dimensione operativa*. Trento: Erickson.

Ottaviani M. G. (2008), *Statistica e Matematica a scuola: due discipline e un solo insegnamento. Confronto culturale e opportunità interdisciplinare*. Induzioni, 36, 1, 2008, (p. 17-38), Pisa.

Zambotti, F. (2013). *Tecnologie come risorsa inclusiva*. In D. Ianes & S. Cramerotti (eds.), *Alunni con BES. Bisogno Educativi Speciali* (pp. 289-300). Trento: Erickson.

<http://www.istat.it/>; <https://www.sis-statistica.it/>;

<http://www.old.sis-statistica.org/magazine/>;

<https://www.focus.it/ambiente/natura/quantita-fogli-di-carta-si-ricavano-da-un-albero281217-1147>

A caccia di triangoli

Carmen Bisignani, Janita Maria Conti, Grazia Mazzeo

Scuola secondaria di primo grado - I.C. “Foscolo” Barcellona P.G. (Me)

E-mail: carmen.bisignani@gmail.com janitaconti@gmail.com
graziamazzeo44@gmail.com

Abstract/Riassunto. Questa proposta didattica permette di fare alcune osservazioni sui triangoli attraverso l’uso di sussidi concreti e di animazioni al computer. L’approccio di tipo laboratoriale consente di costruire concetti chiari e puliti, non farciti di misconcezioni. Il percorso ha inizio con la scoperta delle condizioni di costruibilità di un triangolo attraverso l’uso di materiale povero. Prosegue con la realizzazione di modelli dinamici che permettono di strutturare l’insieme dei triangoli evidenziandone la contemporaneità. L’elaborazione con il software geogebra dei modelli realizzati concretamente permette di visualizzare i vari tipi di triangoli evitando che i concetti geometrici vengano condizionati da posizioni rigide delle figure stesse, come può accadere con il disegno statico.

Triangoli e modelli dinamici

L’attività inizia facendo costruire agli alunni dei triangoli con strisce di cartoncino e ferma campioni o, in alternativa, cannucce e spago. L’approccio può essere di due tipi: lasciare liberi i ragazzi di utilizzare misure a loro scelta oppure guidarli nelle combinazioni delle lunghezze delle strisce. In ogni caso si presenteranno situazioni diverse che gli permetteranno di scoprire che il triangolo si forma solo se un lato è minore della somma degli altri due. Sarà interessante notare che esiste un caso limite in cui la somma di due lati è uguale al terzo lato e quindi il triangolo si schiaccia in un solo segmento. Partendo da uno dei modellini costruiti e facendolo manipolare si nota che provando a premere su un vertice il triangolo non si deforma, è una struttura rigida. Ma se al posto di una striscia di carta mettiamo un pezzo di filo elastico possiamo fare nuove considerazioni. Il modello diventa dinamico e permette di osservare le variazioni degli angoli al variare della lunghezza di un lato (il lato con l’elastico). Interessante è il caso limite in cui l’angolo opposto al lato elastico diventa di 180° e gli altri due sono 0° . L’utilizzo del modello dinamico fa sì che l’alunno diventi protagonista del proprio apprendimento perché toccando con mano la tensione del filo elastico e le trasformazioni della figura esplora in maniera diretta proprietà e relazioni che un disegno statico non metterebbe in evidenza. Il percorso prosegue con la costruzione di altri modelli dinamici utilizzando un foglio di cartoncino e del filo elastico in modo da formare dei triangoli con un vertice mobile (fig. 1).

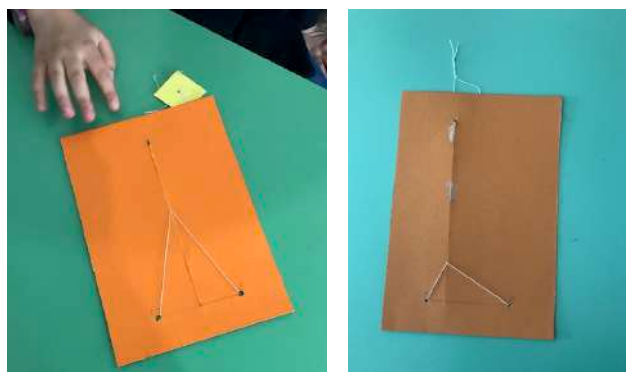


Figura 1. Modello di triangolo con vertice mobile

Traslando il vertice mobile nella scanalatura e osservando le figure che si formano si analizzano le variazioni di lati e angoli; si struttura così l'insieme dei triangoli stabilendone la relazione di inclusione. A supporto del lavoro svolto si redige un diario di bordo (Fig. 2) in cui ciascun alunno riordina l'attività svolta e dalla condivisione con i compagni emergono eventuali spunti di discussione e collaborazione. L'argomentazione permette di sviluppare i concetti astratti a partire da un modello concreto che conferma l'importanza di un apprendimento attraverso il fare.

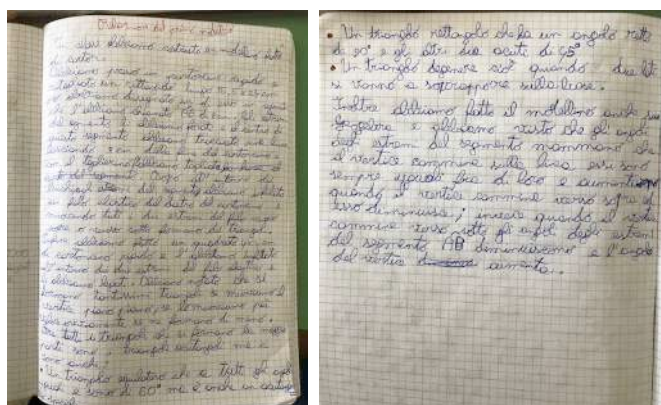


Figura 2. Diario di bordo

L'utilizzo di un software di geometria dinamica come Geogebra può essere di supporto al percorso senza sostituire completamente il modello dinamico poiché si perderebbe la concretezza della dinamicità.

Bibliografia

Emma Castelnuovo (1991). *Figure piane*, La Nuova Italia

Sitografia

mathesispesaro.altervista.org
www311.regione.toscana.it

Piegare per spiegare: la Potenza degli origami.

Chiara Barraco

I.C. “Dusmet - Doria” _ Catania

E-mail: barraco.chiara@gmail.com

Antonella Console

S.M.S. “Q.Maiorana” _ Catania

E-mail: antonellacns@gmail.com

Concetta Marletta

I.C. “Di Guardo - Quasimodo” _ Catania

E-mail: concetta.marletta@gmail.com

Renata Rizzo

I.C. “Cavour” _ Catania

E-mail: renatarizzo@alice.it

“Catania in Piega” gruppo locale del **Centro Diffusione Origami**

E-mail: cataniainpiega@gmail.com - <https://www.origami-cdo.it>

Abstract/Riassunto. La proposta di oggi fa seguito ad un seminario sul tema dell’**Origami**, l’antica arte orientale della piegatura della carta. Il laboratorio nasce dall’esigenza di formare e stabilizzare nei ragazzi il concetto di potenza di un numero naturale attraverso attività pratiche che contemplano l’uso del software geogebra, ma soprattutto della tecnica dell’origami. Il lavoro è stato realizzato nelle prime classi della scuola secondaria di I grado, ma è stato sperimentato, anche in una forma più ampia, durante un laboratorio extracurricolare. La piegatura della carta, non solo è gratificante e appassionante, ma ha una forte valenza inclusiva, in particolare per coloro che hanno difficoltà con la lingua o attentive (di attenzione e concentrazione) e per chi presenta disabilità fisiche o mentali.

Descrizione del laboratorio

Come si è già esposto nel seminario, la tecnica dell’origami, nella sua semplicità, può essere un valido supporto all’insegnamento della matematica.

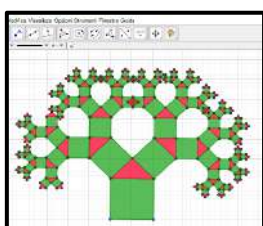
L’acquisizione del concetto di potenza, tramite l’esplorazione e la risoluzione di un problema concreto, porta i ragazzi a comprendere meglio il concetto e ad applicarlo in altri contesti.

Iniziamo il laboratorio: consegniamo a ciascun alunno un foglio per fotocopie formato A4 e chiediamo loro di piegarlo a metà e successivamente a metà e ancora a metà e così via e di riportare in una tabella il numero di pieghe effettuate e il corrispondente numero di parti uguali che si ottengono.

Guidiamo i ragazzi a riflettere e a scoprire la relazione tra le due grandezze (primo approccio alla crescita esponenziale). Si ricava la legge matematica che lega le due sequenze di numeri

ottenuti. Risulta immediato capire che un numero elevato a zero è sempre uguale a 1 (zero pieghe, un foglio).

Riprendiamo e rafforziamo gli stessi concetti, facendo costruire **l'albero pitagorico** con l'origami. Forniamo agli alunni un diagramma di piegatura (i cui simboli devono essere già noti), per costruire una serie di moduli identici, ma di dimensioni progressivamente più piccole che, assemblati, formeranno uno spettacolare albero pitagorico di classe. Questo lavoro è un momento di condivisione, socializzazione, inclusione e potenziamento di alcune abilità sia logico-matematiche (quanti moduli del livello successivo occorre piegare per accrescere l'albero?) sia manipolative. L'attività può essere riproposta in una seconda classe per lo studio delle proporzioni, delle similitudini, dei frattali e del teorema di Pitagora.



Procediamo a costruire l'albero pitagorico anche con il software geogebra. Gli alunni, guidati da una scheda didattica, creano un nuovo **strumento di geogebra** con il frattale, utilizzando questo strumento possono aggiungere rapidamente moduli man mano più piccoli, in numero doppio per ogni successivo livello, come già fatto con la carta. Volendo, possiamo far creare altri strumenti di geogebra per costruire altri frattali, come il triangolo e il tappeto di Sierpinski o la curva di

Koch. Si ha così l'opportunità di introdurre o riprendere il concetto di **frattale**.

Passiamo ora all'origami per costruire in 3D il triangolo o meglio la piramide di Sierpinski, con la quale si evidenziano le potenze del 3. Seguiamo il modello ideato dall'origamista David Mitchell. Il triangolo di Sierpinski, come altri frattali, può essere costruito con un'altra tecnica di lavorazione della carta, il **kirigami**, che consiste nella piegatura e taglio senza asportazione di parti e consente risultati esteticamente molto gradevoli. Ampliamo l'attività, introducendo il **triangolo di Tartaglia**, nel quale andiamo a rintracciare le potenze del 2 e dell'11 e, volendo, anche la sequenza di Fibonacci. In una terza media, possiamo individuare i coefficienti delle potenze crescenti dei binomi. Facciamo colorare, in modo differente i numeri pari e quelli dispari, ecco ricomparire, quasi magicamente, il **triangolo di Sierpinski**. Continuiamo la lezione assaporando una barretta Kinder, gli incarti non sono dei rettangoli qualsiasi, in essi il rapporto tra le due dimensioni è radice di 3, perfetti per piegare dei piccoli tetraedri. Con 4 tetraedri uguali formiamo un tetraedro più grande, un macromodulo, che a sua volta assembliamo con altri 3 macromoduli. Un modo dolce per rafforzare il concetto di potenza del 4 e di frattale. Possiamo indagare sul perché sia necessario questo particolare rapporto tra i lati del rettangolo o limitarci a costruire i tetraedri. E infine, perché no?, inseriamo un po' di storia della matematica presentando questi grandi matematici (Sierpinski e Tartaglia).



Bibliografia e sitografia

Bascetta P., Quarto Convegno Italiano su Origami, Dinamiche educative e Didattica, *Senigallia 13- 15 aprile 2018 pp.31-34 ed. CDO*
Mancini F., Quarto Convegno Italiano su Origami, Dinamiche educative e Didattica, *Senigallia 13- 15 aprile 2018 pp.124-128 ed. CDO*

www.origamiheaven.com

“Matematica all’aperto? Si può!”

Adele Rosalba Ruggeri

I.C. 1 “Foscolo” di Taormina (ME)

E-mail: adelerosalba@gmail.com, adelerosalba.ruggeri@istruzione.it

Abstract/Riassunto. la seguente proposta ruota intorno all’attività “*Misurandoci con i Grandi di un passato sempre vicino*”, progettata/sperimentata con l’app Math City Map, rivolta agli studenti di classe 3^a di scuola secondaria di I grado. La stessa attività ha rappresentato uno spunto di riflessione anche in due distinti corsi di formazione a docenti dell’Ambito Territoriale 14. Diversi gli obiettivi nei due casi: da una parte far “toccare con mano” agli studenti che la matematica non è arida e astratta come spesso viene giudicata, offrendo loro una risposta concreta alla domanda «A che serve la matematica?»; dall’altra offrire una sollecitazione/provocazione ad altri docenti verso una didattica meno statica per raggiungere la finalità di tutte le azioni didattiche: alunni protagonisti, più coinvolti e competenti in ambito matematico.

1. Il contesto di riferimento

1.1 Il contesto studenti

La stessa attività è stata sperimentata sia con studenti sia con docenti, lo scorso anno scolastico. La classe per la quale fu progettata l’attività era una terza di scuola secondaria di I grado di 14 alunni - due seguiti da docente di sostegno - che nei primi due anni aveva avuto un’altra docente. Il livello della classe fu definito medio-basso ad inizio anno scolastico: buona capacità di memorizzazione di regole e definizioni, discreta l’applicazione in processi routinari, ma scarsa capacità nell’individuare e affrontare situazioni problematiche. Diverse le attività di tipo laboratoriale propedeutiche allo sviluppo delle competenze argomentare e risolvere problemi. La classe era inserita nel progetto Erasmus di Istituto.

1.2. Il contesto docenti

I corsi nei quali fu presentato il percorso elaborato con Math City Map furono “Migliorare per valutare” e “Piano Scienze e Tecnologia”. Nel primo il riferimento fu ai compiti di realtà con la presentazione del percorso e la tipologia dei task, discussi con i docenti del I ciclo di istruzione; nel secondo caso l’attività fu sperimentata con docenti di Matematica (A28) e Tecnologia (A60).

2. La sperimentazione

Il percorso “*Misurandoci con i Grandi di un passato sempre vicino*”, fu sperimentato con gli studenti tra febbraio e marzo, con i docenti a fine aprile.

2.1 Sperimentazione con gli studenti

A fine febbraio è stata svolta solo la prima parte dell’attività programmata a causa di esterni bagnati, cronico ritardo in ingresso di alcuni studenti, assenza della docente di sostegno. Ho ritenuto vitale per il rapporto con la classe mantenere la promessa di “fare matematica fuori dall’aula” visto che tutti gli studenti erano forniti del materiale necessario. Ogni gruppo, formato da 3 studenti (2 assenti), ha potuto affrontare soltanto 2-3 task dei 7 progettati, ciò nonostante, l’attività ha colpito. Il percorso, strutturato come gara, ha suscitato la giusta curiosità e la dovuta competizione rappresentando il punto di “ripartenza” per lo studio della

geometria piana e solida, ripartenza consolidata la settimana successiva con la presenza degli ospiti stranieri del progetto Erasmus (portoghesi, estoni, greci, bulgari). Durante il gemellaggio i gruppi di lavoro erano sei, formati da 4-5 alunni, in ciascuno dei quali erano presenti 2 italiani e i rispettivi partner stranieri (percorso fornito anche in lingua inglese). I rimanenti due alunni di 3[^]B, da una parte aiutavano a coordinare gli spostamenti e le rotazioni tra le diverse postazioni, dall'altra osservavano il livello di collaborazione dei gruppi compilando apposita griglia, operando riprese video e fotografiche. Per gli alunni italiani il 10 “in palio”, a condizione che il gruppo avesse affrontato per tempo tutti i task previsti, avesse ottenuto il massimo punteggio, avesse realmente dimostrato la massima collaborazione tra tutti i membri della squadra. I task, impostati su monumenti ed elementi architettonici misurabili, affrontavano contenuti di geometria: rapporto tra lunghezze, riconoscimento di poligoni, calcolo di superfici, classificazione di solidi; il tutto strettamente connesso all'abilità di comprendere una richiesta su un elemento reale e operare su di esso misure e osservazioni “matematiche”. Il poter accedere ai suggerimenti già predisposti nei task oppure utilizzare il cellulare per cercare delle formule “smemorizzate dal proprio cervello”, il potersi confrontare in una squadra multietnica e multilivello, sono stati ingredienti molto più stimolanti di due ore di lezione in classe! Un alunno estone si è particolarmente distinto: essendo matematica la sua disciplina preferita, ha utilizzato tutte le strategie conosciute al fine di risolvere insieme i task più complessi comunicando con il resto della squadra sia verbalmente sia attraverso schizzi e formule. Una alunna di 3[^]B, invece, procurata un'app. (metro ottico) per misurare direttamente con il cellulare, ha dovuto rinunciare visto l'uso maldestro dello strumento! Soltanto una squadra ha risolto tutti i task con il massimo punteggio. L'attività è proseguita successivamente con gli studenti per un ulteriore momento di riflessione matematica. Interessante l'autovalutazione in quanto ha costituito un concreto momento di onestà nel quale ciascuno ha espresso le difficoltà propria e/o del gruppo e le strategie attuate per superarle.

2.2 La formazione docenti

Dei due corsi di formazione ai docenti, di maggior interesse, in questa sede, quanto affrontato con il gruppo di docenti di Matematica e Tecnologia. In un primo momento, attraverso il role-playing, i docenti hanno sperimentato il percorso alla stregua degli studenti, senza conoscere l'app Math City Map. Successivamente ci si è confrontati tra pari valutando, nello specifico, la complessità dei task e la loro replicabilità in altro contesto, la difficoltà nel reperire le misure e risolvere i calcoli e, più in generale, la precisione del linguaggio, la facilità di interpretare i suggerimenti, l'opportunità di usare la calcolatrice o un formulario... questioni aperte in qualunque formazione e per le quali non esiste una risposta valida in assoluto.

3. Risultati ottenuti

L'impegno degli studenti fu valutato al di sopra della media: la gara matematica in un contesto all'aperto è stata un elemento aggregante e culturalmente positivo. Alcuni alunni hanno cercato tutti i modi per superare i propri limiti al fine di agevolare il proprio gruppo nella sperimentazione: quaderni pieni di schizzi, riproduzioni e schematizzazioni dell'oggetto di studio, ricerca della massima collaborazione tra pari. Questo entusiasmo ha aiutato sia il rapporto docente-discenti sia lo sviluppo dei successivi contenuti geometrici, pur con i dovuti limiti nel lavoro autonomo. Se da una parte affrontare i task con i docenti è stato “giocosco”, dall'altra è stato importante il confronto per individuare punti di forza e debolezza nella/della progettazione. È emerso il classico problema del tempo e della “solitudine” nel proprio contesto lavorativo. Se l'unione fa la forza, essere “apripista” con collaborazioni anche informali: in accordo con G.B. Shaw, lo scambio di idee ed il confronto arricchiscono sempre chi li opera!

Sitografia

<https://mathcitymap.eu/it/> codice percorso 231247

Giornate di studio dell'Insegnante di MATematica

***Comunicazioni e laboratori verticali
Scuola Secondaria di I e II grado***

Uno strumento per la gestione degli interventi durante i lavori di gruppo

Domenico Brunetto

Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano

E-mail: domenico.brunetto@polimi.it

Abstract/Riassunto. Durante i lavori di gruppi, le interazioni tra studenti e con l’insegnante giocano un ruolo cruciale per il processo di apprendimento degli studenti. Studi recenti hanno mostrato come questo processo dipenda non solo da aspetti cognitivi ma anche da aspetti affettivi ed emotivi. Con questo contributo si vogliono presentare quali elementi influenzano la dinamica di apprendimento e come guidano queste pratiche didattiche. Verrà presentato un modello matematico, costruito su due dimensioni affettive, che permette di descrivere ed interpretare le dinamiche all’interno di piccoli gruppi di lavoro. Il lavoro vuole così fornire alcuni strumenti di lettura e interpretazione delle dinamiche di gruppo in modo che l’insegnante possa intervenire con maggior efficacia e garantire l’inclusione di tutti i componenti del gruppo.

1. Introduzione

Negli ultimi decenni, numerosi studi in didattica della matematica (per esempio, Sfard, 2001) hanno mostrato come le interazioni sociali giocano un ruolo cruciale nella fase di apprendimento dello studente, spostando l’attenzione da una visione *acquisizionista* della conoscenza ad una da *costruttivista e partecipata*, dove lo studente si trova coinvolto in attività matematiche con i suoi pari e impara interagendo con loro. In accordo con questa prospettiva, il pensiero può essere visto come una forma di comunicazione, visto che la teoria *interazionista* afferma che tutte le attività umane hanno un’origine sociale ereditaria (ibidem). Queste teorie hanno favorito il diffondersi di pratiche d’aula che utilizzano lavori di gruppo, per esempio, per la risoluzione di problemi matematici, in modo che gli studenti possano agire, interagire e comunicare molto di più rispetto ad una lezione frontale (Sfard, 2001; Schoenfeld, 2014). Durante queste attività le interazioni non hanno una natura puramente cognitiva, ma è fortemente influenzata da fattori affettivi come le emozioni, i valori e le attitudini (Di Martino e Zan, 2015). Inoltre, Di Martino e Zan (2015) mostrano come le attitudini nei confronti della matematica, dei compagni di classe e verso sé stessi siano cruciali per il processo di apprendimento, in particolare le sensazioni di “sentire”, di “piacere” e di “potere”. Sulla scia di questi lavori Andrà et al. (2018) hanno proposto un quadro teorico chiamato “I can – You can” (“io posso – tu puoi”), per l’interpretazione delle dinamiche di gruppo. È proprio su questo nuovo paradigma che è stato costruito un modello matematico per descrivere, interpretare e prevedere la dinamica di piccoli gruppi in contesti educativi (Brunetto et al. 2019). In questo contributo verranno presentati alcuni esempi di dinamiche di gruppo simulate attraverso questo modello matematico, chiamato “student opinion dynamics” (SOD). L’obiettivo è quello di fornire un nuovo strumento e un nuovo punto di vista che l’insegnante può adottare per gestire l’intervento durante le dinamiche più critiche, come quelle in cui uno o più studenti si isolano, oppure vengono esclusi dal lavoro, inoltre si presenteranno degli esempi di dinamiche in cui si crea dissenso tra gli studenti del gruppo.

2. Quadro teorico “I can – You can”

Il quadro teorico “I can – You can” (Andrà et al. 2018) è costruito a partire dal fatto che le interazioni all’interno del gruppo possano essere di tipo “reattivo” o di tipo “proattivo” in base a seconda del tipo di espressioni, gesti, sguardi e posture degli studenti. L’analisi delle dinamiche con questa lente porta all’individuazione di quattro “tratti” di studenti: 1) *cooperativo*, 2) *ostinato*, 3) *isolato* e 4) *follower*. Tutti e quattro i tipi possono essere caratterizzati secondo il loro livello di autostima e di stima dei pari, che possono essere visti come una estensione delle dimensioni effettive “piacere” e “potere” di Di Martino e Zan (2015). Andrà et al. (2018) chiamano queste dimensioni “I can”, cioè l’autostima e le competenze percepite, e “You can”, cioè le competenze dei pari percepite e riconosciute da uno studente. In questo quadro teorico, i quattro tratti di studente sono caratterizzati da differenti livelli delle due dimensioni affettive: 1) il *cooperativo* è disposto a condividere la sua conoscenza e a mediare con i pari, quindi ha un alto livello di “I can” e “You can”; 2) l’*ostinato* non è disposto ad ascoltare (basso livello di “You can”) ma vuole avere essere ascoltato (alto livello di “I can”); 3) l’*isolato* non vuole prendere parte alla discussione, quindi ha un basso livello sia di “I can” che “You can”; 4) il *follower* è disposto ad ascoltare (alto livello di “You can”) ma non ha fiducia nelle sue capacità (basso “I can”).

3. Modello “Student opinion dynamics”

Il modello matematico “student opinion dynamics” (SOD) proposto da Brunetto et al. (2018), prende spunto da un modello matematico sulla dinamica delle opinioni di grandi gruppi introdotto da Hengselmann e Krause (2002). Le ipotesi del modello differenziale proposto nel 2002 si basano sul fatto che un “agente” (per esempio, uno studente) sarà disposto a mediare la sua “opinione” su un determinato tema solo con gli agenti “vicino”, cioè con chi ha una opinione simile alla propria. Le equazioni differenziali si traducono in maniera immediata in una media pesata delle opinioni, dove questi pesi ($w_{i,j}$) dipendono da quanto gli agenti sono vicini tra loro. Il modello SOD tiene conto dei diversi tratti degli studenti, caratterizzando così gli agenti, introduce gli agenti “insegnante” e “conoscenza matematica” nel modello e reinterpreta il concetto di “vicino”. In questo modello, i pesi ($w_{i,j}$) sono costruiti tenendo conto dei tratti degli agenti, del loro livello di studio e del loro atteggiamento nei confronti dell’insegnante, che ha il ruolo di “guidare” gli studenti verso la conoscenza.

Ringraziamenti

Questo lavoro è uno dei frutti delle ricerche condotte con Chiara Andrà, Nicola Parolini e Marco Verani sui dati raccolti durante il progetto BetOnMath (<http://betonmath.polimi.it>)

Bibliografia

- Andrà, C., Brunetto, D., Parolini, N., & Verani, M. (2018). Four fundamental modes of participation in mathematics group activities. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-21.
- Brunetto, D., Andrà, C., Parolini, N., & Verani, M. (2018). Student interactions during class activities: a mathematical model. *Communications in Applied and Industrial Mathematics*, 9(2), 91-105.
- Di Martino, P., & Zan, R. (2015). The construct of attitude in mathematics education. In *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education* (pp. 51-72). Springer, Cham.
- Hegselmann, R., & Krause, U. (2002). Opinion dynamics and bounded confidence models, analysis, and simulation. *Journal of artificial societies and social simulation*, 5(3).
- Schoenfeld, A. H. (2014). What makes for powerful classrooms, and how can we support teachers in creating them? A story of research and practice productively intertwined. *Educational researcher*, 43(8), 404-412.
- Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational studies in mathematics*, 46(1-3), 13-57.

La bellezza della matematica nell’arte.

Antonietta Esposito

Università degli Studi di Salerno.

E-mail: antesposito@unisa.it

Germana Buccheri, Iole De Rosa, Angela Magliano

I.C. “Alfano-Quasimodo” – Salerno.

E-mail: gbuccheri@unisa.it

E-mail: iolederosa@gmail.com

E-mail: angelamagliano3@gmail.com

Abstract/Riassunto. L’esperienza svolta rientra tra le attività del progetto sperimentale Scuola Media Matematica, ampliamento verticale del progetto Liceo Matematico dell’Università degli Studi di Salerno. L’attività incentrata sull’acquisizione del concetto di “tassellazione” è finalizzata a promuovere una didattica inclusiva attraverso metodologie che permettono un apprendimento significativo e duraturo. È stato, inoltre, favorito un apprendimento cooperativo attraverso cui gli alunni hanno potuto acquisire conoscenze ed abilità in diversi ambiti disciplinari evidenziando, in particolare, il legame tra matematica ed arte.

1. Quadro teorico di riferimento

La relazione congiunta del Consiglio e della Commissione europea sull’attuazione del quadro strategico per la cooperazione nel settore dell’istruzione e della formazione (ET 2020), riporta tra i temi centrali l’inclusione di tutti e di ciascuno per lo sviluppo di una società equa e democratica. Il concetto di inclusione scolastica e sociale, dunque, non si riferisce più solo e strettamente a quello di integrazione scolastica ma, in una visione più ampia, ad una creazione di spazi di apprendimento equi e giusti per tutti gli studenti. In quest’ottica si colloca il percorso interdisciplinare di matematica e arte realizzato e sperimentato nell’ambito del progetto sperimentale della Scuola Media Matematica dell’Università degli Studi di Salerno.

Il percorso, realizzato con alunni provenienti da diverse classi seconde della Scuola Secondaria di primo grado, basato sull’interconnessione tra nozioni di Storia dell’Arte e di Geometria piana, ha visto, come uno degli obiettivi principali quello di sperimentare metodologie didattiche, che relazionando tra loro saperi appartenenti ad ambiti disciplinari diversi, potessero accrescere le competenze degli alunni (Fandiño Pinilla, Sbaragli 2011). È stata promossa principalmente una didattica inclusiva, valorizzando i diversi tipi di intelligenza ed i diversi stili d’apprendimento (H. Gardener, 1993; P. Boscolo, 1986) rendendo l’attività interattiva e sviluppandola attraverso attività laboratoriali di gruppo in cui ciascun alunno ha messo in gioco le proprie abilità e conoscenze ed è stato supportato dai compagni nelle difficoltà che diventano spunto di discussione e di riflessione. Il metodo dell’apprendimento cooperativo ha permesso di raggiungere risultati migliori di quelli che si sarebbero potuti ottenere lavorando da soli, favorendo interdipendenza positiva per il raggiungimento di obiettivi comuni e favorendo la partecipazione attiva e la riflessione perché si diventa consapevoli che il successo del gruppo è il successo dei suoi singoli membri (E. Cohen, 1999; Corona F. De Giuseppe T., 2015).

2. La sperimentazione in aula

Il percorso proposto coniuga la matematica e l'arte, potenziando negli alunni lo sviluppo percettivo, il senso estetico, la capacità di autonomia e creatività, sviluppando inoltre la capacità argomentativa in situazioni problematiche stimolanti. Partendo dall'analisi di alcune pavimentazioni e decorazioni artistiche di lastricati, sulle quali quotidianamente “si cammina”, si pone ai ragazzi il compito di realtà di analizzare la composizione di tali manufatti. Gli alunni riconoscono simmetrie, traslazioni e rotazioni di una figura rispetto a una data, ma soprattutto evidenziano la forma che più di tutte si ripete, “il tassello-modulo” che ricopre il piano. Si arriva, così, alla scoperta del concetto di Tassellazione del piano. L'attività pratica parte con la consegna di compiti ben precisi da parte del docente: realizzare semplici tassellazioni utilizzando poligoni regolari quali triangoli, quadrati, esagoni, pentagoni come tasselli. Dalla manipolazione dei tasselli emergono delle difficoltà che attraverso le domande stimolo proposte dall'insegnante e le attività di gruppo sono state superate. Gli alunni sono stati guidati a concettualizzare le basi geometriche teoriche coinvolte in questa attività per pervenire alle regole della tassellazione di un piano. Il percorso, basato sul principio dell'imparare-facendo, evidenzia la trasversalità della matematica con l'arte e propone una seconda fase, nella quale si sono analizzate le opere di Escher, riconoscendo nei suoi quadri, come l'autore si è “divertito” a ruotare, traslare e ribaltare molte figure, realizzando delle tassellazioni meravigliose! Divisi in piccoli gruppi gli alunni hanno creato figure-tassello, ritagliate e ricomposte, utilizzate per realizzare “*tappetini-mouse creativi*” tassellati alla Escher. L'attività si è spostata dall'aula ad una dei complessi architettonici più interessanti del patrimonio artistico del territorio ebolitano: il convento trecentesco di S. Antonio di Eboli (SA). A “testa bassa” i ragazzi hanno percorso l'intera pavimentazione, la docente ha chiesto loro di esaminare la tassellazione pavimentale, identificare il tassello-base e i suoi spostamenti nel piano. Successivamente, dopo aver identificato il tassello-base, si è chiesto di rappresentarlo, ricomponendolo in altre tassellazioni e variando la gamma dei colori.

3. Conclusioni

La sperimentazione realizzata, ha permesso non solo il raggiungimento degli obiettivi disciplinari, ma, più in generale, il raggiungimento dell'integrazione e l'inclusione di tutti gli alunni nel gruppo classe. Un contesto collaborativo e di socializzazione ha permesso di costruire un apprendimento efficace e duraturo alternando alle fasi del “fare” quelle del “riflettere”. Si è tenuto conto dei diversi stili cognitivi degli alunni, generando autostima attraverso un coinvolgimento emotivo e cognitivo tra i pari e tra gli alunni e l'insegnante.

L'apprendimento cooperativo ha generato domande a cui dare una risposta per raggiungere l'obiettivo finale; il percorso non è stato ben delineato da principio ma è dipeso dall'impegno e dall'entusiasmo di ciascuno, soprattutto dal gruppo che si è formato. Nel gruppo, eterogeneo, le differenze si sono mostrate essere una risorsa che ha favorito il cambiamento ed uno stimolo per accrescere l'interesse e l'esplorazione. Gli alunni più deboli hanno mostrato soddisfazione nella partecipazione del lavoro di gruppo e sempre hanno fornito il proprio contributo.

Bibliografia

Martha Isabel Fandiño Pinilla, Silvia Sbaragli (2011) Curricolo, competenze e valutazione in matematica Bologna, Pitagora
Gardner H.(2011). Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences. New York: Basic Books.
Boscolo P. (1986). Psicologia dell'apprendimento scolastico: gli aspetti cognitivi. UTET
Cohen E. (1999). Organizzare i gruppi cooperative. Erickson
Corona F. De Giuseppe T. (2015). ITALIAN JOURNAL OF SPECIAL EDUCATION FOR INCLUSION V.3 N.2. Pensa MultiMedia

Il connubio “matematica e narrazione” nel progetto *Raccontiamo la matematica*

Eliana Leonetti
Università di Bologna
ForMath Project

E-mail: eliana.leonetti2@unibo.it

Abstract/Riassunto. Numerosi studi hanno dimostrato che nel testo matematico si annidano una serie di potenziali difficoltà di natura linguistica che, se non affrontate, possono inficiare la corretta comprensione del testo e la corretta risoluzione matematica. Tutti questi fattori inoltre concorrono a rendere i testi dei problemi matematici stereotipati per la struttura matematica e per la formulazione linguistica. In questo lavoro è presentato il laboratorio *Raccontiamo la Matematica*, ideato e realizzato con l'intento di fondere narrazione e matematica per creare vere e proprie storie matematiche.

1. Quando il “testo del problema” si rivela un “testo problematico”

Le ricerche in Didattica della Matematica e in Didattica dell'Italiano hanno rilevato una serie di comportamenti prototipici che gli studenti assumono quando si rapportano con il testo di un problema matematico. Prima di tutto si focalizzano su frasi isolate o su parole-chiave piuttosto che comprendere e interpretare i testi nella loro globalità; non riescono a utilizzare in ambito scientifico le competenze linguistiche acquisite in ambito linguistico-letterario; tendono a interpretare i testi come indicazioni di procedimenti da eseguire piuttosto che come strumenti per rappresentare o comunicare informazioni (Bolondi, Ferretti, Spagnolo 2019). Da questa breve ma eloquente selezione di comportamenti emerge fondamentalmente che la relazione comunicativa che si dovrebbe realizzare tra il testo e il lettore-studente si rivela di fatto inefficace. Interrogati sulla questione, molti insegnanti tendono a ricondurre la responsabilità della mancata comprensione del testo ai lettori-studenti. Frasi come “*non leggono affatto il testo*” si alternano a riflessioni più moderate che del tipo “*Leggono il testo ma in modo superficiale*” o ancora “*Leggono ma con poca attenzione*”. Tuttavia, al di là delle “responsabilità del lettore”, non bisogna dimenticare che il processo di lettura coinvolge anche un altro protagonista fondamentale e imprescindibile, il testo, e che, proprio come in una relazione, se qualcosa non va, il torto non è mai solo da una parte. Dunque, prima di trarre conclusioni affrettate circa la presunta superficialità con cui i lettori-studenti si rapportano con il testo matematico, sarebbe opportuno prendere atto del fatto che diverse insidie possono annidarsi nel testo di un problema.

Basti pensare al lessico matematico, ricco di tecnicismi specifici (*ortocentro*, *baricentro*, *bisecare* ecc.), di parole riprese dalla lingua comune che però in matematica hanno un'accezione differente da quella originaria (*proprietà*, *prodotto*, *funzione* ecc.), di espressioni polirematiche (*proprietà commutativa*, *proprietà associativa* ecc.), di nominalizzazioni (*moltiplicazione*, *addizione* ecc.) (Lavinio, 2004). Un'altra questione cruciale riguarda la complessità sintattica dei testi dei problemi, caratterizzati, soprattutto nella scuola secondaria di primo e secondo grado, da periodi eccessivamente lunghi e densi di informazioni, in cui la subordinazione prevale sulla coordinazione.

Tutte queste caratteristiche, oltre a costituire delle potenziali difficoltà linguistiche che se non affrontate potrebbero generare ostacoli alla comprensione, contribuiscono a rendere i testi dei problemi matematici stereotipati. Davanti a testi quasi sempre uguali, talvolta privi di una

situazione di contesto, gli studenti assumono un atteggiamento passivo: si cimentano nella risoluzione del problema senza motivazione o interesse.

2. Matematica e narrazione nel progetto *Raccontiamo la matematica*

Una strategia per evitare la stereotipizzazione dei testi di matematica consiste nel creare a scuola momenti di scrittura creativa in cui siano affrontati i contenuti matematici. La realizzazione di questa attività interdisciplinare favorirebbe l'instaurarsi di una relazione dialettica e positiva tra due discipline, matematica e letteratura, generalmente considerate antitetiche.

In linea con questi propositi è stato ideato e realizzato il laboratorio *Raccontiamo la matematica*, rivolto a studenti della scuola primaria e secondaria di primo grado, in cui matematica e narrazione si fondono dando vita ad un connubio che si realizza nella scrittura di vere e proprie storie a contenuto matematico. I risultati sono racconti di diversi generi narrativi (dal genere fantascientifico al giallo, dal racconto d'avventura ai racconti dell'orrore) basati sulla dimostrazione di teoremi o sull'applicazione di alcuni concetti matematici selezionati tenendo conto delle Indicazioni Nazionali previste per i diversi gradi scolastici a cui si rivolge il progetto.

Il laboratorio si ispira ai principi dell'apprendimento cooperativo, motivo per cui gli studenti lavorano in gruppo rispettando le regole che disciplinano la cooperazione tra pari. Nella prima fase il docente o il tutor legge agli studenti estratti di racconti a tema matematico (per esempio *Flatlandia* di Edwin Abbott, *Nove Volte Sette* di Isaac Asimov) e mette in luce mettere i collegamenti tra il contenuto matematico affrontato e le varie modalità in cui esso può diventare racconto.

Nella seconda parte i rappresentanti di ciascun gruppo estraggono da un'ampolla una tesserina a due facce: sulla prima è riportato il contenuto matematico che dovrà essere sviluppato in modo funzionale ai fini della narrazione; sulla seconda il genere narrativo a cui dovrà ascriversi il racconto matematico scritto dal gruppo. Nei loro racconti i partecipanti possono per esempio ricostruire le vicende che hanno portato alla scoperta del contenuto matematico assegnato, scegliere come protagonisti gli oggetti matematici coinvolti nel contenuto matematico assegnato o ancora applicare le formule o i teoremi assegnati in modo funzionale alla narrazione. Così, per esempio grazie all'applicazione del Teorema di Pitagora i protagonisti di un racconto d'avventura riescono a trovare il bottino misterioso, la proprietà delle proporzioni diventa risolutiva di un racconto giallo.

Realizzare un'attività di questo tipo può aiutare gli studenti a giocare con la matematica e i generi narrativi, accedendo a contenuti e proprietà notoriamente giudicate astratte, che trovano nei racconti matematici un'applicazione interessante e non convenzionale.

Bibliografia

Bolondi G., Ferretti F., Spagnolo C. (2019), *Argomentare in matematica. Analisi di protocolli di studenti su quesiti INVALSI individuati in verticale*, Atti del Convegno Nazionale III Seminario "I dati INVALSI: uno strumento per la ricerca", FrancoAngeli.
Lavinio C. (2004), *Comunicazione e linguaggi disciplinari*, Carocci, Roma.

Giornate di studio dell'Insegnante di MATematica

***Comunicazioni e laboratori
Scuola Secondaria di II grado***

Cinematica e Sezione Aurea

Carmelo Arena

Associazione PALERMOSCIENZA

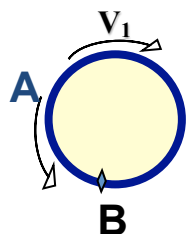
E-mail c.arena@palermoscienza.it

Abstract/Riassunto: Le proposte ministeriali per la seconda prova scritta dell’Esame di Stato per il liceo scientifico sono da qualche anno articolate in problemi di matematica con strette connessioni con la fisica o di fisica con inevitabili implicazioni matematiche. Il presente lavoro, dal titolo “Cinematica e sezione aurea” si inquadra nell’ambito di quanto sopra espresso, ovvero come a partire da un semplice problema di cinematica si perviene a esiti di natura squisitamente matematica. Della sezione aurea tanto si è scritto e innumerevoli sono, in natura e nell’arte, i casi in cui essa è riscontrabile. Nel presente intervento verrà evidenziata la presenza della sezione aurea anche in un contesto cinematico, risolvendo infatti un problema sui due moti teoricamente più semplici: il moto uniforme e il moto uniformemente accelerato, sotto particolari condizioni, si osserva che tali moti sono sorprendentemente connessi con la sezione aurea.

Cinematica e sezione aurea

Dalla “De divina proportionem” di Luca Pacioli in poi vastissima è la letteratura riguardante la sezione aurea e numerosa è la varietà degli ambiti in cui essa è coinvolta. Anche la fisica non sfugge a presentare interessanti legami con la sezione aurea, si pensi alla scienza delle vibrazioni e allo studio dei suoni. Scopo del presente lavoro è quello di evidenziare una particolarità dei moti, uniforme e uniformemente accelerato, i quali, sotto particolari condizioni, si intrecciano sorprendentemente con la sezione aurea. A tal fine si propone il seguente problema:

Su una pista circolare di lunghezza L due ciclisti partono in direzione opposta dal medesimo punto A. Il primo ciclista procede con velocità costante, mentre il secondo viaggia di moto uniformemente



accelerato, partendo da fermo.

Sapendo che i due ciclisti si incontrano la prima volta in un punto B della pista e la seconda volta nel punto A da cui sono partiti, quant’è lungo il tratto AB percorso dal primo ciclista al momento del primo incontro?

Detti:

V_1 la velocità costante del primo ciclista;

T il tempo costante (periodo) impiegato dallo stesso per percorrere ogni giro completo;

a l’accelerazione costante del secondo ciclista,

affinché i due percorrano lo stesso giro nello stesso tempo, deve essere:

per il primo ciclista $L = V_1 T$, per il secondo $L = \frac{1}{2} a T^2$ da cui $a = \frac{2V_1^2}{L}$.

Indicati con x_1 e x_2 gli spazi generici percorsi dai due:

$$\begin{cases} x_1 = V_1 t \\ x_2 = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{2V_1^2}{L} \right) t^2 = \frac{(V_1 t)^2}{L} = \frac{x_1^2}{L} \end{cases}$$

Affinché i due ciclisti si incontrino in B deve essere $x_1 + x_2 = L$

Ovvero $x_1 + \frac{x_1^2}{L} = L$ pertanto $x_1^2 + Lx_1 - L^2 = 0$

Da cui $x_{1_1} = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}L$ e $x_{1_2} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}L$

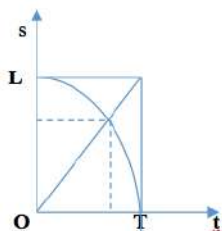
Considerata la soluzione positiva si osserva che lo spazio percorso dal primo ciclista al momento del primo incontro in B con il secondo ciclista è pari alla parte aurea della lunghezza L della pista. Poiché lo spazio percorso dal primo ciclista è proporzionale al tempo (viaggia di moto uniforme) si ha $t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}T$, quindi anche il tempo necessario per il primo incontro è la parte aurea del periodo T per percorrere un giro completo.

Per semplicità si possono considerare i due moti su una traiettoria rettilinea di lunghezza pari a quella della pista circolare rettificata.



L'interpretazione grafica del problema cinematico presenta un aspetto particolarmente interessante, infatti, se nello stesso piano cartesiano sOt si rappresentano le leggi orarie dei moti descritti dai due ciclisti, assumendo A come punto di riferimento per gli spazi e positivo il verso del moto del primo ciclista, si ha:

$$x_1 = V_1 t \quad \text{e} \quad x_2 = -\frac{1}{2} a t^2 + L$$

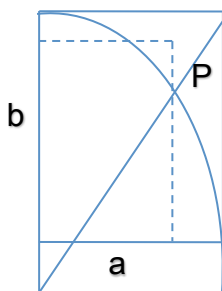


Le coordinate del punto di intersezione tra il segmento e la parabola, sono parte aurea, rispettivamente, di T e L .

Abbiamo così un curioso intreccio tra moto uniforme, moto uniformemente vario, retta, parabola e sezione aurea.

I risultati ottenuti consentono la risoluzione del seguente problema geometrico:

“Dati due segmenti, di lunghezza rispettiva a e b , determinare contestualmente la parte aurea di ciascuno di essi”.



Ecco il procedimento:

si costruisca il rettangolo di lati a e b , nel rettangolo ottenuto si inscrivano l'arco di parabola con il vertice coincidente con un vertice del rettangolo e passante per il vertice opposto, si tracci poi la diagonale passante per gli altri due vertici, questa incontrerà l'arco di parabola nel punto P . Le proiezioni di P sui lati del rettangolo individueranno la parte aurea di ciascuno di essi.

Il procedimento è estensibile anche a tre segmenti.

Tornando ai ciclisti, se i due continuano a correre sulla pista circolare, oltre il primo giro, con le stesse modalità, ci si può chiedere:

- *Dove si incontreranno successivamente?*
- *Si incontreranno altre volte nel punto di partenza A?*

Per dare risposte a tali quesiti ci si inoltra in questioni numeriche appassionanti e di grande fascino.

Conclusioni

L'argomento, proponibile agli studenti di una classe del triennio della secondaria superiore, offre una grande varietà di spunti didattici in diversi ambiti. Infatti, al “fatto” fisico, si intrecciano, in modo coerente e convergente, cinematica, sezione aurea, geometria analitica, calcolo numerico e . . . altro, fornendo al problema una visione unitaria e armonica. L'utilizzo dello strumento informatico arricchisce la trattazione con la chiara e veloce rappresentazione degli aspetti grafici, numerici e dinamici.

Il Bridge a Scuola: un ponte per unire le sponde emotive dell'amore e dell'odio per la matematica

Giuseppe Borzi

L.S. “G. Lombardo Radice” Catania

E-mail: pippo8555@gmail.com

Paola Caruso

S.M.S. “Pluchinotta” Sant’Agata Li Battiati (CT)

E-mail: paolacaruso@inwind.it

Abstract/Riassunto. Il gioco del bridge come “sport della mente” è entrato ufficialmente nelle scuole italiane nel 1993 e si è mostrato fin da subito uno strumento didatticamente valido sotto diversi punti di vista.

Una zoomata sul tema integrazione e sviluppo delle competenze offre l’opportunità di illustrare una delle innumerevoli esperienze sul campo: di quante cose possa imparare un insegnante; di come sia possibile vedere gli allievi fare tanta matematica senza saperlo e di come questo abbia contribuito a colmare l’abisso emotivo di approccio alla materia tra chi la ama e chi la odia. I ragazzi che giocano a bridge potenziano le capacità di socializzare e comunicare e usano molta matematica: il trucco è che lo fanno senza saperlo.

1. Quanta matematica ci vuole?

“Prof, quanta matematica serve per giocare a bridge?”

“Sai contare fino a 13?”

“Sì”

“E poi riesci ad arrivare fino a 40?”

“Certo!”

“Allora puoi iscriverti al laboratorio e provare: se ti piace continui”

Da conversazioni più o meno tutte uguali è partita la campagna di adesione al progetto BaS (Bridge a Scuola).

La sua valenza è ricca di sfaccettature, difficili a volte da discernere e declinare con precisione. In tema di sviluppo delle competenze offre, come tutti i giochi, la grande opportunità di mettere in pratica la capacità di dedurre, scegliere, decidere ed agire in situazioni determinanti e tempi brevi. In termini di integrazione ha una marcia in più rispetto ad altri sport perché non esistono barriere fisiche, linguistiche, di genere, di età, e culturali.

2. Come si gioca

Il bridge è un gioco “con le carte”: si gioca in coppia e si concorre alla realizzazione del maggior numero di prese; la fase del gioco con le carte è preceduta da un’asta licitativa in cui una coppia scommette sul numero di prese che realizzerà. Questo meccanismo mette in moto un importante lavoro di comunicazione e di deduzione basato sulla fiducia e sull’affiatamento. Giocando in coppia, occorre essere affidabili nel comunicare con il linguaggio dei cartellini e delle carte perché è assolutamente vietato parlare o fare qualunque tipo di segnale.

3. Fare matematica senza saperlo

In un laboratorio a classi aperte si ritrovano insieme ragazzi di età diverse con diversi approcci emotivi alla matematica.

Data per scontata la capacità di saper contare fino a 40, occorre fare molto altro:

- Scegliere il tipo di scommessa: se giocare con l'atout (seme di briscola) o senza
- Scegliere il livello di contratto più conveniente
- Dedurre le carte in mano al compagno
- Dedurre le carte in mano agli avversari
- Decidere una linea di gioco sulla base della probabilità della divisione dei resti
- Scegliere di “catturare un pezzo” in base alle ipotesi plausibili sulla sua posizione

Si imparano un po' di regole, ma davvero poche: da alcune istruzioni fondamentali si possono dedurre una serie ampia di informazioni utili a decidere la linea d'azione più consona alla situazione.

4. Metodi nuovi per un gioco di vecchia tradizione

Nel corso degli anni le indicazioni metodologiche relative all'insegnamento del bridge sono cambiate, adeguandosi ai tempi e alle età degli allievi. Nell'esperienza di quest'anno scolastico sono state introdotte alcune piccole novità. Molto spesso la lezione teorica è stata anticipata da una situazione “carte in mano” per individuare la natura del problema e cercare di intuire una strategia risolutiva. Alla lezione frontale, sempre supportata da presentazioni PowerPoint appositamente preparate, è stata affiancato il gioco del kahoot! in sostituzione del più classico esercizio per casa.

Il sistema premiale è risultato particolarmente efficace: superati i gadget e i cioccolatini, sono risultati molto stimolanti i “buoni imprevisti” da usare in classe nel corso di tutto l'anno scolastico.

5. Chi vince?

Vince chi realizza la migliore giocata in allenamento e viene premiato col “Jolly imprevisto”.

Vince chi prende una medaglia in una competizione ufficiale: quest'anno abbiamo partecipato a due manifestazioni interregionali.

Vince l'insegnante quando si accorge che i suoi ragazzi, col tempo, hanno imparato ad apprezzare la realizzazione di una bella giocata, indipendentemente dal risultato pratico che questa ha sortito.

6. Conclusioni

Il BaS unisce le caratteristiche positive dello sport, della matematica e del gioco contribuendo ad eliminare la noia e il timore reverenziale verso una materia ritenuta, a torto o a ragione, ostica. Mette in situazione le conoscenze trasformandole in competenze. Contribuisce alla socializzazione perché anche il più geniale dei ragazzi deve fidarsi del compagno e con umiltà comunicare con lui. Costringe a decisioni importanti in tempi brevi da prendere non a caso, ma in funzione delle informazioni in possesso di tutti i giocatori presenti al tavolo.

Bibliografia

Regole base del bridge: <http://www.federbridge.it/ilbridge/regole.asp>

Leprai Q “I giochi di strategia nell'educazione matematica. Il caso del bridge” Alma Mater Studiorum Università di Bologna a.a. 2014-15

Un laboratorio per conoscere e comprendere attraverso i numeri.

Francesca Di Salvo

Dipartimento di Scienze Agrarie Alimentari e Forestali, Università degli Studi di Palermo.

E-mail: francesca.disalvo@unipa.it

Abstract/Riassunto. Assistiamo oggi ad un cambiamento radicale nella produzione e nella diffusione dei dati, senza che il problema della loro comprensione venga adeguatamente affrontato. I cittadini sono ancora destinatari inermi dinanzi a continui flussi informativi in repentina crescita. Eppure una trasformazione può essere attuata proprio a partire dalle scuole, valorizzando una scienza ancora ampiamente sottovalutata: la Statistica. L’Istat fornisce un servizio pubblico di fruizione di dati e strumenti per la realizzazione di lezioni/laboratori di statistica nelle scuole. Questo laboratorio ha l’obiettivo di illustrare semplici procedure fruibili sul sito ISTAT, che consentono l’implementazione di strumenti finalizzati al rafforzamento delle azioni di statistical literacy e datacy.

1. Il valore della statistica ufficiale

L’Istat mette a disposizione un insieme sempre più vasto e articolato di informazioni, per disporre di più statistiche ufficiali sullo stesso fenomeno in modo da evidenziare l’esigenza di misurarne le diverse dimensioni, piuttosto che affidarsi ad un’unica misura rappresentativa. Confrontarsi con più indicatori significa anche sviluppare uno “spirito critico” nei confronti dei “numeri” a cui ci si trova esposti nella quotidianità. Tuttora siamo ancora lontani dalla fruizione autonoma delle statistiche ufficiali e pubbliche, che in quanto messe a disposizione di tutti, sono uno strumento di garanzia dell’eguaglianza dei diritti dei cittadini. La strada è ulteriormente resa difficile dalla crescente complessità dell’attuale offerta digitale, dalla varietà delle stesse fonti di dati, molte delle quali non sono ufficiali e quindi poco controllabili. Dinanzi a questi fattori, orientarsi e comprendere è sempre più difficile. Occorre accrescere le competenze necessarie a leggere l’informazione sottostante al dato quantitativo e a confrontarle con senso critico. L’Istat, la cui mission è servire la collettività attraverso la produzione e la comunicazione di informazioni statistiche, si impegna anche a migliorarne l’accesso e diffondere gli strumenti per una adeguata fruizione; in poche parole promuove le azioni di statistical literacy e datacy, e lo fa anche attraverso la realizzazione di pacchetti didattici destinati alle scuole primarie e secondarie. Il percorso introduttivo alla statistica ufficiale si articola in due direzioni: da un lato fornire un datawarehouse dell’Istat, in cui cercare, trovare ed estrarre i dati oggetto di interesse; dall’altro lato introdurre alcuni concetti di base sull’indagine statistica e le sue fasi di progettazione, esecuzione e diffusione dei risultati; in quest’ultima fase, l’informazione statistica diviene patrimonio della collettività.

Il laboratorio ha l’obiettivo di mettere a punto semplici procedure con cui l’utilizzo di questi strumenti può essere riprodotto a scuola, per avviare un’indagine o per conoscere meglio il proprio territorio attraverso le statistiche ufficiali. L’utilizzo di strumenti informatici di base completa l’esperienza che servirà a incentivare la diffusione della cultura statistica.

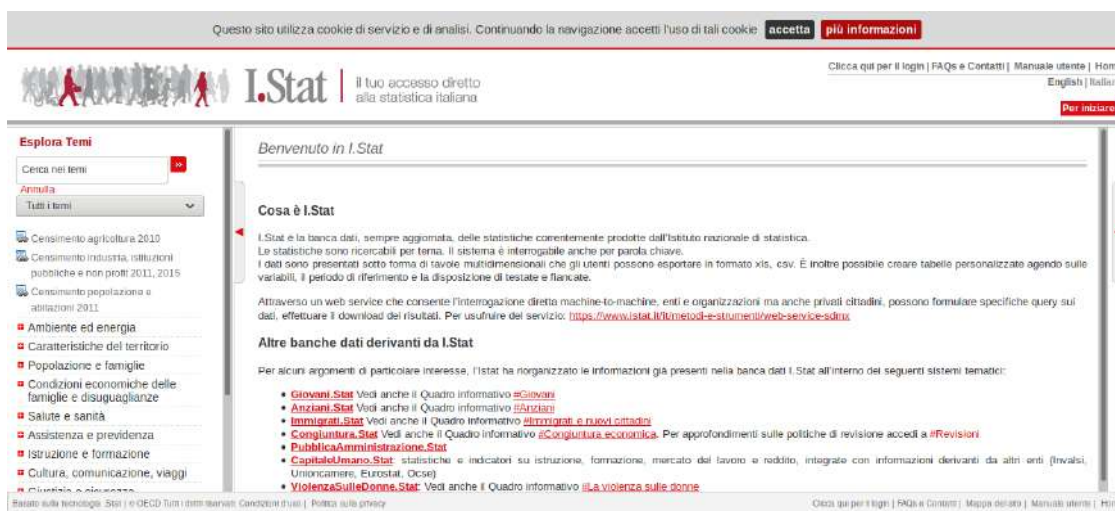


Figura1. L'organizzazione per temi del datawarehouse



Figura2. Strumenti didattici per le scuole

Ringraziamenti

Questo contributo rientra tra le azioni di promozione della cultura Statistica, nell'ambito del Piano Nazionale delle Lauree Scientifiche, Statistica 2017-18.

Bibliografia

Biggeri L. (2012) *Fiducia, qualità, sistema: Il futuro della statistica ufficiale*. https://www.istat.it/files/2011/02/relazione_biggeri

<https://www.istat.it/it/informazioni-e-servizi> (consultato nel 09/2019)

Calcolo algebrico: gli errori verticali.

Gerardo Emanuele Perez

Docente di matematica e fisica (in pensione)

E-mail: perez.sciacca@libero.it

Abstract/Riassunto. Nella Scuola Secondaria Superiore *l'insieme* $\mathbb{R}$ dei numeri reali costituisce l'ambiente numerico di lavoro nel quale la personalità algoritmica del discente si va sviluppando; il cammino non è privo di insidie: l'errore di calcolo è sempre in agguato. Il presente contributo propone qualche spunto di riflessione sulla natura dell'errore, sulle cause che lo generano e su come fronteggiarlo. Nessuna tesi finale (nel campo della sperimentazione didattica nessun cantiere di lavoro può dirsi mai chiuso) se non il convincimento, maturato sul campo, della necessità di ripensare in profondità il significato dell'espressione “lacune di base”.

1. La Home Page del calcolo algebrico.

Nessuna strategia di caccia può dirsi efficace se si perde di vista la preda. Debole è l'azione didattica e vano è l'uso delle tecnologie se ci si allontana (troppo) dalla disciplina. Riguardo alla matematica si può facilitarne quanto e come si vuole l'apprendimento ... ma non strapparle il cuore; sarebbe come togliere la Home Page da un sito WEB. Ogni teoria matematica possiede già questa speciale “pagina”: è il suo **sistema di assiomi**; il discente può farne uso costante per orientarsi consapevolmente fra gli URL di tutte le altre pagine, purché *educato* a farlo, dal primo all'ultimo anno di corso. Questa visione del cammino formativo (in matematica) è frutto delle seguenti considerazioni.

1.1 Una casistica degli errori

Fra le espressioni utilizzate dal docente per descrivere la preparazione di un alunno, una delle più ricorrenti è la seguente: «*evidenzia lacune di base*»; tale costrutto appare, per cominciare, asimmetrico, nel senso che sembra chiamare in causa soltanto il **discente** e le sue responsabilità; tuttavia lo stesso costrutto getta un'ombra *anche* sull'azione del **docente**, per una ragione molto semplice: è verticale (nel senso del curriculum); lo è nel senso temporale perché rimanda a un “non fatto bene” in epoche *lontane*; lo è nel senso del processo formativo perché, *nonostante* quelle lacune, i precedenti Consigli di Classe non hanno *fermato* lo studente, ritenendo di poter successivamente intervenire sulle carenze residue dello stesso. Il ripristino della simmetria obbliga a riconsiderare la natura gli errori commessi dallo studente, quali in particolare? Da una casistica, costruita dallo scrivente in anni di osservazione, risulta che la maggior parte degli errori di natura algebrica si può ricondurre a pochi “errori-madre” legati agli **assiomi di campo e d'ordine di $\mathbb{R}$** ; è plausibile che siano proprio questi ultimi a segnalare le invocate lacune di base e, per quanto detto prima, si potrebbero denominare errori verticali. La rilevanza statistica degli errori verticali suggerisce l'esistenza di una chiave di lettura privilegiata (in senso didattico) dei contenuti matematici; il costrutto in oggetto chiama allora in causa *anche* la **disciplina**.

1.2 Non solo errori: l'omissione

Assiomi e talune immediate conseguenze vanno tenute sempre ben presenti. In particolare la Home Page del calcolo algebrico deve contenere la legge di annullamento del prodotto e la regola dei segni (fondamentali, rispettivamente, per la risoluzione di equazioni e di disequazioni, in entrambi i casi con un membro fattorizzato e l'altro nullo); deve contenere la proprietà invariantiva delle frazioni; deve inoltre mantenere ben visibile la corrispondenza tra formalismi di natura logica, di natura insiemistica e (nella fattispecie) di natura algebrica, deve essere chiaro cioè, per fare un paio di esempi, che alla disgiunzione fra due proposizioni in R corrisponde l'unione dei rispettivi insiemi di verità e che la parentesi graffa di sistema è il corrispondente algebrico della congiunzione proposizionale e dell'intersezione insiemistica. Tutto questo non può ridursi ad un semplice elenco, presto dimenticato. Si tratta di enunciati che vanno percepiti come i segnali stradali: anche l'automobilista più esperto deve tenerli sempre ben presenti se non vuole andare a sbattere e se accade non ha raggiunto gli obiettivi minimi ... *chi gli ha dato la patente?* Detto questo, analizziamo il fenomeno dell'**omissione**. Un esempio. Se lo studente non è *educato* all'importanza e all'uso della legge di annullamento del prodotto, verosimilmente risolverà una equazione del tipo $(x - 1)(x - 5) = 0$ omettendo tale legge e imbarcandosi in calcoli aventi lo scopo di riscrivere l'equazione nella forma $x^2 - 6x + 5 = 0$ per poi applicare la formula risolutiva ed ottenere proprio quello che aveva sotto gli occhi: 1 e 5; perde tempo (prezioso durante una verifica scritta) e si espone più facilmente all'errore proprio per la maggior mole di calcolo. La scarsa familiarità con i suddetti enunciati tarpa le ali allo studente impedendogli di volare. Altro esempio. Limite di una funzione razionale fratta: la rimozione di una forma indeterminata richiede spessissimo l'applicazione della proprietà invariantiva delle frazioni, cosa che molti studenti non fanno "istintivamente" perché ancora *fermi* al ricordo della proprietà invariantiva legata alla semplificazione della frazione "12/15".

1.3 Verso una didattica dell'errore

L'ipotesi di fondo della presente argomentazione è che la causa degli errori verticali sia legata alla sottovalutazione del pregresso; si può fronteggiare questa situazione verticalizzando gli assiomi, riproponendoli cioè ogni anno per consentirne una maturazione via via più profonda, anche attraverso una graduale riflessione sulle regole di inferenza. Per quanto detto sopra, gli attori sono tre e ciascuno deve fare la sua parte:

MATEMATICA: pensata dinamicamente, cioè come *sviluppo* di una pluralità di scenari teorici ed applicativi; lo sviluppo minimale consiste nel ricorso alla Home Page, cioè nel saper applicare gli assiomi e le loro immediate conseguenze in ogni circostanza. Per amor di chiarezza: per sviluppo si vuole intendere, qui, la coppia ordinata: (stato iniziale della conoscenza; stato evoluto della conoscenza), il modo in cui si cerca di far passare il discente dallo stato iniziale allo stato evoluto sarà compito della didattica.

DOCENTE: sceglie i traguardi formativi e di contenuto, progetta (ed eventualmente aggiorna) la Home Page dell'anno scolastico in corso avendo cura che sia fruibile anche dai soggetti con disagi, e inclusiva. Individua la metodologia didattica ritenuta più idonea ad instradare il discente lungo i fissati sentieri di sviluppo disciplinari. Formula gli obiettivi minimi corrispondenti allo sviluppo minimale di cui sopra.

DISCENTE: impara ad imparare. Utilizza la Home Page per autovalutarsi, per individuare collegamenti tra concetti, enunciati e procedimenti, per prendere coscienza di eventuali gravi errori commessi. Sviluppa la propria personalità operativa, consapevole dei propri punti di forza e dei propri bisogni, arricchendola con le diversità del gruppo-classe.

La riflessione proposta: La trattazione dei concetti basilari non va mai considerata chiusa; le lacune di base vanno intese come mancata maturazione dei fondamenti di una teoria; l'intervento non va considerato come "recupero" ma in senso più profondo: deve accompagnare l'intero quinquennio. Ne è responsabile, secondo lo scrivente, il docente di primo anno come quello di quinto anno.

Fogli Google e Statistica

Amalia Violetta Scilipoti

Liceo Scientifico “B. Croce” - Palermo

E-mail: violettarooa@gmail.com

Abstract/Riassunto. L’attività proposta è stata svolta in una prima del liceo scientifico “Benedetto Croce” che ha aderito al progetto del Liceo Matematico ma è realizzabile in vari contesti e in diversi ordini di scuola. Favorisce l’acquisizione di conoscenze di statistica con l’uso dei fogli Google. Nel laboratorio si sperimenterà l’uso e si valorizzeranno le potenzialità di Google Drive mediante la realizzazione di tabelle, grafici e semplici elaborazioni dei dati.



1. Qualche calcolo e...

Il laboratorio proposto non è solo un potenziamento delle competenze matematiche degli studenti ma mira a stimolare la loro curiosità verso la matematica e, più in generale, verso la cultura mostrando come la statistica sia un collegamento tra la matematica e le altre discipline e non solo. La conoscenza della statistica permette di essere cittadini più consapevoli capaci di interpretare i dati e i grafici che caratterizzano l’informazione contemporanea. L’account gmail dà la possibilità di accedere a strumenti che possono essere usati anche nella didattica. Per partecipare all’attività è richiesto un dispositivo elettronico con accesso a Google Drive (per dispositivo mobile applicazione Fogli Google).



Figura 1. *Applicazione Fogli Google.*

L’esperienza laboratoriale proposta permette di scoprire che una serie di dati non è solo un elenco, ma può essere riordinato/riorganizzato/tabulato e rappresentato per comunicare informazioni. Si userà uno strumento come Google Drive, spesso sconosciuto nelle sue funzioni, per studiare una distribuzione statistica e condividere i lavori anche nella fase di realizzazione. Si inizierà con una semplice raccolta di dati tra i partecipanti per poi procedere ad analisi statistiche.

	Foglio di lavoro senza nome									
	File Modifica Visualizza Inserisci Formato Dati Strumenti Componenti aggiuntivi Guida Tutte le modifiche sono state i									
	100% 0,00 123 Arial 10 B I A									
	fx									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3	n. di scarpa	alunni	freq. cumulate	freq. relative	NUMERO DEL PIEDE					
4	X_i	n			freq. percentuali					
5	37	3	3	5						
6	37,5	1	4	10						
7	38	3	7	7						
8	38,5	7	7	9						
9	39	1	8	8						
10	39,5		8							
11	40	3	11							
12	40,5		11							
13	41	2	13							
14	41,5		13							
15	42	2	15							
16	42,5	2	17							
17	43	7	24							
18										

Tabella 1. Prime elaborazioni

2. ... I grafici

Dopo aver tabulato e studiato la distribuzione, calcolate medie e indici di variabilità, si procederà a rappresentare graficamente i risultati ottenuti.

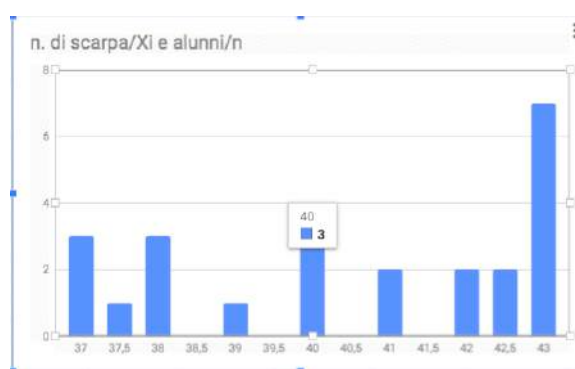


Figura 2. Uno dei possibili grafici.

Bibliografia / Sitografia

- Bergamini M., Barozzi G., Trifone A. (2016) Matematica. blu 2.0. *Zanichelli*, Bologna.
Boggio A., Borello G. (1992) STATISTICA Argomenti e applicazioni di inferenza statistica e di interpolazione e regressioni. *PETRINI EDITORE*, Torino.
Lamberti L., Mereu L., Nanni A. (2006). Corso di matematica per i licei sperimentali. *ETAS per la scuola*, Varese.
Manfredi R., Fabbri E., Grassi C. (2003). Moduli di lineamenti di matematica per il triennio. *Ghisetti e Corvi*, Città di Castello (PG).
Vianelli S., Ingrassia G. (1986) Istituzioni di metodologia statistica, *Palumbo*, Palermo

<https://www.google.it/intl/it/sheets/about/>

<https://megamarketing.it/la-guida-definitiva-di-fogli-google/>

<https://youtu.be/1uYNYV1Sip0>

<https://business.tutsplus.com/it/tutorials/how-to-make-professional-charts-in-google-sheets--cms-28453>

La valenza didattica dell'accostamento matematica/arte: proposte interdisciplinari per il biennio della scuola superiore di secondo grado.

Silvia Benvenuti

Università di Bologna

E-mail: silvia.benvenuti5@unibo.it

Abstract/Riassunto. Sovente la matematica viene percepita come una disciplina arida e fredda, e il matematico come una persona un po' alienata, chiusa nel suo mondo distante anni luce dalla realtà quotidiana. Al contrario, l'artista viene solitamente percepito come colui che si fa guidare, nel suo lavoro, dalla curiosità, dalla ricerca della bellezza, dall'intuizione e dalla creatività, concetti che sono visti come lontani, se non addirittura antitetici, alla pratica della matematica. Qualunque matematico sa, invece, che le stesse caratteristiche sono ingredienti fondamentali del suo lavoro. Per questo riteniamo che l'accostamento matematica/arte possa rivelarsi particolarmente fertile dal punto di vista didattico. Presenteremo alcune proposte di attività interdisciplinare al riguardo, rivolte principalmente a insegnanti e studenti del biennio della scuola superiore di secondo grado.

Troppo spesso la matematica viene percepita come una disciplina arida e fredda, distante anni luce dalla realtà quotidiana, legata a risultati stabiliti nell'antichità più remota, non migliorabili né confutabili. Al contrario, l'artista viene solitamente percepito come colui che si fa guidare, nel suo lavoro, dalla curiosità, dalla ricerca della bellezza, dall'intuizione e dalla creatività, concetti che sono visti come lontani, se non addirittura antitetici, alla pratica della matematica. Qualunque matematico sa, invece, che le stesse caratteristiche sono ingredienti fondamentali del suo lavoro, unite ovviamente alla disciplina e al rigore - che peraltro non guastano neppure nel lavoro dell'artista. Per questo riteniamo che l'accostamento matematica/arte possa rivelarsi particolarmente fertile dal punto di vista didattico. Crediamo infatti che investigare la matematica nascosta nelle opere d'arte possa essere utile per catturare tutti gli studenti, compresi quelli che sono respinti dal suo formalismo, e coinvolgerli in quello che è un vero e proprio viaggio di scoperta. Dopo averli affascinati in questo modo, infatti, riteniamo che sia più facile sollecitarli ad affrontare la fatica, innegabile, di impadronirsi del linguaggio e della simbologia matematica. E questo perché, avendone compreso la bellezza, quella fatica trova una sua giustificazione.

L'elenco dei temi utili a questo scopo è potenzialmente infinito: per quanto riguarda architettura e design, si va dall'uso della sezione aurea in Le Corbusier ai numeri di Fibonacci nelle installazioni di Merz, dalle animazioni dei cartoni animati agli edifici di Gaudí, dai giochi prospettici di Bramante alle sperimentazioni dei moderni esponenti dell'architettura topologica. È interessante investigare il rapporto tra matematica e musica, argomento in grado di far apprezzare anche ai più restii oggetti matematici indigesti quali i logaritmi e le funzioni trigonometriche. È appassionante approfondire il rapporto tra matematica e letteratura, analizzando le opere di grandi scrittori quali Dante, Musil, Borges, Queneau, Gadda e molti altri. È stimolante esplorare la relazione tra matematica e pittura, a partire dalla tradizione figurativa classica fino ad arrivare a quella moderna, fortemente influenzata dalle geometrie

non euclidee e dalla geometria di dimensione maggiore di 3. E l’elenco si potrebbe allungare a piacere.

Nel nostro intervento forniremo qualche spunto operativo per attività interdisciplinari in classe, limitando il focus alla relazione tra matematica, pittura e design e concentrandoci, per quanto riguarda gli strumenti matematici, a quelli curriculari nel biennio della scuola superiore di secondo grado. Vedremo per esempio come un meccanismo estremamente semplice come il quadrilatero articolato sia alla base del funzionamento di molteplici applicazioni delle quali gli studenti hanno esperienza quotidiana (si pensi solo al pedale di una bicicletta, ai carrelli elevatori, al braccio di una lampada a pantografo, ...). Ampliando ulteriormente il campo dell’interdisciplinarietà a includere, oltre ad arte e tecnologia, anche la storia, presenteremo poi un percorso di analisi della prospettiva “vera” e di quella “falsa”, alla scoperta da una parte dei lavori di un artista/matematico quale Piero della Francesca, e dall’altra dalle illusioni prospettiche la cui storia ha radici antiche e sviluppi contemporanei di estremo interesse.

Bibliografia

- Benvenuti, S. (2010). *Insalate di matematica 3: sette variazioni su arte, design e architettura*, Sironi.
- Benvenuti, S., & Toffalori, C. (2014). *La forma della bellezza*. , in AA. VV.. (a cura di): Gabriele Anzellotti Liù M. Catena Michele Catti Ugo Cosentino Josette Immé Nicola Vittorio, "L'insegnamento della matematica e delle scienze nella società della conoscenza. Il Piano Lauree Scientifiche (PLS) dopo 10 anni di attività", p. 295-300, Mondadori
- Benvenuti, S. (2019). *Piero della Francesca. Poliedri e prospettiva a Urbino*, in Prisma, ottobre 2019, pp. Sironi
- Ceccarelli, E. (2019). *Matematica, da un'altra prospettiva. Storia di una scienza figlia dell'arte*. Tesi di laurea magistrale, Università di Bologna.
- Conti, F., & Giusti, E. (2000). *Oltre il compasso. La geometria delle curve*. Firenze. Polistampa.
- Gamba, E. & Montebelli, V. (1996). *Piero della Francesca matematico*, Le Scienze, n. 331.
- Gamba, E. & Montebelli, V. & Piccinetti, P. *La matematica di Piero della Francesca*, Lettera Pristem n. 59.
- Lorito, F. (2004), *Viaggio nel dipinto di Piero* in Matemilano, Springer-Verlag, pp. 72-75.

Attori e osservatori nel Digital Interactive Storytelling in Matematica

Giovannina Albano

*Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione ed Elettrica e Matematica Applicata,
Università di Salerno*

E-mail: galbano@unisa.it

Umberto Dello Iacono

Dipartimento di Matematica e Fisica, Università della Campania “L. Vanvitelli”

E-mail: umberto.delloiacono@unicampania.it

Piera Romano

Liceo Scientifico Statale “Mons.m B. Mangino” - Pagani (Sa)

E-mail: pieraromano@liceomangino.it

Abstract/Riassunto. Nell’ambito del progetto PRIN 2015 “Digital Interactive Storytelling in Matematica: un approccio sociale orientato alle competenze”, è stata sviluppata una metodologia per la progettazione di attività didattiche collaborative in chiave digitale. Attraverso un digital storytelling, gli studenti agiscono come attori o come osservatori “attivi” di una situazione contestualizzata, in cui sono chiamati inizialmente a formulare una congettura e, successivamente, ad argomentare per dimostrarla in modo formale. Presentiamo i risultati di una sperimentazione che ha coinvolto studenti della scuola secondaria di secondo grado e discutiamo le potenzialità della metodologia proposta, sia per lo studente che per il docente.

1. Descrizione generale

Il lavoro qui presentato riguarda l’insegnamento/apprendimento della matematica attraverso una metodologia che fa uso dello storytelling in ambiente computer-based, denominata DIST-M (Digital Interactive Storytelling in Matematica). La narrazione è da intendersi sia nel senso di approccio discorsivo all’apprendimento, cioè uso del linguaggio come costruttore di pensiero (Sfard, 2001), sia nel senso di narrazione matematica, cioè come racconto di un percorso che attraversa fatti matematici. Sulla base di un opportuno quadro teorico, abbiamo progettato una storia digitale (in forma di fumetto) che evolve nel tempo, in cui vi sono personaggi animati che si trovano ad affrontare problemi matematici nati in maniera spontanea dalla storia stessa (Zan, 2012). Ogni studente è un personaggio della storia e, all’interno di essa, ha un ruolo e azioni da svolgere, talvolta da solo, talvolta in collaborazione con altri. A differenza di quanto succede nelle pratiche diffuse, lo studente non è né colui che ascolta la storia né colui che la

⁷ Questo lavoro è supportato dal progetto Prin 2015 Digital Interactive Storytelling in Matematica: un approccio sociale orientato alle competenze, finanziato dal MIUR.

crea, ma ne diventa protagonista, assumendo il ruolo di uno dei personaggi. In tal modo, interagisce con essa, potendone anche influenzare l'andamento.

I ruoli individuati per il gruppo di pari sono quattro: il Boss (*orientato al compito e al gruppo*); il Blogger (*relatore*); la Peste (*avvocato del diavolo*); il Promoter (*creativo*). Ad essi si affianca un personaggio che ha un ruolo asimmetrico rispetto al gruppo dei pari: l'Esperto. Questi ruoli, nati inizialmente dalla necessità, soprattutto in ambienti computer-based, di regolare il lavoro di gruppo affinché produca effettivamente l'apprendimento voluto, rappresentano anche funzioni cognitive che entrano in gioco quando un singolo individuo si trova in una situazione di problem solving. In ottica vygotskiana, la pratica sociale ne permette l'interiorizzazione, contribuendo, in tal modo, alla costruzione dell'identità dello studente come «buon risolutore» di problemi.

Gli studenti sono suddivisi in gruppi e la pratica sociale si realizza a due livelli: per ogni episodio, agli studenti di un gruppo viene richiesto di leggere la storia e viverla da “attori”, assumendo uno dei ruoli dei personaggi, mentre, per lo stesso episodio, agli altri gruppi viene richiesto di osservare il lavoro del gruppo “Attore” e di rivestire un ruolo specifico da osservatori «attivi» e «consapevoli».

2. Il Digital Interactive Storytelling in Matematica

Lo schema dell'intera attività del DIST-M prevede varie fasi. La prima fase è quella dell'*esplorazione*, che ha lo scopo di produrre una descrizione sintetica di quanto osservato. La descrizione va poi raffinata nella seconda fase, al fine di ottenere un enunciato che funga da *congettura*. L'enunciato, inizialmente in linguaggio verbale, potrebbe non essere adeguato ad aprire la strada alla dimostrazione. Quindi, nella terza fase, necessita di essere manipolato per giungere ad una sua opportuna *formalizzazione*. A partire da questa, nella quarta fase, gli studenti sono chiamati a individuare e organizzare gli argomenti in una appropriata catena deduttiva, giustificando ogni passo della deduzione, in modo da costruire la *dimostrazione*. Nell'ultima fase, viene richiesta una *riflessione*, sia come valutazione sul piano cognitivo, rileggendo la storia dal punto di vista matematico, sia come autovalutazione, sul piano metacognitivo e affettivo, chiedendo ad ogni studente di pensare ai ruoli giocati come “attore” o come “osservatore attivo”.

Tutto questo prevede momenti di lavoro individuale, altri di lavoro collaborativo e di confronto con l'esperto, il quale esercita la sua funzione di mediatore intervenendo, secondo necessità, in momenti informali di lavoro tra pari (chat) e in momenti dedicati esplicitamente al confronto (forum). L'esperto ha, inoltre, un canale privilegiato di interazione col Promoter, per supportarlo nell'avvio della fase di problem solving o in momenti di stallo. La sua mediazione riguarda sia la matematica sia la comunicazione.

Conclusioni

In questo seminario presentiamo le potenzialità del DIST-M, sia a livello studente che a livello docente, e discutiamo il suo uso come modalità di fare lezione in aula, a partire dai risultati di una sperimentazione condotta con studenti del primo anno della scuola secondaria di secondo grado.

Bibliografia

- Sfard, A. (2001). Learning mathematics as developing a discourse. In *Proceedings of 21st Conference of PME-NA*, (pp. 23–44). Columbus: Clearing House for Science, mathematics, and Environmental Education.
- Zan, R. (2012). La dimensione narrativa di un problema: il modello C&D per l'analisi e la (ri)formulazione del testo. Parte I. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. Vol.35 A N.2 marzo 2012.

L'angolo giro non esiste!

Alfio Grasso

Docente in pensione

E-mail: grassoalfino@yahoo.it

Abstract/Riassunto. In questo articolo si evidenziano alcune contraddizioni originate dalla nozione di angolo come parte di piano. Viene inoltre provato che l'angolo giro non esiste, quindi le dimostrazioni dei teoremi che lo utilizzano sono prive di senso. È poi presentato un possibile percorso che consente di superare le incongruenze segnalate ed è coerente col celebre *Programma di Erlangen* di Klein (1872), che si fonda sull'uso delle Trasformazioni del piano.

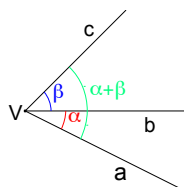
1. Definizioni

Le diverse, a cominciare da quella di Euclide, e in seguito di Apollonio, Pappo, Proclo e altri, sono non chiare. È Arnauld, 1667, che prospetta l'angolo come “parte di piano” (tale nozione è introdotta in Italia intorno al 1750). La definizione di Hilbert nei *Fondamenti della geometria* del 1899, è astratta, formale, quindi didatticamente inadeguata.

2. Angolo somma di due angoli.

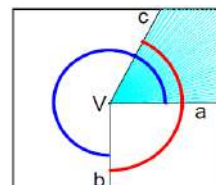
È definito se essi sono consecutivi, cioè hanno un solo lato comune.

Figura 1.



Gli angoli α e β sono consecutivi perché hanno solo il lato b comune.

Figura 2.



Gli angoli $a\hat{V}b$ e $b\hat{V}c$ non si possono addizionare: hanno in comune l'angolo $a\hat{V}c$.

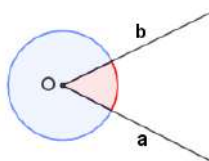
Poiché l'angolo somma non è determinato qualunque siano gli addendi: non ha senso allora parlare di multiplo di un angolo, né, conseguentemente, di una sua misura.

La definizione di Arnauld comporta quindi delle contraddizioni.

3. Mi prendi in..... giro?!

Occupiamoci ora del *cosiddetto* angolo giro. **Se esistesse**, sarebbe convesso o concavo secondo la definizione di convessità usata. Inoltre, nessuna coppia di angoli ha per somma “l'angolo giro”.

Figura 3.



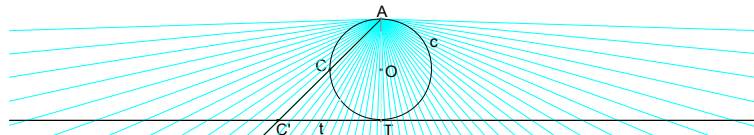
Due semirette generiche a e b di comune origine O formano un angolo convesso e uno concavo, che non si possono addizionare perché hanno in comune due lati, non uno solo.

Le “dimostrazioni” che utilizzano l'angolo giro sono così prive di significato.

4. Ogni circonferenza ha la stessa cardinalità del continuo, cioè di $\mathbb{R}$.

In funzione di quanto sarà dimostrato premettiamo la seguente considerazione con la figura 4. Sia T un punto di una circonferenza c di centro O , t la tangente in T a c e A il simmetrico di T rispetto a O . Tracciata la semiretta AC di origine A , con C generico su c , sia $t \cap AC = \{C'\}$.

Figura 4.



Esiste una biiezione φ tra $c - \{A\}$ e t , associando a ogni punto C di $c - \{A\}$ il punto C' di t in cui la semiretta AC , la interseca.

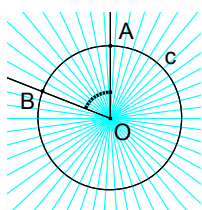
Un teorema della Teoria degli insiemi, di immediata intuizione, assicura che:

Se A è un insieme infinito e B un insieme finito o numerabile disgiunto da esso, allora gli insiemi A e $A \cup B$ sono equipotenti. Allora c e t sono equinumerosi: *ogni circonferenza ha cardinalità di R , cioè del continuo.*

5. Dimostrazione della proposizione: l'angolo giro non esiste.

Siano c una circonferenza e φ il fascio di semirette di centro O . Detti A un punto assegnato di c e B uno *qualunque* su essa, è individuato l'angolo $\hat{AOB}$.

Figura 5.



Se $B \equiv A$, $\hat{AOB}$ è l'angolo nullo. Al variare di B , $\hat{AOB}$ descrive il piano per la continuità della circonferenza, cioè di R . Nessuna semiretta generica OB coincide con OA : l'angolo giro non esiste!

6. Possibile percorso con cui superare le incoerenze segnalate.

Si può adottare l'assetto esposto da Choquet, ne *L'enseignement de la géométrie* nel 1964. La trattazione si fonda sui Gruppi di trasformazioni del piano, secondo l'indirizzo tracciato dal celebre *Programma di Erlangen* di da Klein (1872): Una geometria è lo studio delle proprietà che rimangono invariate quando si sottopone il piano (lo spazio) a un gruppo di trasformazioni.

7. Definizione di angolo di Choquet.

Date due semirette a e b della stessa origine O , si chiama angolo la rotazione ρ di centro O che trasforma a in b in un dato senso. Di essa esperienze comuni sono: ruota, lancette dell'orologio, radar, pale eoliche, ... In seguito ρ si definirà come “prodotto” di simmetrie con assi incidenti o coincidenti. L'assetto di Choquet presenta solo sette assiomi (oltre venti in Hilbert) semplici, intuitivi e forti, cioè che consentono rapido accesso a proprietà non banali. Permette d'introdurre la Geometria analitica già al primo anno e di evidenziare il fondamentale concetto di gruppo.

Bibliografia

- Euclide. *Elementi* (traduzione di A. Frajese e L. Maccioni), Torino 1970.
 Arnauld, A. *Nouveaux Éléments de Géométrie*, Paris 1667.
 Hilbert, D. *Fondamenti della Geometria*, Milano 1970.
 Choquet, G. *L'insegnamento della geometria*, Milano 1967.
 Lombardo Radice L. & Mancini Proia L., *Il Metodo matematico*, Milano 1977.
 Prodi, G. *Matematica come scoperta*, Messina-Firenze 1975.
 Lolli, G. *Guida alla Teoria degli insiemi*, Milano 2008.

I Serious Games per una didattica della matematica inclusiva

Roberto Capone

Università degli studi di Salerno

E-mail: rcapone@unisa.it

Rosa Barbieri

Istituto Istruzione Superiore “L. Da Vinci - Nitti”- Potenza

E-mail: rosa.barbieri2@istruzione.it

Giuseppina Gerarda Barbieri

Università degli studi di Salerno

E-mail: gibarbieri@unisa.it

Abstract/Riassunto. In questo articolo, descriveremo il caso studio del progetto europeo "E-Magic" realizzato nell'ambito del progetto Erasmus plus che ha coinvolto docenti e studenti di "Acharnes Special Education Vocational School" di Atene (Grecia), dell'IIS "L. Da Vinci-Nitti" di Potenza (Italia) e del Gabinete de Modernizao das Tecnologias Educativas (GMTE) di Madera (Portogallo). Il progetto è finalizzato a migliorare le competenze matematiche degli studenti di 15-16 anni attraverso i Serious Games. Mostreremo, attraverso un'analisi qualitativa dei dati raccolti, l'efficacia della metodologia didattica nel motivare gli studenti ad apprendere la matematica, coinvolgendo anche studenti con bisogni educativi speciali.

1. Introduzione

I Serious Games (SG) sono videogiochi concepiti per sviluppare abilità e competenze trasferibili nel mondo reale (Anolli et al. 2011). Essi rappresentano una grande opportunità in ambito didattico favorendo una immersione sensoriale, un forte coinvolgimento emotivo e attivazione di quei percorsi di simulazione mentale dei fenomeni del mondo fisico e sociale (Molina, 2015)

I SGs si caratterizzano come ambientazioni virtuali, che non hanno esclusivamente o principalmente uno scopo di intrattenimento; contengono elementi educativi e replicano situazioni concrete e possibili; favoriscono l'apprendimento e training integrando conoscenze dichiarative e conoscenze procedurali; gli utenti siano stimolati e invitati in percorsi didattici di esplorazione guidata, competizione e collaborazione (Berta et al. 2016)

Essi rappresentano un valido strumento per veicolare contenuti didattici e favorire l'acquisizione di competenze. Questo è particolarmente vero per la matematica. Infatti, mediamente gli studenti considerano la matematica come una materia arida con poca connessione con il mondo reale, tranne per il fatto che è essenziale per l'università. I SGs trovano quindi un terreno fertile di facile applicabilità per il potenziamento delle competenze matematiche il loro posto naturale per la formazione della conoscenza. Il loro scopo è quello di creare un nuovo modo di apprendere la matematica e aumentare la motivazione degli studenti al di fuori delle impostazioni di apprendimento formale, al fine di aiutare gli studenti più

deboli. La loro forza è nel riuscire a combinare gli aspetti educativi e di apprendimento con il piacere di giocare.

2. Il progetto E-Magic

All'interno dei SGs si colloca il progetto educativo "Education in Mathematics in Game-based Immersive Contexts", chiamato con l'acronimo E-Magic, parte del più ampio progetto europeo Erasmus plus. Esso coinvolge studenti e insegnanti della "Scuola professionale di educazione speciale Acharnes" di Atene (Grecia), "L. Da Vinci-Nitti", una scuola superiore di Potenza (Italia) e del Gabinete de Modernizao das Tecnologias Educativas (GMTE) di Madera (Portogallo) ed ha una durata di due anni (2017-2019). Il progetto mira a coinvolgere gli studenti emotivamente nell'apprendimento della matematica sfruttando il potenziale delle innovazioni tecnologiche e lo strumento dei videogiochi. All'interno del progetto è stato sviluppato un gioco educativo nuovo e innovativo per i dispositivi mobili: Clash of Wizardry. Si tratta di un gioco basato su duelli magici in cui si cerca di conquistare la fama nell'arena lanciando incantesimi velocemente e padroneggiando gli incantesimi più potenti. Lo scopo del gioco è quello di ottenere la soluzione di una equazione di primo grado nel più breve tempo possibile. Si ha successo se si scelgono le equazioni più difficili. Si può semplicemente concentrarsi su singoli duelli, in modalità allenamento contro un bot (offline), o contro avversari di prova o altri giocatori, ma si può anche unirsi ad un gruppo e competere in una competizione in stile campionato. Il modo per vincere la partita è selezionare gli incantesimi giusti che infliggono il massimo danno e sono abbastanza veloci da poterli lanciare.

3. Primi risultati

Al fine di indagare come gli insegnanti e gli studenti hanno percepito l'uso di questa applicazione, è stato somministrato un questionario alla fine della loro esperienza. Gli insegnanti coinvolti nel progetto hanno dichiarato di voler testare l'applicazione nelle loro classi in futuro e di essere soddisfatti per quanto riguarda l'utilità del SG. Il 75% per cento degli insegnanti ha dichiarato che l'applicazione è efficace per l'apprendimento della matematica in classe, l'80% degli insegnanti ha dichiarato che l'applicazione è efficace per l'apprendimento della matematica a casa. La maggior parte di loro apprezzano il fatto che gli studenti socializzano giocando con gli amici e hanno notato che, dopo aver fatto pratica con questo gioco, gli studenti sono più veloci nel calcolo procedurale anche mentale. I risultati qualitativi ottenuti dai test effettuati sugli studenti e dall'analisi dei dati sono notevoli. Nel seminario descriveremo brevemente questa esperienza formativa.

Bibliografia

- Anolli, L. & Mantovani, F. (2011) Come funziona la nostra mente. Apprendimento, simulazione e Serious Games. *Il Mulino*
- Berta, R., Bellotti, F., van der Spek, E., & Winkler, T. (2016). A tangible serious game approach to science, technology, engineering, and mathematics (STEM) education. *Handbook of Digital Games and Entertainment Technologies*, 1-22.
- Molina, A. (2015). Education for Life and the InnovationGym. *Sociologia del lavoro*.

Un esempio di *co-planning* tra docenti: l’esperienza del Liceo Matematico a Palermo

Antonella Uttuso, Donatella Maria Collura, Giulia Buttitta, Cinzia Cerroni, Benedetto Di Paola

Università degli Studi di Palermo

E-mail: antonella.uttuso@istruzione.it, dony.collura@gmail.com,
giulia_buttitta@libero.it, cinzia.cerroni@unipa.it, benedetto.dipaola@unipa.it.

Abstract/Riassunto. Il presente contributo nasce da una ricerca/azione attualmente in corso relativa alla motivazione degli studenti coinvolti nell’iniziativa fiorente dei ‘Licei Matematici’ (‘LM’) in Italia. L’argomento che qui si vuole trattare riguarda una pratica d’insegnamento che rientra tra le forme del Collaborative Teaching. Nello specifico, si discute un esempio di *co-planning* tra docenti di matematica ed altre discipline di un Liceo Classico di Palermo, all’interno di un percorso interdisciplinare di una classe prima del LM. Sarà descritta tale forma di collaborazione in riferimento al modulo di “Matematica e Storia”, esplicitando come questa sia stata una sfida di insegnamento/apprendimento per i docenti coinvolti ma soprattutto per gli studenti.

1. Introduzione

La ricerca qui presentata (parte del progetto di ricerca/azione discussa nel lavoro di tesi di dottorato di uno degli autori) intende analizzare i termini in cui è stato attuato un *co-planning* (o *cooperative planning*) delle lezioni all’interno del percorso interdisciplinare che ha interessato nell’A.S. 2018/19 una classe prima del ‘Liceo Matematico’ (di seguito, ‘LM’) di un Liceo Classico di Palermo (per approfondimenti, si suggerisce di visitare il sito www.liceomatematico.it). Il *co-planning* cui si è accennato pocanzi costituisce una forma di *insegnamento collaborativo* che coinvolge docenti di una stessa scuola ma relativi ad ambiti disciplinari diversi al fine di attuare delle “lezioni interdisciplinari”, qui intese come lezioni dove discipline diverse si prestano l’una per gli scopi dell’altra, in uno scambio reciproco di voci, con l’obiettivo finale di promuovere l’apprendimento di un sapere in senso ampio: non tanto l’apprendimento di un argomento di settore, quanto piuttosto l’apprendimento di un argomento letto attraverso le lenti e gli strumenti forniti da più discipline insieme. Ciò è stato possibile, all’interno dell’Istituto sopra citato, proprio grazie ad un clima fortemente collaborativo instauratosi tra i docenti coinvolti nel progetto sperimentale. In accordo con Jao e McDougall (2016), difatti, pensando alla *collaborazione* come un qualcosa che impegna due o più persone a lavorare insieme per un obiettivo comune, condizioni necessarie per un lavoro collaborativo sono avere fiducia nei propri colleghi ed essere disposti a sperimentare (e sperimentarsi) con un approccio collaborativo. Per ragioni di spazio, in questo articolo, viene esaminata la problematica didattica legata alla collaborazione tra il docente di Matematica ed il docente di Storia, in riferimento al modulo che ha riguardato la numerazione additiva (usata dai Romani) e quella posizionale.

2. Quadro Teorico di riferimento

Poco più di trenta anni fa Lieberman (Lieberman, 1986, p.6) affermò: “Contexts, needs, talents and commitments differ, but one thing appears to be constant: school cannot improve without people working together”. Questa frase, che non necessita di ulteriori spiegazioni, è ancora

attuale a distanza di decenni e sottolinea quanto sia importante lavorare in gruppo, essere comunità all'interno dell'ambiente scolastico, per favorire lo sviluppo professionale dei docenti e, in ultima istanza, la crescita formativa e umana delle nuove generazioni. Secondo diversi studi empirici condotti in precedenza (e.g. Egodawatte et al., 2011), la didattica collaborativa si è rivelata un approccio efficace per raggiungere gli obiettivi educativi in uno specifico contesto classe. Essa fornisce delle opportunità di sviluppo professionale quali ad esempio il *co-planning* e il *co-teaching* (o *cooperative teaching*, inteso in questo contributo come una forma di insegnamento in cui due docenti si uniscono per insegnare insieme in un qualche corso). In accordo con Wilson e Berne (Wilson&Berne, 1999), inoltre, la didattica collaborativa contribuisce a supportare le reciproche interazioni tra i docenti e li induce a ridefinire le proprie pratiche d'insegnamento. Il contesto del 'LM' preso in esame ha di fatto costituito un terreno fertile dove far germogliare il seme di una didattica collaborativa: docenti di diversi ambiti hanno lavorato insieme verso obiettivi comuni, con pratiche d'insegnamento condivise, accompagnando gli alunni in un viaggio di scoperta e di riscoperta della matematica.

3. Metodologia

Il progetto sperimentale qui trattato è nato a seguito di un percorso di formazione erogata da docenti universitari di vari settori disciplinari. Dagli spunti forniti ha avuto origine una proficua collaborazione tra alcuni docenti di Scuola Superiore per creare attività dove diverse aree del sapere potessero integrarsi *alla* matematica e *nella* matematica. Un esempio di *co-planning* sarà descritto nel corso del seminario: si analizzeranno i workshop inerenti la programmazione del modulo di Matematica e Storia nella classe sperimentale coinvolta e i primi esiti che ne sono derivati. In fase di programmazione è stata essenziale la collaborazione tra i docenti soprattutto per scegliere una opportuna strategia d'insegnamento e calibrare i tempi delle attività. La scelta condivisa è ricaduta su una prima didattica partecipata in aula, volta a familiarizzare col sistema di numerazione additiva usato dai Romani e confrontarlo col sistema posizionale, seguita da una visita guidata al Museo Salinas di Palermo, dove gli alunni si sono cimentati nella traduzione, in piccoli gruppi, di epigrafi risalenti all'epoca romana, applicando sia le conoscenze a loro note in lingua e letteratura latine, sia le procedure del calcolo numerico apprese.

4. Analisi dei dati raccolti e primi esiti raggiunti

Verranno mostrati i primi esiti del *co-planning* emersi, a seguito di un'analisi qualitativa dei dati raccolti, sia riguardo allo sviluppo professionale dei docenti sia riguardo alla *visione* della matematica da parte degli studenti, per i quali è risultata più 'interessante', 'divertente' dopo l'esperienza.

Bibliografia

- Egodawatte, G., McDougall, D., & Stoilescu, D. (2011). The effects of teacher collaboration in Grade 9 Applied Mathematics. *Educational Research for Policy and Practice*, 10(3), 189-209.
- Jao, L., & McDougall, D. (2016). Moving beyond the barriers: Supporting meaningful teacher collaboration to improve secondary school mathematics. *Teacher Development*, 20(4), 557-573.
- Lieberman, A. (1986): Collaborative work. In: Educational leadership 44, pp. 4-8.
- Wilson, S. M., & Berne, J. (1999). Teacher learning and the acquisition of professional knowledge: An examination of research on contemporary professional development. *Review of Research in Education*, 24, 173-209.